

УДК 004.42

В.О. Сірош, студент групи ПБ-11мп, к.т.н., доц. Стельмах Н.В.  
КПІ ім. Ігоря Сікорського

## УПРАВЛІННЯ МАНІПУЛЯТОРОМ МЕТОДОМ SDRE

**Анотація.** В даній роботі описується сфера оптимального та субоптимального керування нелінійними об'єктами за допомогою методу Ріккаті, а також розглянуто математичну модель управління маніпулятора та запропоновано практичне застосування описаного математичного апарату в системах управління роботизованою технікою.

**Ключові слова.** Субоптимальне керування об'єктами, метод Ріккаті,

### ВСТУП

Перші роботи, пов'язані з методом оптимального керування нелінійними системами, з'явилися в 1950-х роках.

Задача оптимального керування полягає у пошуку такого оптимального керування, яке забезпечить мінімум оптимальних показників якості з обмеженнями на динаміку об'єкта керування. Отже, можна сказати, що проблема оптимального керування полягає не тільки в забезпеченні стабільного рішення, отриманні конкретної робочої пропускної здатності або задоволенні специфічних вимог, що впливають із класичних методів керування, але й у забезпеченні найкращого можливого контролю конкретного типу системи.

У 1962 році Пірсон ввів поняття, що визначає залежне від стану рівняння Ріккаті. У той час оптимальне керування вважалось складним питанням через проблему керування нелінійними динамічними системами. У своїй публікації Пірсон застосував залежність від стану нелінійну та нестационарну апроксимацію системи лінійною стаціонарною системою, для якої він розглянув квадратичний індекс якості. Бургхарт представив просте рішення субоптимального SDRE, використовуючи розкладання в ряд Тейлора.

Джеррард запропонував субоптимальне керування зворотним зв'язком для нелінійних систем на основі квадратичного критерію якості з використанням наближення другого порядку. Вернлі і Кук розробили метод апроксимації на основі розкладання в ряд Тейлора, представили об'єкт як залежний від часу і нелінійний за станом і функцією керування, враховуючи неуточнену структуру SDRE. Перше практичне застосування видно в роботах Клуцьє у дев'яностих роках, де ця методика була використана для вирішення проблеми оптимального керування нескінченним горизонтом часу в космічних системах. Випадки керування нелінійними системами у зворотному зв'язку для реальних об'єктів є розширенням лінійного квадратичного методу керування, який повинен задовольняти алгебраїчному рівнянню Ріккаті (ARE), щоб гарантувати бажану якість керування.

Концепція з визначенням залежності від стану рівняння Ріккаті була представлена, як наближення нелінійної системи через лінійну стаціонарну систему, для якої розглядався індекс продуктивності з квадратичною формою. Метод також був розроблений за допомогою ряду Тейлора, залежного від часу та нелінійного об'єкта у стані та функції управління, досліджуючи структуру SDRE.

Класичний підхід до методу SDRE зі скінченним і нескінченним горизонтом

часу має один принциповий недолік. Під час реалізації реальної системи керування виникає задача розв'язування рівняння Ріккати. Його потрібно вирішувати для кожного кроку часу в дискретній системі керування. Обчислювальні зусилля, а також кількість арифметико-логічних операцій, необхідних для пошуку рішення і, таким чином, забезпечення оптимального керування, можна зменшити. Цей підхід було представлено шляхом представлення модифікованого методу SDRE для кінцевого та нескінченного часового горизонту.

Новий підхід, полягає у поданні можливості розв'язання оптимального керування нелінійною системою шляхом розв'язання рівняння Ріккати лише один раз за весь процес керування у випадку нескінченного часового горизонту. Використовуючи лінеаризацію, можна модифікувати метод і розрахувати залежні від часу посилення компенсатора, як у задачах керування LQR для кінцевого горизонту часу.

Існують дві групи чисельних розв'язків рівнянь Ріккати. Перший — знайти стійкий розв'язок рівняння Ріккати з матриці Гамільтона, що забезпечує знаходження розв'язку. Другий, заснований на ітерації, дозволяє визначити рішення на основі вихідних припущень, що впливають із характеристик системи.

## **ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ SDRE В УПРАВЛІННІ ВИБРАНИМИ СИСТЕМАМИ**

Наведемо опис основних груп об'єктів методу SDRE для керування нелінійними реальними системами.

Застосування методу SDRE для керування кроковими двигунами. Системи керування цього типу з'являються в програмах, що вимагають точності, наприклад, автоматичні клапани, вимірювальні прилади, кварцові годинники, при керуванні роботизованою зброєю, в колесах в навантажувачах, у CD/DVD-приводах, а також в автомобільній промисловості він відповідає за роботу двигуна на холостому ходу [1].

Іншою групою пристроїв є квадрокоптери та гексакоптери. Вони популярні у військовому сегменті для спостереження за військовими діями, а також у цивільних операціях, де вони використовуються, наприклад, для спостереження за важкодоступними районами, а також дозволяють знімати та фотографувати без надання нової якості прийому.

Іншим прикладом об'єкта є математична модель осцилятора Ван дер Поля. Рівняння Ван дер Поля має довгу історію застосування як у фізичних, так і в біологічних науках. Наприклад, у біології Фіцхью і Нагумо розширили рівняння плоского поля і використали його для моделювання потенціалів дії нейронів. Рівняння також використовувалося в сейсмології для моделювання двох плит у геологічному розломі та в дослідженнях фонації для моделювання осциляторів правої та лівої голосових складок.

Лінійні приводи використовуються як у сфері реабілітації, догляду вдома, так і в промисловій техніці, де важливі: легка і компактна конструкція, висока жорсткість, ручне управління, яке не викликає проблем у користувача, проста

зборка, тиха робота. Вони використовуються як приводи для воріт або заслон. Це прості у використанні та надійні пристрої, тому їх часто використовують у сільськогосподарській техніці, а також у спеціалізованих пристроях, як у розумних будинках та офісах, так і навіть у галузі відновлюваної енергетики. Ці пристрої самоблокуються, але навіть після відключення живлення здатні витримувати великі навантаження. Їх можна поєднувати з індуктивними датчиками, що дозволяє адаптувати пристрій для різних застосувань [2].

Інша група – мобільні роботи. Вони поділяються на бігові, ходьбові, літаючі і плаваючі. Ці пристрої можуть бути автономними, не обмеженими силовими кабелями, і ними можна керувати дистанційно. Мобільні роботи з диференціальним приводом є важливими системами, які відіграють важливу роль як мобільні платформи для таких пристроїв, як маніпулятори або системи зору. Вони використовуються в дистанційних вимірюваннях, при оцінці збитків після катастроф, при виявленні витоків небезпечних рідин, полегшують моніторинг заторів, допомагають шукати небезпечні для рятувальників місця, забезпечують зв'язок і доставку посилок. Популярним методом проектування систем керування мобільними роботами є використання кінематичних залежностей, що в поєднанні з відомими алгоритмами дозволяють спроектувати простий та ефективний метод керування [3].

Остання група - це маніпулятори, які виконують автономно завдання без безпосередньої участі людини. Спочатку їх використовували для небезпечних робіт, наприклад, у радіоактивному, забрудненому або недоступному середовищі. В даний час вони широко використовуються в медицині, будучи сполучною ланкою між хірургом і пацієнтом, а також в автомобільній промисловості, полегшуючи виробництво нових транспортних засобів. Це дозволяє працювати в занадто жарких умовах і переносити важкі вантажі, знижуючи ризик роботи для людини. Сам маніпулятор нагадує руку, яка складається з суглобів і з'єднань, які своєю кількістю та способом з'єднання визначають кількість ступенів свободи робота.

## **МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ УПРАВЛІННЯ МАНІПУЛЯТОРОМ**

Маніпулятор — керований пристрій, оснащений робочим органом для виконання рухових функцій, аналогічних до функцій руки людини, під час переміщення об'єктів у просторі

Застосування до маніпулятора методу SDRE керування, розглянемо на прикладі маніпулятора з жорсткими шарнірами і 6 ступенями свободи, де розглянута задача враховує лише 3 ступені свободи.

Модель динаміки виглядає наступним чином (1):

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = u \quad (1)$$

де:

$M(q)$ -інерційна матриця,

$C(q, \dot{q})$ - матриця відцентрових сил і сил Коріоліса,

$g(q)$ - вектор сил тяжіння,

$u$ - вектор керування.

Вектор стану маніпулятора має вигляд (2):

$$\dot{x} = \bar{F}(x)x + \bar{G}(x)u \quad (2)$$

де:

$$\bar{F}(x) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & F(x) \end{bmatrix}, \bar{G}(x) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ G(x) \end{bmatrix}$$

Порівняння часів виконання контрольної задачі для класичного та запропонованого методу SDRE, демонструє, що внесення змін у структуру матриці компенсатора у зворотному зв'язку, а також лінеаризація, дозволяє знизити обчислювальну складність та значно скоротити час моделювання більш ніж на 80%.

### **ВИСНОВКИ**

В перспективі подальших досліджень планується удосконалення субоптимального керування маніпулятором за допомогою методу Ріккаті та розробка прототипу зразка маніпулятора з демонстрацією його функціонування на прикладі практичного застосування розробленого математичного апарату.

### **СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

- [1] T. D. Do, H. N. Choi, and J.-W. Jung, "Sdre-based near optimal control system design for pm synchronous motor," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 59, no. 11, pp. 4063–4074, 2011.
- [2] A. Molter, O. A. A. Da Silveira, J. S. O. Fonseca, and V. Bottega, "Simultaneous piezoelectric actuator and sensor placement optimization and control design of manipulators with flexible links using sdre method," Mathematical Problems in Engineering, vol. 2010, 2010.
- [3] M. Korayem, S. Nekoo, and A. Korayem, "Finite time sdre control design for mobile robots with differential wheels," Journal of Mechanical Science and Technology, vol. 30, no. 9, pp. 4353–4361, 2016.

*Наук. керівник – к.т.н. доцент Стельмах Н.В.*