Asignación de Estudiantes a Establecimientos Educativos: Un Enfoque Multi-objetivo

Maria Cecilia Casco[1], Fabio López-Pires[2], Benjamín Barán[1], and Eustaquio A Martínez[1]

[1]Facultad Politécnica, Universidad Nacional del Este
Ciudad del Este, Paraguay
{ceciliacasco,bbaran, amartinez}@fpune.edu.py
[2] Universidad Internacional Tres Fronteras
Ciudad del Este, Paraguay
fabio.lopez@uninter.edu.py

Resumen En este trabajo se aborda el problema de Asignación de Estudiantes a Establecimientos Educativos (AEEE). Dicha problemática afecta la logística del sistema educativo, ya que se ve influenciada por variantes como: disponibilidad, distancia, infraestructura, entre otros. Se propone una nueva formulación matemática al problema de AEEE con un enfoque multi-objetivo para: (1) minimizar la diferencia entre la cantidad de estudiantes asignados y la cantidad óptima de estudiantes por clase, (2) minimizar la distancia promedio entre la vivienda del estudiante y el establecimiento y (3) maximizar la utilización de establecimientos con mejor infraestructura. Para resolver la formulación propuesta se plantea un Algoritmo Evolutivo Multi-Objetivo (MOEA) basado en el NSGA-II. Para la validación de esta propuesta se consideraron los datos provistos por el Ministerio de Educación y Ciencias del Paraguay (MEC) correspondientes a Ciudad del Este - Alto Paraná, del primer al tercer grado, de 90 establecimientos y 15.763 estudiantes, los resultados arrojan mejoras significativas en la cantidad de alumnos asignados por clases.

Keywords: optimización multi-objetivo, asignación de estudiantes, computación evolutiva, algoritmos genéticos

1. Introducción

Problemas relacionados a cuestiones logísticas como optimizar el tiempo de transporte del estudiante, la asignación de cursos u otros factores relacionados con el correcto aprovechamiento de los recursos educativos pueden ser abordados con una técnica de resolución y una formulación matemática adecuada. Esto permitiría aprovechar al máximo los recursos físicos del sistema educativo, e.g. infraestructura física de establecimientos.

La mala distribución de recursos en el sistema educativo afecta directamente la formación de los estudiantes, impidiendo la consecución de los objetivos pedagógicos. Para el caso de Paraguay, se contrapone a los derechos fundamentales de todos los ciudadanos establecido en la Ley 1264/98 General de Educación [1], la cual en su artículo número 3 menciona: .*El Estado garantizará el derecho de aprender y la igualdad de oportunidades de acceder a los conocimientos y a los beneficios de la cultura humanística, de la ciencia y de la tecnología, sin discriminación alguna."*

En este contexto, resolver el problema de Asignación de Estudiantes a Establecimientos Educativos (AEEE) podría contribuir a mejorar la logística de los sistemas educativos. Con una correcta asignación de los recursos a los establecimientos, se mejora el aprovechamiento de los recursos ya existentes y se podría lograr una mejor distribución de las aulas, evitando sub o sobre asignación. Además, se podrían prevenir casos de deserción escolar por problemas relacionados al traslados de los estudiantes a la institución asignada.

La implementación de una alternativa tecnológica para la Asignación de Estudiantes a Establecimientos Educativos, podría tener una incidencia directa en lo social y económico, considerando los siguientes aspectos:

- Reducción de gastos de operación y transporte.
- Mejor distribución de recursos físicos escolares.
- Garantía de plazas escolares para los alumnos.
- Disminución de los tiempos en los procesos de inscripción.
- Optimización en la cantidad de alumnos asignados por aulas, evitando sub o sobre asignación.

Teniendo en cuenta los puntos citados, este trabajo se enfoca en proponer una formulación matemática que permita mejorar algunos de estos puntos, para de esta manera ser una herramienta potencial para mejorar la logística del sistema educativo, impactando positivamente en la vida de los alumnos y sus familias.

Formalmente, se puede definir el problema AEEE como:

"Dado un conjunto de estudiantes A y un conjunto de establecimientos educativos E, asignar los estudiantes A a los establecimientos educativos de E, considerando las restricciones de los recursos y optimizando las funciones objetivo definidas."

El resto del trabajo se encuentra estructurado en las siguientes secciones: en la Sección 2, se revisan trabajos relacionados de los últimos 10 años; la Sección 3 presenta la formulación matemática; la sección 4, muestra el conjunto de datos utilizado y los resultados experimentales, y por último, la sección 5 presenta las conclusiones y propone trabajos futuros.

2. Revisión de la Literatura

Afacan et al. en [2] buscan maximizar el número de estudiantes asignados a instituciones educativas, comparando las técnicas de Gale-Shapley Deferred Acceptance (GDA), Boston Mechanism (BM), Top-Trading Cycles (TTC), y Serial Dictatorship (SD) con la técnica que ellos denominaron Efficient Assignment Maximizing Mechanisms (EAMs). Esta técnica hace asignaciones combinando las demás técnicas en ciclos que tienen como objetivo lograr una mayor cantidad de asignaciones en cada iteración. Las pruebas fueron realizadas considerando 400 estudiantes y 20 escuelas. Utilizando la técnica de EAM se redujo a 21 la cantidad de estudiantes sin asingación, en comparación a las demás técnicas que dejaban hasta 61 estudiantes sin escuela, lo que implica un aumento de la eficiencia del 65 % en el proceso de asignación.

El proceso de asignar estudiantes a grupos de laboratorios fue abordado por Agustín-Bla et al. en [3], donde se plantean las restricciones de espacio en los laboratorios y de los recursos con los que se disponen, además de preferencias en cuanto a horarios o grupos en el momento de la inscripción. Utilizaron algoritmos genéticos para el proceso de asignación, buscando maximizar la eficiencia en asignaciones escolares y la satisfacción considerando preferencias, lograron que el 90 % de los estudiantes hayan sido asignados a los grupos por los cuales demostraron preferencia.

De acuerdo a lo expuesto por Baker y Powell en [4] uno de los objetivos principales en los procesos de asignación de estudiantes a cursos o escuelas, es maximizar la diversidad de estudiantes en los grupos formados y maximizar las diferencias entre los grupos. En este caso se aplicó la técnica de búsqueda de vecinos. El método fue aplicado en la Escuela de Negocios de Tuck - Estados Unidos para la asignación de 200 estudiantes a 4 secciones de un mismo curso. Para la evaluación de los resultados se realizó una media de las características de cada estudiante, tomando en cuenta la nacionalidad, la clase social y el nivel de formación académica de los mismos. Luego de las pruebas se obtuvieron grupos heterogéneos el 90 % de las veces, comparando, finalmente las asignaciones realizadas por el algoritmo y las realizadas manualmente.

La eficiencia del recorrido del transporte escolar es otro objetivo muy estudiado en la literatura. En general se busca minimizar el tiempo de viaje del autobus.Surgen así distintas formulaciones Multi-Objetivo, en el caso de Bouzarth et al. en [5] añaden el objetivo de minimizar las diferencias socioeconómicas de los estudiantes entre las instituciones de un mismo distrito. Los resultados demostraron que ambos objetivos entran en conflicto al momento de optimizarlos, por lo que se manejaron pesos para las distintas pruebas, de modo a que cada distrito que desea aplicar el método escoja el grado de priorización de cada objetivo.

Caceres et al. en [6] presentan una formulación Multi-Objetivo, considerando minimizar el tiempo de recorrido del transporte y la cantidad de buses escolares utilizados. En las pruebas realizadas redujeron la cantidad de buses utilizados de 86 a 77 en el distrito escolar.

En el caso de Schittekat et al. en [7], plantean como funciones objetivo minimizar la distancia recorrida por los estudiantes desde sus hogares hasta la parada del autobus y minimizar la cantidad de paradas del autobus escolar. Las pruebas fueron realizadas tomando 200 estudiantes y 8 paradas del bus. La solución óptima definida previamente consideraba la distribución de estos estudiantes y la ruta recorrida por el bus.

Budish y Castillon en [8] realizaron una formulación Mono-Objetivo considerando maximizar la eficiencia en las asignaciones escolares, tomando como caso de estudios la escuela de negocios de Harvard. Aplicaron el método Random Serial-Dictatorship (RSD), considerando las preferencias sobre las cursos, manifestadas por los estudiantes en el proceso de inscripción. Budish y Castillon llegaron a la conclusión que los procesos manuales aplicados por la institución arrojaban mejores resultados, pero automatizar el proceso garantizaba que las asignaciones serian justas y no podrian ser sesgadas por la intervención humana.

El plan de asignación de estudiantes a escuelas públicas en los Estados Unidos, tiene como objetivo mantener la diversidad entre sus estudiantes, poniendo como meta que entre el 15 % a 50 % de los alumnos de una institución sean originarios de barrios de una clase social media-baja. T.H. Rao et al. en [9] realizaron una formulación Multi-Objetivo, utilizando programación matemática, considerando maximizar la diversidad, minimizar el recorrido del transporte escolar y maximizar la satisfacción de los padres, considerando las instituciones que estos han escogido para sus hijos. Las pruebas demostraron que es posible minimizar la distancia recorrida y maximizar la diversidad, siempre que se de mayor flexibilidad a las preferencias de los padres.

Sönmez y Ünver en [10] realizaron una investigación sobre los procesos de asignación de recursos y su aplicación a casos práticos. En el área escolar analizaron tres situaciones (1) proceso de admisión a las universidades, (2) asignación de los estudiantes a las escuelas, y (3) elección de la escuela; en todos los casos la formulación es Mono-Objetivo, planteando maximizar la eficiencia en la asignación de los recursos escolares.

Cabe destacar que ninguno de los trabajos estudiados incluye la optimización de asignaciones tomando en consideración la calidad de la infraestructura de los establecimientos, uno de los principales aportes de este trabajo. En Paraguay, este es un aspecto relevante considerando que el Ministerio de Educación y Ciencias (MEC) enfoca muchos recursos en los procesos de priorización de establecimientos considerando aspectos de aulas, mobiliarios e infraestructura edilicia, para la asignación de recursos [11].

3. Formulación Matemática Propuesta

En esta sección se presenta la formulación matemática propuesta del problema AEEE con un enfoque multi-objetivo. Se inicia con una introducción a la optimización multi-objetivo, las definiciones conceptuales, seguido de los datos de entrada, los datos de salida, el conjunto de restricciones y las funciones objetivo propuestas.

3.1. Conceptos de Optimización Multi-objetivo

Un problema general de optimización multiobjetivo (PMO) puro se compone de un conjunto de p variables de decisión, de q funciones objetivo y de r restricciones. Las funciones objetivo y las restricciones son funciones de las variables de decisión. En una formulación de PMO, x representa el vector de decisión, mientras que y representa el vector objetivo. El espacio de decisión se denota por X y el espacio objetivo como Y. Estos se pueden expresar como [12]:

Optimizar

$$y = f(x) = [f_1(x), f_2(x), ..., f_q(x)] \tag{1}$$

Sujeto a

$$e(x) = [e_1(x), e_2(x), ..., e_r(x)] \geqslant 0 \tag{2}$$

donde

$$x = [x_1, x_2, ..., x_p] \in X \tag{3}$$

$$y = [y_1, y_2, ..., y_q] \in Y \tag{4}$$

Cabe señalar que optimizar, en un contexto particular, puede significar maximizar o minimizar. El conjunto de restricciones $e(x) \geqslant 0$ define el conjunto de soluciones factibles $X_f \subset X$ y su correspondiente conjunto de vectores objetivo factibles $Y_f \subset Y$. El espacio de decisión factible X_f es el conjunto de todos los vectores de decisión x en el espacio de decisiones X que satisfacen la restricción $e(x)$, y se define como:

$$X_f = \{x | x \in X \wedge e(x) \geqslant 0\} \tag{5}$$

El espacio objetivo factible Y_f es el conjunto de vectores objetivo que representa la imagen de X_f sobre Y y se denota por:

$$Y_f = \{y | y = f(x) \ \ \forall x \in X_f\} \tag{6}$$

Para comparar dos soluciones en un contexto multiobjetivo, se utiliza el concepto de dominancia de Pareto. Dadas dos soluciones factibles $u, v \in X_f$, u domina v, denotado como $u \succ v$, si $f(u)$ es mejor o igual a $f(v)$ en cada función objetivo y estrictamente mejor en al menos una función objetivo. Si ni u domina a v, ni v domina a u, se dice que u y v no son comparables (denotados como $u \backsim v$).

Un vector de decisión x no está dominado con respecto a un conjunto U, si no hay ningún elemento de U que domine a x. El conjunto de soluciones no dominadas del conjunto de soluciones factibles X_f, se conoce como conjunto Pareto óptimo $P*$. El conjunto correspondiente de vectores objetivo constituye el frente de Pareto óptimo $PF*$.

3.2. Definiciones Conceptuales de la Formulación

Para comprender la formulación matemática se definen, seguidamente, cada uno de los conceptos considerados.

- **Establecimiento:** Lugar físico que alberga una o más instituciones.
- **Institución:** Entidad habilitada para desarrollar las clases, podría tener sede en más de un establecimiento.
- **Grado:** Corresponde al grado de enseñanza. Ejemplos: Preescolar, primer grado, etc.
- **Turno:** Corresponde al turno donde se imparte la clase. Ejemplos: Turno mañana, turno tarde, etc.
- **Sección:** En caso de que la misma institución, en el mismo establecimiento, tenga más de un grupo para el mismo grado y turno, es utilizada la sección para diferenciar. Ejemplo: 1er grado - Turno Mañana - sección A y 1er grado - Turno Mañana - sección B.
- **Clase:** Compuesto por un grado, turno, sección, institución y establecimiento. Es la unidad de enseñanza donde debe ser asignado un docente para enseñar a un grupo de alumnos. Ejemplo: 1er grado – Turno mañana – sección A – Institución 1 – Establecimiento 1.
- **Estudiante:** Alumno con necesidad de acceder a una oferta académica específica, de acuerdo con el grado al cual pertenece.

3.3. Datos de Entrada

En este apartado se presentan los datos de entrada. Primeramente, se define el conjunto de grados disponibles que se representa como un vector G de dimensión n_g:

$$G = \{1, 2, \ldots, n_g\} \tag{7}$$

donde:
n_g: representa la cantidad de grados.

El conjunto de turnos se representa como un vector T de dimensión n_t:

$$T = \{1, 2, \ldots, n_t\} \tag{8}$$

donde:
n_t: representa la cantidad de turnos.

El conjunto de secciones se representa como un vector S de dimensión n_s:

$$S = \{1, 2, \ldots, n_s\} \tag{9}$$

donde:
n_s: representa la cantidad de secciones.

El conjunto de instituciones se representa como un vector I de dimensión n_i:

$$I = \{1, 2, \ldots, n_i\} \tag{10}$$

donde:
n_i: representa la cantidad de instituciones.

El conjunto de establecimientos se representa como una matriz E de dimensión $(n_e \times 6)$:

$$E = \begin{bmatrix} N_1 & Lat_1 & Lng_1 & V_{i_1} & V_{s_1} & V_{m_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \\ N_{n_e} & Lat_{n_e} & Lng_{n_e} & V_{i_{n_e}} & V_{s_{n_e}} & V_{m_{n_e}} \end{bmatrix} \tag{11}$$

Cada E_k es representado por el número del establecimiento, su latitud coordenada geográfica Lat, su longitud geográfica Lng y priorizaciones:

$$E_k = \begin{bmatrix} N_k \; Lat_k \; Lng_k \; V_{i_k} \; V_{s_k} \; V_{m_k} \end{bmatrix} \forall k \in \{1, \ldots, n_e\}$$

donde:
N_k: número del establecimiento E_k;
Lat_k: latitud geográfica de la ubicación del establecimiento E_k;
Lng_k: longitud geográfica de la ubicación del establecimiento E_k;
V_{i_k}: priorización del establecimiento E_k en el área de infraestructura;
V_{s_k}: priorización del establecimiento E_k en el área de sanitarios;
V_{m_k}: priorización del establecimiento E_k en el área de mobiliarios;
n_e: cantidad de establecimientos.

El conjunto de estudiantes se representa como una matriz A de dimensión $(n_a \times 4)$:

$$A = \begin{bmatrix} N_1 & Lat_1 & Lng_1 & G_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ N_{n_a} & Lat_{n_a} & Lng_{n_a} & G_{n_a} \end{bmatrix} \tag{12}$$

Cada A_i es representado por el número de estudiante, su Latitud geográfica Lat, su Longitud geográfica Lng y el grado que debe cursar::

$$A_i = \begin{bmatrix} N_i \; Lat_i \; Lng_i \; G_i \end{bmatrix} \forall i \in \{1, \ldots, n_a\}$$

donde:
N_i: número del estudiante A_i;
Lat_i: latitud geográfica de la ubicación de la residencia del estudiante A_i;
Lng_i: longitud geográfica de la ubicación de la residencia del estudiante A_i;
G_i: grado que debe cursar el estudiante A_i;
n_a: cantidad de estudiantes.

El conjunto de clases activas se representa como una matriz C de dimensión $(n_c \times 5)$:

$$C = \begin{bmatrix} G_1 & T_1 & S_1 & I_1 & E_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ G_{n_c} & T_{n_c} & S_{n_c} & I_{n_c} & E_{n_c} \end{bmatrix} \tag{13}$$

Cada C_j es representado por el Grado, Turno, Sección, Institución , Establecimiento y Capacidad como:

$$C_j = \begin{bmatrix} G_j \; T_j \; S_j \; I_j \; E_j \end{bmatrix} \forall j \in \{1, \ldots, n_c\}$$

donde:
G_j: Grado de la clase C_j, donde $G_j \in G$;
T_j: Turno de la clase C_j, donde $T_j \in T$;
S_j: Sección de la clase C_j, donde $S_j \in S$;
I_j: Institución de la clase C_j, donde $I_j \in I$;
E_j: Número de establecimiento de C_j, donde $E_j \in E$;
n_c: cantidad de clases disponibles.

La matriz calculada U de distancias entre la residencia del estudiante y los establecimientos de dimensión $(n_p \times n_e)$ se representa como:

$$U = \begin{bmatrix} U_{1,1} & U_{1,2} & U_{1,3} & \ldots & U_{1,n_e} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ U_{n_a,1} & U_{n_a,2} & U_{n_a,3} & \ldots & U_{n_a,n_e} \end{bmatrix} \tag{14}$$

Cada $U_{i,k}$ representa la distancia entre la residencia del estudiante y un establecimiento.

$$U_{i,k} = [U_{i,k}] \forall i \in \{1, \ldots, n_a\} \wedge \forall k \in \{1, \ldots, n_e\}$$

donde:
$U_{i,k}$: Distancia entre el estudiante P_i y el establecimiento E_k.

3.4. Datos de Salida

Una solución al problema se representa por $S = S_{i,j,k}$

$$S_{i,j,k} = [S_{i,j,k}] \tag{15}$$

$$\forall i \in \{1, \ldots, n_a\} \wedge \forall j \in \{1, \ldots, n_c\} \wedge \forall k \in \{1, \ldots, n_e\}$$

donde:
$s_{i,j,k}$: es una variable binaria, donde 1 indica que el estudiante i fue asignado a la clase j del establecimiento k, $0(cero)$ en caso contrario.

3.5. Restricciones

En esta sección se definen las restricciones que deben cumplir las soluciones factibles.

1. El establecimiento debe ser el asignado a la clase.

$$C_{j,4} = k \tag{16}$$

$$\forall i \in \{1, \ldots, n_p\} \wedge \forall j \in \{1, \ldots, n_c\} \wedge \forall k \in \{1, \ldots, n_e\}$$
$$: X_{i,j,k} = 1$$

2. Un alumno solo puede ser asignado a un aula.
   Esta restricción se expresa como:

$$\sum_{j=1}^{n_c} \sum_{k=1}^{n_e} x_{i,j,k} = 1 \ \forall i \in \{1, \ldots, n_a\} \tag{17}$$

3.6. Funciones Objetivo

En esta sección se presentan las 3 funciones objetivo propuestas. Las mismas se enumeran a continuación.

1. Minimizar la diferencia entre la cantidad de alumnos asignados y la cantidad óptima de alumnos por clase.
   Este objetivo mide el criterio de elección, comparando la cantidad de estudiantes asignados y la cantidad recomendada de estudiantes pedagógicamente por aula:

$$f_1(X) = \frac{\sum_{j=1}^{n_c} \sum_{i=1}^{n_a} |Q_{opt} - \sum_{k=1}^{n_e} X_{i,j,k}|}{n_c} \tag{18}$$

   donde:
   Q_{opt}: Cantidad de estudiantes recomendados pedagógicamente por aula.

2. Minimizar la Distancia promedio entre la vivienda del estudiante y el establecimiento.
   Este objetivo mide el criterio de elección, promediando las distancias entre la residencia del estudiante y el establecimiento educativo, la misma se expresa como:

$$f_2(X) = \frac{\sum_{j=1}^{n_c} \sum_{i=1}^{n_a} \sum_{k=1}^{n_e} U_{i,k} * X_{i,j,k}}{n_a} \tag{19}$$

   donde:
   $U_{i,k}$: Distancia entre el estudiante i y el establecimiento k.

3. Maximizar la utilización de establecimientos con mejor nivel de infraestructura.
   Este objetivo mide el criterio de elección, calculando la media del nivel de infraestructura y mobiliario de las aulas asignadas.

$$f_3(X) = \sum_{j=1}^{n_c} \sum_{i=1}^{n_a} \sum_{k=1}^{n_e} (E_{k,3} + E_{k,4} + E_{k,5}) * X_{i,j,k} \tag{20}$$

4. Resultados Experimentales

4.1. Implementación

Según [13], los Algoritmos Evolutivos (Evolutionary Algorithms - EAs) han demostrado ser especialmente adecuados para la optimización multiobjetivo. En este trabajo se propone un MOEA basado en NSGA-II que de acuerdo con [14] es apropiado para este tipo de problemas.

A continuación, se presenta el Algoritmo 1 con el pseudo-código del MOEA propuesto para la resolución de la formulación matemática propuesta para el problema AEEE.

Algoritmo 1 - MOEA propuesto para resolver la formulación matemática para el problema AEEE.

Entrada: $G, T, S, I, E, C, A, U, V, N_{gen}$
Salida: Conjunto Pareto (Soluciones No Dominadas)
Inicializar conjunto de soluciones P_0
$P' \leftarrow$ Reparar soluciones del conjunto P_0
Evaluar P'
mientras $N_{gen} \neq 0$ **hacer**
    $Q \leftarrow$ Seleccionar individuos de P' según NSGA-II
    $Q \leftarrow$ Aplicar operador de cruzamiento
    $Q \leftarrow$ Aplicar operador de mutación
    $Q \leftarrow$ Reparar individuos
    $P \leftarrow$ Seleccionar individuos de $P \cup Q$ según NSGA-II
    $N_{gen} \leftarrow N_{gen} - 1$
fin mientras
retorna Conjunto Pareto

Con el objetivo de dar reproducibilidad al trabajo, el código fuente, conjunto de datos y resultados experimentales se encuentran disponibles en línea[1].

4.2. Conjunto de Datos

Para los experimentos se han utilizado datos del Ministerio de Educación y Ciencias del Paraguay (MEC). Los datos se encuentran disponibles en el portal de datos abiertos de Paraguay [15]. También se utilizaron datos no públicos (anonimizados) de los estudiantes proveídos en el contexto de este trabajo. Los datos corresponde al año 2020.

En los experimentos considerados eb este trabajo se han utilizado un subconjunto de datos pertenecientes a Ciudad del Este, departamento Alto Paraná del Paraguay. Estos datos son resumidos en la Tabla 1.

Tabla 1. Resumen del conjunto de Datos de Ciudad del Este

Conjunto de datos	Cantidad
Establecimientos	90
Estudiantes	15763
Clases	501
Grados	3 (1° a 3°)
Turnos	2 (Mañana y Tarde)
Sección	6 (A, B, C, D, E y F)

[1] https://github.com/cecicasco/assign-student

De acuerdo a los datos provistos por el MEC, la distribución por grado de los establecimientos, las clases habilitadas y de los alumnos, son detallados en la Tabla 2.

Tabla 2. Distribución de establecimientos, clases y alumnos por grado

Grado	Establecimientos	Clases habilitadas	Estudiantes
1	90	169	5382
2	90	170	5393
3	90	162	4988

Como no se contaba con las coordenadas de las viviendas de los estudiantes, se ha utilizado un georreferenciador de ESRI [2], para la ubicación de las viviendas de los estudiantes de quienes se tenía los datos en el siguiente formato "País, Departamento, localidad, distrito y dirección" y el algoritmo retornó las coordenadas en el padrón "latitud, longitud". Considerando que estos registros representaban el 40 % del total, para los demás registros se generaron coordenadas de forma aleatoria dentro de los límites definidos.

Para verificar la precisión del cálculo de las coordenadas se utilizó la herramienta ArGis y se ubicó por cada establecimiento y estudiante un marcador dentro del mapa.

En la Fig. 1 se puede visualizar como los establecimientos y las viviendas quedaron dentro de los límites de Ciudad del Este, departamento Alto Paraná del Paraguay.

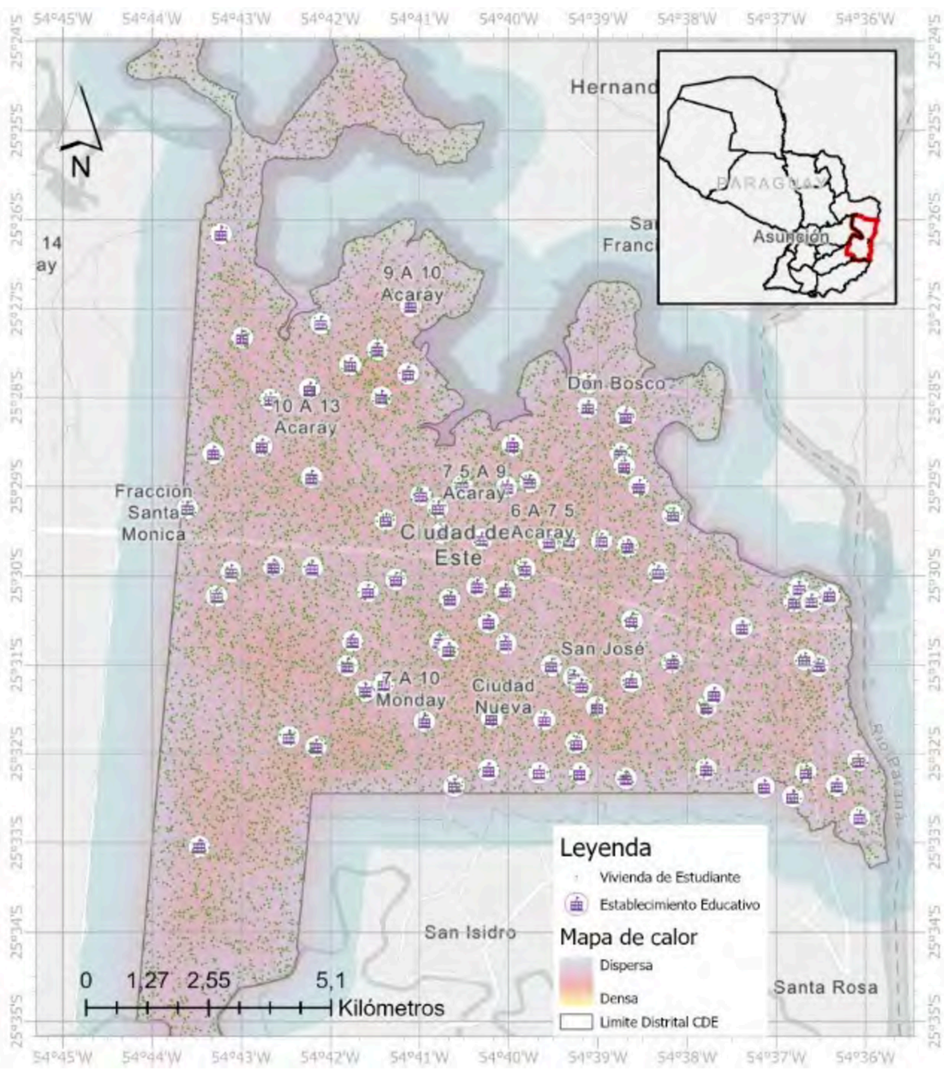

Figura 1. Ubicación de viviendas y establecimientos

[2] https://www.esri.com/en-us/home

4.3. Resultados

Dada la naturaleza del MOEA propuesto, por cada grado se han realizado 10 ejecuciones del algoritmo para el conjunto de datos descrito con una población de 100 individuos y por 100 generaciones.

Se halló un valor promedio del conjunto Pareto para cada una de las funciones objetivo, y se comparó con el valor de las mismas funciones considerando las asignaciones realizadas actualmente por el MEC. El resultado de esta comparación se puede ver en la Tabla 3.

Tabla 3. Vectores Objetivo: $y(X_{MEC})$ e $y(\overline{X})$

Grado	Vector Objetivo	Min $f_1(X)$	Min $f_2(X)$	Max $f_3(X)$
Primer	$y(X_{MEC})$	8.165	6.4812	51.028
	$y(\overline{X})$	3.301	6.458	51.921
Segundo	$y(X_{MEC})$	7.7	6.726	51.293
	$y(\overline{X})$	3.517	6.734	51.904
Tercer	$y(X_{MEC})$	6.951	6.695	51.084
	$y(\overline{X})$	2.957	6.629	52.569

Analizando los resultados obtenidos se puede destacar:

- En la función objetivo $f_1(X)$ se mejora en un 40 % el promedio de alumnos asignados por clase, considerando un óptimo teórico de 30. Esto equivale a un mayor aprovechamiento de las clases puesto que se evita la sub y sobre asignación. En las asignaciones actuales se pudo constatar que existen clases con hasta 68 o inclusive con solamente 6 alumnos por clase.
- En la $f_2(X)$ los resultados obtenidos por el algoritmo y las asignaciones actuales realizadas por el MEC no difieren significativamete, pero esta función se considera prácticamnete como no confiable puesto que el 60 % de los datos de ubicación de la vivienda de los alumnos fueron generados de manera aleatoria y no representan necesariamente la realidad.
- En $f_3(X)$ se busca maximar las asignaciones en clases con mejor nivel de infraestructura. En este sentido se mejoró las asignaciones actuales en 1 %. Esta pequeña variación se debe a que los niveles de infraestructura están distribuidos de manera bastante desigual y los establecimientos con mejor infraestructura cuentan con el total de disponibilidad ya asignada.

5. Conclusión y Líneas de trabajos Futuros

En este trabajo se ha propuesto una formulación matemática para resolver el problema de Asignación de Estudiantes a Establecimientos Educativos, implementando un nuevo algoritmo evolutivo multi-obejtivo basado en el NSGA-II para el problema AEEE.

Aplicando el algoritmo a datos de establecimientos educativos y estudiantes del primer a tercer grado, de Ciudad del Este - Paraguay, se comprobó que es posible mejorar el promedio de alumnos asignados por clase sin que esto implique un cambio en la infraestructura, simplemente que aprovechando los recursos ya disponibles y buscando aproximar las asignaciones al número de alumnos por clase recomendado pedagógicamente.

Considerando el alcance del trabajo, y las posibilidades de ampliación identificadas en el proceso de desarrollo, se propone como líneas de investigación futuras:

- Sustituir la función de minimización de distancias por minimización de tiempo de traslado, considerando medio de transporte, tipo de pavimento, entre otros.
- Incluir criterios de valoración de preferencias de los estudiantes o de los tutores para la asignación de establecimientos.
- Incorporar funciones objetivos que evaluen la diversidad étnica y socio-económica en las clases.
- Comparar experimentalmente el MOEA propuesto con otros Algoritmos Multi-Objetivo.

Referencias

[1] C. de la Nación, “Ley 1264 general de educación,” vol. 9, no. 2, pp. 25–30, 2007.

[2] M. Afacan, I. Bó, and B. Turhan, “Assignment maximization,” *SSRN Electronic Journal*, 10 2017.

[3] L. E. Agustín-Blas, S. Salcedo-Sanz, E. G. Ortiz-García, A. Portilla-Figueras, and Ángel M. Pérez-Bellido, “A hybrid grouping genetic algorithm for assigning students to preferred laboratory groups,” *Expert Systems with Applications*, vol. 36, no. 3, Part 2, pp. 7234 – 7241, 2009. [Online]. Available: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417408006635

[4] K. Baker and S. Powell, “Methods for assigning students to groups: A study of alternative objective functions,” *Journal of the Operational Research Society*, vol. 53, 04 2002.

[5] E. L. Bouzarth, R. Forrester, K. R. Hutson, and L. Reddoch, “Assigning students to schools to minimize both transportation costs and socioeconomic variation between schools,” *Socio-Economic Planning Sciences*, vol. 64, pp. 1 – 8, 2018. [Online]. Available: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0038012116301756

[6] H. Caceres, R. Batta, and Q. He, “School bus routing with stochastic demand and duration constraints,” *Transportation Science*, vol. 51, no. 4, pp. 1349–1364, 2017. [Online]. Available: https://doi.org/10.1287/trsc.2016.0721

[7] P. Schittekat, J. Kinable, K. Sörensen, M. Sevaux, F. Spieksma, and J. Springael, “A metaheuristic for the school bus routing problem with bus stop selection,” *European Journal of Operational Research*, vol. 229, no. 2, pp. 518 – 528, 2013. [Online]. Available: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221713001586

[8] E. Budish and E. Cantillon, “The multi-unit assignment problem: Theory and evidence from course allocation at harvard,” *American Economic Review*, vol. 102, no. 5, pp. 2237–71, May 2012. [Online]. Available: https://www.aeaweb.org/articles?id=10.1257/aer.102.5.2237

[9] T. Rao, A. Paleshi, G. DePuy, and B. Erenay, “A mathematical programming approach for assigning students to schools,” *61st Annual IIE Conference and Expo Proceedings*, 01 2011.

[10] T. Sönmez and M. Utku Ünver, “Chapter 17 - matching, allocation, and exchange of discrete resources,” ser. Handbook of Social Economics, J. Benhabib, A. Bisin, and M. O. Jackson, Eds. North-Holland, 2011, vol. 1, pp. 781 – 852. [Online]. Available: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780444531872000176

[11] “Aprendamos sobre: Priorización en fonacide.” https://bit.ly/3cRl62w, accedido: 01/03/2022.

[12] C. Coello, D. Veldhuizen, and G. Lamont, *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems Second Edition*, 01 2007.

[13] C. Von Lücken, A. Hermosilla, and B. Barán, “Algoritmos evolutivos para optimización multiobjetivo: Un estudio comparativo en un ambiente paralelo asíncrono,” in *X Congreso Argentino de Ciencias de la Computación*, 2004.

[14] C. A. C. Flórez, R. A. B. Ocampo, and A. M. Cabrera, “Algoritmo multiobjetivo nsga ii aplicado al problema de la mochila.” *Scientia et technica*, vol. 2, no. 39, pp. 206–211, 2008.

[15] “Portal de datos abiertos del mec,” https://datos.mec.gov.py/, accedido: 01/03/2022.