

# Analytische Methoden voor a priori Lengteschattingen van Verbindingen in Computersystemen

Dirk Stroobandt

Promotor: prof. dr. ir. J. Van Campenhout

Proefschrift ingediend tot het behalen van de graad van  
Doctor in de Toegepaste Wetenschappen: elektrotechniek

Vakgroep Elektronica en Informatiesystemen  
Voorzitter: prof. dr. ir. J. Van Campenhout  
Faculteit Toegepaste Wetenschappen  
Academiejaar 1997–1998





Aan mijn grootvader, Marcel Stroobandt,  
die gestorven is in de periode van het schrijven van deze tekst,  
en aan het ongeboren leven dat ontstaan is in dezelfde periode  
en dat van mij eind dit jaar een gelukkige 'papa' zal maken.



# Dankwoord

Dit onderzoekswerk startte in oktober 1994 met de aanvang van mijn vierjarig mandaat als aspirant van het Fonds voor Wetenschappelijk Onderzoek - Vlaanderen (F.W.O.).<sup>1</sup> Ik ben dan ook dank verschuldigd aan het F.W.O. en aan de commissieleden die mijn aanvraag voor het mandaat hebben goedgekeurd, voor het vertrouwen dat zij in mij hebben gesteld en voor de kans die ze mij hebben geboden dit onderzoek tot een goed einde te brengen. Voor de kosten van deelname aan congressen in het buitenland kon ik ook steeds rekenen op de financiële steun van een project ‘InterUniversitaire AttractiePolen’ van de overheid (IUAP-24, nadien IUAP IV-13) rond optische gegevensverwerking en optische verbindingen. De discussies met andere onderzoekers in de wereld en hun opmerkingen hebben ongetwijfeld positief bijgedragen tot dit onderzoekswerk.

Als er één iemand is die een speciale vermelding verdient voor zijn bijdrage tot mijn onderzoeksactiviteiten, dan is dat Herwig Van Marck. Hij heeft mij in de eerste plaats doen kiezen voor het onderwerp en hij heeft mij van in het begin overspoeld met nieuwe ideeën. Het eerste jaar heeft hij me ingewijd in de geheimen van de regel van Rent en de methode van Donath maar ook nadien zijn we steeds nauw blijven samenwerken. Herwig, onze talrijke discussies waren steeds een inspiratiebron voor nieuwe inzichten en jouw bijdrage in mijn onderzoekswerk heb ik steeds gewaardeerd. Ik was dikwijls een beetje ontgoocheld nadat je me in een discussie duidelijk maakte dat ik een verkeerd spoor volgde of nadat je nog maar eens de structuur van mijn bijdrage voor een conferentie ondersteboven haalde net voor de ‘deadline’. Maar je had vaak gelijk. Ik wil je oprecht bedanken voor wat je me geleerd hebt, voor de blijvende samenwerking, voor je vriendschap . . .

De tweede persoon die een belangrijke bijdrage heeft geleverd in mijn onderzoekswerk is ongetwijfeld mijn promotor, prof. Jan Van Campenhout. Ondanks zijn bijzonder drukke agenda maakte hij altijd wel wat tijd vrij om te praten over mijn onderzoek wanneer dat nodig was. Van zijn niet aflatende stroom van ideeën bleef altijd wel wat hangen en zijn gerichte vragen bij interne voor-

---

<sup>1</sup>Toen nog het Nationaal Fonds voor Wetenschappelijk Onderzoek, N.F.W.O.

drachten legden vaak hiaten in het onderzoekswerk bloot. Hij is bovendien de enige die erin geslaagd is alle hoofdstukken van deze doctoraalscriptie te doorworstelen en zijn opmerkingen hebben zeker bijgedragen tot de kwaliteit van dit werk. In het bijzonder voor het deel “stochastische modellering van het plaatsingsproces” heeft hij een aanzienlijke bijdrage. Nadat hij jarenlang bleef suggereren mijn onderzoek op een wat meer stochastische manier op te bouwen, is hij er eindelijk toch in geslaagd mij te doen inzien, tijdens het schrijven van deze tekst, dat dat wezenlijk kan bijdragen tot de kwaliteit van mijn werk.

Prof. Kurdahi, van de Universiteit van Californië in Irvine, verdient een bijzondere vermelding voor zijn warme onthaal vorige zomer. Het was tijdens mijn verblijf van drie maanden in Irvine, bij prof. Kurdahi, dat ik het onderzoek over meerpuntsnetten (hoofdstuk 6) gestart ben. De wekelijkse vergadering in zijn bureel, op dinsdag om 16 uur, liep meer dan eens uit tot na zessen en zijn intensieve begeleiding was een enorme hulp in de eerste fasen van dit onderzoek. Ik ben dan ook fier dat hij bereid bleek speciaal van het zonnige Californië naar het miezerige België te reizen om in mijn examenjury te zetelen.

*Prof. kurdahi, I really appreciate it that you are willing to travel to Belgium for being a member of my PhD examination jury and I want to thank you for your valuable suggestions on my research work on multi-terminal nets. I also won't forget your warm hospitality during my stay in Irvine.*

Drie collega's hebben bijgedragen in dit werk door verschillende hoofdstukken na te lezen op fouten en onnauwkeurigheden. Hun opmerkingen waren zeer waardevol (en soms ook grappig, hé Koen) en ik heb geprobeerd ze zo goed mogelijk in de tekst te verwerken. Bedankt Koen, Jo en Herwig, voor de vele uren naleeswerk.

Ik wil ook nog de collega's Herwig, Marnik, Jo, Henk, Joni en Wim danken voor de goede sfeer binnen de 'opto-groep' en Wilfried, Michiel, Bart, Koen en Bjorn voor de gezellige middagen in de Brug (al krijg ik daar soms één en ander te horen, nietwaar Michiel en Wilfried?)

Verder zou ik ook mijn collega's van de vakgroep willen bedanken voor hun collega-zijn, in het bijzonder iedereen die mij in de voorbije maanden vervloekt heeft omdat ik op zowat alle werkstations experimenten had lopen. Bedankt voor jullie geduld en begrip en sorry voor de overlast die ik jullie soms heb bezorgd.

Deze doctoraalscriptie heeft niet enkel gevolgen gehad op de universiteit. De drie maanden waarin deze tekst werden geschreven, zijn op zijn zachtst gezegd nogal hectisch verlopen. Drie maanden ben ik zo goed als van de aardbol verdwenen geweest en hebben een aantal mensen me zéér weinig gezien. Ik wil me dan ook verontschuldigen bij mijn familie, vrienden en kennissen die ik een beetje verwaarloosd heb in de voorbije maanden. Mijn ouders en schoonouders kunnen gerust zijn: ik leef nog en binnenkort zullen ze het bewijs nog wel eens

zien.

Eigenlijk moet ik ook mijn eigen lichaam bedanken dat het de wispelturige kuren van mijn geest zonder morren heeft aanvaard. Ondanks de vele uren slaapttekort en het wel héél onregelmatige levensritme, heeft het me niet in de steek gelaten.

Het grootste slachtoffer van mijn doctoraalkuur is echter mijn echtgenote geweest. Ze heeft me vele dagen en nog meer nachten moeten missen, maar als ik dan al eens thuis was op hetzelfde moment als zij, stond ze altijd klaar met een attentie of sprak ze me enkele bemoedigende woorden toe. Bedankt voor je steun, Mieke! Eindelijk zullen we nu wat meer tijd hebben om ons bezig te houden met de verbouwingswerken aan onze nieuwe woning, eindelijk zullen we weer wat meer tijd hebben voor elkaar. . . .

Tot slot denk ik dat het past de leden van de examenjury te danken voor de tijd die ze willen vrijmaken om mijn onderzoekswerk te beoordelen. Aan het aantal bladzijden dat volgt te zien, vrees ik dat ze aan deze tekst een behoorlijke kluiif zullen hebben. Ik wil daarom aan elk van hen een hoofdstuk van deze doctoraalscriptie opdragen: mijn promotor, prof. Van Campenhout, krijgt de eer mijn onderzoekswerk in te leiden omdat hij in zijn lessen, en ook daarbuiten, de grote promotor is van het Y-diagram van Gajski en Kuhn. Het hoofdstuk over ‘modellen’ draag ik op aan prof. De Bosschere (RUG, vakgroep ELIS) omdat hij model staat voor een nieuwe generatie proffen die veel aandacht heeft voor multimedia in zijn lessen. Het eerste hoofdstuk dat écht draadlengteschattingen behandelt, gaat naar een man van de technologie, prof. Van Calster (RUG, vakgroep ELIS). Prof. Deman (Katholieke Universiteit Leuven – IMEC) komt van verder en verdient een groter hoofdstuk. Als dank voor het feit dat hij bereid is in de leescommissie te zetelen, draag ik hoofdstuk 4 aan hem op. Hoofdstuk 5 gaat over driedimensionale architecturen en heeft daarom verbanden met de wereld van de opto-elektronica, het domein waar prof. Baets (RUG, vakgroep INTEC) zich thuis voelt. Het hoofdstuk 6 over meerpuntsnetten is uiteraard voorbehouden aan prof. Kurdahi (University of California, Irvine) omdat het daar beschreven onderzoekswerk in Irvine geboren is, tijdens mijn verblijf bij prof. Kurdahi. *Prof. Kurdahi, chapter 6 is dedicated to you since it was during my stay in Irvine that this work has been initiated.* En wie anders dan prof. Vanwormhoudt (RUG, vakgroep ELIS) verdient het hoofdstuk over toepassingen? Hij was het immers die ons allemaal heeft geleerd dat een hamer dient om op spijkers te kloppen. En het besluit. . . hou ik toch persoonlijk.

Dit proefschrift bevat ook drie bijlagen en aangezien (toevallig?) drie mensen geholpen hebben bij het nalezen, acht ik het niet meer dan logisch dat zij elk één bijlage krijgen toegewezen. Aan Herwig Van Marck draag ik de bijlage A op omdat alle programma’s die ik voor de experimenten heb gebruikt, origineel van hem komen. Bijlage B gaat naar Jo Depreitere omdat hij precies

de hoofdstukken 3, 4 en 5 heeft nagelezen waar deze bijlage bij hoort. Aan Koen Audenaert, die ongetwijfeld het meest inkt heeft verspild bij het nalezen, draag ik de grootste bijlage, bijlage C, op.

Mijn dank gaat ook uit naar Karlos Callens die gezorgd heeft voor de leuke illustraties ter inleiding van elk hoofdstuk.

Dirk Stroobandt,

Gent, 24 maart 1998.



# Inhoudsopgave

<b>Woordenlijst</b>	<b>xv</b>
<b>1 Inleiding</b>	<b>1</b>
1.1 Proloog . . . . .	2
1.2 Situering van het onderzoeksdomein . . . . .	3
1.2.1 Digitaal ontwerp . . . . .	3
1.2.2 Ontwerptrajectorie . . . . .	4
1.2.3 Plaats van dit doctoraal onderzoek in de trajectorie . . . . .	11
1.3 Doel van ons doctoraal onderzoek . . . . .	12
1.4 Drie wegen om te bewandelen . . . . .	14
1.4.1 Verbeteren van CAD-programmatuur . . . . .	15
1.4.2 Evalueren van nieuwe computerarchitecturen . . . . .	22
1.4.3 Karakterisering van schakelingen . . . . .	27
1.5 Overzicht van gepubliceerd werk . . . . .	29
1.5.1 Empirische methoden . . . . .	29
1.5.2 Procedurele methoden . . . . .	29
1.5.3 Theoretische methoden . . . . .	30
1.6 Overzicht van ons doctoraal onderzoek . . . . .	33
<b>2 Definities en Basismodellen</b>	<b>37</b>
2.1 Model voor een schakeling . . . . .	38
2.1.1 Algemeen model voor een schakeling . . . . .	38
2.1.2 Model voor het partitioneren van schakelingen . . . . .	42
2.1.3 Model voor de verbindingscomplexiteit . . . . .	45
2.1.4 Fractale dimensie van schakelingen . . . . .	47
2.1.5 Uitbreiding: lokale Rent-exponent . . . . .	56
2.2 Model voor de architectuur . . . . .	65
2.3 Model voor plaatsing en routing . . . . .	66
2.3.1 Model voor plaatsing . . . . .	66
2.3.2 Model voor routing . . . . .	68

<b>3</b>	<b>Donath's Draadlengteschattingen</b>	<b>77</b>
3.1	Overzicht van de methode . . . . .	78
3.2	Donath's hiërarchisch plaatsingsmodel . . . . .	79
3.3	Donath's schatting van de draadlengte . . . . .	81
3.4	Resultaten en analyse . . . . .	85
3.4.1	Schalingsgedrag . . . . .	85
3.4.2	Experimentele verificatie . . . . .	86
3.4.3	Hiërarchisch model voor de plaatsing . . . . .	86
3.4.4	Externe netten . . . . .	88
3.4.5	Meerpuntsnetten . . . . .	88
3.5	Globale draadlengtedistributie . . . . .	89
3.5.1	Theoretische afleiding . . . . .	90
3.5.2	Experimentele bevestiging . . . . .	92
<b>4</b>	<b>Uitbreiding Model voor de Plaatsing</b>	<b>95</b>
4.1	Rekening houden met de bezettingskans . . . . .	96
4.1.1	Beoordelen van buurcombinaties tegenover diagonaal- combinaties . . . . .	96
4.1.2	Aanpassen van de distributie van de vertrekpunten over het vertrekgebied . . . . .	97
4.1.3	Stochastische modellering van het plaatsingsproces . . . . .	97
4.1.4	Structurele distributie en bezettingskans . . . . .	100
4.1.5	Globale bezettingskans . . . . .	101
4.1.6	Lokale bezettingskans . . . . .	104
4.1.7	Nieuwe gemiddelde draadlengte . . . . .	107
4.1.8	Bespreking en resultaten . . . . .	111
4.2	Includeren van externe netten . . . . .	127
4.2.1	Belang van goede draadlengteschattingen voor externe netten . . . . .	127
4.2.2	Draadlengteberekening voor externe netten . . . . .	128
4.2.3	Rekening houden met de bezettingskans . . . . .	130
4.2.4	Bespreking en resultaten . . . . .	133
<b>5</b>	<b>Uitbreiding Model Architectuur</b>	<b>139</b>
5.1	Verovering van de derde dimensie . . . . .	140
5.2	Driedimensionale architecturen . . . . .	143
5.3	Draadlengte in driedimensionale architecturen . . . . .	145
5.3.1	Structurele distributie . . . . .	145
5.3.2	Rekening houden met de bezettingskans . . . . .	149
5.3.3	Gemiddelde draadlengte in een driedimensionaal Man- hattan-rooster . . . . .	152
5.3.4	Bespreking en resultaten . . . . .	156

5.4	Meer exotische architecturen . . . . .	167
<b>6</b>	<b>Uitbreiding Model voor de Schakeling</b>	<b>171</b>
6.1	Model voor meerpuntsnetten . . . . .	172
6.1.1	Inleiding . . . . .	172
6.1.2	Gedrag van meerpuntsnetten tijdens partitionering . . .	173
6.1.3	Netgraaddistributie van een schakeling . . . . .	178
6.1.4	Resultaten . . . . .	187
6.2	Synthetische referentieschakelingen . . . . .	195
6.2.1	Inleiding . . . . .	195
6.2.2	Generatie van referentieschakelingen . . . . .	198
6.2.3	Concrete implementatie . . . . .	202
6.2.4	Resultaten en vergelijking . . . . .	206
6.3	Lengteberekening voor meerpuntsnetten . . . . .	212
6.3.1	Schatting van de draadlengte voor meerpuntsnetten . .	213
6.3.2	Resultaten . . . . .	218
<b>7</b>	<b>Mogelijke Toepassingen</b>	<b>223</b>
7.1	Computer-ondersteund ontwerpen . . . . .	224
7.2	Evalueren van nieuwe architecturen . . . . .	227
7.3	Theoretische karakterisering van schakelingen . . . . .	228
<b>8</b>	<b>Besluit</b>	<b>231</b>
8.1	Conclusies . . . . .	232
8.1.1	Schatten van draadlengten . . . . .	232
8.1.2	Karakterisering van schakelingen . . . . .	235
8.2	Mogelijkheden voor verder onderzoek . . . . .	236
<b>A</b>	<b>Toelichting bij de Experimenten</b>	<b>241</b>
A.1	Referentieschakelingen . . . . .	242
A.2	Partitioneren van schakelingen . . . . .	247
A.2.1	Ons programma <i>ratio</i> cut . . . . .	248
A.2.2	Uitbreidingen aan het programma . . . . .	250
A.2.3	Rent-exponent(en) van de verschillende referentieschake- lingen. . . . .	253
A.3	Plaatsen van schakelingen . . . . .	256
A.3.1	Gesimuleerde uitgloeiing . . . . .	256
A.3.2	Plaatsingsprogramma . . . . .	258
A.3.3	Uitbreidingen aan het programma . . . . .	259

<b>B Toelichting bij Hoofdstukken 3, 4 en 5</b>	<b>263</b>
B.1 Aantal pinnen op een niveau $k$ . . . . .	264
B.2 Gebruik van genererende veeltermen . . . . .	265
B.2.1 Inleiding . . . . .	265
B.2.2 Opstellen van de genererende veeltermen . . . . .	266
B.2.3 Hulpstelling . . . . .	268
B.2.4 Berekening van de structurele draadlengtedistributies in twee dimensies . . . . .	272
B.2.5 Berekening van structurele distributies in drie dimensies	275
B.2.6 Continue vorm van de structurele distributies . . . . .	280
<b>C Toelichting bij Hoofdstuk 6</b>	<b>281</b>
C.1 Veronderstelling constante fractie $f$ . . . . .	282
C.1.1 Theoretische argumentatie . . . . .	282
C.1.2 Experimentele verificatie . . . . .	286
C.2 Verband tussen $f$ en $N$ . . . . .	291
C.3 Onafhankelijkheid van de keuze van de pinnen . . . . .	293
C.4 Laagste twee termen van de veeltermen . . . . .	297
C.5 Gemiddelde netgraad . . . . .	302
C.6 Berekening fractie interne netten . . . . .	305
C.7 Randvoorwaarden voor het netgeneratieproces . . . . .	307
C.7.1 Opstellen van de randvoorwaarden . . . . .	307
C.7.2 Verhouding van aantal uitgangen tot aantal pinnen . . .	313
C.7.3 Uitwerken van een noodzakelijke voorwaarde . . . . .	314
C.7.4 Wat als er een tweede gebied van Rent is? . . . . .	316
C.7.5 Samenvatting van alle voorwaarden . . . . .	320
C.8 Gemiddelde parenlengte voor meerpuntsnetten . . . . .	321
C.8.1 Parenlengte voor een buurcombinatie . . . . .	322
C.8.2 Parenlengte voor een diagonaalcombinatie . . . . .	323
C.8.3 Totale gemiddelde parenlengte . . . . .	323
<b>Symbolen</b>	<b>327</b>
<b>Korte Verklaring van enkele Begrippen</b>	<b>331</b>
<b>Bibliografie</b>	<b>338</b>
<b>Index</b>	<b>353</b>

# Tabellen

3.1	Vergelijking Donath's theorie met experimenten. . . . .	87
4.1	Gemiddelde draadlengte volgens Donath vergeleken met die volgens de methode gebaseerd op de bezettingskans, voor Donath's referentieschakelingen. . . . .	121
4.2	Gemiddelde draadlengte volgens Donath vergeleken met die volgens de methode gebaseerd op de bezettingskans, voor ISCAS85-referentieschakelingen. . . . .	122
4.3	Gemiddelde draadlengte volgens Donath vergeleken met die volgens de methode gebaseerd op de bezettingskans, voor ISCAS89-referentieschakelingen. . . . .	123
4.4	Experimentele verificatie van de gemiddelde externe draadlengte voor de ISCAS85-referentieschakelingen. . . . .	134
4.5	Experimentele verificatie van de gemiddelde externe draadlengte voor de ISCAS89-referentieschakelingen. . . . .	135
5.1	Gemiddelde draadlengte met constante en 'optimale' bezettingskans in drie dimensies. . . . .	161
5.2	Gemiddelde draadlengte in twee en drie dimensies. . . . .	165
6.1	Netgraaddistributie van de ISCAS85-referentieschakelingen. . .	190
6.2	Netgraaddistributie van de ISCAS89-referentieschakelingen. . .	191
6.3	Netgraaddistributie van de aangepaste ISCAS89-referentieschakelingen. . . . .	192
6.4	Netgraaddistributie van de overige referentieschakelingen. . . .	192
6.5	Verschillende types verbindingen in het netgeneratieproces. . .	200
6.6	Draadlengteschattingen op basis van meerpuntsnetten vergeleken met die van Donath. . . . .	219
A.1	Onmiddellijk meetbare karakteristieke gegevens: de ISCAS85-referentieschakelingen. . . . .	243

A.2	Onmiddellijk meetbare karakteristieke gegevens: de ISCAS89-referentieschakelingen. . . . .	244
A.3	Onmiddellijk meetbare karakteristieke gegevens: de aangepaste ISCAS89-referentieschakelingen. . . . .	246
A.4	Onmiddellijk meetbare karakteristieke gegevens: referentieschakelingen uit [Alp]. . . . .	246
A.5	Rent-exponent van de ISCAS85-referentieschakelingen. . . . .	253
A.6	Rent-exponent van de ISCAS89-referentieschakelingen. . . . .	254
A.7	Rent-exponent van de aangepaste ISCAS89-schakelingen. . . . .	255
A.8	Rent-exponent van de referentieschakelingen uit [Alp]. . . . .	255
C.1	Geschatte helling van het verband tussen $f$ en $B$ voor de ISCAS-referentieschakelingen. . . . .	287
C.2	Geschatte helling van het verband tussen $f$ en $B$ voor de overige referentieschakelingen. . . . .	288

# Figuren

1.1	Verschillende stappen tijdens het ontwerp van een systeem. . . . .	5
1.2	Y-diagram van Gajski en Kuhn. . . . .	6
1.3	Circuitschema in het logische structurele beschrijvingsdomein. . . . .	7
1.4	Fysische structurele beschrijving van het systeem uit figuur 1.3. . . . .	8
1.5	VLSI-ontwerptrajectorie in het Y-diagram. . . . .	9
1.6	Drie pijlers en drie richtingen van mogelijke toepassingen. . . . .	14
1.7	Ontwerptrajectorie voor het fysische ontwerp. . . . .	16
1.8	Drie pijlers van ons onderzoek. . . . .	33
2.1	Voorstelling algemeen model voor de schakeling. . . . .	39
2.2	Graafvoorstelling van een schakeling. . . . .	40
2.3	Model voor het partitioneren van een schakeling. . . . .	43
2.4	Regel van Rent. . . . .	46
2.5	Hiërarchie en zelfgelijkenis in schakelingen. . . . .	48
2.6	Berekenen van de fractale dimensie: stap 1. . . . .	50
2.7	Berekenen van de fractale dimensie: stap 2. . . . .	51
2.8	Fractale dimensie van een maasnetwerk. . . . .	54
2.9	Tweede gebied in de regel van Rent. . . . .	58
2.10	Pinlimitatie. . . . .	59
2.11	Tweede en derde gebied in de regel van Rent. . . . .	60
2.12	Lokaliteit in de ruimte. . . . .	62
2.13	Rent-gedrag van de samenvoeging van twee schakelingen. . . . .	63
2.14	Manhattan-rooster als model voor de architectuur. . . . .	65
2.15	Plaatsingsproces. . . . .	67
2.16	Routing van een meerpuntsnet. . . . .	69
2.17	De MRST voor een verzameling van vier punten. . . . .	72
3.1	Hiërarchisch model voor de plaatsing. . . . .	80
3.2	Buur- en diagonaalcombinaties. . . . .	82
3.3	Donath's gemiddelde draadlengte. . . . .	85
3.4	Schalingsgedrag van gemiddelde draadlengte. . . . .	86
3.5	Experimentele verificatie van Donath's gemiddelde draadlengte. . . . .	87

3.6	Deelarchitecturen op niveau $k$ . . . . .	90
3.7	Globale draadlengtedistributie samengesteld uit alle lokale distributies. . . . .	91
3.8	Globale draadlengtedistributie: experimentele verificatie. . . . .	93
4.1	Distributie van vertrek- en aankomstpunten: buurcombinatie. . . . .	98
4.2	Distributie van vertrek- en aankomstpunten: diagonaalcombinatie. . . . .	98
4.3	Structurele distributie van een Manhattan-rooster. . . . .	103
4.4	Structurele distributie van een Manhattan-rooster (dubbel-logaritmisch diagram). . . . .	103
4.5	Globale draadlengtedistributie van een Manhattan-rooster. . . . .	104
4.6	Buur- en diagonaalcombinaties. . . . .	108
4.7	Vergelijking vermenigvuldigingsfactor van onze methode met die van Donath. . . . .	112
4.8	Gemiddelde draadlengte per niveau als functie van $\lambda$ en $r$ . . . . .	113
4.9	Verschil werkelijke en benaderde gemiddelde draadlengte. . . . .	114
4.10	Globale draadlengtedistributie volgens Donath. . . . .	115
4.11	Globale draadlengtedistributie volgens de nieuwe methode. . . . .	115
4.12	Vergelijking tussen de beide methoden. . . . .	117
4.13	Aantal verbindingen over een snede. . . . .	118
4.14	Aantal verbindingen over opeenvolgende sneden. . . . .	119
4.15	Draadlengtedistributie na plaatsing referentieschakeling. . . . .	120
4.16	Vergelijking in functie van het aantal logische blokken. . . . .	124
4.17	Vergelijking in functie van de Rent-exponent. . . . .	125
4.18	Uitzonderlijk lange verbindingen bij ISCAS89-referentieschakelingen. . . . .	125
4.19	Verschil tussen het al dan niet includeren van externe netten. . . . .	127
4.20	Lengte van een extern net. . . . .	129
4.21	Draadlengtedistributie voor externe verbindingen. . . . .	131
4.22	Evaluatie benadering gemiddelde externe draadlengte. . . . .	133
4.23	Experimentele validatie van de theoretische externe draadlengteschattingen. . . . .	136
5.1	Pinlimitatie. . . . .	141
5.2	Driedimensionaal Manhattan-rooster. . . . .	143
5.3	Hiërarchische partitionering van de schakeling (a) en de fysische architectuur (b) voor een driedimensionale plaatsing. . . . .	144
5.4	Verschillende combinaties in een driedimensionaal Manhattan-rooster. . . . .	146
5.5	Structurele distributie van een Manhattan-rooster in drie dimensies. . . . .	150



5.6	Structurele distributie van een Manhattan-rooster in drie dimensies (dubbel-logaritmisch diagram). . . . .	150
5.7	Structurele distributie voor de kortste draadlengten. . . . .	151
5.8	Geschatte globale draadlengtedistributie van een driedimensionaal Manhattan-rooster. . . . .	152
5.9	$R(r)$ (vergelijking 5.30) tegenover de factor $15/7$ . . . . .	156
5.10	Vergelijking tussen de methode met constante bezettingskans en met bezettingskans $l^{3r-6}$ . . . . .	158
5.11	Verskil werkelijke en benaderde gemiddelde draadlengte. . . . .	159
5.12	Draadlengtedistributie, na plaatsing referentieschakeling 'c3540'. . . . .	160
5.13	Gemiddelde draadlengte: vergelijking in functie van het aantal logische blokken. . . . .	162
5.14	Gemiddelde draadlengte: vergelijking in functie van de Rent-exponent. . . . .	163
5.15	Vergelijking tweedimensionaal met driedimensionaal, in functie van $G$ . . . . .	166
5.16	Vergelijking tweedimensionaal met driedimensionaal, in functie van $r$ . . . . .	167
5.17	Model anisotrope architectuur: hoekpunten. . . . .	168
5.18	Model anisotrope architectuur: randen. . . . .	169
5.19	Omweg voor draden in kanalen derde dimensie. . . . .	170
6.1	Aantal doorgeknijpte netten op niveau $k$ . . . . .	174
6.2	Samenvoegen van modules op niveau $k$ . . . . .	180
6.3	Genormaliseerde interne netgraaddistributie ( $r = 0,6; f = 0,6$ ). . . . .	183
6.4	Genormaliseerde interne netgraaddistributie ( $r = 0,6; f = 0,8$ ). . . . .	184
6.5	Genormaliseerde interne netgraaddistributie ( $r = 0,8; f = 0,6$ ). . . . .	184
6.6	Opgemeten versus theoretisch voorspelde netgraaddistributie: referentieschakeling 's953'. . . . .	187
6.7	Opgemeten versus theoretisch voorspelde netgraaddistributie: referentieschakeling 'industry3'. . . . .	188
6.8	Opgemeten versus theoretisch voorspelde netgraaddistributie: referentieschakeling 's35932'. . . . .	193
6.9	Netgeneratieproces. . . . .	199
6.10	Rent-gedrag van gegenereerde schakelingen na partitioneren. . . . .	204
6.11	Vergelijking tussen de gegenereerde referentieschakeling en de originele: Rent-gedrag. . . . .	207
6.12	Vergelijking tussen de gegenereerde referentieschakeling en de originele: netgraaddistributie. . . . .	209
6.13	Vergelijking tussen gn1 en rmc: Rent-gedrag. . . . .	210
6.14	Vergelijking tussen gn1 en rmc: netgraaddistributie. . . . .	211
6.15	Wanneer behoort een meerpuntsnet tot een hiërarchieniveau $k$ ? . . . . .	214

6.16	Gemiddelde draadlengte met meerpuntsnetten in functie van $G$ .	218
6.17	Gemiddelde draadlengte met meerpuntsnetten in functie van $r$ .	220
A.1	Initiële partitionering.	249
B.1	Twee samenvallende kettingen van punten.	267
B.2	Twee naast elkaar liggende kettingen van punten.	268
B.3	Kleine-diagonaalcombinatie.	268
B.4	Buur- en diagonaalcombinaties.	272
B.5	Manhattan-rooster met zijde $\lambda$ .	275
B.6	Combinaties in een driedimensionaal Manhattan-rooster.	276
B.7	Driedimensionaal Manhattan-rooster met zijde $\lambda$ .	279
C.1	Doorknippen van verbindingen op niveau $k$ .	285
C.2	Fractie interne netten op elk hiërarchieniveau (referentieschakeling 'industry3').	289
C.3	Fractie interne netten op elk hiërarchieniveau (referentieschakeling 's35932').	290
C.4	Fractie interne netten op elk hiërarchieniveau (referentieschakeling 's38584.1').	290
C.5	Opgemeten netgraaddistributie.	294
C.6	Netgeneratieproces.	308
C.7	Stuksgewijs lineair Rent-gedrag.	317
C.8	Buur- en diagonaalcombinaties voor meerpuntsnetten.	321

# Woordenlijst

Bij de realisatie van dit proefschrift werd een ernstige inspanning gedaan om zoveel mogelijk de Nederlandse terminologie te gebruiken. Dit is niet eenvoudig omdat wij de Engelse terminologie meer gewoon zijn, de Nederlandse terminologie verre van gestandaardiseerd is en het vaak moeilijk is om een geschikte Nederlandse term te vinden die precies de inhoud van een begrip weergeeft.

Een drietal boeken zijn bijzonder behulpzaam geweest bij het opsporen van de Nederlandse terminologie:

- (i) Het *Woordenboek micro-elektronica Engels, Russisch, Duits, Frans, Nederlands* is een uiterst handig woordenboek [Pro91] dat ongeveer 10.000 Engelse termen bevat met hun equivalenten in de overige vier talen. De opgenomen terminologie heeft betrekking op het gehele productieproces van de onderscheiden types geïntegreerde schakelingen: vanaf de kweek van het kristalmateriaal tot en met het testen van het eindproduct.
- (ii) *Kluwer's woordenboek informatica Nederlands-Engels Engels-Nederlands* is een degelijk boek [Bak85] dat zich vooral richt op de meer algemene terminologie in de informatica. Het bevat de vertaling van een 12.000 termen.
- (iii) *Computer Jargon* van Hein van Steenis [vS91] verklaart een 2500 vaak gebruikte computertermen.

Er is ook een inspanning gedaan de nieuwe Nederlandse spelling toe te passen. Hiervoor werd eveneens gebruik gemaakt van de *Woordenlijst Nederlandse taal* (het 'Groene Boekje' [INL96]) en van het *Groot Woordenboek der Nederlandse Taal* (de 'dikke van Dale') [GH95].

Om de lezer een houvast te bieden bij het lezen van dit proefschrift wordt hier een vertalende woordenlijst ingelast van die woorden waar het verband tussen de Nederlandse en de Engelse term niet meteen duidelijk is. Achteraan dit doctoraal proefschrift is een lijst te vinden met de meest frequent voorkomende begrippen en hun in deze tekst gebruikte definitie, evenals een verwijzing naar de bladzijde in deze tekst waar het begrip gedefiniëerd wordt. Voor de symbolen is een gelijkaardige lijst opgenomen.

<b>Nederlandse term</b>	<b>Engelse term</b>
aansluitpunt	terminal
bezettingskans	occupancy distribution
bron	source
centrale verwerkingseenheid	central processing unit
computer-ondersteund ontwerpen	computer-aided design
contacteervlakje	bond pad
deelschakeling	sub-design
direct toegankelijk geheugen	random-access memory
door de gebruiker programmeerbare draad	field-programmable wire
draadcontactering	wire bonding, wire bond
draadgecontacteerde chip	wire-bonded chip
draadlengte	interconnection length, wire length
draadlengtedistributie	wire length distribution
gegevens	data
gegevensoverdracht	data transfer
gesimuleerde uitgloeijing	simulated annealing
grondplanontwerp	floorplanning
intern net	internal net
kanaal	channel
lay-out ontwerp	layout design
lay-outontwikkeling	layout generation
maasnetwerk	mesh
machtsfunctie	power law
meerpuntsnet	multi-terminal net
monster	sample
net graad	net degree
netlijst	netlist
omschakelfunctie	switching function
omsluitend kader	bounding box
ontwerp	design
ontwerpgraaf	design graph
opspannende boom	spanning tree
plaatsing	placement
plaatsingsprogramma	placer
poort	gate
poortenrooster	gate array
poortenzee	sea of gates
proefexemplaar	sample
rechthoekige Steiner-boom	rectilinear Steiner tree

referentieschakeling	benchmark
routing	routing
routeringsprogramma	routing program
schakeling	design
schootcomputer	laptop
snede	cut
(onderlinge) verbinding	interconnection
verbindingencomplexiteit	interconnection complexity
verbindingendichtheid	interconnection density
verbindingsgat	via (hole)
verbindingslaag	interconnection layer
verbindingspatroon	interconnection layout, wire routing
verbindingsschema	interconnection network
verbindingsstructuur	interconnection structure
wafel	wafer
zeer grootschalige integratie	very large-scale integration

**Engelse term**

benchmark  
bond pad  
bounding box  
central processing unit  
channel  
computer-aided design  
cut  
data  
data transfer  
design  
design graph  
field-programmable  
floorplanning  
gate  
gate array  
interconnection  
interconnection complexity  
interconnection density  
interconnection layer  
interconnection layout  
interconnection length  
interconnection network  
interconnection structure  
internal net  
laptop  
layout design  
layout generation  
mesh  
multi-terminal net  
net degree  
netlist  
occupancy distribution  
placement  
placer  
power law  
random-access memory  
rectilinear Steiner tree  
routing  
routing program  
simulated annealing

**Nederlandse term**

referentieschakeling  
contacteervlakje  
omsluitend kader  
centrale verwerkingseenheid  
kanaal  
computer-ondersteund ontwerpen  
snede  
gegevens  
gegevensoverdracht  
ontwerp, schakeling  
ontwerpgraaf  
door de gebruiker programmeerbare  
grondplanontwerp  
poort  
poortenrooster  
(onderlinge) verbinding  
verbindingencomplexiteit  
verbindingendichtheid  
verbindingslaag  
verbindingspatroon  
draadlengte  
verbindingsschema  
verbindingstructuur  
intern net  
schootcomputer  
lay-outontwerp  
lay-outontwikkeling  
maasnetwerk  
meerpuntsnet  
netgraad  
netlijst  
bezettingskans  
plaatsing  
plaatsingsprogramma  
machtsfunctie  
direct toegankelijk geheugen  
rechthoekige Steiner-boom  
routering  
routeringsprogramma  
gesimuleerde uitgloeijing

sample	monster, proefexemplaar
sea of gates	poortenzee
source	bron
spanning tree	opspannende boom
sub-design	deelschakeling
switching function	omschakelfunctie
terminal	aansluitpunt
very large-scale integration	zeer grootschalige integratie
via (hole)	verbindingsgat
wafer	wafel
wire	draad
wire bond	draadcontactering
wire-bonded chip	draadgecontacteerde chip
wire bonding	draadcontactering
wire length	draadlengte
wire length distribution	draadlengtedistributie
wire routing	verbindingspatroon

# Hoofdstuk 1

## Inleiding

Het Y-diagram van Gajski. Toch handig zo'n ding.



*In dit inleidend hoofdstuk situeren we het in deze doctoraalscriptie voorgestelde onderzoek binnen de wereld van het digitaal ontwerp. We bestuderen daartoe de cyclus van het digitaal ontwerp van computersystemen (aan de hand van het Y-diagram van Gajski en Kuhn) en geven de plaats aan waarin dit onderzoekswerk past. Met deze achtergrondkennis wordt daarna het hoofddoel van deze doctoraalscriptie – het vinden van methoden voor het nauwkeuriger schatten van draadlengten – toegelicht.*

*Het doel van dit onderzoekswerk kadert in drie toepassingsdomeinen: het computer-ondersteund ontwerpen, het evalueren van nieuwe computerarchitecturen en het onderzoek naar de eigenschappen van digitale schakelingen. Voor elk van deze domeinen bespreken we de rol die dit doctoraal onderzoek er kan spelen en geven we aan waar de klemtonen in de rest van de tekst zullen gelegd worden.*

*We beëindigen dit hoofdstuk met een overzicht van aan dit proefschrift voorafgaande publicaties en een toelichting bij de indeling van deze tekst.*

## 1.1 Proloog

In dit doctoraal proefschrift ligt de klemtoon op het verbeteren van a priori schattingen van draadlengten in computersystemen enerzijds en op het nauwkeuriger modelleren van digitale schakelingen anderzijds.

- Op het gebied van het schatten van draadlengten ligt de belangrijkste bijdrage van ons doctoraal onderzoek in een nieuw model voor een ‘optimale’ plaatsing van een digitale schakeling in een fysische (computer)-architectuur. Door dit nieuwe model te combineren met Donath’s model voor een hiërarchische partitionering en plaatsing [Don79], vinden we een nauwkeuriger schatting van draadlengten voor willekeurige systemen met een bepaalde verbindingscomplexiteit. We breiden dit model verder uit door het in rekening brengen van de chiprand en de verbindingen die componenten uit het inwendige van de chip met die rand verbinden. Ook het toepassen van dit model op driedimensionale schakelingen komt aan bod.

De nieuwe draadlengteschattingen zijn bruikbaar voor de plaatsings- en routeringsprogrammatuur die gebruikt wordt voor het computer-ondersteund ontwerpen (CAD<sup>1</sup>) van zeer complexe geïntegreerde digitale schakelingen (VLSI<sup>2</sup>) enerzijds en voor het evalueren van nieuwe computerarchitecturen anderzijds.

---

<sup>1</sup>Engels: ‘Computer-Aided Design’.

<sup>2</sup>Engels: ‘Very Large-Scale Integration’.

- Bij het modelleren van digitale schakelingen speelt de verbindingscomplexiteit een zeer belangrijke rol. Deze verbindingscomplexiteit wordt beschreven door de zogenaamde ‘regel van Rent’ en de ‘Rent-exponent’ [LR71]. In dit doctoraal onderzoekswerk leveren we een bijdrage tot het inzicht in deze regel door het vastleggen van een verband tussen de Rent-exponent en een mogelijke fractale dimensie van schakelingen, een voorstel om de regel van Rent uit te breiden met een lokale Rent-exponent en het invoeren van een ‘derde gebied van Rent’.<sup>3</sup> De belangrijkste bijdrage van ons doctoraal onderzoek over het modelleren van digitale schakelingen ligt echter in het ontwikkelen van een volledig nieuw model voor het partitioneergedrag van meerpuntnetten. Dit model leidt tot een nieuwe parameter voor schakelingen die een aparte plaats verdient naast de Rent-exponent en die volledig de verdeling van de netgraad over de netten in de schakeling beschrijft.

Het nieuwe model voor meerpuntnetten geeft onmiddellijk aanleiding tot een methode voor het genereren van referentieschakelingen enerzijds en tot nieuwe draadlengteschattingen anderzijds.

In de verschillende hoofdstukken gaan we in detail op elk van deze bijdragen in maar eerst situeren we ons onderzoekswerk binnen het ruimer geheel van het digitaal ontwerp en geven we inhoud aan de begrippen die we hiervoor reeds hebben vermeld.

## 1.2 Situering van het onderzoeksdomein

### 1.2.1 Digitaal ontwerp

De discipline van *digitaal ontwerp* stelt zich tot doel digitale systemen te realiseren die een vooropgegeven functionaliteit vervullen, met inachtnaam van bijkomende randvoorwaarden zoals b.v. niet meer dan een vooropgegeven prijskosten of sneller zijn dan een opgegeven minimum.

Sinds de opkomst van digitaal ontwerp in de jaren '50 en '60 evolueerde de discipline van de integratie van enkele transistors (SSI<sup>4</sup>) over MSI<sup>5</sup> en LSI<sup>6</sup> tot de integratie van miljoenen transistors in chips van de huidige generatie (VLSI<sup>7</sup>). Deze bijzondere evolutie hebben de digitale elektronische systemen te danken aan de opkomst van de digitale computer die tegenwoordig in zowat

---

<sup>3</sup> Het tweede gebied van Rent werd, evenals de regel van Rent zelf, beschreven in [LR71].

<sup>4</sup> Engels: ‘Small-Scale Integration’.

<sup>5</sup> Engels: ‘Medium-Scale Integration’.

<sup>6</sup> Engels: ‘Large-Scale Integration’.

<sup>7</sup> Engels: ‘Very Large-Scale Integration’.

elk huisgezin te vinden is en onze leefwereld gevoelig heeft veranderd. VLSI-ontwerp heeft de rekenkracht van een supercomputer, die nog niet zo lang geleden een hele kantoorruimte in beslag nam, bereikbaar gemaakt voor een draagbare schootcomputer. En deze trend zet zich onverminderd voort, steeds sneller en sneller. Men spreekt nu reeds over ULSI<sup>8</sup> met nog hogere integratiedichtheden en ASIC's<sup>9</sup> met meer dan 200 miljoen transistors [DM97, SIA94]. De prestaties van microprocessors zijn dan ook spectaculair toegenomen van 0,03 MIPS (miljoen instructies per seconde) voor Intel's 8008 microprocessor in 1972 tot meer dan 400 MIPS voor de Alpha microprocessor in 1992 [SBP95], dit is dus meer dan 10.000 keer meer rekenkracht op een periode van 20 jaar.

We geven hierna een overzicht van de belangrijkste stappen in het ontwerp van een digitaal circuit en zullen ons doctoraal onderzoek hierin kaderen. Voor een volledig uitgewerkt overzicht van digitaal ontwerp wordt verwezen naar [VC96, She97].

## 1.2.2 Ontwerptrajectorie

### Ontwerpstappen

Om een digitaal systeem te ontwerpen, zijn een aantal stappen nodig. Deze worden aanschouwelijk voorgesteld in de figuur 1.1. Het ontwerp start met een formele specificatie van het te ontwerpen systeem, gaat via het functioneel, het logisch en het circuitontwerp tot het eigenlijke fysisch ontwerp. Het is in deze laatste ontwerpstep dat het in deze tekst voorgestelde onderzoekswerk zijn plaats vindt. De eigenlijke fabricatie en het testen van de chip leiden uiteindelijk tot het eindproduct.

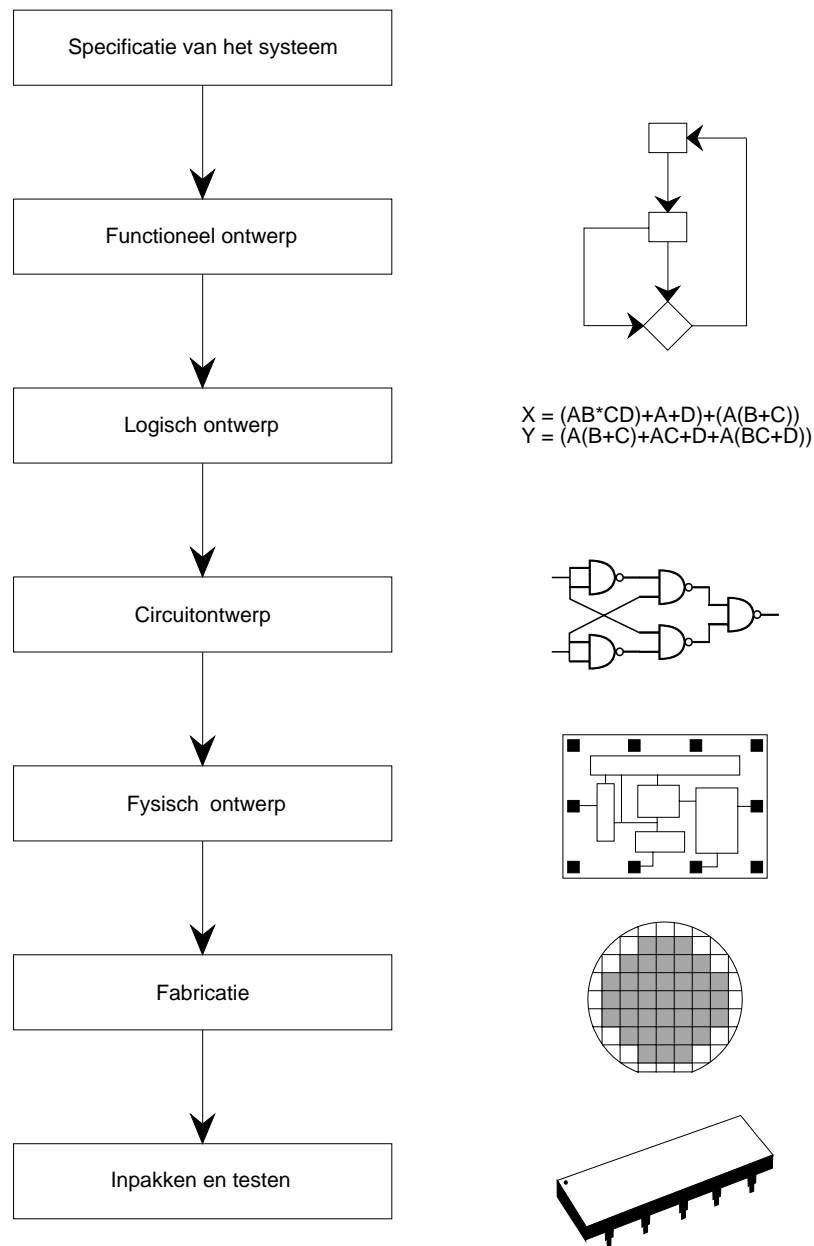
### Ontwerpruimte

Om een idee te krijgen over het geheel van de verschillende ontwerpstappen en de plaats van het fysisch ontwerp daarin, bespreken we deze stappen hierna kort. We zullen daarbij ook het te ontwerpen systeem bekijken vanuit verschillende invalshoeken. Elk van deze invalshoeken onthult sommige eigenschappen van het systeem maar verbergt er andere. Een manier om dit voor te stellen bestaat erin het systeem te zien als een 'punt' in een 'meerdimensionale ruimte' en de verschillende invalshoeken te beschouwen als 'projecties' langs goed gekozen richtingen. De aanhalingstekens in vorige zin werden gebruikt om te benadrukken dat we deze metafoor niet al te letterlijk mogen nemen, zeker niet in de wiskundige betekenis.

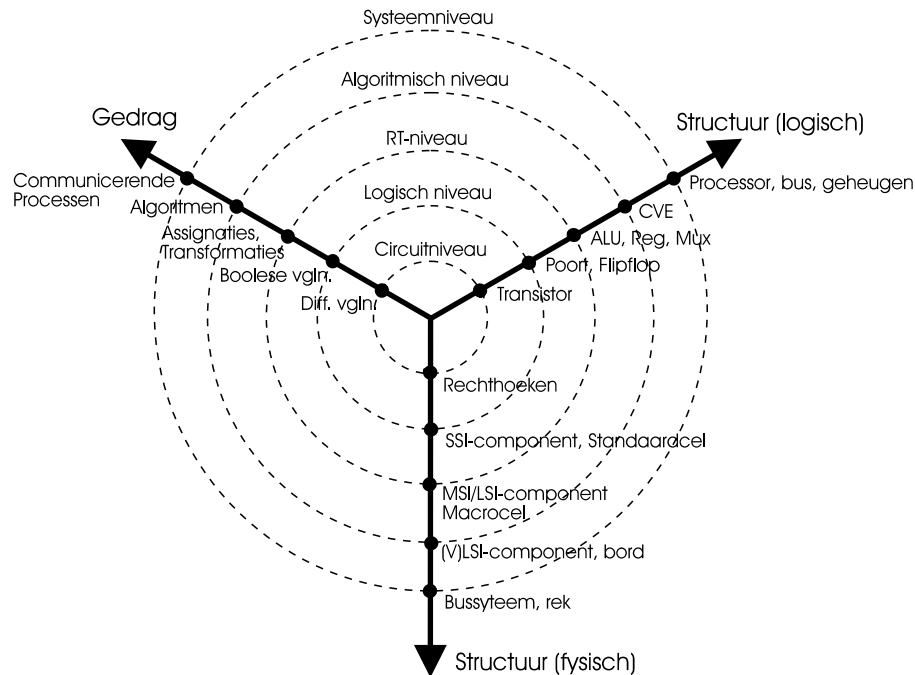
De dimensies die gebruikt worden om digitale systemen voor te stellen, komen overeen met de gezichtspunten van waaruit ontwerpers het systeem in

<sup>8</sup>Engels: 'Ultra Large-Scale Integration'.

<sup>9</sup>Engels: 'Application Specific Integrated Circuit'.



Figuur 1.1: De verschillende stappen tijdens het ontwerp van een digitaal systeem (naar [She97]).



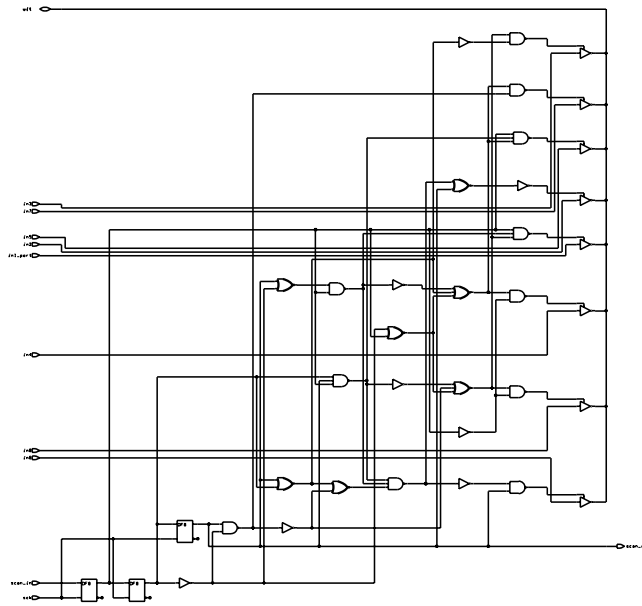
Figuur 1.2: De ontwerpruimte: het Y-diagram van Gajski en Kuhn.

de verschillende ontwerpstadia bekijken. Deze kunnen worden voorgesteld in het *Y-diagram* van Gajski en Kuhn [GK83, VC96], weergegeven in figuur 1.2.

De eerste invalshoek voor het bekijken van systemen is het *gedrag* van het systeem. Dit is de relatie die het systeem moet realiseren tussen zijn in- en uitgangen, gemodelleerd als een functie van de tijd. Het is duidelijk dat het functionele en het temporele gedrag essentieel zijn. Echter ook de vermogensdissipatie en het foutgedrag behoren tot het gedragsdomein.

We kunnen een systeem ook beschrijven door zijn *logische structuur*. In deze beschrijving wordt het logisch model van een circuit beschreven dat het gewenste gedrag vertoont. Daar waar een gedragsbeschrijving zegt *wat* het systeem doet, beschrijft een structuurbeschrijving *hoe* dit gedrag gerealiseerd wordt door een structuur die samengesteld is uit primitievere bouwstenen. Deze invalshoek wordt de *logische structurele dimensie* genoemd. In deze beschrijvingsdimensie vinden we typisch blokdiagrammen, circuitschema's en logische diagrammen. Een voorbeeld van een circuitschema is weergegeven in figuur 1.3.

De laatste beschrijvingsdimensie toont de *fysische structuur* van het systeem in een bepaalde technologie. De geometrische aspecten van het systeem, zoals lengte, doorsnede, oppervlakte, volume, ... worden pas zichtbaar in dit domein. De geometrische representatie van een circuit wordt de *lay-out* ge-



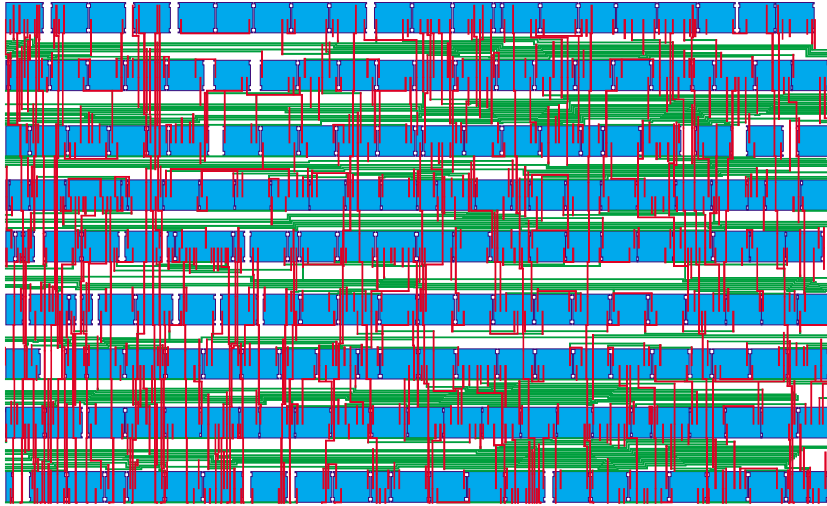
Figuur 1.3: Circuitschema in het logische structurele beschrijvingsdomein.

noemd en het proces van het vinden van een lay-out de *lay-outontwikkeling*. De fysische structuur van het systeem uit figuur 1.3, na de lay-outontwikkeling, is voorgesteld in figuur 1.4.

Men moet bij dit onderscheid in systeembeschrijvingen wel steeds voor ogen houden dat de systeemeigenschappen die zichtbaar zijn in de verschillende projecties *niet* onafhankelijk zijn van elkaar. Zo krijgen belangrijke aspecten van de verbindingen die behoren tot het gedragsdomein, zoals de looptijd, karakteristieke impedantie en capaciteit van de verbinding, hun waarden in het fysische domein waar de relevante fysische en geometrische grootheden hun intrede doen.

### Ontwerphiërarchie

De afmetingen (in aantal componenten) en complexiteit van systemen overspannen een bijzonder groot bereik. De fysische dimensies en het aantal transistors in een systeem kunnen bijvoorbeeld over verschillende grootte-orden variëren. Om deze grote variaties de baas te kunnen, gebruiken ontwerpers het concept *hiërarchie*. Op die manier is het mogelijk de voorstelling van (delen van) het systeem op elk niveau overzichtelijk te houden. Als gevolg van deze werkwijze vinden we voor elk van de drie beschrijvingsdimensies in het Y-diagram een hiërarchische structuur terug. De hiërarchieniveaus die men normalerwijze



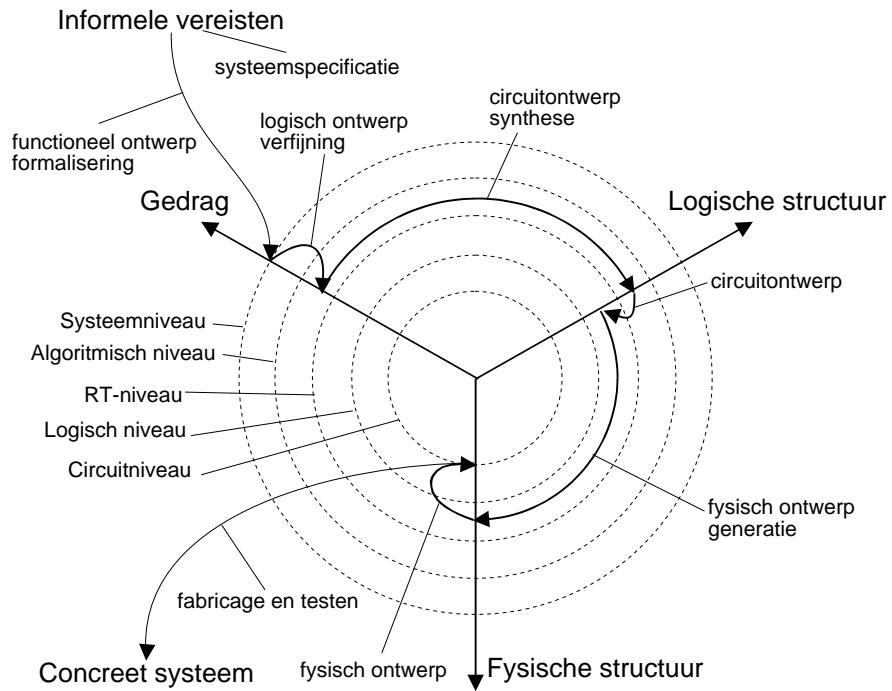
Figuur 1.4: Fysische structurele beschrijving van het systeem uit figuur 1.3.

onderscheidt in VLSI-systemen zijn (zie figuur 1.2): het *systeemniveau*, het *algoritmisch niveau*, het *registertransfervniveau* (RT-niveau), het *logisch niveau* en het *circuitniveau*. Alhoewel geen van deze niveaus een zeer strikte definitie of afijning heeft, blijkt hun nut vooral te liggen op het gedragsdomein en het domein van de logische structuur. De terminologie in digitaal systeemontwerp blijkt goed te passen bij de verschillende hiërarchieniveaus in het Y-diagram (figuur 1.2). De hiërarchische opbouw van systemen heeft ook belangrijke implicaties die ons zullen helpen bij de karakterisering van systemen. In hoofdstuk 2 wordt uitgebreid op het begrip ‘hiërarchie’ ingegaan.

### Ontwerptrajectorie

De hele ontwerpcyclus uit figuur 1.1 doorloopt een trajectorie in het Y-diagram, weergegeven in figuur 1.5:

1. Het ontwerpproces start met de *steemspecificatie*. Dit is een representatie van het systeem op hoog niveau en hoort nog niet echt thuis in het Y-diagram. De factoren die in aanmerking genomen worden zijn: prestatie, functionaliteit en de fysische dimensies. Het eindresultaat is een aantal specificaties voor de grootte, de snelheid, het vermogen en de functionaliteit van het VLSI-systeem. Deze steemspecificatie is informeel omdat bij de formulering ervan gebruik gemaakt wordt van natuurlijke taal, diagrammen, schetsen, enz. Meestal is ze ook niet compleet en kent men op dat ogenblik nog niet alle details van het gedrag van het te realiseren systeem.



Figuur 1.5: VLSI-ontwerptrajectorie in het Y-diagram.



2. Het informele karakter van de systeemspecificatie (b.v. in gewone tekst) is onbruikbaar voor de geautomatiseerde methoden waarvan men in digitaal ontwerp gebruikt maakt. Daarom is er nood aan een formele beschrijving van het *gedrag* van het te ontwerpen systeem. Dit is meteen de eerste invalshoek voor het bekijken van systemen (figuur 1.2). De formele beschrijving gebeurt in de *functionele ontwerpfase*.
3. In de fase van het *logisch ontwerp* worden de aritmetische en logische operaties die het gedrag van het functioneel ontwerp realiseren, afgeleid en getest. De beschrijving ervan gebeurt meestal in een hardware-beschrijvings-taal (zoals VHDL of Verilog) en kan gebruikt worden voor simulatie en verificatie van het gedrag. De beschrijving bevat Boolese uitdrukkingen en tijdsinformatie. De Boolese uitdrukkingen worden geminimaliseerd om het kleinst mogelijke logisch ontwerp te verkrijgen dat nog hetzelfde gedrag vertoont als het functioneel ontwerp. Deze stap noemt men *verfijning*.
4. De volgende stap in het ontwerp, de *synthese*, is de transformatie van de gedragsbeschrijving naar een structurele beschrijving. In deze beschrijvingsdimensie gebeurt het *circuitontwerp*, in het Engels ook vaak ‘Technology Mapping’ genoemd omdat de functies afgebeeld worden op bouwblokken uit een bepaalde bibliotheek van componenten uit een vooraf gekozen technologie. Merk op dat ook op het logische beschrijvingsdomein nog geen geometrische aspecten aan bod komen.
5. De laatste stap in de ontwerpfase is de overgang van de logische structuur naar een *fysische structuur* in een bepaalde technologie. Het is pas tijdens deze ontwerpstep, de *generatie* of de *fysische ontwerpfase*, dat het systeem zijn uiteindelijke vorm krijgt als een chip, een bord, moederbord of kast en dat de verbindingen hun vaste vorm als effectieve (fysische) *draad* krijgen. De exacte details van de lay-out (de geometrische representatie van het ontwerp) zijn afhankelijk van de ontwerpregels, een aantal richtlijnen die gebaseerd zijn op de beperkingen van het fabricatieproces en de (elektrische) eigenschappen van de fabricatiematerialen. De fysische ontwerpfase is een zeer complex proces dat gewoonlijk in verschillende deelstappen wordt opgesplitst. Omdat dit doctoraal onderzoek precies in deze fase belangrijk wordt, gaan we hier verder in de tekst uitgebreider op in.
6. De laatste twee stappen, de *fabricatie* (het overbrengen van de lay-out op de *wafel*<sup>10</sup>) en het *testen* van het systeem, behoren niet echt meer tot de ontwerptrajectorie maar zijn uiteraard essentieel om uiteindelijk een correct werkend systeem te krijgen.

---

<sup>10</sup>Engels: ‘wafer’.

De volledige ontwerptrajectorie wordt in alle beschrijvingsdimensies geregeld onderbroken en bevat iteraties, zowel binnen één enkele ontwerpstep als tussen verschillende stappen. Deze zijn nodig om op elk niveau het geheel te optimaliseren en te verifiëren of het ontwerp nog steeds voldoet aan de specificaties. Zo zal b.v. de lay-outontwikkeling van een systeem iteratief verbeterd worden om aan de tijdsspecificaties te kunnen voldoen.

### 1.2.3 Plaats van dit doctoraal onderzoek in de ontwerptrajectorie

Het onderzoek dat in dit doctoraal proefschrift beschreven wordt, past volledig in de fase van het fysisch ontwerp, dus bij de generatie van de fysische structuur uit de logische structuur.

Vanaf nu spreken we van *schakelingen* wanneer we het hebben over systemen, bekeken vanuit het gezichtspunt van de logische structuur (zie Gajski's Y-diagram in figuur 1.2), dus vóór de effectieve implementatie in een fysische structuur. We maken wel geen onderscheid naargelang het niveau waarop de schakeling bekeken wordt. Schakelingen kunnen dus zowel een verzameling van individuele transistors zijn (circuitniveau) als een verzameling van met elkaar verbonden computersystemen (systeemniveau). Het niveau waarop we de schakeling bekijken is van ondergeschikt belang voor ons onderzoekswerk.

Het medium waarin (het substraat waarop) de schakeling uiteindelijk zal geïmplementeerd worden, samen met de belangrijkste eigenschappen die door de technologie bepaald worden (zoals b.v. minimale afmetingen van componenten en draden), noemen we de *fysische architectuur*.

Het implementeren van de schakeling in de fysische architectuur wordt algemeen omschreven als de *lay-outontwikkeling*.

Met deze definities hebben we meteen de drie pijlers ontdekt waarop de fysische ontwerpgeneratie en dit doctoraal onderzoek steunen: *de schakeling, de fysische architectuur en de lay-outontwikkeling*. De kwaliteit van elk van hen is cruciaal voor het uiteindelijke eindresultaat. De schakeling moet aan alle systeemspecificaties voldoen. Dit vereist dat alle voorgaande stappen in de ontwerptrajectorie goed zijn uitgevoerd. De fysische architectuur moet voldoende mogelijkheden hebben om de schakeling erin te kunnen implementeren zonder dat dit nefaste gevolgen heeft voor de systeemspecificaties. De architectuur moet dus 'geschikt' zijn voor het implementeren van de schakeling. Uiteraard zijn een 'goede' schakeling en een 'geschikte' architectuur nog weinig waard als de lay-outontwikkeling niet in staat is een goede implementatie van de schakeling in de architectuur te vinden. We kunnen ongetwijfeld stellen dat de lay-outontwikkeling daarom de belangrijkste stap uit het ontwerpproces is.

### 1.3 Doel van ons doctoraal onderzoek

*Het hoofddoel van het in deze doctoraalscriptie gepresenteerde onderzoek is methoden te ontwikkelen voor het nauwkeurig(er) schatten van draadlengten in computersystemen. Zoals reeds eerder gesteld, heeft het begrip ‘draadlengte’ maar betekenis in de fysische structurele beschrijving van een ontwerp, dus ná de lay-outontwikkeling van een schakeling in een fysische architectuur. Toch zullen we voor onze schattingen niet veronderstellen dat de lay-outontwikkeling van een schakeling in een fysische architectuur reeds is gebeurd (zelfs niet ten dele). Ons onderzoek spitst zich toe op *a priori* schattingen, nog vóór ook maar één stap van de lay-outontwikkeling plaats heeft. We zullen daarom steunen op een *model voor de lay-outontwikkeling*.*

Belangrijk is ook dat we niet de intentie hebben schattingen te geven voor een specifieke schakeling of een specifieke architectuur maar wel voor een amalgaam van verschillende schakelingen of architecturen, gekarakteriseerd door bepaalde eigenschappen. Daarom werken we ook met een *model voor de schakeling* en een *model voor de architectuur*.

Deze drie modellen – voor de lay-outontwikkeling, de architectuur en de schakeling – vormen de drie pijlers waarop onze methoden voor het schatten van draadlengten steunen en de ruggegraat van de structuur van deze scriptie.

De keuze van de draadlengte als belangrijkste te schatten parameter in een ontwerp is geïnspireerd op het feit dat de draadlengte een belangrijke invloed heeft op vele andere ontwerpparameters zoals

- **looptijd:** de lengte van de draden staat rechtstreeks in verband met de looptijd van de signalen in de verbindingen. Systemen waarbij de draden korter zijn, kunnen met een sneller kloksignaal worden aangestuurd. De relatieve invloed van de draden op de maximale klokfrequentie (de looptijd door een component draagt ook bij tot de totale looptijd) stijgt nog door de steeds verder doorgedreven miniaturisatie. De lengte van de draden op een chip stijgt immers sneller dan de integratiegraad en miniaturisatie van draden is moeilijk omwille van beperkingen als gevolg van Ohmse weerstand, elektro-migratie en de opbrengst van het productieproces [Key82]. Met afnemende minimale afmetingen stijgt de looptijd per eenheidslengte van de verbindingen drastisch. Zo is b.v. in een  $7\mu\text{m}$  NMOS-technologie<sup>11</sup> de weerstand per eenheidslengte  $21\ \Omega/\text{cm}$ ; voor een  $0,35\mu\text{m}$  CMOS-technologie<sup>12</sup> is de weerstand per eenheidslengte gestegen tot  $2.440\ \Omega/\text{cm}$  [KR95, SBP95]. Als gevolg van deze evolutie is reeds bijna 60% van de vertraging in de paden een gevolg van looptijd in de draden [She97].

<sup>11</sup>NMOS staat voor n-kanaals MOS (Engels: ‘Metal Oxide Semiconductor’).

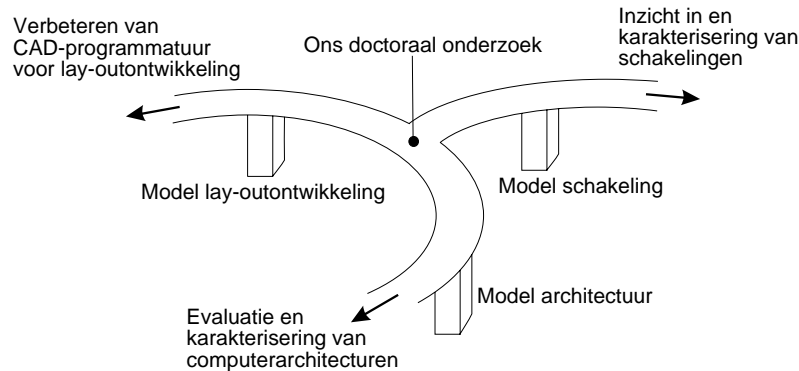
<sup>12</sup>CMOS staat voor ‘Complementary Metal Oxide Semiconductor’.

- **oppervlakte-inname:** de benodigde chipoppervlakte wordt niet enkel bepaald door de oppervlakte van de verschillende basiscomponenten en het aantal van deze componenten dat we wensen te gebruiken. Een belangrijk deel van de oppervlakte wordt gebruikt voor de verbindingsstructuur. Dit aandeel neemt bovendien verder toe door het feit dat de afmetingen van de transistors sneller dalen dan deze van de draden die de verbindingen tussen de componenten moeten realiseren. De oplossing om meer verbindingslagen te gebruiken, vindt steeds meer ingang en de technologische beperkingen om dat te doen, geraken stilaan opgelost. Dit resulteert dan weer in een toename van verbindingsgaten die ook een behoorlijk deel van de oppervlakte voor hun rekening nemen. Op dit moment wordt gemiddeld nog slechts 60 tot 70% van de oppervlakte gebruikt voor de actieve componenten. De rest is nodig om de draden te kunnen leggen [She97].
- **vermogendissipatie:** de vermogendissipatie is vooral afhankelijk van de capaciteit aan de uitgangen van de poorten. Deze capaciteit wordt negatief beïnvloed door de lengte van de draden waarmee de poort verbonden is (ze stijgt evenredig met de lengte). Alhoewel de capaciteit per eenheidslengte een beetje vermindert met de miniaturisatie (van 5 pF/cm voor de  $7\mu\text{m}$  NMOS-technologie tot 2 pF/cm voor de  $0,35\mu\text{m}$  CMOS-technologie [SBP95]) is dit effect minimaal en wordt het teniet gedaan door het veel sterker toegenomen relatief verschil tussen de afmetingen van de componenten en die van de draden. Daardoor stijgt ook de invloed van de draadlengte op de vermogendissipatie.
- **kanaaldensiteiten:** de lengte van de draden bepaalt de kanaaldensiteit of de mate waarin de kanalen volledig bezet zijn (vooral in FPGA's<sup>13</sup>). Lange draden lopen door meer kanalen en verhogen de kanaaldensiteit. Dit heeft negatieve gevolgen voor de routeerbaarheid van de andere draden en voor de bezetting van de functionele blokken, wat op zijn beurt een aanleiding kan zijn tot het creëren van lange draden.
- **routeerbaarheid:** de gemiddelde draadlengte geeft een idee over de mate van routeerbaarheid van een systeem [PP89a]. Een lay-outontwikkeling die resulteert in een groot aantal lange draden heeft meer kans opstoppingen te veroorzaken die het routeren van andere draden moeilijk of zelfs onmogelijk maken.

*Een bijkomend doel van ons doctoraal onderzoek is het verwerven van meer inzicht in de topologische eigenschappen van schakelingen. Dit inzicht resulteert niet alleen in betere modellen voor de schakeling (en dus onrechtstreeks*

---

<sup>13</sup>FPGA = door de gebruiker programmeerbaar poortenrooster. Engels: 'Field Programmable Gate Array'.



Figuur 1.6: De brug met de drie pijlers waarop ons onderzoekswerk steunt, leidt naar drie richtingen van mogelijke toepassingen.

ook nauwkeuriger draadlengteschattingen) maar opent meteen ook deuren voor meer doorgedreven fundamenteel onderzoek over het ontwerpen van schakelingen. In dat opzicht kan ons onderzoekswerk ook invloed hebben op de ontwerpstappen vóór de lay-outontwikkeling.

## 1.4 Drie wegen om te bewandelen

De drie pijlers waarop ons onderzoek steunt (model voor de schakeling, de fysische architectuur en de lay-outontwikkeling) dragen een brug die mogelijke toepassingen van ons onderzoekswerk leidt in drie richtingen (figuur 1.6): het *verbeteren van CAD-programmatuur*<sup>14</sup> voor de lay-outontwikkeling, het *evalueren van nieuwe computerarchitecturen* en een *betere karakterisering van schakelingen*. In deze paragraaf kaderen we ons doctoraal onderzoek in elk van deze drie toepassingsdomeinen. Het effectief toepassen van onze methoden in deze domeinen vereist nog verder onderzoekswerk. Zoals figuur 1.6 suggereert, is dit doctoraal proefschrift enkel gericht op de methoden zelf en niet op de toepassingen van deze methoden. In deze paragraaf willen we enkel tonen welke toepassingen mogelijk worden door ons onderzoekswerk, als motivatie voor het nut van het onderzoekswerk.

<sup>14</sup>Programmatuur voor computer-ondersteund ontwerpen. Engels: 'Computer-Aided Design'.

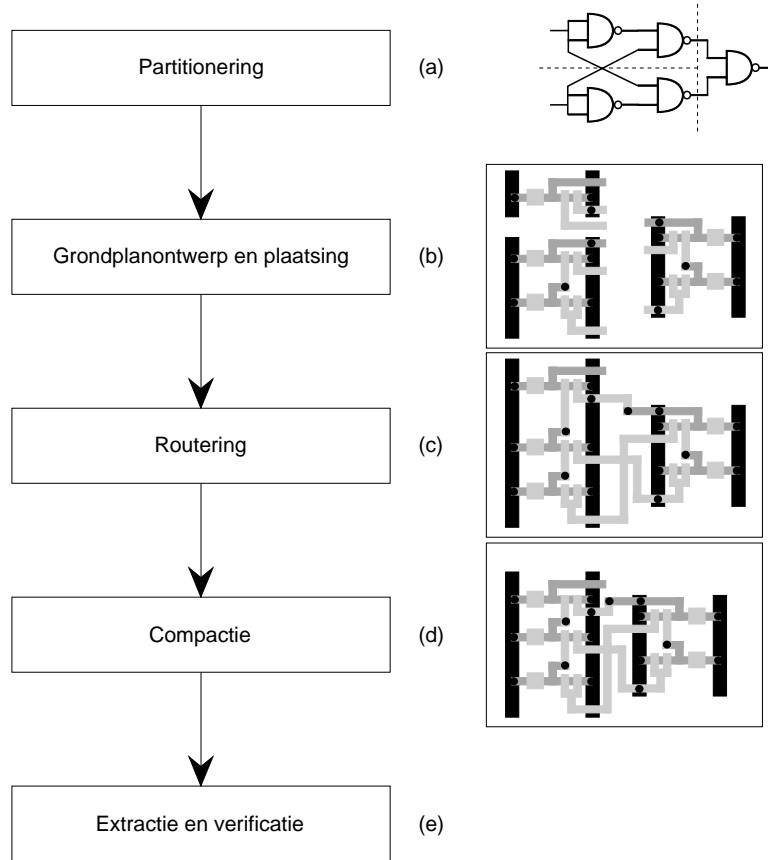
### 1.4.1 Verbeteren van CAD-programmatuur voor lay-out-ontwikkeling

We zullen in deze paragraaf enkele mogelijkheden aanstippen om draadlengteschattingen te gebruiken om tot een betere lay-out te komen. Deze mogelijke toepassing van ons doctoraal onderzoek is dus in het Y-diagram van figuur 1.2 te situeren in de overgang van de logische naar de fysische structuur: de fysische ontwerpfase. We bekijken deze ontwerpfase eerst van naderbij en bespreken daarna hoe a priori draadlengteschattingen kunnen helpen om een betere lay-out te vinden.

#### Generatie van het fysisch ontwerp

De fysische ontwerpfase (lay-outontwikkeling) vertrekt van een circuitdiagram en zet dat om naar een lay-out van een circuit in verschillende stappen (figuur 1.7): partitionering, grondplanontwerp, plaatsing, routing en compactie:

1. **Partitionering:** een chip kan gemakkelijk enkele miljoenen transistors bevatten. De lay-outontwikkeling van een volledig circuit in zijn geheel is daarom vaak onmogelijk door beperkingen in geheugen en rekenkracht van de ter beschikking staande computersystemen en door de onoverzichtelijkheid van grote, complexe ontwerpen. Om die reden worden circuits normaal gezien gepartitioneerd door de componenten te groeperen in deelcircuits of *modules*. Soms ook is het ontwerp gewoon te groot om in één enkele chip gefabriceerd te kunnen worden. In dat geval schakelt men bijvoorbeeld over naar multi-chipmodules en is een partitioneerstap nodig voor het verdelen van het gehele ontwerp over de verschillende modules. Het eigenlijke partitioneerproces neemt verschillende factoren in overweging zoals de grootte van de modules, het aantal modules en het aantal verbindingen tussen de modules. In figuur 1.7(a) is de partitionering van het circuit in drie modules getoond. Bij grote circuits wordt een hiërarchische partitionering uitgevoerd. Op het hoogste niveau bevat de chip dan 5 tot 25 modules die verder recursief worden gepartitioneerd in kleinere modules [She97].
2. **Grondplanontwerp en plaatsing:** deze stap tracht een ‘goede’ lay-out te zoeken voor elke module en tevens voor de volledige chip. De oppervlakte van elke module kan geschat worden na de partitioneerfase en is bij benadering bepaald door het aantal componenten en het type van de componenten in de module. Ook moet reeds rekening gehouden worden met de verwachte oppervlakte-inname voor de draden die de verbindingen zullen realiseren.



Figuur 1.7: Ontwerptrajectorie voor het fysisch ontwerp (naar [She97]).

*Grondplanontwerp* is een kritische stap omdat het de fundamenteen legt voor een goede lay-out. In deze fase worden alle modules aan een bepaalde plaats (of dikwijls aan een bepaalde *regio*) van de chip toegewezen zonder dat daarbij al rekening gehouden wordt met b.v. de oriëntatie en de precieze vorm van de module.

Tijdens de *plaatsing* worden de modules exact gepositioneerd op de chip. Het doel van de plaatsing is een schikking van de componenten te vinden met minimale oppervlakte-inname maar zo dat het verbinden van de componenten nog mogelijk blijft. De plaatsing wordt gewoonlijk in twee fasen uitgevoerd. In de eerste fase wordt een initiële plaatsing gecreëerd die in de tweede fase geëvalueerd en iteratief verbeterd wordt.

Figuur 1.7(b) toont de drie modules na plaatsing. Merk op dat tussen de modules plaats vrijgehouden wordt voor de bedrading.

De kwaliteit van een plaatsing komt pas tot uiting na de volgende ontwerp-stap, de routeringsfase. Het kan gebeuren dat de plaatsing elke mogelijke routing uitsluit in de plaats die daarvoor voorbehouden werd. In dat geval is een nieuwe iteratiestap van het plaatsingsproces noodzakelijk. Om het aantal iteratiestappen voor de plaatsing te beperken, worden schattingen gemaakt van de oppervlakte nodig voor de routing.

3. **Routing:** het doel van deze fase is het leggen van de draden die de verbindingen tussen componenten realiseren met zo kort mogelijke (individuele) draadlengte en met als eis dat de totale draadlengte (voor alle gelegde draden samen) zo kort mogelijk moet zijn. Routing gebeurt op zijn beurt in twee fasen: de *globale routing* en de *gedetailleerde routing*. Tijdens de globale routing worden de draden gelegd tussen de juiste modules, zonder echter rekening te houden met de exacte geometrische details van elke draad. De globale routing specificeert de verschillende gebieden in de routeringsruimte (de plaats die nog niet ingenomen is door componenten) waardoor de draad zal lopen. Na de globale routing volgt dan een gedetailleerde routing die de draden legt als punt-tot-puntverbindingen tussen de eindpunten op de modules.

In figuur 1.7(c) zijn de verbindingen tussen de drie modules gerouteerd.

4. **Compactie:** compactie is eenvoudigweg de taak van het verkleinen van de lay-outoppervlakte door ongebruikte oppervlakte nuttig te besteden. De compactie verkort ook de draadlengten en dus de looptijd van de signalen tussen verschillende componenten van het circuit. Een kleinere oppervlakte per chip kan ook betekenen dat meer chips op een wafel kunnen geplaatst worden wat de productiekost verlaagt. Compactie mag uiteraard geen ontwerpregels overtreden en moet aan alle eisen van de technologie



blijven voldoen. Dit moet bij elke stap gecontroleerd worden. De investering in computertijd om de compactie uit te voeren is daardoor toch vrij groot en zorgt er in de praktijk voor dat compactie enkel toegepast wordt voor systemen met grote oplage, zoals b.v. microprocessors.

Figuur 1.7(d) toont de gecompacteerd lay-out.

5. **Extractie en verificatie:** nadat gecontroleerd is of de lay-out voldoet aan de ontwerpspecificatie door de circuitbeschrijving opnieuw te genereren uit de fysische lay-out (extractie) en te vergelijken met de originele circuitbeschrijving, wordt de functionaliteit van de chip onderzocht en wordt er gecontroleerd of het gewenste gedrag inderdaad bereikt is (verificatie).

Zoals de volledige ontwerptrajectorie, is ook de trajectorie voor het fysisch ontwerp een iteratief proces. Verschillende stappen worden afwisselend herhaald om een betere lay-out te verkrijgen. De kwaliteit van het geheel is daarbij vooral afhankelijk van de eerste stappen omdat een slechte plaatsing niet kan ongedaan gemaakt worden door een goede routing. Daarom spelen de partitionering, het grondplanontwerp en de plaatsing een cruciale rol in het hele ontwerpproces.

### De noodzaak van parameterschattingen

De enorme evolutie die digitale systemen kenden, in enkele decennia tijd, was enkel mogelijk door de ontwikkeling van zeer gesofistikeerde ontwerpmethoden. De toenemende graad van integratie (met miljoenen transistors op één chip) en de extreem kleine afmetingen van de individuele componenten (de kleinste afmetingen in de huidige chips zijn tot  $0,35\mu\text{m}$  klein; ter vergelijking: een menselijk haar heeft een diameter van ongeveer  $75\mu\text{m}$ ) maken het ontwerpen van digitale systemen zeer complex. Tegelijkertijd moet men de benodigde tijd voor de totale ontwerpcyclus klein houden (in de orde van enkele maanden voor een volledig computersysteem). Het is dan ook niet te verwonderen dat in vele stappen van de ontwerpcyclus computers en computerprogramma's gebruikt worden om het de ontwerper wat gemakkelijker te maken. Vandaar dat 'digitaal ontwerpen' valt onder de noemer van *computer-ondersteund ontwerpen* (CAD) en dat men de programmatuur die men bij het digitaal ontwerp gebruikt, aanduidt met de term *CAD-programmatuur*.

Het doel van de CAD-programmatuur is de ontwerper te helpen met het zoeken naar een optimale manier om de verschillende componenten te plaatsen in een vlak (of in drie dimensies) en efficiënte methoden te vinden om deze componenten met elkaar te verbinden zodat het geheel de gewenste functionaliteit bezit. Dit is allesbehalve een eenvoudige taak gezien het feit dat bijna alle problemen die bij het systeemontwerp opduiken, NP-hard zijn [SB80].

Doordat de benodigde plaats op een chip een belangrijke invloed heeft op de prijs, moeten de algoritmen de beschikbare ruimte zo goed als mogelijk gebruiken. Bovendien heeft de manier waarop de componenten op de chip geschikt zijn een belangrijke invloed op de prestaties van de chip. Een efficiëntere lay-outontwikkeling vereist het beschikbaar zijn van goede schattingen van parameters zoals de draadlengte na plaatsing, de oppervlakte-inname, de vermogendissipatie enz. Deze schattingen moeten de ontwerper helpen om een goede lay-out te vinden. De meest belangrijke voorwaarden voor een goed ontwerp zijn:

- Er mogen geen draden met zeer grote looptijd voorkomen. Het systeem moet *snel* zijn.
- De *oppervlakte-inname* op de chip moet zo *klein* mogelijk zijn.
- De vermogendissipatie moet minimaal zijn (*laag vermogenverbruik*).
- Het ontwerp mag niet teveel kosten. Het moet *goedkoop* zijn.

Al deze voorwaarden zijn te herleiden tot één belangrijke voorwaarde: de draden moeten *zo kort mogelijk* zijn. *Om aan deze voorwaarde te voldoen, zijn draadlengteschattingen van onmisbaar belang.*

We kunnen drie basistypes van draadlengteschattingen voor plaatsingen onderscheiden: *a priori*, *a posteriori* en *on line* schattingen [CKM<sup>+</sup>98].

- Bij *a priori* schattingen van draadlengten zoekt men de totale draadlengte van een lay-out vóór de plaatsing van de schakeling in de fysische architectuur. Bij het opmaken van een grondplan kunnen dergelijke schattingen gebruikt worden om een ruwe maat te hebben voor routeerbaarheid, parasitaire capaciteiten en circuitprestaties. Die schattingen leiden op hun beurt wijzigingen in het grondplan en optimalisaties van het circuit.

Opdat *a priori* schattingen echt impact zouden hebben, moeten ze veel sneller uitgevoerd kunnen worden dan de eigenlijke plaatsing of routing, ten koste van een verminderde nauwkeurigheid. Dergelijke schattingen worden getypeerd door de “draadlastmodellen”<sup>15</sup> die voor het opmaken van een grondplan op RT-niveau en voor logische optimalisatie gebruikt worden.

- Wanneer de (vaste) plaatsing opgegeven is, gebruiken we *a posteriori* schattingen om de draadlengte na routing te schatten. Dit soort schattingen is nuttig wanneer de routing beduidend meer tijd vergt dan de plaatsing en de draadlengteschatting. Typische toepassingen zijn het voorspellen van de routeerbaarheid van lay-outs van poortenroosters [EG81], het

---

<sup>15</sup>Engels: ‘wireload models’.

schatten van kanaalbreedtes in standaard-cel-lay-outs [PP89b], het kiezen tussen twee wedijverende plaatsingen, enz. Opnieuw moeten de schattingen sneller kunnen uitgevoerd worden dan de eigenlijke routing. De nauwkeurigheid moet hier vrij hoog liggen.

- De *on line* schattingen komen voor wanneer we de draadlengte willen schatten tijdens het grondplanontwerp of de plaatsing. Dit soort draadlengteschattingen kan gebruikt worden om het plaatsingsproces vroegtijdig af te breken van zodra het duidelijk wordt dat de plaatsing naar een slechte oplossing leidt [SP86, PP89a]. Ze kunnen ook gebruikt worden om de iteratielussen in looptijd- of draadlengtegebonden plaatsingen te verkorten door verschillende stappen veel vroeger in het ontwerpproces te laten plaatsgrijpen op basis van de schattingen. De nauwkeurigheid van on line schattingen moet ergens tussen die van a priori en a posteriori schattingen in liggen, in overeenstemming met de hoeveelheid gekende informatie (er is meer informatie dan bij a priori maar minder dan bij a posteriori schattingen).

*Dit doctoraal onderzoek is gefocuseerd op de a priori draadlengteschattingen.* Ze vereisen weinig voorkennis over het ontwerp (omdat de plaatsing nog niet gebeurd hoeft te zijn) maar moeten snel zijn. Ze hoeven niet zeer nauwkeurig te zijn zolang de conclusies die aan de schattingen gekoppeld worden, geldig blijven. Al deze eigenschappen wijzen naar draadlengteschattingen op basis van *theoretische modellen* die een snelle, algemene schatting van de draadlengte kunnen genereren. De a priori schattingen hebben als voordeel dat we op voorhand, d.w.z. nog vóór de dure lay-outstappen worden uitgevoerd, kunnen nagaan of het systeem aan alle specificaties zou kunnen voldoen. Eventuele knelpunten kunnen dan eerst worden aangepakt en weggewerkt vooraleer de plaatsingsprogrammatuur op de schakeling wordt losgelaten. Hierbij is het de kunst het gepaste niveau van abstractie te gebruiken want teveel detail resulteert in het uitvoeren van de taak zelf in plaats van het maken van een schatting en dat is niet de bedoeling.

De draadlengteschattingen zijn vaak (al dan niet gewogen) gemiddelden van de lengten van een aantal te verwachten mogelijke plaatsingen. Uiteraard is het belangrijk voor de a priori schatting om de ruimte waarover het gemiddelde genomen wordt, zeer goed te definiëren. Als die ruimte alle mogelijke plaatsingen omvat dan zal de schatting veel te pessimistisch zijn. We moeten dan ook zoeken naar een schatting die in zekere zin overeenstemt met een “goede plaatsing”. We komen hier later op terug.

### Automatische lay-outontwikkeling

Computer-ondersteunde methoden voor chipontwerp zijn onmisbaar geworden om het grote aantal componenten en de complexiteit van het ontwerp de baas te kunnen. Het doel van VLSI-CAD-programmatuur is de tijd voor elk van de iteraties voor plaatsing en routing en zelfs voor de gehele ontwerptrajectorie tot een minimum te beperken en een zo optimaal mogelijk resultaat te vinden. Steeds vaker gaat men nu beroep doen op automatische CAD-programmatuur om het ontwerpproces te versnellen. Vooral de plaatsings- en de routeringsfase zijn meestal sterk geautomatiseerd.

Om de complexiteit van een ontwerp met miljoenen componenten aan te kunnen, moet de automatische CAD-programmatuur niet alleen snel zijn maar bovendien bijna optimaal functioneren. Toch missen de CAD-programma's soms voldoende flexibiliteit of 'inzicht' om de problemen efficiënt aan te pakken. Vooral in de fase van het grondplanontwerp en in mindere mate in de plaatsingsfase moet de expert systeemontwerper nog steeds de belangrijkste knelpunten manueel oplossen. Dit gebeurt zelden door automatische CAD-programmatuur omdat mensen een beter overzicht hebben (visueel!) van het gehele ontwerp. Het hoeft dan ook niet te verwonderen dat er heel wat onderzoek wordt verricht naar betere CAD-methoden [KO90] of, zoals Sherwani het stelt

“The future growth of VLSI systems depends critically on the research and development of Physical Design Automation tools. In the last two decades, the research in physical design automation has been very intense, and literally thousands of research articles covering all phases of physical design automation have been published.”

**N. Sherwani ([She97], p. xvii)**

De draadlengteschattingen voor het verbeteren van de lay-outontwikkeling zijn uiteraard ook zeer bruikbaar voor automatisch computer-ondersteund ontwerpen. Meer nog, ze vormen een bijkomende uitdaging voor de toekomst omdat de CAD-programmatuur voor automatisch ontwerp in staat moet zijn prioriteiten te leggen die voor een systeemontwerper volgen uit 'inzicht' in het ontwerp. A priori draadlengteschattingen zijn ook hier van belang om dit 'inzicht' aan de programmatuur mee te geven. Dit komt niet alleen de snelheid van de algoritmen ten goede maar, voor een vaste rekentijd, ook de kwaliteit van de oplossing.

Het belang van a priori draadlengteschattingen voor de prestaties van CAD-programmatuur is niet steeds onderkend geweest door de onderzoeksgemeenschap. Wellicht verklaart dit het feit dat er zeer weinig bijkomend onderzoek is verricht na het pionierswerk van Rent en vooral Donath, eind de jaren '70.

De toenemende eisen die aan de CAD-programmatuur worden gesteld en de steeds belangrijker wordende invloed van de verbindingsstructuur op de prestaties van de ontworpen systemen doen meer en meer onderzoekers inzien dat het schatten van systeemparemeters, en in het bijzonder van de draadlengte, een belangrijk onderzoeksthema moet worden.

“Accurate estimation of layout area and wireability has always been a critical element of high-level synthesis and floorplanning. Now, such estimates are becoming critical to higher-level searches over the design space. Predictive models often combine analysis of the netlist partitioning structure with analysis of the output characteristics of placement and routing algorithms, in order to yield estimates of wiring requirements and system performance. This use of system partitioning hierarchies is increasingly prominent as ‘design optimization’ and ‘electronic *system* design automation’ capture the attention of CAD users and vendors.”

**C. Alpert en A. Kahng ([AK95], p. 3)**

“Estimating the wire length of logic signal nets is therefore indispensable when evaluating performance in system environments.”

**A. Masaki ([Mas92], p. 20)**

Het belangrijkste gevolg van de toenemende looptijd in draden, de toenemende oppervlakte voor draden en het grote aantal metaallagen, is dat de plaats van componenten t.o.v. de plaats van andere componenten waarmee zij verbonden zijn, zeer belangrijk is. Overwegingen met betrekking tot het fysisch ontwerp moeten daarom veel vroeger in het ontwerpproces ingebed worden. In feite zou het functioneel ontwerp eveneens voor een deel ‘chip planning’ moeten bevatten.

### 1.4.2 Evalueren van nieuwe computerarchitecturen

Computersystemen moeten aan een steeds toenemend aantal eisen voldoen, in het bijzonder een hoge functionaliteit (die een groot aantal componenten vereist), een hoge snelheid van het geheel, compactheid en laag vermogenverbruik. Deze eisen zorgen voor steeds grotere integratiedichtheden en voor enorm snelle veranderingen in de technologie. Als we het huidige tempo van nieuwe ontwikkelingen willen aanhouden, staan we voor serieuze uitdagingen. Men begint grenzen aan de mogelijkheden te zien (vooral de ondergrens van de minimale afmetingen, die bepaald wordt door de diffractievervalsing van het licht

waarmee men de maskers bij het ontwerp belicht, baren heel wat onderzoekers zorgen). Dit geeft aanleiding tot heel wat onderzoek naar nieuwe (dikwijls parallelle) computerarchitecturen, nieuwe fysische structuren en nieuwe technologische processen. De grootste veranderingen in de wereld van chipontwerp en -fabricatie liggen dan ook op dit vlak. Het is duidelijk dat deze evolutie vooral impact heeft op de beschrijving van de fysische architectuur.

Elke nieuwe fysische architectuur die wordt voorgesteld, moet geëvalueerd worden om na te gaan of de karakteristieke parameters beantwoorden aan de verwachtingen. Het is natuurlijk mogelijk de fysische architectuur eerst te bouwen, er een schakeling in te plaatsen en de parameters op te meten. Dit is echter een tijdrovende en geldverslindende manier van werken. Door a priori schattingen van draadlengten te gebruiken, kunnen reeds belangrijke conclusies getrokken worden en kan reeds beslist worden of de voorgestelde architectuur een al dan niet hoopvolle toekomst tegemoet kan gaan. *De draadlengteschattingen kunnen ook meteen gebruikt worden om verschillende architecturen met elkaar te vergelijken.*

In het domein van de evaluatie van nieuwe computerarchitecturen zien we belangrijke toepassingen in o.a. driedimensionale architecturen, in het bijzonder opto-elektronische architecturen. Maar ook voor de evaluatie van nieuwe door de gebruiker programmeerbare poortenroosters en van multi-chipmodules zijn de draadlengteschattingen zeer nuttig. We bespreken hierna deze voorbeelden van nieuwe architecturen, goed beseffend dat we hiermee andere nieuwe architecturen niet behandelen. Dit betekent uiteraard niet dat daarvoor draadlengteschattingen niet interessant zouden zijn.

### Opto-elektronische architecturen

De snelle evolutie van de optica, vooral na de introductie van LED's (Licht Emitterende Diodes) en VCSELS<sup>16</sup> (lasers), heeft een steeds grotere impact op de wereld van de informatieverwerking. Het overdragen van informatie via licht heeft immers een aantal voordelen op informatie-overdracht via elektronen in elektrische geleiders [Kaw92]. De voordelen van optische communicatie t.o.v. elektrische communicatie zijn onbetwistbaar in de interconnectie van "grote systemen" over lange afstand. In deze toepassingen gebruikt men optische vezels als communicatiemiddel. De vezels bieden een grotere bandbreedte dan elektrische coaxiale kabels, ze zijn niet gevoelig aan elektro-magnetische storing, de signalen kunnen over grotere afstand getransporteerd worden alvorens degradatie optreedt en overspraak tussen twee naburige vezels is klein.

Door de daling van de kost die gepaard gaat met deze technologie wordt het ook interessant om ze over kortere afstanden te gebruiken. Deze trend zet zich door en optische signalen worden in diepere niveaus gebruikt. De functie van de

---

<sup>16</sup>VCSEL staat voor 'Vertical Cavity Surface Emitting Laser'.

optica is gekoppeld aan het niveau waar de optica gebruikt wordt. Op diepere niveaus verandert de functie van zuivere signaaldrager naar signaaldrager en -verwerker. We kunnen dan ook een onderscheid maken tussen *volledig optische* systemen (als zowel datatransformatie en datatransport optisch gebeurt) en gemengde of *hybridische* systemen waar de optica uitsluitend de functie van informatiedrager vervult en de transformatie van gegevens door elektronische componenten gebeurt. De evolutie naar lagere niveaus is sterk gekoppeld met de technologische ontwikkeling van geschikte componenten. Het is pas wanneer er kleine efficiënte opto-elektronische componenten gemaakt kunnen worden die qua proces verenigbaar zijn met elektronische elementen, dat men kan denken aan het aanbrengen van optische poorten op chipsubstraten.

Het gebruik van optische componenten op steeds lagere niveaus brengt belangrijke wijzigingen mee in de technologie en dus in de procesparameters bij het ontwerp. Wanneer golfgeleiders de functie van metaalbanen overnemen, beschikken we over een hogere densiteit (meer banen per mm), energetisch voordeliger kanalen, minder overspraak en eenvoudiger terminatie. Een nog grotere impact heeft de vrije-ruimtetransmissie. Hiermee kunnen we ons immers bevrijden van de beperkingen van de essentieel planaire structuren die we terugvinden in een conventionele elektronische implementatie. Systemen die van vrije-ruimtetransmissie gebruik maken, zijn doorgaans opgebouwd uit verwerkende vlakken, die door optica op elkaar afgebeeld worden. Immers, de verwerkende componenten worden met VLSI-procestechnologie aangemaakt die planaire structuren produceert.<sup>17</sup> Door vlakken op elkaar af te beelden wordt de vrije ruimte het best gevuld en kunnen we de stap zetten naar driedimensionale systemen.

Andere mogelijkheden van de optica liggen in het interconnectiepatroon. Een *regulier* en *vast* patroon stelt de minste eisen en sluit het dichtst aan bij de huidige (elektronische) situatie. Maar ook punt-tot-puntverbindingen met gekruiste paden zijn mogelijk (door gebruik van een lens), verschoven kopies van een optische signaalbron kunnen gemakkelijk verkregen worden met prisma's, en *vaste, irreguliere* patronen zijn mogelijk door middel van vaste diffractieve optische elementen (hologrammen). Ze geven een verhoogde flexibiliteit in het leggen van de optische paden en kunnen leiden tot compactere systemen omdat we de vrije ruimte beter benutten.

De waaier van mogelijkheden voor de fysische structuur van een ontwerp wordt bijzonder sterk uitgebreid met het gebruik van optische componenten. De keuzes die worden gemaakt voor de structuur van de verbindingen, en niet in het minst voor de gebruikte technologie, hebben een belangrijke impact op

---

<sup>17</sup>Merk op dat de mogelijkheid om de verbindingen tussen componenten in verschillende lagen te routeren de routing wel vergemakkelijkt maar in wezen niets verandert aan het planair zijn van de volledige structuur. De uiteinden van de verbindingen moeten immers nog steeds in één vlak verbonden worden met planaire componenten.

de mogelijkheden van de fysische architectuur (het medium waarin het systeem wordt gebouwd). Elke mogelijke architectuur heeft zijn specifieke voor- en nadelen en zal dus meer of minder geschikt zijn voor een bepaalde klasse van systemen. Het is voor de toekomst van de optica en opto-elektronica van belang deze voor- en nadelen van de verschillende mogelijkheden in te schatten. Dit gebeurt liefst in een zo vroeg mogelijk stadium van de ontwikkeling van de nieuwe architecturen. Schattingen van de meest cruciale parameters zoals de snelheid waarmee informatie kan worden overgedragen, bandbreedte, lengte van de verbindingen komen aan deze eisen tegemoet en laten toe op voorhand reeds (nog vóór een prototype van de architectuur bestaat) de klasse van mogelijke toepassingen vast te leggen [PP89a, VMVC97]. Dergelijke a priori schattingen kunnen eveneens de belangrijkste knelpunten in een architectuur aangeven en geven de ontwerper van de architectuur nuttige informatie over de richting waarin verdere verfijning of zelfs volledige herwerking van de architectuur nuttig en wenselijk is [VMVC97]. Ze kunnen ook aangeven op welke punten de technologie nog tekort schiet en waar nieuwe uitdagingen liggen. Er kunnen eveneens een aantal conclusies worden getrokken over de te verwachten winst bij het gebruik van opto-elektronische systemen.

Om te kunnen besluiten dat het onderzochte systeem met voordeel kan ontworpen worden gebruik makende van optische verbindingen, moet de winst die we maken door het systeem in een andere architectuur (eventueel driedimensionaal) op te bouwen met rechtstreekse (optische) interconnecties groter zijn dan de kost die we moeten betalen om de optica erbij te betrekken. A priori schattingen vermijden een in het wilde weg uitproberen van allerlei nieuwe ideeën maar geven een meer systematisch overzicht van de mogelijkheden en beperkingen en leiden tot gemotiveerde keuzes voor verder onderzoek. Enkele vragen waar de draadlengteschattingen een antwoord kunnen op bieden:

- Welke soort van architecturen heeft potentieel het meest kans een wezenlijke verbetering van de prestaties met zich mee te brengen?
- Wat is precies de invloed van de verschillende karakteristieke eigenschappen van de optische verbindingen in vergelijking met elektrische?
- Zullen de hoge investeringen in nieuwe optische architecturen lonen?

We wensen het antwoord op deze vragen te kennen vooraleer de architectuur expliciet gebouwd moet worden. Draadlengteschattingen zijn dan de uitkomst om de mogelijke voordelen te kwantificeren. *Ook hier komen we dus tot het besluit dat parameterschattingen, en in het bijzonder draadlengteschattingen, noodzakelijk zijn.*



**Door de gebruiker programmeerbare poortenroosters**

Een ander domein waar draadlengteschattingen zeer nuttig zijn, is het domein van de FPGA's [MP96] of door de gebruiker programmeerbare poortenroosters. Deze componenten hebben hun nut reeds overvloedig bewezen en worden nu in grote aantallen gebruikt. Het zijn componenten die bestaan uit cellen die een logische functie vervullen en routeringskanalen die verbindingen tussen die cellen toelaten. De structuur van de cellen en kanalen zelf is vooraf vastgelegd maar de functionaliteit van de cellen en de verbindingsstructuur van de routeringskanalen kunnen wel nog door de gebruiker geprogrammeerd worden. Hun configureerbaarheid maakt hen zeer geschikt voor het realiseren van een prototype van een nog te ontwerpen systeem en de FPGA's kunnen gebruikt worden om het gedrag van het uiteindelijke systeem te emuleren of om te verifiëren of het vooropgestelde gedrag van het te bouwen systeem beantwoordt aan de verwachtingen. FPGA's worden ook meer en meer gebruikt als volwaardige producten in de definitieve systemen en voor grotere oplagen, vooral omwille van de herconfigureerbaarheid. Zeker met de opmars van het onderzoek naar herconfigureerbare computers, wordt nog steeds een sterke groei verwacht in de FPGA-wereld.

De parameters van FPGA-architecturen zijn gelijkaardig aan die in de CAD-wereld. Toch zijn er enkele specifieke overwegingen te maken bij FPGA's die te maken hebben met de herconfigureerbaarheid. Typisch voor FPGA's is dat de oppervlakte-inname zeer sterk afhankelijk is van de kanaaldensiteiten en dus van het aantal en de lengte van de verbindingen die door de kanalen lopen, meer nog dan bij ASIC's.

De steeds toenemende complexiteit van taken van een computersysteem en de vlucht naar configureerbare computers (met de trend naar parallele verwerking van gegevens) noodzaken het ontwerp en de productie van nieuwe FPGA-architecturen. Deze architecturen moeten flexibel genoeg zijn en genoeg mogelijkheden bezitten om een hele waaier aan logische schakelingen erin te implementeren. De componenten mogen dan al programmeerbaar zijn, de basisstructuur is vast en moet dus bij het ontwerp van de FPGA zelf worden vastgelegd. In FPGA's zijn de belangrijkste parameters die we moeten definiëren de graad van functionaliteit in de functionele blokken en de routeringsstructuur (over het algemeen het aantal sporen per routeringskanaal en de mogelijkheden van de routeringsblokken). Anderzijds moeten we er ook voor zorgen niet teveel mogelijkheden aan te bieden omdat dit een slecht gebruik van deze mogelijkheden met zich brengt wat uiteindelijk leidt tot slechtere prestaties. Ondanks het massale gebruik van FPGA's zoekt men nog steeds naar de meest optimale FPGA-architectuur. In deze zoektocht zijn draadlengteschattingen (en meer in het algemeen schattingen van parameters zoals routeerbaarheid, kanaaldensiteiten, kloksnelheid, vermogendissipatie en oppervlakte-inname) opnieuw van

zeer groot belang.

Enkele vragen die bij FPGA's aan bod komen zijn

- Wat is de beste FPGA-structuur?
- Hoeveel routeringsmogelijkheden hebben we nodig in vergelijking tot functionele eenheden?
- Hoe breed moeten de routeringskanalen zijn?

Op dergelijke vragen kunnen algemene antwoorden gegeven worden door gebruik te maken van draadlengteschattingen.

### Multi-chipmodules

De laatste jaren nemen multi-chipmodules (MCM's) een hoge vlucht, enerzijds door het toenemend aantal transistors dat vereist is voor het ontwerp van steeds complexer wordende systemen, anderzijds door het feit dat MCM's voor een deel kunnen gebruik maken van de derde dimensie (althans voor de routing) en bijgevolg tot zeer compacte realisaties aanleiding kunnen geven. MCM's zijn in feite een verzameling van chips (dat kan tot een 100-tal chips oplopen [SBP95]) die samen in één behuizing verpakt zitten. Het voordeel van dergelijke werkwijze is dat elke chip afzonderlijk een groter aantal primaire in- en uitgangspinnen kan bezitten dan wanneer elke chip in een aparte behuizing zou zitten. Dit vermindert het pinlimitatieprobleem waar men in de huidige chips steeds mee worstelt. Het toegenomen aantal verbindingen zorgt wel voor een bijkomende complexiteit voor de routing van de draden die de verbindingen moeten realiseren. De routing van deze verbindingen moet gebeuren onder een aantal strikte voorwaarden voor de prestaties van het systeem. Om aan deze voorwaarden te voldoen kan de CAD-programmatuur opnieuw draadlengteschattingen goed gebruiken. Verder kan men op basis van deze schattingen ook uitspraken doen over de kwaliteit van een bepaalde MCM-architectuur.

### 1.4.3 Karakterisering van schakelingen

Een schakeling wordt over het algemeen beschreven door een *netlijst*. Daarin wordt een opsomming gegeven van alle componenten in de schakeling en van alle *netten* (verbindingen) in de schakeling. Tevens staat beschreven welke netten met welke aansluitpunten van welke componenten verbonden zijn. Door zijn algemene gedaante kan een netlijst schakelingen beschrijven op de verschillende hiërarchieniveaus (zie Y-diagram in figuur 1.2), van het circuitniveau tot het systeemniveau.

Om verschillende schakelingen met elkaar te kunnen vergelijken of om een model voor een 'algemene' schakeling te kunnen opstellen, moeten we schakelingen kunnen karakteriseren. De karakteriseringsparameters die onmiddellijk

uit de netlijst kunnen worden gehaald, zijn het aantal componenten van de schakeling, het aantal netten, de verdeling van de aansluitpunten over de componenten en de verdeling van de aansluitpunten over de netten (de *netgraad*).

Naast de onmiddellijk ‘meetbare’ karakteristieke parameters zijn er nog parameters die een schakeling kunnen karakteriseren. De meest belangrijke is de *topologie van de verbindingen*, die o.a. wordt bepaald door de *complexiteit van de verbindingsstructuur*. Deze complexiteit werd in de literatuur bestudeerd en heeft geleid tot de *regel van Rent* en de *Rent-exponent* (we komen hierop uitgebreid terug in hoofdstuk 2). De observatie van de mogelijke waarden van de Rent-exponent geeft een idee over de graad van verbindingencomplexiteit die we in onze schakelingen kunnen verwachten.

Een andere parameter, die in de literatuur niet of nauwelijks bestudeerd is, is de netgraad. In dit doctoraal proefschrift zullen we aantonen dat deze parameter eveneens een belangrijke invloed heeft op de topologie van de verbindingen in schakelingen en we zullen een nieuwe, bijkomende karakteristieke parameter van de schakeling voorstellen.

De karakterisering van schakelingen op basis van verschillende parameters laat ons toe een model op te stellen voor een schakeling dat kan gebruikt worden voor b.v. de draadlengteschattingen die in dit onderzoekswerk aan bod komen. Op basis van deze parameters kunnen de schakelingen dan in *klassen* worden ingedeeld (b.v. een klasse van weinig complexe schakelingen en een klasse van zeer complexe schakelingen). Daarbij is het belangrijk voldoende parameters te hebben om de schakelingen zo goed mogelijk te kunnen karakteriseren maar anderzijds mag het aantal klassen van schakelingen niet te groot zijn om nog voldoende algemene uitspraken over schakelingen te kunnen doen.

Het zoeken van parameters die een schakeling karakteriseren heeft evenwel nog een ander doel: inzicht verwerven in de schakelingen die ontworpen worden. Dat inzicht kan de ontwerpers helpen de schakelingen nog te optimaliseren. Het kan ook de bron zijn voor de automatische generatie van referentieschakelingen met karakteristieke eigenschappen die men ook in de huidige ontwerpen terugvindt maar waarvan de parameters veel beter controleerbaar zijn. Dergelijke referentieschakelingen kunnen hun nut bewijzen in de andere twee toepassingsdomeinen van ons onderzoekswerk. Zij kunnen geïmplementeerd worden in prototypes van nieuwe computerarchitecturen om deze architecturen te evalueren en om deze evaluatie te vergelijken met de theoretische evaluatie zoals we die in paragraaf 1.4.2 hebben besproken. Referentieschakelingen kunnen ook gebruikt worden om nieuwe CAD-programmatuur te testen en de kwaliteit van de oplossing na te gaan. Op het genereren van referentieschakelingen komen we uitgebreid terug in hoofdstuk 6.

## 1.5 Overzicht van gepubliceerd werk

Uit de vorige paragraaf blijkt dat draadlengteschattingen heel wat mogelijke toepassingen hebben en in de toekomst steeds belangrijker worden. In deze paragraaf geven we een overzicht van de belangrijkste publicaties in het domein van draadlengteschattingen.

Schattingsmethoden voor draadlengten kunnen ingedeeld worden in drie categorieën: empirische methoden, procedurale methoden en theoretische methoden [PP89a]. Empirische studies genereren uitdrukkingen voor fysische karakteristieke eigenschappen door informatie te extraheren uit schakelingen en een curve te fitten aan de gegevens. Procedurale methoden bekijken meer gedetailleerde aspecten van het werkelijke ontwerpproces, van de fysische structuur en van de verbindingsstructuur van de schakeling om de nauwkeurigheid van de schattingen op te drijven. Theoretische studies produceren uitdrukkingen in gesloten vorm door vereenvoudigde veronderstellingen te maken over de verbindingsstructuur.

De door ons onderzochte methoden behoren tot de theoretische methoden maar, voor de volledigheid, geven we ook een overzicht van de bestaande literatuur over de andere methoden. In dit overzicht komen onvermijdelijk termen en begrippen voor die pas in hoofdstuk 2, wanneer we het over de basismodellen hebben, zullen worden toegelicht. De lezer wordt dan ook verzocht enig geduld op te brengen in dit verband.

### 1.5.1 Empirische methoden

Empirische methoden vereisen de kennis van empirische parameters die berekend worden uit specifieke exemplaren van schakelingen. Zo kan men bestaande schakelingen plaatsen en routeren in een bepaalde architectuur en de draadlengten opmeten. Indien men ervan uitgaat dat de schakeling waarvoor men de meting heeft gedaan karakteristiek is voor de schakelingen waarvoor men schattingen wenst, kan men de opgemeten draadlengtedistributie gebruiken als schatting voor de draadlengtedistributie. Deze methode is bruikbaar wanneer we vele ‘gelijkaardige’ schakelingen willen plaatsen in dezelfde architectuur en een schatting van de draadlengte nodig hebben.

### 1.5.2 Procedurale methoden

Procedurale methoden bevatten meer detail en een lagere vorm van abstractie dan de andere methoden. Zij steunen sterk op verbanden afgeleid van de kennis over het werkelijke ontwerpproces, de interconnectiestructuur en de fysische layout van de elementaire blokken in het ontwerp. Procedurale methoden worden daarom steeds gebruikt voor a posteriori schattingen of eventueel voor on line

schattingen.

Sechen [Sec87] stelde een draadlengteschatter voor die nauwkeurige schattingen maakt voor kleine schakelingen. Hij veronderstelt vierkante blokken, geplaatst in een vierkant rooster. Voor elk net met een bepaalde netgraad wordt de halve omtrek berekend van de kleinste rechthoek die alle eindpunten van het net bevat. Verschillende scenario's en een opzoektabel worden gebruikt om alle mogelijke schikkingen van cellen te onderscheiden die de opgegeven omtrek hebben. De totale draadlengte wordt dan berekend door de halve omtrek van de rechthoek die alle eindpunten van het net omsluit, te sommeren over alle netten. Deze methode voor het schatten van draadlengten is gebaseerd op de zogenoemde 'Local Neighbourhood Analysis' die gebaseerd is op een analyse van de netlijst in de buurt van een klein deel van de schakeling waarvan men een schatting van de draadlengten van de verbindingen wil maken [Sec87, PP89b, HCC92]. Deze benadering is slechts voldoende nauwkeurig voor netten met netgraad kleiner dan of gelijk aan 4. Deze methode werd nog verbeterd door Pedram en Preas [PP89a]. Zij analyseren een opgegeven netlijst en classificeren netten volgens hun netgraad. De gemiddelde draadlengte wordt voor elke klasse geschat en een schatting van de totale gemiddelde lengte berekend. Er werden goede overeenkomsten met opgemeten draadlengten gerapporteerd voor kleine tot middelgrote schakelingen (fouten tot 30 à 40% werden waargenomen).

Procedurale methoden hebben het nadeel dat de benodigde tijd snel kan oplopen met de netgraad (door de procedurale aard van het model). Procedurele methoden zijn dus niet bruikbaar voor de snelle eerste schattingen van draadlengten die wij voor ogen hebben.

### 1.5.3 Theoretische methoden

Theoretische methoden produceren een wiskundige uitdrukking, in gesloten gedaante, van de fysische eigenschappen van een logisch ontwerp en van de fysische implementatietechnologie. Deze methoden kunnen worden opgedeeld in twee categorieën: *deterministische* en *stochastische* methoden.

*Deterministische methoden* steunen op parameters die uit instanties van schakelingen gehaald worden. Een dergelijk model kwam voor het eerst ter sprake eind de jaren '60. Gilbert [Gil65] stelde formules op voor de gemiddelde lengte van minimale opspannende bomen (zie hoofdstuk 2) van willekeurig geplaatste  $n$ -puntnetten. Dit werk neemt in geen geval de effecten van goede plaatsingsalgoritmen in aanmerking. Donath [Don68] ontwikkelde een ondergrens voor de gemiddelde lengte in willekeurige grafen. Grafen gegenereerd door het ontwerp van logische complexen verschillen echter grondig van willekeurige grafen [Don74] zodat ook deze publicatie geen bruikbare resultaten opleverde.

Sutherland en Oestreicher [SO72] vonden de eerste echte methode voor het schatten van het aantal baantjes in de kanalen van PC-borden maar hun methode was nog steeds gebaseerd op een willekeurige plaatsing en leverde daarvoor buitensporig hoge schattingen op.

Hét basisonderzoek over bedradingsvereisten werd uitgevoerd door Rent begin de jaren '60. Hij leidde de *regel van Rent* af die een verband vastlegt tussen het gemiddeld aantal elementaire blokken  $B_m$  per module van een gepartitioneerde schakeling en het gemiddeld aantal pinnen (of externe verbindingen)  $P_m$  van de modules

$$P_m = T_b B_m^r. \quad (1.1)$$

In deze formule is  $T_b$  het gemiddeld aantal aansluitpunten per logisch blok en  $r$  is de *Rent-exponent*. Deze regel werd later bestudeerd door Landman en Russo [LR71]. De regel van Rent is een empirisch vastgestelde regel die een aanduiding geeft over de verbindingencomplexiteit van de schakeling. Een uitgebreide bespreking van deze belangrijke regel volgt in hoofdstuk 2. De echte doorbraak in theoretische draadlengteschattingen kwam er pas in 1979 toen Donath [Don79, Don81] een hiërarchische methode bedacht, gebaseerd op de regel van Rent, en veel betere schattingen van draadlengten verkreeg. Zijn methode werd later gebruikt door vele andere onderzoekers [Feu82, SP84, Fer85, GA89, PP89a, CC91, DDM, VM92, SVC96] en is ook de basis van het in deze tekst voorgestelde onderzoekswerk. Donath's schattingen volgen wel de trend van experimenteel waargenomen waarden maar zijn lengteschattingen wijken toch nog een factor van de orde 2 af van de experimentele waarden. Wij hebben de methode van Donath verbeterd door de inherente eigenschappen van een 'goede' plaatsing in rekening te brengen [SVMVC96a, Str96]. Wij breidden de methode ook uit op andere domeinen door, naast de interne verbindingen, eveneens externe verbindingen mee te modelleren [SVMVC97] en door een model op te stellen voor meerpuntsnetten [SK97, SK98]. Verder hebben wij de methode uitgebreid tot driedimensionale systemen [SVC96, SVC97] en is er in onze onderzoeksgroep heel wat onderzoek gebeurd rond anisotrope driedimensionale architecturen op basis van deze uitbreiding [VMVC94a, VMVC94b, VMSVC95a, VMVC95a, VMVC95b, VMVC97]. Vergelijkbaar werk werd ook gedaan door Ozaktas [OG92] die optische architecturen bespreekt op basis van verbindingen- en warmteverwijderingsmodellen en de grenzen aan systemen vastlegt en door Masaki en Yamada [MY87] die dezelfde formules als Donath hebben afgeleid en er meteen de formules in drie dimensies aan hebben toegevoegd.

De *stochastische aanpak* modelleert de verbidingsstructuur van een schakeling als een stationair proces. De bedradingsvereisten worden berekend door veronderstellingen te maken over de probabiliteitsdistributie van de draden. Deze aanpak werd voorgesteld door Heller [HMD77]. Hij modelleerde de verbindingen als onafhankelijke punt-tot-puntverbindingen die met een Poisson-

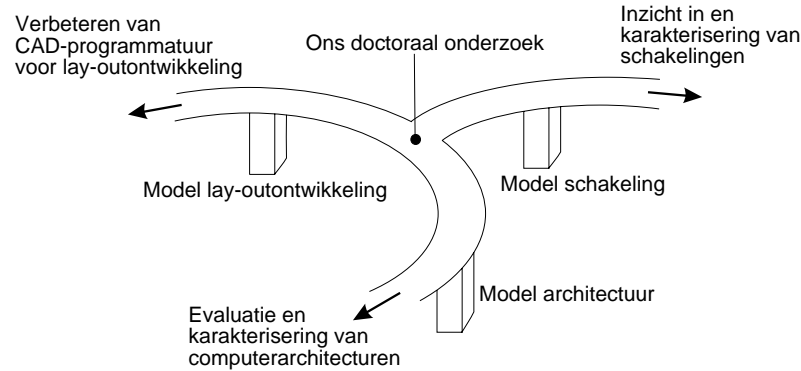
distributie in een bepaalde cel geboren worden (ontstaan), een willekeurige afstand afleggen (een gemiddelde draadlengte) en in een andere cel eindigen. El Gamal [EG81] heeft dit model verfijnd. Hij veronderstelde een matrix van cellen. De generatie en de lengte van een verbinding werden gemodelleerd zoals in het werk van Heller. Het pad waarlangs de draad loopt, werd willekeurig gekozen. El Gamal leidde voor dat model het minimale aantal draadsegmentjes af, en dus de minimale oppervlakte nodig voor het verbinden van de cellen. Hij concludeerde dat de totale minimale door draden ingenomen oppervlakte van de orde  $N^2 \log^2 N$  is wanneer alle cellen in een rij van  $N$  bij  $N$  geplaatst worden. Sastry en Parker [SP86] gebruikten een model dat zeer nauw aansluit bij dat van El Gamal. Zij modelleerden verbindingen als onafhankelijke punt-tot-puntverbindingen met een bepaalde gemiddelde lengte en ze leidden uitdrukkingen af voor kanaalbreedtes, probabiliteiten voor routeerbaarheid en draadlengten.

De theoretische methoden zijn vooral interessant voor theoretische evaluatie maar iets minder nauwkeurig dan de procedurale methoden. Deze laatste vereisen natuurlijk wel informatie over de schakeling en de plaatsing. Theoretische methoden komen daardoor veel meer in aanmerking voor a priori schattingen, procedurale methoden zijn enkel toepasbaar voor a posteriori schattingen.

### Schattingen van andere parameters

Verder zijn er nog heel wat publicaties die zich toeleggen op het schatten van andere parameters dan de draadlengte. Een greep uit het ruime aanbod:

- Schattingen van de *looptijd*, gebaseerd op schattingen van draadlengten, kunnen gevonden worden in [CCB88, Mas92, RK94, XK96].
- Ook schattingen van de *oppervlakte-inname* gebruiken draadlengteschattingen [PP89b] omdat de draden een niet onbelangrijke invloed op de ruimte-inname betekenen, zeker voor FPGA's [EG81, Feu82, KP89, KR93, SL94, XK96]. In [BL84] bespreekt Bhatt acht graafproblemen die vooral te maken hebben met het vinden van ruimtebesparende lay-outs. Meer werk rond oppervlakteschattingen voor hoogniveausynthese is te vinden in [OKD95].
- Heel wat onderzoeksactiviteiten zijn natuurlijk toegespitst op schattingen van *vermogen*. Net zoals bij de looptijd en de oppervlakte, hebben ook hier de verbindingen een steeds belangrijker wordende invloed. Ze zijn een belangrijke bron van vermogenverlies. Wij verwachten dan ook in de toekomst meer en meer publicaties over vermogenschattingen uit schattingen van de draadlengte.



Figuur 1.8: De brug (figuur 1.6) met de drie pijlers waarop ons onderzoekswerk steunt.

## 1.6 Overzicht van het in deze doctoraalscriptie voorgestelde onderzoekswerk

Het in dit doctoraal proefschrift voorgestelde onderzoekswerk legt de klemtoon op a priori draadlengteschattingen op basis van theoretische methoden. De drie basispijlers waarop de methode voor het schatten van draadlengten steunt, zijn (figuur 1.8): het *model voor de schakeling*, het *model voor de fysische architectuur* en het *model voor de lay-outontwikkeling*.

In het model voor de schakeling maken we abstractie van het niveau waarop de schakeling beschreven wordt in het Y-diagram (figuur 1.2). Schakelingen kunnen dus zowel een verzameling van individuele transistors zijn (circuitniveau) als een verzameling van met elkaar verbonden computersystemen (systeemniveau). Het niveau waarop we de schakeling bekijken is van ondergeschikt belang voor de in deze tekst beschreven methoden. Het is wel zo dat de modellen die we zullen opstellen voor de schakeling impliciet veronderstellen dat de schakeling kan voorgesteld worden als een poortezee ('sea of gates'), m.a.w. dat verschillende blokjes in de structuur gelijkaardige eigenschappen bezitten in alle delen van de schakeling. Dit betekent echter geenszins dat we ons beperken tot het circuitniveau alleen.

De fysische architectuur volgt uit de combinatie van de technologie die we gebruiken om de schakeling te implementeren en het fysische medium waarin we de schakelingen wensen te implementeren.

De derde component tenslotte is het plaatsingsproces dat de schakeling (logische structuur) omzet naar een fysische structuur of dat m.a.w. de schakeling *implementeert* in een fysische architectuur. Merk op dat dit proces een *model* is voor een optimale plaatsing en geen gebruik maakt van metingen op



de echte geplaatste schakeling. Onze methoden behoren steeds tot de a priori schattingsmethoden. We kunnen immers geen informatie over de echte plaatsing gebruiken aangezien de schattingen precies bedoeld zijn als hulp voor de CAD-plaatsingsprogrammatuur, of omdat de architectuur waarin we de schakeling willen plaatsen niet fysisch bestaat. We zullen wel gebruik maken van partitioneerinformatie. Dit betekent dat we veronderstellen dat de schakeling waarvoor we een schatting willen maken, gepartitioneerd is of dat op zijn minst algemene informatie over het partitioneren van de schakeling beschikbaar is.

Onze methoden voor het schatten van draadlengten zijn in beginsel gebaseerd op onderzoekswerk van Donath [Don79] en vertrekken van een model voor de schakeling, een model voor de fysische architectuur en een model voor het plaatsingsproces. Deze modellen komen aan bod in hoofdstuk 2. De eigenlijke schattingsmethode is een berekening van de gemiddelde draadlengte of de draadlengtedistributie, na toepassen van het model voor de plaatsing van de schakeling in de fysische architectuur. Dit model steunt sterk op het begrip hiërarchie en wordt toegelicht in hoofdstuk 3.

De drie volgende hoofdstukken belichten onze eigen uitbreidingen aan de modellen om de schattingen nauwkeuriger te maken. Ze zijn ingedeeld volgens de drie pijlers van het onderzoekswerk:

- Hoofdstuk 4 bespreekt de aanpassing van het model voor de plaatsing zodat een optimale plaatsing beter gemodelleerd wordt. Het plaatsingsmodel wordt ook uitgebreid om verbindingen naar het uitwendige van het systeem (de externe verbindingen) in rekening te brengen.
- Hoofdstuk 5 spitst zich toe op het model voor de fysische architectuur en is een uitbreiding van de schattingsmethode van twee naar drie dimensies.
- Hoofdstuk 6 gaat tenslotte uitgebreid in op mogelijke aanpassingen aan het model voor de schakeling. We zullen er vooral aandacht hebben voor meerpuntsnetten.

De resultaten zijn voor elk van de uitbreidingen afzonderlijk behandeld in de respectievelijke hoofdstukken.

In hoofdstuk 7 worden de belangrijkste toepassingen van dit doctoraal onderzoekswerk kort besproken en het besluit volgt in hoofdstuk 8. In bijlage A wordt wat meer uitleg gegeven over de experimenten die in dit doctoraal onderzoekswerk voortdurend worden gebruikt om de theorie te toetsen en te evalueren. De twee andere bijlagen bevatten wiskundige uitwerkingen van de in de tekst gebruikte formules en zijn vooral bedoeld voor de volledigheid.

Zoals hierboven reeds gesteld werd, kennen de a priori schattingen een vernieuwde interesse in de onderzoeksgemeenschap. Dit komt duidelijk tot uiting in panelgesprekken op internationale conferenties [Ped97] en in publicaties in

internationale tijdschriften. Dit doctoraal onderzoekswerk legt de theoretische basis om voldoende nauwkeurige schattingen in de toekomst mogelijk te maken. Het wil een aanzet geven tot verder onderzoek op dit domein en tot bruikbare methoden die in de CAD-software kunnen ingebouwd worden, kunnen leiden tot betere computerarchitecturen en tot een beter inzicht in schakelingen.

## Samenvatting

In dit eerste hoofdstuk hebben we het onderzoek dat in deze doctoraalscriptie wordt beschreven, gesitueerd binnen de wereld van het digitaal ontwerp, meer specifiek in de overgang van de logische structuur naar de fysische structuur van het ontwerp. We hebben als belangrijkste doel van dit onderzoek gekozen voor het zoeken naar nauwkeuriger (theoretische) modellen voor a priori schattingen van draadlengten in computersystemen en de drie pijlers bepaald waarop dit onderzoekswerk steunt: een model voor de schakeling, voor de fysische architectuur en voor de lay-outontwikkeling.

De drie pijlers van dit onderzoek gaven meteen ook de richtingen aan van mogelijke toepassingen van ons onderzoekswerk. Onze draadlengteschattingen kunnen gebruikt worden voor het verbeteren van CAD-methoden voor grondplanontwerp en plaatsing en voor het evalueren van nieuwe computerarchitecturen. Bovendien geeft een uitbreiding van het model voor schakelingen meer inzicht in schakelingen en laat het toe referentieschakelingen automatisch te genereren.

Na een overzicht van de belangrijkste publicaties over draadlengteschattingen, werd, bij wijze van inleiding op alle volgende hoofdstukken, een overzicht gegeven van onze methode voor draadlengteschattingen en van deze doctoraalscriptie.



## Hoofdstuk 2

# Definities en Basismodellen

De drie basismodellen.

*In dit hoofdstuk worden de voorbereidingen getroffen voor het eigenlijke onderzoekswerk. Hier worden de verschillende theoretische (bestaande) modellen besproken waarvan wij verder in deze thesis uitgebreid gebruik zullen maken en waarop dit doctoraal onderzoekswerk steunt. Om het doel van dit doctoraal onderzoek te bereiken (het nauwkeuriger schatten van draadlengten in computersystemen) moeten we beschikken over een model voor het plaatsen van een schakeling in een fysische architectuur en dus ook over een model voor de schakeling zelf en voor de fysische architectuur waarin we de schakeling zullen plaatsen. Deze drie modellen – voor de schakeling, de fysische architectuur en het plaatsingsproces – worden in dit hoofdstuk besproken.*

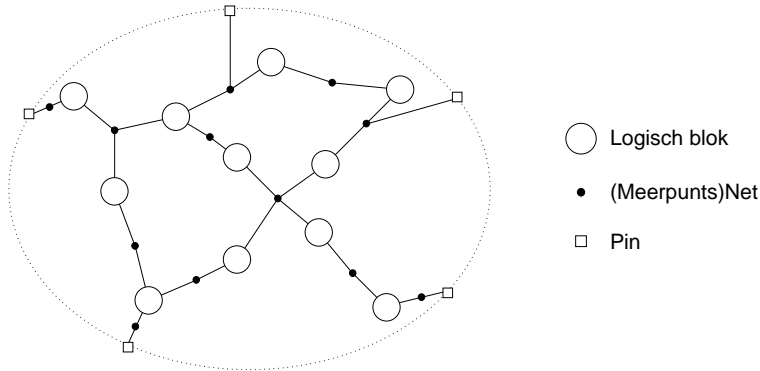
## 2.1 Model voor een schakeling

### 2.1.1 Algemeen model voor een schakeling

Zoals we in de inleiding (hoofdstuk 1) hebben gesteld, definiëren we een *schakeling* als een (digitaal) ontwerp, bekeken door een logische structurele bril. In het Y-diagram van Gajski en Kuhn vinden we dus een schakeling op de tak van de logische structuur (figuur 1.2). De precieze plaats van de schakeling in dit diagram hangt af van het niveau waarop we de schakeling bekijken. Op het laagste niveau, het circuitniveau, bestaat een schakeling uit transistors, op het logisch niveau uit poorten en flipflops, enz. Op het hoogste niveau, het systeemniveau, bekijken we de schakeling als de combinatie van een processor (of een aantal processors) met een bus en een geheugen. Op welk niveau we de schakeling ook willen bekijken, we kunnen een schakeling steeds modelleren als een verzameling geïnterconnecteerde *elementaire blokken* zoals voorgesteld in figuur 2.1. Een verbinding tussen twee of meer van deze elementaire blokken noemen we een *net*.

De elementaire blokken van een schakeling zijn de representatie van de circuitelementen die op hun beurt een deeltje van het gedrag van het ontwerp implementeren. In de context van deze doctoraalscriptie is het nuttig om abstractie te maken van het representatieniveau van de elementaire blokken. We houden wel steeds voor ogen dat deze blokken een zeer uiteenlopende logische structurele complexiteit kunnen hebben.

Netten geven weer hoe de elementaire blokken met elkaar verbonden worden. Een net is dus een model voor een elektrische verbinding. In het meest eenvoudige model houden we geen rekening met de richting waarin de gegevens van het ene blok naar het andere kunnen overgebracht worden via de elektrische verbinding. Meer ingewikkelde modellen houden wel rekening met de richting van de gegevensoverdracht. Netten kunnen verbindingen realiseren tussen een



Figuur 2.1: Voorstelling van een algemeen model voor een schakeling.

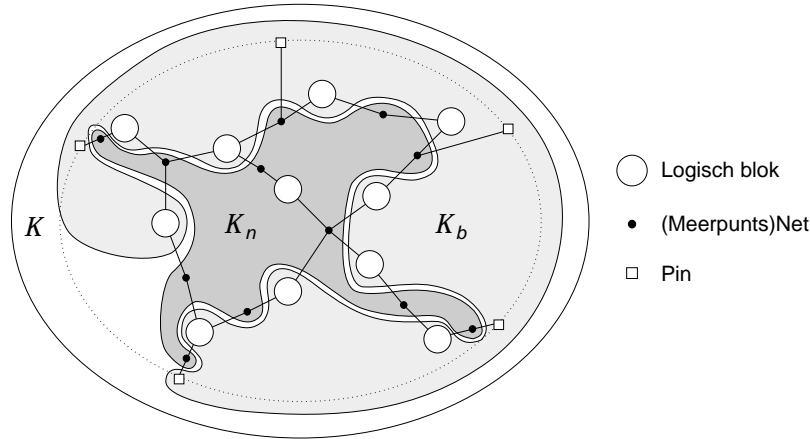
willekeurig aantal ( $\geq 2$ ) elementaire blokken.

Sommige netten wisselen ook gegevens uit met het uitwendige van de schakeling (de buitenwereld). Dergelijke netten noemen we *externe netten* (in tegenstelling tot de *interne netten* die enkel elementaire blokken van de schakeling met elkaar verbinden). Omdat in ons model van een schakeling de gegevensoverdracht steeds gebeurt tussen elementaire blokken, maken we abstractie van de interactie van externe netten met de buitenwereld door, voor elk extern net, een nieuw blok in te voeren dat we een *pin* zullen noemen (zie figuur 2.1). De overige elementaire blokken worden verder *logische blokken* genoemd. Het is duidelijk dat elk extern net verbonden is met precies één pin. Omgekeerd is ook elke pin verbonden met precies één extern net.

We nemen aan dat een net nooit meer dan één verbinding heeft met hetzelfde (logisch) blok. Dit is geen beperking mits we deze verbindingen samen nemen tot één groep en de *aansluitpunten* van het logisch blok die met deze groep verbonden zijn verder als één aansluitpunt beschouwen.

### Voorstelling van het model

Uit het hierboven beschreven model voor een schakeling blijkt dat een schakeling kan voorgesteld worden door een graaf met de logische blokken en de pinnen als knopen en de netten als takken. Aangezien de netten echter met meer dan twee logische blokken kunnen verbonden zijn, zouden we een hypergraaf moeten gebruiken. Het is dan ook interessanter zowel de knopen als de netten als knopen van een graaf voor te stellen wat leidt tot een *bipartite graaf*  $\mathcal{G}_s(\mathcal{K}, \mathcal{T})$  (met  $\mathcal{K} = \mathcal{K}_b \cup \mathcal{K}_n$ ), waarin de knopen in de ene deelverzameling  $\mathcal{K}_b$  de elementaire blokken voorstellen (zowel logische blokken als pinnen) en de knopen in de andere deelverzameling  $\mathcal{K}_n$  de netten. De takken ( $\in \mathcal{T}$ ) van de graaf geven aan welke blokken met welke netten verbonden zijn en zijn dan



Figuur 2.2: Graafvoorstelling van een schakeling met  $\mathcal{K}_b$  de verzameling knopen die de elementaire blokken voorstellen en  $\mathcal{K}_n$  de verzameling knopen die de netten voorstellen.

tijdloze verbindingen die louter de topologie van het netwerk weergeven. Een elementair blok  $B$ , met geassocieerde knoop  $K_B \in \mathcal{K}_b$ , is verbonden met een net  $N$ , met geassocieerde knoop  $K_N \in \mathcal{K}_n$ , als en slechts als er een tak  $T \in \mathcal{T}$  bestaat die  $K_B$  met  $K_N$  verbindt.

De hierboven beschreven graaf wordt de *ontwerpgraaf* genoemd en een voorbeeld is weergegeven in figuur 2.2.

### Karakterisering van het model

Het model voor de schakeling wordt gekarakteriseerd door het totale aantal logische blokken  $G$ , het totale aantal pinnen  $P_{tot}$  en het totale aantal netten  $N$ .

De topologie van het model voor de schakeling wordt gekarakteriseerd door de hierna gedefiniëerde grootheden.

**Definitie 2.1 (Meerpuntsnet)** Een net  $N$  dat meer dan twee elementaire blokken verbindt (één uitgang met verschillende ingangen), noemen we een **meerpuntsnet**. Weze  $\mathcal{T}_N$  de verzameling van takken die, in de graafvoorstelling, verbonden zijn met de knoop  $N$  dan is  $N$  een meerpuntsnet als  $|\mathcal{T}_N| > 2$ .

**Definitie 2.2 (Netgraad)** De **netgraad**  $\nu_N$  van een (meerpunts)net  $N$  wordt gedefiniëerd als het aantal elementaire blokken waarmee het net verbonden is of, in de graafvoorstelling, het aantal invallende takken:  $\nu_N = |\mathcal{T}_N|$ .

**Definitie 2.3 (Netgraaddistributie)** De netgraaddistributie<sup>1</sup>  $\mathcal{D}_n$  van de schakeling geeft de verdeling van de netgraad over de netten weer. Het is dus een geordende rij van getallen  $d_n$  die, voor elke  $n$ , aangeeft hoeveel netten met netgraad  $\nu = n$  de schakeling bevat.

$$\mathcal{D}_n = (d_n)_{n=1, \dots, G}.$$

**Eigenschap 2.1** De som van alle getallen in de rij van de netgraaddistributie is gelijk aan het totale aantal netten  $N$  in de schakeling.

$$\sum_n d_n = N.$$

**Eigenschap 2.2** De genormaliseerde netgraaddistributie  $\mathcal{E}_n$  van een schakeling is een rij van getallen die, voor elke  $n$ , de fractie aangeeft van het aantal netten met netgraad  $\nu = n$  t.o.v. het totale aantal netten  $N$ .

$$\mathcal{E}_n = (e_n)_{n=1, \dots, G},$$

met

$$\forall n : e_n = \frac{d_n}{N}.$$

Uit de netgraaddistributie kan men uiteraard de gemiddelde netgraad berekenen.

**Definitie 2.4 (Knoopgraad)** De knoopgraad van een elementair blok is het aantal aansluitpunten van dit blok. In de graafvoorstelling is dit dus het aantal takken invallend in de knoop die het elementair blok voorstelt.

**Definitie 2.5 (Knoopgraaddistributie)** De knoopgraaddistributie van een schakeling geeft de verdeling van de knoopgraad over de knopen weer. Het is dus een geordende rij van getallen die, voor elke knoopgraad, aangeeft hoeveel knopen met deze knoopgraad de schakeling bevat.

Uit het hogerbeschreven model voor de schakeling volgt dat de knoopgraad van een pin steeds 1 is. In wat volgt zullen we dan ook enkel de knoopgraad van de logische blokken in rekening brengen voor de karakterisering van het model. Meestal beperken we ons dan nog tot de gemiddelde knoopgraad of dus het gemiddeld aantal aansluitpunten  $T_b$  per logisch blok.

Om ‘reële’ schakelingen te kunnen modelleren met behulp van het graafmodel, moeten we op de een of andere manier een idee hebben over de wijze waarop netten en logische blokken met elkaar verbonden zijn. Immers, de belangrijkste eigenschap van schakelingen die we zullen gebruiken, is de topologie

<sup>1</sup>Het woord ‘distributie’ wordt in deze tekst niet gebruikt in de stochastische betekenis.



van de verbindingen. Het uiteindelijke model moet ons voldoende informatie verschaffen over de complexiteit van de verbindingen in de schakeling. Dit moet ons dan in staat stellen vele verschillende klassen van realistische schakelingen te onderscheiden. Deze informatie mag anderzijds ook niet te restrictief behandeld worden vermits we een model wensen dat geldig is voor een groot aantal realistische schakelingen. Een te gedetailleerde beschrijving voldoet bovendien niet aan onze wens om zeer snel schattingen van verschillende parameters te kunnen maken. Om de complexiteit van de verbidingsstructuur te kunnen karakteriseren, moeten we echter beschikken over een model voor het partitioneren van schakelingen. Dit vergt dan ook een meer uitgebreide bespreking die in de volgende paragrafen aan bod komt.

### 2.1.2 Model voor het partitioneren van schakelingen

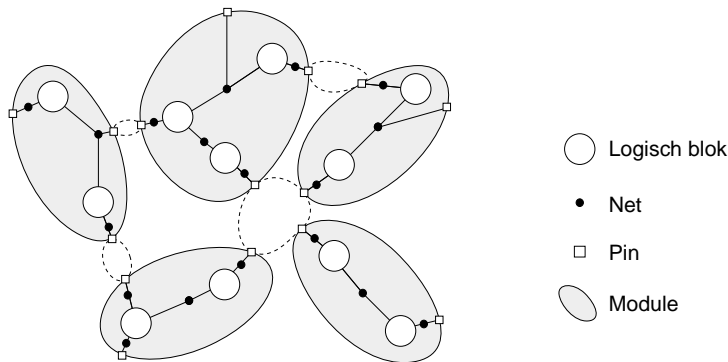
#### Algemeen model

Het *partitioneren van een schakeling* betekent het opsplitsen van de schakeling in deelschakelingen (verder *modules* genoemd). Elke module  $M$  bevat een aantal logische blokken  $B$  van de schakeling (zie figuur 2.3). We gaan er steeds van uit dat er bij het partitioneren geen elementaire blokken verloren gaan, m.a.w. elk elementair blok van de schakeling behoort, na partitionering, tot minstens één module. Omwille van de eenvoud, wordt in deze tekst steeds de volgende veronderstelling gemaakt

**Veronderstelling 2.1** *De modules in een partitionering zijn steeds disjunct (met betrekking tot de knopen).*

Met deze veronderstelling behoort elk elementair blok van de schakeling tot precies één module. Sommige partitioeneeralgoritmen laten wel toe dat elementaire blokken behoren tot de doorsnede van twee of meer modules. Duplicatie wordt soms zelfs doelbewust aangewend om bepaalde eigenschappen van het systeem (b.v. de looptijd in het langste pad) te verbeteren. Deze gevallen worden hier niet beschouwd.

Het partitioneren van de schakeling in modules heeft als gevolg dat een aantal netten verbonden is met blokken uit verschillende modules (dit is aangeduid in de figuur door een lus in stippellijn). We zeggen dat deze netten de modulegrenzen overschrijden en noemen deze netten externe netten voor de desbetreffende modules. Deze externe netten worden gedeeld door verschillende modules. Om de modules ook disjunct te maken met betrekking tot de netten, delen we elk extern net op in deelnetten (evenveel als er modules zijn die het net delen) en wijzen elk deelnet toe aan één module. Dit kan gezien worden als een “doorknippen” van deze netten. Meestal tracht men tijdens het partitioneren het aantal netten dat moet “doorgeknipt” worden te minimaliseren.



Figuur 2.3: Model voor het partitioneren van de schakeling uit de figuur 2.1 in modules.

Aan elk deelnet dat is doorgeknijpt, wordt een nieuwe pin toegewezen<sup>2</sup> zodat elke module op zich als een schakeling kan beschouwd worden en (eventueel) verder kan worden geparitioneerd. Een partitioenerproces waarbij de modules zelf verder worden geparitioneerd, wordt een *hiërarchisch partitioenerproces* genoemd.

Het aantal mogelijke partitioneringen  $p$  van  $G$  blokken in  $M$  modules is voor elk praktisch geval bijzonder groot. In de veronderstelling dat  $G$  deelbaar is door  $M$  ( $B = G/M$  met  $B$ , het aantal blokken per module, een geheel getal) geldt [ROW71]:

$$p = \frac{G!}{B!^M M!}. \quad (2.1)$$

Zelfs voor relatief kleine schakelingen met 1000 logische blokken die verdeeld worden over 20 modules is  $p > 10^{1260}$ . Het is duidelijk dat het exhaustief zoeken van de beste partitionering uitgesloten is en dat men zijn heil moet zoeken in heuristische procedures.

Er bestaat heel wat literatuur over het partitioneren van schakelingen. Een gedetailleerd (en recent) overzicht van de meeste bestaande partitioenermethoden wordt gegeven door Alpert en Kahng [AK95]. De auteurs delen de partitioenermethoden in vier categorieën in: methoden gebaseerd op verplaatsingen, op geometrische representaties, op combinatorische formuleringen of op het groeperen van blokken. De partitioeneralgoritmen gebaseerd op verplaatsingen vormen veruit de grootste groep omdat zij het gemakkelijkst te implementeren zijn. Hagen e.a. [HKKR94] vergeleken de resultaten van verschillende algoritmen en kwamen tot de conclusie dat de zogenaamde ‘*ratiocut*’-partitioenermethode

<sup>2</sup> Indien het oorspronkelijke net reeds een extern net was, kan de bestaande pin hergebruikt worden voor één van de deelnetten. We komen hierop uitgebreid terug in hoofdstuk 6.

de beste resultaten gaf. Een implementatie van deze methode werd beschreven door Wei en Cheng in [WC91]. Voor de experimentele verificatie van de theoretische resultaten die in dit proefschrift worden afgeleid, zal dan ook gebruik gemaakt worden van een implementatie van ‘*ratio-cut*’ gebaseerd op [WC91]. Een uitgebreide toelichting hierbij wordt gegeven in bijlage A, paragraaf A.2.

### Partitionering volgens Rent

Om de verbindingscomplexiteit te modelleren, hebben we een ‘optimale’ partitioneermethode nodig. Het criterium dat we hierbij hanteren, is dat het aantal tijdens het partitioneerproces doorgeknipte netten minimaal moet zijn. Een heel speciale, theoretische methode om een schakeling te partitioneren die voldoet aan het gestelde criterium,<sup>3</sup> is beschreven door Landman en Russo in [LR71] en is gebaseerd op eerder werk rond partitionering van schakelingen [ROW71]. We zullen naar deze methode verder refereren als de *partitioneer-methode van Rent*.

In de partitioneer-methode van Rent worden, tijdens de partitionering, randvoorwaarden opgelegd op het maximale aantal modules  $M_{max}$ , het maximale aantal pinnen per module  $P_{max}$  en het maximale aantal blokken per module  $B_{max}$ . De procedure verloopt als volgt [LR71, Rus72]:

1.  $B_{max}$  wordt op een hoge waarde gezet;
2. een verzameling waarden voor  $P_{max}$  wordt geselecteerd;
3. voor elke waarde van  $P_{max}$  zoekt men een sequentie van partitioneringen waarbij  $M_{max}$  steeds verlaagd wordt tot de laagst mogelijke waarde van  $M_{max}$  zodat een partitionering in modules nog mogelijk is;
4. om een kleinere variatie in modulegroottes te krijgen, herhaalt men vervolgens de stappen 2 en 3 voor de laagst mogelijke waarde voor  $B_{max}$  zodat in stap 3 partitionering nog mogelijk is.

Dat de partitioneer-methode van Rent het criterium van een minimaal aantal doorgeknipte netten vervult, is het gevolg van het achtereenvolgens verminderen van  $M_{max}$  in stap 3. Dit vereist het toevoegen van extra logische blokken in elke module zonder het aantal pinnen te verhogen. Op die manier worden sterk verbonden logisch blokken bij voorkeur eerst samengebracht in dezelfde module. Een dergelijke partitionering bestaat steeds, hoe lang het ook duurt om ze te vinden.

---

<sup>3</sup>In strikte zin gebruikt de partitioneer-methode van Rent als criterium niet het minimaal aantal doorgeknipte netten maar wel het minimaal aantal gegenereerde pinnen. Het subtiele (maar belangrijke) verschil tussen de twee criteria wordt besproken in hoofdstuk 6.

### 2.1.3 Model voor de verbindingscomplexiteit: de regel van Rent

Schakelingen kunnen geïnclassificeerd worden op basis van hun *verbindingscomplexiteit*. Deze verbindingscomplexiteit is gebaseerd op de wetenschap dat sommige schakelingen een geheel verschillende verbindingsstructuur hebben dan andere schakelingen. Als de twee uitersten beschouwen we enerzijds één lange ketting van logische blokken (die enkel verbonden zijn met hun voorganger en opvolger in de ketting) en anderzijds een schakeling met talrijke dicht bij elkaar vernestelde lussen. Intuïtief zal de lezer onmiddellijk inzien dat de verbindingsstructuur van de tweede schakeling veel complexer is dan die van de eerste schakeling. Alhoewel dit onderscheid op het eerste gezicht louter gebaseerd is op intuïtie, blijkt het een heel bruikbare maat te zijn om schakelingen te karakteriseren.

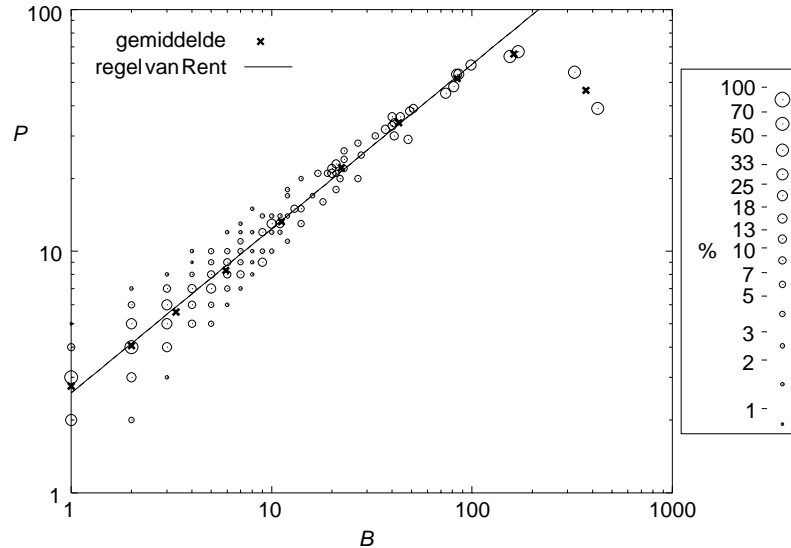
De verschillen in verbindingscomplexiteit tussen verschillende schakelingen werden voor het eerst experimenteel gekwantificeerd door Rent en zijn bevindingen hebben geleid tot de intussen vermaarde *regel van Rent* [LR71, Feu82, Fer85, CC91, Oza92, Vil2, VM92, VMSVC95b]. Beschouw een partitionering op basis van de partitioermethode van Rent. De regel van Rent legt, voor dergelijke partitionering, een verband vast tussen het gemiddeld aantal elementaire blokken  $B_m$  per module en het gemiddeld aantal pinnen (of externe verbindings)  $P_m$  van de modules als:

$$P_m = T_b B_m^r. \quad (2.2)$$

In deze formule is  $T_b$  het gemiddeld aantal pinnen per logisch blok (stel, om dit in te zien,  $B_m$  gelijk aan 1) en  $r$  is de *Rent-exponent*. Deze exponent is een maat voor de verbindingscomplexiteit van een schakeling [Oza92] en kan variëren van 0 tot 1. Hoge waarden voor de Rent-exponent komen overeen met een hoge verbindingscomplexiteit. Normaal gezien varieert  $r$  van ongeveer 0,5 voor regelmatige structuren zoals direct toegankelijk geheugen (RAM) tot ongeveer 0,75 voor complexe structuren zoals snelle VLSI-schakelingen [Rus72]. Poortenschakelingen van een gemiddelde complexiteit hebben  $T_b = 2,5$  en  $r = 0,6$  [Don74].

De regel van Rent geeft aan dat, voor een partitionering van een schakeling in modules volgens de partitioermethode van Rent, het aantal pinnen per module  $P$  het aantal blokken per module  $B$  volgt op een gelijkaardige manier, onafhankelijk van de waarde van  $B$  of  $P$ . Dit *Rent-gedrag*<sup>4</sup> blijkt in nagenoeg alle reële ontwerpen voor te komen [LR71, VM92]. In figuur 2.4 is het Rent-gedrag duidelijk te zien. De waarden voor het aantal pinnen per module en het

<sup>4</sup>In deze context gebruiken we het woord “gedrag” niet in de betekenis die er in het Y-diagram van Gajski en Kuhn (zie hoofdstuk 1) aan gegeven wordt maar geven we het de semantische betekenis uit de Nederlandse taal.



Figuur 2.4: De regel van Rent: aantal pinnen per module  $P$  tegenover aantal blokken per module  $B$  tijdens een partitionering van een referentieschakeling (ISCAS89-referentieschakeling 's953') volgens de 'ratiocut'-partitioneer methode. De grootte van de cirkels geeft aan welk percentage van de modules rond een gemiddelde  $B$  (op equidistante plaatsen in het dubbel-logaritmisch diagram),  $P$  pinnen heeft.

aantal logische blokken per module werden verkregen door een partitionering op basis van de 'ratiocut'-partitioneer methode (zie appendix A). Wanneer de gegevens uitgezet worden in een dubbel-logaritmisch diagram, dan ziet men dat ze nagenoeg op een rechte lijn liggen (met enige spreiding op de waarden). Dit is precies wat door de regel van Rent wordt voorspeld. Zeker als we naar het gemiddeld aantal pinnen per modulegrootte kijken, zien we een zeer duidelijke overeenstemming tussen de opgemeten waarden en de rechte die de regel van Rent beschrijft.<sup>5</sup>

Uit figuur 2.4 blijkt dat de Rent-exponent van een schakeling kan geschat worden door de schakeling te partitioneren en het aantal pinnen en aantal blokken van elke module te tellen. Het passen van een rechte aan de verkregen gegevens (in een dubbel-logaritmisch diagram) levert dan de Rent-exponent op als helling van deze rechte. Voor het voorbeeld van figuur 2.4 levert deze procedure een Rent-exponent  $r = 0,68$  op.<sup>6</sup>

<sup>5</sup>De afwijking voor hoge waarden van  $B$  en  $P$  wordt verder toegelicht.

<sup>6</sup>De laatste punten (voor hoge waarden van  $B$ ) werden niet in rekening gebracht omdat deze tot het tweede gebied van Rent behoren (zie verder).

### 2.1.4 Fractale dimensie van schakelingen

#### Zelfgelijkenis in schakelingen

Het feit dat de meeste schakelingen bij partitionering een gedrag vertonen dat zeer goed overeenstemt met de regel van Rent is een gevolg van het feit dat ontwerpers hiërarchisch te werk gaan bij het ontwerpen van de schakelingen [Don74]. Het op te lossen probleem wordt opgesplitst in deelproblemen en kleine modules worden ontworpen om de deelproblemen op te lossen. Deze kleine modules worden samengebracht tot grotere gehelen en die worden op hun beurt samengevoegd tot uiteindelijk de hele schakeling ontworpen is. Tijdens dit hiërarchisch ontwerp van schakelingen wordt de ontwerper op elk niveau geconfronteerd met ongeveer dezelfde verbindingscomplexiteit (die voor een groot stuk bepaald wordt door het probleem dat moet opgelost worden) maar blijft het geheel overzichtelijk omdat er veel minder onderdelen zijn. Deze “verdeel-en-heers” methode leidt tot een hiërarchische opbouw van schakelingen en tot de *zelfgelijkenis* in schakelingen (figuur 2.5). Donath [Don74] heeft aangetoond dat een dergelijke hiërarchische opbouw van een schakeling leidt tot een gedrag zoals weergegeven in de regel van Rent. In omgekeerde zin voldoet de regel van Rent aan de *homogeniteitsrelatie* [CD90]

$$f(\lambda x) = \lambda^\alpha f(x). \quad (2.3)$$

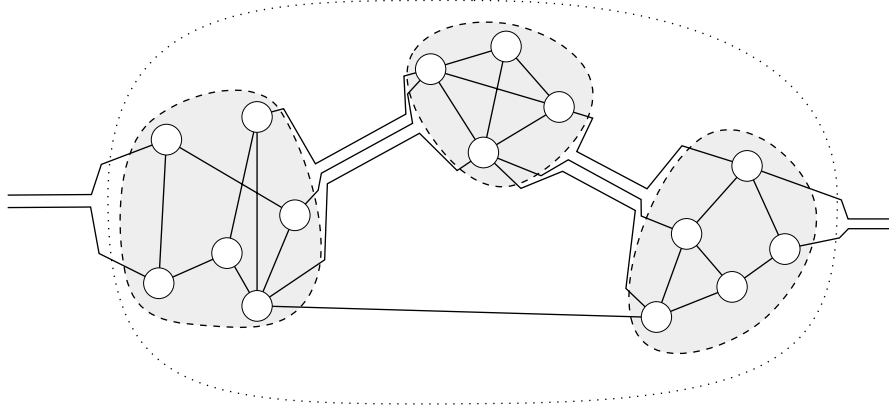
Functies die aan de homogeniteitsrelatie voldoen worden *schalend* genoemd en de systemen die door deze functies beschreven worden, bezitten een *zelfgelijkende schalingssymmetrie* [CD90]. Zelfgelijkenis is met andere woorden een invariantie tegenover multiplicatieve schaalveranderingen in plaats van additieve schaalveranderingen (translatie). Zelfgelijkenis kan dus beschouwd worden als periodiciteit op een logaritmische schaal [Sch90].

De zelfgelijkenis in schakelingen doet meteen het vermoeden rijzen van het bestaan van een *fractale dimensie van een schakeling*. Alhoewel we de fractale dimensie niet als parameter zullen meenemen in het model voor de schakeling, geeft een beschrijving ervan wel een beter beeld van het schalingsgedrag van een schakeling. We gaan hier in deze paragraaf iets dieper op in en zullen meteen de deur op een kier zetten voor een meer theoretische benadering van de regel van Rent.

#### Fractale geometrie en fractale dimensie

De grondlegger van de *fractale geometrie* is Benoit B. Mandelbrot [Man83]. Zijn werk opende vanaf 1976 een heel nieuwe wereld voor de wetenschap, de wereld van de *fractalen*.<sup>7</sup> Fractalen zijn curven, oppervlakken, ... met als speciale

<sup>7</sup>Het woord “fractaal” is afgeleid van het Latijnse *fractus* wat betekent: ‘gebroken of onregelmatig deel’ (van *frangere*: breken).



Figuur 2.5: Hiërarchie en zelfgelijkenis in schakelingen.

eigenschap dat ze een niet-gehele dimensie bezitten, de zogenaamde *fractale dimensie* of Hausdorff-dimensie (Hausdorff voerde in 1919 een veel algemener gebruik van het begrip dimensie in waarbij dimensies niet noodzakelijk geheel moesten zijn). Deze fractale dimensie is steeds groter dan de topologische dimensie die we traditioneel aan een object toekennen. Een curve (b.v. een lijn) heeft een topologische dimensie  $D_t = 1$ , een fractale curve daarentegen heeft een fractale dimensie  $D_f > 1$ . Dit is eigen aan de definitie van een fractaal ([Man83], p.15):

**Definitie 2.6 (Fractaal)** Een fractaal is een verzameling (van punten, curven, ...) waarvoor de Hausdorff-dimensie strikt groter is dan de topologische dimensie.

Het is duidelijk dat het begrip “fractale dimensie” een cruciale betekenis heeft in de wereld van de fractalen. We voegen dan ook de volgende belangrijke definities aan deze bespreking toe [Nau95].

In fractale geometrie werkt men steeds met een metrische ruimte met een niet-gehele dimensie. Een metrische ruimte is een ruimte  $X, d$  waarop een *afstandsfunctie*  $d$  gedefiniëerd is.

**Definitie 2.7 (Metrische ruimte)**  $X, d$  is een **metrische ruimte** als  $X$  een niet-lege verzameling is ( $X \neq \emptyset$ ) en er een functie  $d$  bestaat,  $d: X \times X \rightarrow \mathbb{R}$  die een metriek is op  $X$ .

**Definitie 2.8 (Metriek)**  $d$  is een **metriek** op  $X$  als:

1.  $\forall x_1, x_2 \in X : d(x_1, x_2) \geq 0$ ;
2.  $\forall x_1, x_2 \in X : d(x_1, x_2) = 0 \iff x_1 = x_2$ ;

3.  $\forall x_1, x_2 \in X : d(x_1, x_2) = d(x_2, x_1);$
4.  $\forall x_1, x_2, x_3 \in X : d(x_1, x_3) \leq d(x_1, x_2) + d(x_2, x_3).$

**Definitie 2.9 (Diameter van een verzameling)** De diameter  $\delta(S)$  van een deelverzameling  $S$  van een metrische ruimte  $X, d$ , is gedefiniëerd als de maximum afstand in  $S$  onder  $d$ .

$$\delta(S) = \sup_{x,y} \{d(x, y) : x, y \in S\}. \quad (2.4)$$

**Definitie 2.10 (Hausdorff-maat)** Weze gegeven:  $\sigma \geq 0$ . De Hausdorff-maat  $m_\sigma(X)$  is gedefiniëerd voor elke  $X \subset [0,1]$  door:

$$m_\sigma(X) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \inf \left( \sum_i \delta(S_i)^\sigma \right) \leq \infty \quad (2.5)$$

Het infimum wordt genomen over alle aftelbare bedekkingen van  $X$  met intervallen  $S_1, S_2, \dots$  van lengte  $\delta(S_i) \leq \epsilon$ .

De lengte van een interval  $S$  is hier gebruikt als een metrische grootheid en is gelijk aan de diameter  $\delta(S)$ .

Op basis van de Hausdorff-maat kan men de Hausdorff-dimensie definiëren.

**Definitie 2.11 (Hausdorff-dimensie)** Weze gegeven:  $X \subset [0,1]$  en een Hausdorff-maat  $m_\sigma(X)$ . Als er een getal  $D_f$  bestaat zó dat

- $m_\sigma(X) = 0$  voor  $\sigma > D_f$ ;
- $m_\sigma(X) = \infty$  voor  $\sigma < D_f$ .

dan is  $D_f$  de Hausdorff-dimensie.

De definitie van de Hausdorff-maat en de Hausdorff-dimensie kan eenvoudig uitgebreid worden naar willekeurige deelverzamelingen van  $\mathbb{R}^d$  voor  $d = 1, 2, \dots$

### Metten van de fractale dimensie

De Hausdorff-dimensie wordt dikwijls benaderd door het gebruik van de “box-counting”-methode. Hierbij gaat men de fractaal bedekken met lijnstukjes, vierkantjes, cirkeltjes, ... met afnemende diameter en tellen hoeveel er de fractaal (gedeeltelijk) bedekken.





Figuur 2.6: Het berekenen van de fractale dimensie van de kustlijn van Groot-Brittannië; stap 1: bedekking met een grofmazig rooster.

**Voorbeeld: Fractale dimensie van de kustlijn van Groot-Brittannië.**

Een bekend voorbeeld van een fractaal is de kustlijn van Groot-Brittannië [Nau95] (zonder de eilandjes). De lengte van de kustlijn  $L$  is afhankelijk van de meetlat  $l$  die men gebruikt. De relatie blijkt van de vorm te zijn:

$$L(l) \simeq A l^{1-D_f} \quad (2.6)$$

Als de kustlijn eendimensionaal zou zijn ( $D_f = 1$ ) dan was de lengte ervan  $L$  (asymptotisch) onafhankelijk van de meetlat  $l$ . De kustlijn blijkt echter fractaal te zijn met dimensie  $D_f > 1$ . Dit betekent dat  $L$  divergeert als  $l \rightarrow 0$ .

Om nu de fractale dimensie van de kustlijn te meten, leggen we een rooster van vierkantjes op de kaart van Groot-Brittannië (zie figuur 2.6) en tellen de vierkantjes die een stuk van de kustlijn bevatten. We tellen er 42.

We delen nu de diameter van de vierkantjes door twee en doen hetzelfde (figuur 2.7). Nu tellen we 86 vierkantjes die een stuk van de kustlijn bevatten.



Figuur 2.7: Het berekenen van de fractale dimensie van de kustlijn van Groot-Brittannië; stap 2: bedekking met een fijnmazig rooster.

Het aantal vierkantjes dat de kustlijn bedekt, is verhoogd met een factor  $86/42 \simeq 2,048 \simeq 2^{1,034}$ . Deze factor is groter dan de (als gevolg van de schaling van de vierkantjes) verwachte factor 2. De fractale dimensie kan dus geschat worden op 1,034.

(**Opmerking:** om een betere schatting te krijgen moeten we natuurlijk veel verder gaan met het opdelen van de vierkantjes.)

### Fractale dimensie van schakelingen

Uit de zelfgelijkenis in schakelingen vermoeden we dat er ook voor schakelingen een fractale dimensie moet bestaan. Deze fractale dimensie beschrijft noodgedwongen het schalingsgedrag van de schakeling en moet daarom eveneens in verband staan met de Rent-exponent. Verschillende onderzoekers hebben reeds een poging gedaan een fractale dimensie aan schakelingen toe te kennen [Man83, CS90, Chr91, VM92, Oza92, OG92, Chr93]. Mandelbrot [Man83] stelt voor de regel van Rent te schrijven als

$$P^{\frac{1}{D_f}} \sim B^{\frac{1}{D_t}} \quad (2.7)$$

waarbij  $D_f$  een soort fractale dimensie van het oppervlak van de schakeling is en  $D_t$  de Euclidische (topologische) dimensie van de fysische ruimte waarin de schakeling geplaatst is. Christie [Chr93] gebruikt als maat de lengte van de draden in een geplaatste schakeling en komt tot een fractale dimensie die gegeven wordt door  $D_f = 3 - 2r$ . We zullen hierna aantonen dat beide definities niet helemaal stroken met het intuïtieve begrip “dimensie” en we zullen een ander verband tussen  $D_f$  en  $r$  afleiden [Oza92, Fer85].

**Definitie 2.12 (Fractale dimensie van een schakeling)** *De fractale dimensie van een schakeling is de (fictieve, niet noodzakelijk gehele) dimensie van een Manhattan-ruimte waarin de schakeling net optimaal kan geplaatst worden zodanig dat, bij een schaling van de Manhattan-ruimte, de gemiddelde draadlengte in de schakeling op dezelfde manier schaalt.*

Met een optimale plaatsing wordt een plaatsing bedoeld die de draadlengte minimaliseert (zie verder paragraaf 2.3).

De fractale dimensie  $D_f$  heeft de fysische betekenis dat een schakeling met verbindingscomplexiteit gegeven door de Rent-exponent  $r$  de volgende eigenschap bezit:

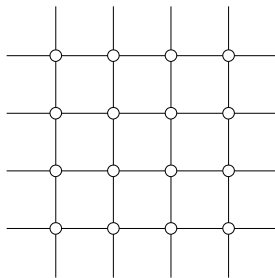
**Eigenschap 2.3** *Wanneer de schakeling, geplaatst in een (fictieve) dimensie  $D'_f < D_f$  onbegrensd groot wordt gemaakt (aantal knopen neemt onbeperkt toe), dan zal de totale gemiddelde lengte van de verbindingen begrensd blijven. In een dimensie  $D'_f > D_f$  echter zal de totale gemiddelde lengte van de verbindingen wel onbegrensd toenemen.*

De fractale dimensie van een schakeling moet logischerwijze voldoen aan de volgende eisen:

1. Complexere schakelingen hebben een hogere fractale dimensie en dus moet het verband tussen de fractale dimensie en de Rent-exponent een monotoon stijgende functie zijn.
2. Schakelingen die eigenschap 2.3 bezitten voor een gekende (Euclidische) dimensie  $D_t$ , hebben een fractale dimensie gelijk aan deze dimensie:  $D_f = D_t$ .
3. Een schakeling met Rent-exponent  $r = 0$  (aantal pinnen per module is onafhankelijk van het aantal logische blokken per module) kan in elke dimensie geplaatst worden zonder dat de totale gemiddelde draadlengte onbegrensd toeneemt. De fractale dimensie voor dergelijke schakeling is derhalve 1, per definitie.
4. Een schakeling met Rent-exponent  $r = 1$  (aantal pinnen per module neemt lineair toe met het aantal logische blokken per module) kan in geen enkele dimensie geplaatst worden zonder dat de totale gemiddelde draadlengte onbegrensd toeneemt. De fractale dimensie voor dergelijke schakeling is dus oneindig, per definitie.

Bekijken we nu de voorstellen van Mandelbrot en Christie voor een verband tussen de fractale dimensie en de Rent-exponent in het licht van voorgaande eisen:

- Het verband 2.7,  $D_f = r D_t$ , voorgesteld door Mandelbrot, voldoet wel aan de voorwaarde 1 maar kan nooit voldoen aan de andere drie voorwaarden. Voorwaarde 2 zou immers enkel mogelijk zijn als  $r = 1$  (dus voor de meest complexe schakelingen). Nochtans is de dimensie  $D_t$  van een enkelvoudige keten van logische blokken (met Rent-exponent 0) duidelijk 1. De reden voor de discrepantie ligt in de andere interpretatie van de fractale dimensie. De fractale dimensie voorgesteld door Mandelbrot is de dimensie van de curve die door de logische blokken met externe netten wordt beschreven in de ruimte waarin de schakeling geplaatst wordt. Het voorstel van Mandelbrot betekent dus dat de fractale dimensie van een schakeling afhankelijk is van de fysische dimensie waarin ze wordt geplaatst. Deze optie strookt niet met de hier voorgestelde intuïtieve definitie 2.12 die een eenduidig verband tussen fractale dimensie en verbindingencomplexiteit oplegt.
- Het voorstel van Christie, om als verband tussen de fractale dimensie en de Rent-exponent  $D_f = 3 - 2r$  te stellen, voldoet wel aan voorwaarde 2 voor tweedimensionale schakelingen (zie bespreking over het tweedimensionaal maasnetwerk hierna) maar niet voor schakelingen van andere dimensies.



Figuur 2.8: De fractale dimensie van een tweedimensionaal maasnetwerk.

Bovendien voldoet de definitie niet aan de voorwaarden 1, 3 en 4 wat elke fysische interpretatie van de fractale dimensie sterk bemoeilijkt.

Wij stellen als verband voor:

$$D_f = \frac{1}{1-r}, \quad (2.8)$$

en baseren ons daarvoor op de hierna volgende overwegingen.

Voor sommige schakelingen kennen we de fractale dimensie omdat ze gelijk is aan de Euclidische dimensie. Bekijken we immers een  $D$ -dimensionaal maasnetwerk, zoals in de figuur 2.8 (voor twee dimensies), en veronderstel dat de structuur oneindig ver doorloopt. Elk elementair blok heeft 4 verbindingen met naburige blokken ( $2D$  voor een  $D$ -dimensionaal maasnetwerk). Snij een willekeurig vierkant<sup>8</sup> in het maasnetwerk en tel het aantal blokken en het aantal pinnen. Bij een verdubbeling van het aantal blokken in het uitgesneden vierkant zal de omtrek (en dus het aantal pinnen) toenemen volgens  $\sqrt{B}$ :

$$P = 4\sqrt{B}. \quad (2.9)$$

Het is eenvoudig in te zien dat voor een  $D$ -dimensionaal maasnetwerk op analoge wijze geldt:

$$P = 2DB^{\frac{D-1}{D}} \quad (2.10)$$

De overeenkomstige Rent-exponent voor een  $D$ -dimensionaal maasnetwerk is dus gegeven door

$$r = \frac{D-1}{D}. \quad (2.11)$$

De formule 2.11 geeft aan dat het verband tussen de dimensie  $D$  van een maasnetwerk en zijn Rent-exponent gegeven wordt door

$$D = \frac{1}{1-r}. \quad (2.12)$$

---

<sup>8</sup>We snijden een vierkant uit omdat dit garandeert dat het aantal doorgeknippte netten het kleinst is voor een gegeven aantal blokken. We voeren met andere woorden impliciet een partitionering volgens Rent door.

We breiden nu deze formule 2.12 uit tot schakelingen waarvan we de (fractale) dimensie niet kennen. Dit leidt onmiddellijk tot het verband 2.8 tussen de fractale dimensie en de Rent-exponent van een schakeling. Dit verband voldoet aan de voorwaarde 1 en, bij constructie, ook aan de andere drie voorwaarden (zie pagina 53). Dit verband werd trouwens ook voorgesteld door Ozaktas die in [Oza92] opmerkte dat de ‘hyperoppervlakte’ van een hyperkubus van dimensie  $D$  toeneemt met de  $(D-1)/D$ -de macht van het ‘hypervolume’ en een analogie postuleert tussen ‘hyperoppervlakte’ en ‘aantal takken dat uit een deel van een graaf naar buiten treedt’ en tussen ‘hypervolume’ en ‘aantal knopen in de deelgraaf’. Het voorbeeld van een  $D$ -dimensionaal maasnetwerk toont aan dat een dergelijke analogie inderdaad van toepassing is. Dezelfde formule is ook terug te vinden in [Fer85, CCB88, CS90, CD90].

Het bestaan van een fractale dimensie en van een eenduidig verband met de Rent-exponent kan een alternatief bieden voor het bepalen van de verbindingscomplexiteit van een schakeling. We zouden er immers kunnen aan denken de fractale dimensie van een schakeling te bepalen d.m.v. een equivalent van de ‘box-counting’ methode. Het schatten van de Rent-exponent zou dan geen volledige partitionering van de schakeling meer vereisen. Helaas zal blijken dat dit niet zo voor de hand ligt.

Schrijven we de regel van Rent in functie van de fractale dimensie dan volgt uit de formules 2.2 en 2.11

$$B_m = \left( \frac{T_b B_m}{P_m} \right)^D. \quad (2.13)$$

Vergelijken we deze formule met de algemene definities van de (fractale) Hausdorff-dimensie en de Hausdorff-maat (definities 2.10 en 2.11) dan blijkt de maat die we voor schakelingen moeten gebruiken, gegeven te zijn door

$$m_\sigma = \frac{T_b B_m}{P_m}. \quad (2.14)$$

Hierbij is  $T_b B_m$  het totale aantal aansluitpunten in een module (voor alle logische blokken van de module samen) en  $P_m$  het aantal pinnen van de module. De maat  $m_\sigma$  is dus de verhouding van een soort oppervlaktemaat tot een soort lengtemaat.

De opdracht die nog rest is het vinden van een metrische ruimte waarin de graaf van de schakeling kan gedefiniëerd worden zodanig dat  $m_\sigma$  een afstandsmaat is in deze ruimte. In zo’n ruimte kan met behulp van de ‘box-counting’ methode op eenvoudige en snelle wijze een schatting van de fractale dimensie gevonden worden. Twee opmerkingen hierbij:

- Het vinden van een dergelijke metrische ruimte is allerminst vanzelfsprekend en het is zeer de vraag of een dergelijke ruimte wel bestaat.

- De dimensie van de metrische ruimte moet groter zijn dan de fractale dimensie van de schakeling zelf. Voor heel wat schakelingen (tot Rent-exponent  $r = 2/3$ ) kan een driedimensionale ruimte volstaan. Voor praktisch alle schakelingen met hoge verbindingscomplexiteit (tot Rent-exponent  $r = 3/4$ ) kunnen we ons nog een vierdimensionale ruimte voorstellen. De behandeling van alle mogelijke schakelingen (in het bijzonder deze met  $r \rightarrow 1$ ) vergt echter een metrische ruimte van zeer hoge dimensie.<sup>9</sup> Het is interessant hierbij op te merken dat volledig geïnterconnecteerde neurale netwerken (zoals b.v. het Hopfield netwerk) gekarakteriseerd worden door een Rent-exponent  $r = 1$ . De resulterende schalingsproblemen staan dan ook nog altijd een implementatie van dergelijke neurale netwerken in fysische systemen in de weg [CD90].

Een mogelijke afstandsmaat is de “diameter” binnen het graafmodel van de schakeling (b.v. op basis van het kortste pad tussen twee knopen). We zouden het verband kunnen meten tussen de diameter en de maat  $T_b B_m / P_m$  voor verschillende opeenvolgende waarden van de diameter. Het uitmiddelen over alle mogelijke knopen in de graaf geeft een schatting voor de fractale dimensie. Merk echter op dat de praktische uitwerking weinig afwijkt van het uitvoeren van een partitionering (al is het hier eerder een samenvoeging van knopen) en dus niet eenvoudiger is dan het bepalen van de Rent-exponent op basis van een partitionering.

Alhoewel de definitie van een fractale dimensie voor schakelingen interessante perspectieven biedt, blijft het wachten op een geschikte metrische ruimte met goede afstandsmaat om de fractale dimensie (en dus onrechtstreeks ook de Rent-exponent) op een eenvoudiger manier te kunnen bepalen dan de rechtstreekse schatting van  $r$ . In dit doctoraal proefschrift opteren we dan ook nog steeds voor het schatten van de Rent-exponent  $r$  d.m.v. een volledige partitionering. Zoals in appendix A wordt uiteengezet, gebruiken we hiervoor een partitioneerprogramma op basis van de ‘*ratiocut*’-partitioneer methode [WC91].

### 2.1.5 Uitbreiding: lokale Rent-exponent

De regel van Rent kan gezien worden als een eerste-ordemodel voor de verbindingscomplexiteit van schakelingen. Het schatten van een Rent-exponent vereist dan ook in principe dat de schakeling een uniforme verbindingscomplexiteit bezit. Dit is uiteraard niet steeds het geval, denken we bijvoorbeeld aan een processor in een computer. Sommige delen (zoals b.v. het werkgeheugen) zijn veel minder complex dan andere (zoals b.v. de centrale verwer-

---

<sup>9</sup>De oneindige fractale dimensie van een schakeling met Rent-exponent  $r = 1$  is misschien moeilijk voorstelbaar. Toch hoeft ze niet noodzakelijk een obstakel te zijn voor de wiskundige fractale interpretatie. In zijn boek ([Man83], p.361) heeft Mandelbrot het ook reeds over “Riemann”-fractalen in een oneindigdimensionale Euclidische ruimte.

kingseenheid) en toch komen beide delen op één enkele chip voor. Men kan zich dan ook afvragen welk partitioneergedrag volgt uit de samenvoeging van twee delen met een verschillende verbindingscomplexiteit. Deze vorm van niet-uniformiteit duiden we aan met de term *lokaliteit in de ruimte*. Er is ook nog een andere vorm van niet-uniformiteit denkbaar: de *lokaliteit in hiërarchie*. Deze laatste vorm van niet-uniformiteit heeft betrekking op het feit dat, in het hiërarchisch model van een schakeling, niet dezelfde verbindingscomplexiteit wordt aangehouden op alle hiërarchieniveaus. Beide vormen worden hierna besproken (zie ook [VMSVC95b]). Op die manier pogen we een antwoord te bieden op de kritiek die de regel van Rent soms, ten onrechte, te beurt valt.

“Rent’s rule has often been heavily criticized, especially in relation to its inapplicability to VLSI and higher levels of the interconnection hierarchy. We believe this to be mostly a result of the inexistence of a generalization allowing the Rent exponent and dimensionality to vary as we ascend the hierarchy and a failure to recognize discontinuities.”

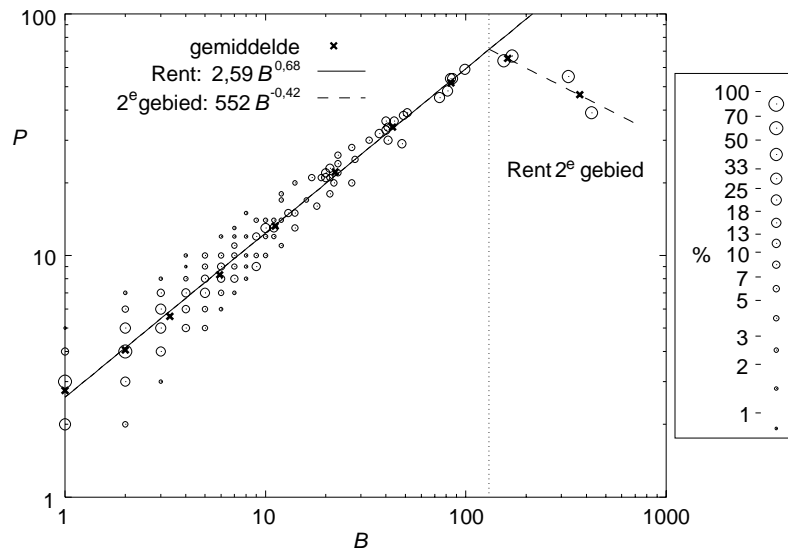
H. Ozaktas ([Oza92], p.1566)

### Lokaliteit in hiërarchie – het tweede gebied van Rent

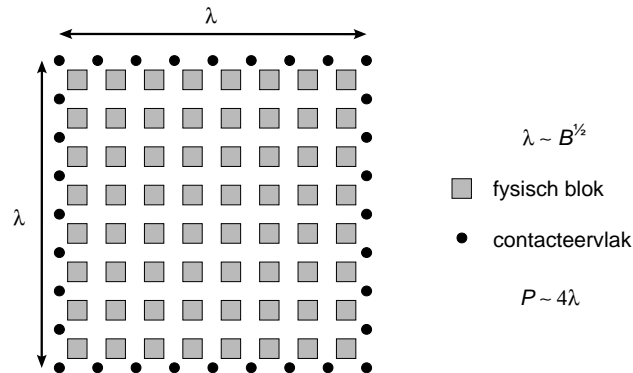
In figuur 2.4 (hier herhaald in figuur 2.9) valt het op dat de drie punten voor de grootste modules (in dit voorbeeld vanaf  $B \approx 150$ ) aanzienlijk afwijken van het globale Rent-gedrag. Het aantal pinnen per module is er beduidend lager dan volgens de regel van Rent wordt verwacht. Dit fenomeen is terug te vinden in heel wat schakelingen. In [LR71] wordt deze afwijking uitvoerig besproken en wordt het gebied waarin ze optreedt het *tweede gebied van Rent* genoemd. Het is nog niet helemaal duidelijk wat precies de oorzaak is van het ontstaan van dit tweede gebied. Toch is één van de redenen zeer voor de hand liggend: het feit dat ontwerpers bewust het aantal pinnen van een schakeling minimaliseren. De ontwerper van een schakeling botst immers meestal op het probleem van *pinlimitatie* [ROW71, Rus72, Oza92, VMSVC95b]. Het aantal beschikbare pinnen van een schakeling is dikwijls beperkt door de fysische afmetingen van de architectuur waarin de schakeling wordt geplaatst. We nemen als voorbeeld een chip. De grootte van de chip wordt bepaald door het aantal logische blokken van de schakeling die we op de chip willen implementeren en de afmetingen van de fysische blokken die de logische blokken implementeren. Het aantal verbindings met de buitenwereld (pinnen) is bepaald door de afmetingen van de chiprand en de grootte van de contacteervlakjes (fysisch equivalent van een pin). Aangezien chips (tot op heden) bijna steeds tweedimensionaal worden uitgevoerd, verhoudt het aantal beschikbare pinnen zich tot het aantal blokken zoals de omtrek van een vierkant tot zijn oppervlakte (zie figuur 2.10) en dus

$$P \sim \sqrt{B}. \quad (2.15)$$





Figuur 2.9: Het tweede gebied in de regel van Rent. Aantal pinnen per module  $P$  tegenover aantal blokken per module  $B$ . Zelfde schakeling als in figuur 2.4. De grootte van de cirkels geeft aan welk percentage van de modules rond een gemiddelde  $B$  (op equidistante plaatsen in het dubbel-logaritmisch diagram),  $P$  pinnen heeft. Het tweede gebied betreft de punten vanaf  $B \approx 150$ .



Figuur 2.10: Pinlimitatie. Het aantal beschikbare pinnen  $P$  voor de schakeling schaaft met het aantal blokken  $B$  in de schakeling volgens  $P \sim \sqrt{B}$ .

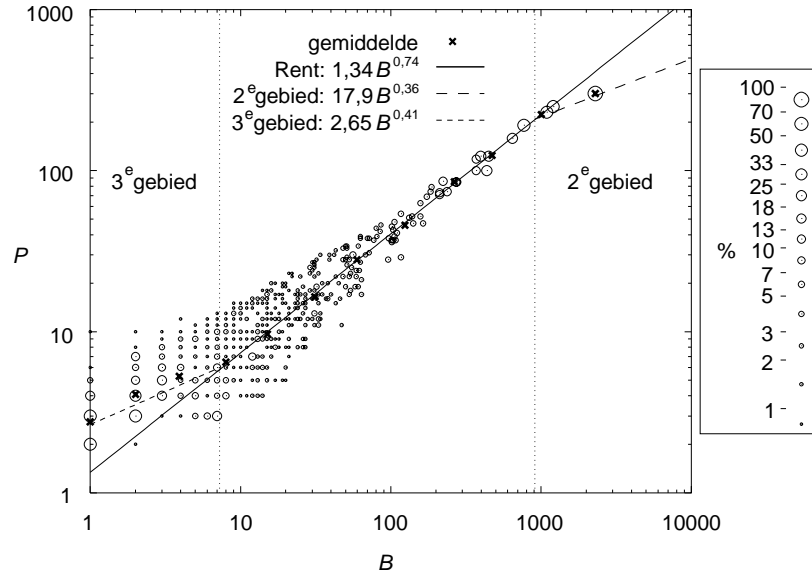
Anderzijds verhoudt het gewenste aantal pinnen zich tot het aantal blokken volgens de regel van Rent

$$P \sim B^r.$$

Voor schakelingen met een Rent-exponent groter dan 0,5 (en dat is de overgrote meerderheid) groeit het aantal beschikbare pinnen dus te traag met het aantal blokken in de schakeling. Voor grotere schakelingen moet de ontwerper het aantal pinnen verminderen.<sup>10</sup> Een vaak gebruikte mogelijkheid is het omzetten van parallelle gegevens naar seriële gegevens. In plaats van de gegevens over een aantal draden samen naar buiten te brengen, worden ze na elkaar over één draad naar buiten gebracht. Men kan ook de gegevens van verschillende draden coderen [Rus72]. Als men b.v. weet dat van 8 draden er op elk moment slechts 1 actief is, kan men met vier draden de gegevens naar buiten brengen (1 draad voor de waarde, 3 voor het bepalen van de draad die actief is). In beide gevallen verlaagt het aantal pinnen drastisch maar zal de schakeling gevoelig trager worden. De ruimtelijke verbindingencomplexiteit op de hoogste hiërarchieniveaus wordt als het ware uitgewisseld met complexiteit in de tijd.

**Opmerking:** Landman en Russo stellen in [LR71] een ingewikkelder formule voor die het Rent-gedrag beschrijft. Ze geven evenwel aan dat dit gedrag ook kan benaderd worden door een tweede Rent-exponent toe te kennen die enkel geldig is in het tweede gebied van Rent (zie figuur 2.9). In tegenstelling tot de globale Rent-exponent kan deze tweede Rent-exponent negatief worden. Het is immers een beschrijving van een lokaal gedrag.

<sup>10</sup>Een andere mogelijkheid is het vergroten van de fysische architectuur doch dit is verspilend en economisch weinig zinvol omdat een groot gedeelte van de beschikbare oppervlakte dan onbenut blijft en de opbrengst van het productieproces zeer snel daalt.



Figuur 2.11: Het tweede en derde gebied in de regel van Rent:  $P$  versus  $B$  tijdens een partitionering van een referentieschakeling (ISCAS85-referentieschakeling ‘c5315nr’) volgens de ‘*ratiocut*’-partitioneermethode. De grootte van de cirkels geeft aan welk percentage van de modules rond een gemiddelde  $B$  (op equidistante plaatsen in het dubbel-logaritmisch diagram),  $P$  pinnen heeft.

Onze eigen studie van het Rent-gedrag van schakelingen heeft ons geleerd dat er voor sommige schakelingen (althans voor de ISCAS-referentieschakelingen) ook een soort *derde gebied van Rent* bestaat. Het betreft hier schakelingen waar het aantal aansluitpunten per logisch blok hoger is dan de Rent-exponent van de schakeling zou laten vermoeden. Dit is b.v. duidelijk te zien op de figuur 2.11. Het gemiddeld aantal pinnen schaalt zeer duidelijk met het gemiddeld aantal logische blokken volgens de regel van Rent. Voor grote modulegroottes zien we een lager aantal pinnen dan de regel van Rent voorspelt. Dit is het reeds bekende tweede gebied. Er is echter ook een belangrijke afwijking voor kleine modulegroottes. Als we het Rent-gedrag zouden doortrekken tot modules van grootte 1, dan zouden we een gemiddeld aantal pinnen per module (aansluitpunten per logisch blok) krijgen van ongeveer 1,34. Het gemiddeld aantal aansluitpunten per logisch blok is echter dubbel zo groot. Een verklaring voor dit fenomeen zou kunnen zijn dat de verbindingscomplexiteit op de allerlaagste niveaus niet meer bepaald wordt door de ontwerper of de functie van de schakeling maar wel door de implementatie van de logische blokken in een bepaalde technologie (“Technology mapping”). Het aantal verbindings dat

men kan leggen is immers beperkt door het aantal aansluitpunten die een net kunnen drijven, m.a.w. door het aantal uitgangen van de logische blokken. In de meeste gevallen (en in alle referentieschakelingen die wij bekijken) hebben de logische blokken steeds één uitgang maar verschillende ingangen. Wanneer het aantal ingangen te hoog is, ontstaat er een discrepantie tussen de mogelijke verbindingscomplexiteit en de gewenste verbindingscomplexiteit. Dit uit zich in een relatief kleinere Rent-exponent op lage niveaus. Pas wanneer het aantal blokken per module voldoende groot is, zodat er voldoende ingangspinnen zijn (die ook netten aandrijven), kan de verbindingscomplexiteit toenemen.

Afwijkingen aan het Rent-gedrag op verschillende hiërarchieniveaus worden samengebracht in het begrip *lokaliteit in hiërarchie*. In [VMSVC95b] hebben wij een mogelijke uitbreiding van de regel van Rent voorgesteld die toelaat de lokaliteit in hiërarchie te beschrijven. De Rent-exponent wordt daarvoor afhankelijk gemaakt van het hiërarchieniveau (of van het gemiddeld aantal blokken per module)

$$P_m = T_b B_m^{r(B_m)}. \quad (2.16)$$

De Rent-exponent is dan een *incrementele Rent-exponent* die gegeven wordt door de helling van de raaklijn aan de curve die, in een dubbel-logaritmisch diagram, de koppels  $(B_m, P_m)$  voor alle modules verbindt:

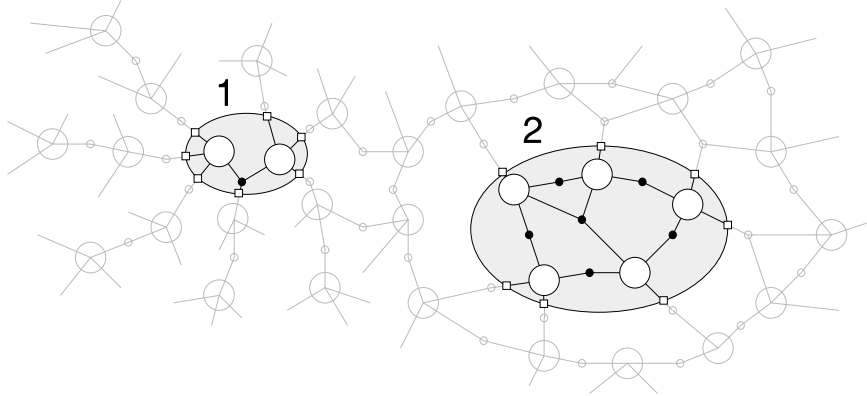
$$r(B_m) = \frac{\partial \log(P_m)}{\partial \log(B_m)}. \quad (2.17)$$

Met een dergelijke uitbreiding van de definitie van de Rent-exponent kan lokaliteit in hiërarchie opgevangen worden. Het verlagen van de verbindingscomplexiteit is echter enkel nodig aan de rand van de chip en is te beschouwen als een randeffect. Op figuren 2.9 en 2.11 is dan ook te zien dat het tweede gebied zich slechts over een beperkt aantal niveaus in de partitionering laat gelden (typisch 2 of 3 niveaus diep; uit experimenten blijkt dat de regel van Rent geldig blijft tot zolang het aantal modules in de partitionering minstens vijf is [Rus72]). Ook het in deze tekst ingevoerde derde gebied van Rent strekt zich slechts over een beperkt aantal niveaus uit.

In deze doctoraalscriptie wordt de regel van Rent vooral gebruikt als model voor de verbindingscomplexiteit van schakelingen om schattingen te kunnen maken van draadlengten. Aangezien deze lengten vooral bepaald worden door het gedrag van de modules met een relatief klein aantal blokken, verwaarlozen we de invloed van het tweede gebied van Rent.

### Lokaliteit in de ruimte

Een groter probleem vormen inhomogene, niet-uniforme schakelingen. Veronderstel dat we in een schakeling twee delen met sterk verschillende verbindingscomplexiteit kunnen onderscheiden (figuur 2.12), b.v. in een chip met een



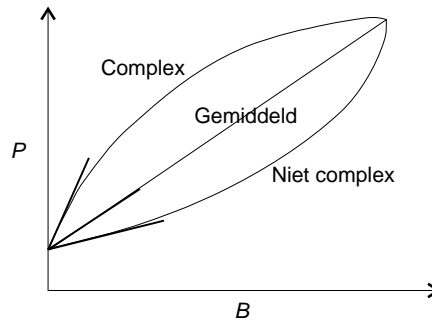
Figuur 2.12: Een schakeling met sterk variërende verbindingscomplexiteit: lokaliteit in de ruimte.

centrale verwerkingseenheid en een geheugenblok. Als we veronderstellen dat elk deel op zich een uniforme verbindingscomplexiteit bezit, dan geldt voor elk deel de regel van Rent voor modules die voldoende klein zijn t.o.v. elk van de twee delen (aangeduid door de indices 1 en 2):

$$P_i = T_b B_i^{r_i} \quad (i \in \{1, 2\}).$$

In het voorbeeld van figuur 2.12 is het aantal pinnen per module gelijk gekozen ( $P_1 = P_2 = P_{max} = 7$ ). In deel 1 kunnen slechts twee logische blokken samengenomen worden zonder de beperking op het aantal pinnen te schenden. Deel 1 is dus veel complexer dan deel 2, waar vijf logische blokken in één module kunnen worden samengenomen. Als de koppels waarden voor  $P$  en  $B$  representatief zijn voor tenminste een aantal hiërarchieniveaus dan volgt uit de regel van Rent (voor beide delen geldt  $T_b = 4$ ):  $r_1 \approx 0,8$  (complex) en  $r_2 \approx 0,35$  (niet complex). Het is duidelijk dat een schatting van de Rent-exponent voor de gehele schakeling een Rent-exponent zal opleveren die ergens tussenin deze twee waarden ligt. Het grote verschil tussen de twee waarden van de Rent-exponent duidt er op dat de schatting van één globale Rent-exponent voor de schakeling in ieder geval een weinig realistisch beeld zal geven van de werkelijke verbindingscomplexiteit.

Uit figuur 2.12 kan men onmiddellijk inzien dat het verschil in verbindingscomplexiteit vooral merkbaar zal zijn op lagere hiërarchieniveaus (kleine modules). Bij het samennemen tot grotere modules zullen immers de niet-complexe delen door de complexe delen worden opgeslokt. Dit betekent dat, voor grote partitioneermodes, de verbindingscomplexiteit van het complexe deel met die van het niet-complexe deel vermengd wordt. De Rent-exponenten van beide delen zullen als het ware naar elkaar toe groeien. Dit verschillend



Figuur 2.13: Rent-gedrag van de samenvoeging van twee schakelingen met sterk verschillende verbindingscomplexiteit.

gedrag op lage en hoge niveaus uit zich steeds door een uitwaaiering van de grafiek waarbij het aantal pinnen per module  $P$  wordt uitgezet tegenover het aantal blokken per module  $B$  (figuur 2.13). Hierbij zal het complexe deel een veel grotere vertrekelling vertonen (voor kleine  $P$ ) dan het niet-complexe deel. Bij het samennemen van logische blokken om een module te vormen, zullen immers heel veel pinnen gecreëerd worden. In het niet-complexe deel daarentegen kan men heel veel logische blokken samennemen zonder dat het aantal pinnen noemenswaardig stijgt. In het grensgebied van de twee delen zullen de modules zich hoofdzakelijk uitbreiden in het minst complexe deel omdat de kost voor het bijnemen van logische blokken (in termen van aantal pinnen) er veel kleiner is. Dit betekent dat de incrementele Rent-exponent voor het complexe deel sterk verkleint en de curve afbuigt naar beneden. In het niet-complexe deel krijgen we het omgekeerde effect. Van zodra een module geen logische blokken meer kan bijnemen uit het niet-complexe deel (omdat deze blokken reeds toegewezen zijn aan een andere module of omdat het hele niet-complexe deel reeds in één module is vervat) zullen bijkomende logische blokken uit het complexere deel voor een sterke verhoging van de incrementele Rent-exponent zorgen. De curve buigt dus af naar boven. Op het allerhoogste hiërarchieniveau is er slechts één module die de gehele schakeling bevat en moeten de twee curven dus samenkomen in hetzelfde punt.

Wanneer we elk deel van de schakeling een nummer geven, dan kunnen we uit de grafiek meteen de complexe en niet-complexe delen aflezen door alle punten die afkomstig zijn van hetzelfde deel te verbinden. Delen waarvan de lijn op de grafiek aan de bovenkant ligt, zijn complex, deze met een lijn aan de onderkant, minder complex. Een mogelijke definitie van een ruimtelijk lokale Rent-exponent zou dan kunnen zijn:

**Definitie 2.13 (Ruimtelijk lokale Rent-exponent)**

*De ruimtelijk lokale Rent-exponent van een deel van een schakeling is de vertrekelling van de lijn die ontstaat door het verbinden, in de  $P$ -versus- $B$ -grafiek, van die punten die afkomstig zijn van modules die het desbetreffende deel van de schakeling bevatten. Op het laagste niveau moet men de waarden uitmiddelen over alle modules die een aantal logische blokken van dat deel van de schakeling bevatten.*

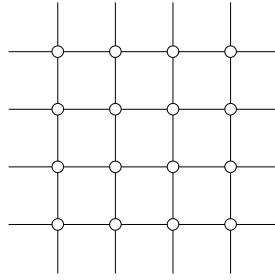
**Voorzichtigheid is de moeder van . . .**

Deze uitweiding over de lokaliteit in de ruimte en in hiërarchie geeft aan dat enige voorzichtigheid geboden is bij het modelleren van schakelingen d.m.v. de regel van Rent. Schakelingen met uitgesproken verschillen in verbindingscomplexiteit kunnen niet zonder meer worden gemodelleerd door het toekennen van één enkele complexiteitsmaat.

Lokaliteit in hiërarchie blijkt niet zo'n groot probleem te vormen omwille van de huidige manier waarop schakelingen ontworpen worden: als een hiërarchische samenbouw waarbij op elk niveau naar eenzelfde complexiteit wordt gestreefd. Enige uitzondering vormen de hoogste (en eventueel allerlaagste) hiërarchieniveaus. Dit uit zich in het tweede (en derde) gebied van Rent en is bijgevolg makkelijk op te sporen tijdens het partitioneren. Voor schakelingen met een uitgesproken tweede gebied van Rent gelden de resultaten op basis van de Rent-exponent niet op de hoogste hiërarchieniveaus (het gebruik van de regel van Rent enkel en alleen voor het voorspellen van het aantal pinnen van een systeem is dus nonsens, een fout die sommige onderzoekers wel eens durven maken [YFA97]).

Lokaliteit in de ruimte uit zich vooral door een grote spreiding van het aantal pinnen voor modules van dezelfde grootte. In het algemeen kan worden gesteld dat een schakeling waarvoor de spreiding op  $P$  verkleint met de toename van de modulegrootte een redelijk uniforme verbindingscomplexiteit heeft. De spreiding is dan enkel te wijten aan variaties in het aantal aansluitpunten van de verschillende logische blokken. Een schakeling waarbij de spreiding het grootst is voor modules van gemiddelde grootte, moet onze argwaan wekken. In dergelijk geval geven de resultaten op basis van één Rent-exponent een vertekend beeld. Men moet, indien dit mogelijk is, de delen met een verschillende complexiteit eerst van elkaar scheiden en ze afzonderlijk behandelen. Voor elk deel afzonderlijk kunnen dan de resultaten worden afgeleid.

In het vervolg van deze tekst zullen we steeds de resultaten afleiden voor schakelingen met een uniforme verbindingscomplexiteit. De bovenstaande opmerkingen moeten dan ook steeds voor ogen worden gehouden.



Figuur 2.14: Het model voor de fysische architectuur: het Manhattan-rooster.

## 2.2 Model voor de architectuur

In de vorige paragraaf werd het model voor de schakeling uitgebreid behandeld. Dit model alleen volstaat echter niet voor het schatten van de lengte van verbindingen. We kunnen immers maar spreken van een lengte van een verbinding in een schakeling wanneer die schakeling geplaatst is in een fysische architectuur. Afhankelijk van het structurele fysische niveau in het Y-diagram van Gajski en Kuhn waarin we het geheel modelleren, kan deze fysische architectuur bijvoorbeeld bestaan uit het substraat van een chip waarop de individuele logische cellen geplaatst worden, maar ook uit het moederbord van een computer waarop chips geplaatst worden.

Op welk niveau we de architectuur ook wensen te beschrijven, ze is steeds een regelmatige structuur waarin een bepaalde eenheidsafstand kan gedefinieerd worden. Bovendien zal men meestal enkel componenten plaatsen op een beperkt aantal mogelijke posities. Deze posities bevinden zich in de praktijk bijna steeds op de snijpunten van de lijnen in een rechthoekig rooster. De fysische architectuur wordt daarom in beginsel gemodelleerd als een *Manhattan-rooster* zoals op figuur 2.14. Een Manhattan-rooster is een tweedimensionaal rooster opgebouwd uit horizontale en verticale lijnen geplaatst op eenheidsafstand van elkaar. De snijpunten van deze lijnen stellen posities voor waar een blok (logisch blok of pin) van een schakeling kan geplaatst worden. In overeenstemming met het onderscheid tussen logische blokken en pinnen in het model voor een schakeling, maken we ook hier een onderscheid tussen *cellen* (posities waar logische blokken kunnen geplaatst worden) en *contacteervlakjes* (posities waar pinnen kunnen geplaatst worden). De roosterlijnen zelf stellen *kanalen* voor waarlangs de draden kunnen gelegd worden die de verbindingen realiseren tussen twee blokken. We definiëren de *capaciteit* van een kanaal als het aantal draden dat door dit kanaal kan lopen.

We nemen aan dat elke positie in het Manhattan-rooster slechts plaats biedt aan één blok maar dat de kanalen voldoende capaciteit hebben om alle draden



te bevatten die we in dit kanaal zouden willen leggen. (**Opmerking:** In de praktijk blijkt dat de benodigde capaciteit van de kanalen afhankelijk is van het integratieniveau en van de orde 20 is voor chips met een paar duizend componenten [Key82].)

De afstand  $d$  tussen twee cellen op posities  $(x_1, y_1)$  en  $(x_2, y_2)$  (cartesische coördinaten) in het Manhattan-rooster wordt gegeven door

$$d = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|. \quad (2.18)$$

Dit is de afstandsmaat in de metrische ruimte van het Manhattan-rooster, de *Manhattan-metriek*.

In wat volgt zullen we steeds een vierkant Manhattan-rooster veronderstellen, isotroop binnen de Manhattan-metriek. Het Manhattan-rooster kan, net zoals de schakeling, gemodelleerd worden als een bipartite graaf  $G_a \langle \mathcal{K}, \mathcal{T} \rangle$  waarbij de verzameling van de knopen  $\mathcal{K} = \mathcal{K}_c \cup \mathcal{K}_v$  alle cellen (roosterpunten) ( $\in \mathcal{K}_c$ ) en contacteervlakjes ( $\in \mathcal{K}_v$ ) bevat en de verzameling van de takken  $\mathcal{T}$  alle lijnsegmenten van de kanalen.

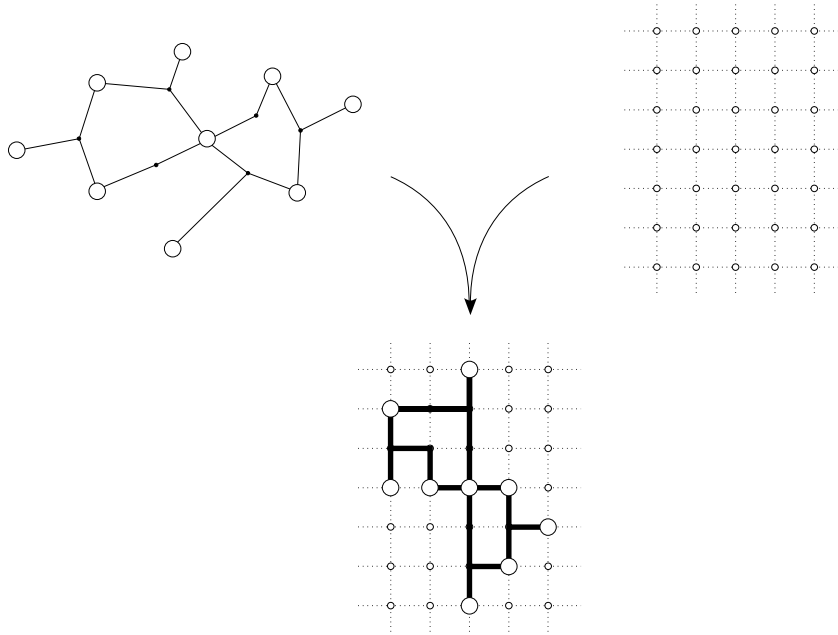
## 2.3 Model voor plaatsing en routing

Het past in deze paragraaf te wijzen op het belangrijke verschil tussen een schakeling en de *implementatie* van de schakeling. Een schakeling is slechts een verzameling van logische blokken die met elkaar verbonden zijn. Sommige eigenschappen, zoals de draadlengte, hebben op dat ogenblik nog geen enkele betekenis. Deze betekenis komt er pas wanneer de schakeling effectief geïmplementeerd wordt in een fysische architectuur. De modellen voor een dergelijke implementatie van een schakeling in een architectuur worden hierna behandeld. In het Y-diagram van Gajski en Kuhn (figuur 1.5) hoort dit model bij de generatiestap om van de logische naar de fysische structuur over te stappen.

### 2.3.1 Model voor plaatsing

**Definitie 2.14 (Plaatsing)** *De plaatsing van een schakeling in een fysische architectuur is een toewijzing van de logische blokken en de pinnen van de schakeling aan posities (de cellen en de contacteervlakjes) in de fysische architectuur (figuur 2.15).*

Uiteraard zal men de logische blokken niet willekeurig een plaats geven. Men gebruikt steeds een criterium voor een ‘goede plaatsing’. In dit doctoraal proefschrift gebruiken we steeds een criterium op basis van de draadlengte. We veronderstellen daarbij dat de lengte van de verbindingen tussen de logische blokken, na plaatsing, gelijk is aan de minimale afstand tussen de overeenstemmende cellen in het Manhattan-rooster. Dit is steeds mogelijk omdat we de



Figuur 2.15: Het plaatsen van een schakeling in een fysische architectuur.

capaciteit van de kanalen in het Manhattan-rooster voldoende groot veronderstellen. De totale draadlengte is dan de som van alle afstanden tussen cellen die logische blokken bevatten die met elkaar verbonden zijn. Gebruiken we de totale draadlengte als criterium bij de plaatsing, dan worden logische blokken die met elkaar verbonden zijn, geplaatst op posities die zo dicht mogelijk bij elkaar liggen, rekening houdend met alle andere verbindingen tussen alle andere logische blokken.

**Definitie 2.15 (Optimale plaatsing)** *Een plaatsing die een lay-out met minimale draadlengte (t.o.v. alle andere mogelijke plaatsingen) oplevert, noemen we een optimale plaatsing.*

Het vinden van een optimale plaatsing is een NP-compleet probleem [BL84]. Een plaatsingsprogramma zal dan ook steeds heuristische gebruiken om een 'goede' plaatsing te vinden in een aanvaardbare tijd. In deze tekst zullen we steeds een optimale plaatsing veronderstellen. We gaan er dan impliciet van uit dat de huidige en zeker de toekomstige plaatsingsprogramma's in staat zijn een optimale plaatsing met goede benadering te bereiken. We maken het onderscheid tussen een *theoretische plaatsing* en een *praktische plaatsing*. De tweede soort is een plaatsing van een bepaalde schakeling in de fysische architectuur met een bestaande heuristiek. Een theoretische plaatsing daarentegen is een

plaatsing die gebaseerd is op een beperkte kennis over een ‘gemiddelde’ schakeling, dit is op de modellen beschreven in de paragraaf 2.1. De informatie die beschikbaar is in het model is zo summier dat ze in de praktijk enkel minder goede plaatsingen kan genereren, maar aan de andere kant is ze nog niet te ingewikkeld om er theoretische uitspraken over te doen. De theoretische plaatsing benadert de praktische plaatsing beter naarmate het model voor de schakeling beter is.

Voor alle experimenten die in het in deze tekst beschreven doctoraal onderzoek uitgevoerd werden en die een plaatsing van een schakeling vereisten, gebruikten we het plaatsingsprogramma dat in de vakgroep ELIS van de Universiteit Gent door H. Van Marck ontwikkeld werd. Dit programma is gebaseerd op de methode van *gesimuleerde uitgloeïing* [KGV83, VMVC93]. Een bespreking van dit plaatsingsprogramma volgt in appendix A, paragraaf A.3.

### 2.3.2 Model voor routing

De lengte van een verbinding kan maar berekend worden van zodra de route gekend is die de overeenkomstige draad in de fysische architectuur (door de kanalen) volgt.

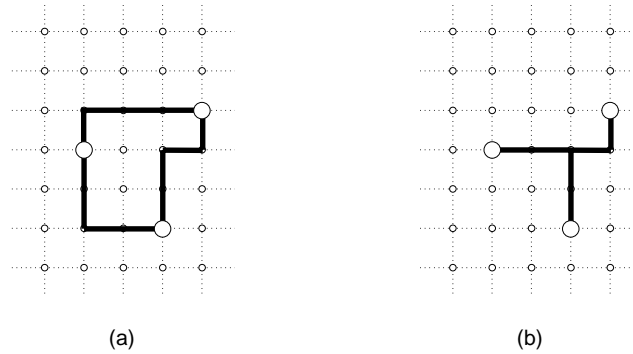
**Definitie 2.16 (Routing)** *De routing is het zoeken van een geschikte route voor de draden in de kanalen.*

Ook voor de routing wordt steeds een criterium gebruikt. Het meest voor de hand liggende criterium is de lengte van de gevolgde route in termen van het aantal kanaalsegmenten waardoor de draad loopt. Men tracht steeds deze lengte zo klein mogelijk te houden. Aangezien de capaciteit van kanalen in ons model voor de fysische architectuur voldoende groot ondersteld wordt, kunnen we steeds de kortste route tussen de cellen kiezen. In de praktijk wordt dikwijls ook de kanaaldensiteit (de gebruikte capaciteit in de kanalen) als bijkomend criterium genomen. In dit onderzoekswerk verwaarlozen we de invloed van dit criterium. Het modelleren van kanaaldensiteiten is voldoende complex om er een afzonderlijk onderzoek aan te wijden. Dit is dan ook stof voor verder onderzoek.

We maken in het model voor de routing een onderscheid tussen *punt-tot-puntverbindingen* en *meerpuntsverbindingen*.

#### Punt-tot-puntverbindingen

Voor punt-tot-puntverbindingen is het routeringsmodel zeer eenvoudig. De verbinding tussen de twee punten krijgt als route het kortste pad (of één van de kortste paden) tussen de twee overeenkomstige cellen van de fysische architectuur. De lengte van een punt-tot-puntverbinding is dan ook steeds gelijk aan de afstand in de Manhattan-ruimte tussen de twee cellen.



Figuur 2.16: Routing van een meerpuntsnet door alle cellen twee aan twee te verbinden (a) of door een Steiner-boom te gebruiken (b).

### Meerpuntsnetten

Men zou meerpuntsnetten op dezelfde manier kunnen behandelen als punt-tot-puntverbindingen door alle cellen die met het net verbonden zijn twee aan twee met elkaar te verbinden via het kortste pad. De op die manier verkregen totale lengte van alle verbindingen geassocieerd met hetzelfde net, noemen we de *parenlengte*. Het is echter duidelijk (zie figuur 2.16(a)) dat de parenlengte niet de kortst mogelijke totale draadlengte is (in aantal lijnsegmenten van eenheidslengte). We kunnen steeds één verbinding weglaten met behoud van een verbindingspad tussen alle cellen. In het voorbeeld van de figuur, daalt de draadlengte dan van 12 naar 8. Maar zelfs dit levert niet de kortste verbinding op. Een mogelijkheid voor het verbinden die een kortere draadlengte oplevert, is voorgesteld in figuur 2.16(b). Een combinatie van draadsegmenten zoals voorgesteld in figuur 2.16(b), wordt een *Steiner-boom* genoemd en de lengte ervan de *Steiner-lengte*. De begrippen Steiner-lengte en Steiner-boom spelen een cruciale rol in het modelleren van meerpuntsnetten. We gaan dan ook wat dieper op deze begrippen in.

### Steiner-bomen

Het vinden van een optimale routing voor een meerpuntsnet komt overeen met het verbinden van een eindig stel van punten in een vlak. Dit is algemeen gekend als het *Steiner-probleem*<sup>11</sup> [Hwa76, IT94, KR95]. Beschouw een verzameling  $\mathcal{P}$  van punten in het vlak en een graaf  $G$  die als knopen juist alle punten uit  $\mathcal{P}$  heeft. Deze graaf is gedefinieerd in het Euclidische vlak zodat we aan de

<sup>11</sup>In zijn algemeenheid is het Steiner-probleem gedefinieerd in het Euclidische vlak maar we zullen verder in de tekst de beperking tot een Manhattan-rooster met Manhattan-metrick invoeren.

takken van de graaf een lengte kunnen toekennen. We kunnen dan de volgende definities aannemen [IT94]:

**Definitie 2.17 (Geconnecteerde graaf)** *De graaf  $G$  is geconnecteerd als vanuit elke knoop elke andere knoop van de graaf bereikt kan worden door het volgen van één of meer takken van de graaf.*

**Definitie 2.18 (Boom)** *Een geconnecteerde graaf zonder lussen wordt een boom genoemd.*

**Definitie 2.19 (Lengte van een boom)** *De lengte van een boom is de som van de lengten van alle takken in de boom. De lengte van een tak is de afstand tussen de twee eindpunten van de tak.*

**Definitie 2.20 (Opspannende graaf)** *Een deelgraaf  $H$  van een graaf  $G$  wordt een opspannende graaf genoemd als de verzamelingen van knopen van de grafen  $G$  en  $H$  samenvallen. Zij  $\mathcal{P}$  de verzameling van de knopen van  $G$  (en dus ook van  $H$ ), dan noemt men  $H$  een opspannende graaf op  $\mathcal{P}$ .*

**Definitie 2.21 (Opspannende boom)** *Een opspannende boom is een opspannende graaf die tevens een boom is.*

**Definitie 2.22 (Minimale opspannende boom)** *Een minimale opspannende boom op  $\mathcal{P}$ , meestal afgekort tot MST,<sup>12</sup> is die spanningboom uit de verzameling van alle mogelijke spanningbomen (voor de opgegeven verzameling punten  $\mathcal{P}$ ) met de kortste lengte.*

**Definitie 2.23 (Steiner-boom)** *Een Steiner-boom op  $\mathcal{P}$  is een boom die minstens alle punten uit  $\mathcal{P}$  als knopen bevat.*

**Definitie 2.24 (Steiner-punt)** *De knopen van een Steiner-boom op  $\mathcal{P}$  die niet behoren tot  $\mathcal{P}$  worden Steiner-punten genoemd.*

**Gevolg 2.1** *Elke opspannende boom op  $\mathcal{P}$  is een Steiner-boom op  $\mathcal{P}$  die geen Steiner-punten heeft.*

**Definitie 2.25 (Het SMT-probleem)** *Het SMT-probleem<sup>13</sup> is gedefinieerd als volgt: gegeven een verzameling  $\mathcal{P}$  van punten in het vlak, bepaal een verzameling  $S$  van Steiner-punten zó dat de MST over alle punten in  $\mathcal{P} \cup S$  minimale lengte heeft (over alle mogelijke verzamelingen  $S$ ).*

<sup>12</sup>MST is de afkorting van ‘Minimum Spanning Tree’.

<sup>13</sup>SMT is de afkorting van ‘Steiner Minimal Tree’.

Naar een optimale oplossing van het SMT-probleem wordt in de literatuur vaak gerefereerd als een SMT over  $\mathcal{P}$ , of  $\text{SMT}(\mathcal{P})$ . Als criterium voor het optimaal zijn van de oplossing nemen we steeds de lengte van de Steiner-boom.

In de volgende definities beperken we nu het vlak tot een Manhattan-rooster met de Manhattan-metrick als basis voor het berekenen van de lengte.

**Definitie 2.26 (Rechthoekige opspannende boom en Steiner-boom)**

*Een rechthoekige opspannende boom (rechthoekige Steiner-boom) is een opspannende boom (Steiner-boom) waarvan de knopen (punten  $\in \mathcal{P}$ ) enkel kunnen liggen op de snijpunten van de roosterlijnen van een Manhattan-rooster en waarbij de takken enkel de kanalen van het Manhattan-rooster mogen volgen.*

De lengte van een tak van een dergelijke boom is dan de (kortste) Manhattan-afstand tussen de twee eindpunten van de tak. We zijn nu in staat de Steiner-lengte van een meerpuntnet te definiëren.

**Definitie 2.27 (Steiner-lengte)** *De Steiner-lengte van een meerpuntnet met puntenverzameling  $\mathcal{P}$  is de lengte van de minimale rechthoekige Steiner-boom op  $\mathcal{P}$ .*

Aangezien het zoeken van de Steiner-lengte een NP-compleet probleem is, heeft men getracht een aantal vereenvoudigde benaderingen door te voeren. Volgende zaken zijn daarbij van belang:

**Definitie 2.28 (Omsluitend kader)** *Het omsluitend kader<sup>14</sup> van een verzameling punten  $\mathcal{P}$  in een Manhattan-rooster, is de kleinste rechthoek die alle punten van  $\mathcal{P}$  bevat en waarvan de zijden parallel lopen aan de roosterlijnen van het Manhattan-rooster.*

Alle verbindingen die met minimale lengte gerouteerd zijn, liggen binnen het omsluitend kader van hun eindpunten en dus liggen alle takken van een minimale rechthoekige Steiner-boom (in de literatuur meestal afgekort tot MRST<sup>15</sup>) binnen het omsluitend kader van alle punten van de boom [KR95].

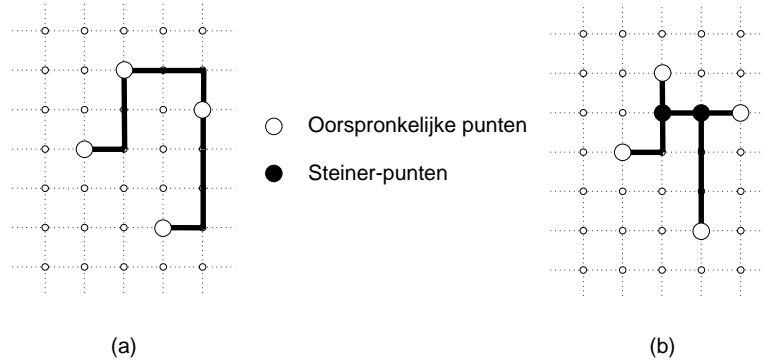
De voorgaande begrippen worden geïllustreerd aan de hand van figuur 2.17. Deze figuur toont een minimale rechthoekige opspannende boom en een MRST voor dezelfde verzameling punten in een Manhattan-rooster.

De volgende drie resultaten hebben een belangrijke invloed gehad op het onderzoek naar minimale rechthoekige Steiner-bomen:

1. **Stelling 2.1 (Hanan)** *Beschouw, in een Manhattan-ruimte, de verzameling  $\mathcal{H}(\mathcal{P})$  van punten op de kruispunten van alle horizontale en verticale lijnen door de punten van  $\mathcal{P}$ . De verzameling  $\mathcal{H}(\mathcal{P})$  wordt de verzameling*

<sup>14</sup>Engels: 'Bounding box'.

<sup>15</sup>MRST is de afkorting van 'Minimum Rectilinear Steiner Tree'.



Figuur 2.17: Een minimale rechthoekige opspannende boom (a) en een minimale rechthoekige Steiner-boom (MRST) (b) van een verzameling van vier punten.

*Hanan-punten genoemd. Hanan heeft bewezen dat er steeds een MRST bestaat waarvoor alle Steiner-punten  $\in \mathcal{S}$  behoren tot de verzameling Hanan-punten:  $\mathcal{S} \subset \mathcal{H}(\mathcal{P})$ .*

**Bewijs 2.1** Voor het bewijs van deze stelling verwijzen we naar [Han66].

Deze stelling werd later door Snyder [Sny92] uitgebreid tot alle hogere dimensies.

- Garey en Johnson [GJ77] hebben bewezen dat, ondanks deze restrictie op de verzameling mogelijke Steiner-punten, het zoeken van een minimale rechthoekige Steiner-boom nog steeds een NP-compleet probleem is. Slechts in enkele gevallen kan de optimale oplossing snel gevonden worden [CRS90]. Voor het algemene probleem bestaan er heel veel heuristische methoden [GJ77, TH89, HVW90, Kou90, CKR<sup>+</sup>92, KR92a, GRSZ94, Ganb]. Een overzicht is te vinden in [IT94] en een vergelijking tussen verschillende methoden in [CRS90, Gana].
- Om te weten hoe goed een heuristiek is in vergelijking met de optimale oplossing, is het interessant een bovengrens te kennen voor de fout die men maakt [KR92b]. Een zeer belangrijk resultaat is dan ook de volgende stelling:

**Stelling 2.2 (Hwang)** *Voor eender welke verzameling  $\mathcal{P}$  van punten in een Manhattan-rooster geldt steeds dat de lengte  $l_s$  van de minimale rechthoekige Steiner-boom ten minste twee derde bedraagt van de lengte  $l_m$  van*

de minimale rechthoekige opspannende boom.

$$\forall \mathcal{P}, l_s \geq \frac{2}{3} l_m \quad (2.19)$$

**Bewijs 2.2** Voor het bewijs van deze stelling (ondergrens voor  $l_s$ ) verwijzen we naar [Hwa76].

Het nut van deze stelling ligt in het feit dat er relatief snelle methoden bestaan voor het zoeken van een minimale opspannende boom.

Een uitgebreide bespreking van Steiner-bomen en hun toepassingen in VLSI is terug te vinden in [KR95].

### Schatting van de lengte van een meerpuntsnet

Voor de bespreking in hoofdstuk 6 van deze tekst moeten we de lengte van een meerpuntsnet theoretisch kunnen schatten. Een goede schatting van gemiddelde draadlengten of draadlengtedistributies van geplaatste schakelingen vereist immers een goede schatting van alle netten afzonderlijk. In de veronderstelling van een optimale plaatsing is de Steiner-lengte de beste schatting voor de lengte van een meerpuntsnet. Voor een theoretische bepaling van de lengte is een (praktische) heuristiek uiteraard niet bruikbaar. We zullen ons dus moeten beperken tot een zo goed mogelijke benadering op basis van theoretische argumenten. Bovendien zullen onze experimenten (zie appendix A, paragraaf A.3) het berekenen van duizenden draadlengten vergen. Dit kan alleen voldoende snel gebeuren als we een analytische formule kunnen gebruiken die voldoende nauwkeurig is.

De lengte van de minimale rechthoekige opspannende boom is een bovengrens voor de Steiner-lengte. Dit volgt onmiddellijk uit het feit dat elke opspannende boom op  $\mathcal{P}$  ook een Steiner-boom op  $\mathcal{P}$  is. Met de stelling van Hwang (stelling 2.2) kennen we ook een ondergrens voor de Steiner-lengte. Beide grenzen samen geven

$$\frac{2}{3} l_m \leq l_s \leq l_m. \quad (2.20)$$

We zouden ervoor kunnen opteren de lengte van de minimale opspannende boom als schatting te nemen. Er bestaan wel algoritmen voor het berekenen van deze lengte maar deze geven evenmin een analytische uitdrukking van de lengte als functie van de coördinaten van alle punten. Uit de coördinaten van de punten is wel eenvoudig de parenlengte te berekenen. De parenlengte  $l_p$  van een verzameling punten  $\mathcal{P} = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}$  is immers gegeven door:

$$l_p = \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^n (|x_i - x_j| + |y_i - y_j|). \quad (2.21)$$



Als we dus een theoretisch verband zouden vinden tussen de parenlengte  $l_p$  en de Steiner-lengte  $l_s$  dan hebben we een analytische schatting van de lengte van een meerpuntnet in een Manhattan-rooster in functie van de coördinaten van alle punten waarmee dit net verbonden is.

De lezer kan gemakkelijk inzien dat de MRST voor punt-tot-punt verbindingen gelijk is aan de minimale opspannende boom en dat de lengte ervan gelijk is aan de parenlengte. Voor driepuntnetten is de Steiner-lengte steeds gelijk aan de halve omtrek van het omsluitend kader (bekijk, om dit in te zien, figuur 2.16) en dus de helft van de parenlengte. Vanaf vierpuntnetten is het verband minder triviaal.

In [VMDVC98] vonden H. Van Marck e.a. een goede benadering van de gemiddelde verhouding van Steiner-lengte tot parenlengte. Deze benadering is gebaseerd op de correlatie tussen deze verhouding en een zogenaamde ‘uniformiteit’ van een verzameling punten, gedefiniëerd als volgt

**Definitie 2.29 (Uniformiteit)** *De uniformiteit van een verzameling punten is gegeven door de gemiddelde afstand vanuit elk punt naar zijn dichtstebuur gedeeld door de diameter van de verzameling punten (afstand tussen de twee punten in de verzameling die het verst van elkaar liggen).*

Uit een experimentele analyse blijkt dat de verhouding van Steiner-lengte tot parenlengte maximaal is wanneer de uniformiteit maximaal is. Een ‘goede’ benadering voor de kleinste bovengrens van de verhouding  $l_s/l_p$  wordt dan gegeven door [VMDVC98]

$$\frac{l_s}{l_p} = 3 n^{-3/2} \quad (2.22)$$

(met  $n$  het totale aantal punten) en een benadering voor de Steiner-lengte, uitgaande van de parenlengte, is

$$l_s = 3 n^{-3/2} l_p. \quad (2.23)$$

In de volgende hoofdstukken zullen we deze benadering van de Steiner-lengte als lengteschatting voor meerpuntnetten gebruiken.

## Samenvatting

In dit hoofdstuk werden de modellen beschreven die als basis dienen voor de bespreking in de volgende hoofdstukken. In een eerste deel werd een algemeen model voor een (digitale) schakeling voorgesteld als een bipartite graaf. De begrippen ‘elementair blok’, ‘(meerpuntnet)’, ‘pin’ en ‘logisch blok’ werden hierbij geïntroduceerd en de ‘netgraad’ gedefiniëerd, evenals de ‘netgraaddistributie’. Een model voor het partitioneren van een schakeling in ‘modules’ leidde ons naar een model voor de verbindingencomplexiteit van schakelingen in de

vorm van de regel van Rent. Deze regel beschrijft een empirisch verband tussen het aantal blokken en het aantal pinnen van modules in een gepartitioneerde schakeling en de ermee verbonden Rent-exponent is een maat voor de verbindingscomplexiteit. Een paragraaf over de fractale dimensie van schakelingen gaf een meer fysische interpretatie van de regel van Rent en gaf een aanzet tot verder onderzoek over het bepalen van de Rent-exponent van een schakeling op basis van een schatting van de fractale dimensie. Een laatste paragraaf waarschuwde voor het bestaan van lokaliteit in de verbindingscomplexiteit, zowel in de ruimte als in hiërarchie. Twee uitbreidingen aan de regel van Rent werden kort voorgesteld die met deze twee vormen van lokaliteit kunnen rekening houden.

In een tweede deel kwam het model voor de fysische architectuur aan bod: het Manhattan-rooster. Een derde en laatste deel behandelde het model voor de plaatsing van de logische blokken in de fysische architectuur en het model voor de routing van de netten. Er werd gewezen op het belang van een goede theoretische schatting voor de Steiner-lengte van meerpuntsnetten.



## Hoofdstuk 3

# De Methode van Donath voor het Schatten van de Draadlengte

Hoe meet je nu draadlengte?

*In dit hoofdstuk geven we een overzicht van de basismethode voor het schatten van draadlengten. Deze methode is gebaseerd op het hiërarchisch plaatsingsmodel van Donath [Don79] dat in een tweede paragraaf aan bod komt. We leggen uit hoe de gemiddelde draadlengte kan geschat worden en bespreken kort de tekortkomingen en mogelijke uitbreidingen van Donath's methode.*

*In een laatste paragraaf tonen we aan dat de draadlengtedistributie een dalende machtsfunctie is en dat dit een gevolg is van het hiërarchisch plaatsingsmodel. We zullen zien dat deze vorm van de draadlengtedistributie ook in de experimenten gevonden wordt.*

### 3.1 Overzicht van de methode voor het schatten van draadlengten

In de inleiding hebben we de keuze gemaakt de totale draadlengte als criterium te nemen voor de evaluatie van computersystemen en van de CAD-programmatuur om schakelingen te ontwerpen. Het schatten van draadlengten (de lengte van de verbindingen in de schakeling na plaatsing in een architectuur) is het hoofdthema van dit doctoraal onderzoek. Sinds Donath eind de jaren '70 zijn methode voor het schatten van draadlengten introduceerde [Don79], wordt deze methode gebruikt door zowat elke onderzoeker die met a priori draadlengteschattingen bezig is. Donath's methode was dan ook een fundamentele verbetering van de op dat moment bestaande methoden en tot op heden werden nog maar weinig alternatieven voorgesteld. Ook in dit doctoraal proefschrift wordt de methode van Donath als basis genomen. Na een evaluatie van de belangrijkste tekortkomingen aan deze methode zal de rest van deze tekst verbeteringen en fundamentele uitbreidingen aan de bestaande methode voorstellen zodat het doel van deze doctoraalscriptie (een betere schatting van draadlengten mogelijk maken) kan bereikt worden.

De methode van Donath voor het schatten van draadlengten is gebaseerd op de modellen die we in hoofdstuk 2 behandelden. De schakeling wordt vooral gekenmerkt door haar verbindingscomplexiteit die zich uit in de regel van Rent en de Rent-exponent. Het Manhattan-rooster doet dienst als model voor de fysische architectuur waarin de schakeling zal worden geplaatst en het plaatsingsproces zelf wordt gemodelleerd door een theoretische plaatsing waarbij de totale draadlengte (d.i. de som van alle afstanden tussen logische blokken die onderling verbonden zijn) geminimaliseerd wordt. Aangezien we veronderstellen dat draden steeds gerouteerd worden langs de kortste weg, kunnen we de draadlengte definiëren op basis van de plaatsing alleen:

**Definitie 3.1 (Draadlengte)** *De draadlengte van een draad (gerouteerde verbinding van de schakeling) is de afstand tussen de logische blokken en pinnen die door de draad verbonden worden, na plaatsing van de schakeling in een fysische (of theoretische) architectuur.*

**Definitie 3.2 (Draadlengtedistributie)** *De draadlengtedistributie<sup>1</sup>  $\mathcal{D}_l$  geeft de verdeling van de draadlengte over alle draden van een schakeling weer, na plaatsing in een architectuur. Het is dus een rij van getallen die, voor elke lengte  $l \leq l_{max}$ , aangeeft hoeveel draden lengte  $l$  hebben.*

$$\mathcal{D}_l = (d_l)_{l=1, \dots, l_{max}}.$$

**Eigenschap 3.1** *De som van alle getallen in de rij van de draadlengtedistributie is gelijk aan het totale aantal draden (of netten)  $N$  in de schakeling.*

$$\sum_l d_l = N.$$

**Eigenschap 3.2** *De genormaliseerde draadlengtedistributie  $\mathcal{E}_l$  van een schakeling is een rij van getallen die, voor elke lengte  $l$ , de fractie aangeeft van het aantal netten met lengte  $l$  t.o.v. het totale aantal draden (netten)  $N$ .*

$$\mathcal{E}_l = (e_l)_{l=1, \dots, l_{max}},$$

met

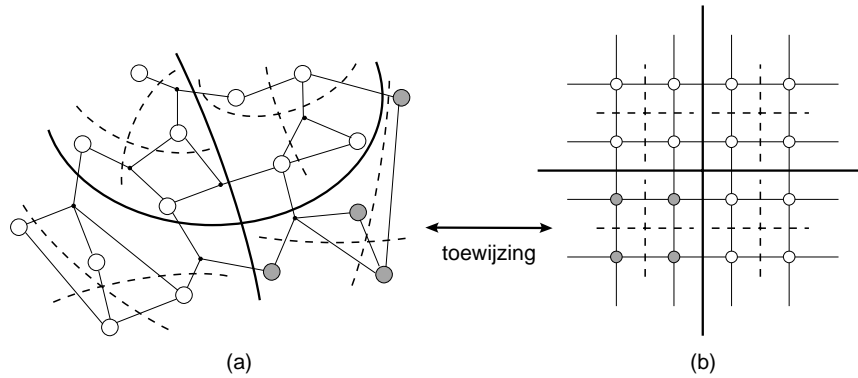
$$\forall l : e_l = \frac{d_l}{N}.$$

## 3.2 Donath's hiërarchisch plaatsingsmodel

De methode van Donath is gebaseerd op een hiërarchische plaatsing van de schakeling in het Manhattan-rooster [Don74, Don79, Don81, Chr93]. In vergelijking met de gerandomiseerde plaatsingen die men voordien vaak gebruikte [SO72], benadert een hiërarchische plaatsing al veel beter de optimale totale draadlengte (zie hoofdstuk 2, paragraaf 2.3). Dat verklaart trouwens het grote succes van de methode van Donath.

De plaatsingsmethode van Donath gaat ervan uit dat zowel de schakeling als de architectuur (het Manhattan-rooster) recursief worden gepartitioneerd in delen van gelijke grootte. Het aantal delen dat gegenereerd wordt in elke recursiestap van de partitionering wordt vastgelegd op basis van symmetrie-overwegingen. Aangezien de methode van Donath oorspronkelijk ontwikkeld werd met het tweedimensionale Manhattan-rooster als model voor de architectuur, is het aantal delen in de partitie op elk recursieniveau gelijk aan vier

<sup>1</sup>Het woord 'distributie' is hier niet gebruikt in de stochastische betekenis.



Figuur 3.1: Hiërarchische partitionering van de schakeling (a) en de fysieke architectuur (b) voor een tweedimensionale plaatsing.

(vierkantssymmetrie). We veronderstellen dus impliciet dat het totale aantal logische blokken in de schakeling een macht van vier is. In hoofdstuk 5 zullen we de methode uitbreiden naar driedimensionale architecturen en zal de kubische symmetrie acht delen per recursieniveau vereisen.

Het model voor het plaatsingsproces kan dan samengevat worden als volgt (figuur 3.1):

1. De schakeling wordt gepartitioneerd in vier deelschakelingen van gelijke grootte (figuur 3.1(a)) en zodanig dat de partitionering voldoet aan de regel van Rent [LR71] (zie hoofdstuk 2).
2. Het Manhattan-rooster wordt eveneens gepartitioneerd in vier deelroosters van gelijke grootte en wel op een symmetrische manier (figuur 3.1(b)).
3. Elke deelschakeling wordt toegewezen aan een deelrooster.
4. Dit proces wordt recursief herhaald tot uiteindelijk alle logische blokken toegewezen zijn aan juist één cel in het rooster.

Weze  $K$  het totale aantal hiërarchieniveaus en  $k$  de index van het hiërarchie-niveau die loopt van  $k = K - 1$  (opdeling van de hele schakeling in vier gelijke delen) tot en met 0 (opdeling op het laagste niveau waarbij elke module slechts één logisch blok bevat). Er wordt verondersteld dat zowel de schakeling als de architectuur juist  $4^K$  logische blokken, resp. cellen bevatten.

Het partitioneren van de schakeling in deelschakelingen van gelijke grootte moet zo gebeuren dat het aantal pinnen van de deelschakelingen schaalt met de grootte ervan volgens de regel van Rent. Dit betekent dat het aantal verbindingen dat moet worden doorgeknijpt in elke recursiestap zo laag mogelijk moet

worden gehouden. Op die manier wordt de plaatsing een betere benadering van een optimale plaatsing van de schakeling in de architectuur. Een optimale plaatsing tracht immers sterk verbonden logische blokken zo dicht mogelijk bij elkaar te plaatsen zodat clusters van dergelijke blokken worden gevormd. Er zullen dan minder verbindingen lopen tussen de clusters onderling dan binnenin de clusters. Dit leidt tot veel korte en weinig langere verbindingen en dus tot een 'goede' plaatsing. Een plaatsingsproces dat het aantal verbindingen (eigenlijk pinnen) minimaliseert tussen de verschillende deelschakelingen leidt tot een optimale plaatsing. Dit gedrag wordt gemodelleerd door de regel van Rent en het gebruik van deze regel zorgt er dus voor dat het aantal verbindingen tussen modules geschat wordt op basis van het aantal verbindingen dat kan verwacht worden bij een optimale plaatsing.

### 3.3 Donath's schatting van de draadlengte

De eigenlijke schatting van de draadlengte vertrekt van de modellen voor de schakeling, de architectuur en het plaatsingsproces. Daartoe worden alle verbindingen aan een bepaald hiërarchieniveau van het partitioneerproces toegewezen en wordt het gemiddeld aantal verbindingen per niveau  $N_k$ , evenals de gemiddelde lengte van de verbindingen per niveau  $l_k$  berekend. De gemiddelde draadlengte  $L$  van alle niveaus samen wordt dan gegeven door

$$L = \frac{\sum_{k=0}^{K-1} N_k l_k}{\sum_{k=0}^{K-1} N_k}. \quad (3.1)$$

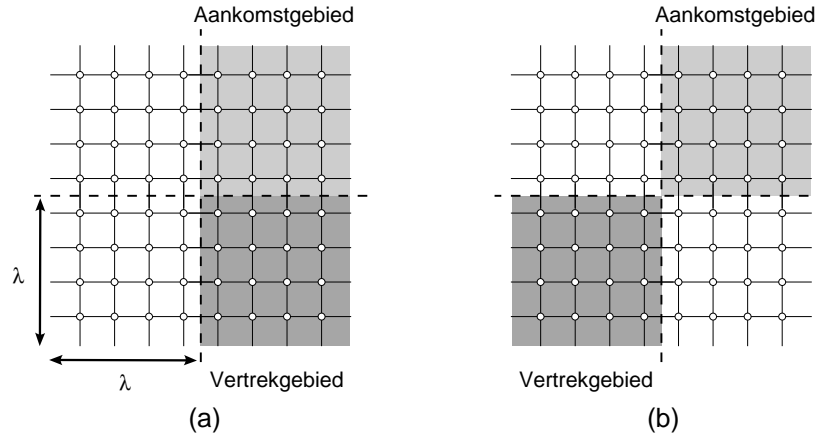
**Gemiddeld aantal verbindingen per hiërarchieniveau** Het gemiddeld aantal verbindingen per niveau wordt geschat uit de regel van Rent. Deze voorspelt het aantal pinnen  $P_k$  dat gebruikt wordt voor verbindingen op een bepaald niveau  $k$  als (zie bijlage B, paragraaf B.1, formule B.3 met dimensie  $D = 2$ )

$$P_k = T_b G 4^{k(r-1)} (1 - 4^{r-1}). \quad (3.2)$$

Hierbij is  $T_b$  het gemiddeld aantal aansluitpunten per logisch blok en  $G$  het totale aantal logische blokken in de schakeling. Verbindingen worden steeds toegewezen aan het niveau waarop ze pinnen creëren in het partitioneerproces (zie hoofdstuk 2). Als we ervan uitgaan dat alle verbindingen punt-tot-puntverbindingen zijn (tweepuntsnetten), dan is het aantal verbindingen op elk niveau  $k$  gegeven door  $N_k = P_k/2$  of dus

$$N_k = \frac{1}{2} T_b G (1 - 4^{r-1}) 4^{k(r-1)} \quad (3.3)$$





Figuur 3.2: Twee verschillende soorten combinaties: buurcombinaties (a) en diagonaalcombinaties (b).

Uiteraard komt deze situatie in reële schakelingen bijna nooit voor en zijn er steeds meerpuntsnetten aanwezig. Voor meerpuntsnetten worden de pinnen verspreid over verschillende niveaus. Donath heeft dit gegeven trachten op te vangen door een factor  $\alpha$  in te voeren die het verband aangeeft tussen het aantal verbindingen op een bepaald niveau en het aantal pinnen,  $N_k = \alpha P_k$ . De waarde van  $\alpha$  kan variëren tussen  $1/2$  en  $1$  [Don79] en Donath veronderstelt dat deze factor constant kan beschouwd worden. In hoofdstuk 6 behandelen we uitvoerig een model voor het partitioneren van meerpuntsnetten. We zullen dan een meer fysische interpretatie kunnen hechten aan deze factor  $\alpha$ . In de praktijk komt het erop neer dat de methode van Donath elk meerpuntsnet opsplijst in een aantal segmenten die elk afzonderlijk als een tweepuntnet in de lengteberekening worden meegerekend.

**De gemiddelde lengte per hiërarchieniveau** De lengte van een verbinding tussen twee logische blokken **a** en **b** hangt sterk af van de plaats die de logische blokken krijgen toegewezen door het plaatsingsproces. In het tweedimensionale geval zijn er vier deelarchitecturen per niveau. Twee van de vier bevatten een eindpunt van de verbinding. Naargelang de onderlinge ligging van deze twee deelarchitecturen moeten twee verschillende combinaties bekeken worden. Sommige draden verbinden immers twee logische blokken in aan elkaar grenzende deelarchitecturen (figuur 3.2(a)), terwijl andere verbindingen voorkomen tussen de logische blokken die in het Manhattan-rooster behoren tot diagonaal tegenover elkaar staande deelarchitecturen (figuur 3.2(b)). We noemen de eerste soort combinatie een *buurcombinatie* en de tweede een *diagonaalcombinatie*. Er zijn op elk niveau vier buurcombinaties en twee diagonaalcom-

binaties. Voor elk van deze mogelijke combinaties wordt de gemiddelde lengte berekend (genoteerd als  $l_{k,b}^{2D}$  voor buurcombinaties en  $l_{k,d}^{2D}$  voor diagonaalcombinaties). Hierbij wordt de volgende veronderstelling gemaakt (waarbij voor elke combinatie één gebied het *vertrekgebied* en het andere het *aankomstgebied* genoemd wordt en de logische blokken in deze gebieden resp. *vertrekpunten* en *aankomstpunten*):

**Veronderstelling 3.1** *De vertrekpunten van verbindingen zijn uniform gedistribueerd over het vertrekgebied en de aankomstpunten zijn uniform gedistribueerd over het aankomstgebied.*

Deze veronderstelling van Donath is een zeer sterke vereenvoudiging van de werkelijkheid en ligt mee aan de basis van de discrepantie tussen de theoretische voorspellingen en de werkelijke waarden na plaatsing. We gaan op deze veronderstelling wat dieper in in paragraaf 3.4 en stellen een gevoelig betere uitbreiding aan deze methode voor in hoofdstuk 4.

Als we veronderstelling 3.1 aannemen, dan kunnen we de genormaliseerde draadlengtedistributies op elk hiërarchieniveau  $k$  berekenen zoals in [CC91] door gebruik te maken van het feit dat de tweedimensionale draadlengtedistributie een convolutie is van twee eendimensionale distributies. Deze distributies (genoteerd als  $S_{k,b}^{2D}$  voor buurcombinaties en  $S_{k,d}^{2D}$  voor diagonaalcombinaties op niveau  $k$  in een tweedimensionaal Manhattan-rooster) zijn weergegeven in de uitdrukkingen 3.4 en 3.5 voor combinaties van vierkanten met zijde  $\lambda = 2^k$ .

$$S_{k,b}^{2D}(l) = \begin{cases} \frac{-l^3 + 3\lambda l^2 + l}{3\lambda^4} & (0 \leq l \leq \lambda) \\ \frac{2l^3 - 12\lambda l^2 + (21\lambda^2 - 2)l - 9\lambda^3 + 3\lambda}{3\lambda^4} & (\lambda \leq l \leq 2\lambda) \\ \frac{-l^3 + 9\lambda l^2 - (27\lambda^2 - 1)l + 27\lambda^3 - 3\lambda}{3\lambda^4} & (2\lambda \leq l \leq 3\lambda) \\ 0 & \text{elders.} \end{cases} \quad (3.4)$$

$$S_{k,d}^{2D}(l) = \begin{cases} \frac{l^3 - l}{6\lambda^4} & (0 \leq l \leq \lambda) \\ \frac{-3l^3 + 12\lambda l^2 - (12\lambda^2 - 3)l + 4\lambda^3 - 4\lambda}{6\lambda^4} & (\lambda \leq l \leq 2\lambda) \\ \frac{3l^3 - 24\lambda l^2 + (60\lambda^2 - 3)l - 44\lambda^3 + 8\lambda}{6\lambda^4} & (2\lambda \leq l \leq 3\lambda) \\ \frac{-l^3 + 12\lambda l^2 - (48\lambda^2 - 1)l + 64\lambda^3 - 4\lambda}{6\lambda^4} & (3\lambda \leq l \leq 4\lambda) \\ 0 & \text{elders.} \end{cases} \quad (3.5)$$

De lezer kan zich van de juistheid van deze formules vergewissen door een aantal eenvoudige gevallen te controleren. Zo kan men onmiddellijk uit figuur 3.2 afleiden

$$l = 1 \implies S_{k,b}^{2D}(1) = \frac{\lambda}{\lambda^4}, S_{k,d}^{2D}(1) = 0;$$

$$\begin{aligned}
l = 2 &\implies S_{k,d}^{2D}(2) = \frac{1}{\lambda^4}; \\
l = 3\lambda - 2 &\implies S_{k,b}^{2D}(3\lambda - 2) = \frac{2}{\lambda^4}; \\
l = 4\lambda - 2 &\implies S_{k,d}^{2D}(4\lambda - 2) = \frac{1}{\lambda^4}.
\end{aligned}$$

Merk op dat, binnen één vierkant, de grootst mogelijke afstand in één dimensie gegeven wordt door  $\lambda - 1$  zodat

$$\begin{aligned}
S_{k,b}^{2D}(3\lambda - 1) &= S_{k,b}^{2D}(3\lambda) = 0; \\
S_{k,d}^{2D}(4\lambda - 1) &= S_{k,d}^{2D}(4\lambda) = 0.
\end{aligned}$$

Een veel elegantere methode voor het berekenen van deze distributies maakt gebruik van genererende veeltermen (zie bijlage B, paragraaf B.2) en werd door ons voorgesteld in [SVMVC96b, SVMVC96c]. De volledige berekening van de bovenstaande distributies kan teruggevonden worden in bijlage B, paragraaf B.2.4 en in [Str96].

De gemiddelde draadlengte per niveau kan nu onmiddellijk berekend worden uit

$$l_{k,C}^{2D} = \frac{\sum_{l=0}^{4\lambda} l S_{k,C}^{2D}(l)}{\sum_{l=0}^{4\lambda} S_{k,C}^{2D}(l)} \quad (C \in \{b, d\})$$

en resulteert in

$$l_{k,b}^{2D} = \frac{4\lambda}{3} - \frac{1}{3\lambda}, \quad (3.6)$$

$$l_{k,d}^{2D} = 2\lambda, \quad (3.7)$$

met  $\lambda = 2^k$ .

Aangezien er vier buurcombinaties en twee diagonaalcombinaties zijn, wordt de totale gemiddelde draadlengte per hiërarchieniveau  $l_k^{2D}$

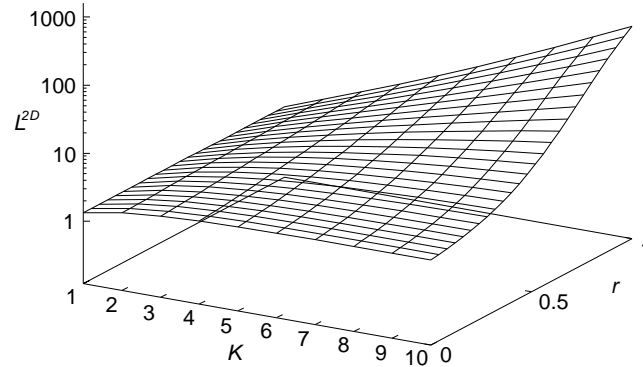
$$l_k^{2D} = \frac{4l_{k,b}^{2D} + 2l_{k,d}^{2D}}{6} = \frac{14\lambda}{9} - \frac{2}{9\lambda}. \quad (3.8)$$

Het combineren van de vergelijkingen 3.1, 3.3 en 3.8 levert ten slotte de totale gemiddelde draadlengte op

$$L^{2D} = \frac{14H(K, r, 1) - 2H(K, r, 3)}{9H(K, r, 2)}, \quad (3.9)$$

waarbij de functie  $H(K, r, x)$  gedefiniëerd wordt door

$$H(K, r, x) = \frac{2^{K(2r-x)} - 1}{2^{2r-x} - 1}. \quad (3.10)$$



Figuur 3.3: De gemiddelde draadlengte volgens Donath.

(**Opmerking:** Deze functie moet in het singulier punt  $r = x/2$  continu worden uitgebreid.) De gemiddelde draadlengte is weergegeven in figuur 3.3 als functie van het aantal niveaus  $K$  en de Rent-exponent  $r$ .

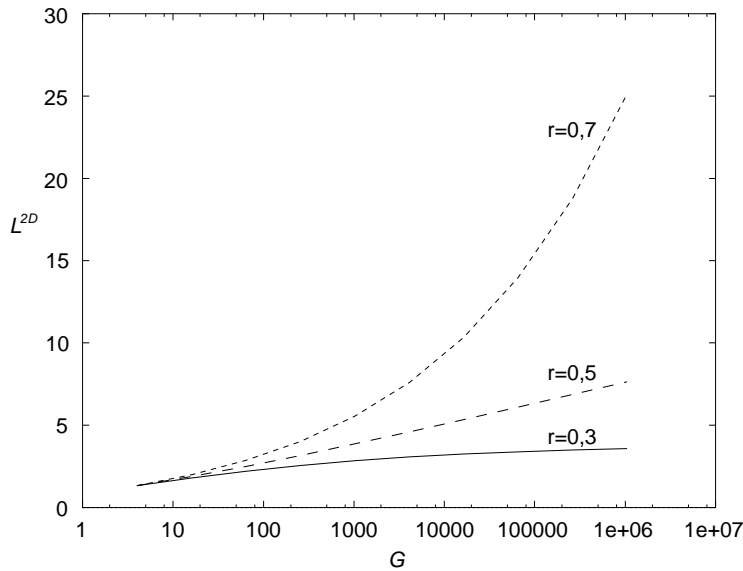
## 3.4 Resultaten en analyse

### 3.4.1 Schalingsgedrag

Uit de berekening van de gemiddelde draadlengte blijkt dat deze een ander schalingsgedrag heeft naargelang de Rent-exponent. Met het totale aantal logische blokken  $G$  gelijk aan  $4^K$  volgt voor het schalingsgedrag van de gemiddelde draadlengte voor zeer grote schakelingen ( $G \rightarrow \infty$ )

$$\begin{cases} L^{2D} \sim G^{r-\frac{1}{2}}, & r > 0,5 \\ L^{2D} \sim \log(G), & r = 0,5 \\ L^{2D} \sim f(r), & r < 0,5 \end{cases} \quad (3.11)$$

waarbij  $f(r)$  onafhankelijk is van  $G$  (figuur 3.4). Dit resultaat is volledig in overeenstemming met wat we in hoofdstuk 2, paragraaf 2.1.4, gezegd hebben i.v.m. de fractale dimensie van schakelingen. Schakelingen met fractale dimensie kleiner dan 2 (en dus, volgens het verband 2.11,  $r < 0,5$ ) kunnen ‘gemakkelijk’ geplaatst worden in een tweedimensionale architectuur en de gemiddelde draadlengte neemt nauwelijks nog toe wanneer de schakeling groeit. In de limiet voor  $G \rightarrow \infty$  wordt  $L^{2D}$  onafhankelijk van het aantal blokken  $G$ . Schakelingen met Rent-exponent groter dan 0,5 hebben daarentegen een fractale dimensie groter dan 2 en de gemiddelde draadlengte neemt onbeperkt toe met stijgende  $G$ . Er is geen convergentie meer.



Figuur 3.4: Het schalingsgedrag van de gemiddelde draadlengte volgens Donath.

### 3.4.2 Experimentele verificatie

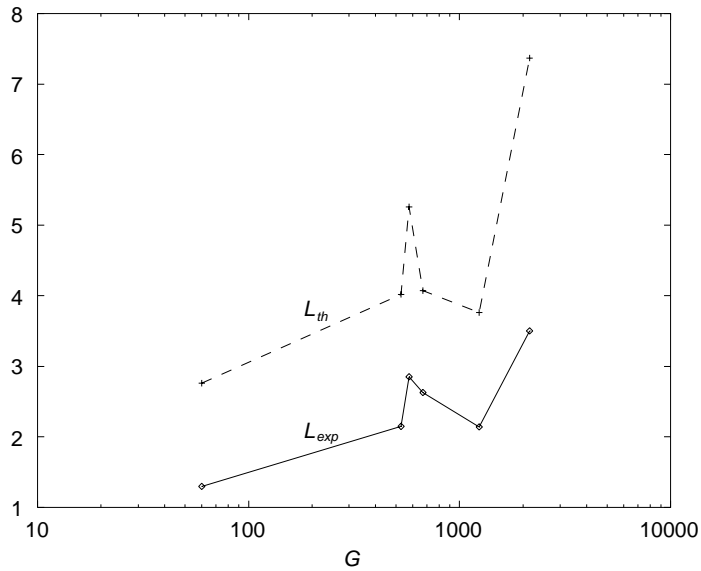
De experimenten uitgevoerd door Donath [Don79], tonen aan dat de theoretische schattingen en de experimentele metingen een gelijkaardig verloop hebben in functie van het aantal blokken (tabel 3.1 en figuur 3.5). De mate waarin de gemiddelde draadlengte afhankelijk is van het aantal logische blokken in de schakeling lijkt dus vrij goed gemodelleerd. Toch blijft er een afwijking bestaan tussen theorie en experiment van ruwweg een factor 2. Indien we een nauwkeuriger schatting wensen, is het belangrijk de onderliggende mechanismen te begrijpen die verantwoordelijk zijn voor deze overschatting [Str96]. We zoeken dan ook naar de mogelijke oorzaken hiervan.

### 3.4.3 Hiërarchisch model voor de plaatsing

De methode van Donath is vooral gebaseerd op het hiërarchisch plaatsingsmodel. Elk hiërarchieniveau wordt afzonderlijk behandeld zonder enige vorm van wisselwerking met de andere niveaus. Bij de berekening van de gemiddelde draadlengte op een bepaald hiërarchieniveau  $k - 1$ , weet men niet meer wat er gebeurt met verbindingen die de grens van dat niveau overschrijden (verbindingen die horen bij een niveau  $k$  of hoger). Donath veronderstelt eenvoudigweg dat de vertrekpunten van de verbindingen uniform gedistribueerd zijn over het vierkante vertrekgebied. Nochtans weten we dat een optimale plaatsing twee

Naam	$G$	$r$	$L_{exp}$	$L_D$	$\epsilon_l$
A	60	0,67	1,30	2,76	112,8
B	528	0,59	2,15	4,02	86,9
C	576	0,75	2,85	5,26	84,5
D	671	0,57	2,63	4,07	54,8
E	1239	0,47	2,14	3,76	75,4
F	2148	0,75	3,50	7,37	110,5

Tabel 3.1: Vergelijking van draadlengteschattingen volgens Donath  $L_D$  en experimenteel opgemeten draadlengten  $L_{exp}$  van geplaatste referentieschakelingen (gegevens overgenomen uit [Don79]),  $\epsilon_l$  is de relatieve fout van de theoretische schatting t.o.v. de experimentele waarde (in %).



Figuur 3.5: Vergelijking tussen Donath's gemiddelde draadlengte en experimenteel bepaalde gemiddelde draadlengten.

verbonden logische blokken zo dicht als mogelijk bij elkaar zal plaatsen en dit onafhankelijk van het hiërarchieniveau waartoe de verbinding behoort. Het is dan ook niet meer dan logisch aan te nemen dat een optimale plaatsing logische blokken uit het vertrekgebied die verbindingen hebben naar blokken van een naburig aankomstgebied bij voorkeur aan de rand van de twee gebieden zal plaatsen [SVMVC96a]. Merk bovendien op dat, aangezien het gemiddeld aantal aansluitpunten per logisch blok (ongeveer) constant is (en gelijk aan  $T_b$ ), de plaatsing van verbonden blokken aan de rand van de vierkanten op niveau  $k$  impliceert dat de verbindingen op lagere niveaus (bijvoorbeeld op niveau  $k - 1$ ) naar het centrum van het vierkant worden gedreven. Dit centrum is echter opnieuw de rand van een vierkant op het niveau  $k - 1$  zodat deze verbindingen inderdaad opnieuw zo kort mogelijk kunnen worden. Dit illustreert duidelijk het gedrag van de optimale plaatsing. Om dezelfde redenen zal een plaatsingsprocedure ook de voorkeur geven aan verbindingen tussen buurcombinaties boven diagonaalcombinaties. De methode van Donath modelleert op geen enkele manier dit fenomeen. In tegendeel, de veronderstelling van een uniforme verdeling van vertrek- en aankomstpunten modelleert een willekeurige plaatsing op elk niveau. De gevonden schatting van de gemiddelde draadlengte is dan ook een bovengrens voor de werkelijke gemiddelde draadlengte. Onze aanpassing van de methode met een beter model voor de plaatsing van de schakeling komt aan bod in hoofdstuk 4 en leidt tot een echte schatting van de draadlengte i.p.v. alleen maar een bovengrens.

#### 3.4.4 Externe netten

In de methode van Donath worden geen externe netten in de schatting opgenomen. Deze netten behoren in principe tot niveau  $K$ . Het includeren van externe netten in het model kan geen invloed hebben op de theoretische schattingen van de interne netten op de lagere hiërarchieniveaus. We moeten enkel de gemiddelde lengte voor de externe netten (met de gepaste gewichtsfactor) bijtellen bij de gevonden draadlengteschatting van de interne netten. In hoofdstuk 4, paragraaf 4.2, zullen we het belang van het schatten van de draadlengte van externe netten aangeven en het model uitbreiden om een 'goede' schatting van de externe draadlengte te krijgen.

#### 3.4.5 Meerpuntsnetten

Het model van Donath voor het schatten van draadlengten behandelt impliciet enkel tweepuntsnetten. Door het invoeren van een (constant veronderstelde) factor  $\alpha$  in het verband tussen het aantal netten en het aantal pinnen op een hiërarchieniveau, heeft Donath gepoogd aan te geven dat hetzelfde model ook kan gebruikt worden voor het behandelen van de meerpuntsnetten die onvermij-

delijk in elke schakeling aanwezig zijn. Zonder dat dit expliciet wordt vermeld in [Don79] betekent het invoeren van deze factor dat meerpuntsnetten worden opgedeeld in segmenten waarvan de lengte dan benaderd wordt zoals die van tweepuntsnetten. Daardoor wordt ook de lengte van meerpuntsnetten overschat, net zoals de lengte van de tweepuntsnetten, omdat te weinig rekening wordt gehouden met een optimale plaatsing. Maar daarnaast introduceert ook de benadering van het meerpuntsnet als een verzameling segmenten, die verder elk afzonderlijk worden behandeld, een fout in de schatting. In hoofdstuk 6 zullen we een nauwkeuriger model voor meerpuntsnetten voorstellen en een nieuwe schatting van de lengte van meerpuntsnetten berekenen.

### 3.5 Globale draadlengtedistributie van de volledige schakeling

In [Don81] gebruikt Donath enkele sterk vereenvoudigende overwegingen om aan te geven dat de genormaliseerde draadlengtedistributie  $\mathcal{D}_l$  van draadlengten voor een ‘goede’ tweedimensionale plaatsing in een vierkant Manhattan-rooster de volgende vorm moet hebben

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_l &= C l^{-\gamma} & (1 \leq l \leq l_{max}) \\ &\approx 0 & (l > l_{max}). \end{aligned} \tag{3.12}$$

Hierbij is  $\gamma$  verwant met de Rent-exponent  $r$  via de vergelijking (zie ook [CC91])

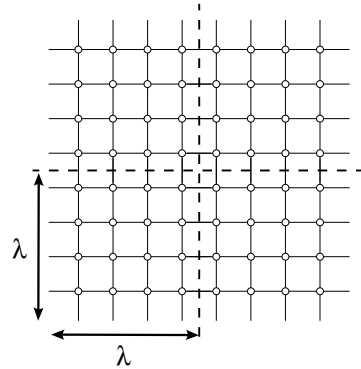
$$2r + \gamma \approx 3.$$

In deze uitdrukkingen is  $C$  een normalisatieconstante,  $l_{max}$  een constante die rechtstreeks afhangt van de grootte van het Manhattan-rooster en  $\gamma$  een karakteristieke constante van de schakeling. Deze draadlengtedistributie is van de vorm van de Pareto-Lévy-distributie [Don81] wanneer  $1 \leq \gamma < 3$  en heeft de eigenschap dat een convolutie van twee dergelijke distributies opnieuw een Pareto-Lévy-distributie is [Don81] zij het met andere  $\gamma$ . Deze distributies hebben geen eindig tweede moment en, voor  $\gamma \leq 2$  zelfs geen eindig eerste moment. Dit komt inderdaad overeen met het onbegrensd schalingsgedrag van de gemiddelde lengte voor  $r > 0,5$ .

Feuer [Feu82] kwam tot dezelfde vorm van de draadlengtedistributie op basis van een continue benadering en een analyse voor een oneindig groot verondersteld Manhattan-rooster. Deze draadlengtedistributie werd verder ook nog gebruikt door Christie [CCB88] om er een schatting van de looptijd uit af te leiden.

We zullen nu aantonen dat het schalingsgedrag van  $\mathcal{E}_l$  (vergelijking 3.12) vooral afhangt van het aantal verbindingen op elk hiërarchieniveau en niet





Figuur 3.6: De deelarchitecturen waartussen verbindingen liggen op niveau  $k$ .

zozeer van de manier waarop deze verbindingen lokaal gedistribueerd zijn. Maar eerst voeren we twee nieuwe begrippen in [SVMVC96a].

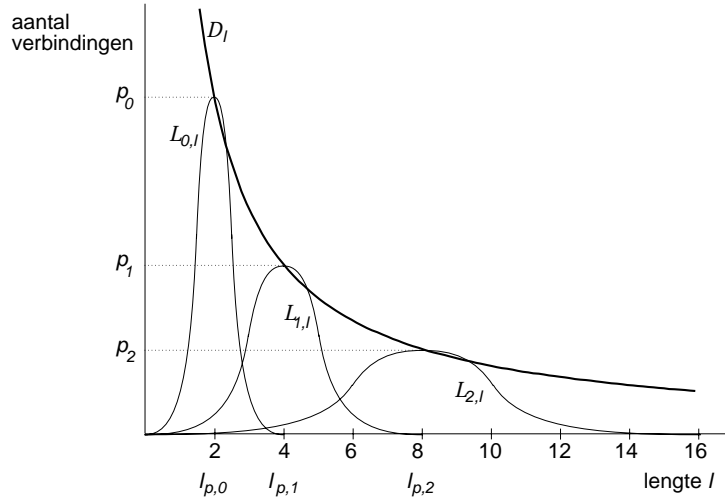
**Definitie 3.3 (Globale en lokale draadlengtedistributies)**

*De globale draadlengtedistributie is de draadlengtedistributie van de volledige schakeling. Ze bevat de lengte-informatie van alle verbindingen samen. De lokale draadlengtedistributie bevat enkel de lengte-informatie van één specifiek hiërarchieniveau.*

**3.5.1 Theoretische afleiding**

In deze paragraaf tonen we aan dat de globale distributie een vorm moet hebben zoals door Donath voorgesteld (vergelijking 3.12) [SVMVC96a, Str96, SVC97]. Voor de eenvoud van de redenering en de notatie gebruiken we continue i.p.v. discrete distributies.

Beschouw de lokale draadlengtedistributie  $\mathcal{L}_{k,l}$  op een hiërarchieniveau  $k$  waarbij cellen verbonden worden die behoren tot deelarchitecturen met zijde  $\lambda = 2^k$  (figuur 3.6) ( $\mathcal{L}_{k,l} = 0$  voor  $l \geq 4\lambda = 2^{k+2}$ ). Deze lokale distributies zijn gelijkvormig als gevolg van de zelfgelijkenis van de fysische architectuur op elk hiërarchieniveau: zij verschillen door een schaalfactor. Beschouw nu de piekwaarde  $p_k$  van de distributie  $\mathcal{L}_k(l)$  en de lengte  $l_{p,k}$  waarvoor  $\mathcal{L}_k(l) = p_k$  (figuur 3.7). Gezien de gelijkvormigheid van de lokale distributies  $\mathcal{L}_k(l)$  moet  $l_{p,k}$  noodzakelijkerwijs schalen met  $2^k$  (zie figuur 3.7). Beschouw nu de globale distributie  $\mathcal{D}_l = \sum_{k=0}^{K-1} \mathcal{L}_{k,l}$  en neem aan dat elke  $\mathcal{L}_{k,l}$  vooral bijdraagt tot de globale distributie rond  $l_{p,k}$  (b.v. doordat de piekwaarde van de distributies  $\mathcal{L}_{k,l}$  voldoende scherp is). De globale distributie  $\mathcal{D}_l$  kan dan benaderd worden door  $\mathcal{D}_l = p_k$  als  $l = l_{p,k}$ ; in de andere punten kunnen we interpoleren (figuur 3.7). Omdat het totale aantal verbindingen op een hiërarchieniveau  $k$  gegeven wordt



Figuur 3.7: Het samenstellen van de globale draadlengtedistributie uit de verschillende lokale distributies op elk hiërarchieniveau  $k$ . Enkel de eerste drie lokale distributies staan afgebeeld.

door  $N_k$  (formule 3.3), geldt er

$$\int_0^{l_{max}} \mathcal{L}_{k,l} dl = N_k \quad (0 \leq k \leq K-1).$$

De integraal is evenredig met het product van de piekwaarde  $p_k$  en de lengte van de basis van de distributie  $\mathcal{L}_{k,l}$  met een evenredigheidsfactor  $E$ . Onze veronderstelling van gelijkvormigheid voor alle distributies  $\mathcal{L}_{k,l}$  impliceert dat deze evenredigheidsfactor constant is voor alle  $k$ . We kunnen dan schrijven

$$p_k 2^{k+2} = E N_k \quad (3.13)$$

voor alle  $k, 0 \leq k \leq K-1$ . Gebruik maken van de waarde voor  $N_k$  (zoals vergelijking 3.3 afgeleid uit vergelijking B.3 maar met  $D$  nog niet ingevuld) resulteert in

$$\frac{p_{k+1}}{p_k} = \frac{2^{D(r-1)}}{2} = 2^{D r - (D+1)}.$$

We kunnen de uitdrukking voor  $p_k$  in gesloten vorm schrijven als

$$p_k = p_0 2^{k(D r - (D+1))}. \quad (3.14)$$

Aangezien de waarden  $l_{p,k}$  schalen met  $2^k$ , komt er nog

$$l_{p,k} = l_{p,0} 2^k. \quad (3.15)$$

Vergelijkingen 3.14 en 3.15 leiden uiteindelijk tot de genormaliseerde distributie

$$\mathcal{E}_l = C l^{D r - (D+1)}, \quad (3.16)$$

waarbij  $C$  de normalisatieconstante is (afhankelijk van  $p_0$ ,  $l_{p,0}$ ,  $D$ ,  $r$  en  $K$ ). In een tweedimensionale plaatsing verschijnt de distributie die ook door Donath werd voorgesteld

$$\mathcal{E}_l = C l^{2r-3}. \quad (3.17)$$

Merk op dat deze distributie geen eerste moment heeft als  $r \geq 0,5$ . In reële schakelingen en reële architecturen kan de lengte niet oneindig groot worden maar is ze beperkt door de afmetingen van de architectuur. In de praktijk zal  $\mathcal{E}_l$  dus het vooropgestelde schalingsgedrag 3.17 slechts volgen tot een maximale lengte  $l_{max}$ . Voor grotere lengten zal de draadlengtedistributie zeer snel dalen en uiteindelijk 0 worden voor een eindige waarde van  $l$ .

Deze relatief eenvoudige overwegingen tonen aan dat de globale distributie  $\mathcal{E}_l$  de trend volgt van Donath's  $\mathcal{D}_l$  (vergelijking 3.12) en dat deze trend enkel afhankelijk is van het schalingsgedrag van de lokale distributies  $\mathcal{L}_{k,l}$  en niet van de precieze vorm van deze distributies.

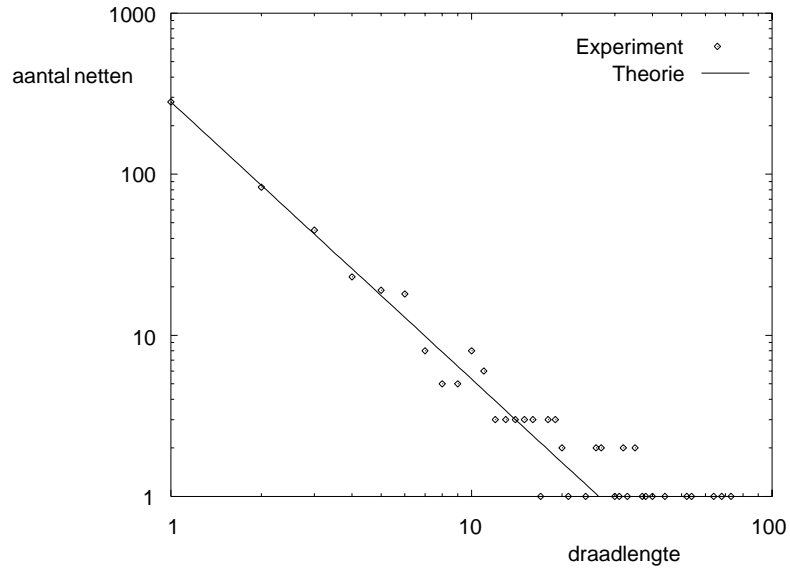
### 3.5.2 Experimentele bevestiging

Het schalingsgedrag volgens  $l^{2r-3}$  wordt bevestigd door experimentele plaatsingen van reële schakelingen. Op figuur 3.8 is de draadlengtedistributie weergegeven voor de referentieschakeling 's1196', geplaatst met ons plaatsingsprogramma (bijlage A, paragraaf A.3) op basis van gesimuleerde uitgloeijing [KGV83, VMVC93]. De Rent-exponent van deze schakeling wordt in paragraaf A.2 geschat op 0,64. De theoretische helling in het dubbel-logaritmisch diagram is dus  $2r - 3 = 1,72$ . Deze theoretische helling blijkt zeer goed te passen bij de experimenteel opgemeten draadlengtedistributie.

## Samenvatting

In dit hoofdstuk werd de basismethode voor het schatten van draadlengten uitgelegd. Na de bespreking van het hiërarchisch plaatsingsmodel voorgesteld door Donath [Don79] werd de gemiddelde draadlengte geschat op basis van dit model. Een korte bespreking van de belangrijkste tekortkomingen van de methode van Donath is meteen de aanzet voor de uitbreidingen die in de volgende hoofdstukken van deze doctoraalscriptie aan bod zullen komen.

Op basis van een vereenvoudigde theoretische bespreking kwamen we tot de conclusie dat de draadlengtedistributie voor een schakeling die geplaatst wordt in een tweedimensionaal Manhattan-rooster een functie moet zijn die schaalt



Figuur 3.8: De globale draadlengtedistributie voor de referentieschakeling 's1196': experimenteel opgemeten draadlengtedistributie vergeleken met de theoretisch voorspelde helling in een dubbel-logaritmisch diagram.

met de draadlengte  $l$  als  $l^{2r-3}$ , en dit onafhankelijk van de precieze vorm van de lokale distributies op elk hiërarchieniveau afzonderlijk.



## Hoofdstuk 4

# Uitbreidingen aan het Model voor de Plaatsing van de Schakeling in de Architectuur

Bezettingskans? Daar zit ik niet mee.

*Dit hoofdstuk is het eerste van drie opeenvolgende hoofdstukken waarin de drie basismodellen worden uitgebreid om betere draadlengteschattingen te verkrijgen dan die van Donath. We beginnen met de belangrijkste tekortkoming in de methode van Donath: het té eenvoudige model voor een optimale plaatsing. In een eerste paragraaf stellen we een uitbreiding van het hiërarchisch plaatsingsmodel van Donath voor waar wel degelijk veel beter rekening wordt gehouden met de manier waarop een optimale plaatsing gebeurt. We maken hierbij gebruik van het op voorhand gekende verloop van de globale distributie en definiëren een bezettingskans voor de mogelijke verbindingen in een architectuur. We passen deze bezettingskans dan toe op lokaal vlak.*

*Een tweede paragraaf behandelt een totaal ander aspect, namelijk het invoeren van een model voor de plaatsing van externe netten en de schatting van de lengte van deze netten. Externe netten werden immers tot op heden nog niet behandeld in de literatuur over a priori draadlengteschattingen. Nochtans zullen we argumenteren dat het schatten van de lengte van externe netten belangrijk is en stellen we een methode voor dergelijke schattingen voor.*

## 4.1 Includeren van informatie over de optimale plaatsing: de bezettingskans

### 4.1.1 Bevoordelen van buurcombinaties tegenover diagonaalcombinaties

Bij de bespreking van de methode van Donath in hoofdstuk 3 hebben we reeds gesteld dat in een optimale plaatsing twee logische blokken die met elkaar verbonden zijn, zo dicht als mogelijk bij elkaar geplaatst zullen worden. Aangezien de gemiddelde lengte van de verbindingen in een diagonaalcombinatie groter is dan de gemiddelde lengte van een buurcombinatie, lijkt de veronderstelling van een optimale plaatsing te impliceren dat het aantal verbindingen in een buurcombinatie hoger is dan het aantal verbindingen in een diagonaalcombinatie. Nochtans wordt in de methode van Donath voor het schatten van draadlengten evenveel gewicht gehecht aan een buurcombinatie als aan een diagonaalcombinatie. Een herverdeling van de verbindingen met een voorkeur voor buurcombinaties zou de totale gemiddelde lengte op elk hiërarchieniveau doen dalen. Dit vereist echter dat bij het partitioneren van een schakeling in vier gelijke deelschakelingen het aantal verbindingen tussen deze deelschakelingen variëert over de mogelijke koppels deelschakelingen. Wanneer we één exemplaar van een schakeling bekijken, zal deze variatie over het algemeen wel

bestaan maar in het huidige model voor een algemene schakeling kunnen we ze onmogelijk inbouwen. Dat model is immers gebaseerd op de regel van Rent, die een eerste-ordebenadering is van het partitioneergedrag van reële schakelingen. Een uitbreiding van de regel van Rent om tweede-ordevariaties toe te laten, zou zo'n herverdeling wel mogelijk maken [Str96]. Een dergelijke uitbreiding zou ons hier te ver leiden maar is zeker een aandachtspunt voor verder onderzoekswerk.

### 4.1.2 Aanpassen van de distributie van de vertrekpunten over het vertrekgebied

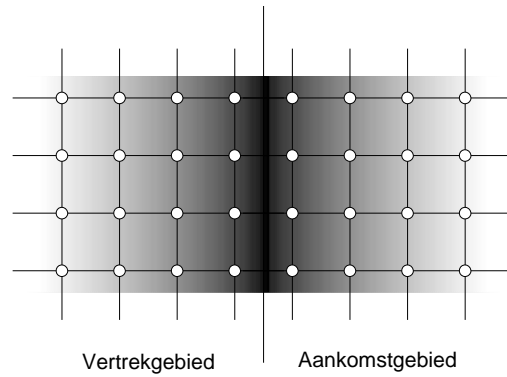
Als we het model voor de verbindingscomplexiteit van de schakeling behouden en dus de regel van Rent blijven gebruiken, dan kunnen we de verdeling van de verbindingen over de verschillende combinaties niet wijzigen. Dat aantal wordt volledig bepaald door de regel van Rent. Deze regel zegt echter niets over de positie in het rooster waar de verbindingen moeten vertrekken. Donath veronderstelt dat de vertrekpunten en aankomstpunten uniform gedistribueerd zijn over het vertrek- resp. aankomstgebied. In een optimale plaatsing zullen de vertrek- en aankomstpunten echter bij voorkeur zo dicht mogelijk bij de grens tussen vertrek- en aankomstgebied geplaatst worden. In een tweedimensionaal rooster zal de distributie van vertrek- en aankomstpunten over het vertrek- en aankomstgebied een verloop hebben zoals voorgesteld in figuren 4.1 en 4.2. In deze figuren wordt de kans dat een verbinding vertrekt of aankomt op een bepaalde plaats weergegeven voor de twee mogelijke combinaties. Zones met een grotere kans om een vertrek- of aankomstpunt te bevatten, worden donkerder gekleurd.

Tot hier toe werd enkel rekening gehouden met een optimale plaatsing door het aantal verbindingen per hiërarchieniveau vast te leggen volgens de regel van Rent. We zullen nu ook binnen elk hiërarchieniveau met het gedrag van een optimale plaatsing rekening houden bij het berekenen van de gemiddelde draadlengte. Hiertoe stellen we eerst een stochastisch model op voor het plaatsingsproces. We veronderstellen wel nog steeds dat we enkel met tweepuntsnetten rekening moeten houden. Een uitbreiding naar meerpuntsnetten komt pas in hoofdstuk 6 aan bod.

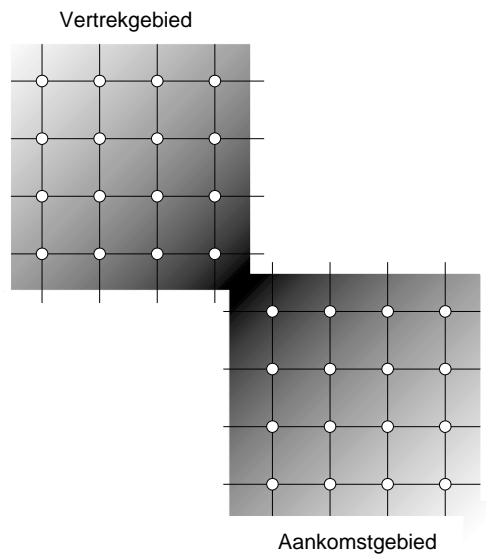
### 4.1.3 Stochastische modellering van het plaatsingsproces

Een plaatsing is een lijst van  $N$  puntenkoppels  $\mathcal{P}_N = ((P_1, Q_1), \dots, (P_N, Q_N))$  in de fysische architectuur (het Manhattan-rooster). Elk koppel stelt een te leggen verbinding voor. Zowel het aantal koppels  $N$  als de precieze waarden van hun coördinaten  $(P_i, Q_i)$  kunnen beschouwd worden als toevalsgrootheden. De gezamenlijke distributie van  $N$  en  $\mathcal{P}_N$  volgt uit de keuze van een schakeling





Figuur 4.1: De distributie van de vertrek- en aankomstpunten over het vertrek- resp. aankomstgebied in een buurcombinatie (donkerder zones hebben een hogere waarde).



Figuur 4.2: De distributie van de vertrek- en aankomstpunten over het vertrek- resp. aankomstgebied in een diagonaalcombinatie (donkerder zones hebben een hogere waarde).

uit de verzameling van alle ‘zinvolle’ schakelingen en een optimale (in de zin van totale draadlengte) plaatsing van de te verbinden knopen in de fysieke architectuur.

Eens de lijst  $\mathcal{P}_N$  gekend, liggen zowel de draadlengten als het hiërarchieniveau in Donath’s partitionering vast: zij zijn immers functies van  $\mathcal{P}_N$ , via de lengtedistributie van de architectuur, vastgelegd in vergelijkingen 3.4 en 3.5. Zo kan de lengte van een verbinding  $(P_i, Q_i)$  genoteerd worden als  $L(P_i, Q_i) \triangleq L_i$ . Het niveau  $K(P_i, Q_i) \triangleq K_i$  volgt eveneens uit de plaats van  $P_i$  en  $Q_i$  in het Manhattan-rooster.

Wij onderstellen nu dat de volgorde waarin de elementen van  $\mathcal{P}_N$  opgegeven worden niet belangrijk is en wij beperken onze aandacht voorlopig tot schakelingen met opgegeven aantal verbindingen  $N$ . Op basis van deze veronderstelling mogen wij aannemen dat de distributie van de eerste verbinding  $(P_1, Q_1)$  karakteristiek is voor de andere verbindingen (dit betekent uiteraard niet dat wij statistische onafhankelijkheid tussen de koppels veronderstellen). Ten slotte nemen wij impliciet aan dat het proces  $\mathcal{P}_N = ((P_1, Q_1), \dots, (P_N, Q_N))$  zekere ergodische eigenschappen bezit, zodanig dat b.v. de distributie van  $L(P_1, Q_1)$  kan geschat worden uit de statistiek van  $(L(P_1, Q_1), L(P_2, Q_2), \dots, L(P_N, Q_N))$  van een gegeven schakeling, en omgekeerd.

Onder deze veronderstellingen kan men de statistische eigenschappen van het koppel  $(L_1, K_1) = (L(P_1, Q_1), K(P_1, Q_1))$  als karakteristiek voor de hele populatie van schakelingen aanzien.

De globale genormaliseerde draadlengtedistributie  $\mathcal{E}_l$  van een schakeling, geplaatst in een Manhattan-rooster, kan dan gemodelleerd worden door de probabiliteitsdistributie van  $L_1$

$$\mathcal{E}_l = P \{L(P_1, Q_1) = l\}$$

en de globale draadlengtedistributie  $\mathcal{D}_l$  is gegeven door

$$\mathcal{D}_l = N \mathcal{E}_l = N P \{L(P_1, Q_1) = l\}.$$

De lokale genormaliseerde draadlengtedistributie (genoteerd als  $\mathcal{M}_{k,l}$ ) is de voorwaardelijke distributie

$$\mathcal{M}_{k,l} = P \{L(P_1, Q_1) = l | K(P_1, Q_1) = k\}$$

en de lokale draadlengtedistributie  $\mathcal{L}_{k,l}$  op niveau  $k$  wordt berekend door de genormaliseerde distributie te vermenigvuldigen met de verwachtingswaarde van het totale aantal verbindingen op niveau  $k$  (genoteerd als  $N_k$ ). Deze verwachtingswaarde is gegeven door

$$E[N_k] = N E \left[ \frac{N_k}{N} \right] = N P \{K_1 = k\},$$

zodat

$$\mathcal{L}_{k,l} = E[N_k] \mathcal{M}_{k,l} = N P \{L(P_1, Q_1) = l, K(P_1, Q_1) = k\}$$

#### 4.1.4 Structurele distributie en bezettingskans

De methode van Donath voor het schatten van draadlengten [Don79] is gebaseerd op de enumeratie van alle mogelijke verbindingen (puntenparen) in elke buurcombinatie en diagonaalcombinatie en op alle hiërarchieniveaus. Op die manier krijgt men een draadlengtedistributie die enkel afhankelijk is van de fysische architectuur waarin de schakeling wordt geplaatst. We noemen deze distributie de *structurele distributie* [Str96]. De distributies  $\mathcal{S}_{k,b}^{2D}$  en  $\mathcal{S}_{k,d}^{2D}$  die we in hoofdstuk 3 berekenden, zijn de genormaliseerde structurele distributies voor een vierkant Manhattan-rooster.

We kunnen ook met elk mogelijk puntenkoppel de kans associëren dat een verbinding tussen de twee punten werkelijk zal gelegd worden in een optimale plaatsing van een schakeling met opgegeven Rent-exponent. Dat is dan een *bezettingskans*.

##### Definitie 4.1 (Structurele distributie en bezettingskans)

Weze  $\mathcal{P}$  de verzameling van alle punten in het Manhattan-rooster. De **structurele distributie**  $\mathcal{S}(l)$  is dan bepaald door de enumeratie van alle koppels  $(p, q)$  in het Manhattan-rooster op afstand  $L(p, q) = l$ . Noemen we de verzameling van al deze koppels  $\mathcal{N}(l)$  dan wordt de structurele distributie gegeven door het aantal elementen in die verzameling

$$\mathcal{S}(l) = |\mathcal{N}(l)|$$

met

$$\mathcal{N}(l) = \{(p, q) \in \mathcal{P} \times \mathcal{P} : L(p, q) = l\}.$$

De **bezettingskans** van een puntenkoppel  $(p, q)$  is de probabilliteit dat het puntenkoppel effectief verbonden wordt door een verbinding in een optimale plaatsing en wordt gegeven door

$$P_{p,q} = P\{(P_1, Q_1) = (p, q)\}.$$

We kunnen nu de globale draadlengtedistributie  $\mathcal{D}_l$ , genormaliseerd op het totale aantal verbindingen  $N$ , schrijven als

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{D}_l}{N} &= P\{L_1 = l\} = P\{(P_1, Q_1) \in \mathcal{N}(l)\} \\ &= \sum_{(p,q) \in \mathcal{N}(l)} P\{(P_1, Q_1) = (p, q)\} \\ &= \sum_{L(p,q)=l} P\{(P_1, Q_1) = (p, q)\}. \end{aligned}$$

Doordat we als enige criterium voor een optimale plaatsing de lengte van de draden beschouwen, kunnen we veronderstellen dat  $P \{(P_1, Q_1) = (p, q)\}$  enkel afhankelijk is van de lengte  $L(p, q)$  maar niet van de precieze plaats van  $p$  en  $q$ . Noteren we een willekeurig koppel  $(p, q)$  waarvoor  $L(p, q) = l$  als  $(p, q)_l$ , dan volgt er

$$\frac{\mathcal{D}_l}{N} = P \{(P_1, Q_1) = (p, q)_l\} \sum_{(p, q): L(p, q) = l} 1 \quad (4.1)$$

De factor  $P \{(P_1, Q_1) = (p, q)_l\}$  is de *bezettingskans* van het koppel  $(p, q)_l$ . Omdat deze bezettingskans enkel afhankelijk is van de lengte, noteren we ze als  $f(l)$ . De tweede factor uit het rechterlid van vergelijking 4.1 is het aantal puntenkoppels in de fysische architectuur met lengte  $l$ . Deze factor is dus gelijk aan de structurele distributie  $\mathcal{S}(l)$ . We kunnen dus de vergelijking 4.1 schrijven als

$$\frac{\mathcal{D}_l}{N} = f(l) \mathcal{S}(l). \quad (4.2)$$

Door de distributie van de vertrek- en aankomstpunten te wijzigen, verandert meteen ook de bezettingskans  $f(l)$  voor puntenkoppels, d.i. de kans dat een mogelijk puntenkoppel in het Manhattan-rooster ook werkelijk verbonden zal worden wanneer een schakeling in dat rooster (optimaal) wordt geplaatst. We weten dat een optimale plaatsing kortere draden verkiest boven langere. Het lijkt dan ook logisch dat eerst zoveel mogelijk puntenkoppels met korte lengte zullen *bezet* worden en pas daarna ook koppels met langere lengten. Intuïtief verwachten we dan ook dat de bezettingskans een monotoon dalende functie van de draadlengte is. Anderzijds moeten we ook rekening houden met het feit dat de verbindingscomplexiteit van de schakeling beperkingen oplegt die ervoor zorgen dat niet alle verbindingen de kleinst mogelijke lengte kunnen hebben. Het is immers niet steeds mogelijk twee met elkaar verbonden logische blokken vlak bij elkaar te plaatsen wanneer andere logische blokken deze plaatsen reeds hebben ingenomen. Deze beperkingen worden des te belangrijker naarmate de verbindingscomplexiteit van de schakeling toeneemt. De functie die de bezettingskans beschrijft moet dan ook afhankelijk zijn van de Rent-exponent in die zin dat de functie sneller of trager afneemt voor hogere draadlengten naarmate de Rent-exponent kleiner dan wel groter is. We zullen in de volgende paragraaf een mogelijke uitdrukking voor  $f(l)$  opstellen.

#### 4.1.5 Globale bezettingskans

In hoofdstuk 3, paragraaf 3.5 hebben we aangetoond dat de globale draadlengtedistributie voor een tweedimensionaal Manhattan-rooster, evenredig is met  $l^{2r-3}$  tot een bepaalde lengte en nadien snel afneemt tot 0 bij  $l = l_{max}$ . Dit resultaat geldt voor een hiërarchische plaatsing van een schakeling met Rent-exponent  $r$  in een tweedimensionaal Manhattan-rooster en dit onafhankelijk van

de specifieke vorm van de lokale draadlengtedistributies [Str96]. De globale distributie  $\mathcal{D}_l$  kan volgens formule 4.2, na normalisatie op  $N$ , beschouwd worden als het product van de structurele distributie van het volledige Manhattan-rooster (genoteerd als  $S(l)$ ) en de bezettingskans  $f(l)$

$$\frac{\mathcal{D}_l}{N} = S(l) f(l).$$

De structurele distributie van het gehele Manhattan-rooster kan gevonden worden door enumeratie van alle mogelijke puntenkoppels in het rooster met lengte  $l$  (zie bijlage B, paragraaf B.2.4) en is gegeven door

$$S^{2D}(l) = \begin{cases} \lambda^2 & (l = 0) \\ \frac{2}{3} l (6 \lambda^2 - 6 l \lambda + l^2 - 1) & (0 < l \leq \lambda) \\ \frac{2}{3} (2 \lambda - l - 1) (2 \lambda - l) (2 \lambda - l + 1) & (\lambda < l \leq 2 \lambda) \\ 0 & \text{elders} \end{cases} \quad (4.3)$$

De genormaliseerde structurele distributie van een Manhattan-rooster van 1000 bij 1000 cellen is weergegeven in de figuur 4.3.<sup>1</sup> Uit deze structurele distributie en onze kennis van het verloop van de globale distributie  $\mathcal{D}_l$  halen we een benaderde uitdrukking voor de bezettingskans door gebruik te maken van formule 4.2. We merken daartoe op dat deze benadering voor de bezettingskans het meest nauwkeurig moet zijn voor kleine waarden van  $l$  omdat deze waarden het meest voorkomen en de distributie domineren. Uit het stelsel 4.3 kan worden afgeleid dat de structurele distributie voor kleine waarden van  $l$  evenredig is met  $l$ . Dit kan eveneens worden geverifieerd in figuur 4.4 waar dezelfde distributie als in figuur 4.3 staat afgebeeld maar in een dubbel-logaritmisch diagram.<sup>2</sup> We gebruiken daarom als benadering voor de bezettingskans

$$f(l) = \frac{\mathcal{D}_l}{N S(l)} \approx C \frac{l^{2r-3}}{l} = C l^{2r-4} \quad (4.4)$$

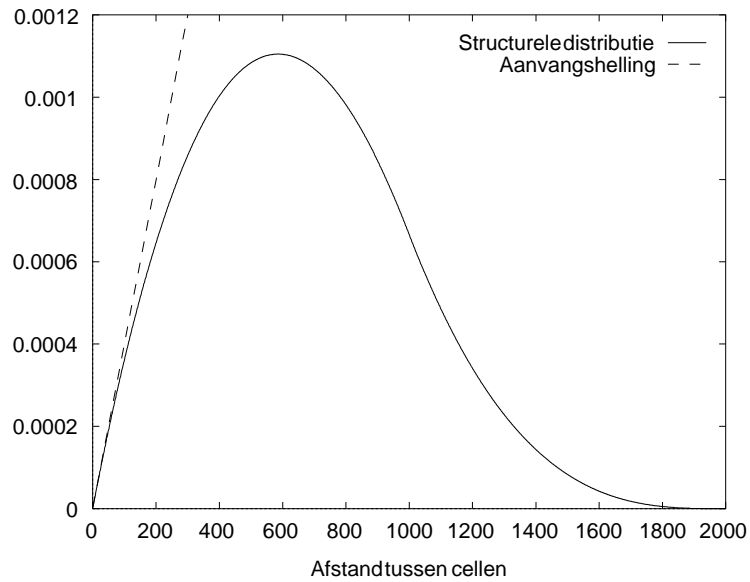
met  $C$  een normalisatieconstante. De benadering van de structurele distributie alsof ze evenredig is met  $l$  is een sterke overschatting voor alle draadlengten vanaf ongeveer  $\lambda/2$  met  $\lambda$  de zijde van het Manhattan-rooster. Dit uit zich in een sterke onderschatting van de bezettingskans voor deze draadlengten. Toch moeten we opmerken dat

1. het aantal draden met dergelijke lengte verwaarloosbaar klein wordt t.o.v. het totale aantal draden;

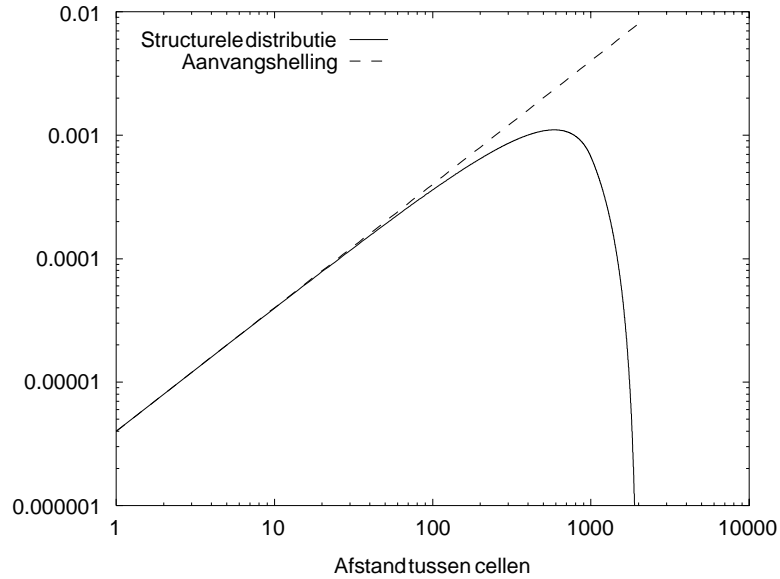
---

<sup>1</sup>Deze distributie kan met redelijk grote nauwkeurigheid benaderd worden door de dichtheitsfunctie van een Weibull-distributie:  $\alpha \beta l^{\beta-1} \exp(-\alpha l^\beta)$ . De parameters  $\alpha$  en  $\beta$  werden geschat op  $\alpha = 1,25$  en  $\beta = 2,04$ .

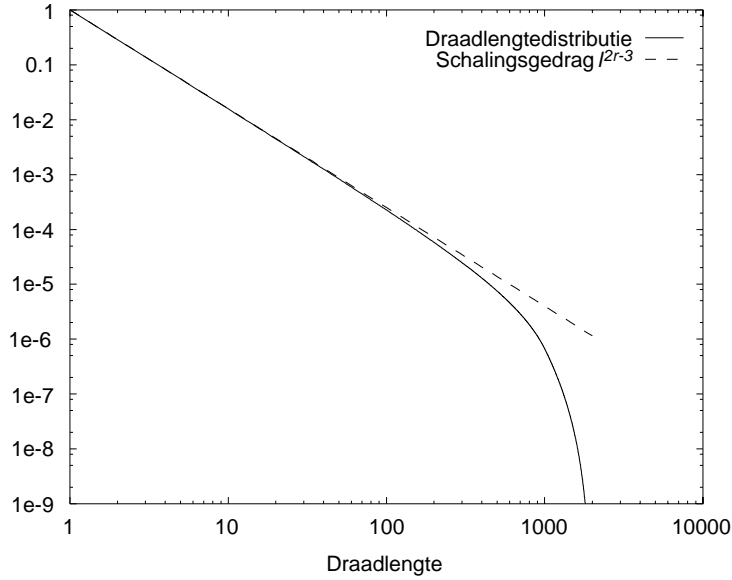
<sup>2</sup>Het volgt eveneens uit de schatting van de parameter  $\beta \approx 2$  in de Weibull-benadering.



Figuur 4.3: De genormaliseerde structurele distributie van een Manhattanrooster van 1000 bij 1000 cellen.



Figuur 4.4: De genormaliseerde structurele distributie van een Manhattanrooster van 1000 bij 1000 cellen in een dubbel-logaritmisch diagram.



Figuur 4.5: De globale draadlengtedistributie als resultaat van het wegen van de structurele distributie met de bezettingskans voor een Manhattan-rooster van 1000 bij 1000 cellen.

2. de globale draadlengtedistributie slechts verloopt als  $l^{2r-3}$  tot een bepaalde waarde die kleiner is dan de maximale afstand in het rooster; voor grotere lengten daalt de distributie veel sneller.

Uit figuur 4.5 blijkt, omgekeerd, dat de globale draadlengtedistributie, gevonden als het product van deze bezettingskans met de structurele distributie, het door Donath geobserveerde gedrag (vergelijking 3.12) vertoont, ook voor grotere waarden van  $l$ . Inderdaad, de draadlengtedistributie neemt af volgens  $l^{2r-3}$  tot ze op een bepaalde waarde, afhankelijk van de grootte van het rooster, zeer sterk daalt en uiteindelijk op 0 valt.

#### 4.1.6 Lokale bezettingskans

We kunnen de lokale draadlengtedistributies op elk hiërarchieniveau eveneens uitdrukken als een product van de structurele distributie op dat niveau met een bezettingskans. We kunnen de lokale draadlengtedistributie (genormaliseerd op  $N$ ) immers schrijven als

$$\frac{\mathcal{L}_{k,l}}{N} = \frac{E[N_k]}{N} \mathcal{M}_{k,l} = P \{L(P_1, Q_1) = l, K(P_1, Q_1) = k\}$$

$$= \sum_{\substack{L(p,q)=l \\ K(p,q)=k}} P \{(P_1, Q_1) = (p, q)\} \quad (4.5)$$

Ook binnen één niveau blijft de draadlengte het enige criterium voor een optimale plaatsing. We kunnen dan nog steeds veronderstellen dat de probabiliteit  $P \{(P_1, Q_1) = (p, q)\}$  enkel afhankelijk is van de lengte  $L(p, q)$  maar niet van de precieze plaats van  $p$  en  $q$ . Noteren we nu een willekeurig koppel  $(p, q)$  met lengte  $L(p, q) = l$  op niveau  $K(p, q) = k$  als  $(p, q)_{l,k}$  en noemen we de verzameling van alle puntenkoppels op niveau  $k$  met lengte  $l$   $\mathcal{N}_k(l)$ , dan volgt uit vergelijking 4.5 dat

$$\frac{\mathcal{L}_{k,l}}{N} = P \{(P_1, Q_1) = (p, q)_{l,k} \mid \mathcal{N}_k(l)\} \quad (4.6)$$

$$= f(l) \mathcal{S}_k(l). \quad (4.7)$$

De factor  $P \{(P_1, Q_1) = (p, q)_{l,k}\}$  van formule 4.6 is de bezettingskans van een koppel  $(p, q)_{l,k}$ . Aangezien we verondersteld hebben dat deze bezettingskans enkel afhankelijk is van de lengte, is ze dus ook hier gegeven door  $f(l)$ . De tweede factor van formule 4.6 is het aantal puntenkoppels (verbindingen) op niveau  $k$  met lengte  $l$ . Deze factor is dus gelijk aan de lokale structurele distributie  $\mathcal{S}_k(l)$ .

Elke lokale distributie kan bijgevolg eveneens geschreven worden als een product van de structurele distributie en de bezettingskans. Donath veronderstelt een uniforme bezettingskans (alle puntenkoppels hebben evenveel kans om 'bezet' te worden). Hij gaat ervan uit dat  $P \{(P_1, Q_1) = (p, q)_{l,k}\}$  onafhankelijk is van  $p$  en  $q$  (en dus ook van de lengte en het niveau). Dit betekent voor de genormaliseerde lokale distributie  $\mathcal{M}_{k,l}^D$  volgens Donath

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{k,l}^D &= P \{L(P_1, Q_1) = l \mid K(P_1, Q_1) = k\} \\ &= \frac{P \{L_1 = l, K_1 = k\}}{P \{K_1 = k\}} \\ &= \frac{\sum_{\substack{L(p,q)=l \\ K(p,q)=k}} P \{(P_1, Q_1) = (p, q)\}}{\sum_{K(p,q)=k} P \{(P_1, Q_1) = (p, q)\}} \\ &= \frac{P \{(P_1, Q_1) = (p, q)\} \sum_{\substack{L(p,q)=l \\ K(p,q)=k}} 1}{P \{(P_1, Q_1) = (p, q)\} \sum_{K(p,q)=k} 1} \end{aligned}$$



$$= \frac{|\mathcal{N}_k(l)|}{\sum_l |\mathcal{N}_k(l)|} = \frac{S_k(l)}{\sum_l S_k(l)}.$$

De genormaliseerde lokale draadlengtedistributie in Donath's methode is dus, zoals we reeds wisten uit hoofdstuk 3, de genormaliseerde structurele distributie.

We merkten reeds op dat Donath's model geen goed model kan zijn voor een optimale plaatsing. In een goed model verwachten we dat de bezettingskans een monotoon dalende functie is van de draadlengte aangezien het plaatsingsprogramma de draadlengte tracht te minimaliseren en dus steeds zal proberen om twee verbonden logische blokken op de kortst mogelijke afstand te plaatsen.

Wij introduceren nu ook op het lokale niveau een andere dan constante bezettingskans om de optimale plaatsing beter te modelleren.

Als we aannemen dat  $f(l) = C l^{2r-4}$  de bezettingskans is voor elk individueel puntenkoppel  $(p, q)_l$  met lengte  $l$ , dan geldt deze uitdrukking ook voor elk puntenkoppel  $(p, q)_{l,k}$  op niveau  $k$  met lengte  $l$ . De som van de lokale distributies  $\mathcal{L}_{k,l}$  levert dan opnieuw de globale distributie  $\mathcal{D}_l$  op. Beschouw, om dit in te zien, het toevalsexperiment waarbij we een optimale plaatsing uitvoeren (we kiezen dus  $N$  puntenkoppels  $(P_1, Q_1), \dots, (P_N, Q_N)$  die een verbinding voorstellen). Het aantal verbindingen van lengte  $l$  is dan een toevalsgrootheid die we noteren als  $N_l$ . Het aantal verbindingen op niveau  $k$  noteren we als  $N_k$  en het aantal verbindingen op niveau  $k$  én met lengte  $l$  als  $N_{k,l}$ . Ook deze grootheden zijn toevalsgrootheden. Voor elk experiment geldt steeds

$$N_l = \sum_k N_{k,l}$$

en, na deling door het totale aantal verbindingen  $N$ ,

$$\frac{N_l}{N} = \sum_k \frac{N_{k,l}}{N}.$$

Berekenen we de verwachtingswaarde dan volgt er

$$\begin{aligned} E \left[ \frac{N_l}{N} \right] &= E \left[ \sum_k \frac{N_{k,l}}{N} \right] \\ P \{L_1 = l\} &= \sum_k E \left[ \frac{N_{k,l}}{N} \right] \\ &= \sum_k \frac{E[N_{k,l}]}{N}. \end{aligned} \tag{4.8}$$

De verwachtingswaarde van het aantal verbindingen van lengte  $l$  op niveau  $k$  voldoet aan

$$\frac{E[N_{k,l}]}{N} = P \{L_1 = l, K_1 = k\} = S_k(l) f(l),$$

zodat vergelijking 4.8 uiteindelijk wordt

$$\begin{aligned} \frac{D_l}{N} &= \sum_k S_k(l) f(l) \\ &= f(l) S(l). \end{aligned} \tag{4.9}$$

We vinden dus de uitdrukking 4.2 voor de globale draadlengtedistributie terug.

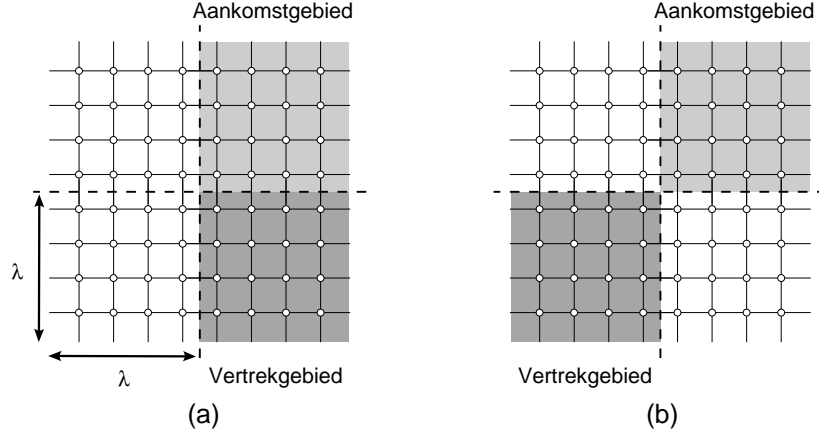
In de volgende paragraaf berekenen we de gemiddelde draadlengte door gebruik te maken van de bezettingskans  $f(l)$ . Tot slot van deze paragraaf merken we nog op dat de redenering die in hoofdstuk 3, paragraaf 3.5.1, heeft geleid tot de uitdrukking 3.17

$$\mathcal{E}_l = C l^{2r-3}$$

en waarop de benadering voor de bezettingskans is gesteund, nog steeds opgaat wanneer de lokale structurele distributies gewogen worden met een bezettingskans. Als gevolg van het bestaan van de regel van Rent, die de belichaming is van de zelfgelijkenis in schakelingen, is ook de verbindingscomplexiteit (en dus de bezettingskans) dezelfde op alle niveaus  $k$ . Dit brengt ons tot de veronderstelling dat de lokale distributies  $\mathcal{L}_{k,l}$  nog steeds gelijkvormig zijn voor alle  $k$ . De globale draadlengtedistributie heeft dan nog steeds hetzelfde verloop dat bepaald wordt door het schalingsgedrag van de lokale distributies, onafhankelijk van de specifieke vorm van de lokale distributies. Deze redenering verklaart meteen waarom de gemiddelde draadlengte van Donath deze trend zeer goed volgt, ook al veronderstelt hij een uniforme distributie van de vertrekpunten van de verbindingspunten. We zullen verder zien dat het invoeren van de bezettingskans wel een zeer grote invloed op de gemiddelde draadlengte heeft.

#### 4.1.7 Nieuwe gemiddelde draadlengte

In navolging van de voorgaande bespreking veronderstellen we dat elke lokale bezettingskans gegeven wordt door  $f(l) = C l^{2r-4}$  (formule 4.4). Op die manier introduceren we informatie over de gehele schakeling in elk hiërarchieniveau. De bezettingskans bevat in feite de informatie over de verbindingscomplexiteit van de schakeling. Ze voldoet aan de eis dat de bezettingskans een monotoon dalende functie is van de draadlengte. Daarenboven neemt de bezettingskans de beperkingen in aanmerking die door de verbindingscomplexiteit worden opgelegd. Zo neemt de bezettingskans minder snel af met toenemende Rent-exponent  $r$ . Het plaatsen van een complexe schakeling is inderdaad veel moeilijker dan het plaatsen van een eenvoudige schakeling en het plaatsingsprogramma zal dus in het eerste geval meer lange draden moeten gebruiken dan in het tweede.



Figuur 4.6: De twee mogelijke combinaties: buurcombinaties (a) en diagonaalcombinaties (b).

De lokale distributie op een hiërarchieniveau  $k$  wordt gevonden door de structurele distributie  $S_{k,C}^{2D}$  ( $C \in \{b, d\}$ ) te wegen met de bezettingskans  $f(l)$ .

De enumeratie van de genormaliseerde structurele distributies voor de twee mogelijke combinaties op elk hiërarchieniveau  $k$  (zie figuur 4.6) resulteert in de vergelijkingen 3.4 en 3.5 [CC91], weergegeven in hoofdstuk 3

$$S_{k,b}^{2D}(l) = \begin{cases} \frac{-l^3+3\lambda l^2+l}{3\lambda^4} & (0 \leq l \leq \lambda) \\ \frac{2l^3-12\lambda l^2+(21\lambda^2-2)l-9\lambda^3+3\lambda}{3\lambda^4} & (\lambda \leq l \leq 2\lambda) \\ \frac{-l^3+9\lambda l^2-(27\lambda^2-1)l+27\lambda^3-3\lambda}{3\lambda^4} & (2\lambda \leq l \leq 3\lambda) \\ 0 & \text{elders} \end{cases} \quad (4.10)$$

voor een buurcombinatie en

$$S_{k,d}^{2D}(l) = \begin{cases} \frac{l^3-l}{6\lambda^4} & (0 \leq l \leq \lambda) \\ \frac{-3l^3+12\lambda l^2-(12\lambda^2-3)l+4\lambda^3-4\lambda}{6\lambda^4} & (\lambda \leq l \leq 2\lambda) \\ \frac{3l^3-24\lambda l^2+(60\lambda^2-3)l-44\lambda^3+8\lambda}{6\lambda^4} & (2\lambda \leq l \leq 3\lambda) \\ \frac{-l^3+12\lambda l^2-(48\lambda^2-1)l+64\lambda^3-4\lambda}{6\lambda^4} & (3\lambda \leq l \leq 4\lambda) \\ 0 & \text{elders} \end{cases} \quad (4.11)$$

voor een diagonaalcombinatie. In deze uitdrukkingen is  $\lambda = 2^k$ .

De verwachtingswaarde van de gemiddelde lengte in een combinatie op

hiërarchieniveau  $k$  is dan

$$l_{k,C}^{2D} = \frac{\sum_{l=0}^{4\lambda} l S_{k,C}^{2D}(l) f(l)}{\sum_{l=0}^{4\lambda} S_{k,C}^{2D}(l) f(l)} = \frac{\sum_{l=0}^{4\lambda} S_{k,C}^{2D}(l) l^{2r-3}}{\sum_{l=0}^{4\lambda} S_{k,C}^{2D}(l) l^{2r-4}}. \quad (4.12)$$

en de totale gemiddelde draadlengte op hiërarchieniveau  $k$ :

$$l_k^{2D} = \frac{4 l_{k,b}^{2D} + 2 l_{k,d}^{2D}}{6}. \quad (4.13)$$

De sommen in vergelijking 4.12 kunnen niet analytisch berekend worden zonder voorkennis van de waarde voor  $\lambda = 2^k$ . Nochtans is een analytische uitdrukking interessant om onze resultaten met die van Donath te kunnen vergelijken, niet alleen numeriek maar ook theoretisch. Dit probleem kan omzeild worden door de discrete distributies te benaderen door continue distributies. Dit zal weliswaar een fout opleveren tegenover de berekening met de sommen maar de berekening zal toch toelaten een aantal interessante conclusies te trekken.

In bijlage B, paragraaf B.2.6, staat beschreven hoe men eenvoudig kan zien dat de continue vorm van de vergelijkingen 4.10 en 4.11 gegeven wordt door

$$S_{k,b}^{c,2D}(l) = \begin{cases} \frac{-l^3 + 3\lambda l^2}{3\lambda^4} & (0 \leq l \leq \lambda) \\ \frac{2l^3 - 12\lambda l^2 + 21\lambda^2 l - 9\lambda^3}{3\lambda^4} & (\lambda \leq l \leq 2\lambda) \\ \frac{-l^3 + 9\lambda l^2 - 27\lambda^2 l + 27\lambda^3}{3\lambda^4} & (2\lambda \leq l \leq 3\lambda) \\ 0 & \text{elders,} \end{cases} \quad (4.14)$$

en

$$S_{k,d}^{c,2D}(l) = \begin{cases} \frac{l^3}{6\lambda^4} & (0 \leq l \leq \lambda) \\ \frac{-3l^3 + 12\lambda l^2 - 12\lambda^2 l + 4\lambda^3}{6\lambda^4} & (\lambda \leq l \leq 2\lambda) \\ \frac{3l^3 - 24\lambda l^2 + 60\lambda^2 l - 44\lambda^3}{6\lambda^4} & (2\lambda \leq l \leq 3\lambda) \\ \frac{-l^3 + 12\lambda l^2 - 48\lambda^2 l + 64\lambda^3}{6\lambda^4} & (3\lambda \leq l \leq 4\lambda) \\ 0 & \text{elders.} \end{cases} \quad (4.15)$$

Een substitutie van de sommen in de vergelijking 4.12 door integralen, voor een vlakke architectuur met oneindig veel punten in elke dimensie, met afmetingen

$\lambda \times \lambda$  voor elke deelmodule op niveau  $k$  en met de Manhattan-metriek, levert

$$l_{k,C}^{2D} = \frac{\int_0^{4\lambda} S_{k,C}^{c,2D}(l) l^{2r-3} dl}{\int_0^{4\lambda} S_{k,C}^{c,2D}(l) l^{2r-4} dl}. \quad (4.16)$$

Voor  $r > 1/2$  levert de uitwerking van de integralen

$$\begin{aligned} l_{k,b}^{2D} &= \lambda R_b(r), \\ l_{k,d}^{2D} &= \lambda R_d(r), \end{aligned}$$

met

$$R_b(r) = \frac{(2r-3)}{(2r+1)} \frac{3^{2r+1} - (2r+7) 2^{2r+(4r+5)}}{3^{2r} - (r+3) 2^{2r+(4r+3)}}, \quad (4.17)$$

$$R_d(r) = \frac{(2r-3)}{(2r+1)} \frac{4^{2r} - 3^{2r+1} + 3 \cdot 2^{2r-1}}{4^{2r-1} - 3^{2r+3} 2^{2r-1} - 1}, \quad (4.18)$$

en

$$l_k^{2D} = \lambda R(r),$$

met

$$R(r) = \frac{4 R_b(r) + 2 R_d(r)}{6}. \quad (4.19)$$

De som over alle hiërarchieniveaus (vergelijking 3.1) resulteert dan in

$$L^{2D} = R(r) \frac{H(K, r, 1)}{H(K, r, 2)}, \quad (4.20)$$

met

$$H(K, r, x) = \frac{2^{K(2r-x)} - 1}{2^{2r-x} - 1}.$$

De integraal in de noemer van formule 4.16 convergeert niet bij de ondergrens als  $r < 1/2$ . Dat betekent dat hij volledig gedomineerd wordt door de waarden rond  $l = 0$ , een gebied waar in het discrete geval (sommen) de waarde nul moet zijn. De fout door de continue benadering is hier zeer groot (de gemiddelde lengte wordt 0 in het continue geval wat onmogelijk is in het discrete geval daar de kleinste lengte dan 1 is) maar de divergentie van de integraal geeft wel aan dat de gemiddelde lengte niet meer schaalt met  $\lambda$  maar constant blijft. We gaan hier bij de bespreking van de resultaten dieper op in. Aangezien voor de diagonaalcombinatie de convergentie wel blijft bestaan, zal de gemiddelde lengte er volledig door gedomineerd worden en er volgt onmiddellijk

$$L^{2D} = \frac{R_d(r)}{3} \frac{H(K, r, 1)}{H(K, r, 2)} \quad (r < 1/2). \quad (4.21)$$

### 4.1.8 Bespreking en resultaten

#### Schalingsgedrag

De gemiddelde theoretisch (volgens formules 4.20 en 4.21) berekende draadlengte schaalt op dezelfde manier als de gemiddelde draadlengte berekend via de methode van Donath [Don79] (formule 3.9).<sup>3</sup>

$$\begin{aligned} L^{2D} &\sim G^{r-1/2} & r > 0,5 \\ L^{2D} &\sim \log(G) & r = 0,5 \\ L^{2D} &\sim R(r) & r < 0,5 \end{aligned} \quad (4.22)$$

Dit is een gevolg van het feit dat we hetzelfde hiërarchisch plaatsingsmodel gebruikten waarbij op elk niveau het aantal verbindingen geschat wordt uit de regel van Rent. Zoals reeds in hoofdstuk 3 werd vermeld, hangt het schalingsgedrag van de globale draadlengtedistributie vooral af van het schalingsgedrag van het aantal verbindingen per niveau en niet van de vorm van de lokale distributies. Het verschil tussen onze methode en die van Donath zit dus niet in het schalingsgedrag maar wel in de vermenigvuldigingsconstante  $R(r)$  (formule 4.19). Deze is, voor alle mogelijke waarden van  $r$ , kleiner dan de factor 14/9 die met de methode van Donath gevonden wordt (figuur 4.7).

In tegenstelling tot de vermenigvuldigingsfactor bij Donath neemt onze factor  $R(r)$  toe met  $r$ . Dit is in overeenstemming met het feit dat schakelingen met een grotere verbindingencomplexiteit (hogere Rent-exponent  $r$ ) langere verbindingen hebben na plaatsing. Hoe complexer de schakeling, des te moeilijker is het voor het plaatsingsprogramma om verbonden logische blokken dicht bij elkaar te plaatsen (dicht bij de rand van het vertrek- en het aankomstgebied). Merk op dat dit effect supplementair is aan het schalingsgedrag in de factor

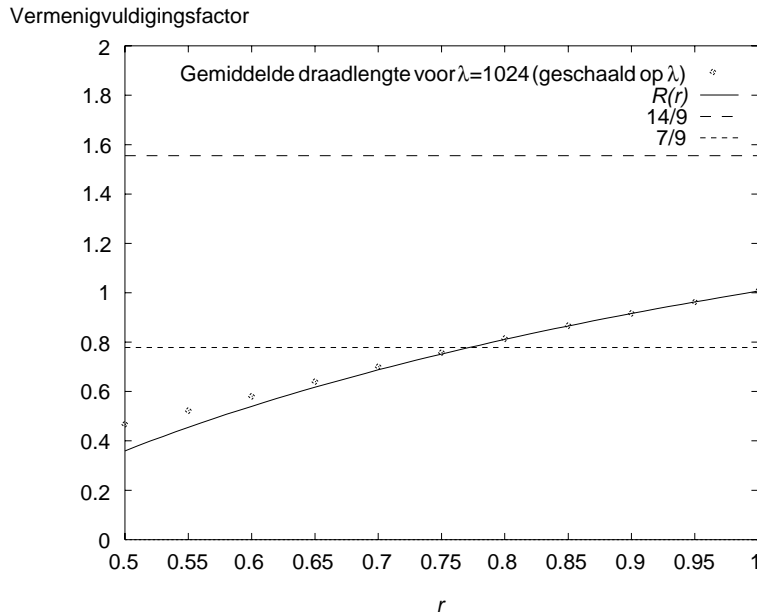
$$H(K, r) = \frac{H(K, r, 1)}{H(K, r, 2)}. \quad (4.23)$$

Ook deze factor drukt uit dat complexere schakelingen langere draden vereisen maar dan over alle niveaus heen. De schalingsfactor  $H(K, r)$  zal hoger zijn bij complexe schakelingen omdat er relatief meer verbindingen op hogere niveaus zullen moeten gelegd worden. Dit kan eenvoudig ingezien worden door de vergelijking 3.3 te bekijken voor het aantal verbindingen op een niveau  $k$ ,

$$N_k = \frac{1}{2} T_b G (1 - 4^{r-1}) 4^{k(r-1)}.$$

De vermenigvuldigingsfactor  $R(r)$  houdt echter rekening met de verbindingencomplexiteit op elk niveau afzonderlijk. Aangezien Donath een constante bezettingskans veronderstelt, gaat hij er impliciet van uit dat het plaatsingsprogramma geen goede keuze kan maken. Omdat plaatsingsprogramma's die

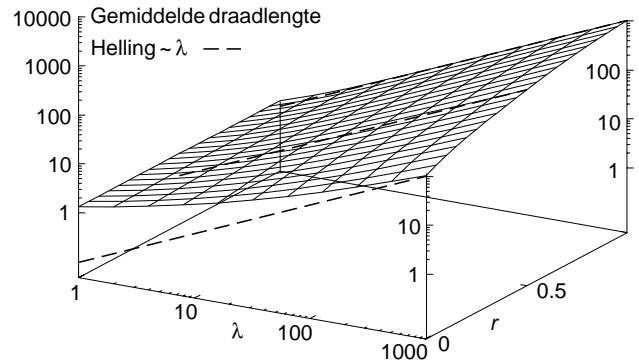
<sup>3</sup>Dit betekent dat beide dezelfde trend vertonen wanneer het aantal hiërarchieniveaus (de grootte van de schakeling) oneindig groot wordt.



Figuur 4.7:  $R(r)$  (vergelijking 4.19) tegenover Donath's factor  $14/9$  voor  $0,5 < r \leq 1$ . Ook een numeriek resultaat op basis van formule 4.12 is weergegeven.

keuze wel degelijk kunnen maken, zelfs wanneer  $r = 1$ , resulteert de methode van Donath steeds in een overschatting van de gemiddelde draadlengte, zeker voor schakelingen met een lage verbindingscomplexiteit. Op de figuur 4.7 is eveneens te zien dat de factor  $R(r)$  vrij dicht in de buurt ligt van  $7/9$  voor de meest voorkomende schakelingen ( $r = 0,6, \dots, 0,8$ ). Onze nieuwe gemiddelde draadlengte is dus, althans voor de hogere hiërarchieniveaus, ongeveer de helft van deze die Donath vond. Dit komt overeen met het gegeven dat de schattingen van Donath steeds ongeveer een factor 2 te hoog bleken.

Het volledige schalingsgedrag van de gemiddelde draadlengte per niveau als functie van de grootte van het hiërarchieniveau en van de Rent-exponent is weergegeven in figuur 4.8. Uit deze figuur blijkt dat de gemiddelde draadlengte op een hiërarchieniveau (formule 4.12) evenredig schaalt met  $\lambda = 2^k$  voor zeer complexe schakelingen ( $r \approx 1$ ) (merk op dat voor de totale gemiddelde draadlengte nog een bijkomende schaling in de factor  $N_k$  aanwezig is, evenredig met  $\lambda^{2(r-1)}$ ). In een logaritmisch diagram liggen de opeenvolgende gemiddelde draadlengten voor verschillende hiërarchieniveaus (met vaste  $r \approx 1$ ) op een rechte met helling 1. Minder complexe schakelingen vertonen slechts hetzelfde schalingsgedrag voor zeer grote niveaus en wijken ervan af op de laagste niveaus. De reden daarvoor is dat de randeffecten (die in de continue berekening verwaarloosd werden) een grote invloed hebben op de laagste niveaus.



Figuur 4.8: De gemiddelde draadlengte per hiërarchieniveau als functie van de grootte  $\lambda = 2^k$  van het hiërarchieniveau  $k$  en van de Rent-exponent  $r$ .

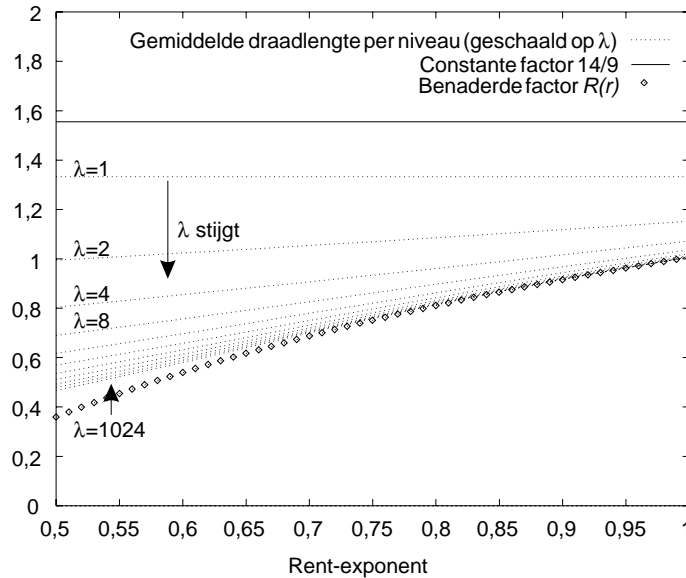
Dit betekent dat voor niet al te complexe schakelingen de ‘echte’ vermenigvuldigingsfactor  $R(r)^4$  groter is op de lagere niveaus dan op de hogere niveaus. Aangezien de gemiddelde draadlengte vooral afhankelijk is van de laagste niveaus zal dit het al te grote verschil met de methode van Donath (zoals op het eerste gezicht uit figuur 4.7 zou worden afgeleid) wat temperen. Onze nieuwe gemiddelde draadlengteschattingen zullen dan ook iets meer bedragen dan de helft van de schattingen volgens Donath.

#### Nauwkeurigheid van de continue benadering

De continue benadering die we in vorige paragraaf hebben gebruikt om een analytische uitdrukking voor de gemiddelde draadlengte te verkrijgen, is slechts bruikbaar voor  $r > 0,5$  omdat de integraal in de noemer van de buurcombinatie in het andere geval niet convergeert. Om de nauwkeurigheid van de continue benadering na te gaan, berekenen we de gemiddelde draadlengte per hiërarchieniveau numeriek volgens de formules 4.12 en 4.13. In figuur 4.9 worden deze berekende grootheden (na schaling met  $\lambda$ ) vergeleken met de factor  $14/9$  van Donath en de benaderde  $R(r)$  gevonden uit formule 4.19. Voor zeer grote schakelingen is de benadering vrij goed op de hogere niveaus (hoge waarden voor  $\lambda$ ) en voor complexe schakelingen. Op de laagste niveaus en ook voor Rent-exponenten in de buurt van  $r = 0,5$  schaalde de gemiddelde lengte minder snel dan  $\lambda$  en is de benadering niet meer bruikbaar. De randeffecten die in een continue benadering verwaarloosd worden, zijn dan te groot. Voor die gevallen moeten de termen van de sommen in formule 4.12 afzonderlijk uitgerekend worden.

<sup>4</sup>Dit is de factor die men verkrijgt door de gemiddelde draadlengte exact uit te rekenen en te delen door  $\lambda$ .

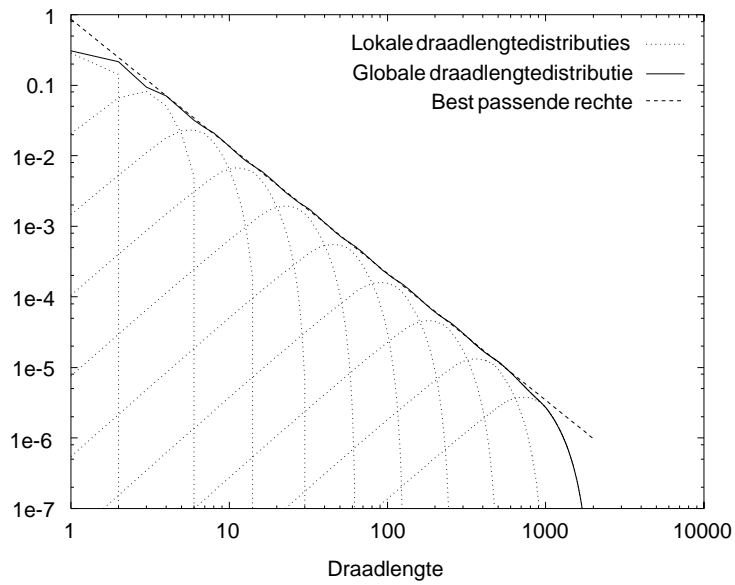




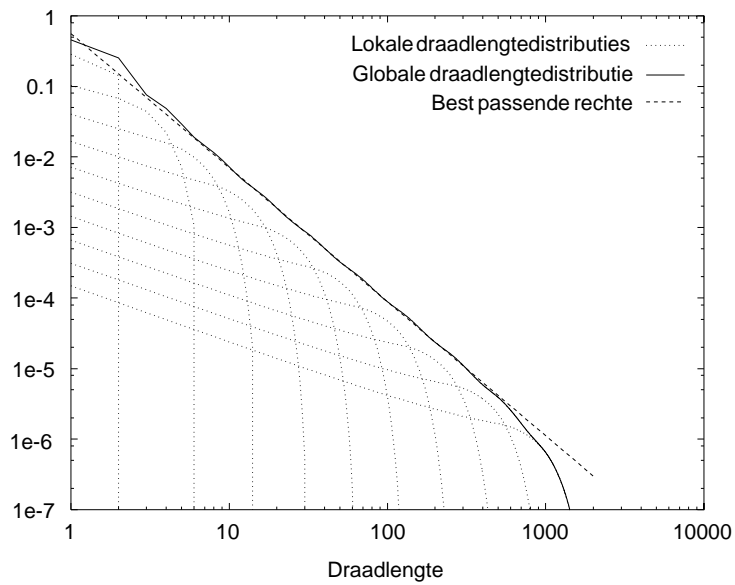
Figuur 4.9: Het verschil tussen de werkelijke uitdrukking en de benaderde uitdrukking voor de gemiddelde draadlengte per niveau.

#### Vergelijking van de draadlengtedistributies berekend volgens de methode van Donath en volgens onze methode

De reden waarom de vermenigvuldigingsfactor  $R(r)$  beter is dan die van Donath kan opgemaakt worden uit figuren 4.10 en 4.11. De eerste figuur toont de lokale draadlengtedistributies en de globale draadlengtedistributie (allebei genormaliseerd op het totale aantal verbindingen  $N$ ), berekend volgens de methode van Donath, voor een schakeling met Rent-exponent 0,6, geplaatst in een Manhattan-rooster van 1024 op 1024 cellen. De tweede figuur toont dezelfde distributies berekend met gebruik van onze niet-uniforme bezettingskans. Beide globale distributies volgen de wet  $l^{2r-3}$  vrij goed. De best passende rechte in de figuur 4.10 heeft perfect de helling  $2r - 3 = -1,8$  ( $r = 0,6$ ). In figuur 4.11 heeft de best passende rechte een helling  $-1,9$  (afwijking van 5,5%). De afwijking t.o.v. de ‘ideale’ helling is te verklaren door het feit dat de bezettingskans minder nauwkeurig is voor grotere draadlengten. Veel belangrijker is echter dat de nieuwe globale distributie over het algemeen veel lager ligt dan die van Donath (de best passende rechte gaat door het punt  $(1;0,56)$  i.p.v.  $(1;0,86)$ ) waardoor de gemiddelde draadlengte gevoelig lager is dan die van Donath. Het aantal verbindingen met lengte 1 en 2 is dan ook beduidend hoger in onze



Figuur 4.10: De globale draadlengtedistributie, samengesteld uit lokale draadlengtedistributies, berekend met de methode van Donath.



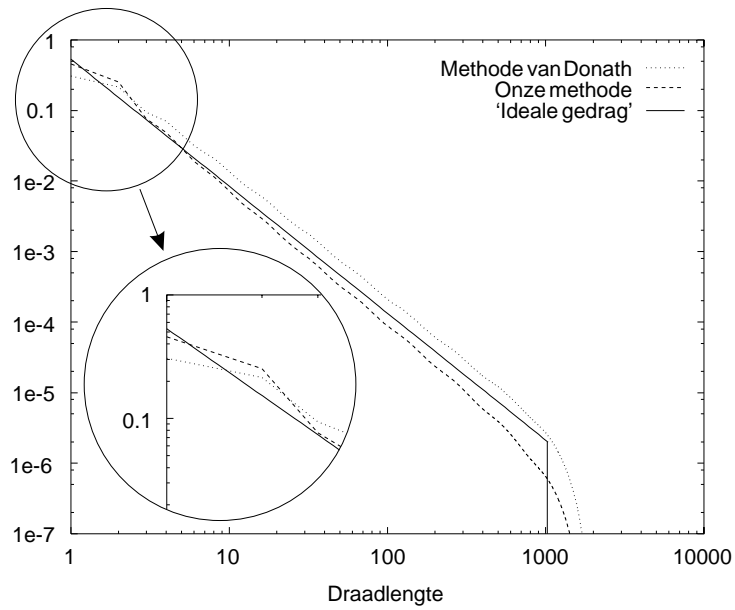
Figuur 4.11: De globale draadlengtedistributie, samengesteld uit lokale draadlengtedistributies, berekend met onze nieuwe methode.

methode<sup>5</sup> dan bij Donath en volgt het vooropgestelde schalingsgedrag beter (let op de logaritmische schaal). Dit is eveneens geïllustreerd in figuur 4.12. De afwijkende verhouding tussen het aantal verbindingen van lengte 1 t.o.v. het aantal draden van lengte 2 is echter nog niet volledig weggewerkt. Ze heeft immers haar oorsprong in het feit dat diagonaalcombinaties en buurcombinaties op elk niveau nog steeds evenveel verbindingen krijgen toegewezen terwijl een optimale plaatsing een voorkeur zou hebben voor de buurcombinaties. Op het allerlaagste niveau (waar veruit de meeste verbindingen aanwezig zijn) is de draadlengte van een buurcombinatie altijd 1 en deze van een diagonaalcombinatie 2. Bovendien is de kleinste afstand voor elke diagonaalcombinatie 2 en niet 1. Dit verklaart het teveel aan draden van lengte 2 en het tekort aan draden van lengte 1.<sup>6</sup> De afwijking t.o.v. het ‘ideale’ gedrag is echter al veel kleiner dan bij de berekeningsmethode van Donath. Uit de figuren 4.10 en 4.11 blijkt ook zeer duidelijk dat het invoeren van de bezettingskans de lokale distributies gevoelig opkrikt voor kleine draadlengten. Dit modelleert een optimale plaatsing die steeds de met elkaar verbonden logische blokken zo dicht mogelijk bij elkaar tracht te houden.

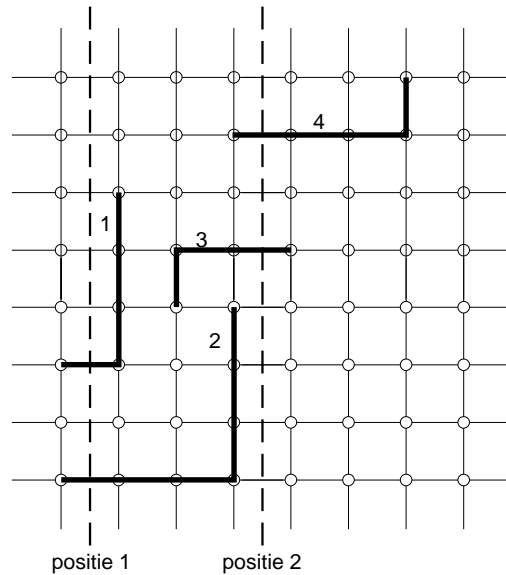
Dat de nieuwe schatting de optimale plaatsing beter modelleert kan ook worden opgemaakt uit het volgende gedachtenexperiment. Snij het Manhattan-rooster in twee delen door een verticale snede (zie figuur 4.13). Tel nu het aantal verbindingen dat over de snede gaat in de veronderstelling dat een schakeling met een gegeven Rent-exponent geplaatst is volgens het plaatsingsmodel van Donath. Laat de snede van links naar rechts over het Manhattan-rooster lopen en tel het aantal verbindingen dat erover gaat voor alle posities van de snede. Op figuur 4.13 worden de verbindingen met nummers 1 en 2 meegeteld wanneer de snede op positie 1 staat, de verbindingen 3 en 4 bij een snede op positie 2. Doe hetzelfde voor een schakeling die geplaatst zou zijn volgens het in dit hoofdstuk beschreven model met inbegrip van de bezettingskans. De beste plaatsing is deze waarbij alle verbindingen kort zijn, dus waarbij het aantal verbindingen over elke snede zo klein mogelijk is (korte verbindingen gaan over minder sneden) en zo gelijk mogelijk verdeeld over de posities (aantal verbindingen met lengte 1 is overal ongeveer gelijk). In het midden van het Manhattan-rooster verwachten we in principe iets meer verbindingen dan aan de rand maar het verschil tussen de twee moet kleiner zijn naarmate de plaatsing beter is. Het resultaat van dit gedachtenexperiment is te zien in figuur 4.14. Het aantal verbindingen dat over de snede gaat (op de figuur in procenten van het totale

<sup>5</sup>Merk op dat aangezien beide distributies genormaliseerd zijn, de totale distributie door onze nieuwe methode alleen kan dalen als er lokaal (in dit geval voor kleine draadlengten) verhogingen zijn.

<sup>6</sup>Merk op dat het tekort aan draden van lengte 1 gelijk is aan 0,075 en de overschot aan draden van lengte 2 gelijk aan 0,1. Het verschil tussen de twee is dus veel kleiner dan de figuur laat vermoeden. Hou steeds voor ogen dat de figuur een logaritmische schaal heeft.



Figuur 4.12: Vergelijking tussen de globale draadlengtedistributie volgens de nieuwe berekeningsmethode met de globale distributie gevonden door Donath en met het vooropgestelde schalingsgedrag (genormaliseerd op het interval  $[0 \dots 1024]$ ).

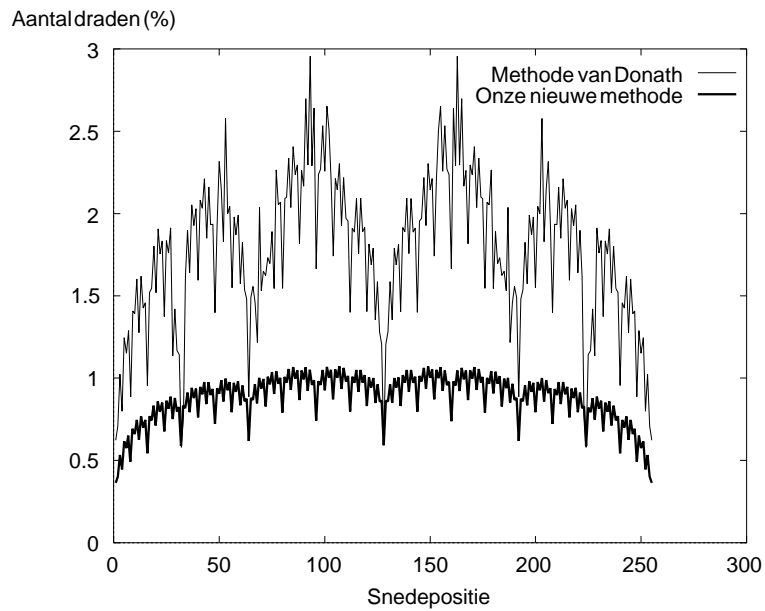


Figuur 4.13: Gedachtenexperiment: tel het aantal verbindingen over een snede in het Manhattan-rooster.

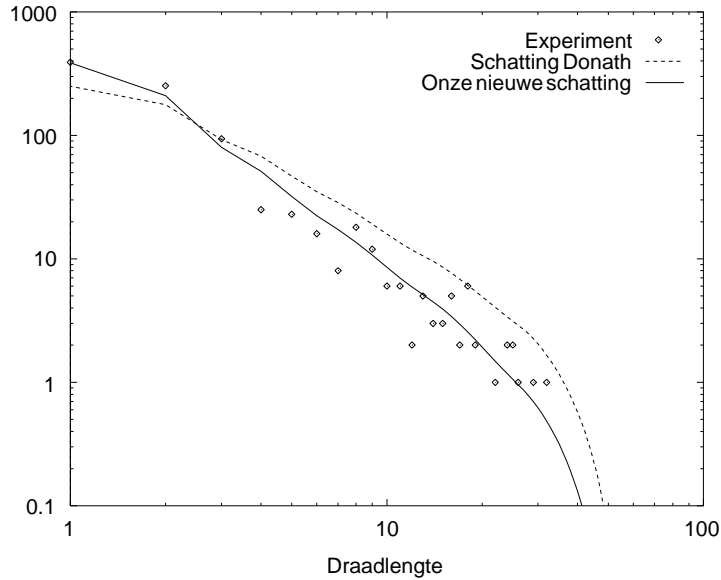
aantal verbindingen) is voor alle snedeposities kleiner met ons plaatsingsmodel dan met het model van Donath. Ook de variatie van dit aantal over alle snedeposities is kleiner. De curve van het aantal verbindingen over de snede vertoont sterke pieken, zowel voor deze berekend op basis van het model van Donath als deze op basis van ons model. Bovendien zijn de pieken voor beide curven te vinden op dezelfde snedeposities. Dit is een rechtstreeks gevolg van het gebruik van de regel van Rent op (discrete) hiërarchieniveaus. Deze regel legt het aantal verbindingen op elk niveau vast. Daardoor is het aantal verbindingen dat over de snede in het midden van de schakeling gaat (positie 128) voor beide curven exact hetzelfde. Het feit dat het verschil tussen de bergen en dalen kleiner is in onze methode wijst erop dat het de optimale plaatsing beter modelleert.

### Experimentele verificatie

Om te controleren dat het invoeren van de globale bezettingskans op lokaal niveau een beter model is voor de plaatsing van een schakeling in een Manhattan-rooster, hebben we enkele experimenten uitgevoerd. We plaatsten een aantal referentieschakelingen in een Manhattan-rooster met een eigen plaatsingsprogramma (zie bijlage A, paragraaf A.3) op basis van gesimuleerde uitgloeing [KGV83, VMVC93]. Uit een schatting van de Rent-exponent van de schake-



Figuur 4.14: Het aantal verbindingen (in % van het totale aantal verbindingen in de schakeling) over opeenvolgende sneden voor een schakeling met Rent-exponent 0,6 in een Manhattan-rooster van 256 bij 256 cellen. Vergelijking tussen het plaatsingsmodel van Donath en onze uitbreiding met een niet-uniforme bezettingskans.



Figuur 4.15: De draadlengtedistributie na plaatsing van de ISCAS85-referentieschakeling ‘c1908nr’.

ling (bijlage A, paragraaf A.2) berekenden we dan een schatting van de draadlengtedistributie op twee manieren, eenmaal volledig volgens de methode van Donath, eenmaal met onze uitbreiding die rekening houdt met de bezettingskans. Dit resulteert in grafieken zoals in figuur 4.15. In deze figuur wordt de theoretische schatting van de draadlengtedistributie vergeleken met de experimenteel opgemeten distributie voor de ISCAS85-referentieschakeling ‘c1908nr’. De nieuwe schatting sluit duidelijk veel beter aan bij de experimenteel opgemeten waarden dan de schatting van Donath. Het verschil is vooral belangrijk voor het aantal draden met lengte 1 en 2. Het zijn immers vooral deze draden die de gemiddelde lengte zullen bepalen. In dit gebied onderschat Donath duidelijk het aantal verbindingen terwijl hij dan (noodzakelijkerwijs) het aantal verbindingen licht overschat voor de langere draden.

In de tabel 4.1 bekijken we de invloed van de in deze tekst gekozen bezettingskans op de gemiddelde draadlengte, voor de experimenten zoals die door Donath werden uitgevoerd [Don79]. De experimenteel gemeten gemiddelde draadlengte is te vinden in de kolom met hoofd  $L_{exp}^{2D}$ . We berekenen de theoretische gemiddelde lengte volgens de niet-benaderde formule 4.12. Een probleem hierbij is dat de index van de som loopt over alle hiërarchieniveaus. Dit veronderstelt dat het aantal logische blokken in de schakeling een macht van 4 is. Omdat we weten dat de gemiddelde lengte ongeveer schaalt met de grootte van het Manhattan-rooster (en dus evenredig is met  $\lambda = 2^k$ ), be-

No.	$G$	$N$	$r$	$L_{exp}^{2D}$	$L_D^{2D}$	$L^{2D}$	$L_r^{2D}$	$\frac{L_D^{2D}}{L_{exp}^{2D}}$	$\frac{L^{2D}}{L_{exp}^{2D}}$
1	528	1007	0,59	2,15	4,02	2,44	2,43	1,87	1,13
2	576	1111	0,75	2,85	5,26	3,25	3,27	1,85	1,14
3	671	1670	0,57	2,63	4,07	2,43	2,43	1,55	0,93
4	1239	2687	0,47	2,14	3,76	2,21	2,19	1,76	1,03
5	2148	7302	0,75	3,50	7,37	4,29	4,32	2,11	1,23

Tabel 4.1: Gemiddelde draadlengte voor een tweedimensionale plaatsing van de referentieschakelingen van Donath [Don79]. Vergelijking tussen de berekeningsmethode van Donath ( $L_D^{2D}$ ) en onze nieuwe schattingen op basis van de bezettingskans ( $L^{2D}$ ) en vergelijking met de experimenteel opgemeten waarden ( $L_{exp}^{2D}$ ).  $G$  is het aantal logische blokken in de schakeling,  $N$  het aantal netten en  $r$  de Rent-exponent (gegevens overgenomen uit [Don79]).

rekenen we de gemiddelde lengte  $L_1$  voor  $K_1 = \lceil \log(G)/\log(4) \rceil$  en  $L_2$  voor  $K_2 = \lceil \log(G)/\log(4) \rceil$  en interpoleren tussen de twee waarden volgens

$$L = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{2^{K_2} - 2^{K_1}} \left( \sqrt{G} - 2^{K_1} \right). \quad (4.24)$$

Deze theoretische schatting is weergegeven in de kolom met hoofd  $L^{2D}$  in tabel 4.1. Dat deze interpolatie een goede schatting geeft, blijkt uit de kolom met hoofd  $L_r^{2D}$ . In deze kolom staat de gemiddelde schatting die gevonden werd door een alternatieve berekening waarbij in het plaatsingsmodel het vierkant Manhattan-rooster wordt vervangen door een rechthoekig rooster met afmetingen  $X$  en  $Y$  op zo'n manier dat

1.  $X Y$  zo goed mogelijk gelijk is aan  $G$ ;
2. het rechthoekig rooster zo goed als mogelijk vierkant is. Voorwaarde daarvoor is dat zowel  $X$  als  $Y$  tussen dezelfde machten van twee te vinden zijn, of

$$2^K \leq X \leq 2^{K+1} \iff 2^K \leq Y \leq 2^{K+1}.$$

De tweede voorwaarde zorgt ervoor dat op alle niveaus een opdeling in vier stukken mogelijk is waarbij de afmetingen opnieuw aan voorwaarde 2 voldoen (met  $K$  een eenheid lager). Op het voorlaatste niveau kunnen dan enkel de normale blokjes van grootte 2 bij 2 en rechthoekjes van grootte 2 bij 1 voorkomen. De rechthoekjes worden dan slechts in twee delen gesplitst in plaats van in vier delen (een eendimensionale partitionering). Deze benadering laat toe schattingen te berekenen voor een veel groter aantal mogelijke keuzes van



Naam	$G$	$r$	$L_{exp}^{2D}$	$L_D^{2D}$	$L^{2D}$	$\frac{L_D^{2D}}{L_{exp}^{2D}}$	$\frac{L^{2D}}{L_{exp}^{2D}}$
c432	160	0,62	2,925	3,304	2,157	1,129	0,737
c499	202	0,62	3,177	3,468	2,237	1,091	0,704
c880	383	0,62	2,764	3,949	2,433	1,428	0,880
c1355	546	0,73	2,804	5,030	3,108	1,793	1,108
c1908	880	0,72	2,865	5,558	3,356	1,939	1,171
c2670	1193	0,73	2,817	6,098	3,643	2,164	1,293
c432nr	157	0,62	2,890	3,291	2,155	1,138	0,745
c499nr	202	0,65	3,157	3,586	2,318	1,135	0,734
c1355nr	546	0,74	2,786	5,110	3,166	1,834	1,136
c1908nr	878	0,71	2,893	5,455	3,288	1,885	1,136
c2670nr	961	0,79	2,482	6,463	3,994	2,603	1,608

Tabel 4.2: Gemiddelde draadlengte voor een tweedimensionale plaatsing van de ISCAS85-referentieschakelingen. Vergelijking tussen de berekeningsmethode van Donath ( $L_D^{2D}$ ) en de nieuwe schattingen op basis van de bezettingskans ( $L^{2D}$ ) en vergelijking met de experimenteel opgemeten waarden ( $L_{exp}^{2D}$ ).  $G$  is het aantal logische blokken in de schakeling en  $r$  de Rent-exponent.

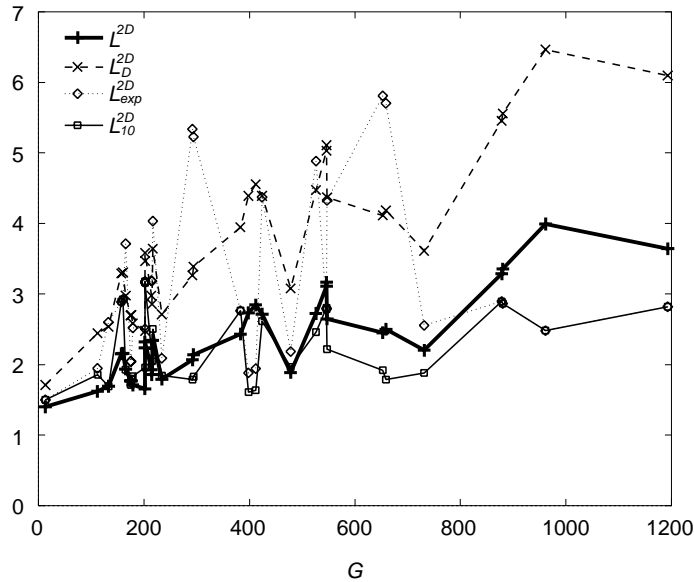
$G$ . Uit tabel 4.1 blijkt dat deze benadering  $L_r^{2D}$  zeer goed overeenstemt met de schatting op basis van interpolatie  $L^{2D}$ .

De tabel 4.1 leert ons dat de nieuwe lengteschattingen een stuk lager zijn dan die van Donath en dat ze veel dichterbij de experimenteel gevonden waarden liggen. De laatste twee kolommen tonen de verhouding van de theoretische waarde t.o.v. de experimenteel gevonden waarde. Een goede theoretische schatting vereist dat deze verhouding dicht bij 1 ligt. Een waarde groter dan 1 wijst op een overschatting, een waarde kleiner dan 1 op een onderschatting van de gemiddelde draadlengte. Uit de tabel blijkt dat deze verhouding gevoelig is verbeterd (t.o.v. de methode van Donath) met het invoeren van een lokale bezettingskans. Dit wijst erop dat het gebruik van de globale bezettingskans op elk lokaal niveau een beter plaatsingsmodel is dan de uniforme bezettingskans die Donath gebruikt. We hebben nu ‘echte’ schattingen in plaats van een bovengrens die vrij ver afwijkt van de werkelijke waarden.

Dezelfde vergelijking met onze eigen experimenten (gebaseerd op plaatsingen met ons plaatsingsprogramma op basis van gesimuleerde uitgloeijing) levert de resultaten van de tabellen 4.2 en 4.3, respectievelijk voor de ISCAS85- en ISCAS89-referentieschakelingen. Deze resultaten zijn ook weergegeven in figuren 4.16 en 4.17, in functie van het aantal logische blokken en de Rent-exponent respectievelijk. We hebben in deze figuren de overeenstemmende punten ver-

Naam	$G$	$r$	$L_{exp}^{2D}$	$L_D^{2D}$	$L^{2D}$	$L_{10}^{2D}$	$\frac{L_D^{2D}}{L_{exp}^{2D}}$	$\frac{L^{2D}}{L_{exp}^{2D}}$	$\frac{L^{2D}}{L_{10}^{2D}}$
s27	13	0,26	1,500	1,710	1,403	1,500	1,140	0,935	0,935
s208.1	112	0,35	1,946	2,444	1,620	1,855	1,256	0,832	0,873
s298	133	0,37	2,598	2,538	1,692	1,694	0,976	0,651	0,998
s386	165	0,51	3,713	2,976	1,937	1,928	0,801	0,521	1,004
s344	175	0,40	2,045	2,699	1,768	1,710	1,319	0,864	1,033
s349	176	0,40	2,045	2,701	1,768	1,796	1,320	0,864	0,984
s382	179	0,35	2,520	2,584	1,712	1,837	1,025	0,679	0,931
s444	202	0,29	2,505	2,478	1,660	1,957	0,989	0,662	0,848
s526	214	0,47	3,187	2,976	1,928	2,174	0,933	0,604	0,886
s526n	215	0,43	3,181	2,856	1,859	2,046	0,897	0,584	0,908
s510	217	0,65	4,036	3,643	2,347	2,505	0,902	0,581	0,936
s420.1	234	0,37	2,089	2,714	1,795	1,843	1,299	0,858	0,973
s832	292	0,51	5,337	3,264	2,065	1,785	0,611	0,386	1,156
s820	294	0,54	5,229	3,389	2,138	1,830	0,648	0,408	1,168
s641	398	0,69	1,882	4,393	2,731	1,608	2,333	1,451	1,698
s713	412	0,71	1,940	4,557	2,845	1,636	2,348	1,465	1,738
s953	424	0,68	4,371	4,393	2,717	2,616	1,004	0,621	1,038
s838.1	478	0,41	2,182	3,078	1,888	1,966	1,410	0,865	0,960
s1238	526	0,66	4,885	4,471	2,722	2,459	0,915	0,557	1,106
s1196	547	0,64	4,330	4,370	2,647	2,218	1,009	0,611	1,193
s1494	653	0,58	5,806	4,112	2,452	1,919	0,708	0,422	1,277
s1488	659	0,59	5,703	4,185	2,500	1,786	0,733	0,438	1,399
s1423	731	0,50	2,552	3,615	2,202	1,882	1,416	0,862	1,170

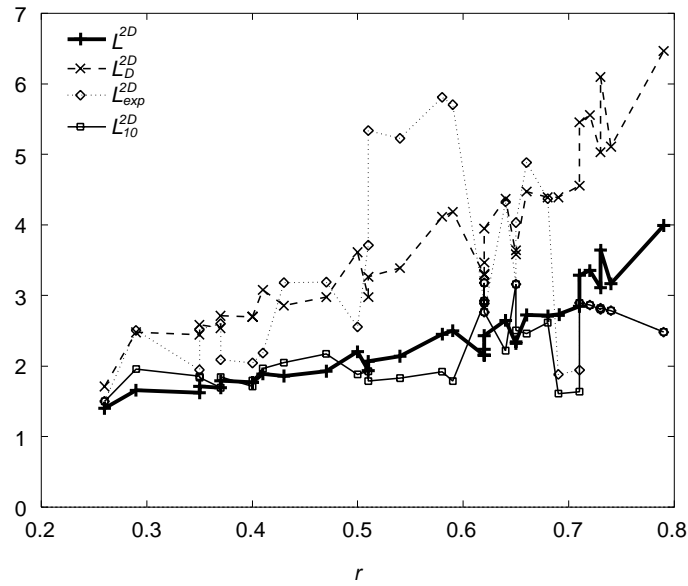
Tabel 4.3: Gemiddelde draadlengte voor een tweedimensionale plaatsing van de ISCAS89-referentieschakelingen. Vergelijking tussen de berekeningsmethode van Donath ( $L_D^{2D}$ ) en de nieuwe schattingen op basis van de bezettingskans ( $L^{2D}$ ) en vergelijking met de experimenteel opgemeten waarden ( $L_{exp}^{2D}$ ).  $G$  is het aantal logische blokken in de schakeling en  $r$  de Rent-exponent.



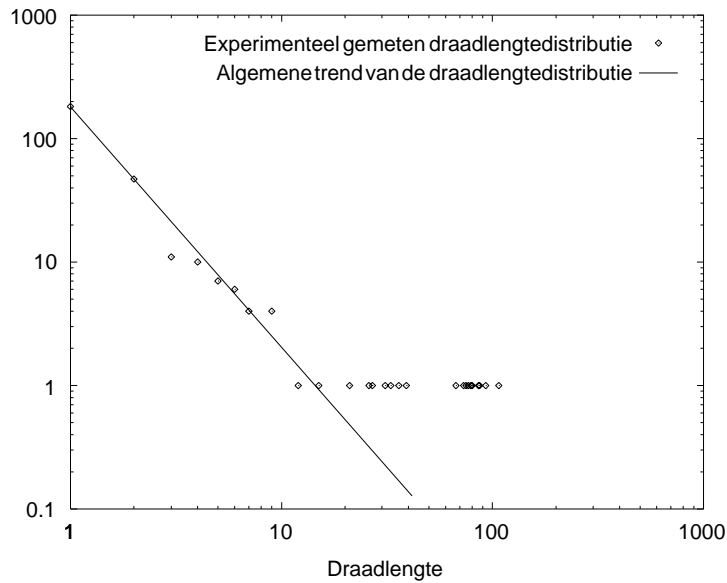
Figuur 4.16: Vergelijking van onze schattingen met die van Donath en met de experimenten: gemiddelde draadlengte van de ISCAS-referentieschakelingen in functie van het aantal logische blokken.

bonden opdat de figuren iets overzichtelijker zouden zijn. Het grillige verloop van de getekende lijnen is het gevolg van de sterke afhankelijkheid van de gemiddelde draadlengte van zowel het aantal logische blokken als de Rent-exponent. Slechts één van deze afhankelijkheden is in de figuren tegelijk weergegeven.

Uit de tabel 4.2 blijkt opnieuw dat onze schattingen een heel stuk lager liggen dan die van Donath én dat ze over het algemeen beter aansluiten bij de experimenteel opgemeten waarden. In sommige gevallen blijkt zelfs dat we de draadlengte onderschatten. Dit is voor een deel te wijten aan het feit dat de bezettingskans het aantal lange draden op de hoogste niveaus een beetje onderschat. In voldoende grote schakelingen heeft dit nauwelijks invloed op de gemiddelde draadlengte omdat het aantal verbindingen op deze hoge niveaus dan verwaarloosbaar klein wordt. Voor de kleinere schakelingen is die invloed echter niet meer te verwaarlozen en zouden we in principe de bezettingskans op de hoogste niveaus moeten aanpassen. Toch valt het ook op dat in de gevallen waar onze methode de gemiddelde draadlengte onderschat ook de schatting van Donath veel lager is dan we zouden verwachten. Het is immers algemeen bekend dat Donath's schattingen gemiddeld ongeveer een factor 2 afwijken van experimenteel opgemeten gemiddelde draadlengten [Don79]. Het lijkt er dus op dat de experimenteel gevonden waarde te hoog ligt. Dit kan een gevolg zijn

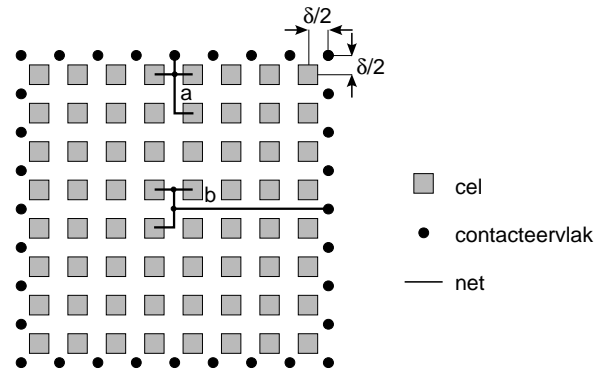


Figuur 4.17: Vergelijking van onze schattingen met die van Donath en met de experimenten: gemiddelde draadlengte van de ISCAS-referentieschakelingen in functie van de Rent-exponent.



Figuur 4.18: Illustratie van het bestaan van uitzonderlijk lange verbindingen bij de geplaatste ISCAS89-referentieschakelingen.

van het feit dat onze plaatsingsmethode een niet zo goede plaatsing gevonden heeft. Een andere mogelijkheid is dat de Rent-exponent van de schakeling niet zo goed geschat is en de schakeling in feite complexer is dan de Rent-exponent doet vermoeden. Dit fenomeen is nog veel sterker in tabel 4.3 en de figuren 4.16 en 4.17. Daar is onze schatting bijna steeds te klein t.o.v. de theoretisch gevonden waarde en zelfs de methode van Donath onderschat dikwijls de draadlengte sterk (wat ingaat tegen de resultaten van Donath zelf [Don79]). Hier ligt de oorzaak waarschijnlijk in het feit dat de ISCAS89-referentieschakelingen een groot aantal netten bevatten met uitzonderlijk hoge netgraad. Meerpuntsnetten zijn echter nog niet in het model ingebouwd. Het is wel zo dat deze netten in experimentele plaatsingen steeds zeer lang zijn. Normaal gezien zijn er in schakelingen te weinig uitzonderlijk lange verbindingen om significante invloed te hebben op de gemiddelde draadlengte (zie hoofdstuk 6). Bij de ISCAS89-referentieschakelingen is dit niet zo. Figuur 4.18 toont bijvoorbeeld de draadlengtedistributie na plaatsing van de ISCAS89-referentieschakeling 's832'. In deze figuur valt het op dat een aantal verbindingen een veel te grote lengte hebben in vergelijking met de algemene trend van de distributie. Deze verbindingen zijn allemaal meerpuntsnetten met uitzonderlijk hoge netgraad (zie ook de bespreking bij hoofdstuk 6). Omdat het totale aantal verbindingen niet zo heel groot is, hebben deze netten wel degelijk een invloed op de berekening van de gemiddelde draadlengte. Wanneer we deze uitzonderingsgevallen niet meerekenen bij de berekening van de gemiddelde draadlengte, vinden we heel andere getallen (we nemen voor het gemak enkel de eerste tien waarden van de distributie in aanmerking). Deze getallen zijn weergegeven in de kolom met hoofd  $L_{10}^{2D}$  in tabel 4.3. Een vergelijking tussen deze getallen en onze theoretische schatting  $L^{2D}$  leert dat de schatting van de gemiddelde draadlengte voor 19 van de 24 referentieschakelingen minder dan 20% afwijkt van de (aangepaste) experimentele waarde. Uit figuren 4.16 en 4.17 blijkt dat de experimenteel bepaalde gemiddelde draadlengte voor de eerste tien draadlengten dikwijls veel lager ligt dan de oorspronkelijke gemiddelde draadlengte van het experiment en dat onze theoretische waarden daar veel nauwer bij aansluiten, zeker als we vergelijken met Donath's schattingen. Alhoewel het weglaten van de lange verbindingen natuurlijk het hele experiment beïnvloedt en dus de resultaten met enige omzichtigheid moeten worden behandeld, kunnen we hieruit besluiten dat het nieuwe model voor het schatten van draadlengten vrij goede overeenkomsten vertoont met de opgemeten waarden van reële plaatsingen, maar dat ons model hoegenaamd geen rekening houdt met specifieke eigenschappen van meerpuntsnetten met hoge netgraad. In hoofdstuk 6 zullen we een nieuw model voor meerpuntsnetten opstellen om ook hierop een antwoord te bieden.



Figuur 4.19: Het verschil tussen een plaatsing die rekening houdt met externe verbindingen (a) en één die dat niet doet (b).

## 4.2 Includeren van externe netten

Tot hier toe werd enkel rekening gehouden met de interne netten. De externe netten, die een cel van het inwendige van de architectuur verbinden met een contacteervlak aan de rand van de architectuur, zijn hierbij buiten beschouwing gelaten. In deze paragraaf zal worden aangetoond dat het schatten van de (interne) draadlengte van externe netten ook belangrijk kan zijn. We zullen dan ook het plaatsingsmodel uitbreiden om deze externe netten mee op te nemen.

### 4.2.1 Belang van goede draadlengteschattingen voor externe netten

De lengte van een extern net (verbinding tussen een logisch blok en een pin) is gedefiniëerd als de afstand tussen de cel waar het logisch blok is geplaatst en het contacteervlak dat met de pin overeenstemt. We veronderstellen dat de contacteervlakken zich aan de rand van de architectuur bevinden op een gemiddelde afstand  $\delta$  van een interne cel. De architectuur kan dan gemodelleerd worden zoals in figuur 4.19.

De methode die hiervoor beschreven werd, houdt nog geen rekening met externe verbindingen. Nochtans zijn schattingen van de lengte van deze verbindingen ook vrij belangrijk. Veronderstel bijvoorbeeld dat een plaatsingsprogramma een cluster van logische blokken wil plaatsen dat verbonden is met een pin via een meerpuntsnet. Indien we het verbindingssegment naar de pin verwaarlozen, is het perfect mogelijk dat de beste plaats voor deze cluster in het midden van de chip te vinden is (Figuur 4.19, net b). In de routeringsfase zal dit ongetwijfeld leiden tot lange verbindingen naar het contacteervlak

(over het algemeen veel langer dan de gemiddelde draadlengte voor de interne netten). Het hoeft geen betoog dat dit belangrijke gevolgen kan hebben op de snelheid van de chip, de vermogendissipatie, het oppervlaktegebruik van de draden, de routeerbaarheid van de schakeling, enz. Een nauwkeurige schatting van de lengte van externe netten kan het lay-outprogramma verhinderen zo'n plaatsing te aanvaarden. Bij de plaatsing van net **a** in figuur 4.19 is b.v. wel rekening gehouden met de lengte van de draad naar het contacteervlak.

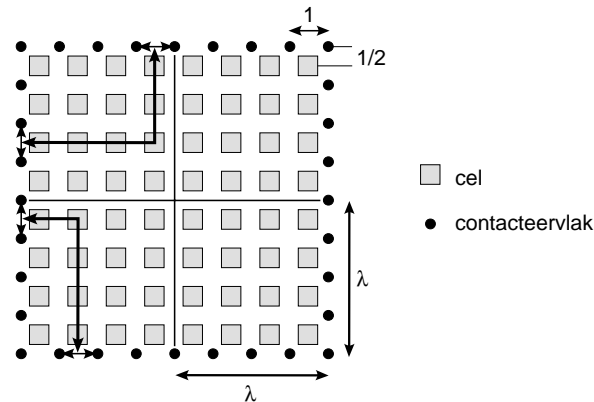
Een tweede reden om de lengte van externe netten te schatten houdt verband met de lay-out van de pinnen zelf (toewijzen van de pinnen aan een contacteervlak). Zeer complexe schakelingen hebben nood aan een groot aantal pinnen. Dit heeft als gevolg dat de meeste schakelingen pingelimeerd zijn (zie hoofdstuk 2). Er wordt dan ook heel wat moeite gedaan om het aantal pinnen in te ontwerpen schakelingen drastisch te verminderen. Maar nog steeds vereist het aantal benodigde pinnen dat de densiteit van de contacteervlakken aan de rand van de chip maximaal is. Dit maakt het extra moeilijk voor plaatsingsprogramma's om de pinnen aan het meest geschikte contacteervlak te koppelen [Hel81, CJH94]. Voor wat de draadlengte betreft, kan het wel eens gebeuren dat het toekennen van het dichtsbijzijnde contacteervlak niet de beste oplossing is. Deze keuze kan er immers voor zorgen dat andere draden veel langer worden. In de praktijk wordt het probleem op drie manieren benaderd. De eerste manier is om de pinnen te plaatsen nadat de interne blokjes een plaats toegewezen hebben gekregen. De tweede methode lost beide problemen tegelijkertijd op en de laatste benadering lost het pinplaatsingsprobleem op vóór de plaatsing van de interne blokken. Welke keuze men ook maakt, dit probleem van het toekennen van contacteervlakken aan pinnen kan slechts worden verminderd door nauwkeuriger draadlengteschattingen te gebruiken. De eis dat de densiteit van de pinnen op de rand evenredig moet verdeeld zijn over deze rand zorgt voor een bijkomende voorwaarde, zowel in het lay-outproces als voor de draadlengteschatting. We zullen deze extra voorwaarde in acht nemen bij het afleiden van de draadlengtedistributie voor externe netten.

### 4.2.2 Draadlengteberekening voor externe netten

Beschouw een Manhattan-rooster met contacteervlakken aan de rand, op een vaste afstand  $\delta$  van de logische blokken (figuur 4.20). We zullen in wat volgt steeds  $\delta = 1$  veronderstellen, voor het gemak.<sup>7</sup> De lengte van een verbinding tussen een cel en een contacteervlak moet in principe berekend worden als de afstand tussen de cel waar het logisch blok geplaatst is en het dichtsbijzijnde contacteervlak, rekening houdend met de eis dat de densiteit van de pinnen

---

<sup>7</sup>Zolang  $\delta$  weinig afwijkt van de eenheidslengte tussen interne blokken en in ieder geval veel kleiner blijft dan  $\lambda$  (de halve zijde van de architectuur) geeft dit geen noemenswaardige afwijkingen t.o.v. de veronderstelling  $\delta = 1$ .



Figuur 4.20: De lengte van een verbinding tussen een cel en een contacteervlak.

uniform is over de contacteervlakken. Indien het lay-outproces geen rekening zou houden met de externe netten, dan is er ook geen bevoorrechte cel van waaruit een extern net zal vertrekken. Elke cel heeft dan, gemiddeld gezien, evenveel kans om een logisch blok te bevatten dat met een extern net verbonden is. We nemen ook hier aan dat de draadlengtedistributie voor externe netten het product is van een structurele distributie en een bezettingskans (zie paragraaf 4.1). De structurele distributie is de opsomming van alle mogelijke cel-contacteervlakkoppels. De bezettingskans geeft dan, voor elk van deze mogelijkheden, de kans dat ze een extern net zullen bevatten, na plaatsing van een schakeling in de architectuur. In eerste instantie nemen we aan dat de bezettingskans constant is. De restrictie van uniforme pindensiteit is dan voldaan indien we de contacteervlakken op de volgende manier toewijzen aan de cellen: *een verbinding vanuit een cel gaat naar het dichtsbijzijnde contacteervlak van ofwel de dichtste rand ofwel de tweede dichtste rand, en dit met een gelijke kans*. Dit is geïllustreerd in de figuur 4.20. Deze beperking van het aantal mogelijkheden voor verbindingen tussen cellen en contacteervlakken is bedoeld om een goede plaatsing van de pinnen op de contacteervlakken te modelleren (dit is nog niet hetzelfde als rekening houden met de externe netten in het plaatsingsproces van de logische blokken!). Een pin is immers steeds met één net verbonden en, vermits de schakeling gemiddeld gezien overal dezelfde verbindingencomplexiteit heeft (regel van Rent) moet het steeds mogelijk zijn de pinnen in hetzelfde kwadrant te plaatsen als het logisch blok waarmee de pin verbonden is. Men kan eenvoudig nagaan dat met de hogervermelde keuze

1. de voorwaarde van een uniforme pindensiteit voldaan is;
2. de resulterende gemiddelde draadlengte zo kort als mogelijk is onder de beperkende voorwaarde van een uniforme pindensiteit en met een uniforme



verdeling van het aantal externe netten over alle logische blokken.

De structurele distributie voor de externe netten is met deze keuze constant en gegeven door

$$S(l) = 4\lambda \quad 0 < l \leq \lambda. \quad (4.25)$$

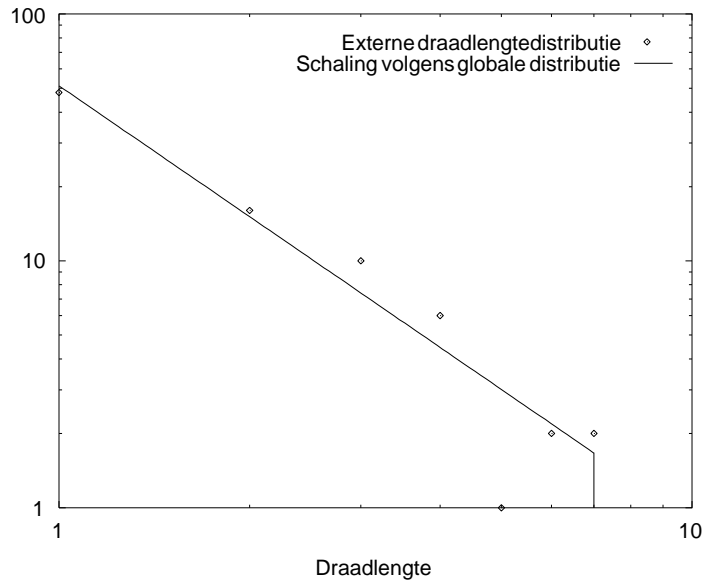
De gemiddelde externe draadlengte voor een vierkant Manhattan-rooster met zijde  $2\lambda$  wordt dan onmiddellijk gevonden als

$$\begin{aligned} L_{ext} &= \frac{1}{4\lambda^2} \sum_{l=1}^{\lambda} S(l) l \\ &= \frac{\lambda + 1}{2}. \end{aligned} \quad (4.26)$$

We merken tenslotte nog op dat we ook hier nog geen meerpuntsnetten beschouwen. Naar analogie met de voorgaande bespreking voor de interne netten, delen we elk meerpuntsnet op in segmenten die elk tot een bepaald niveau behoren. Externe netten die een meerpuntsnet zijn worden in die optiek slechts voor één segment meegeteld als externe verbinding. De rest van de segmenten worden beschouwd als interne verbindingen. Deze segmenten werden immers in de berekening van het aantal interne verbindingen reeds meegeteld. In wat volgt bedoelen we met “externe netten” dan ook steeds: “het segment van een extern net dat met de pin verbonden is”.

### 4.2.3 Rekening houden met de bezettingskans

De gemiddelde draadlengte voor externe netten zoals berekend in formule 4.26 is duidelijk te hoog als het plaatsingsprogramma wel rekening houdt met de externe netten en de lengte ervan tracht te minimaliseren. Voor grote schakelingen zullen de externe netten vooral gerouteerd worden in een ring dicht bij de rand van de architectuur en de gemiddelde draadlengte zal niet langer lineair toenemen met de grootte van de architectuur (zijde van het Manhattan-rooster). Daarom zullen de gemiddelde draadlengten veel kleiner zijn dan formule 4.26 voorspelt. Bovendien zou ook de gemiddelde externe draadlengte afhankelijk moeten zijn van de verbindingencomplexiteit van de schakeling en dus van de Rent-exponent. Voor complexe schakelingen zal het immers moeilijker zijn een goede lay-out te vinden dan voor eenvoudige schakelingen en dit leidt tot langere draden. Deze opmerking is zeer gelijkaardig aan wat we bij de interne netten hebben gezien [SVMVC96a] (paragraaf 4.1). We zullen daarom ook voor de externe netten een niet-uniforme bezettingskans invoeren om te gehoorzamen aan onze intuïtie die zegt dat cellen die zich dicht bij de rand van de schakeling bevinden meer externe netten zullen bevatten dan cellen in het centrum van de architectuur.



Figuur 4.21: De draadlengtedistributie voor externe verbindingen van de ISCAS85-referentieschakeling ‘c880’.

De zelfgelijkenis van de schakelingen waarmee we werken, leert ons dat de (globale) distributie van externe netten moet schalen met  $l^{2r-3}$  indien de schakeling een onderdeel zou zijn van een oneindig grote schakeling. Dan zouden de externe netten immers interne netten zijn op een bepaald hiërarchieniveau van de schakeling en gelden dezelfde conclusies als voor interne netten. We maken nu de veronderstelling dat de distributie van de externe netten gemodelleerd kan worden als een interne distributie voor verbindingen die de grens overschrijden van een deel van een oneindig grote schakeling dat precies de grootte heeft van de schakeling die we bestuderen, maar waarbij alle lengten net voorbij de grens worden afgekapt.

**Veronderstelling 4.1** *De distributie van de afgekapte lengten volgt nog steeds de machtswet  $l^{2r-3}$ .*

Deze veronderstelling lijkt op te gaan voor de experimentele plaatsingen van de referentieschakelingen. In figuur 4.21 is bijvoorbeeld de draadlengtedistributie voor externe netten weergegeven voor de ISCAS85-referentieschakeling ‘c880’. Deze distributie volgt de vooropgestelde machtswet zeer goed.

Aangezien de structurele distributie in dit geval een constante is, volgt uit de hierboven gemaakte veronderstelling onmiddellijk dat de bezettingskans eveneens de machtswet  $l^{2r-3}$  volgt. Met deze bezettingskans volgt meteen de

gemiddelde draadlengte voor externe netten

$$L_{ext} = \frac{\sum_{l=1}^{\lambda} 4 \lambda l^{2r-2}}{\sum_{l=1}^{\lambda} 4 \lambda l^{2r-3}}. \quad (4.27)$$

De sommen in vergelijking 4.27 kunnen niet analytisch worden berekend als functie van  $\lambda$ . Het ware nochtans interessant de resultaten te kunnen vergelijken met deze van de vorige paragraaf (vergelijking 4.26), zowel numeriek als theoretisch. Een analytische uitdrukking kan worden verkregen door de sommen te benaderen door integralen in vergelijking 4.27. Deze vergelijking wordt dan

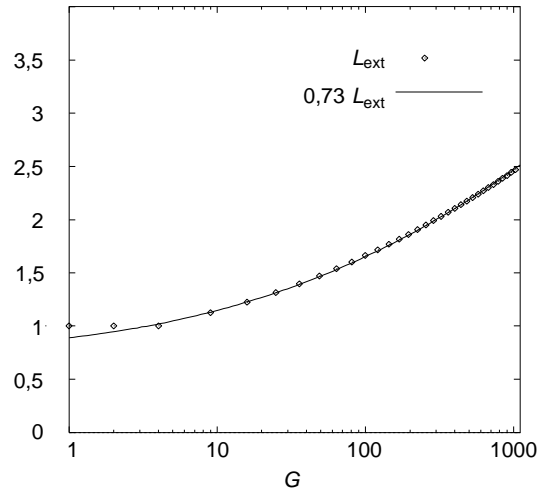
$$\begin{aligned} L'_{ext} &= \frac{\int_1^{\lambda+1} l^{2r-2} dl}{\int_1^{\lambda+1} l^{2r-3} dl} \\ &= \frac{2(r-1) \left( (\lambda+1)^{2r-1} - 1 \right)}{(2r-1) \left( (\lambda+1)^{2r-2} - 1 \right)}. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Om na te gaan welke fout we introduceren door deze benadering, berekenen we de externe draadlengtedistributie numeriek door gebruik te maken van de vergelijking 4.27 voor schakelingen van verschillende grootte en met verschillende Rent-exponenten. In de figuur 4.22 kan men het resultaat zien voor een Rent-exponent  $r=0,6$ . De figuur toont een goede overeenkomst tussen de oorspronkelijke formule op basis van sommen en de benadering door integralen na het invoeren van een schaalfactor die ongeveer gelijk is aan 0,73 en dit over een zeer groot bereik van het aantal logische blokken (de overeenkomst is zeer goed vanaf  $G > 4$ ).<sup>8</sup> Een goede benadering van de formule 4.27 voor de gemiddelde externe draadlengte wordt daarom gegeven door

$$L_{ext} = 0,73 L'_{ext} = \frac{1,46(r-1) \left( (\lambda+1)^{2r-1} - 1 \right)}{(2r-1) \left( (\lambda+1)^{2r-2} - 1 \right)}. \quad (4.29)$$

---

<sup>8</sup>Een wat meer doorgedreven vergelijking resulteert ook in een lichte afhankelijkheid van de Rent-exponent. Voor  $0,4 \leq r \leq 0,8$  (de meest voorkomende waarden voor de Rent-exponent) is er een zeer goede overeenkomst wanneer de factor gelijk wordt gekozen aan  $0,25r^2 - 0,15r + 0,73$ .



Figuur 4.22: Evaluatie van de benadering van de gemiddelde draadlengte voor externe netten als functie van het aantal logische blokken in de schakeling  $G$  ( $r = 0,6$ ).

#### 4.2.4 Bespreking en resultaten

##### Schalingsgedrag

Het belangrijkste verschil tussen het al dan niet gebruiken van een niet-uniforme bezettingskans is het asymptotisch gedrag voor grote schakelingen ( $\lambda \rightarrow \infty$ ). Vergelijking 4.26 (uniforme bezettingskans) schaalt met  $\lambda$ . Vergelijking 4.29 (niet-uniforme bezettingskans) heeft een verschillend gedrag naargelang  $r < 0,5$  of  $r > 0,5$ . Voor  $r < 0,5$  streeft de gemiddelde draadlengte naar een constante waarde voor grote schakelingen. Dit komt overeen met het feit dat schakelingen met een Rent-exponent kleiner dan 0,5 in beginsel tweedimensionaal zijn. Hun fractale dimensie is kleiner dan 2 (zie hoofdstuk 2). Het aantal pinnen neemt dan minder snel toe dan de omtrek van het Manhattan-rooster en dit zorgt ervoor dat alle externe netten nabij de rand kunnen geplaatst worden. Het vergroten van de schakeling (en de architectuur) heeft dan geen invloed meer op de gemiddelde draadlengte. Voor schakelingen met een Rent-exponent groter dan 0,5 schaalt vergelijking 4.29 met  $\lambda^{2r-1}$ . In dit geval blijft de draadlengte toenemen met de grootte van de schakeling en de architectuur maar wel niet zo snel als de lineaire toename die voorspeld wordt wanneer de bezettingskans uniform zou zijn. Zoals kon verwacht worden uit de zelfgelijkenis van de schakeling op alle niveaus, is dit schalingsgedrag identiek aan het schalingsgedrag voor de interne netten (zie paragraaf 4.1).

Naam	$G$	$P$	$r$	$L_{exp}$	$L_{t,u}$	$L_{t,n}$
c432	160	43	0,62	2,00	3,66	1,82
c499	202	73	0,55	1,30	4,05	1,79
c880	383	86	0,57	2,05	5,39	2,02
c1355	546	73	0,50	1,51	6,34	1,98
c1908	880	58	0,52	2,41	7,92	2,17
c432nr	157	43	0,62	1,86	3,63	1,82
c499nr	202	73	0,60	1,29	4,05	1,87
c1355nr	546	73	0,50	1,58	6,34	1,98
c1908nr	878	58	0,51	2,36	7,91	2,14

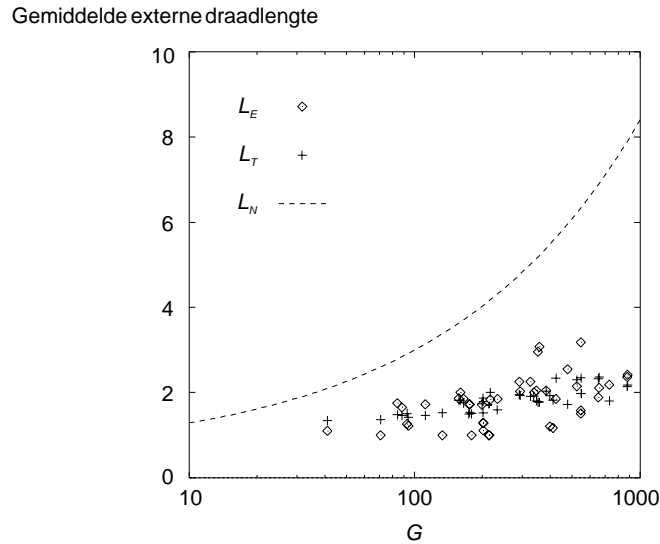
Tabel 4.4: Experimenteel opgemeten gemiddelde draadlengte  $L_{exp}$  voor externe verbindingen vergeleken met de theoretische schatting, zowel met een uniforme  $L_{t,u}$  als een niet-uniforme bezettingskans  $L_{t,n}$ . ISCAS85-referentieschakelingen.

### Experimentele validatie

Om de nieuwe schattingen voor de gemiddelde draadlengte van externe netten te valideren, plaatsten we de ISCAS85- en ISCAS89-referentieschakelingen in een Manhattan-rooster met behulp van ons plaatsingsprogramma (beschreven in bijlage A, paragraaf A.3) op basis van gesimuleerde uitgloueing [KGV83, VMVC93]. Voor elk van deze referentieschakelingen tonen de tabellen 4.4 en 4.5 het totale aantal logische blokken  $G$ , het aantal pinnen  $P$  en de geschatte Rent-exponent  $r$  (zoals steeds geschat door een partitionering met behulp van het partitioneer algoritme ‘*ratio-cut*’ [HKKR94, WC91], beschreven in bijlage A, paragraaf A.2). We hebben het plaatsingsprogramma voor deze experimenten uitgebreid door het vastleggen van een rand. De vereiste van een zo uniform mogelijke dichtheid van de pinnen over de rand werd in het algoritme ingebouwd. Meer informatie daarover is te vinden in bijlage A, paragraaf A.3. Na de plaatsing werd de draadlengtedistributie opgemeten voor de interne en externe verbindingen afzonderlijk. Voor de lengte van een meerpuntsnet werd een schatting voor de Steiner-lengte gebruikt. Een meerpuntsnet dat een extern net is, werd opgesplitst in één segment dat als externe verbinding werd meegeteld en de rest van het net waarvan de lengte als een intern net werd meegerekend. De lengte van het externe segment werd geschat door het verschil te nemen van de Steiner-lengte van het meerpuntsnet, eenmaal met en eenmaal zonder de pin. De experimenteel waargenomen externe gemiddelde draadlengten zijn voor de verschillende schakelingen weergegeven in de tabellen 4.4 en 4.5 (kolom  $L_{exp}$ ). Deze tabel toont ook de theoretische schattingen van de gemiddelde lengte voor externe verbindingen. Hierbij stelt  $L_{t,u}$  de theoretische externe ge-

Naam	$G$	$P$	$r$	$L_{exp}$	$L_{t,u}$	$L_{t,n}$
s208.1	112	11	0,39	1,73	3,15	1,46
s298	133	9	0,42	1,00	3,38	1,52
s344	175	20	0,34	1,72	3,81	1,50
s349	176	20	0,38	1,72	3,82	1,54
s382	179	9	0,34	1,00	3,84	1,50
s386	165	14	0,57	1,86	3,71	1,76
s420.1	234	19	0,38	1,84	4,32	1,59
s444	202	9	0,35	1,11	4,05	1,53
s510	217	26	0,66	1,84	4,18	2,00
s526	214	9	0,48	1,00	4,16	1,70
s526n	215	9	0,49	1,00	4,17	1,71
s641	398	59	0,52	1,20	5,49	1,93
s713	412	58	0,46	1,17	5,57	1,83
s820	294	37	0,57	2,03	4,79	1,94
s832	292	37	0,58	2,25	4,77	1,95
s838.1	478	35	0,38	2,54	5,97	1,72
s953	424	39	0,68	1,85	5,65	2,34
s1196	547	28	0,64	3,18	6,35	2,34
s1238	526	28	0,63	2,15	6,23	2,29
s1423	731	22	0,38	2,18	7,26	1,80
s1488	659	27	0,62	2,11	6,92	2,36
s1494	653	27	0,61	1,89	6,89	2,33
s208.1.out	41	11	0,48	1,09	2,10	1,34
s298.out	71	9	0,36	1,00	2,61	1,36
s344.out	88	20	0,44	1,65	2,85	1,46
s349.out	84	20	0,47	1,75	2,79	1,48
s382.out	94	9	0,37	1,22	2,92	1,42
s420.1.out	93	19	0,49	1,26	2,91	1,52
s838.1.out	199	35	0,52	1,71	4,03	1,74
s1196.out	327	28	0,54	2,25	5,02	1,91
s1238.out	339	28	0,54	2,00	5,10	1,92
s1423.out	347	22	0,47	2,05	5,16	1,80
s1488.out	353	27	0,45	2,96	5,20	1,77
s1494.out	358	27	0,45	3,08	5,23	1,78

Tabel 4.5: Experimenteel opgemeten gemiddelde draadlengte  $L_{exp}$  voor externe verbindingen vergeleken met de theoretische schatting, zowel met een uniforme  $L_{t,u}$  als een niet-uniforme  $L_{t,n}$  bezettingskans. ISCAS89-referentieschakelingen.



Figuur 4.23: Experimentele validatie ( $L_E$ ) van de theoretische externe draadlengteschattingen ( $L_T$ ) en het afwijkend schalingsgedrag van  $L_N$  (externe lengte wanneer de externe verbindingen niet worden in rekening gebracht bij het plaatsingsproces).

middelde draadlengte voor wanneer de bezettingskans uniform is, d.i. wanneer de lengte van de externe netten door het plaatsingsprogramma niet meege-rekend wordt voor het vinden van de optimale plaatsing (vergelijking 4.26);  $L_{t,n}$  is onze nieuwe theoretische schatting die wel rekening houdt met het bestaan van een bezettingskans (vergelijking 4.29). Uit de tabel blijkt duidelijk dat zowel de experimenteel waargenomen waarden als onze schattingen fundamenteel verschillen van de waarden voor  $L_{t,u}$ . Dit wijst op het belang van het includeren van externe verbindingen in de schattingsprogramma's gebruikt voor computer-ondersteund ontwerpen. Het niet gebruiken van deze schattingen komt overeen met het model van een uniforme bezettingskans en kan leiden tot bijzonder hoge waarden voor de draadlengte van externe verbindingen. De tabellen 4.4 en 4.5 tonen eveneens dat de theoretische schattingen  $L_{t,n}$  nauw verwant zijn met de experimenteel geobserveerde waarden. De nauwkeurigheid van de resultaten kan worden afgelezen van figuur 4.23. In deze figuur zijn  $L_{t,n}$  en  $L_{exp}$  getoond in functie van het aantal logische blokken  $G$  van de schakelingen. Beide volgen duidelijk dezelfde trend en zijn redelijk in overeenstemming met elkaar voor de meeste referentieschakelingen. Dit geeft ons vertrouwen in het feit dat de bezettingskans het plaatsingsgedrag van een optimale plaatsing vrij goed beschrijft. Ook uit deze figuur kan de lezer opmaken dat  $L_{t,u}$  een totaal verschillend schalingsgedrag vertoont en dat, zeker voor de grotere scha-

kelingen, het belangrijk is rekening te houden met externe verbindingen tijdens de plaatsing.

## Samenvatting

In dit hoofdstuk pasten we het plaatsingsmodel van Donath aan om rekening te houden met de manier waarop een optimale plaatsing gebeurt. Een aanpassing van de verdeling van de netten over buurcombinaties en diagonaalcombinaties bleek wel wenselijk maar voorlopig niet in het model inpasbaar te zijn omdat de regel van Rent dit niet toelaat. Wel mogelijk is het aanpassen van de verdeling van de verbindingen over alle mogelijke plaatsen binnen één combinatie. We voerden daartoe een bezettingskans in en toonden aan dat de globale bezettingskans (voor de gehele schakeling in een tweedimensionaal Manhattan-rooster) van de vorm  $l^{2r-4}$  moet zijn. We maakten de veronderstelling dat elke lokale bezettingskans op een hiërarchieniveau dezelfde is als de globale bezettingskans. Hieruit kon dan een nieuwe schatting van de gemiddelde draadlengte en van de draadlengtedistributie worden berekend. Een uitgebreide bespreking en metingen op geplaatste reële schakelingen leerden dat de nieuwe schattingen veel beter aansluiten bij de opgemeten gegevens dan de schattingen van Donath. De globale trend van de draadlengtedistributie blijft ongeveer gelijk maar de gemiddelde draadlengte is gevoelig lager doordat het aantal draden van lengte 1 en 2 nauwkeuriger wordt geschat. Als resultaat kregen we een schatting die gemiddeld de reële gemiddelde draadlengte volgt i.p.v. een schatting van een bovengrens zoals bij Donath. De schattingen zijn ook beter voor grotere schakelingen wat te verwachten was doordat de benadering van de bezettingskans onnauwkeurig is voor grote draadlengten en het relatieve aandeel van dergelijke draden in kleine schakelingen veel groter is. Toch blijven er nog een aantal problemen. Het belangrijkste probleem is het feit dat onze nieuwe methode voor het schatten van draadlengten, net zoals de methode van Donath trouwens, geen blijf weet met het bestaan van een groot aantal meerpuntsnetten met hoge netgraad. We zullen dit probleem in hoofdstuk 6 verder bespreken.

In het tweede deel van dit hoofdstuk hebben we geargumenteed dat het schatten van de gemiddelde draadlengte ook belangrijk is voor externe verbindingen. We hebben het plaatsingsmodel uitgebreid zodat het ook de plaatsing van externe verbindingen kan modelleren en we hebben een schatting gemaakt van de gemiddelde draadlengte voor externe verbindingen. Om rekening te houden met het gedrag van een optimale plaatsing moet ook hier deze schatting gebruik maken van de bezettingskans. De resultaten toonden aan dat het niet includeren van de externe verbindingen kan leiden tot plaatsingen met lange externe verbindingen. Ze gaven ook een indicatie van de geschiktheid van ons model voor het schatten van de draadlengte van externe verbindingen.





## Hoofdstuk 5

# Uitbreidingen aan het Model voor de Architectuur

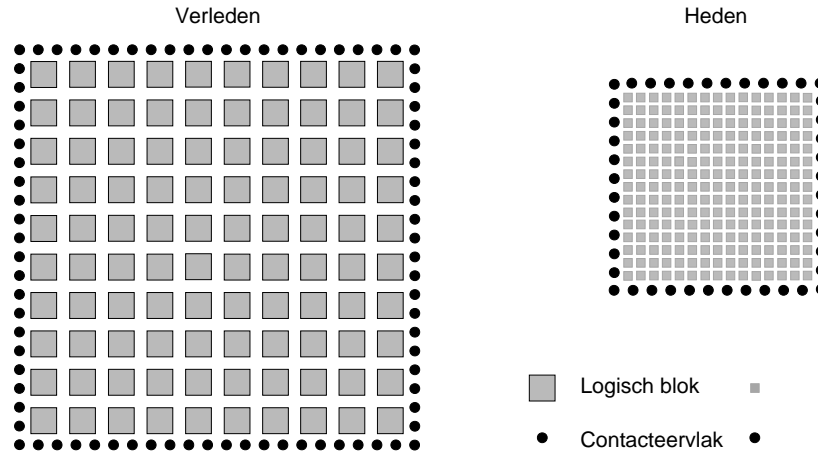
Driedimensionale opto-elektronische architecturen. Hmm. . .

*Tot voor kort werden schakelingen steeds in tweedimensionale architecturen geïmplementeerd. De laatste jaren zijn steeds meer onderzoeksgroepen de mogelijkheden van driedimensionale architecturen gaan onderzoeken. De modellen voor het schatten van draadlengten, die in de vorige hoofdstukken werden voorgesteld en besproken, zijn ook specifiek gericht op tweedimensionale architecturen. In dit hoofdstuk zullen we aantonen dat deze modellen gemakkelijk kunnen uitgebreid worden naar drie dimensies. In een eerste paragraaf verduidelijken we de noodzaak van het modelleren van nieuwe computersystemen in drie dimensies. Een tweede paragraaf behandelt de uitbreiding van het model van Donath, evenals van onze methode die gebruik maakt van een bezettingskans, tot driedimensionale isotrope architecturen. In een laatste paragraaf geven we kort aan dat de modellen ook toepasbaar zijn op meer exotische architecturen, b.v. opto-elektronische architecturen.*

## 5.1 Drang naar de verovering van de derde dimensie

Sinds het ontstaan van VLSI werden ontelbaar veel chips geproduceerd. Welke ook de gebruikte technologie was, steeds werden een aantal elektronische bouwstenen samengebracht op een vlak substraat en werden verbindingen gelegd tussen deze bouwblokken. Alhoewel voor het leggen van deze verbindingen in klassieke chips steeds een aantal lagen (typisch drie tot vijf) ter beschikking staan, blijft het geheel op zich tweedimensionaal omdat de elektronische bouwblokken zelf steeds naast elkaar en nooit bovenop elkaar worden geplaatst. De laatste jaren worden echter meer en meer methoden uitgedacht om de derde dimensie efficiënter te benutten en op die manier nog compactere chips te kunnen bouwen. Hoe compacter het geheel, des te korter zijn de draadlengten en des te sneller de chip. Tot deze methoden behoren o.a. ‘flip-chip’-technieken en het gebruik van MCM (‘Multi-Chip Modules’). Ze laten toe in zekere zin een stukje van de derde dimensie te benutten. Sommige onderzoekers zoeken ook naar ‘echte’ driedimensionale structuren, hetzij nog steeds volledig elektronisch [VL90, Ede94], hetzij met gebruik van optische componenten [Lou91, KYE92, DVMVC93, DNVM<sup>+</sup>94] (een overzicht is te vinden in [Kaw92]).

Deze drang naar het volledig benutten van de derde dimensie is niet enkel ingegeven door de wens om steeds snellere schakelingen te kunnen implementeren. Ook andere fundamentele problemen liggen hieraan ten grondslag. Eén daarvan, en misschien wel de belangrijkste, is het pinlimitatieprobleem. De afmetingen van de componenten in een chip worden steeds kleiner en het aantal transistors op een chip stijgt gevoelig omdat men de chips steeds meer func-



Figuur 5.1: Het pinlimitatieprobleem als gevolg van het schalen van de individuele groottes van de logische blokken en het toenemend aantal van dergelijke blokken in een chip.

tionaliteit kan en wil meegeven. De eerste evolutie zorgt ervoor dat bij een gelijk blijvend aantal transistors in de chip (of gelijk aantal elementaire componenten), het aantal beschikbare pinnen daalt omdat de omtrek van de chip afneemt terwijl de grootte van de contacteervlakken voor de pinnen vrijwel constant blijft (figuur 5.1). Anderzijds brengt het toenemende aantal transistors op één chip een forse toename met zich mee van het aantal nodige pinnen om voldoende informatie met de omgeving van de chip te kunnen uitwisselen. Zoals we in hoofdstuk 2 hebben uiteengezet, stijgt het aantal noodzakelijke pinnen als gevolg van de interne complexiteit (een aantal dat voorspeld kan worden door de regel van Rent) sneller dan het aantal beschikbare plaatsen voor contacteervlakken aan de rand van de chip van zodra de Rent-exponent groter is dan 0,5 (en dat is in de praktijk voor de meeste schakelingen het geval). Beide evoluties (discrepancie tussen de schaling van de afmetingen van transistors en die van de contacteervlakken en een toenemend aantal transistors per chip) leiden tot een tekort aan beschikbare pinnen, een probleem dat algemeen door de term *pinlimitatie* wordt aangeduid. Dit probleem kan ten dele worden opgelost, of op zijn minst verminderd, door de pinnen te distribueren over de oppervlakte van de chip in plaats van aan de rand alleen [DVMVC97, VMDSVC98]. Nog beter is het volledig driedimensionale architecturen te gebruiken. In drie dimensies schaalt de oppervlakte  $O$  van een chip immers met het volume  $V$  volgens

$$O \sim V^{2/3}.$$

Dit betekent dat in dergelijke architecturen schakelingen met Rent-exponenten

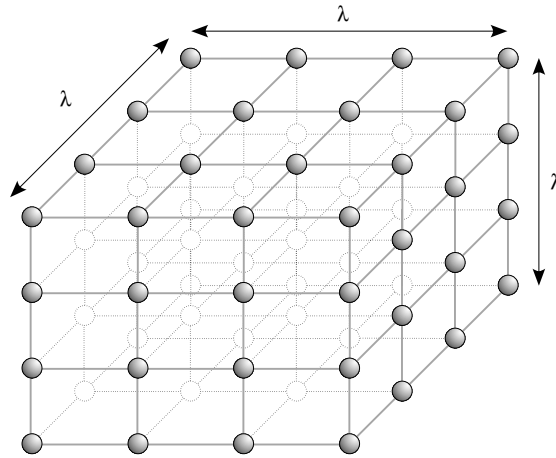
tot  $2/3$  gemakkelijker kunnen geplaatst worden, zonder dat het aantal nodige pinnen sneller stijgt dan het aantal beschikbare pinnen wanneer het aantal logische blokken in de schakeling toeneemt [VMVC97]. Elk logisch blok heeft dan ook meer burens dan in het tweedimensionale geval. In een driedimensionale architectuur kunnen we dan ook reeds heel wat schakelingen plaatsen zonder geconfronteerd te worden met pinlimitatie. Merk op dat de meeste schakelingen een Rent-exponent  $r$  hebben rond  $0,6$  en dus binnen het domein vallen van schakelingen met een Rent-exponent  $r < 2/3$ . Maar ook als de Rent-exponent groter is dan  $2/3$  blijft een driedimensionale implementatie uiterst interessant omdat het punt waarop men het aantal pinnen, dat voorspeld wordt door de regel van Rent, niet meer kan volgen, naar de hogere hiërarchieniveaus opschuift. Dit is op zich reeds een belangrijke verbetering:

“Since the I/O capacity (of the chip carrier) is exceeded, a significant number of chips can be interconnected only if the pin/gate ratio can be drastically reduced, normally well below that predicted by Rent’s rule. Rent’s rule can be broken at any level of integration. The microprocessor chip is an example of the breaking of Rent’s rule in its original form for gate arrays on the chip level. Being able to delay the breaking of Rent’s rule until a much higher level is always an advantage because it preserves many parallel data paths even at very high levels of integration, and thus offers higher systems performance and greater architectural flexibility.”

**(C. A. Neugebauer, overgenomen uit [Oza92], p.1565)**

Het is duidelijk dat nieuwe architecturen die ten volle van deze eigenschappen van de derde dimensie gebruik willen maken, veel meer op een driedimensionaal maasnetwerk zouden moeten gelijken en er zeker fundamenteel anders moeten uitzien dan de huidige, in beginsel nog steeds tweedimensionale, bordstructuren. Het is echter nog niet helemaal duidelijk hoe deze architecturen precies moeten geïmplementeerd worden (volledig elektronisch, volledig optisch of door een opto-elektronische tussenoplossing?). Daarom is een theoretische schatting van de meest essentiële parameters van dergelijke architecturen noodzakelijk. Goede schattingen kunnen de (on)bruikbaarheid van nieuwe architecturen aantonen nog vóór ze werkelijk gebouwd moeten worden [LR86, MY87, MG93, VMVC97]. De schattingen kunnen eveneens dienen om te kiezen tussen de verschillende mogelijke technologische implementaties van een zelfde soort architectuur.

In dit hoofdstuk willen we een aanzet geven tot het schatten van draadlengten in driedimensionale architecturen. Om dat mogelijk te maken, is een driedimensionale uitbreiding van onze methode voor het schatten van draad-

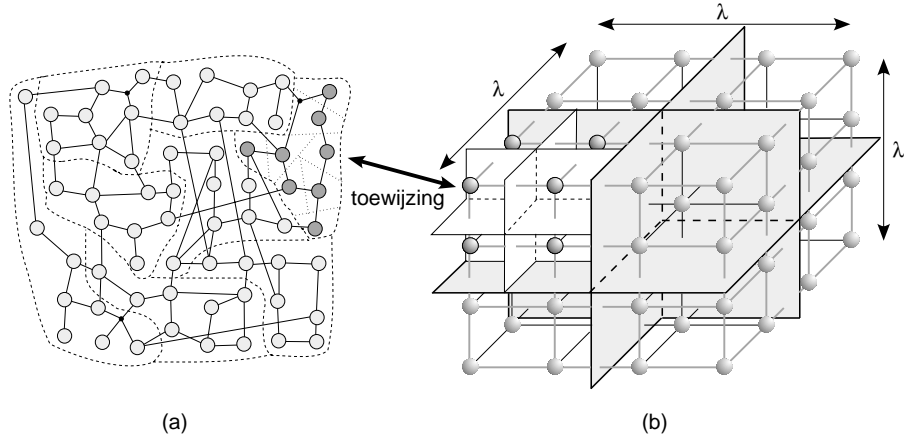


Figuur 5.2: Driedimensionaal Manhattan-rooster.

lengten nodig. We zullen dit doen voor een driedimensionale isotrope architectuur, d.i. een architectuur waarbij geen onderscheid wordt gemaakt tussen de drie dimensies. Daarna zullen we aangeven dat reële architecturen wellicht anisotroop van aard zullen zijn en verwijzen naar onderzoekswerk dat daarrond gebeurt.

## 5.2 Driedimensionale architecturen

Voor het schatten van de draadlengte in tweedimensionale architecturen (zie hoofdstukken 3 en 4) gebruikten we drie basismodellen: één voor de schakeling, één voor de architectuur en één voor het plaatsingsproces. Het model voor de schakeling wijzigt uiteraard niet door deze schakeling in een andere architectuur te plaatsen. De schakeling wordt bijgevolg nog steeds gekenmerkt door een bepaalde verbindingencomplexiteit die weergegeven wordt door de Rent-exponent  $r$ . Wat natuurlijk wel wijzigt, is het model voor de architectuur. Naar analogie met het (tweedimensionale) Manhattan-rooster voeren we daarom hier het (driedimensionale) kubische Manhattan-rooster in als model voor een driedimensionale architectuur (figuur 5.2). Dit rooster is opgebouwd uit drie onderling loodrecht op elkaar staande groepen van evenwijdige vlakken, elk bestaande uit evenwijdige lijnen geplaatst op eenheidsafstand van elkaar. De snijpunten van deze lijnen stellen posities voor waar een blok (logisch blok of pin) van een schakeling kan geplaatst worden en de roosterlijnen zelf stellen de kanalen voor waarlangs de draden kunnen gelegd worden die de verbindingen realiseren tussen twee blokken. Net zoals in het oorspronkelijke (tweedimensionale) model nemen we aan dat elke positie in het Manhattan-rooster slechts



Figuur 5.3: Hiërarchische partitionering van de schakeling (a) en de fysieke architectuur (b) voor een driedimensionale plaatsing.

plaats biedt aan één blok maar dat de kanalen voldoende capaciteit hebben om alle draden te bevatten die langs dit kanaal zouden kunnen gelegd worden. In dit rooster geldt nog steeds de Manhattan-metrik en de afstand tussen twee punten op posities  $(x_1, y_1, z_1)$  en  $(x_2, y_2, z_2)$  (cartesische coördinaten) in het Manhattan-rooster is nu

$$d = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| + |z_1 - z_2|. \quad (5.1)$$

Merk op dat dit rooster volledig isotroop is in de drie dimensies. In de laatste paragraaf van dit hoofdstuk zullen we ook een aantal anisotrope driedimensionale architecturen beschouwen.

Het model voor de plaatsing is in beginsel nog steeds het hiërarchisch plaatsingsmodel van Donath (zie hoofdstuk 3) maar nu voor de driedimensionale architectuur. Zowel de schakeling als het driedimensionale Manhattan-rooster worden daarom gepartitioneerd in acht delen van gelijke grootte omwille van de kubische symmetrie in de architectuur (figuur 5.3). We veronderstellen dus impliciet dat het totale aantal logische blokken in de schakeling een macht van acht is. Maar ook hier kunnen we de resultaten interpoleren om schattingen te maken voor schakelingen met een daarvan afwijkend aantal logische blokken. Elke deelschakeling wordt dan toegewezen aan een deelarchitectuur en dit proces wordt recursief herhaald tot alle logische blokken aan precies één cel van de architectuur zijn toegewezen. De index  $k$  van de hiërarchieniveaus loopt van  $k = K - 1$  (opdeling van de hele schakeling in acht gelijke delen) tot en met 0 (opdeling op het laagste niveau waarbij elke module slechts één logisch blok bevat).

### 5.3 Schatting van de draadlengte in driedimensionale architecturen

Net zoals in het tweedimensionale geval, vertrekt de eigenlijke schatting van de draadlengte in drie dimensies [Str96, SVC97] van de modellen voor de schakeling, de architectuur en het plaatsingsproces. Daartoe worden alle verbindingen aan een bepaald hiërarchieniveau van het partitioneerproces toegewezen en wordt het gemiddeld aantal verbindingen per niveau  $N_k$ , evenals de gemiddelde lengte van de verbindingen per niveau  $l_k$  berekend. De gemiddelde draadlengte  $L$  van alle niveaus samen wordt dan nog steeds gegeven door vergelijking 3.1

$$L = \frac{\sum_{k=0}^{K-1} N_k l_k}{\sum_{k=0}^{K-1} N_k}. \quad (5.2)$$

Het gemiddeld aantal verbindingen wordt geschat uit de regel van Rent. Deze voorspelt het aantal pinnen dat gebruikt wordt voor verbindingen op een bepaald niveau  $k$  als (zie bijlage B, paragraaf B.1, formule B.3 met de dimensie  $D = 3$ )

$$P_k = T_b G 8^{k(r-1)} (1 - 8^{r-1}). \quad (5.3)$$

Hierbij is  $T_b$  het gemiddeld aantal aansluitpunten per logisch blok en  $G$  het totale aantal logische blokken in de schakeling. Verbindingen worden steeds toegewezen aan het niveau waarop ze pinnen creëren in het partitioneerproces (zie hoofdstuk 3). We gaan er nog steeds van uit dat alle verbindingen punt-tot-puntverbindingen zijn (tweepuntsnetten). Dan is het aantal verbindingen op elk niveau  $k$  gegeven door  $N_k = P_k/2$  of dus

$$N_k = \frac{1}{2} T_b G (1 - 8^{r-1}) 8^{k(r-1)} \quad (5.4)$$

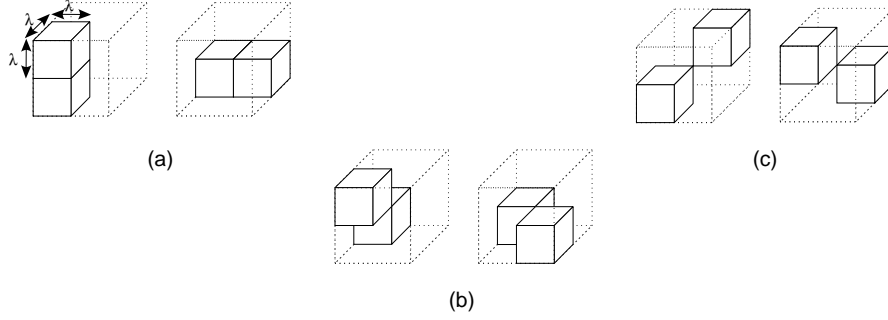
Een uitbreiding naar meerpuntsnetten wordt behandeld in hoofdstuk 6.

Voor het berekenen van de gemiddelde draadlengte delen we de draadlengtedistributie opnieuw op in een structurele distributie die de enumeratie is van alle mogelijke puntenkoppels in de driedimensionale roosters en een bezettingskans die aangeeft hoeveel kans er is dat deze puntenkoppels effectief een verbinding van de schakeling zullen bevatten. We bekijken nu deze twee delen van naderbij.

#### 5.3.1 Structurele distributie

Op elk hiërarchieniveau kunnen de kubussen in drie soorten combinaties voorkomen (figuur 5.4): *buurcombinaties*, *kleine-diagonaalcombinaties* en *grote-*





Figuur 5.4: De verschillende mogelijke combinaties in een driedimensionaal Manhattan-rooster: buurcombinaties (a), kleine-diagonaalcombinaties (b) en grote-diagonaalcombinaties (c).

*diagonaalcombinaties.*<sup>1</sup> De genormaliseerde structurele distributies voor elk van deze combinaties, genoteerd als  $S_{k,b}^{3D}(l)$ ,  $S_{k,d}^{3D}(l)$  en  $S_{k,D}^{3D}(l)$  respectievelijk, kunnen berekend worden zoals in [CC91] maar voor kubussen i.p.v. vierkanten. Een veel elegantere methode is gebaseerd op de genererende veeltermen van deze structurele distributies [SVMVC96b, SVMVC96c, Str96]. In bijlage B, paragraaf B.2.5, worden de structurele distributies berekend uit de genererende veeltermen. Het resultaat daarvan is

$$S_{k,b}^{3D}(l) = \begin{cases} \frac{1}{30\lambda^6} S_{k,b}^i & (i\lambda \leq l \leq (i+1)\lambda, \text{ met } i = 0, \dots, 3) \\ 0 & \text{elders,} \end{cases} \quad (5.5)$$

met

$$\begin{aligned} S_{k,b}^0 &= (20l^3 + 10l) \lambda^2 + (10l^2 - 10l^4) \lambda + l^5 - 5l^3 + 4l, \\ S_{k,b}^1 &= 74 \lambda^5 - 260l \lambda^4 + (340l^2 - 30) \lambda^3 + (110l - 180l^3) \lambda^2 \\ &\quad + (40l^4 - 80l^2 + 16) \lambda - 3l^5 + 15l^3 - 12l, \\ S_{k,b}^2 &= -[758 \lambda^5 - 1420l \lambda^4 + (980l^2 - 310) \lambda^3 + (360l - 320l^3) \lambda^2 \\ &\quad + (50l^4 - 130l^2 + 32) \lambda - 3l^5 + 15l^3 - 12l], \\ S_{k,b}^3 &= (4\lambda - l - 2) (4\lambda - l - 1) (4\lambda - l) (4\lambda - l + 1) (4\lambda - l + 2), \end{aligned}$$

voor buurcombinaties,

$$S_{k,d}^{3D}(l) = \begin{cases} \frac{1}{60\lambda^6} S_{k,d}^i & (i\lambda \leq l \leq (i+1)\lambda, \text{ met } i = 0, \dots, 4) \\ 0 & \text{elders,} \end{cases} \quad (5.6)$$

<sup>1</sup>Er zijn telkens 12 buurcombinaties, 12 kleine-diagonaalcombinaties en 4 grote-diagonaalcombinaties per hiërarchieniveau.

met

$$\begin{aligned}
S_{k,d}^0 &= (l-1) l (l+1) (5 l \lambda - l^2 + 4), \\
S_{k,d}^1 &= - [25 \lambda^5 - 105 l \lambda^4 + (170 l^2 - 45) \lambda^3 + (115 l - 130 l^3) \lambda^2 \\
&\quad + (40 l^4 - 90 l^2 + 20) \lambda - 4 l^5 + 20 l^3 - 16 l], \\
S_{k,d}^2 &= 775 \lambda^5 - 1655 l \lambda^4 + (1350 l^2 - 475) \lambda^3 + (605 l - 510 l^3) \lambda^2 \\
&\quad + (90 l^4 - 240 l^2 + 60) \lambda - 6 l^5 + 30 l^3 - 24 l, \\
S_{k,d}^3 &= - [3275 \lambda^5 - 4555 l \lambda^4 + (2430 l^2 - 1055) \lambda^3 + (865 l - 630 l^3) \lambda^2 \\
&\quad + (80 l^4 - 230 l^2 + 60) \lambda - 4 l^5 + 20 l^3 - 16 l], \\
S_{k,d}^4 &= (5 \lambda - l - 2) (5 \lambda - l - 1) (5 \lambda - l) (5 \lambda - l + 1) (5 \lambda - l + 2).
\end{aligned}$$

voor kleine-diagonaalcombinaties en

$$S_{k,D}^{3D}(l) = \begin{cases} \frac{1}{120\lambda^6} S_{k,D}^i & (i\lambda \leq l \leq (i+1)\lambda, \text{ met } i = 0, \dots, 5) \\ 0 & \text{elders,} \end{cases} \quad (5.7)$$

met

$$\begin{aligned}
S_{k,D}^0 &= (l-2) (l-1) l (l+1) (l+2), \\
S_{k,D}^1 &= 6 \lambda^5 - 30 l \lambda^4 + (60 l^2 - 30) \lambda^3 + (90 l - 60 l^3) \lambda^2 \\
&\quad + (30 l^4 - 90 l^2 + 24) \lambda - 5 l^5 + 25 l^3 - 20 l, \\
S_{k,D}^2 &= -2 [237 \lambda^5 - 585 l \lambda^4 + (570 l^2 - 285) \lambda^3 + (405 l - 270 l^3) \lambda^2 \\
&\quad + (60 l^4 - 180 l^2 + 48) \lambda - 5 l^5 + 25 l^3 - 20 l], \\
S_{k,D}^3 &= 2 [2193 \lambda^5 - 3465 l \lambda^4 + (2130 l^2 - 1065) \lambda^3 + (945 l - 630 l^3) \lambda^2 \\
&\quad + (90 l^4 - 270 l^2 + 72) \lambda - 5 l^5 + 25 l^3 - 20 l], \\
S_{k,D}^4 &= - [10974 \lambda^5 - 12270 l \lambda^4 + (5340 l^2 - 2670) \lambda^3 + (1710 l - 1140 l^3) \lambda^2 \\
&\quad + (120 l^4 - 360 l^2 + 96) \lambda - 5 l^5 + 25 l^3 - 20 l], \\
S_{k,D}^5 &= (6 \lambda - l - 2) (6 \lambda - l - 1) (6 \lambda - l) (6 \lambda - l + 1) (6 \lambda - l + 2),
\end{aligned}$$

voor grote-diagonaalcombinaties.

De lezer kan zich van de correctheid van deze distributies vergewissen door een aantal speciale gevallen te beschouwen, bijvoorbeeld

$$\begin{aligned}
l = 1 &\implies S_{k,b}^{3D}(1) = \frac{\lambda^2}{\lambda^6}, S_{k,d}^{3D}(1) = S_{k,D}^{3D}(1) = 0; \\
l = 2 &\implies S_{k,d}^{3D}(2) = \frac{\lambda}{\lambda^6}, S_{k,D}^{3D}(2) = 0;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
l = 3 &\Rightarrow S_{k,D}^{3D} = \frac{1}{\lambda^6}; \\
l = 4\lambda - 3 &\Rightarrow S_{k,b}^{3D}(4\lambda - 3) = \frac{4}{\lambda^6}; \\
l = 5\lambda - 3 &\Rightarrow S_{k,d}^{3D}(5\lambda - 3) = \frac{2}{\lambda^6}; \\
l = 6\lambda - 3 &\Rightarrow S_{k,D}^{3D}(6\lambda - 3) = \frac{1}{\lambda^6}.
\end{aligned}$$

Indien we de bezettingskans constant veronderstellen (loutere uitbreiding van de methode van Donath naar drie dimensies) dan kunnen we meteen de gemiddelde lengte  $l_{k,C}^{3D}$  ( $C \in \{b, d, D\}$ ) berekenen voor elke mogelijke combinatie op hiërarchieniveau  $k$  uitgaande van de structurele distributie:

$$l_{k,C}^{3D} = \frac{\sum_{l=0}^{6\lambda} l S_{k,C}^{3D}(l)}{\sum_{l=0}^{6\lambda} S_{k,C}^{3D}(l)}, \quad (5.8)$$

of

$$l_{k,b} = \frac{5\lambda}{3} - \frac{2}{3\lambda} \quad (5.9)$$

$$l_{k,d} = \frac{7\lambda}{3} - \frac{1}{3\lambda} \quad (5.10)$$

$$l_{k,D} = 3\lambda, \quad (5.11)$$

met  $\lambda = 2^k$ .

Aangezien er twaalf buurcombinaties, twaalf kleine-diagonaalcombinaties en vier grote-diagonaalcombinaties zijn per hiërarchieniveau  $k$  wordt de totale gemiddelde lengte op niveau  $k$  gegeven door

$$l_k = \frac{12 l_{k,b}^{3D} + 12 l_{k,d}^{3D} + 4 l_{k,D}^{3D}}{28} \quad (5.12)$$

$$= \frac{15\lambda}{7} - \frac{3}{7\lambda}. \quad (5.13)$$

De combinatie van de vergelijkingen 5.2, 5.4, en 5.13 levert dan de totale gemiddelde draadlengte op in een driedimensionale architectuur

$$L^{3D} = \frac{15 H(K, r, 2) - 3 H(K, r, 4)}{7 H(K, r, 3)}, \quad (5.14)$$

met

$$H(K, r, x) = \frac{2^{K(3r-x)} - 1}{2^{3r-x} - 1}. \quad (5.15)$$

Merk op dat deze functie continu uitgebreid dient te worden in het singulier punt  $r = x/3$ .

### 5.3.2 Rekening houden met de bezettingskans

Om voldoende rekening te houden met een optimale plaatsing moeten we ook in het driedimensionale geval een niet-uniforme bezettingskans gebruiken voor het berekenen van de gemiddelde draadlengte. We gaan daarvoor op dezelfde manier te werk als in hoofdstuk 4 en schrijven de globale draadlengtedistributie als

$$\frac{\mathcal{D}_l}{N} = S(l) f(l),$$

met  $S(l)$  de structurele distributie van het hele Manhattan-rooster en  $f(l)$  de bezettingskans.

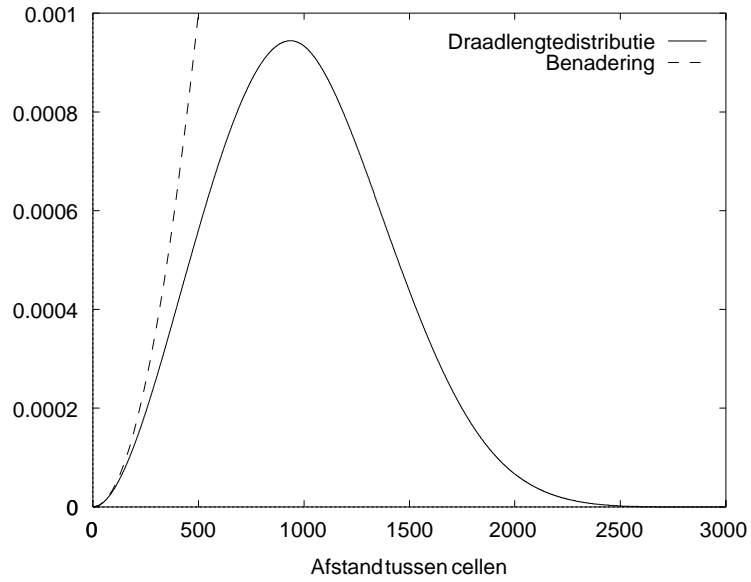
We weten dat, louter op basis van de regel van Rent en het feit dat we elke kubusvormige architectuur in acht gelijke delen opdelen, de globale draadlengtedistributie voor een driedimensionale plaatsing van de vorm moet zijn (formule 3.16 uit hoofdstuk 3 met  $D = 3$ )

$$\mathcal{D}_l = C l^{3r-4}. \quad (5.16)$$

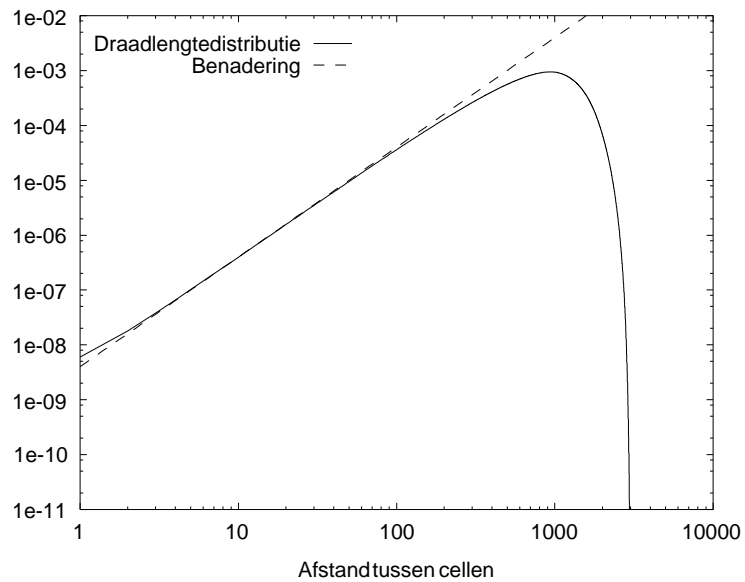
De structurele distributie van het gehele Manhattan-rooster kan gevonden worden door enumeratie van alle mogelijke verbindingspaden in het rooster (zie bijlage B, paragraaf B.2.5) en is gegeven door

$$S^{3D}(l) = \begin{cases} \lambda^3 & (l = 0) \\ 2 (2l^2 + 1) \lambda^2 (\lambda - l) + l^2 (l^2 - 1) \lambda \\ \quad - \frac{l(l^2 - 4)(l^2 - 1)}{15} & (0 < l \leq \lambda) \\ \lambda (7l\lambda + 1) (3\lambda^2 - 1) - 2\lambda^3 (2\lambda^2 + l^2) \\ \quad + 10l^2 (l - 2\lambda) \lambda^2 - 2(l^2 - 1)^2 \lambda \\ \quad + \frac{2l(l^2 - 4)(l^2 - 1)}{15} - \frac{11\lambda(\lambda^4 - 1)}{5} & (\lambda < l \leq 2\lambda) \\ \frac{1}{15} \prod_{i=-2}^2 (3\lambda - l + i) & (2\lambda < l \leq 3\lambda) \\ 0 & \text{elders.} \end{cases} \quad (5.17)$$

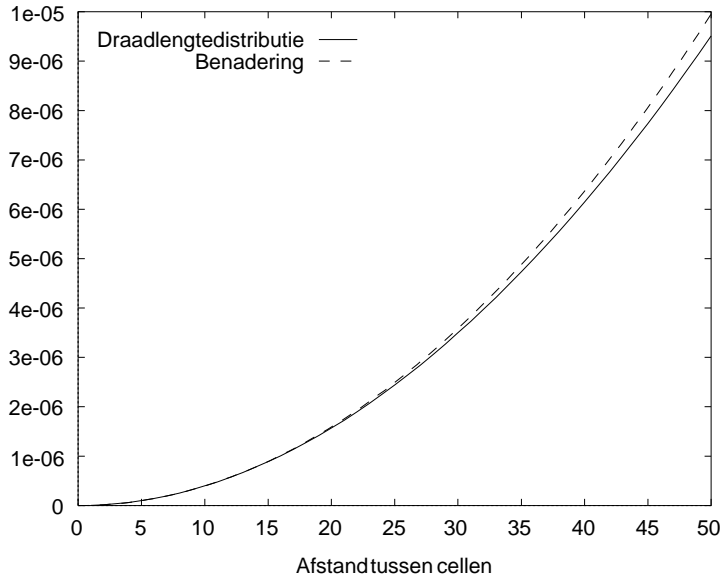
De genormaliseerde structurele distributie van een driedimensionaal Manhattan-rooster van 1000 bij 1000 bij 1000 cellen is weergegeven in figuren 5.5 en 5.6. Deze distributie is, voor kleine waarde van de draadlengte, evenredig met  $l^2$  (zie vergelijking 5.17 en de figuren 5.5 en 5.6). Uit figuur 5.7 blijkt dat deze benadering vrij nauwkeurig is voor de eerste 30 waarden van de distributie. Het zijn vooral deze waarden die belangrijk zijn omdat de globale distributie



Figuur 5.5: De genormaliseerde structurele draadlengtedistributie voor een driedimensionaal Manhattan-rooster van 1000 bij 1000 bij 1000 cellen.



Figuur 5.6: De genormaliseerde structurele draadlengtedistributie voor een driedimensionaal Manhattan-rooster van 1000 bij 1000 bij 1000 cellen in een dubbel-logaritmisch diagram.



Figuur 5.7: De genormaliseerde structurele draadlengtedistributie voor een driedimensionaal Manhattan-rooster van 1000 bij 1000 bij 1000 cellen: waarde voor de 50 kleinste draadlengten.

zeer snel afneemt met de draadlengte en de gemiddelde lengte dus vooral door de korte draden wordt bepaald.

Naar analogie met de benadering voor de bezettingskans in een tweedimensionale architectuur, benaderen we de bezettingskans nu door

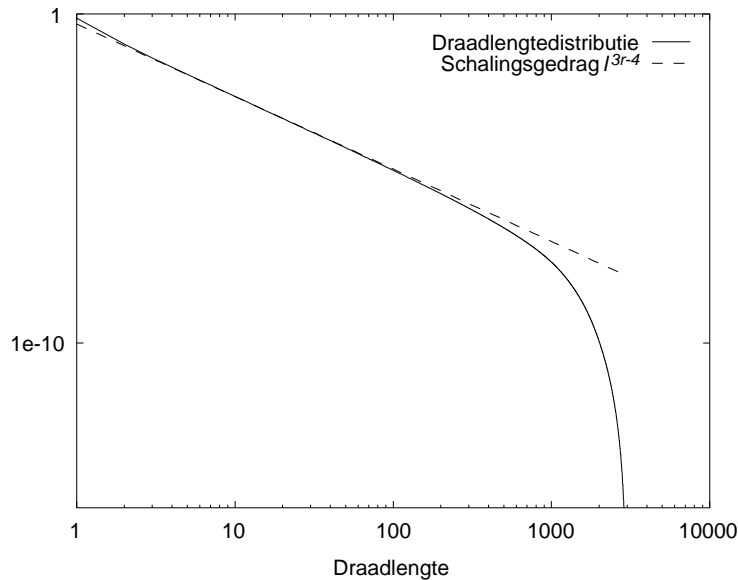
$$f(l) = C \frac{l^{3r-4}}{l^2} = C l^{3r-6} \quad (5.18)$$

met  $C$  een normalisatieconstante.

Ook hier moeten we opmerken dat de benadering van de structurele distributie (door  $l^2$ ) een zeer sterke overschatting betekent voor de langere draden en dus dat het aantal van deze draden onderschat wordt door de bezettingskans. Anderzijds verwachten we ook dat de globale distributie voor grotere draadlengten veel sneller daalt dan  $l^{3r-4}$  zodat de globale distributie die we verkrijgen door het vermenigvuldigen van de structurele distributie met de bezettingskans toch een verloop heeft zoals we dat verwachten (zie figuur 5.8).

We veronderstellen nu dat de bezettingskans voor het hele rooster gegeven wordt door  $f(l) = l^{3r-6}$  en dat dit meteen ook de bezettingskans is voor elke deelverzameling van mogelijke paden in het rooster.

In de volgende paragraaf berekenen we de gemiddelde draadlengte door gebruik te maken van de bezettingskans  $f(l)$ .



Figuur 5.8: De globale draadlengtedistributie als resultaat van het wegen van de structurele draadlengtedistributie met de bezettingskans voor een driedimensionaal Manhattan-rooster van 1000 bij 1000 bij 1000 cellen.

### 5.3.3 Gemiddelde draadlengte in driedimensionale Manhattan-roosters

We veronderstellen dat elke lokale bezettingskans gegeven wordt door  $f(l)$  (formule 5.18). Op die manier introduceren we informatie over de gehele schakeling in elk hiërarchieniveau. De bezettingskans bevat in feite de informatie over de verbindingscomplexiteit van de schakeling. Ze voldoet aan de eis dat de bezettingskans een monotoon dalende functie is van de draadlengte. Daarenboven neemt de bezettingskans de beperkingen in aanmerking die door de verbindingscomplexiteit worden opgelegd. Zo neemt de bezettingskans minder snel af met toenemende Rent-exponent  $r$ . Het plaatsen van een complexe schakeling is inderdaad veel moeilijker dan het plaatsen van een eenvoudige schakeling en het plaatsingsprogramma zal dus meer lange draden moeten gebruiken om de verbindingen te realiseren.

De lokale distributie op een hiërarchieniveau  $k$  wordt gevonden door de structurele distributie  $S_{k,C}^{3D}$  ( $C \in \{b, d, D\}$ ) te vermenigvuldigen met de bezettingskans  $f(l)$ .

De enumeratie van de structurele distributies voor de drie mogelijke combinaties op elk hiërarchieniveau  $k$  resulteert in de vergelijkingen 5.5, 5.6 en 5.7.

De gemiddelde lengte in een combinatie op hiërarchieniveau  $k$  is dan

$$l_{k,C}^{3D} = \frac{\sum_{l=0}^{6\lambda} l S_{k,C}^{3D}(l) f(l)}{\sum_{l=0}^{6\lambda} S_{k,C}^{3D}(l) f(l)} = \frac{\sum_{l=0}^{6\lambda} S_{k,C}^{3D}(l) l^{3r-5}}{\sum_{l=0}^{6\lambda} S_{k,C}^{3D}(l) l^{3r-6}}. \quad (5.19)$$

en de totale gemiddelde draadlengte op hiërarchieniveau  $k$ :

$$l_k^{3D} = \frac{12 l_{k,b}^{3D} + 12 l_{k,d}^{3D} + 4 l_{k,D}^{3D}}{28}.$$

Om een analytische uitdrukking van de distributies te verkrijgen, kunnen we de sommen in vergelijking 5.19 benaderen door integralen en gebruik maken van de continue structurele distributies (zie bijlage B, paragraaf B.2.6, voor de afleiding)

$$S_{k,b}^{c,3D}(l) = \begin{cases} \frac{1}{30\lambda^6} S_{k,b}^{c,i} & (i\lambda \leq l \leq (i+1)\lambda, \text{ met } i = 0, \dots, 3) \\ 0 & \text{elders,} \end{cases} \quad (5.20)$$

met

$$\begin{aligned} S_{k,b}^{c,0} &= 20 l^3 \lambda^2 - 10 l^4 \lambda + l^5, \\ S_{k,b}^{c,1} &= 74 \lambda^5 - 260 l \lambda^4 + 340 l^2 \lambda^3 - 180 l^3 \lambda^2 + 40 l^4 \lambda - 3 l^5, \\ S_{k,b}^{c,2} &= - [758 \lambda^5 - 1420 l \lambda^4 + 980 l^2 \lambda^3 - 320 l^3 \lambda^2 + 50 l^4 \lambda - 3 l^5], \\ S_{k,b}^{c,3} &= (4 \lambda - l)^5, \end{aligned}$$

voor buurcombinaties,

$$S_{k,d}^{c,3D}(l) = \begin{cases} \frac{1}{60\lambda^6} S_{k,d}^{c,i} & (i\lambda \leq l \leq (i+1)\lambda, \text{ met } i = 0, \dots, 4) \\ 0 & \text{elders,} \end{cases} \quad (5.21)$$

met

$$\begin{aligned} S_{k,d}^{c,0} &= 5 l^4 \lambda - l^5, \\ S_{k,d}^{c,1} &= - [25 \lambda^5 - 105 l \lambda^4 + 170 l^2 \lambda^3 - 130 l^3 \lambda^2 + 40 l^4 \lambda - 4 l^5], \\ S_{k,d}^{c,2} &= 775 \lambda^5 - 1655 l \lambda^4 + 1350 l^2 \lambda^3 - 510 l^3 \lambda^2 + 90 l^4 \lambda - 6 l^5, \\ S_{k,d}^{c,3} &= - [3275 \lambda^5 - 4555 l \lambda^4 + 2430 l^2 \lambda^3 - 630 l^3 \lambda^2 + 80 l^4 \lambda - 4 l^5], \\ S_{k,d}^{c,4} &= (5 \lambda - l)^5. \end{aligned}$$



voor kleine-diagonaalcombinaties en

$$S_{k,D}^{c,3D}(l) = \begin{cases} \frac{1}{120\lambda^6} S_{k,D}^{c,i} & (i\lambda \leq l \leq (i+1)\lambda, \text{ met } i = 0, \dots, 5) \\ 0 & \text{elders,} \end{cases} \quad (5.22)$$

met

$$\begin{aligned} S_{k,D}^{c,0} &= l^5, \\ S_{k,D}^{c,1} &= 6\lambda^5 - 30l\lambda^4 + 60l^2\lambda^3 - 60l^3\lambda^2 + 30l^4\lambda - 5l^5, \\ S_{k,D}^{c,2} &= -2 [237\lambda^5 - 585l\lambda^4 + 570l^2\lambda^3 - 270l^3\lambda^2 + 60l^4\lambda - 5l^5], \\ S_{k,D}^{c,3} &= 2 [2193\lambda^5 - 3465l\lambda^4 + 2130l^2\lambda^3 - 630l^3\lambda^2 + 90l^4\lambda - 5l^5], \\ S_{k,D}^{c,4} &= - [10974\lambda^5 - 12270l\lambda^4 + 5340l^2\lambda^3 - 1140l^3\lambda^2 + 120l^4\lambda - 5l^5], \\ S_{k,D}^{c,5} &= (6\lambda - l)^5, \end{aligned}$$

voor grote-diagonaalcombinaties.

Een substitutie van de sommen in de vergelijking 5.19 door integralen, levert

$$l_{k,C}^{3D} = \frac{\int_0^{6\lambda} S_{k,C}^{c,3D}(l) l^{3r-5} dl}{\int_0^{6\lambda} S_{k,C}^{c,3D}(l) l^{3r-6} dl}. \quad (5.23)$$

De integraal in de noemer convergeert niet (met betrekking tot zijn ondergrens) voor de buurcombinaties wanneer  $r < 2/3$ . De gemiddelde lengte voor een dergelijke combinatie is dan 0. Dit betekent dat voor schakelingen met een Rent-exponent  $r < 2/3$  alle logische blokken vanwaar de verbindingen op een bepaald niveau vertrekken, aan de rand van de twee kubussen kunnen geplaatst worden. In het discrete geval zal de gemiddelde draadlengte dan 1 zijn. Dit is een gevolg van de regel van Rent. Het aantal pinnen neemt toe t.o.v. het aantal blokken met een macht  $r$ . De oppervlakte van een kubus (rand waar pinnen kunnen geplaatst worden) neemt toe t.o.v. zijn volume (plaatsen waar de logische blokken kunnen geplaatst worden) met een macht  $2/3$ . Wanneer dus  $r < 2/3$ , dan kan een optimale plaatsing steeds voldoende cellen vinden aan de rand van de architectuur om de logische blokken te plaatsen die verbonden zijn met logische blokken aan de andere kant van de rand. Om dezelfde reden wordt de gemiddelde draadlengte minimaal voor kleine-diagonaalcombinaties wanneer de Rent-exponent  $r < 1/3$ . Voor dergelijke schakelingen volstaat immers de eendimensionale rand (ribbe van de kubus) voor het plaatsen van de verbonden logische blokken. Men kan inderdaad nagaan dat de integraal in de noemer van vergelijking 5.23 voor kleine diagonaalcombinaties niet meer convergeert met betrekking tot zijn ondergrens wanneer  $r < 1/3$ . De integralen

voor een grote-diagonaalcombinatie convergeren steeds (gemiddelde lengte is steeds groter dan 1) omdat de rand hier slechts uit één enkel punt bestaat.

De uitwerking van de integralen levert dan volgende benaderingen voor de gemiddelde draadlengte op

$$l_{k,b}^{3D} = \lambda R_b(r) \quad (2/3 < r \leq 1) \quad (5.24)$$

$$l_{k,d}^{3D} = \lambda R_d(r) \quad (1/3 < r \leq 1) \quad (5.25)$$

$$l_{k,D}^{3D} = \lambda R_D(r) \quad (0 \leq r \leq 1), \quad (5.26)$$

met

$$R_b(r) = \frac{2(3r-5)}{(3r+1)} R'_b \quad (5.27)$$

$$R_d(r) = \frac{4(3r-5)}{(3r+1)} R'_d \quad (5.28)$$

$$R_D(r) = \frac{6(3r-5)}{(3r+1)} R'_D \quad (5.29)$$

en

$$R'_b(r) = \frac{8 \cdot 4^{3r} - 4(3r+7)3^{3r} + 3(3r^2+13r+12)2^{3r} - 36r^2 - 48r - 20}{4 \cdot 4^{3r} - 8(r+2)3^{3r} + 3(3r^2+11r+8)2^{3r} - 72r^2 - 48r - 16}$$

$$R'_d(r) = \frac{5 \cdot 5^{3r} - 3(r+7)4^{3r} + (12r+34)3^{3r} - (18r+26)2^{3r} + 12r+9}{4 \cdot 5^{3r} - (3r+20)4^{3r} + (16r+40)3^{3r} - (36r+40)2^{3r} + 48r+20}$$

$$R'_D(r) = \frac{6^{3r} - 5 \cdot 5^{3r} + 10 \cdot 4^{3r} - 10 \cdot 3^{3r} + 5 \cdot 2^{3r} - 1}{6^{3r} - 6 \cdot 5^{3r} + 15 \cdot 4^{3r} - 20 \cdot 3^{3r} + 15 \cdot 2^{3r} - 6}$$

De gemiddelde draadlengte kan dan benaderd worden door

$$l_k^{3D} = \lambda R(r),$$

met

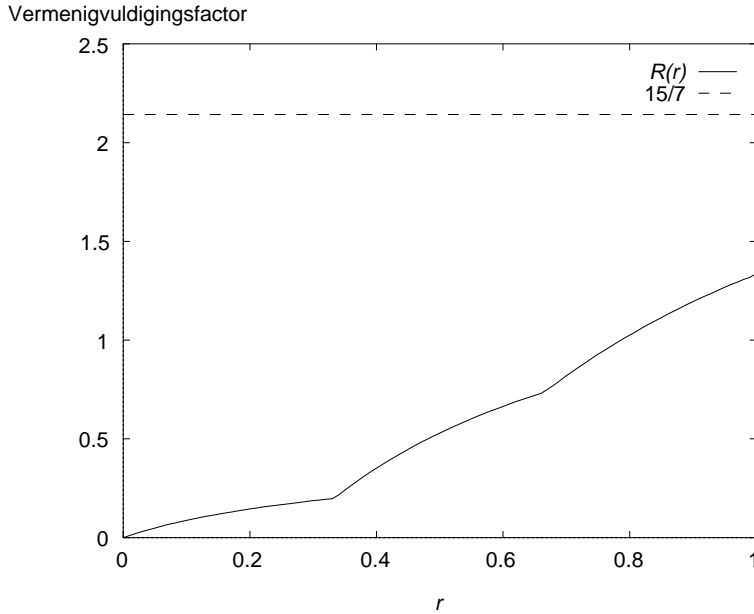
$$R(r) = \begin{cases} \frac{12R_b(r)+12R_d(r)+4R_D(r)}{28} & (2/3 < r \leq 1) \\ \frac{12R_d(r)+4R_D(r)}{28} & (1/3 < r \leq 2/3) \\ \frac{4R_D(r)}{28} & (0 \leq r \leq 1/3). \end{cases} \quad (5.30)$$

De som over alle hiërarchieniveaus (vergelijking 5.2) resulteert dan in

$$L^{3D} = R(r) \frac{H(K, r, 2)}{H(K, r, 3)}, \quad (5.31)$$

met

$$H(K, r, x) = \frac{2^{K(3r-x)} - 1}{2^{3r-x} - 1}.$$



Figuur 5.9:  $R(r)$  (vergelijking 5.30) tegenover de factor  $15/7$ .

### 5.3.4 Bespreking en resultaten

#### Schalingsgedrag

Het invoeren van de niet-uniforme bezettingskans wijzigt ook in drie dimensies nauwelijks iets aan het schalingsgedrag van de gemiddelde draadlengte. Zowel de gemiddelde draadlengte berekend op basis van de structurele distributies alleen (formule 5.14), als deze berekend met behulp van de bezettingskans (formule 5.31), schalen op de volgende manier

$$\begin{aligned}
 L^{3D} &\sim G^{r-2/3} & r > 2/3 \\
 L^{3D} &\sim \log(G) & r = 2/3 \\
 L^{3D} &\sim R(r) & r < 2/3
 \end{aligned} \tag{5.32}$$

De vermenigvuldigingsfactor  $R(r)$  in de formule 5.31 is echter opnieuw grondig gewijzigd door het invoeren van de bezettingskans. In figuur 5.9 vergelijken we de vermenigvuldigingsfactor  $R(r)$  met de factor  $15/7$  (zie formule 5.14) die we verkrijgen door een constante bezettingskans te gebruiken. Deze factor  $R(r)$  is steeds kleiner dan  $15/7$  voor alle  $r$ . Dit is een logisch gevolg van het feit dat het invoeren van de bezettingskans een ‘optimale’ plaatsing modelleert.

In tegenstelling tot de constante vermenigvuldigingsfactor  $15/7$  neemt onze factor  $R(r)$  toe met  $r$ . Dit is in overeenstemming met het feit dat schakelingen met een complexere verbindingscomplexiteit (hogere Rent-exponent  $r$ )

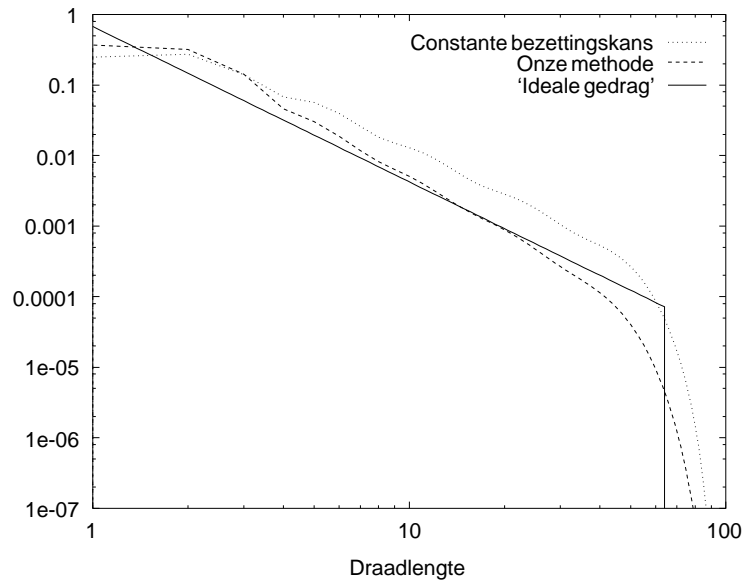
langere verbindingen hebben na plaatsing. De schattingen die volgen uit het model met niet-uniforme bezettingskans zullen dan ook veel kleiner zijn dan deze die berekend zijn met constante bezettingskans. De bespreking uit hoofdstuk 4 is hier eveneens geldig. Zo is het effect van de bezettingskans ook nu weer een sterk opkrikken van de lokale distributies voor kleine draadlengten en een betere benadering van de theoretisch voorspelde globale distributie ( $l^{3r-4}$ ), vooral voor korte draden (figuur 5.10). Op deze figuur is ook te zien dat onze methode, die gebruik maakt van de bezettingskans, nog steeds het aantal draden van lengte 1 onderschat en het aantal draden van lengte 2 en 3 overschat. Dit is te wijten aan het gelijk behandelen van buurcombinaties en grote- en kleine-diagonaalcombinaties. Een optimale plaatsing zal buurcombinaties bevoordelen t.o.v. de diagonaalcombinaties maar, zoals we reeds opmerkten in hoofdstuk 4, kunnen we dit nog niet in het model inbouwen omdat we de regel van Rent als basismodel voor de schakeling hanteren en dit een eerste-orde model is. Om buurcombinaties en diagonaalcombinaties een verschillend aantal draden te kunnen toewijzen, hebben we op zijn minst een tweede-orde model nodig. De afwijking t.o.v. de ‘ideale distributie’ is op de figuur wel duidelijk kleiner dan wanneer we geen rekening houden met de bezettingskans. Hou ook hier rekening met de logaritmische schaal!

### Nauwkeurigheid van de continue benadering

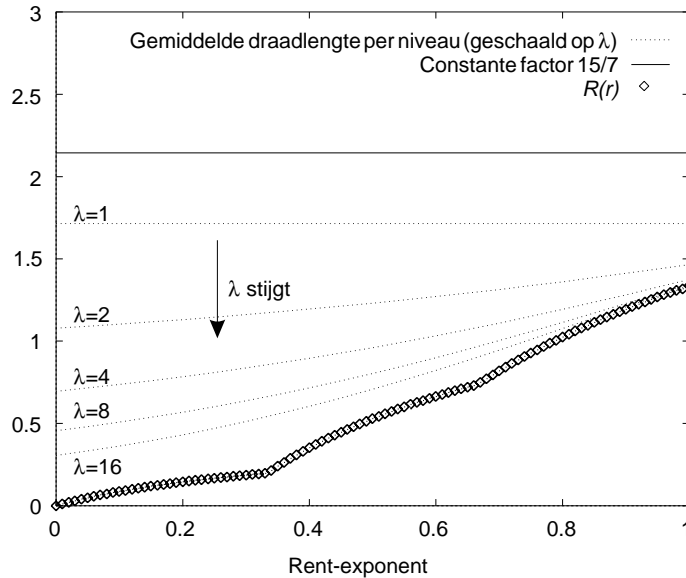
Om de nauwkeurigheid van de continue benadering na te gaan, berekenen we de gemiddelde draadlengte numeriek volgens de formules 5.19 en 5.31. In figuur 5.11 is, voor elk niveau  $k$  ( $0 \leq k < K$ ), deze gemiddelde draadlengte weergegeven gedeeld door de grootte  $\lambda = 2^k$  van het hiërarchieniveau, voor alle mogelijke Rent-exponenten  $r$ . Op die manier kunnen we de berekende curven vergelijken met de benaderde curve  $R(r)$  die we in formule 5.30 hebben bepaald en met de constante factor  $15/7$  die volgt uit een analyse met constante bezettingskans. Voor zeer grote schakelingen is de benadering vrij goed op de hogere niveaus (hoge waarden voor  $\lambda$ ) en voor complexe schakelingen. Op de laagste niveaus en ook voor Rent-exponenten kleiner dan  $r = 2/3$  schaalde de gemiddelde lengte minder snel dan  $\lambda$  en is de benadering niet meer bruikbaar. De randeffecten die in een continue benadering verwaarloosd worden, zijn dan te groot. Voor die gevallen moeten de termen van de sommen in formule 5.19 afzonderlijk uitgerekend worden.

### Experimentele verificatie

Om te controleren dat het invoeren van de globale bezettingskans op lokaal niveau een beter model is voor de plaatsing van een schakeling in een Manhattan-rooster, hebben we enkele experimenten uitgevoerd. We plaatsten een aantal



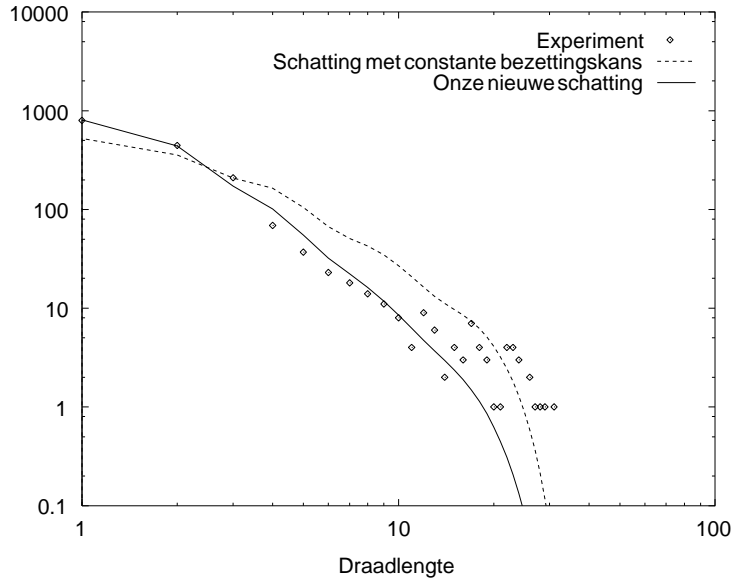
Figuur 5.10: Vergelijking tussen de globale draadlengtedistributie volgens onze berekeningsmethode, die als bezettingskans  $l^{3r-6}$  gebruikt, en de globale distributie gevonden door gebruik van een constante bezettingskans, voor een schakeling van 32 bij 32 bij 32 logische blokken en een Rent-exponent van 0,6 (genormaliseerd op het interval  $[0 \dots 64]$ ).



Figuur 5.11: Het verschil tussen de werkelijke uitdrukking en de benaderde uitdrukking voor de gemiddelde draadlengte per niveau.

referentieschakelingen in een Manhattan-rooster met een eigen plaatsingsprogramma (zie bijlage A, paragraaf A.3) op basis van gesimuleerde uitgloeing [KGV83, VMVC93]. Uit een schatting van de Rent-exponent van de schakeling (bijlage A, paragraaf A.2) berekenden we dan een schatting van de draadlengtedistributie op twee manieren, eenmaal met een constante bezettingskans, eenmaal met onze uitbreiding die rekening houdt met een bezettingskans volgens een optimale plaatsing. Dit resulteert in grafieken zoals in figuur 5.12. In deze figuur wordt de theoretische schatting van de draadlengtedistributie vergeleken met de experimenteel opgemeten waarde voor de ISCAS85-referentieschakeling ‘c3540’. De nieuwe schatting sluit duidelijk veel beter aan bij de experimenteel opgemeten waarden dan de schatting met constante bezettingskans. Het verschil is vooral belangrijk voor het aantal draden met lengte 1 en 2. Het zijn immers vooral deze draden die de gemiddelde lengte zullen bepalen. In dit gebied is de schatting met constante bezettingskans duidelijk te laag en ze is (noodzakelijkerwijs, want het totale aantal draden is vast) te hoog voor de langere draden. Dit heeft uiteraard een belangrijke invloed op de gemiddelde draadlengte.

In de tabel 5.1 bekijken we de invloed van de in deze tekst gekozen bezettingskans ( $l^{3r-6}$ ) op de schatting van de gemiddelde lengte en vergelijken we deze met de schatting berekend met een constante bezettingskans en met experimenteel opgemeten gemiddelde draadlengten (zie bijlage A, paragraaf A.3).



Figuur 5.12: De draadlengtedistributie na plaatsing van de ISCAS85-referentieschakeling ‘c3540’ in een driedimensionaal Manhattan-rooster.

De experimenteel gemeten gemiddelde draadlengte is te vinden in de kolom met hoofd  $L_{exp}^{3D}$ . We berekenen de theoretische gemiddelde lengte volgens de niet-benaderde formule 5.19. Een probleem hierbij is dat de index van de som loopt over alle hiërarchieniveaus. Dit veronderstelt dat het aantal logische blokken in de schakeling een macht van 8 is. Omdat we weten dat de gemiddelde lengte ongeveer schaalt met de grootte van het Manhattan-rooster (en dus evenredig is met  $\lambda = 2^k$ ), berekenen we de gemiddelde lengte  $L_1$  voor  $K_1 = \lfloor \log(G)/\log(8) \rfloor$  en  $L_2$  voor  $K_2 = \lceil \log(G)/\log(8) \rceil$  en interpoleren tussen de twee waarden volgens

$$L = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{2^{K_2} - 2^{K_1}} \left( G^{1/3} - 2^{K_1} \right). \quad (5.33)$$

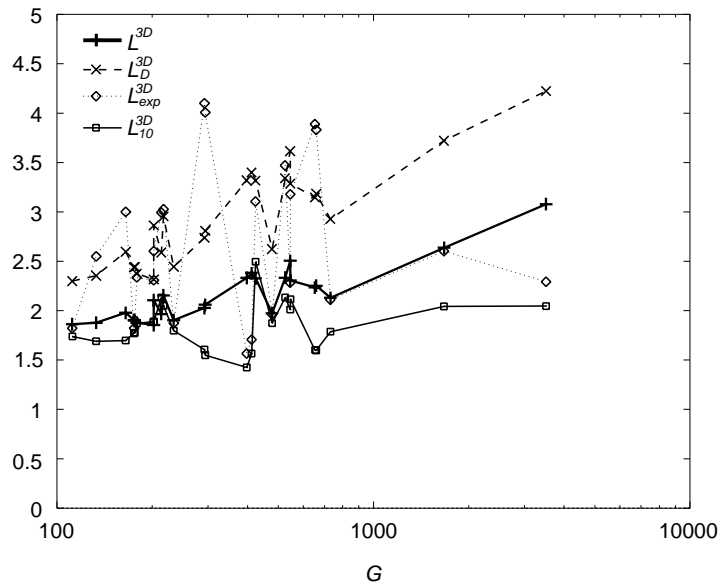
Deze theoretische schatting is weergegeven in de kolom met hoofd  $L^{3D}$  in tabel 5.1. De gegevens zijn eveneens weergegeven in figuren 5.13 en 5.14 als functie van het aantal logische blokken  $G$ , resp. de Rent-exponent  $r$ .

Tabel 5.1 en figuren 5.13 en 5.14 leren ons dat onze nieuwe lengteschattingen ( $L^{3D}$ ) een stuk lager zijn dan die met constante bezettingskans ( $L_D^{3D}$ ) en dat ze over het algemeen dichter bij de experimenteel gevonden waarden ( $L_{exp}^{3D}$ ) liggen. De laatste drie kolommen in tabel 5.1 tonen de verhouding van de theoretische waarde t.o.v. de experimenteel gevonden waarde. Een goede theoretische schatting vereist dat deze verhouding dicht bij 1 ligt. Een waarde groter dan 1 wijst

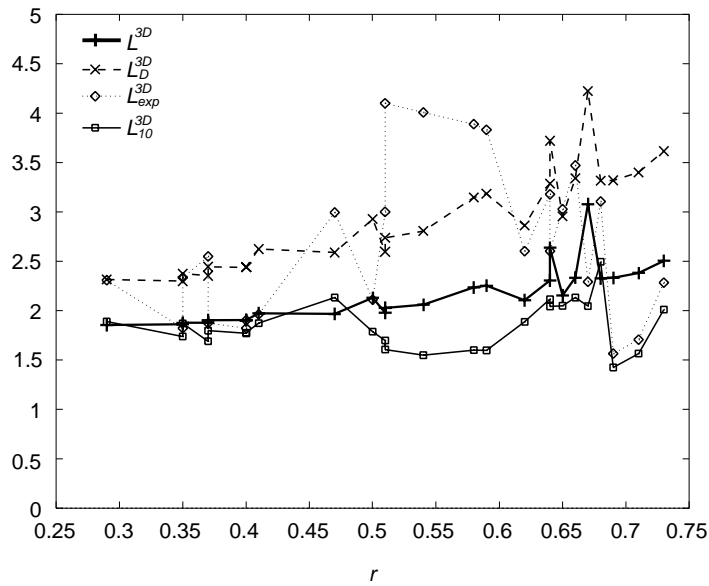
Naam	$G$	$r$	$L_{exp}^{3D}$	$L_D^{3D}$	$L^{3D}$	$L_{10}^{3D}$	$\frac{L_D^{3D}}{L_{exp}^{3D}}$	$\frac{L^{3D}}{L_{exp}^{3D}}$	$\frac{L^{3D}}{L_{10}^{3D}}$
c499	202	0,62	2,60	2,86	2,11	1,89	1,10	0,81	1,12
c1355	546	0,73	2,28	3,62	2,50	2,01	1,59	1,10	1,25
c3540	1669	0,64	2,60	3,72	2,64	2,04	1,43	1,01	1,29
c7552	3512	0,67	2,29	4,22	3,08	2,05	1,84	1,34	1,51
s208.1	112	0,35	1,82	2,30	1,86	1,74	1,26	1,02	1,07
s298	133	0,37	2,55	2,35	1,88	1,69	0,92	0,74	1,11
s386	165	0,51	3,00	2,60	1,98	1,70	0,87	0,66	1,17
s344	175	0,40	1,82	2,44	1,91	1,77	1,34	1,05	1,08
s349	176	0,40	1,90	2,44	1,91	1,78	1,28	1,00	1,07
s382	179	0,35	2,34	2,37	1,88	1,87	1,02	0,81	1,01
s444	202	0,29	2,31	2,31	1,86	1,89	1,00	0,80	0,98
s526	214	0,47	3,00	2,59	1,97	2,13	0,87	0,66	0,92
s510	217	0,65	3,03	2,95	2,15	2,05	0,98	0,71	1,05
s420.1	234	0,37	1,87	2,44	1,90	1,80	1,31	1,02	1,06
s832	292	0,51	4,10	2,74	2,03	1,61	0,67	0,49	1,26
s820	294	0,54	4,01	2,81	2,06	1,55	0,70	0,51	1,33
s641	398	0,69	1,57	3,32	2,33	1,43	2,12	1,49	1,64
s713	412	0,71	1,70	3,40	2,38	1,57	2,00	1,40	1,52
s953	424	0,68	3,11	3,32	2,33	2,50	1,07	0,75	0,93
s838.1	478	0,41	1,96	2,63	1,97	1,87	1,34	1,01	1,05
s1238	526	0,66	3,47	3,34	2,33	2,13	0,96	0,67	1,10
s1196	547	0,64	3,18	3,29	2,30	2,12	1,04	0,73	1,09
s1494	653	0,58	3,89	3,15	2,23	1,60	0,81	0,57	1,40
s1488	659	0,59	3,83	3,18	2,25	1,60	0,83	0,59	1,41
s1423	731	0,50	2,11	2,93	2,13	1,79	1,39	1,01	1,19

Tabel 5.1: Gemiddelde draadlengte voor een driedimensionale plaatsing van de ISCAS-referentieschakelingen. Vergelijking tussen de berekeningsmethode met constante bezettingskans ( $L_D^{3D}$ ) en de nieuwe schattingen op basis van de bezettingskans die rekening houdt met een optimale plaatsing ( $L^{3D}$ ) en vergelijking met de experimenteel opgemeten waarden ( $L_{exp}^{3D}$ ). Het aantal logische blokken in de schakeling is  $G$  en  $r$  is de Rent-exponent.





Figuur 5.13: Gemiddelde draadlengte: vergelijking tussen onze schatting  $L^{3D}$ , die met constante bezettingskans  $L_D^{3D}$  en de experimenteel opgemeten waarden  $L_{exp}^{3D}$  in functie van het aantal logische blokken  $G$ . De experimentele gemiddelde draadlengte voor enkel de tien kortste draadlengten werd eveneens weergegeven.



Figuur 5.14: Gemiddelde draadlengte: vergelijking tussen onze schatting  $L^{3D}$ , die met constante bezettingskans  $L_D^{3D}$  en de experimenteel opgemeten waarden  $L_{exp}^{3D}$  in functie van de Rent-exponent  $r$ . De experimentele gemiddelde draadlengte voor enkel de tien kortste draadlengten werd eveneens weergegeven.

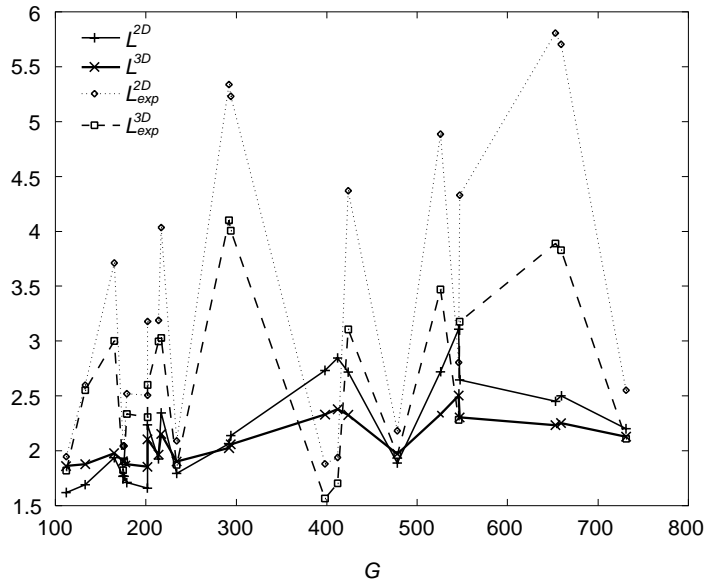
op een overschatting, een waarde kleiner dan 1 op een onderschatting van de gemiddelde draadlengte. Uit de tabel blijkt dat deze verhouding gevoelig is verbeterd met het invoeren van een lokale bezettingskans. Dit wijst erop dat het gebruik van de globale bezettingskans op elk lokaal niveau resulteert in een veel beter plaatsingsmodel dan het gebruik van een constante bezettingskans.

Net zoals bij de experimenten met tweedimensionale plaatsingen (hoofdstuk 4) zien we dat voor sommige schakelingen (vooral bij de ISCAS89-referentieschakelingen) de gemiddelde draadlengte vrij vaak sterk onderschat werd. Enkele redenen hiervoor werden ook in hoofdstuk 4 besproken. Naast het feit dat de benadering voor de bezettingskans die we in onze schattingen gebruiken, het aantal langere draden onderschat en dat de mogelijkheid bestaat dat onze plaatsingsmethode minder goede plaatsingen heeft gevonden dan we zouden kunnen verwachten, is ook hier wellicht de belangrijkste reden voor deze onderschatting het feit dat vele van de referentieschakelingen een aantal meerpuntsnetten met zeer grote netgraad bevatten. Deze meerpuntsnetten hebben steeds een zeer grote lengte, hoe goed ze ook geplaatst worden. Dergelijke uitzonderingsnetten zijn veel langer dan de globale trend van de opgemeten draadlengtedistributie laat vermoeden. Daardoor hebben ze wel degelijk een grote invloed op de gemiddelde draadlengte. In figuur 5.12 is dit een beetje te zien maar een duidelijker voorbeeld is te vinden in hoofdstuk 4 (figuur 4.18). Doen we het experiment opnieuw maar rekenen we deze uitzonderingsgevallen niet mee bij de berekening van de gemiddelde draadlengte, dan vinden we heel andere waarden voor de gemiddelde lengte (we nemen voor het gemak enkel de eerste tien waarden van de distributie in aanmerking). Deze zijn weergegeven in de kolom met hoofd  $L_{10}^{3D}$  in tabel 5.1. Een vergelijking tussen deze getallen en de theoretische schatting leert dat de schatting van de gemiddelde draadlengte voor 16 van de 25 referentieschakelingen minder dan 20% afwijkt van de (aangepaste) experimentele waarde. Ook in figuren 5.13 en 5.14 is duidelijk te zien dat onze nieuwe schatting zeer dicht aanleunt bij de experimentele waarden zonder de netten met al te hoge netgraad. Het weglaten van de lange verbindingen beïnvloedt natuurlijk het hele experiment en de resultaten moeten met enige omzichtigheid worden behandeld. Toch kunnen we hieruit besluiten dat ons nieuwe model voor het schatten van draadlengten vrij goede overeenkomsten vertoont met de opgemeten waarden van reële plaatsingen maar dat ons model hoegenaamd geen rekening houdt met specifieke eigenschappen van meerpuntsnetten met hoge netgraad. In hoofdstuk 6 zullen we een nieuw model voor meerpuntsnetten opstellen om ook hierop een antwoord te bieden.

Het is ook interessant de resultaten van de plaatsingen in een tweedimensionaal Manhattan-rooster te vergelijken met deze van de plaatsingen in een driedimensionaal Manhattan-rooster (tabel 5.2). Een eerste conclusie die we uit deze tabel kunnen trekken, is dat de over- of onderschatting van dezelfde

Naam	$G$	$r$	$L_{exp}^{2D}$	$L^{2D}$	$L_{exp}^{3D}$	$L^{3D}$	$\frac{L^{2D}}{L_{exp}^{2D}}$	$\frac{L^{3D}}{L_{exp}^{3D}}$	$\frac{L_{exp}^{3D}}{L_{exp}^{2D}}$	$\frac{L^{3D}}{L^{2D}}$
c499	202	0,62	3,18	2,24	2,60	2,11	0,70	0,81	0,82	0,94
c1355	546	0,73	2,80	3,11	2,28	2,50	1,11	1,10	0,81	0,81
s208.1	112	0,35	1,95	1,62	1,82	1,86	0,83	1,02	0,94	1,15
s298	133	0,37	2,60	1,69	2,55	1,88	0,65	0,74	0,98	1,11
s386	165	0,51	3,71	1,94	3,00	1,98	0,52	0,66	0,81	1,02
s344	175	0,40	2,05	1,77	1,82	1,91	0,86	1,05	0,89	1,08
s349	176	0,40	2,05	1,77	1,90	1,91	0,86	1,00	0,93	1,08
s382	179	0,35	2,52	1,71	2,34	1,88	0,68	0,81	0,93	1,10
s444	202	0,29	2,51	1,66	2,31	1,86	0,66	0,80	0,92	1,12
s526	214	0,47	3,19	1,93	3,00	1,97	0,60	0,66	0,94	1,02
s510	217	0,65	4,04	2,35	3,03	2,15	0,58	0,71	0,75	0,92
s420.1	234	0,37	2,09	1,80	1,87	1,90	0,86	1,02	0,90	1,06
s832	292	0,51	5,34	2,07	4,10	2,03	0,39	0,49	0,77	0,98
s820	294	0,54	5,23	2,14	4,01	2,06	0,41	0,51	0,77	0,96
s641	398	0,69	1,88	2,73	1,57	2,33	1,45	1,49	0,83	0,85
s713	412	0,71	1,94	2,85	1,70	2,38	1,47	1,406	0,88	0,84
s953	424	0,68	4,37	2,72	3,11	2,33	0,62	0,75	0,71	0,86
s838.1	478	0,41	2,18	1,89	1,96	1,97	0,87	1,01	0,90	1,05
s1238	526	0,66	4,89	2,72	3,47	2,33	0,56	0,67	0,71	0,86
s1196	547	0,64	4,33	2,65	3,18	2,30	0,61	0,73	0,73	0,87
s1494	653	0,58	5,81	2,45	3,89	2,23	0,42	0,57	0,67	0,91
s1488	659	0,59	5,70	2,50	3,83	2,25	0,44	0,59	0,67	0,90
s1423	731	0,50	2,55	2,20	2,11	2,13	0,86	1,01	0,83	0,97

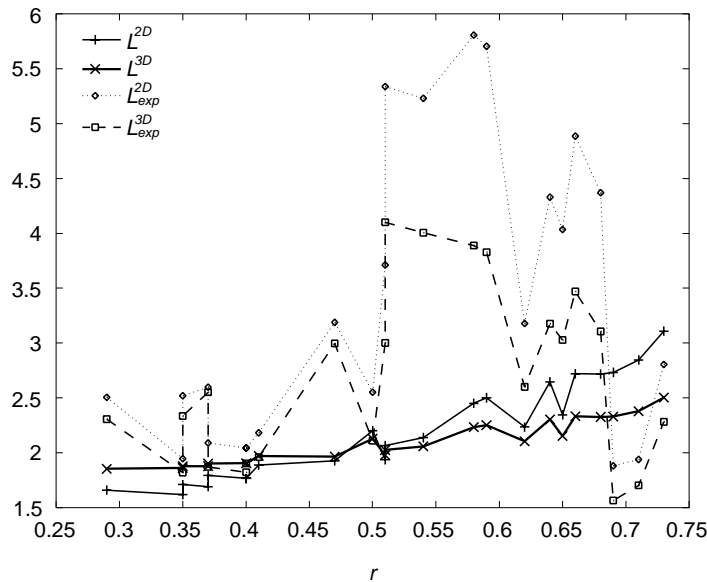
Tabel 5.2: Experimenteel opgemeten gemiddelde draadlengte en theoretische schatting voor de ISCAS-referentieschakelingen. Vergelijking tussen de plaatsing in twee en drie dimensies.



Figuur 5.15: Vergelijking tussen de experimenteel gemeten gemiddelde draadlengten en de schattingen, in twee en drie dimensies en in functie van het aantal logische blokken  $G$ .

grootte-orde is in twee als in drie dimensies (vergelijk de derde laatste en de vierde laatste kolom van tabel 5.2). Wanneer de schatting onderschat werd in de tweedimensionale plaatsing dan is dit eveneens het geval in de driedimensionale plaatsing. Dat wijst erop dat zowel de experimentele waarden als de schattingen dezelfde trend vertonen bij het verhogen van de dimensie. De belangrijkheid van de onder- of overschatting is dan ook vooral bepaald door de specifieke eigenschappen van elke schakeling afzonderlijk. De gegevens uit tabel 5.2 zijn eveneens voorgesteld in figuren 5.15 en 5.16.

Uit de laatste twee kolommen van tabel 5.2 en uit figuren 5.15 en 5.16 blijkt dat zowel de experimenteel opgemeten gemiddelde draadlengte als de theoretische schatting kleiner zijn in een drie- dan in een tweedimensionale plaatsing, voor schakelingen met een Rent-exponent groter dan 0,5. Dit is een logisch gevolg van het feit dat elke cel in een driedimensionaal Manhattan-rooster zes dichtste burens heeft tegenover vier in een tweedimensionaal Manhattan-rooster. Het is daarom gemakkelijker om twee met elkaar verbonden logische blokken dicht bij elkaar te plaatsen in drie dimensies dan in twee dimensies. Voor schakelingen met een Rent-exponent kleiner dan of ongeveer gelijk aan 0,5 is dit niet meer het geval. De verhouding tussen de gemiddelde draadlengte in twee en drie dimensies is dan ongeveer 1. Dat kleine verschil tussen een twee- en

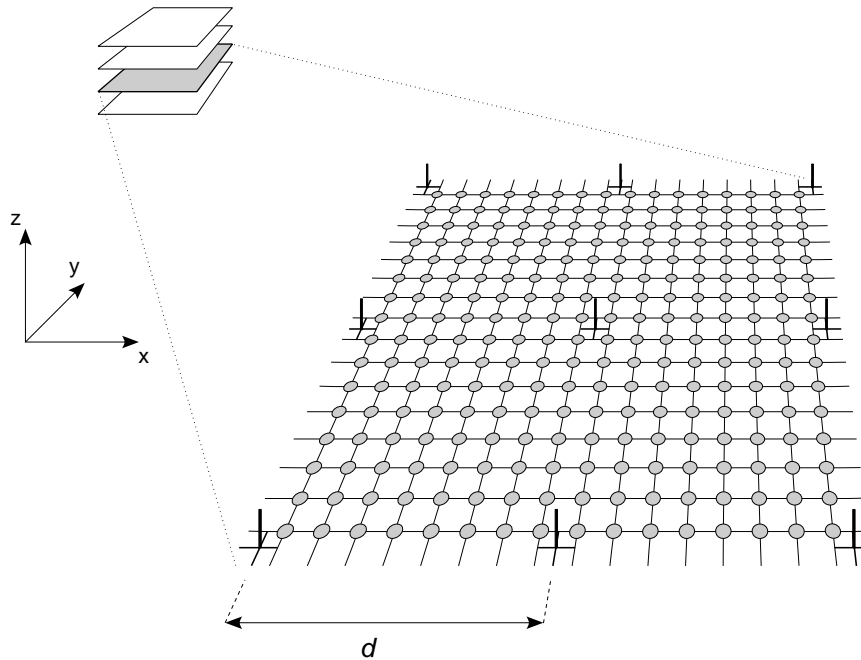


Figuur 5.16: Vergelijking tussen de experimenteel gemeten gemiddelde draadlengten en de schattingen, in twee en drie dimensies en in functie van de Rent-exponent  $r$ .

driedimensionale plaatsing is te verklaren door het feit dat een schakeling met Rent-exponent  $r < 0,5$  een fractale dimensie heeft die kleiner is dan 2 (zie hoofdstuk 2). De schakeling kan dan in principe gemakkelijk in een tweedimensionale ruimte geplaatst worden. Een plaatsing in een driedimensionale ruimte zal dan ook nog weinig winst opleveren en voor een groot deel bestaan uit een tweedimensionale plaatsing die in drie dimensies is opgeplooid. Uit deze resultaten blijkt reeds dat het implementeren van schakelingen in driedimensionale architecturen slechts zin heeft voor voldoende complexe schakelingen (Rent-exponent  $r > 0,5$ ). Een meer uitgebreide studie van de voordelen van driedimensionale architecturen is te vinden in het werk van Van Marck [VM94, VMVC94a, VMVC94b, VMVC95b, VMSVC95a, VMVC97].

## 5.4 Meer exotische architecturen

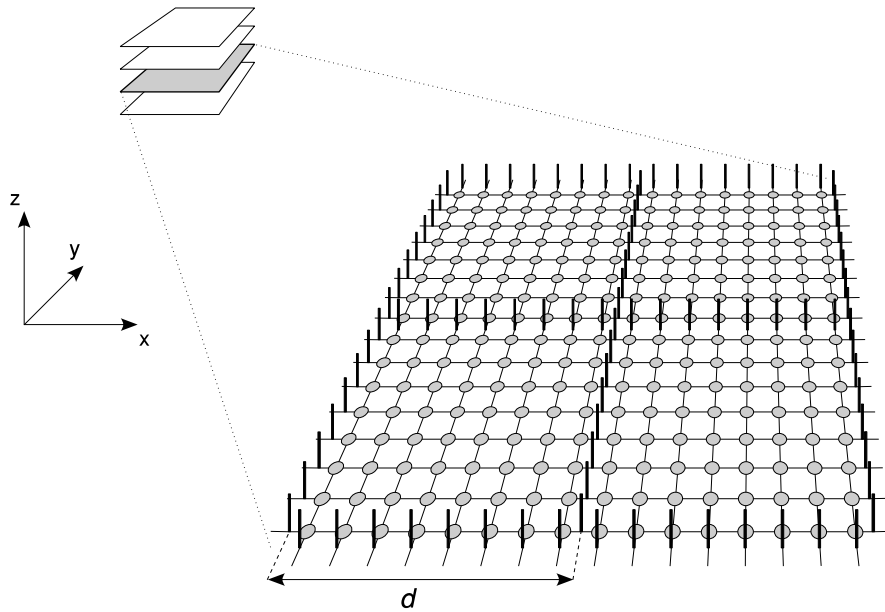
De methode voor het schatten van draadlengten die in dit hoofdstuk werd uiteengezet voor driedimensionale isotrope architecturen, is ook bruikbaar voor meer realistische, anisotrope architecturen. In [VM94, VMVC94b, VMVC95a, VMVC95b, VMSVC95a, VMVC97] worden verschillende modellen voorgesteld om huidige of toekomstige driedimensionale computersystemen te modelleren.



Figuur 5.17: Model voor een anisotrope driedimensionale architectuur met kanalen in de derde dimensie op de hoekpunten van een grofmazig rooster.

Er wordt in dat onderzoekswerk vooral aandacht besteed aan het modelleren van driedimensionale opto-elektronische architecturen. Hierbij wordt verondersteld dat de architectuur bestaat uit tweedimensionale vlakken waarin alle communicatie langs elektronische kanalen verloopt. Deze vlakken zijn dan in de derde dimensie verbonden via optische kanalen. Twee voorbeelden van modellen van dergelijke architecturen zijn weergegeven in de figuren 5.17 en 5.18.

De eerste figuur toont een model voor een opto-elektronische architectuur waarbij de elektrische kanalen een tweedimensionaal rooster vormen met eenheidsafstand tussen twee evenwijdige kanalen. De optische kanalen daarentegen liggen op een rooster met grotere spatiëring  $d$ . Een dergelijke anisotrope architectuur (de drie dimensies zijn niet gelijk) is nuttig voor het modelleren van een opto-elektronische architectuur omdat de eigenschappen van de elektronische en de optische kanalen dermate verschillen dat een duidelijk onderscheid tussen beide in het model noodzakelijk is. Een ander model is voorgesteld in figuur 5.18. In dat model bevinden de optische kanalen zich op de randen van vierkante gebieden in het vlak (model voor de elektrische kanalen). Dat model is dan weer geschikt voor het modelleren van een architectuur waarbij (louter elektrische) chips aan de randen kunnen communiceren met optische kanalen.



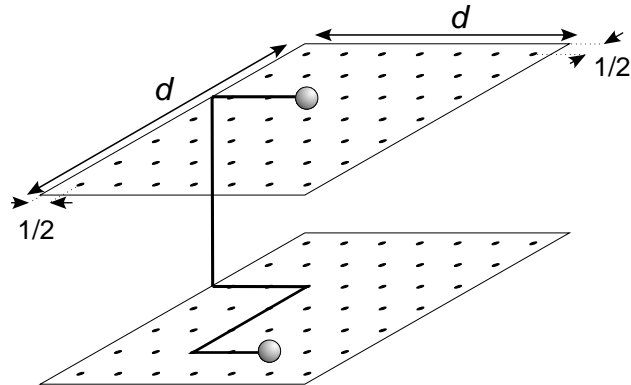
Figuur 5.18: Model voor een anisotrope driedimensionale architectuur met kanalen in de derde dimensie op de randen van een grofmazig rooster.

De belangrijkste uitbreiding in deze modellen voor de fysische architectuur ligt in het feit dat verbindingen die van de derde dimensie gebruik willen maken, een omweg moeten maken (zie figuur 5.19) [VMVC94b, VMVC95a]. Daardoor worden deze verbindingen gemiddeld iets langer dan in het isotrope geval dat we in dit hoofdstuk hebben bestudeerd (maar nog altijd korter dan in een louter tweedimensionale implementatie). Dit kan in het model ingebouwd worden door het introduceren van een optische kost [VM94, VMVC95b, VMSVC95a, VMVC97].

Het model van figuur 5.18 werd gebruikt voor het modelleren van de architectuur die voorgesteld werd in [DNVM<sup>+</sup>94]. Deze modellen zijn echter niet alleen bruikbaar voor het modelleren van opto-elektronische systemen. Er zijn in de literatuur ook verschillende volledig elektronische driedimensionale systemen voorgesteld [Ede94, VL90] en ook voor die systemen kunnen we de anisotrope modellen met gunstig gevolg aanwenden. Zo worden in [VMSVC95a] enkele voor- en nadelen besproken van een volledig elektrische driedimensionale architectuur voorgesteld door Eden [Ede94].

Tot op heden werden deze anisotrope architecturen steeds gebruikt in combinatie met de berekeningsmethode die een constante bezettingskans veronderstelt. Daaruit werd dan een schatting van de draadlengte gehaald en op basis daarvan werden een aantal uitspraken gedaan over het nut van dergelijke





Figuur 5.19: Draden die kanalen in de derde dimensie gebruiken, moeten een omweg maken.

nieuwe architecturen. De in dit hoofdstuk uiteengezette uitbreiding kan de gevonden draadlengteschattingen gevoelig verbeteren. We zijn dan nog beter in staat om gefundeerde uitspraken te doen en om keuzes te maken in de steeds groter wordende waaier van toekomstige architecturen. Verder onderzoek over de precieze vorm van de bezettingskans in anistropische systemen is hiervoor nodig.

## Samenvatting

In dit hoofdstuk werd de methode voor het schatten van draadlengten uitgebreid tot driedimensionale architecturen. We toonden aan dat de bezettingskans voor een optimale plaatsing dan van de vorm  $l^{3r-6}$  is. Het gebruik van deze bezettingskans in de schattingsmethode geeft een veel kortere gemiddelde draadlengte dan wanneer een constante bezettingskans gebruikt wordt. Experimenten bevestigen dat de nieuwe schattingsmethode draadlengtedistributies oplevert die veel nauwer aansluiten bij werkelijk opgemeten distributies. De schatting van de gemiddelde draadlengte is dan ook nauwkeuriger dan tot nu toe mogelijk was.

## Hoofdstuk 6

# Uitbreidingen aan het Model voor de Schakeling

Met meerpuntsnetten heb je ook niets dan last!

*In de vorige hoofdstukken hebben we nog geen rekening gehouden met het bestaan van meerpuntsnetten in schakelingen. Onze draadlengteschattingen waren steeds gebaseerd op een model voor een schakeling met enkel punt-tot-puntverbindingen (tweepuntsnetten). In het eerste deel van dit hoofdstuk trachten we een model te vinden voor het gedrag van meerpuntsnetten tijdens het partitioneerproces. Op basis daarvan zullen we een netgraaddistributie afleiden. Uit experimenten blijkt dat deze op basis van theoretische argumenten gevonden distributie goede overeenkomsten vertoont met opgemeten netgraaddistributies in reële schakelingen.*

*In het tweede deel gebruiken we de informatie uit het model voor meerpuntsnetten om zelf synthetische referentieschakelingen te ontwerpen met een gelijkaardig gedrag als reële schakelingen. Het kunnen genereren van ‘goede’ referentieschakelingen is immers een noodzaak om nieuwe programmatuur voor computer-ondersteund ontwerpen uitgebreid te kunnen testen en nieuwe computerarchitecturen te kunnen evalueren.*

*Een derde en laatste deel behandelt het vinden van nieuwe draadlengteschattingen door het includeren van de meerpuntsnetten in de in vorige hoofdstukken beschreven methoden.*

## 6.1 Model voor meerpuntsnetten

### 6.1.1 Inleiding

Noch de methode van Donath, beschreven in hoofdstuk 3, noch de uitbreidingen aan deze methode beschreven in de hoofdstukken 4 en 5 en evenmin andere methoden voor het schatten van draadlengten die in de literatuur terug te vinden zijn, houden terdege rekening met het bestaan van meerpuntsnetten. In [Don79] introduceert Donath een factor  $\alpha$  om meerpuntsnetten te “behandelen” en hij beweert dat deze factor weinig invloed heeft op de uiteindelijke gemiddelde draadlengte (zie blz. 82). Hij maakt deze bewering echter niet hard. Davis e.a. [DDM] gebruiken eveneens tweepuntsnetten maar ze stellen wel een uitbreiding naar meerpuntsnetten voor. Dit doen ze door een lineair model van bron- naar afvoerpinnen in te voeren waarbij elk deel van het net een gelijke lengte bezit. Dit blijft echter een zeer ruwe benadering van de draadlengte van een geplaatst meerpuntsnet. Bovendien – en dit is nog veel belangrijker – gebruikt dit model nog steeds de gemiddelde netgraad om het aantal afvoerpinnen te bepalen. Het model krijgt op geen enkele manier informatie over de netgraaddistributie in reële schakelingen. Meerpuntsnetten worden ook in rekening gebracht bij de berekening van draadlengten in de publicaties betreffende

de ‘Local Neighbourhood Analysis’ (gebaseerd op een analyse van de netlijst) [Sec87, PP89b, HCC92] maar ook hier wordt helemaal niets gezegd over de netgraaddistributie zelf. We herinneren hier aan de definities van de netgraad en de netgraaddistributie uit hoofdstuk 2:

**Definitie 6.1 (Netgraad)** *De netgraad  $\nu_N$  van een (meerpunts)net  $N$  wordt gedefiniëerd als het aantal elementaire blokken waarmee het net verbonden is.*

**Definitie 6.2 (Netgraaddistributie)** *De netgraaddistributie  $\mathcal{D}_n$  van een schakeling geeft de verdeling van de netgraad over de netten weer. Het is dus een geordende rij van getallen  $d_n$  die, voor elke  $n$ , aangeeft hoeveel netten met netgraad  $\nu = n$  de schakeling bevat.*

$$\mathcal{D}_n = (d_n)_{n=1, \dots, G}.$$

Dit hoofdstuk heeft tot doel meerpuntsnetten te karakteriseren, hun gedrag<sup>1</sup> tijdens het partitioneren van de schakeling te modelleren en uit dit model de netgraaddistributie te puren. Een vergelijking van deze theoretische netgraaddistributie met opgemeten distributies voor echte referentieschakelingen moet het model valideren.

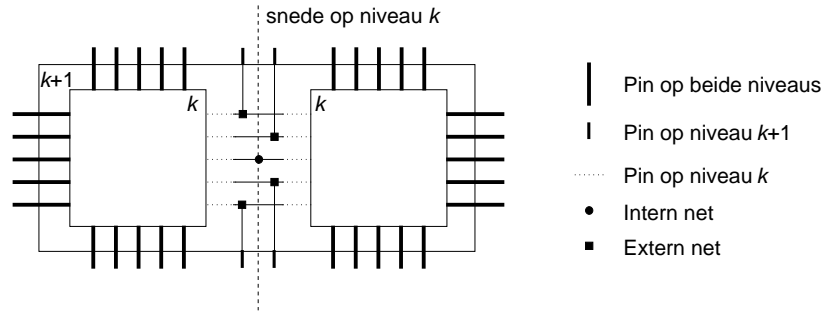
### 6.1.2 Model voor het gedrag van meerpuntsnetten tijdens het partitioneren van een schakeling

Beschouw het model voor het partitioneren van schakelingen zoals beschreven in hoofdstuk 2, paragraaf 2.1.2. Het opdelen van de schakeling in modules houdt in dat sommige netten “doorgeknipt” worden. De vragen die onmiddellijk rijzen zijn “Welke verbindingen worden doorgeknipt?” en “Hoeveel van deze verbindingen worden doorgeknipt in elke stap van het recursief (hiërarchisch) partitioneerproces?” Deze paragraaf tracht een antwoord te vinden op deze vragen.

We nemen nog steeds als criterium voor de partitionering dat het aantal pinnen bij elke stap minimaal is. Het partitioneerproces kan dan gemodelleerd worden door de partitionering volgens Rent (zie hoofdstuk 2, paragraaf 2.1.2) en het gemiddeld aantal pinnen kan berekend worden uit de regel van Rent zoals beschreven in bijlage B, paragraaf B.1 (met  $D = 1$  voor een standaard hiërarchische partitionering in telkens twee modules van gelijke grootte). Het aantal pinnen ( $P_k$ ) dat gegenereerd wordt (door het doorknippen van netten) op recursieniveau  $k$ , is gegeven door (bijlage B, paragraaf B.1, formules B.2

---

<sup>1</sup>Het woord ‘gedrag’ heeft hier niet de betekenis die er in hoofdstuk 1 aan werd gegeven in de context van digitaal ontwerp. Het heeft hier zijn semantische betekenis ‘de wijze waarop een stof of voorwerp reageert’.



Figuur 6.1: Het verschil in het doorknippen van intern en externe verbindingen op niveau  $k$ .

en B.3 met  $D = 1$ )

$$P_k = P_{tot}(2^k) - P_{tot}(2^{k+1}) \quad (6.1)$$

$$= T_b G 2^{k(r-1)} (1 - 2^{r-1}). \quad (6.2)$$

Om nu het aantal netten te vinden dat doorgeknijpt wordt op hiërarchieniveau  $k$ , bekijken we het partitioneerproces van wat dichterbij. De hiërarchieniveaus lopen van  $k = K - 1$  (opdeling van de hele schakeling in twee gelijke delen) tot en met 0 (opdeling op het laagste niveau waarbij elke module slechts één logisch blok bevat). Beschouw het partitioneerproces op hiërarchieniveau  $k$  waar een schakeling met  $T_b 2^{(k+1)r}$  pinnen verdeeld wordt in twee modules met elk  $T_b 2^{kr}$  pinnen (figuur 6.1). Het aantal nieuwe pinnen gegenereerd door het partitioneerproces op niveau  $k$  is gegeven door  $P_k$  (formule 6.2) en is het verschil tussen het totale aantal pinnen op niveau  $k$  (na partitionering) en het aantal pinnen op niveau  $k + 1$  (vóór partitionering). Deze pinnen worden gegenereerd door het doorknippen van de netten. We maken hier het onderscheid tussen *interne* en *externe* netten van niveau  $k$ :

**Definitie 6.3 (Intern net op niveau  $k$ )** Een net wordt een **intern net op niveau  $k$**  genoemd als het net volledig vervat is in één module op niveau  $k$  van het partitioneerproces.

**Definitie 6.4 (Extern net op niveau  $k$ )** Een net wordt een **extern net op niveau  $k$**  genoemd als het net verbonden is met een pin van een module op niveau  $k$ .

Tijdens de partitionering kunnen zowel interne als externe netten worden doorgeknijpt. Een intern net op niveau  $k + 1$  is nog niet verbonden met een pin op dat niveau. Na het doorknippen van dit net worden twee nieuwe pinnen gecreëerd (figuur 6.1). Een extern net op niveau  $k + 1$  gebruikt echter wel reeds

een pin zodat bij het doorknippen slechts één nieuwe pin gegenereerd wordt (de andere pin kan hergebruikt worden). Met  $S_{i,k}$  het totale aantal interne netten dat doorgeknipt wordt op niveau  $k$  en  $S_{e,k}$  het totale aantal externe netten dat doorgeknipt wordt op niveau  $k$ , komt er

$$2 S_{i,k} + S_{e,k} = P_k. \quad (6.3)$$

**Opmerking:** Het past hier op te merken dat er een belangrijk verschil bestaat tussen het vaak gebruikte criterium voor partitionering dat het aantal doorgeknipte netten minimaliseert en het hier gebruikte criterium dat het aantal pinnen minimaliseert. Formule 6.3 geeft immers aan dat het knippen van een intern net, in termen van het aantal nieuwe pinnen, veel nadeliger is dan het knippen van een extern net. Aangezien het aantal pinnen per module de meest kritische factor is voor implementaties van schakelingen in een fysische architectuur, menen wij dat het criterium voor partitionering gebaseerd moet zijn op het minimaliseren van het aantal pinnen. Het is trouwens het criterium dat impliciet gebruikt wordt in een partitionering volgens Rent (zie hoofdstuk 2, paragraaf 2.1.2). We komen hier ook in bijlage A, paragraaf A.2 op terug.

Zowel  $S_{i,k}$  als  $S_{e,k}$  zijn steeds positief zodat uit vergelijking 6.3 meteen volgt

$$\begin{aligned} 0 &\leq S_{i,k} \leq \frac{P_k}{2} \\ 0 &\leq S_{e,k} \leq P_k \end{aligned}$$

De eindwaarden van de intervallen kunnen steeds bereikt worden:

- $S_{i,k} = 0$  en  $S_{e,k} = P_k$  vereist voldoende pinnen (of externe netten) op niveau  $k + 1$  zodat alle nieuwe pinnen op niveau  $k$  afkomstig kunnen zijn van externe netten (zie figuur 6.1)

$$P_{tot}(2^{k+1}) \geq S_{e,k} = P_k$$

of, met formule 6.1,

$$P_{tot}(2^{k+1}) \geq \frac{P_{tot}(2^k)}{2}.$$

Door gebruik te maken van formule B.1

$$P_{tot}(2^k) = T_b G 2^{k(r-1)},$$

wordt de voorwaarde

$$2^{(k+1)(r-1)} \geq \frac{2^{k(r-1)}}{2},$$

wat steeds het geval is omdat  $r \geq 0$ .

Bovendien moet het aantal pinnen op niveau  $k$  steeds groter zijn dan het aantal nieuwe pinnen. Dit is steeds het geval door de definitie van  $P_k$  (formule 6.1).

- $S_{e,k} = 0$  en  $S_{i,k} = \frac{P_k}{2}$  vereist genoeg interne netten op niveau  $k + 1$  zodat alle nieuwe pinnen afkomstig kunnen zijn van enkel interne netten (zie figuur 6.1)

$$S_{i,k} = \frac{P_k}{2}.$$

Aangezien elk intern net op niveau  $k + 1$  twee (nieuwe) pinnen genereert op niveau  $k$ , leidt dit tot de volgende voorwaarde op het aantal pinnen

$$P_{tot}(2^k) \geq 2S_{i,k} = P_k$$

of, met formule 6.1,

$$P_{tot}(2^{k+1}) \geq 0.$$

Dit is uiteraard steeds het geval.

Het totale aantal netten dat doorgeknijpt wordt op niveau  $k$  (dit is  $S_{i,k} + S_{e,k}$ ) kan bijgevolg variëren tussen  $P_k/2$  en  $P_k$  afhankelijk van welke soort netten vooral werd doorgeknijpt. Deze variatie kan in rekening gebracht worden door een factor  $f_k$  te introduceren die de fractie van de doorgeknijpte netten voorstelt (op niveau  $k$ ) die intern waren op niveau  $k + 1$ . Dus

$$f_k = \frac{S_{i,k}}{S_{i,k} + S_{e,k}}. \quad (6.4)$$

Deze *fractie interne netten*  $f_k$  varieert tussen 0 en 1. Op basis van de zelfgelijkenis in schakelingen op verschillende recursieniveaus is het aannemelijk te veronderstellen dat zowel  $S_{i,k}$  als  $S_{e,k}$  op dezelfde manier schalen met  $k$  als het totale aantal nieuwe pinnen  $P_k$ .

### Veronderstelling 6.1

$$S_{i,k} \sim P_k$$

$$S_{e,k} \sim P_k$$

Deze veronderstelling wordt verder toegelicht en met experimentele gegevens gestaafd in bijlage C, paragraaf C.1. Ze betekent dat alle fracties  $f_k$  identiek zijn en leidt dus tot een constante *fractie*  $f$ .

### Gevolg 6.1

$$\forall k : f_k = f. \quad (6.5)$$

Samen met de formules 6.4 en 6.3 volgt er

$$S_{i,k} + f S_{e,k} = f (2 S_{i,k} + S_{e,k}) = f P_k$$

en bijgevolg

$$S_{i,k} = \frac{f}{1+f} P_k \quad (6.6)$$

$$S_{e,k} = \frac{1-f}{1+f} P_k. \quad (6.7)$$

Het totale aantal netten dat doorgeknipt wordt op niveau  $k$  ( $S_k$ ) wordt dan bepaald door

$$\begin{aligned} S_k &= S_{i,k} + S_{e,k} \\ &= \frac{1}{1+f} P_k. \end{aligned} \quad (6.8)$$

**Opmerking:** Het verband tussen het aantal doorgeknipte verbindingen op een niveau  $k$  ( $S_k$ ) en het aantal nieuwe pinnen als gevolg van het doorknippen ( $P_k$ ) komt overeen met het verband voorgesteld door Donath (zie hoofdstuk 3, blz. 82)

$$S_k = \alpha P_k$$

als we  $\alpha = \frac{1}{1+f}$  kiezen. In de veronderstelling dat alle netten tweepuntsnetten zijn (zoals in de methode van Donath voor het schatten van draadlengten) worden externe netten nooit geknipt aangezien deze slechts met één logisch blok verbonden zijn en dus steeds volledig aan één enkele module kunnen worden toegewezen. Bijgevolg is  $f = 1$  en  $\alpha = \frac{1}{2}$ .

De fractie interne netten  $f$  is niet onafhankelijk van het totale aantal netten  $N$  in de schakeling. In bijlage C, paragraaf C.2, wordt het verband tussen de twee berekend. Het resultaat is

$$f = \frac{N - N_e}{T_b G - N}, \quad (6.9)$$

met  $N_e$  het aantal externe netten (pinnen) van de schakeling,  $T_b$  het gemiddeld aantal aansluitpunten per logisch blok en  $G$  het totale aantal logische blokken in de schakeling. De fractie  $f$  wordt dus bepaald door de verhouding van het totale aantal interne netten tot het totale aantal aansluitpunten in de schakeling zonder de aansluitpunten die een net sturen (één per net). Dit resultaat is onafhankelijk van het al dan niet bestaan van een tweede gebied van Rent. Het aantal externe netten  $N_e$  is dus steeds het werkelijke aantal pinnen en hoeft



niet noodzakelijk gelijk te zijn aan het door de regel van Rent voorspelde aantal  $P = T_b G^r$ ,

Het aantal externe netten per niveau  $N_{e,k}$  is steeds gelijk aan het aantal pinnen<sup>2</sup>

$$N_{e,k} = T_b G 2^{k(r-1)}. \quad (6.10)$$

Het aantal interne netten  $N_{i,k}$  per niveau wordt bepaald door de fractie interne netten  $f$  als (bijlage C, paragraaf C.2)<sup>3</sup>

$$N_{i,k} = \frac{f}{1+f} T_b G \left(1 - 2^{k(r-1)}\right). \quad (6.11)$$

Voor het totale aantal externe netten in de schakeling  $N_e$  en het totale aantal interne netten in de schakeling  $N_i$  volgt onmiddellijk ( $k = K$  en  $G = 2^K$ )

$$N_e = T_b G^r \quad (6.12)$$

$$N_i = \frac{f}{1+f} (T_b G - N_e). \quad (6.13)$$

### 6.1.3 Netgraaddistributie van een schakeling

Wanneer het totale aantal netten van een schakeling gekend is, volgt de fractie interne netten  $f$  uit formule 6.9. De theorie uit vorige paragraaf levert dan ook het aantal interne en externe netten op elk recursieniveau (formules 6.11 en 6.10). In deze paragraaf zoeken we de netgraad van elk van deze netten. Voor het berekenen van de netgraaddistributie zullen we gebruik maken van haar momentgenererende functie, die we de *netgraadgenererende veelterm* zullen noemen.

**Definitie 6.5 (Netgraadgenererende veelterm)** *Een netgraadgenererende veelterm is een veelterm in de variabele  $x$  met als coëfficiënt van elke term  $x^n$  het aantal netten met netgraad  $\nu = n$ .*

We noteren de netgraadgenererende veelterm als  $\mathcal{V}_n = \sum_n d_n x^n$ .

Het voorstellen van de netgraaddistributie door de netgraadgenererende veelterm heeft de volgende welbekende voordelen [SVMVC96b, SVMVC96c] (zie ook bijlage B, paragraaf B.2):

1. De hele verzameling waarden van de netgraaddistributie zit vervat in één enkele uitdrukking.
2. Elk van deze waarden kan gemakkelijk teruggevonden worden door één term van de veelterm te bekijken. Dit kan eenvoudig analytisch gebeuren

<sup>2</sup> Deze formule is enkel geldig in het normale Rent-gebied. In het tweede gebied geldt een gelijkaardige formule (zie bijlage C)

<sup>3</sup> Opnieuw is hier enkel de formule voor het normale Rent-gebied gegeven.

(bijvoorbeeld voor netgraad  $\nu = n$ ) door de veelterm  $n$  keer af te leiden naar  $x$ ,  $x = 0$  te stellen en het resultaat te delen door  $n!$ .

$$d_n = \frac{1}{n!} \left. \frac{d^n \mathcal{V}_n}{dx^n} \right|_{x=0} \quad (6.14)$$

3. Door in de veelterm  $x = 1$  te stellen, bekomt men onmiddellijk het totale aantal netten  $N$ .

$$N = \mathcal{V}_n|_{x=1} \quad (6.15)$$

4. De veelterm één maal afleiden naar  $x$ , daarna  $x$  vervangen door de waarde 1 en het resultaat delen door het totale aantal netten levert onmiddellijk de gemiddelde netgraad  $A$ .

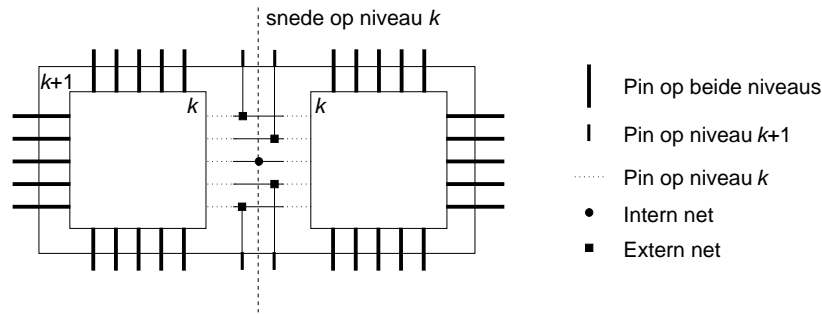
$$A = \frac{1}{N} \left. \frac{d\mathcal{V}_n}{dx} \right|_{x=1} \quad (6.16)$$

In wat volgt proberen we de netgraadgenererende veelterm te vinden op elk niveau van het recursief partitioneerproces.

### Recursieve betrekking voor de netgraadgenererende veelterm

Er is geen algemene uitdrukking bekend voor de netgraaddistributie van een schakeling (we kunnen ze enkel opmeten voor specifieke schakelingen). We kunnen dus niet vertrekken van een gekende netgraaddistributie op het hoogste hiërarchieniveau van de partitionering om de netgraaddistributie op de lagere niveaus te kennen. We kennen echter wel de netgraaddistributie op het allerlaagste niveau ( $k = 0$ ) want op dat niveau bevatten alle modules slechts één logisch blok. De enige netten die dan nog overblijven zijn externe tweepuntsnetten die een aansluitpunt van het blok verbinden met een pin van de module. Daarom opteren we hier voor het van onder af opbouwen van de netgraaddistributie (door een *netgeneratieproces* i.p.v. een partitioneerproces). In paragraaf 6.1.4 wordt de verkregen netgraaddistributie dan vergeleken met experimenteel opgemeten exemplaren en het model geëvalueerd.

Aangezien uit het voorgaande model voor het gedrag van meerpuntsnetten tijdens partitionering blijkt dat interne en externe netten een duidelijk verschillend gedrag vertonen, worden de netgraadgenererende veeltermen voor interne en voor externe netten afzonderlijk behandeld. We noemen de veelterm voor de interne netten behorende bij hiërarchieniveau  $k$   $\mathcal{V}_{n,i}(k)$ , deze voor de externe netten  $\mathcal{V}_{n,e}(k)$ . Hun genormaliseerde versies (representaties van de genormaliseerde netgraaddistributies) worden verder genoteerd als  $\mathcal{W}_{n,i}(k)$  voor interne netten en  $\mathcal{W}_{n,e}(k)$  voor externe netten. Deze veeltermen stellen, voor elke  $n$ , de

Figuur 6.2: Samenvoegen van modules op niveau  $k$ .

kans voor dat een net op niveau  $k$  een netgraad  $\nu = n$  heeft en zijn gedefiniëerd door

$$\mathcal{W}_{n,c}(k) = \frac{\mathcal{V}_{n,c}(k)}{N_{c,k}} \quad c \in \{i, e\}. \quad (6.17)$$

Zoals reeds vermeld werd, kunnen deze veeltermen gevonden worden door een netgeneratieproces te beschouwen dat het duale is van het partitioneerproces. Het kan gemodelleerd worden als het samenvoegen van modules op een bepaald niveau  $k$  tot modules op niveau  $k + 1$  (figuur 6.2) waarbij sommige netten van de twee deulmodules gecombineerd worden tot één nieuw net. Op niveau 0 worden twee modules samengevoegd die elk slechts één logisch blok bevatten. Op dat niveau zijn er geen interne netten (omdat we bij het model van een schakeling verondersteld hebben dat een net niet meer dan één verbinding kan hebben met hetzelfde logisch blok). Alle netten zijn bijgevolg externe tweepuntsnetten die een aansluitpunt van het logisch blok verbinden met een pin van de modules.

Beschouw het netgeneratieproces op niveau  $k$  waar een module op niveau  $k + 1$  gevormd wordt uit twee modules op niveau  $k$ . Veronderstel dat zowel de netgraaddistributie voor interne netten als voor externe netten gekend is voor de beide modules op niveau  $k$ :

- Alle interne netten op niveau  $k$  zijn niet meer bereikbaar op dit ogenblik en zullen ongewijzigd blijven. Alle externe netten op niveau  $k$  zijn enkel nog zichtbaar via hun overeenkomstige modulepinnen.
- De twee modules op niveau  $k$  worden samengevoegd door een aantal verbindingen te leggen tussen twee pinnen (één van elke module). Op die manier worden twee externe netten op niveau  $k$  vervangen door één nieuw net op niveau  $k + 1$ .
- Het nieuwe net kan zowel een intern net zijn (intern op niveau  $k + 1$ ) als een extern net (extern op niveau  $k + 1$ ), zoals weergegeven in de figuur 6.2.

De twee pinnen die door het nieuwe net verbonden zijn, worden verwijderd als het nieuwe net een intern net is en vervangen door één pin op niveau  $k + 1$  als het een extern net betreft.

- In wat volgt, zullen we spreken over de *netgraad van een pin*. We bedoelen hiermee de netgraad van het extern net in de deelmodule (op niveau  $k$ ) die met de pin verbonden is. De twee modules op niveau  $k$  kunnen beschouwd worden als zwarte dozen waarvan we de inhoud niet kennen en waarvan we enkel de buitenkant kunnen zien. Alle pinnen moeten daarom evenwaardig behandeld worden, onafhankelijk van hun netgraad.<sup>4</sup> We gaan dan ook uit van de volgende veronderstelling:

**Veronderstelling 6.2** *Stel dat we voor een verbinding tussen modules  $M_1$  en  $M_2$  een pin gekozen hebben van module  $M_1$ . De keuze van een pin van module  $M_2$  voor het verbinden van de twee modules is statistisch onafhankelijk van de netgraad van de gekozen pin uit module  $M_1$ .*

De pinnen worden in beide modules dus willekeurig gekozen uit de beschikbare pinnen. In bijlage C, paragraaf C.3, gaan we meer in detail op deze veronderstelling in.

- Het aantal nieuwe netten dat door het netgeneratieproces op niveau  $k$  wordt gevormd, bedraagt  $S_{i,k}$  voor interne netten en  $S_{e,k}$  voor externe netten (formules 6.6 en 6.7).
- Netten waarvan de pinnen niet werden gekozen voor samenvoeging blijven onveranderd en de pinnen zelf worden nu een pin op niveau  $k + 1$ .

Als resultaat van het hierboven beschreven netgeneratieproces krijgen we de volgende veranderingen:

- $N_{e,k+1} - S_{e,k}$  externe netten op niveau  $k$  blijven onveranderd en worden externe netten op niveau  $k + 1$ . Hun netgraad wijzigt uiteraard niet. Aangezien de keuze van de netten voor samenvoeging onafhankelijk is van hun netgraad (en dus ook de keuze voor de pinnen die niet voor samenvoeging in aanmerking komen, willekeurig is), blijft de genormaliseerde netgraad-genererende veelterm voor deze netten gelijk aan deze van het niveau  $k$ .
- $2S_{e,k}$  externe netten op niveau  $k$  worden samengevoegd tot  $S_{e,k}$  (nieuwe) externe netten op niveau  $k + 1$ . De netgraad van de nieuwe netten is de som van de netgraden van de netten waaruit ze zijn samengesteld min 1 (één pin werd verwijderd). Aangezien de keuze van de netten voor samenvoeging

---

<sup>4</sup>Dit betekent dat de keuze van een pin met netgraad  $n$  enkel afhangt van het relatieve aantal pinnen met die netgraad op het totale aantal pinnen.

statistisch onafhankelijk is, is de nieuwe genormaliseerde netgraaddistributie de convolutie van de twee genormaliseerde distributies op niveau  $k$  en bijgevolg is de nieuwe netgraadgenererende veelterm het product van de genormaliseerde netgraadgenererende veeltermen op niveau  $k$ . Het verwijderen van een pin vereist het delen van de nieuwe veelterm door  $x$ .

- $2 S_{i,k}$  externe netten op niveau  $k$  worden samengevoegd tot  $S_{i,k}$  (nieuwe) interne netten op niveau  $k + 1$ . De netgraad van de nieuwe netten is de som van de netgraden van de netten waaruit ze zijn samengesteld min 2 (twee pinnen werden verwijderd). Opnieuw is de nieuwe netgraadgenererende veelterm het product van de genormaliseerde netgraadgenererende veeltermen op niveau  $k$ . Het verwijderen van twee pinnen vereist nu het delen van de nieuwe veelterm door  $x^2$ .
- Alle interne netten op niveau  $k$  blijven ongewijzigd en worden interne netten op niveau  $k + 1$ .

Men kan eenvoudig nagaan dat het aantal externe netten dat in hogergenoemde veranderingen betrokken is, voldoet aan

$$N_{e,k+1} + S_{e,k} + 2 S_{i,k} = N_{e,k} \quad (6.18)$$

aangezien

$$N_{e,k} - N_{e,k+1} = P_k = S_{e,k} + 2 S_{i,k}.$$

Het hoger beschreven netgeneratieproces komt tot uiting in de volgende vergelijkingen tussen de netgraadgenererende veeltermen:

$$\mathcal{V}_{n,e}(k+1) = (N_{e,k+1} - S_{e,k}) \mathcal{W}_{n,e}(k) + S_{e,k} \frac{\mathcal{W}_{n,e}^2(k)}{x} \quad (6.19)$$

$$\mathcal{V}_{n,i}(k+1) = \mathcal{V}_{n,i}(k) + S_{i,k} \frac{\mathcal{W}_{n,e}^2(k)}{x^2} \quad (6.20)$$

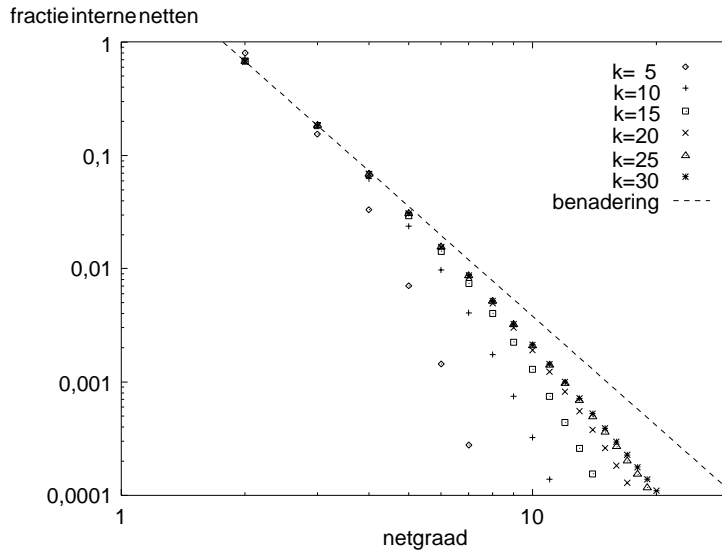
### Netgraaddistributie op elk hiërarchieniveau

Aangezien er op niveau 0 geen interne netten zijn en enkel externe punt-tot-puntverbindingen (want een net kan niet meer dan één verbinding hebben met hetzelfde logisch blok), geldt er

$$\mathcal{V}_{n,i}(0) = 0 \quad (6.21)$$

$$\mathcal{W}_{n,e}(0) = x^2. \quad (6.22)$$

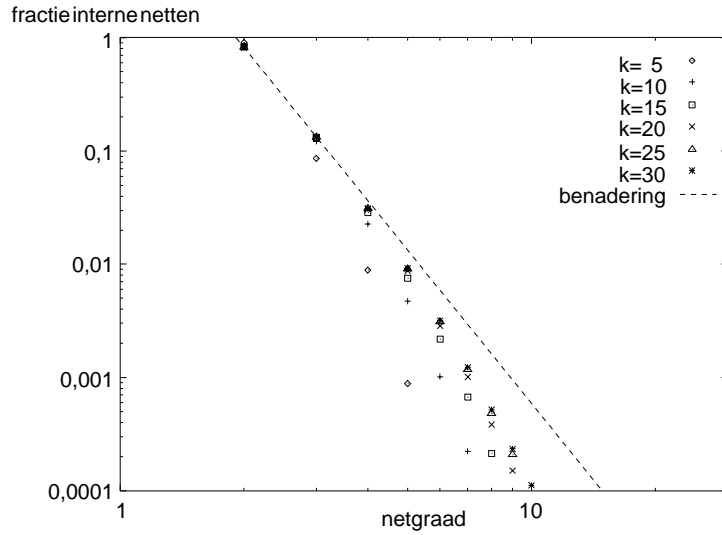
Het oplossen van de recursieve vergelijkingen 6.19 en 6.20, tezamen met formule 6.17 en de startwaarden weergegeven in de formules 6.21 en 6.22, leidt tot de netgraaddistributie op elk niveau  $k$ . Deze distributies zijn afhankelijk



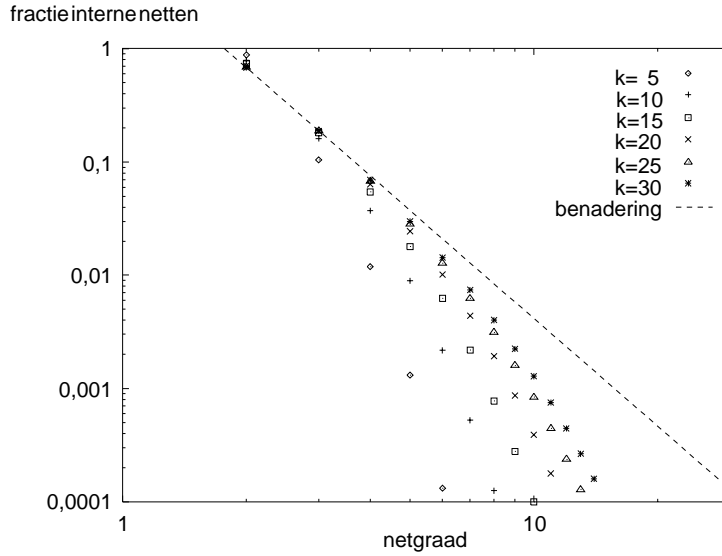
Figuur 6.3: De genormaliseerde interne netgraaddistributie van een schakeling met Rent-exponent  $r = 0,6$  en fractie interne netten  $f = 0,6$ .

van de Rent-exponent  $r$  en de fractie interne netten  $f$ . Een algemene oplossing in gesloten gedaante is moeilijk uit de recursieve vergelijkingen te halen (misschien zelfs onmogelijk). Een numerieke analyse voor typische waarden van de Rent-exponent ( $r = 0,6$ ) en voor de fractie interne netten ( $f = 0,6$ ) (figuur 6.3) toont aan dat de genormaliseerde interne netgraaddistributie een machtsfunctie benadert voor de kleinste waarden van de netgraad  $n$  (zeker voor grote schakelingen, dit is als  $k \gg 1$ ) en snel daalt voor grotere waarden van  $n$ . De figuren voor andere waarden van  $r$  en  $f$  zijn gelijkaardig en leiden tot dezelfde conclusies (zie figuren 6.4 en 6.5, een groter aanbod van dergelijke figuren is terug te vinden in [SK97]).

**Opmerking:** Een vergelijking tussen figuren 6.3 en 6.4 leert dat de macht in de machtsfunctie (de helling van de rechte in de grafiek met dubbel-logaritmische schaal) toeneemt (in absolute waarde) met toenemende  $f$  (de helling is steiler voor hogere fracties). De reden daarvoor is dat netten enkel een hogere netgraad kunnen bereiken (in het netgeneratieproces) door samen te smelten met andere netten. Zeer hoge netgraden vereisen dat twee netten samengevoegd worden én het nieuw gevormde net extern is zodat het op een hoger niveau voor verdere samenvoeging in aanmerking komt. Voor een hoge fractie interne netten  $f$  zijn echter bijna alle gegenereerde netten intern. De kans dat een net samengevoegd wordt én extern blijft in



Figuur 6.4: De genormaliseerde interne netgraaddistributie van een schakeling met Rent-exponent  $r = 0,6$  en fractie interne netten  $f = 0,8$ .



Figuur 6.5: De genormaliseerde interne netgraaddistributie van een schakeling met Rent-exponent  $r = 0,8$  en fractie interne netten  $f = 0,6$ .

verschillende recursieniveaus is derhalve klein. Bijgevolg zijn er relatief minder netten met hoge netgraad. Bovendien zorgt een hoge fractie interne netten  $f$  ervoor dat er minder netten samengevoegd worden op elk hiërarchieniveau<sup>5</sup> omdat interne netten twee pinnen gebruiken in plaats van slechts één (formule 6.3) terwijl het aantal te gebruiken pinnen vastgelegd wordt door de regel van Rent (en dus vast blijft). Het aantal aansluitpunten dat ongewijzigd naar een hoger niveau opschuift is daarom hoger met een lagere netgraad tot gevolg. In de uiterste gevallen ( $f = 0$ , respectievelijk  $f = 1$ ) zal de schakeling geen interne netten hebben (en dus veel netten met hoge netgraad) resp. geen externe netten<sup>6</sup> (en dus veel interne netten die allemaal netgraad 2 hebben).

Voor complexe schakelingen (hoge Rent-exponent  $r$ ) blijkt de netgraad ook iets kleiner te zijn (vergelijk figuren 6.3 en 6.5). De reden hiervoor moet gezocht worden in het feit dat, wanneer  $r$  naar 1 nadert, het aantal pinnen (bijna) lineair toeneemt met het aantal blokken in de module. Bijna alle pinnen op niveau  $k$  moeten dan ook pinnen blijven op niveau  $k + 1$ . Aangezien het samenvoegen van netten het verwijderen van minstens één pin met zich meebrengt, kunnen bijna geen netten samengevoegd worden en de netgraad blijft bijgevolg laag.

Uit het voorgaande kunnen we besluiten dat we de netgraaddistributie, zeker voor grote schakelingen, kunnen benaderen door een machtsfunctie (een rechte in een dubbel-logaritmisch diagram). Een dergelijke distributie is volledig gekarakteriseerd door twee van haar punten. In bijlage C, paragraaf C.4, worden de recursieve vergelijkingen 6.19 en 6.20 geëvalueerd voor  $n = 2$  en  $n = 3$ . De benaderde netgraaddistributie wordt dan gegeven (voor elk niveau  $k$ ) door  $d_{n,k} = a_k n^{b_k}$  met  $a_k$  en  $b_k$  berekend uit de werkelijke waarde van de distributie voor  $n = 2$  en  $n = 3$  (genoteerd als  $d_{2,k}$  en  $d_{3,k}$ ):

$$b_k = \frac{\log(d_{3,k}/d_{2,k})}{\log(3/2)} \quad (6.23)$$

$$a_k = d_{2,k} 2^{-b_k} \quad (6.24)$$

---

<sup>5</sup>Merk op dat het totale aantal netten in de schakeling weliswaar hoger zal liggen omdat, eens een net intern is, het onveranderd blijft op elk niveau dat nog moet komen. Het aantal netten dat gecombineerd wordt op één niveau is dus wel lager maar het zijn allemaal nieuwe netten (samengesteld uit aansluitpunten die nog niet verbonden waren) in plaats van combinaties van oude netten.

<sup>6</sup>De schakeling heeft uiteraard steeds zoveel externe netten als er pinnen zijn. Wanneer  $f = 1$  kunnen deze netten echter enkel tweepuntsnetten zijn die een nog niet verbonden aansluitpunt van een logisch blok met een pin verbinden.



met (zie bijlage C, paragraaf C.4)

$$d_{2,k} = g(r, f, T_b, G) \frac{1 - y_2^k}{1 - y_2} \quad (6.25)$$

$$\frac{d_{3,k}}{d_{2,k}} = \frac{2}{y} \left( 1 - \frac{(1 - y_3^k)(1 - y_2)}{(1 - y_2^k)(1 - y_3)} \right) \quad (6.26)$$

en

$$g(r, f, T_b, G) = \frac{f}{1 + f} T_b G (1 - R(r)) \quad (6.27)$$

$$y = \frac{2R(r) - (1 - f)}{(1 + f)R(r)} \quad (6.28)$$

$$y_2 = \frac{(2R(r) - (1 - f))^2}{(1 + f)^2 R(r)} \quad (6.29)$$

$$y_3 = \frac{(2R(r) - (1 - f))^3}{(1 + f)^3 R^2(r)} \quad (6.30)$$

$$R(r) = 2^{r-1}. \quad (6.31)$$

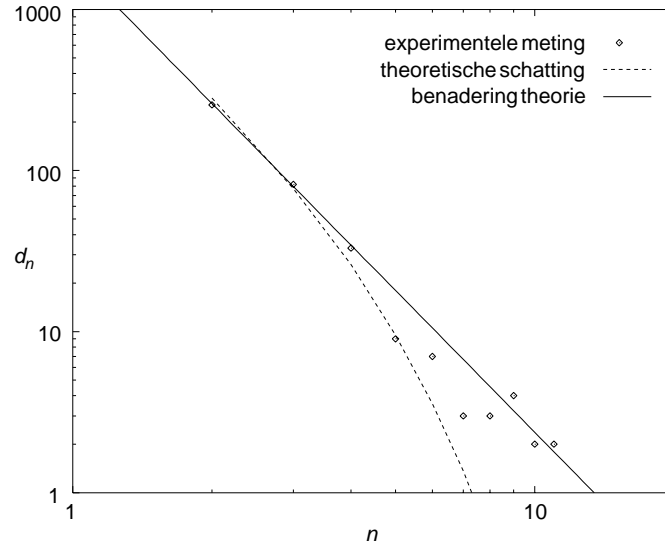
Deze benadering werd eveneens weergegeven op de figuren 6.3 tot 6.5 en ze lijkt zeker op te gaan voor grote schakelingen (hoe groter de schakeling, des te beter is de benadering) en voor kleine waarden van de netgraad. Daar het algemeen geweten is dat, in normale schakelingen, meer dan 75% van de netten twee- en driepuntsnetten zijn [KO90] en dat ook de meeste andere netten geen al te hoge netgraad bezitten, kunnen we met recht en reden stellen dat de benadering voldoet voor het gros van de netten. Voor grote schakelingen kan deze benadering vereenvoudigd worden door de limiet te nemen voor  $k \rightarrow \infty$ . In de formules 6.23 en 6.24 worden  $d_{2,k}$  en  $d_{3,k}$  gesubstitueerd door  $d_{2,\infty}$  en  $d_{3,\infty}$  en geldt verder

$$d_{2,\infty} = \frac{g(r, f, T_b, G)}{1 - y_2} \quad (6.32)$$

$$\frac{d_{3,\infty}}{d_{2,\infty}} = \frac{2}{y} \frac{y_2 - y_3}{1 - y_3} \quad (6.33)$$

Ondanks het feit dat we geen exacte uitdrukking hebben voor de netgraad-genererende veeltermen, kunnen we toch op eenvoudige wijze de gemiddelde netgraad op elk hiërarchieniveau berekenen. Dit wordt in detail uitgewerkt in bijlage C, paragraaf C.5, en leidt tot de volgende formules voor de gemiddelde externe ( $A_{e,k}$ ), interne ( $A_{i,k}$ ) en totale ( $A_k$ ) netgraad op een niveau  $k$

$$A_{e,k} = 1 + \left( \frac{2}{1 + f} (f + (1 - f) 2^{-r}) \right)^k \quad (6.34)$$



Figuur 6.6: De opgemeten netgraaddistributie en de theoretisch voorspelde netgraaddistributie voor de ISCAS89-referentieschakeling ‘s953’.

$$A_{i,k} = \frac{(f 2^r + 1 - f)^k - (1 + f)^k}{(2^k (r-1) - 1) f (1 + f)^{k-1}} \quad (6.35)$$

$$A_k = \frac{N_{i,k} A_{i,k} + N_{e,k} A_{e,k}}{N_{i,k} + N_{e,k}} \quad (6.36)$$

$$= \frac{(f + 1) (2^k (r-1) + 1)}{2^k (r-1) + f}. \quad (6.37)$$

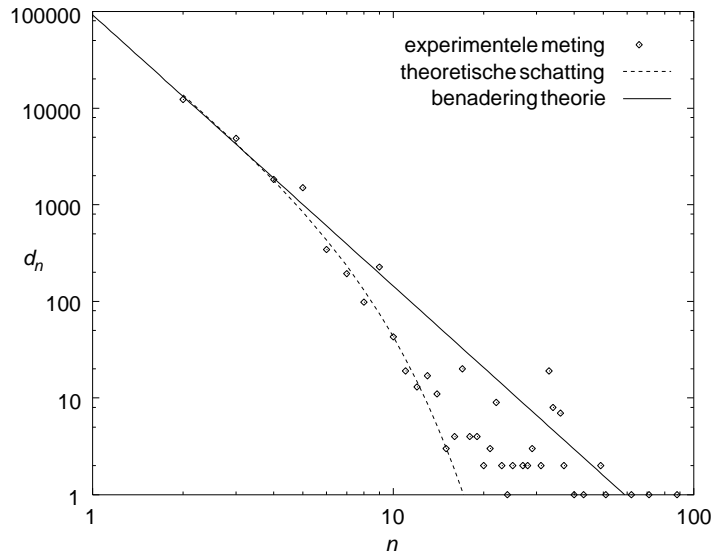
Door gebruik te maken van de formule 6.9 voor  $f$ , verkrijgen we voor de gemiddelde netgraad van de volledige schakeling ( $k = K$  en  $G = 2^K$ )

$$A = \frac{T_b G + T_b G^r}{N}. \quad (6.38)$$

Inderdaad, de totale gemiddelde netgraad van de schakeling moet gelijk zijn aan het totale aantal aansluitpunten van alle elementaire blokken samen ( $T_b G$  aansluitpunten van de logische blokken en  $T_b G^r$  pinnen) gedeeld door het totale aantal netten.

#### 6.1.4 Resultaten

Uit ons nieuw theoretisch model voor het gedrag van meerpuntnetten bij partitionering hebben we een recursieve betrekking gevonden waaruit we een benaderde netgraaddistributie konden berekenen. Om deze theoretische schatting



Figuur 6.7: De opgemeten netgraaddistributie en de theoretisch voorspelde netgraaddistributie voor de referentieschakeling ‘industry3’.

van de netgraaddistributie te evalueren, vergelijken we deze met de opgemeten netgraaddistributie van referentieschakelingen. In figuren 6.6 en 6.7 is deze vergelijking gemaakt voor twee referentieschakelingen: ‘s953’ en ‘industry3’. De kenmerkende parameters van deze schakelingen zijn terug te vinden in de tabellen A.2 en A.4 (bijlage A, blzn. 244 en 246). De Rent-exponent werd geschat door het zoeken van een best passende rechte aan de gegevens gegenereerd door het partitioneerprogramma ‘ratiocut’ (zie bijlage A, paragraaf A.2, tabellen A.6 en A.8 op blzn. 254 en 255). De fractie interne netten  $f$  werd geschat door gebruik te maken van formule 6.9 en de metingen van het aantal netten  $N$  en het aantal pinnen  $P = I + O$  (aantal primaire in- en uitgangen) van de referentieschakelingen. Op figuren 6.6 en 6.7 is overduidelijk te zien dat de werkelijk opgemeten netgraaddistributie voor de interne netten en de theoretisch voorspelde distributie hetzelfde verloop vertonen in functie van de netgraad  $n$  en er een goede correlatie is tussen beide distributies. Deze goede overeenkomst werd bij nagenoeg alle referentieschakelingen opgemerkt [SK97].

Uit de figuren 6.6 en 6.7 blijkt ook dat de benadering van de theoretische distributie door een machtsfunctie vrij goed bij de experimentele gegevens past, zeker voor de grotere schakelingen. We kunnen hieruit besluiten dat het netgeneratieproces dat in deze paragraaf werd voorgesteld vermoedelijk het werkelijke gedrag van meerpuntsnetten tijdens de partitionering beschrijft.

**Opmerking:** Merk hierbij op dat men zich niet mag blindstaren op het schijnbare overschot aan netten met hoge netgraad in sommige van de opgemeten netgraaddistributies. Men moet steeds voor ogen houden dat de netgraaddistributie een zeer snel dalende functie is van de netgraad. Vanaf een bepaalde netgraad  $n$  (over het algemeen reeds vanaf  $n = 10$ ) is de kans dat er een net met dergelijke netgraad voorkomt uiterst klein. De discrete randeffecten (een net is er nu eenmaal volledig ofwel helemaal niet) worden dan zodanig groot dat hieraan weinig conclusies kunnen worden verbonden. Door het feit dat voor hoge netgraden het aantal netten normaal gezien daalt onder 1, zijn heel wat punten in de opgemeten netgraaddistributie 0. in het dubbel-logaritmisch diagram zouden deze punten terug te vinden zijn op  $-\infty$ . Deze punten domineren dan ook eigenlijk de netgraaddistributie op deze plaats (ook al is dat op de figuur niet te zien). Deze anomalie kan wel gevolgen hebben wanneer we draadlengteschattingen berekenen. Zo hebben we in hoofdstuk 4 opgemerkt dat de experimenteel bepaalde gemiddelde draadlengte voor heel wat referentieschakelingen hoger lag dan we op basis van de theorie voorspelden omdat netten met zeer hoge netgraad steeds aanleiding geven tot zeer lange draden die, alhoewel hun aantal niet zeer groot is, toch een belangrijke invloed hebben op de gemiddelde draadlengte. Het optreden van heel wat netten met bijzonder hoge netgraad in sommige ISCAS89-referentieschakelingen is ook in ons model voor meerpuntsnetten duidelijk een anomalie. Meer onderzoek naar dit verschijnsel is nodig om uitsluitsel te geven over het feit of deze anomalie enkel het gevolg is van een abnormaal gedrag van de ISCAS89-referentieschakelingen, dan wel of het een fenomeen is waaraan een logische verklaring kan gehecht worden en dat ‘normaal’ is in schakelingen, door de manier waarop wij schakelingen ontwerpen, bijvoorbeeld. In dit laatste geval moet ons model voor meerpuntsnetten verder uitgebreid worden met een tweede gebied (vergelijk met het tweede gebied van Rent).

Voor de volledigheid, geven we de resultaten van de experimenten op de andere referentieschakelingen in gecomprimeerde vorm (door enkel twee parameters te beschouwen) in de tabellen 6.1, 6.2, 6.3 en 6.4. In deze tabellen wordt voor de verschillende referentieschakelingen de (door een programma geschatte)<sup>7</sup> helling van de opgemeten netgraaddistributie  $b_g$  vergeleken met de

---

<sup>7</sup>De schatting gebeurde door een rechte te fitten aan de gegevens op basis van de methode van de kleinste kwadraten, na omzetting naar het logaritmisch domein (alsof ze in een dubbel-logaritmisch diagram werden uitgezet). Enkel de punten van de distributie die niet nul zijn werden in rekening gebracht voor de schatting van de helling omdat punten met waarde nul een singulariteit geven.

Naam	$N$	$f$	$b_g$	$b_t$	$\epsilon_b$	$d_{2,t}$	$d_{2,g}$	$\epsilon_d$
c17	11	0,571	-0,00	-3,16	?100	39,1	18,2	54
c432	196	0,510	-2,47	-2,88	14	52,9	51,0	3
c499	243	0,463	-1,17	-2,74	*57	47,0	59,3	-26
c880	443	0,534	-3,19	-2,96	-8	55,3	62,8	-14
c1355	587	0,502	-2,06	-2,81	*27	55,9	49,1	12
c1908	913	0,584	-3,05	-3,10	2	63,5	55,2	13
c2670	1350	0,588	-2,95	-3,12	5	59,6	54,1	9
c3540	1719	0,570	-3,16	-3,08	-3	63,8	64,8	-2
c5315	2485	0,519	-2,98	-2,87	-4	57,1	60,4	-6
c6288	2448	0,500	-0,94	-2,88	?67	60,4	39,2	35
c7552	3718	0,573	-3,27	-3,08	-6	62,1	58,7	6
c432nr	193	0,517	-2,57	-2,90	11	53,1	50,3	5
c499nr	243	0,396	-1,24	-2,56	*52	43,3	59,3	-37
c1355nr	587	0,474	-2,17	-2,72	20	54,2	49,1	9
c1908nr	911	0,586	-3,02	-3,12	3	63,7	55,2	13
c2670nr	1118	0,605	-3,44	-3,17	-9	59,2	54,6	8
c3540nr	1670	0,584	-3,16	-3,15	-0	64,7	67,8	-5
c5315nr	2476	0,527	-3,15	-2,88	-9	57,5	60,4	-5
c6288nr	2431	0,502	-0,99	-2,90	?66	60,6	39,5	35
c7552nr	3603	0,581	-3,25	-3,11	-4	62,5	60,1	4

Tabel 6.1: De netgraaddistributie van de ISCAS85-referentieschakelingen: vergelijking tussen opgemeten (index  $g$ ) en theoretisch voorspelde waarden (index  $t$ ) van de helling  $b$  en de fractie tweepuntsnetten  $d_2/N$  (in %).

Naam	$N$	$f$	$b_g$	$b_t$	$\epsilon_b$	$d_{2,t}$	$d_{2,g}$	$\epsilon_d$
s27	17	0,706	-2,96	-3,86	23	62,4	47,1	25
s208.1	122	0,620	-2,69	-3,40	21	65,7	68,9	-5
s298	136	0,498	-2,31	-2,98	22	59,4	68,4	-15
s386	172	0,457	-2,43	-2,78	13	55,9	80,2	-44
s344	184	0,596	-2,84	-3,28	13	63,3	72,8	-15
s349	185	0,591	-2,60	-3,26	20	63,0	72,4	-15
s382	182	0,534	-2,44	-3,10	21	62,3	68,1	-9
s444	205	0,530	-2,73	-3,12	13	62,5	63,9	-2
s526	217	0,449	-2,11	-2,79	24	57,3	71,0	-24
s526n	218	0,451	-2,13	-2,82	25	57,6	71,1	-23
s510	236	0,511	-2,54	-2,87	11	57,3	61,0	-7
s420.1	252	0,612	-2,59	-3,36	23	65,7	69,8	-6
s832	310	0,361	-2,11	-2,57	18	49,3	81,0	-64
s820	312	0,370	-1,93	-2,57	25	49,6	81,1	-63
s641	433	0,715	-2,93	-3,78	23	69,4	73,4	-6
s713	447	0,677	-3,01	-3,54	15	67,0	69,1	-3
s953	440	0,530	-3,06	-2,92	-5	59,3	58,2	2
s838.1	512	0,608	-2,64	-3,32	21	65,7	70,3	-7
s1238	540	0,490	-2,94	-2,80	-5	58,4	66,9	-15
s1196	561	0,526	-2,78	-2,92	5	60,7	69,9	-15
s1494	661	0,456	-2,23	-2,74	19	57,2	85,6	-50
s1488	667	0,462	-2,20	-2,75	20	57,5	85,8	-49
s1423	748	0,595	-3,24	-3,23	-0	66,2	73,0	-10
s5378	2993	0,668	-3,79	-3,50	-8	70,8	68,6	3
s9234.1	5844	0,708	-3,02	-3,74	19	74,4	81,6	-10
s13207.1	8651	0,719	-2,78	-3,80	*27	74,6	83,5	-12
s15850.1	10383	0,720	-2,91	-3,80	*24	74,8	83,5	-12
s35932	17828	0,583	-1,79	-3,73	*52	65,4	70,1	-7
s38584.1	20717	0,597	-2,73	-3,11	12	66,7	79,3	-19
s38417	23843	0,705	-2,70	-3,20	16	74,5	80,3	-8

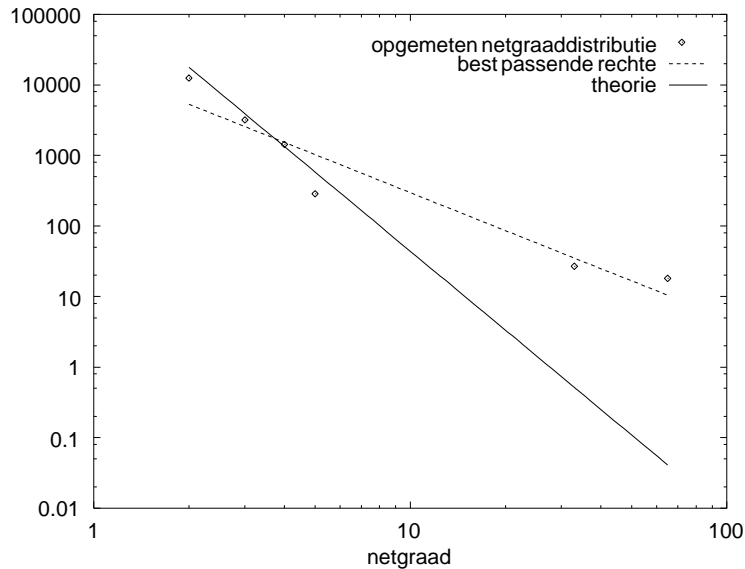
Tabel 6.2: De netgraaddistributie van de ISCAS89-referentieschakelingen: vergelijking tussen opgemeten (index  $g$ ) en theoretisch voorspelde waarden (index  $t$ ) van de helling  $b$  en de fractie tweepuntsnetten  $d_2/N$  (in %).

Naam	$N$	$f$	$b_g$	$b_t$	$\epsilon_b$	$d_{2,t}$	$d_{2,g}$	$\epsilon_d$
s208.1.out	51	0,354	-2,16	-2,69	*20	46,1	56,9	-24
s298.out	74	0,339	-3,14	-2,74	-15	49,5	70,3	-42
s349.out	93	0,323	-2,32	-2,52	8	43,8	57,0	-30
s344.out	97	0,313	-2,37	-2,60	9	44,3	55,7	-26
s420.1.out	111	0,336	-2,03	-2,60	*22	46,6	53,2	-14
s382.out	97	0,330	-2,04	-2,69	24	50,1	62,9	-26
s838.1.out	233	0,325	-1,47	-2,51	*42	46,4	52,4	-13
s1196.out	341	0,295	-2,92	-2,48	-18	47,7	63,3	-33
s1238.out	353	0,290	-3,09	-2,43	-27	47,3	64,9	-37
s1423.out	364	0,324	-2,51	-2,55	1	50,2	50,5	-1
s1488.out	361	0,278	-3,09	-2,51	-23	47,6	84,8	-78
s1494.out	366	0,278	-3,20	-2,56	-25	48,0	85,0	-77

Tabel 6.3: De netgraaddistributie van de aangepaste ISCAS89-referentieschakelingen: vergelijking tussen opgemeten (index  $g$ ) en theoretisch voorspelde waarden (index  $t$ ) van de helling  $b$  en de fractie tweepuntsnetten  $d_2/N$  (in %).

Naam	$N$	$f$	$b_g$	$b_t$	$\epsilon_b$	$d_{2,t}$	$d_{2,g}$	$\epsilon_d$
clique16	120	1,000	-0,00	-0,00	0	100,0	100,0	0
IC67	138	0,290	-1,28	-2,36	*46	33,8	21,7	36
fract	147	0,423	-2,25	-2,71	17	50,3	34,7	31
baluP	735	0,354	-2,82	-2,53	-12	48,0	57,4	-20
p1	902	0,424	-2,68	-2,65	-1	52,2	47,1	10
bml	903	0,424	-2,68	-2,69	0	52,2	47,1	10
t4	1658	0,381	-2,76	-2,56	-8	53,8	62,4	-16
t3	1618	0,380	-2,70	-2,56	-5	53,0	61,8	-17
t2	1720	0,310	-2,76	-2,51	-10	48,8	64,1	-31
t6	1641	0,321	-2,72	-2,46	-11	50,1	72,2	-44
t5	2750	0,372	-2,72	-2,54	-7	53,3	65,0	-22
19ks	3282	0,440	-2,68	-2,66	-1	55,8	68,7	-23
p2	3029	0,362	-2,68	-2,47	-8	51,7	58,5	-13
biomedP	5742	0,371	-2,86	-2,56	-12	53,7	69,1	-29
industry2	13419	0,377	-2,48	-2,50	1	52,6	67,9	-29
industry3	21923	0,496	-2,97	-2,80	-6	60,1	56,1	7

Tabel 6.4: De netgraaddistributie van de overige referentieschakelingen: vergelijking tussen opgemeten (index  $g$ ) en theoretisch voorspelde waarden (index  $t$ ) van de helling  $b$  en de fractie tweepuntsnetten  $d_2/N$  (in %).



Figuur 6.8: De opgemeten netgraaddistributie en de theoretisch voorspelde netgraaddistributie voor de ISCAS89-referentieschakeling ‘s35932’.

theoretische waarde  $b_t$ , berekend uit formule 6.23 op basis van de geschatte parameter  $f$  (formule 6.9). De procentuele afwijking  $\epsilon_b = (b_t - b_g) / b_t$  van de experimenteel bepaalde waarde t.o.v. de theoretisch voorspelde waarde werd eveneens afgedrukt. Voor de meeste referentieschakelingen (53 op 79 schakelingen, ongeveer 2/3) blijft de afwijking (in absolute waarde) beneden de 20%. Gelet op de gevoeligheid van deze parameter aan variaties van de individuele punten uit de distributie (vooral door het kleine aantal punten), is de overeenkomst vrij goed te noemen. In ieder geval blijkt de opgemeten helling op dezelfde manier te schalen als de theoretisch berekende helling. Uit de tabellen blijkt dat de helling gemiddeld ongeveer  $-3$  bedraagt en varieert tussen  $-2,5$  en  $-3,5$  behoudens een beperkt aantal uitzonderingen. Voor sommige schakelingen is de theoretische helling veel steiler dan deze geschat uit de experimentele gegevens. Dit is een gevolg van het feit dat deze schakelingen een aantal ‘uitzonderingspunten’ bevatten met zeer hoge netgraad die het algemene verloop van de netgraaddistributie niet volgen. Deze anomalie in de referentieschakelingen speelde ons ook parten bij de bespreking van de resultaten in hoofdstuk 4. Nochtans blijkt ook voor deze schakelingen de theoretische netgraaddistributie ‘op het zicht’ veel beter aan te sluiten bij de opgemeten distributie dan de gegevens in de tabel laten vermoeden. Een mooi voorbeeld daarvan is weergegeven in figuur 6.8. Andere referentieschakelingen waar hetzelfde fenomeen optreedt zijn aangeduid met een ‘\*’ in de tabellen (kolom voor  $\epsilon_b$ ). Drie referen-



tieschakelingen hebben een netgraaddistributie die niet te rijmen valt met de theorie (deze schakelingen werden aangeduid met een ‘?’ in de tabellen): ‘c17’ is veel te klein om er veel aandacht aan te schenken. De schakelingen ‘c6288’ en ‘c6288nr’ zijn gelijkaardig en vertonen een veel vlakkere netgraaddistributie dan onze theorie voorspelt (de schakeling heeft enkel 960 tweepuntsnetten, 944 driepuntsnetten en 480 vierpuntsnetten). De reden voor deze abnormale netgraaddistributie is ons vooralsnog niet bekend. Merk op dat voor alle andere referentieschakelingen (dus zonder ‘\*’ of ‘?’) de afwijking tussen experiment en theorie minder dan 30% bedraagt wat als goed kan beschouwd worden.

Ook een vergelijking tussen het theoretische ( $d_{2,t}$ ) en werkelijke ( $d_{2,g}$ ) aantal tweepuntsnetten geeft een relatief bevredigend resultaat. In de tabellen 6.1, 6.2, 6.3 en 6.4 is het procentuele aandeel tweepuntsnetten weergegeven volgens de theorie ( $d_{2,t}/N$ ) en volgens de opgemeten waarden ( $d_{2,g}/N$ ),  $\epsilon_d$  is de procentuele afwijking van  $d_{2,g}$  t.o.v.  $d_{2,t}$  ( $\epsilon_d = (d_{2,t} - d_{2,g})/d_{2,t}$ ). Door vrij grote verschuivingen in het aantal twee- en driepuntsnetten in sommige schakelingen, is er soms een grote afwijking tussen de theoretische en de experimenteel opgemeten waarden, alhoewel het globale verloop van de opgemeten netgraaddistributie de theoretische voorspelling redelijk goed volgt. Men moet dan ook bij de interpretatie van de resultaten uit de tabellen steeds rekening houden met het feit dat het moeilijk is conclusies te hechten aan een vergelijking van enkel twee parameters van de distributie zonder een volledig beeld te hebben. De figuren 6.6, 6.7 en 6.8 geven dan ook een veel beter beeld van de overeenkomsten en verschillen tussen de theoretische en de opgemeten distributies. Een grotere selectie van dergelijke figuren is te vinden in [SK97]. Wel valt op te merken dat, in de opgemeten netgraaddistributie van heel wat referentieschakelingen, het aantal tweepuntsnetten hoger ligt dan de aan de gegevens gepaste rechte laat vermoeden. Dit verklaart het feit dat ook de theorie het aantal tweepuntsnetten vaker onderschat dan overschat (zie tabellen: de relatieve afwijking is vaker negatief dan positief). Het is echter niet duidelijk wat hiervoor de oorzaak is. Het feit dat dit fenomeen zeer duidelijk aanwezig is bij de ISCAS89-referentieschakelingen maar helemaal niet bij de ISCAS85-referentieschakelingen zou erop kunnen wijzen dat de aanwezigheid van geheuelementen (flipflops) er iets mee te maken heeft. Enkel een meer doorgedreven onderzoek kan hierover uitsluitsel geven.

We kunnen uit dit alles besluiten dat de experimenten het theoretische model voor het gedrag van meerpuntsnetten ondersteunen en dat de benadering van de netgraaddistributie als machtsfunctie waarvan de macht (helling) en de voorfactor bepaald worden door de fractie interne netten  $f$  zonder al te grote fout kan gebruikt worden als benadering van de werkelijke netgraaddistributie. Voor het opstellen van een theoretisch model voor schakelingen is dit het belangrijkste resultaat. Op basis van een theoretisch model hebben

we een bruikbare uitdrukking voor de netgraaddistributie gevonden. Deze uitdrukking steunt volledig op één nieuwe parameter (de fractie  $f$ ) maar voor het berekenen van deze parameter is geen extra informatie of extra procedurestap nodig. De fractie  $f$  kan onmiddellijk bepaald worden uit gekende parameters via formule 6.9. Deze theoretische basis biedt heel wat mogelijkheden voor het in rekening brengen van meerpuntsnetten, b.v. voor het schatten van draadlengten. We komen hier in paragraaf 6.3 op terug. Maar eerst bespreken we een minstens even belangrijke toepassing van het nieuwe model, namelijk het genereren van synthetische referentieschakelingen.

## 6.2 Synthetische referentieschakelingen

Het in vorige paragraaf uitgewerkte model laat ons toe synthetische referentieschakelingen te ontwerpen met vergelijkbare karakteristieken als échte referentieschakelingen. Aangezien iedereen in de CAD-wereld het erover eens is dat er een groot tekort is aan goede referentieschakelingen, kan dit een belangrijke bijdrage betekenen voor verder onderzoekswerk, zowel voor het evalueren van nieuwe CAD-programmatuur als voor het evalueren van nieuwe computerarchitecturen. Na een inleiding over het belang van gegenereerde synthetische referentieschakelingen, bespreken we dan ook een methode voor het genereren van referentieschakelingen op basis van het in de eerste paragraaf ontwikkelde model voor meerpuntsnetten.

### 6.2.1 Inleiding

In hoofdstuk 1 hebben we reeds het belang van verder onderzoek op ontwerpmethoden en CAD-programmatuur onderstreept om een betere lay-out van onze computersystemen te verkrijgen. Nieuwe algoritmen voor partitionering, plaatsing en routing moeten echter grondig geëvalueerd kunnen worden. Van cruciaal belang daarbij is de beschikbaarheid van een uitgebreide verzameling van ‘goede’ voorbeeldschakelingen of *referentieschakelingen*. De referentieschakelingen moeten typevoorbeelden zijn van de schakelingen waarvoor de CAD-programmatuur ontworpen wordt. Aangezien het aantal mogelijke schakelingen ontzettend groot is, moet de verzameling van referentieschakelingen ook voldoende groot zijn om een zo volledig mogelijk beeld te krijgen van de te verwachten prestaties van de algoritmen.

“Benchmarking of partitioning approaches (as of other classes of design problems) urgently needs to be improved. In particular, huge problem instances are needed to demonstrate the power of solution methods.”

**F. M. Johannes ([Joh96], p.83)**

Ook voor de ontwikkeling en evaluatie van nieuwe computerarchitecturen is het van belang schattingen te kunnen maken van belangrijke parameters zoals de te verwachten draadlengte, kloksnelheid, oppervlakte-inname in chips, . . . De nauwkeurigheid van de schattingen moet worden nagegaan om vertrouwen te krijgen in de voorspellingen. Over het algemeen worden ‘typische’ referentieschakelingen in de doelarchitectuur geïmplementeerd (vaak theoretisch, d.m.v. simulaties) en de opgemeten parameters vergeleken met de voorspelde. Een grondige evaluatie vereist ook hier een uitgebreide verzameling van betrouwbare referentieschakelingen.

Het aantal referentieschakelingen dat op de dag van vandaag in de onderzoekscentra en universiteiten wordt gebruikt, is vrij klein. Bovendien bevatten deze referentieschakelingen vaak te weinig logische blokken om bruikbaar te zijn voor de complexe programma’s en architecturen die men wil evalueren. Een groot aantal nieuwe referentieschakelingen is noodzakelijk en verschillende onderzoeksgroepen stellen dan ook allerlei schakelingen als referentieschakelingen voor [Alp, CBLa, CBLb, DD96, GB96, HGRC96, HRC97, GKHB98]. Het gebrek aan voldoende goede referentieschakelingen kan opgevangen worden als men erin zou slagen schakelingen te genereren op een snelle en controleerbare manier. Ghosh en Brglez [GB96, GKHB98] stellen voor referentieschakelingen te genereren door ‘mutaties’ van bestaande schakelingen die eenzelfde ‘signatuur’ hebben. Een gelijkaardige methode gebaseerd op het ‘klonen’ van schakelingen werd ontwikkeld door Hutton e.a. [HGRC96, HRC97]. Beide methoden vertrekken in principe nog steeds van bestaande referentieschakelingen en zijn daarom nog relatief beperkt in hun mogelijkheden. Het genereren van volledig nieuwe referentieschakelingen blijft wenselijk. Het grote probleem van synthetische generatie van referentieschakelingen is natuurlijk de eis dat deze referentieschakelingen goede vertegenwoordigers zijn van reële schakelingen. In wat volgt proberen we deze eis om te zetten in bruikbare voorwaarden.

Partitionering, plaatsing en routing, zowel als parameterextractie (van draadlengten, oppervlakte-inname, kloksnelheid, . . .) veronderstellen het beschikbaar zijn van de zogenaamde *partitioneerinformatie*: aantal blokken in de schakeling, aantal aansluitpunten per logisch blok met hun eigenheid (ingangen dan wel uitgangen), netlijst en de bindingsstructuur. We moeten dus schakelingen (of het nu ‘reële’ dan wel gegeneerde schakelingen zijn) karakteriseren op basis van deze informatie. De belangrijkste parameter is de verbindings-

complexiteit van de schakeling. Ze wordt weergegeven door de Rent-exponent enerzijds en de bindingsstructuur anderzijds. De Rent-exponent werd uitvoerig besproken in hoofdstuk 2. Het is zo'n belangrijke en algemeen aanvaarde grootheid in schakelingen dat het niet meer dan logisch is het Rent-gedrag op te leggen aan gegenereerde schakelingen als een noodzakelijke voorwaarde. Een andere belangrijke parameter is de netgraad van de netten. We hebben er vroeger in deze tekst reeds op gewezen dat meer dan 75% van de netten in echte schakelingen twee- en driepuntsnetten zijn [KO90]. In de vorige paragraaf heeft onze meer uitgebreide studie aangetoond dat de netgraaddistributie een machtsfunctie volgt [SK97, SK98]. Naast het opleggen van een vaste Rent-exponent aan de gegenereerde schakelingen zullen we in wat volgt ook een machtsdistributie als netgraaddistributie nastreven. Deze twee eisen zijn noodzakelijke voorwaarden opdat de gegenereerde schakelingen waardige vertegenwoordigers zouden kunnen zijn van reële schakelingen.

Een eerste poging om volledig nieuwe schakelingen te genereren werd ondernomen door Darnauer and Dai [DD96]. Hun programma, `rmc`<sup>8</sup> genoemd, genereert willekeurige schakelingen met een opgegeven aantal primaire in- en uitgangen, logische blokken, aansluitpunten per logisch blok en gewenste Rent-exponent. Deze Rent-exponent wordt beschouwd als een doelwaarde waar het programma naar streeft. Er is echter geen garantie dat het doel ook effectief bereikt wordt. De gegenereerde referentieschakelingen volgen gemiddeld gezien wel de regel van Rent maar er blijven afwijkingen t.o.v. het Rent-gedrag mogelijk. Een belangrijker nadeel van de methode van Darnauer en Dai is dat de netgraad van de netten over het algemeen te hoog is in vergelijking met reële schakelingen. De netgraaddistributie volgt niet noodzakelijk een machtswet en er is vaak een tekort aan tweepuntsnetten. Bovendien hebben de gegenereerde schakelingen een zeer nauwe distributie van het aantal aansluitpunten per logisch blok. Ten slotte kan deze generatiemethode (bedoeld voor FPGA's) enkel schakelingen genereren waarbij elk logisch blok juist één uitgang bevat.

Op basis van het model voor meerpuntsnetten beschreven in de vorige paragraaf en in [SK97, SK98], beschrijven we hier een methode voor het genereren van referentieschakelingen die bovenstaande gebreken niet vertoont. De methode is gebaseerd op een grondige analyse van de beperkingen die gelden voor het aantal mogelijkheden om netten te verbinden. Het uit de methode voortvloeiende programma `gn1`<sup>9</sup> genereert referentieschakelingen met een vast bepaalde Rent-exponent en een aanvaardbare netgraaddistributie. Niet alleen kan het aantal logische blokken en de Rent-exponent opgegeven worden, ook de distributie van de logische blokken over hun aantal aansluitpunten kan vastgelegd worden, evenals het totale aantal primaire in- en uitgangen.

---

<sup>8</sup> `rmc` staat voor 'Random Mapped Circuit'.

<sup>9</sup> `gn1` staat voor 'Generate NetList'.

### 6.2.2 Generatie van referentieschakelingen

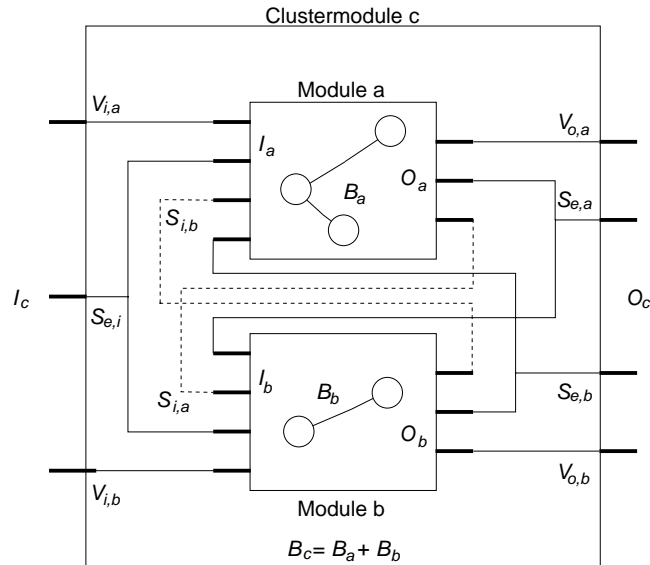
Aangezien het vooral de verbindingsstructuur is die schakelingen karakteriseert, is het van het allergrootste belang dat de verbindingen tussen logische blokken goed gekozen worden. Het kritische onderdeel van elk generatieprogramma is dus het netgeneratieproces (zoals b.v. het netgeneratieproces bechreven in het begin van dit hoofdstuk). In wat volgt, gebruiken we steeds het woord ‘net’ om een net aan te duiden dat op dat ogenblik in het generatieproces reeds bestaat. Het samenvoegen van twee netten tot een nieuw net op een hoger niveau impliceert een bijkomende *verbinding*. Het woord ‘verbinding’ gebruiken we dus voor dat deel van een nieuw net dat twee bestaande netten verbindt.

We zullen hier het netgeneratieproces uitbreiden door ook rekening te houden met het verschil tussen in- en uitgangspinnen. Er is geen wezenlijk onderscheid tussen in- en uitgangen wanneer we enkel geïnteresseerd zijn in de partitioneereigenschappen van schakelingen (vandaar de gelijke behandeling van in- en uitgangen in vorige paragraaf). Willen we echter referentieschakelingen genereren die voor verschillende toepassingen bruikbaar zijn (bijvoorbeeld voor programma’s die de logische functie optimaliseren, voor toepassing in FPGA’s, . . .) dan moeten we uiteraard rekening houden met de beperking dat elk net slechts door één logische waarde tegelijkertijd kan aangestuurd worden.<sup>10</sup> Deze uitbreiding van het netgeneratieproces wordt besproken aan de hand van figuur 6.9.

Beschouw twee modules **a** en **b** die deel uitmaken van een bepaalde partitie van de referentieschakeling. Het aantal logische blokken in deze modules wordt genoteerd als  $B_a$ , resp.  $B_b$ . De module die gevormd wordt door combinatie van de modules **a** en **b**, de *clustermodule* **c**, bevat dan  $B_c = B_a + B_b$  logische blokken. Om een zo groot mogelijke algemeenheid te behouden worden geen beperkingen opgelegd op het relatieve aandeel van  $B_a$  en  $B_b$  in het totale aantal logische blokken  $B_c$  van de clustermodule (dit in tegenstelling tot de beschrijving in paragraaf 6.1 waar expliciet verondersteld werd dat de modules dezelfde grootte hadden). Het aantal in- en uitgangen van module **a** wordt genoteerd als  $I_a$  resp.  $O_a$ , van module **b** als  $I_b$  en  $O_b$  en van de clustermodule **c** als  $I_c$  en  $O_c$ . De observeerbaarheid en controleerbaarheid [Str94] van elk onderdeel van de schakeling vereist minstens één ingang en één uitgang per module.

Zoals voorheen onderscheiden we in eerste instantie twee types van verbindingen: *interne verbindingen* die een uitgang van de ene module verbinden met een ingang van de andere module zonder de clustermodule te verlaten (voorgesteld door stippellijnen op figuur 6.9) en *externe verbindingen* die een aansluitpunt (ingang of uitgang) van de ene module met een ingang van de an-

<sup>10</sup>In deze redenering laten we drie-toestandsverbindingen (‘tri-state’) buiten beschouwing. Het model kan, indien nodig, uitgebreid worden.



Figuur 6.9: Het netgeneratieproces met onderscheid tussen ingangen (links) en uitgangen (rechts getekend van elk blok).

dere module verbinden én de clustermodule verlaten via een pin. We laten geen verbindingen toe tussen twee pinnen van dezelfde module aangezien dergelijke verbindingen op een lager hiërarchieniveau in de module zelf kunnen worden gelegd.<sup>11</sup> Pinnen van de modules a en b die niet verbonden zijn door een intern of extern net (op dat hiërarchieniveau) worden rechtstreeks verbonden met een pin van de clustermodule.

Afhankelijk van welke pinnen de netten kunnen aandrijven (uitgangen van modules a of b of ingangen van de clustermodule c, onderscheiden we de deeltypes van de tabel 6.5 (zie ook figuur 6.9).

In beginsel bestaat onze procedure voor generatie van referentieschakelingen uit het van onder af opbouwen van de schakeling door het samenvoegen van logische blokken in de volgende stappen:

1. Alle logische blokken in de schakeling worden gegenereerd en krijgen een aantal in- en uitgangen toegewezen. Het aantal logische blokken en het aantal in- en uitgangen per logisch blok worden opgegeven door de gebruiker.
2. De logische blokken worden samengevoegd en er worden verbindingen ge-

<sup>11</sup>Op het allerlaagste niveau kan deze situatie ook niet voorkomen omdat we in ons model voor de schakeling (zie hoofdstuk 2) uitsluiten dat een net meer dan één verbinding heeft met hetzelfde logisch blok.

Type verbinding	Aantal
Interne verbinding aangedreven door module a	$S_{i,a}$
Interne verbinding aangedreven door module b	$S_{i,b}$
Externe verbinding aangedreven door module a	$S_{e,a}$
Externe verbinding aangedreven door module b	$S_{e,b}$
Externe verbinding aangedreven door clusteringen	$S_{e,i}$
Clusteringen doorverbonden naar ingangen van module a	$V_{i,a}$
Clusteringen doorverbonden naar ingangen van module b	$V_{i,b}$
Uitgangen van module a doorverbonden naar clusteruitgangen	$V_{o,a}$
Uitgangen van module b doorverbonden naar clusteruitgangen	$V_{o,b}$

Tabel 6.5: De verschillende types verbindingen in het netgeneratieproces en hun aantal.

legd tussen hun aansluitpunten. Dit resulteert in clusters van blokken met een bepaald aantal in- en uitgangen.

3. De clustermodules worden op hun beurt samengevoegd met andere clustermodules en dit proces wordt recursief verdergezet tot alle logische blokken samengevoegd zijn tot de gehele schakeling.

Het spreekt voor zichzelf dat de verbindingen in stap 2 van het generatieproces niet willekeurig kunnen gekozen worden maar aan bepaalde voorwaarden moeten voldoen. De volgende vergelijkingen kunnen al onmiddellijk uit figuur 6.9 worden afgelezen:

$$O_a = V_{o,a} + S_{i,a} + S_{e,a} \quad (6.39)$$

$$O_b = V_{o,b} + S_{i,b} + S_{e,b} \quad (6.40)$$

$$I_a = V_{i,a} + S_{i,b} + S_{e,b} + S_{e,i} \quad (6.41)$$

$$I_b = V_{i,b} + S_{i,a} + S_{e,a} + S_{e,i} \quad (6.42)$$

$$O_c = V_{o,a} + V_{o,b} + S_{e,a} + S_{e,b} \quad (6.43)$$

$$I_c = V_{i,a} + V_{i,b} + S_{e,i} \quad (6.44)$$

De parameters  $I_a$ ,  $I_b$ ,  $O_a$  en  $O_b$  zijn gekend uit vorige stappen van het netgeneratieproces. Alle andere parameters moeten positief zijn en het aantal in- ( $I_c$ ) en uitgangen ( $O_c$ ) strikt groter dan 0. Dit levert een aantal randvoorwaarden op. Verder moeten de schakelingen voldoen aan de eis dat de verbindingencomplexiteit hetzelfde gedrag vertoont als dat van reële schakelingen. Zoals in paragraaf 6.1 wordt daarom het aantal pinnen bepaald door de regel van Rent

$$I_c + O_c = P_c = T_b B_c^r,$$

waarbij  $T_b$  het gemiddeld aantal aansluitpunten (pinnen) per logisch blok is. Voor schakelingen waarvan het aantal pinnen naar boven toe begrensd moet zijn, kan eventueel ook een tweede gebied van Rent opgelegd worden.

Een tweede eis die gesteld wordt is dat de netgraaddistributie een machtsfunctie is in functie van de netgraad. Uit de bespreking van paragraaf 6.1 volgt onmiddellijk dat hieraan zal voldaan zijn (tenminste voor voldoende grote schakelingen en zeker voor de – meest belangrijke – netten met kleine netgraad) als de keuze van de pinnen voor het verbinden willekeurig gebeurt, onafhankelijk van de netgraad van de ermee verbonden externe netten en als de verhouding van het aantal te leggen interne verbindingen t.o.v. het totale aantal te leggen verbindingen op elk niveau gegeven wordt door een constante fractie interne netten  $f$

$$f = \frac{S_i}{S_i + S_e} \quad (6.45)$$

met

$$S_i = S_{i,a} + S_{i,b} \quad (6.46)$$

$$S_e = S_{e,a} + S_{e,b} + S_{e,i}. \quad (6.47)$$

In bijlage C, paragraaf C.6, wordt aangetoond dat de fractie interne netten  $f$  bepaald wordt door de keuze van het aantal primaire in- ( $I$ ) en uitgangen ( $O$ ) van de schakeling en van het gemiddelde aantal in- ( $T_i$ ) en uitgangen ( $T_o$ ) per logisch blok

$$f = \frac{G T_o - O}{G T_i - I}, \quad (6.48)$$

en dit onafhankelijk van het al dan niet bestaan van een tweede gebied van Rent.

Al deze voorwaarden leiden uiteindelijk tot een stelsel van voorwaarden op  $P_c$  (zie bijlage C, paragraaf C.7.1 voor de gedetailleerde uitwerking)

$$\max(0, P_b - P_c, P_a - P_c) \leq \frac{f}{1+f} (P_a + P_b - P_c) \leq \frac{P_a + P_b - P_c}{2} \quad (6.49)$$

en

$$\max(O_a + O_b - f(I_a + I_b) + 1 + f, I_a + I_b - (O_a + O_b)/f + 1 + 1/f) \leq P_c \quad (6.50)$$

Deze voorwaarden kunnen worden herleid tot noodzakelijke voorwaarden op de relatie tussen  $T_i$ ,  $T_o$ ,  $f$  en  $r$  (zie bijlage C). Wanneer aan deze voorwaarden voldaan is, is een oplossing gegarandeerd die (op alle hiërarchieniveaus) voldoet aan de regel van Rent en die een machtsfunctie als netgraaddistributie heeft. Belangrijk is dat deze garantie kan gegeven worden vóór we ook maar proberen de referentieschakeling samen te stellen. Op die manier kunnen we verhinderen dat veel tijd verloren gaat doordat pas na verloop van tijd blijkt



dat aan sommige voorwaarden niet meer kan voldaan worden. In bijlage C, paragraaf C.7.4 worden de voorwaarden ook afgeleid wanneer we een tweede gebied van Rent wensen te modelleren.

### 6.2.3 Concrete implementatie van de generatiemethode voor referentieschakelingen

#### Basisprocedure

We hebben een programma ontwikkeld (gn1, 'Generate NetList') dat referentieschakelingen genereert op basis van het netgeneratieproces hierboven beschreven. De belangrijkste invoergegevens door de gebruiker te verstrekken zijn:

- $G$ : het totale aantal logische blokken in de schakeling;
- $r$ : de gewenste Rent-exponent van de schakeling;
- $T_i$ : het gemiddeld aantal ingangen per logisch blok;
- $T_o$ : het gemiddeld aantal uitgangen per logisch blok;
- $I$ : het aantal primaire ingangen van de schakeling;
- $O$ : het aantal primaire uitgangen van de schakeling;
- $B_b$ : het aantal logische blokken dat de grens bepaalt voor het tweede gebied van Rent.<sup>12</sup>

Deze invoergegevens worden onderworpen aan een controle van de randvoorwaarden en de beperking dat de fractie interne netten  $f$  (formule 6.48) moet begrepen zijn tussen 0 en 1. Bij een overtreding van deze beperking wordt aan de gebruiker medegedeeld in welk bereik de in- en uitgangen mogen gekozen worden zodat de voorwaarde toch voldaan is.

Het programma volgt daarna, in grote lijnen, de volgende stappen:

1. Alle logische blokken worden gegenereerd en krijgen  $T_i$  ingangen en  $T_o$  uitgangen toegewezen.<sup>13</sup> Elk logisch blok vormt op zich een module.
2. De modules worden twee aan twee gecombineerd tot nieuwe modules en het aantal pinnen  $P_c$  van de nieuwe module wordt gekozen volgens de regel van Rent (indien de modulegrootte de grenswaarde voor het tweede gebied overstijgt, wordt de aangepaste Rent-exponent voor het tweede gebied gebruikt). De referentieschakeling zal bijgevolg steeds, bij constructie, de regel van Rent volgen.

---

<sup>12</sup>Als alternatief kan ook de Rent-exponent van het tweede gebied opgegeven worden.

<sup>13</sup>Een uitbreiding wordt hierna behandeld.

3. Het aantal interne verbindingen wordt gekozen volgens de fractie interne netten  $f$ .
4. Het aantal verbindingen van de verschillende types ( $S_{i,a}$ ,  $S_{i,b}$ ,  $S_{e,a}$ ,  $S_{e,b}$ , en  $S_{e,i}$ ) wordt willekeurig gekozen uit alle mogelijke keuzes die aan alle randvoorwaarden voldoen.
5. Het netgeneratieproces wordt herhaald vanaf stap 2 tot alle modules samengevoegd zijn en de hele schakeling gevormd is.

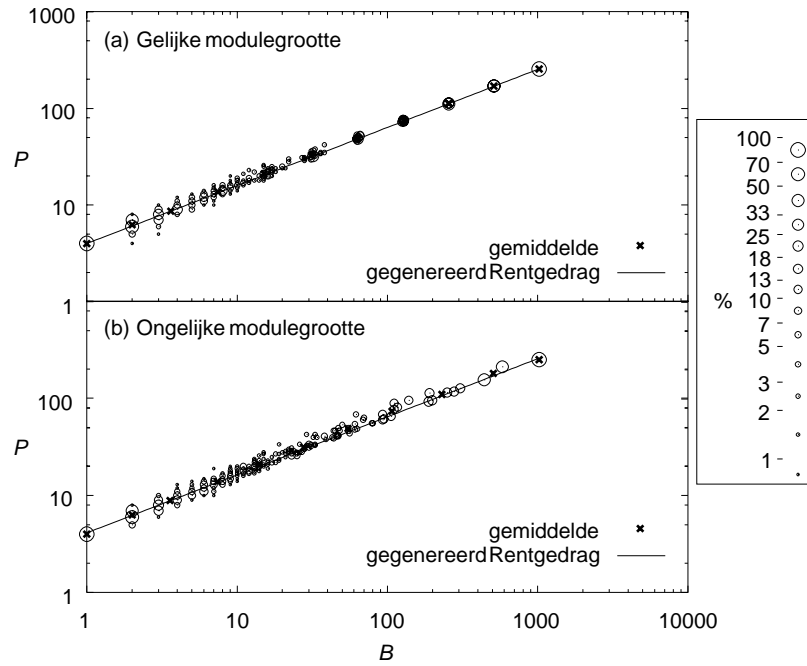
De keuze van  $P_c$  in stap 2 wordt gecontroleerd tegenover de beperkingen 6.49 en 6.50. Aangezien de noodzakelijke voorwaarden op de invoergegevens (afgeleid in bijlage C) reeds werden gecontroleerd bij het opstarten van het programma, kan deze voorwaarde enkel problemen opleveren door afrondingen van de fractionele grootheden naar gehele getallen.

Het generatieprogramma `gn1` schrijft twee bestanden weg: één met de lijst van alle logische blokken en de netten waarmee ze verbonden zijn (de netlijst) en één met de gegenereerde netgraaddistributie.

### Opdrijven van het aantal klassen van referentieschakelingen die kunnen gegenereerd worden

Het paarsgewijze samenvoegen van modules kan uitgevoerd worden niveau per niveau door eerst alle logische blokken samen te nemen tot modules van twee blokken groot, dan deze modules te combineren tot modules van grootte vier, enz. Op deze manier wordt een regelmatige structuur verkregen in die zin dat de modules op elk hiërarchieniveau van het partitioneerproces even groot zijn. Een partitioneerprogramma, zoals bijvoorbeeld ‘`ratio-cut`’ [WC91], zal dan de schakeling bijna exact partitioneren in de modules die gegenereerd werden (althans voor modules van voldoende grootte). Dit vindt zijn weergave in een zeer goed Rent-gedrag na partitionering (figuur 6.10(a)). We merken hierbij op dat de referentieschakeling die gegenereerd werd, perfect voldoet aan de regel van Rent, bij constructie. De afwijking is dus enkel een gevolg van het feit dat het partitioneerprogramma ‘`ratio-cut`’ niet altijd de minimale snede vindt en de schakelingen niet perfect verdeelt in de modules zoals ze werden gegenereerd.

De gebruiker kan een parameter aan het programma `gn1` meegeven die bepaalt of de modules in volgorde (twee aan twee per hiërarchieniveau) dan wel willekeurig moeten samengenomen worden zonder beperkingen op hun relatieve grootte. De laatste mogelijkheid laat veel meer verschillende keuzemogelijkheden toe en genereert schakelingen die minder regelmatig zijn maar toch nog steeds voldoen aan de regel van Rent (bij constructie nog steeds exact). Het verschil in het Rent-gedrag na partitionering is voor beide keuzes (maar



Figuur 6.10: Het Rent-gedrag (na partitioneren met 'ratio-cut') van een door gn1 gegenereerde schakeling met modules van gelijke grootte (a) of modules van willekeurige grootte (b).

met voor de rest identieke parameters) weergegeven in figuur 6.10. Het partitioneerprogramma vindt in het eerste geval (figuur 6.10(a)) de modules van gelijke grootte terug (clustering op equidistante afstanden in het logaritmisch diagram), zeker op de hoogste niveaus. De schakeling volgt de regel van Rent dan perfect. In het tweede geval (figuur 6.10(b)) vindt het partitioneerprogramma andere modules en wijkt het aantal pinnen lichtjes af van de waarde opgelegd door de regel van Rent. Toch is het Rent-gedrag nog steeds duidelijk aanwezig. Het samenvoegen van modules van verschillende grootte wijzigt de voorwaarden niet aangezien deze opgesteld zijn voor een willekeurig aantal logische blokken per module.

Zoals eerder reeds vermeld is het geen enkel probleem het tweede gebied van Rent eveneens aan de gegenereerde schakeling op te leggen. Ook alle voorwaarden blijven geldig. Het volstaat de hele procedure op te splitsen in twee delen. Voor het eerste deel blijft alles zoals voorheen. Alle voorwaarden worden gecontroleerd en de schakeling gegenereerd tot het niveau waar het grenspunt wordt bereikt. In het tweede gebied kan het generatieproces beschouwd worden als een nieuwe generatie die vertrekt van logische blokken die overeenkomen met de tot dan toe gevormde modules. De Rent-exponent is nu deze van het tweede gebied. Met deze aanpassingen blijven alle voorheen afgeleide voorwaarden geldig en kunnen ze ook voor het tweede gebied perfect gecontroleerd worden.

Een probleem met de hierboven beschreven methode is nog dat alle logische blokken hetzelfde aantal aansluitpunten hebben gekregen. Dit is trouwens één van de grootste tekortkomingen van het programma `rmc` ontwikkeld door Darnauer en Dai [DD96]. Maar, doordat `gn1` de referentieschakelingen genereert uitgaande van een ‘bottom-up’ benadering (tegenover de ‘top-down’ benadering die gebruikt werd in `rmc`), kan dit probleem voor het hier voorgestelde algoritme zeer eenvoudig opgelost worden. In de praktijk laat `gn1` toe dat de gebruiker de gewenste distributie van het aantal logische blokken over hun aantal aansluitpunten volledig zelf definiëert. Men kan eveneens kiezen voor één van de voorgedefiniëerde distributies:

**Vast:** het aantal aansluitpunten is steeds gelijk aan het gemiddelde (afgerond naar het geheel getal net onder of boven dat gemiddelde);

**Uniform:** het aantal logische blokken met een bepaald aantal aansluitpunten is zo goed mogelijk gelijk voor alle waarden van het aantal aansluitpunten (met een minimum en maximum);

**Machtsfunctie:** het aantal aansluitpunten is gedistribueerd over de logische blokken volgens een machtsfunctie tussen een minimale en een maximale waarde;

**Gerandomiseerd:** alle aansluitpunten worden willekeurig toegewezen aan logische blokken met die beperking dat voor alle blokken dat aantal begrepen

is tussen een minimaal en een maximaal aantal aansluitpunten.

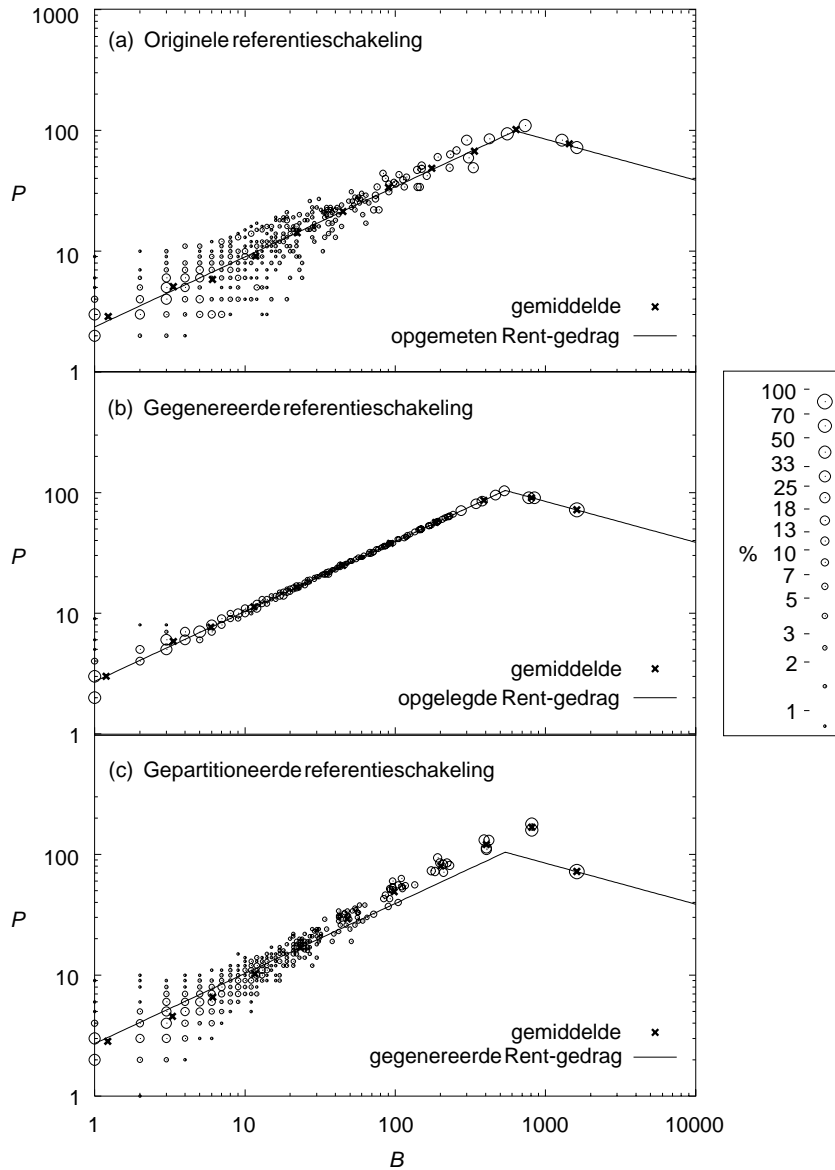
Met deze uitbreidingen is het generatieprogramma in staat schakelingen te genereren met eigenschappen die zeer gelijkaardig zijn aan deze van reële schakelingen. Bovendien heeft `gn1` niet de tekortkomingen van `rmc`. Toch moeten we opmerken dat het toelaten van een willekeurige distributie van de logische blokken over hun aantal aansluitpunten consequenties kan hebben voor de voorwaarden 6.49 en 6.50. Deze voorwaarden werden immers gereduceerd met gebruik van een gemiddeld aantal aansluitpunten per logisch blok. Het werkelijke aantal kan nu echter, voor bepaalde logische blokken, vrij veel afwijken van de gemiddelde waarde. Om deze reden, en om er zeker van te zijn dat er een correcte schakeling gegenereerd wordt, controleert `gn1` ook de oorspronkelijke randvoorwaarden 6.49 en 6.50. Indien er zich een probleem voordoet, wordt het aantal pinnen voor deze module lichtjes gewijzigd. De resulterende module zal dan niet meer perfect aan de regel van Rent voldoen maar aangezien het steeds om een zeer beperkt aantal gevallen gaat en het gestelde probleem zich enkel voordoet op de allerlaagste niveaus (waar elk partitioneerprogramma toch al een uitwaaiing vertoont) is dit niet echt belangrijk. De gebruiker wordt van de gemaakte wijzigingen op de hoogte gehouden.

## 6.2.4 Resultaten en vergelijking

### Eigenschappen van de schakelingen gegenereerd door `gn1`

De volledige afleiding van alle voorwaarden, zoals beschreven in de bijlage C, paragraaf C.7, garandeert dat de hierboven beschreven methode een referentieschakeling zal genereren die perfect voldoet aan de regel van Rent en die een machtsfunctie als netgraaddistributie bezit. Een overtreding van deze voorwaarden betekent dat een schakeling met de opgegeven karakteristieke parameters onmogelijk kan gegenereerd worden (en dan wordt dit aan de gebruiker medegedeeld). Kleine lokale afwijkingen kunnen wel voorkomen wanneer niet aan alle veronderstellingen is voldaan die tot de voorwaarden hebben geleid. Dit kan alleen een gevolg zijn van een té brede distributie van de aansluitpunten over de logische blokken. In dit geval kan er toch een referentieschakeling gegenereerd worden door kleine lokale veranderingen van het aantal pinnen toe te laten. Deze aanpassingen zijn enkel nodig op de allerlaagste niveaus en hebben een verwaarloosbare invloed op het eindresultaat. Het zijn in feite randeffecten geïnduceerd door de ongelijke verdeling van de aansluitpunten over de logische blokken.

Om na te gaan of deze methode voor generatie van referentieschakelingen schakelingen genereert die voldoen aan de gestelde eisen en die het gedrag van reële referentieschakelingen goed benaderen, genereren we schakelingen op basis van de parameters van reële referentieschakelingen en vergelijken de re-



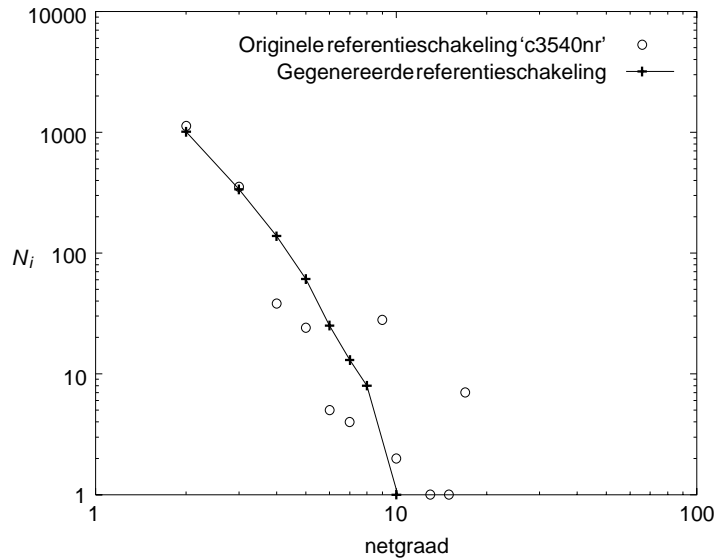
Figuur 6.11: Vergelijking van het Rent-gedrag van de originele ISCAS85-referentieschakeling 'c3540nr' (a) met het Rent-gedrag van de gegeneerde referentieschakeling (b) en het Rent-gedrag na partitioneren met 'ratioct' (c).

sultaten. In figuur 6.11 wordt bijvoorbeeld het Rent-gedrag van de ISCAS85-referentieschakeling ‘c3540nr’ vergeleken met zijn gegenereerde evenbeeld. De parameters die we gebruikten voor het genereren van de op ‘c3540nr’ gelijkende schakeling zijn terug te vinden in de tabellen A.1 (aantal logische blokken, aantal primaire in- en uitgangen), A.5 (Rent-exponent) en 6.1 (fractie  $f$ ). De distributie van het aantal aansluitpunten over de logische blokken werd volledig gelijk gekozen aan deze bij de echte referentieschakeling. De figuur toont het Rent-gedrag van de originele referentieschakeling met de aan de gegevens gepaste rechte, het Rent-gedrag van de gegenereerde schakeling bij partitionering in de modules zoals ze gegenereerd werden en het Rent-gedrag van de gegenereerde schakeling na partitionering door ‘`ratiocut`’. Op figuur 6.11(b) is duidelijk te zien dat de gegenereerde schakeling perfect de regel van Rent volgt, op het discretisatie-effect na. Op de allerlaagste niveaus wijken enkele punten van het beoogde gedrag af omdat een aantal blokken teveel aansluitpunten hebben. Een partitionering van de gegenereerde schakeling door ‘`ratiocut`’ geeft nog steeds een resultaat dat een goed Rent-gedrag vertoont (figuur 6.11(c)) maar het partitioneerprogramma vindt niet de optimale oplossing waardoor de schakeling wat complexer lijkt dan ze eigenlijk is. Dit is bij echte schakelingen vermoedelijk ook het geval. Het schalingsgedrag op zich blijft wel overduidelijk aanwezig wat erop wijst dat het Rent-gedrag van de gegenereerde schakeling zich wel degelijk overal in de schakeling manifesteert en niet het gevolg is van een opgelegd gedrag in enkele discrete punten.

De netgraaddistributies voor interne netten van de originele referentieschakeling en van de gegenereerde referentieschakeling worden vergeleken in figuur 6.12. Beide distributies vertonen hetzelfde verloop maar in de echte referentieschakeling zijn de variaties groter. Vooral de goede overeenkomst voor twee- en driepuntsnetten is belangrijk omdat meer dan 75% van alle netten netgraad 2 of 3 heeft [KO90].

### Vergelijking tussen `gn1` en `rmc`

We vergelijken nu onze methode voor generatie van referentieschakelingen (`gn1`) met de methode van Darnauer en Dai [DD96] (`rmc`). Zoals reeds in de inleiding tot deze paragraaf vermeld werd, garandeert `rmc` het Rent-gedrag niet. De opgegeven Rent-exponent wordt wel gebruikt om het aantal pinnen zo goed mogelijk te kiezen maar er is geen garantie dat dit aantal ook effectief kan bereikt worden. Dit is te zien op de figuur 6.13 voor een gegenereerde referentieschakeling op basis van de parameters van de referentieschakeling ‘industry3’ (zie tabellen A.4, A.8 en 6.4). In deze figuur staat het Rent-gedrag afgebeeld voor een partitionering in de modules zoals ze door de partitioneer algoritmen `gn1` en `rmc` werden gegenereerd. De (weliswaar lichte) afwijking van het opgelegde Rent-gedrag bij `rmc` is een gevolg van het overschot aan vrijheidsgraden.



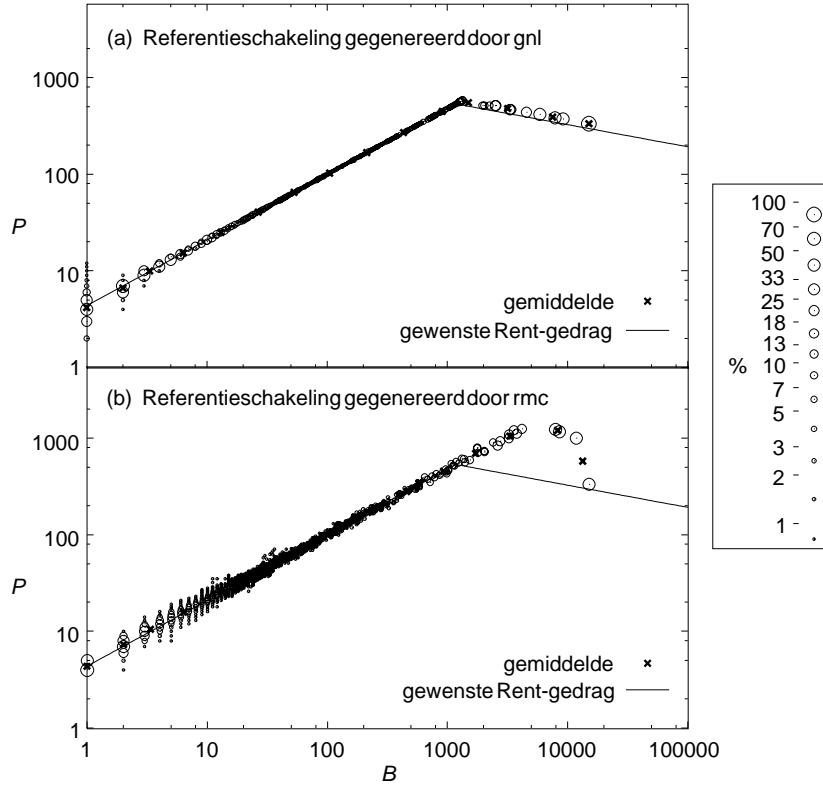
Figuur 6.12: Vergelijking van de netgraaddistributie van de originele referentieschakeling met de netgraaddistributie van de gegenereerde referentieschakeling.

De generatieprogramma's moeten op bepaalde momenten kiezen welke soort verbinding ze gaan leggen. In *rmc* is het mogelijk dat bepaalde keuzes gemaakt worden die de gewenste oplossing uitsluiten. Door het op voorhand afleiden van alle randvoorwaarden en alle mogelijke bereiken van de parameters die de gewenste oplossing toelaten, heeft *gn1* dat probleem niet. De enige afwijking aan het Rent-gedrag die bij de generatie kan noodzakelijk zijn, is te situeren in het gebied van de kleinste modules en is een gevolg van een al te grote spreiding in de distributie van het aantal aansluitpunten per logisch blok. Dat probleem kan bij *rmc* niet optreden omdat het aantal aansluitpunten zéér nauw gedistribueerd is (en niet door de gebruiker in te stellen).

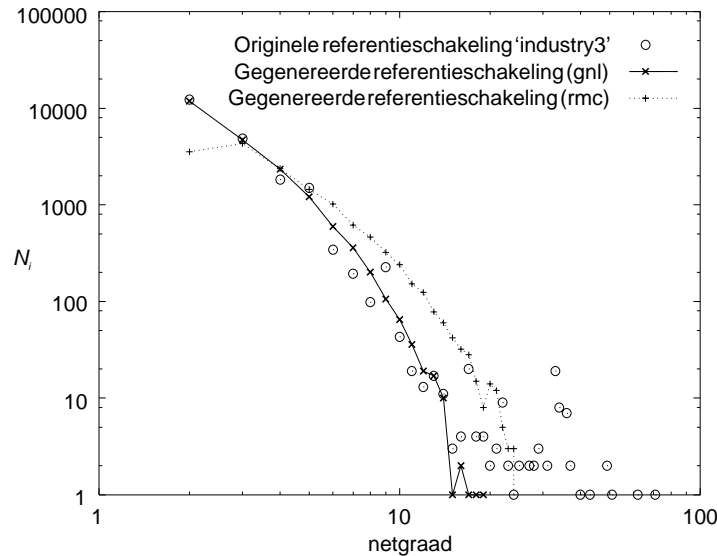
Het tweede gebied van Rent kan ook volledig opgelegd worden in *gn1*. De gebruiker kan m.a.w. vastleggen welke de Rent-exponent van het tweede gebied moet zijn of waar de grens tussen de twee gebieden zich moet bevinden. In *rmc* tracht men zo vlug mogelijk het normale Rent-gebied te bereiken. De vorm van het tweede gebied is dan enkel afhankelijk van de willekeurige keuzes die worden gemaakt om verbindingen al dan niet te leggen. Ook dit is overduidelijk te zien in figuur 6.13.

Voor het Rent-gedrag scoren beide methoden goed. Het verschil tussen beide *gn1* en *rmc* is echter wel frappant wanneer we naar de netgraaddistributie kijken. Voor schakelingen met gemiddeld weinig aansluitpunten per logisch blok zijn de door *gn1* en *rmc* gegenereerde netgraaddistributies gelijkaardig.





Figuur 6.13: Vergelijking van het Rent-gedrag van de referentieschakeling gegenereerd door gnl (a) met het Rent-gedrag van de referentieschakeling gegenereerd door rmc (b) op basis van dezelfde parameters.



Figuur 6.14: Vergelijking van de netgraaddistributie van de originele referentieschakeling ‘industry3’ met de netgraaddistributies van de door `gnl` en `rmc` gegenereerde referentieschakelingen op basis van dezelfde parameters.

Voor schakelingen met een hoger gemiddeld aantal aansluitpunten per logisch blok (de ‘industry3’ referentieschakeling heeft gemiddeld 4,4 aansluitpunten per logisch blok) blijft alleen `gnl` de gewenste machtsfunctie als netgraaddistributie vertonen. Dit is duidelijk te zien op de figuur 6.14. De referentieschakeling gegenereerd door `gnl` vertoont het gewenste verloop als een machtsfunctie (vooral waar dat belangrijk is: bij de kleine netgraden) en volgt hierbij de netgraaddistributie van de originele referentieschakeling uitstekend. De door `rmc` gegenereerde referentieschakeling creëert veel te veel netten met hogere netgraad en, wat veel belangrijker is, een tekort aan tweepuntsnetten. Het aantal tweepuntsnetten wordt zelfs kleiner dan het aantal driepuntsnetten.<sup>14</sup>

Een ander verschil tussen de twee methoden voor generatie van referentieschakelingen is het feit dat de gebruiker aan `gnl` de volledige distributie van het aantal aansluitpunten per logisch blok kan opleggen (en deze distributie dus exact gelijk kan kiezen als deze van de originele of van een gewenste referentieschakeling). De keuze van deze distributie is willekeurig doordat `gnl` de referentieschakelingen opbouwt van onder af, d.w.z. door te vertrekken van de

<sup>14</sup>Zowel `gnl` als `rmc` garanderen dat de gemiddelde netgraad identiek dezelfde is als voor de originele schakeling. De gemiddelde netgraad is immers gedefiniëerd door de verhouding van het totale aantal aansluitpunten, vermeerderd met het aantal pinnen van de schakeling, tot het totale aantal netten dat op zijn beurt vastgelegd wordt door de formule C.73:  $N = GT_o + I$ .

individuele logische blokken en deze samen te voegen. De methode van Darnauer en Dai is gebaseerd op een partitionering en volgt dus de omgekeerde weg, van één topmodule tot individuele logische blokken. Het aantal aansluitpunten per logisch blok is dan afhankelijk van de keuzes voor de verbindingen die op hogere niveaus werden gemaakt. In de praktijk blijkt dat `rmc` steeds hetzelfde aantal aansluitpunten per logisch blok terugvindt (enkel de twee dichtste gehele getallen bij de opgegeven gemiddelde waarde). Bovendien is `rmc` enkel ontworpen voor referentieschakelingen waarbij alle logische blokken precies één uitgang hebben. In werkelijke schakelingen kunnen ook blokjes met meer uitgangen voorkomen, zeker als we op een ander niveau dan het poortniveau schakelingen wensen te genereren. Hiervan maken wij trouwens gebruik om op een eenvoudige manier het tweede gebied van Rent te kunnen opleggen aan de gegenereerde schakeling.

De resultaten die hier werden voorgesteld, tonen aan dat de referentieschakelingen gegenereerd door `gn1`, op basis van de generatiemethode die uitvoerig werd besproken in de vorige paragrafen, de regel van Rent volgen, bij constructie. Er is tevens de garantie van een monotoon dalende netgraaddistributie die, althans in de limiet voor grote schakelingen, een machtsfunctie benadert zoals die ook in reële referentieschakelingen kan worden teruggevonden. Vooral dit laatste is een belangrijke verbetering t.o.v. de reeds bestaande methode van Darnauer en Dai [DD96], voor zover wij weten de enige andere methode die referentieschakelingen kan genereren zonder daarvoor reële referentieschakelingen te gebruiken. In dat opzicht onderscheiden zowel `gn1` als `rmc` zich van andere generatiemethoden die ‘mutaties’ of ‘klonen’ zoeken van reeds bestaande referentieschakelingen.

De vrijheidsgraden zijn met de hier beschreven methode bijzonder groot maar toch blijft de garantie bestaan dat de gegenereerde schakelingen een gelijkaardig gedrag vertonen als reële schakelingen. Een zeer interessant voordeel van onze methode is de mogelijkheid om belangrijke parameters (zoals Rent-exponent  $r$  en fractie  $f$ ) op een gecontroleerde manier te variëren. Op die manier kan, voor CAD-algoritmen of voor nieuwe architecturen, de afhankelijkheid van één parameter worden nagegaan door schakelingen te genereren waar enkel deze parameter variëert en alle andere constant worden gehouden. Dit kan zeer interessante gegevens opleveren en laat toe meer gefundeerde conclusies te trekken uit de experimentele gegevens.

### 6.3 Nieuwe lengteberekening op basis van het model voor meerpuntsnetten

We keren in deze paragraaf terug naar de eerste doelstelling van dit doctoraal proefschrift, het nauwkeuriger schatten van draadlengten. Het hierboven be-

schreven model voor meerpuntsnetten laat ons immers toe een nieuwe schatting te maken van de draadlengtedistributie van geplaatste schakelingen. Hiertoe zullen we meerpuntsnetten als één geheel beschouwen en de lengte ervan schatten als functie van het aantal eindpunten (de netgraad  $n$ ) van het net.

### 6.3.1 Schatting van de draadlengte voor meerpuntsnetten

Om een schatting van de draadlengte te kunnen maken, gebruiken we als basis dezelfde modellen als in de methode van Donath. De schakeling wordt dus in beginsel gemodelleerd als een bipartite graaf met als knopen logische blokken en netten (zie hoofdstuk 2, paragraaf 2.1), de architectuur als een (tweedimensionaal) Manhattan-rooster (paragraaf 2.2) en het plaatsingsproces als een hiërarchische partitionering van zowel de schakeling als de fysische architectuur en een recursieve toewijzing van deelschakelingen aan deelarchitecturen (paragraaf 2.3). De schakeling wordt nu niet meer alleen gekarakteriseerd door de regel van Rent en de Rent-exponent  $r$  maar ook door de netgraaddistributie en de fractie  $f$  (paragraaf 6.1). We zullen de netgraaddistributie op een bepaald hiërarchieniveau  $k$  benaderen door de machtsfunctie

$$d_{n,k} = a_k n^b, \quad (6.51)$$

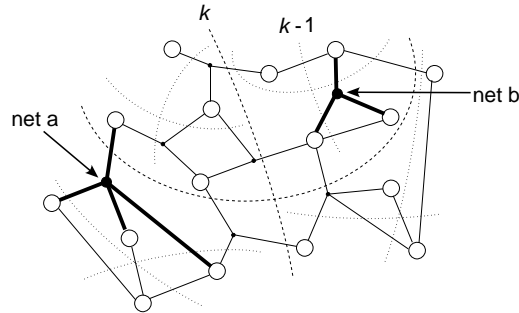
overeenkomstig de resultaten uit het begin van dit hoofdstuk. Hierbij is  $b < 0$  en hangt  $a_k$  af van het hiërarchieniveau. Deze laatste grootte kan berekend worden uit de regel van Rent en het partitioneerproces zoals beschreven in dit hoofdstuk.

#### Gemiddelde parenlengte

Voor punt-tot-puntverbindingen konden we elke verbinding onmiddellijk toewijzen aan een bepaald niveau door na te gaan op welk hiërarchieniveau het net doorgeknipt werd in het partitioneerproces. We wensen ook de meerpuntsnetten aan een bepaald hiërarchieniveau toe te wijzen. Aangezien meerpuntsnetten pinnen gebruiken op verschillende hiërarchieniveaus (zie paragraaf 6.1) ligt dit echter niet meer zo voor de hand. We gebruiken daarom volgende definitie:

**Definitie 6.6** *Een meerpuntsnet behoort tot een bepaald hiërarchieniveau  $k$  als het meerpuntsnet in het partitioneerproces voor de eerste maal doorgeknipt wordt op niveau  $k$ . Een meerpuntsnet behoort dus tot niveau  $k$  als en slechts dan als minstens twee eindpunten van het meerpuntsnet behoren tot blokken in verschillende deelschakelingen op niveau  $k$  maar als wel alle eindpunten van het meerpuntsnet behoren tot dezelfde deelschakeling op niveau  $k + 1$ .*

In figuur 6.15 is een deelschakeling op niveau  $k + 1$  weergegeven die onderverdeeld is in vier deelschakelingen op niveau  $k$ . Het meerpuntsnet  $a$  behoort



Figuur 6.15: Wanneer behoort een meerpuntsnet tot een hiërarchieniveau  $k$ ?

volgens de definitie tot niveau  $k$ , het meerpuntsnet  $\mathbf{b}$  niet. Merk op dat we hier dus op elk niveau enkel interne netten in rekening brengen omdat een extern net op niveau  $k$  reeds gesneden is op een hoger niveau  $h > k$ .

Als lengte van een meerpuntsnet dat behoort tot niveau  $k$  kiezen we de Steiner-lengte van de minimale Steiner-boom van de eindpunten van het meerpuntsnet (hoofdstuk 2, paragraaf 2.3), na plaatsing in een Manhattan-rooster. Om deze lengte te bepalen, berekenen we eerst wat we de *paren lengte*  $l_p$  van het meerpuntsnet noemen [VMDVC98].

**Definitie 6.7 (parenlengte)** De *parenlengte*  $l_p$  van een  $n$ -puntsnet is de som van alle afstanden tussen de koppels van de eindpunten  $(P_i, P_j)$  van alle  $n$ -puntsnetten

$$l_p = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n l_{P_i P_j},$$

met  $l_{P_i P_j}$  de lengte van een verbinding tussen de punten  $P_i$  en  $P_j$ .

We maken nog de volgende veronderstellingen i.v.m. de plaatsing van de schakeling in het tweedimensionaal Manhattan-rooster:

**Veronderstelling 6.3** Alle eindpunten van een  $n$ -puntsnet op niveau  $k$  bevinden zich in twee van de vier deelschakelingen op niveau  $k$ .

Deze veronderstelling is gebaseerd op het feit dat we als criterium voor de partitionering het aantal pinnen trachten te minimaliseren. Een partitionering op basis van een dergelijk criterium zal daarom op elk niveau trachten een net slechts eenmaal door te knippen. Het verdelen van de logische blokken die verbonden zijn met eenzelfde meerpuntsnet over meer dan twee deelschakelingen betekent immers minstens één extra pin.

**Veronderstelling 6.4** *Alle topologieën van eindpunten die voldoen aan de eis dat het meerpuntsnet behoort tot niveau  $k$  en zó dat aan de veronderstelling 6.3 voldaan is, kunnen met gelijke kans voorkomen.*

Dit is het equivalent van de veronderstelling van uniforme vertrek- en aankomstpunten bij de berekeningsmethode van Donath voor tweepuntsnetten (zie hoofdstuk 3). Deze veronderstelling maakt het mogelijk een eerste schatting van de parenlengte te maken. Verder onderzoek is nog nodig om na te gaan in hoeverre de aanpassingen aan de methode van Donath, besproken in hoofdstuk 4, ook de hierna behandelde schattingen nog kunnen verbeteren.

In appendix C, paragraaf C.8, wordt de gemiddelde parenlengte voor  $n$ -puntsnetten berekend voor buur- en voor diagonaalcombinaties van vierkanten met zijde  $\lambda$ . Het resultaat van deze berekening is

$$\frac{2(2\lambda^2 + 1) + 3n(n-1)(2\lambda^2 - 1)}{12\lambda} \quad (6.52)$$

voor een buurcombinatie en

$$\frac{2(2\lambda^2 + 1) + n(n-1)(4\lambda^2 - 1)}{6\lambda} \quad (6.53)$$

voor een diagonaalcombinatie. Omdat er vier buurcombinaties en slechts twee diagonaalcombinaties mogelijk zijn in een vierkant, wordt de totale gemiddelde parenlengte gegeven door

$$l_p = \frac{2(2\lambda^2 + 1) + n(n-1)(5\lambda^2 - 2)}{9\lambda} \quad (6.54)$$

De lezer kan zich van de juistheid van deze uitdrukking vergewissen door in deze uitdrukking  $n$  door 2 te vervangen. Dit geeft als resultaat

$$\frac{14\lambda}{9} - \frac{2}{9\lambda}$$

wat inderdaad de gemiddelde draadlengte is voor punt-tot-puntverbindingen in de methode van Donath [Don79, SVMVC96a] (hoofdstuk 3, paragraaf 3.3).

Een goede benadering van de Steiner-lengte van een meerpuntsnet kan gevonden worden uit de parenlengte. Deze benadering werd voorgesteld in [VMDVC98] en is gegeven door (hoofdstuk 2, paragraaf 2.3, formule 2.23)

$$l_s = 3n^{-3/2}l_p. \quad (6.55)$$

In [VMDVC98] werd experimenteel vastgesteld dat deze benadering een gevoelige verbetering is van bestaande schattingen. We zullen dan ook deze benadering gebruiken om een schatting van de Steiner-lengte van een meerpuntsnet te verkrijgen uitgaande van de hiervoor berekende parenlengte.

**Totale gemiddelde lengte van een  $n$ -puntsnet**

De totale gemiddelde lengte van een  $n$ -puntsnet is het gewogen gemiddelde van de gemiddelde lengten op de afzonderlijke hiërarchieniveaus. De gewichten worden gegeven door het relatieve aantal  $n$ -puntsnetten op elk niveau t.o.v. het totale aantal  $n$ -puntsnetten in de schakeling. Hiervoor maken we gebruik van de resultaten van paragraaf 6.1. In deze paragraaf vonden we een goede benadering voor de netgraaddistributie op niveau  $k$  door een machtsfunctie

$$d_{n,k} = a_{2k} n^{b_{2k}}.$$

Merk op dat we in deze uitdrukking  $k$  vervangen hebben door  $2k$  omdat we in paragraaf 6.1 een eendimensionale partitionering hebben gebruikt (de schakeling werd per recursiestap in 2 stukken verdeeld) terwijl we in deze context werken met een tweedimensionale partitionering (opdelen in vier stukken per recursiestap).

We veronderstellen dat de macht  $b_{2k}$  in de machtsfunctie onafhankelijk is van het niveau  $k$ .<sup>15</sup> Deze macht wordt dan benaderd door (zie formules 6.23 en 6.33)

$$b_{2k} = b = \frac{\log\left(\frac{2}{y} \frac{y_2 - y_3}{1 - y_3}\right)}{\log\left(\frac{3}{2}\right)} \quad (6.56)$$

met (formules 6.27 tot en met 6.31)

$$\begin{aligned} g(r, f, T_b, G) &= \frac{f}{1+f} T_b G (1 - R(r)) \\ y &= \frac{2R(r) - (1-f)}{(1+f)R(r)} \\ y_2 &= \frac{(2R(r) - (1-f))^2}{(1+f)^2 R(r)} \\ y_3 &= \frac{(2R(r) - (1-f))^3}{(1+f)^3 R^2(r)} \\ R(r) &= 2^{r-1}. \end{aligned}$$

Het aantal  $n$ -puntsnetten dat gesplitst wordt op niveau  $k$  (noem dit aantal  $N_{n,k}$ ) is het verschil van het aantal  $n$ -puntsnetten dat aanwezig was op niveau  $k+1$  en het aantal dat er nog steeds is op niveau  $k$  en is dus gegeven door

$$N_{n,k} = d_{n,k+1} - d_{n,k} = (a_{2(k+1)} - a_{2k}) n^b. \quad (6.57)$$

---

<sup>15</sup>Uit de figuren 6.3, 6.4 en 6.5 uit paragraaf 6.1 blijkt dat aan deze veronderstelling vrij goed voldaan is voor de hogere niveaus. Op de allerlaagste niveaus is de helling in werkelijkheid iets steiler (de macht is groter in absolute waarde). Hierdoor zullen we met onze benadering het aantal netten met hoge netgraad een beetje overschatten op de laagste niveaus.

Door gebruik te maken van de formule 6.24 (en  $k$  te vervangen door  $2k$ )

$$a_k = \frac{d_{2,2k}}{2^b}$$

en formule 6.25

$$d_{2,k} = g(r, f, T_b, G) \frac{1 - y_2^k}{1 - y_2}$$

volgt er onmiddellijk

$$N_{n,k} = (n/2)^b y_2^{2k} (y_2 + 1) g(r, f, T_b, G). \quad (6.58)$$

Het totale aantal  $n$ -puntsnetten over de gehele schakeling (normalisatiefactor) is gegeven door

$$\begin{aligned} N_n &= (n/2)^b (y_2 + 1) g(r, f, T_b, G) \sum_{k=0}^{K-1} y_2^{2k} \\ &= (n/2)^b (y_2 + 1) g(r, f, T_b, G) \frac{1 - y_2^{2K}}{1 - y_2^2} \\ &= (n/2)^b g(r, f, T_b, G) \frac{1 - y_2^{2K}}{1 - y_2}. \end{aligned} \quad (6.59)$$

Het genormaliseerde aantal  $n$ -puntsnetten per hiërarchieniveau  $k$  wordt uiteindelijk

$$N'_{n,k} = \frac{N_{n,k}}{N_n} = \frac{y_2^{2k} (1 - y_2^2)}{1 - y_2^{2K}}. \quad (6.60)$$

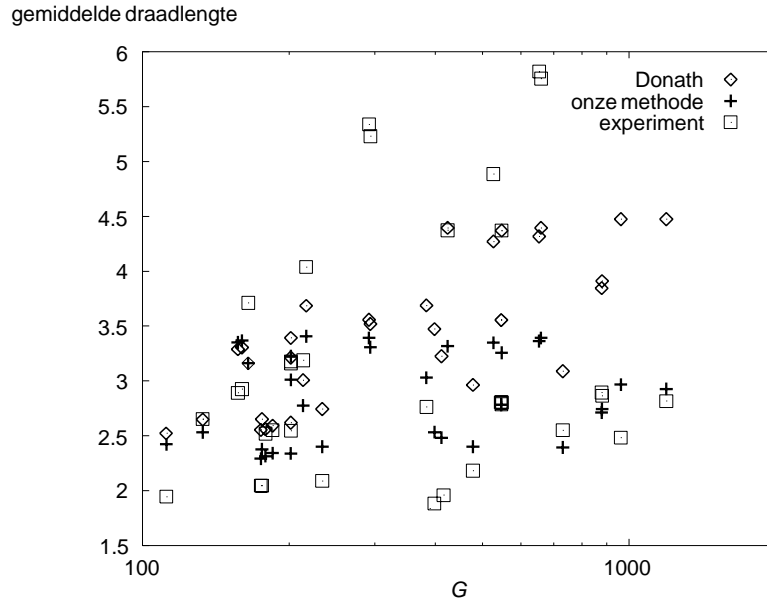
Met deze wegingsfactor per hiërarchieniveau en met de formules 6.54 en 6.55 kunnen we dan de totale gemiddelde lengte voor een  $n$ -puntsnet ( $l_n$ ) schatten als (met  $\lambda = 2^k$  en  $G = 2^K$ )

$$\begin{aligned} l_n &= \frac{1 - y_2^2}{1 - y_2^{2K}} \sum_{k=0}^{K-1} \frac{(2^{2k} (5n(n-1) + 4) - 2(n(n-1) - 1)) y_2^{2k}}{3 \cdot 2^k n^{3/2}} \\ &= \frac{1 - y_2^2}{3 n^{3/2} (1 - y_2^{2K})} \left( \frac{(5n(n-1) + 4) (G y_2^{2K} - 1)}{2 y_2^2 - 1} \right. \\ &\quad \left. - \frac{4(n(n-1) - 1) (y_2^{2K} - G)}{G (y_2^2 - 2)} \right). \end{aligned} \quad (6.61)$$

De lezer kan controleren dat deze gemiddelde lengte overeenstemt met de gemiddelde lengte berekend met de methode van Donath<sup>16</sup> (zie hoofdstuk 3,

<sup>16</sup>De uitdrukking stemt overeen op de benaderingsfactor  $3/2^{(3/2)}$  na voor de verhouding van Steiner-lengte tot parenlengte (deze factor is een klein beetje te groot (t.o.v. 1) voor 2-puntnetten).





Figuur 6.16: De gemiddelde draadlengtedistributie: vergelijking van onze methode, die meerpuntsnetten in rekening brengt, met de methode van Donath en met experimenteel opgemeten lengten in functie van het aantal logische blokken in de schakeling.

formule 3.9) voor het geval enkel punt-tot-puntverbindingen voorkomen. Stel daarvoor in de vorige uitdrukking  $n = 2$  en  $f = 1$  (enkel tweepuntnetten).

De totale gemiddelde lengte voor de volledige (geplaatste) schakeling ( $L$ ) kan tenslotte verkregen worden door  $l_n$  te sommeren over alle  $n$  (of, bij benadering, de integraal te nemen over alle  $n$ ), gewogen met een factor  $n^b$  om rekening te houden met het relatieve aantal  $n$ -puntnetten

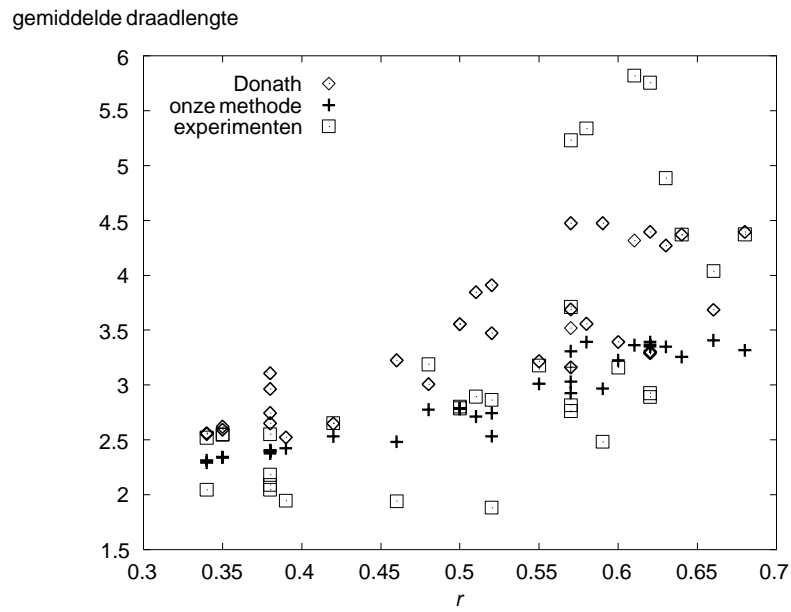
$$L = \frac{\int_n l_n n^b}{\int_n n^b}. \quad (6.62)$$

### 6.3.2 Resultaten

In tabel 6.6 vergelijken we onze nieuwe draadlengteschattingen op basis van de meerpuntnetten (formule 6.62) met de schattingen verkregen door het toepassen van de methode van Donath, die enkel tweepuntnetten in rekening brengt (formule 3.9 uit hoofdstuk 3), voor de ISCAS-referentieschakelingen. Het aantal logische blokken van de schakelingen is weergegeven door  $G$ , het aantal netten in de schakeling door  $N$  en de Rent-exponent door  $r$ . Onze nieuwe schattingen van de totale gemiddelde draadlengte werden voorgesteld door  $L$ , deze op

Naam	$G$	$N$	$r$	$L$	$L_D$	$L_{exp}$
c432	160	196	0,62	3,367	3,304	2,926
c499	202	243	0,55	3,010	3,212	3,177
c880	383	443	0,57	3,031	3,689	2,764
c1355	546	587	0,50	2,788	3,554	2,804
c1908	880	913	0,52	2,744	3,910	2,866
c2670	1193	1350	0,57	2,927	4,476	2,817
c432nr	157	193	0,62	3,350	3,291	2,891
c499nr	202	243	0,60	3,225	3,393	3,158
c1355nr	546	587	0,50	2,782	3,554	2,786
c1908nr	878	911	0,51	2,711	3,845	2,894
c2670nr	961	1118	0,59	2,968	4,475	2,483
s208.1	112	122	0,39	2,423	2,523	1,946
s298	133	136	0,42	2,533	2,649	2,654
s386	165	172	0,57	3,162	3,160	3,713
s344	175	184	0,34	2,291	2,554	2,046
s349	176	185	0,38	2,377	2,651	2,046
s382	179	182	0,34	2,316	2,561	2,520
s400	185	189	0,35	2,342	2,594	2,551
s444	202	205	0,35	2,340	2,619	2,546
s526	214	217	0,48	2,774	3,008	3,188
s510	217	236	0,66	3,406	3,685	4,037
s420.1	234	252	0,38	2,402	2,743	2,090
s832	292	310	0,58	3,392	3,557	5,338
s820	294	312	0,57	3,307	3,518	5,229
s641	398	433	0,52	2,534	3,471	1,883
s713	412	447	0,46	2,483	3,224	1,941
s953	424	440	0,68	3,317	4,394	4,372
s838.1	478	512	0,38	2,400	2,964	2,182
s1238	526	540	0,63	3,349	4,270	4,886
s1196	547	561	0,64	3,257	4,371	4,371
s1494	653	661	0,61	3,362	4,316	5,819
s1488	659	667	0,62	3,391	4,394	5,755
s1423	731	748	0,38	2,394	3,089	2,552

Tabel 6.6: De draadlengteschattingen op basis van meerpuntsnetten vergeleken met de schattingen met behulp van de methode van Donath.



Figuur 6.17: De gemiddelde draadlengtedistributie: vergelijking van onze methode, die meerpuntsnetten in rekening brengt, met de methode van Donath en met experimenteel opgemeten lengten in functie van de Rent-exponent.

basis van de methode van Donath door  $L_D$  en de experimenteel opgemeten gemiddelde draadlengten door  $L_{exp}$ . Uit de tabel blijkt duidelijk dat de netgraaddistributie wel degelijk een niet te verwaarlozen invloed kan hebben op de schatting van de gemiddelde draadlengte aangezien voor sommige schakelingen de beide schattingen vrij grote verschillen vertonen. Hetzelfde kan opgemerkt worden in figuren 6.16 en 6.17 waar de resultaten weergegeven zijn als functie van het aantal logische blokken  $G$ , resp. de Rent-exponent  $r$ . Het blijkt dat Donath's draadlengteschatting sneller toeneemt als functie van  $G$  of van  $r$  dan onze schatting. Nochtans hebben we, behalve het feit dat we meerpuntsnetten in rekening brachten, voor de rest volledig hetzelfde model als Donath gebruikt. Bovendien levert onze nieuwe schatting op basis van meerpuntsnetten over het algemeen kleinere gemiddelde lengten op dan de methode van Donath wat erop wijst dat het in rekening brengen van de meerpuntsnetten iets nauwkeuriger aansluit bij de werkelijke situatie aangezien we weten dat de methode van Donath de gemiddelde draadlengte steeds overschat [Don79, SVMVC96a].

De experimenteel opgemeten gemiddelde draadlengten (resultaten verkregen door het uitvoeren van ons eigen plaatsingsalgoritme (zie bijlage A, paragraaf A.3), op basis van gesimuleerde uitgroeiing [KGV83, VMVC93]) liggen over het algemeen iets dichter bij onze schattingen dan bij die van Donath. Enkele referentieschakelingen hebben uitzonderlijk hoge gemiddelde draadlengten in het experiment. Aangezien ook de methode van Donath deze draadlengten onderschat (alhoewel hij zelf beweert dat zijn methode de draadlengte steeds met ongeveer een factor twee overschat), kunnen we ons vragen stellen bij de representativiteit van die experimentele resultaten. Ook hier zijn het precies die referentieschakelingen met enkele netten met uitzonderlijke hoge netgraad (niet te verklaren op basis van ons model voor meerpuntsnetten) die abnormale experimentele resultaten opleveren. Uitgemiddeld over alle referentieschakelingen onderschatten wij de gemiddelde draadlengte met 3,83% terwijl de methode van Donath de gemiddelde draadlengte overschat met 15,25%. Houden we bovendien rekening met het feit dat onze experimentele plaatsingen misschien niet de optimale plaatsingen hebben opgeleverd en de werkelijke gemiddelde lengte dus nog iets lager zal zijn dan de experimenteel opgemeten lengte en houden we geen rekening met de abnormale referentieschakelingen (met zeer hoge netgraden), dan worden onze resultaten zelfs nog beter.

Verder onderzoek moet uitwijzen in hoeverre de methode met aangepast model voor de plaatsing, die we in hoofdstuk 4 hebben besproken, ook toepasbaar is voor de in dit hoofdstuk ingevoerde uitbreiding tot meerpuntsnetten. Het eenvoudigst zou zijn om de bezettingskans, zoals ingevoerd in hoofdstuk 4, toe te passen op de afzonderlijke draadsegmentjes bij de berekening van de parenlengte. Toch lijkt dit, theoretisch gezien, weinig realistisch aangezien we de bezettingskans hebben afgeleid uit de globale draadlengtedistributie waar en-

kel de werkelijke lengte van de draden telt en het dus eerder de Steiner-lengte van de meerpuntsnetten is die in rekening moet gebracht worden. Dit geeft dan weer een aantal rekenkundige moeilijkheden. Op dit domein is zeker nog verder onderzoek noodzakelijk.

Het belangrijkste besluit van deze paragraaf is dat meerpuntsnetten wel degelijk een belangrijke invloed kunnen hebben op de schattingen van de gemiddelde draadlengte. We hebben reeds een aanzet gegeven tot een methode voor het schatten van de gemiddelde draadlengte op basis van een onderscheid van de meerpuntsnetten met verschillende netgraad. De eerste resultaten zijn zeer bevredigend, gelet op de verschillende benaderende veronderstellingen die we van Donath hebben overgenomen. Een verdere verfijning van deze methode moet ongetwijfeld tot nog betere resultaten kunnen leiden en kan dan ook deel uitmaken van verder onderzoek op dit domein.

## Samenvatting

In dit hoofdstuk werd een volledig nieuw (theoretisch) model ontwikkeld voor het gedrag van meerpuntsnetten tijdens het partitioneerproces. Door dit model zijn we in staat de netgraaddistributie van schakelingen te schatten met goede nauwkeurigheid. Een verdere verfijning van dit model bracht meteen ook een elegante methode om zelf referentieschakelingen te kunnen genereren met gegarandeerd vergelijkbare eigenschappen als deze van reële referentieschakelingen. De mogelijkheid om grote hoeveelheden referentieschakelingen te kunnen produceren met volledige controle van de belangrijkste parameters, is een zeer belangrijk gegeven in de wereld van het computer-ondersteund ontwerpen. Het laat ons toe niet alleen de programmatuur (partitioneerprogramma's, plaatsingsprogramma's, routeringsprogramma's, ...) te testen maar ook een theoretische analyse te maken van nieuwe architecturen, zelfs vóór ze effectief geproduceerd zijn (in de ontwerp- of prototypefase).

Het toepassen van het in het begin van dit hoofdstuk beschreven model voor meerpuntsnetten heeft in een laatste paragraaf geleid tot een aanzet naar een nog beter model voor het schatten van draadlengten in computersystemen. Uit de eerste resultaten blijkt dat het in rekening brengen van meerpuntsnetten bij de draadlengteschattingen de nauwkeurigheid van deze schattingen verhoogt en een belangrijk verschil kan opleveren met schattingen die alle netten als punt-tot-puntverbindingen behandelen. Verder onderzoek op dit domein, b.v. door het invoeren van een bezettingskans zoals in hoofdstuk 4, moet leiden tot nog nauwkeuriger schattingen van de gemiddelde draadlengte op basis van het model voor meerpuntsnetten.

## Hoofdstuk 7

# Mogelijke Toepassingen van Ons Onderzoekswerk

Voor elke toepassing het gepaste gereedschap!

*In dit hoofdstuk lichten we een tipje van de sluier op over de mogelijke concrete toepassingen van dit theoretische onderzoekswerk. We gebruiken daarbij hetzelfde beeld als in hoofdstuk 1 waarbij we ons onderzoekswerk zien als een brug die mogelijke toepassingen leidt in drie richtingen. Eerst komen de toepassingsmogelijkheden van a priori draadlengteschattingen in het computer-ondersteund ontwerpen aan bod, daarna volgen mogelijke toepassingen voor het evalueren van nieuwe computerarchitecturen, in het bijzonder opto-elektronische systemen, door de gebruiker programmeerbare poortenroosters en multi-chipmodules. De laatste toepassing houdt verband met de uitbreidingen aan het model van de schakeling. Dit onderzoekswerk leidt tot meer inzicht in de eigenschappen van schakelingen en biedt de mogelijkheid referentieschakelingen te genereren die op hun beurt voor verschillende toepassingen bruikbaar zijn.*

## 7.1 Computer-ondersteund ontwerpen

De methoden voor het schatten van draadlengten die als gevolg van dit doctoraal onderzoek werden ontwikkeld en die in de vorige hoofdstukken werden beschreven, zijn belangrijk voor het verbeteren van de methoden voor het computer-ondersteund ontwerpen van computersystemen en digitale chips. De eisen die gesteld worden in verband met de snelheid en de optimaliteit van de oplossing, liggen zeer hoog en nemen zelfs steeds sneller en sneller toe. Dit is uiteraard een gevolg van de enorme evolutie in systemen die met de hulp van CAD-programmatuur ontworpen worden.

We beperken deze bespreking tot de stappen voor de lay-outontwikkeling van het systeem: het grondplanontwerp, de plaatsing en de routing (zie hoofdstuk 1). Zij vervullen een niet te onderschatten taak en het resultaat, de lay-out van het systeem, moet voldoen aan zeer strenge eisen (de specificaties). Bovendien zijn de belangrijke systeemp parameters, zoals kloksnelheid, oppervlakte-inname op het chipsubstraat, vermogendissipatie, . . . , zeer sterk afhankelijk van de kwaliteit van de lay-out. Een slechte lay-out voldoet bijna nooit aan de specificaties en kan dus niet getolereerd worden. Men kan in verband met de optimaliteit van de plaatsing en de routing twee standpunten innemen: het 'ideale' standpunt waarbij men ervan uitgaat dat suboptimale oplossingen niet goed genoeg zijn en men steeds moet streven naar de optimaliteit, of het 'praktische' standpunt dat vertrekt van de specificaties en tevreden is als het resultaat aan deze specificaties voldoet. Het eerste standpunt is een ideaalbeeld dat we wellicht nooit zullen kunnen bereiken aangezien de problemen van plaatsing en routing geboekstaafd staan als NP-complete problemen [SB80]. Om deze reden kunnen enkel heuristische gebruikt worden, willen we in een aan-

vaardbare tijd een oplossing van het probleem vinden. Het ideale standpunt gaat er dan vanuit dat elke verbetering van deze heuristieken een stap vooruit is. In het praktische standpunt maakt een verbetering van de heuristiek weinig uit zolang de specificaties maar gehaald worden. Een probleem daarbij is dat ook deze specificaties mee evolueren met de technologische mogelijkheden.

Welk standpunt men ook inneemt, er is geen ontkomen aan het feit dat de complexiteit van digitale systemen bijzonder snel stijgt en dat het aantal transistors op een chip steeds toeneemt. Zelfs al zouden de specificaties voor de kloksnelheid, vermogendissipatie, enz. niet strenger worden, dan nog zorgen de toenemende complexiteit en grootte van de systemen voor problemen. De huidige heuristieken die in de CAD-programmatuur zijn ingebouwd, presteren immers minder goed bij complexere schakelingen of vereisen al snel teveel hulpmiddelen (computergeheugen of processortijd) bij toenemende grootte van een systeem om nog praktisch bruikbaar te zijn. Ook wanneer men het praktische standpunt hanteert, komt men dus tot de conclusie dat de ontwerpmethoden moeten blijven verbeteren.

Heuristieken zijn over het algemeen sterk afhankelijk van de kostfunctie die gebruikt wordt om mogelijke oplossingen met elkaar te vergelijken. Een betere kostfunctie zal ook de heuristiek verbeteren en leidt tot een betere oplossing. Het komt er dus op aan op voorhand uitspraken te doen over de kwaliteit van een mogelijke lay-out. Hiervoor zijn schattingen van de lay-outparameters noodzakelijk. Zoals we reeds in de inleiding hebben uiteengezet, is één van de belangrijkste parameters de draadlengte in het systeem omdat deze een rechtstreekse invloed heeft op de meeste andere parameters en op de prestaties die men wenst te halen (zie hoofdstuk 1). Het belang van de draadlengte als parameter wordt nog versterkt door de technologische evolutie naar submicrometerafmetingen binnen de chips waardoor het aandeel van de verbindingen in zowel looptijd, oppervlakte-inname als vermogendissipatie sterk toeneemt t.o.v. het aandeel van de componenten zelf.

Het schatten van de draadlengte (en ook van andere parameters) kan op verschillende manieren gebeuren en in verschillende stadia van de lay-out. De lay-out wordt immers in verschillende stappen uitgevoerd waarbij steeds meer detail in rekening wordt gebracht. In de eerste fasen (grondplanontwerp) volstaan zeer ruwe en algemene schattingen omdat de graad van detail nog zeer laag is. Algemene uitspraken voor het gehele systeem en gemiddelden volstaan. Bij de initiële plaatsing is reeds meer detail nodig. De schattingen moeten dan ook rekening houden met de specifieke situatie van dat onderdeel van de schakeling dat men op dat moment bestudeert. In plaats van een globaal beeld voor de gehele schakeling moeten we hier naar meer lokale schattingen streven. Dit wil zeggen dat de schattingen reeds zullen moeten rekening houden met bijkomende kennis die volgt uit de eerste lay-outstappen. De gedetailleerde plaatsing



tenslotte vereist zeer nauwkeurige schattingen van de draadlengte om de juiste keuzes te kunnen maken. Hier wordt elke individuele draad afzonderlijk bekeken en moeten we extensief gebruik maken van de kennis over de mogelijke plaats van de componenten die volgt uit de vorige lay-outstap. Het is duidelijk dat de granulariteit vergroot naarmate we ons verder in de ontwerpcyclus begeven. De schattingen moeten in dezelfde mate mee evolueren.

In de huidige ontwerptechnieken worden draadlengteschattingen bijna uitsluitend gebruikt in de laatste fasen (gedetailleerde plaatsing en routing). Men gaat dan draadlengten schatten op basis van een beperkt aantal mogelijke plaatsen voor de eindpunten van de draden, bijvoorbeeld door een Steinerlengtebenadering te gebruiken (zie hoofdstuk 2). In de huidige situatie gebruikt men dus bijna uitsluitend draadlengteschattingen voor concrete netten. Meer algemene schattingen, en in het bijzonder a priori schattingen, komen nauwelijks aan bod. Nochtans zijn ook dergelijke schattingen belangrijk. Geen enkele ontwerpingenieur zal immers ontkennen dat de eerste fasen van het layoutproces (en in het bijzonder de fase van grondplanontwerp) van het allergrootste belang zijn. Het is immers in de eerste stappen dat de krijtlijnen getrokken worden van de lay-out. Foutieve of minder goede beslissingen kunnen nog slechts marginaal verbeterd worden in de latere fasen. Verbeteringen van de CAD-programmatuur en de ontwerpmethoden in deze fase kunnen dan ook belangrijke (positieve) gevolgen hebben op het uiteindelijke ontwerp.

De methoden voor het schatten van draadlengten die we in de vorige hoofdstukken hebben gepresenteerd, geven een algemeen beeld van de draadlengtedistributie en een schatting van de gemiddelde draadlengte. Deze schattingen stellen ons in staat op voorhand, d.w.z. nog vóór de dure lay-outstappen worden uitgevoerd, na te gaan of het systeem aan alle specificaties zou kunnen voldoen (a priori schattingen). Eventuele knelpunten kunnen dan eerst worden aangepakt en weggewerkt vooraleer de plaatsingsprogrammatuur op de schakeling wordt losgelaten. Deze schattingen kunnen ook de plaatsingsprogramma's zelf een eerste idee geven van de mogelijke plaatsingen. Daardoor kunnen reeds een groot aantal plaatsingen op voorhand worden uitgesloten als 'goede' oplossing wat niet alleen de snelheid van het algoritme ten goede komt maar eveneens de kwaliteit aangezien het algoritme zich kan concentreren op de nog overblijvende 'goede' plaatsingen en de criteria eventueel kan verfijnen om ook tussen deze plaatsingen nog een onderscheid te zoeken. De aard van de in dit werk onderzochte methoden (analytische methoden die geen gebruik maken van specifieke voorkennis over de plaatsing en die een algemeen beeld geven van de te verwachten draadlengtedistributie) zijn uitermate geschikt voor de a priori schattingen die we in de eerste fasen van het layoutproces nodig hebben.

Ook voor de verdere ontwikkeling van automatische CAD-programmatuur zijn initiële schattingen van de draadlengte van primordiaal belang. Zij moe-

ten immers de computerprogramma's voor het automatisch ontwerpen van de lay-out het 'inzicht' verschaffen dat een systeemontwerper heeft. Zonder dit 'inzicht', hoe rudimentair de benadering door schattingen ook is, zullen automatische CAD-programma's nooit kunnen tippen aan de kennis en ervaring van systeemontwerpers.

## 7.2 Evalueren van nieuwe architecturen

Het feit dat onze draadlengteschattingmethoden analytisch van aard zijn en het feit dat zij algemene informatie over de draadlengte verschaffen, maakt dat zij ook nog een andere toepassing kennen, naast het gebruik in de aanvangsfase van het lay-outproces. De methoden kunnen ook gebruikt worden om algemene schattingen te maken van draadlengten in willekeurige computerarchitecturen. Ze steunen immers enkel op drie modellen, één voor de schakeling, één voor de fysische architectuur en één voor het plaatsingsproces waardoor de schakeling geïmplementeerd wordt in de fysische architectuur. Als we veronderstellen dat het model voor de schakeling bepaald is door het soort schakelingen dat we vandaag in de werkelijkheid ontwerpen en dus vast is (slechts afhankelijk van enkele parameters) en als we veronderstellen dat het plaatsingsmodel een goed model is voor een optimale plaatsing met als criterium de minimale draadlengte, dan blijft enkel het model voor de fysische architectuur over. In deze tekst hebben we steeds een isotrope architectuur verondersteld (het twee- of driedimensionale Manhattan-rooster) maar in hoofdstuk 5 hebben we reeds aangegeven dat de methode vele andere modellen toelaat. In de praktijk kunnen we (vereenvoudigde) modellen opstellen voor heel wat nieuwe computerarchitecturen in bestaande of nieuwe technologieën, en dit zowel in twee als in drie dimensies<sup>1</sup>.

Voor elk model voor de fysische architectuur dat we kunnen bedenken, kunnen we, met de in deze tekst voorgestelde methoden, draadlengten schatten. Deze schattingen geven dan meteen ook een beeld van andere ontwerpparameters (kloksnelheid, oppervlakte- of volume-inname, vermogendissipatie, kanaaldensiteiten, ...) die, afhankelijk van de technologie, in verband kunnen gebracht worden met de draadlengte. Op die manier kunnen we verschillende architecturen met elkaar vergelijken zonder dat deze architecturen gebouwd of zelfs maar geëmuleerd moeten worden. De meest belovende architecturen kunnen dan in aanmerking komen om er een prototype van te bouwen. In de vakgroep ELIS van de Universiteit Gent werd in dat verband reeds heel wat onderzoekswerk verricht op opto-elektronische architecturen [VM94, VMVC94a, VMVC94b, VMSVC95a, VMVC95a, VMVC95b, VMVC97] of, meer algemeen, driedimensionale anisotrope architecturen waarbij er een

---

<sup>1</sup>In theorie kunnen ook hogerdimensionale architecturen zonder problemen worden gemodelleerd [VM92].

verschillend gedrag is van de verbindingskanalen in de verschillende dimensies.

De methoden voor het schatten van draadlengten kunnen eveneens resulteren in algemene uitspraken over hoe een nieuwe architectuur er zou moeten uitzien om succesvol te zijn of welke eigenschappen een dergelijke architectuur zeker wel moet en zeker niet mag bezitten.

De nieuwe fysische architecturen kunnen werkelijk alle vormen aannemen. Naast de reeds vermelde opto-elektronische architecturen zien wij ook zeker toepassingen voor het evalueren en zelfs ontwerpen van nieuwe FPGA-architecturen en in de ontwikkeling van multi-chipmodules. In hoofdstuk 1 gaven we reeds aan waarom draadlengteschattingen belangrijk zijn voor het ontwikkelen van dergelijke nieuwe architecturen. Daar werden ook enkele toepassingen besproken. De redenering zou dan ook hier herhaald kunnen worden.

### 7.3 Theoretische karakterisering van schakelingen

In hoofdstuk 6 hebben we het model voor de schakeling uitgebreid. Op basis van een model voor het gedrag van meerpuntsnetten tijdens partitionering werd een nieuwe parameter  $f$  aan het model voor de schakeling toegevoegd. Deze uitbreiding kan gebruikt worden voor het verbeteren van de draadlengteschattingen (zie paragraaf 6.3). Deze uitbreiding kan tevens de aanzet geven tot een meer doorgedreven studie van schakelingen en eventueel tot een uitbreiding van de regel van Rent naar een meer algemene complexiteitsrelatie. In ieder geval draagt onze uitbreiding aan het model van een schakeling bij tot het algemeen inzicht in schakelingen. In dat verband is de onmiddellijke toepassing van onze uitbreiding voor het genereren van referentieschakelingen, zoals uitgebreid besproken in hoofdstuk 6, paragraaf 6.2, beloftevol.

Door het NP-complete karakter van plaatsing en routing worden steeds heuristieken gebruikt om een goede lay-out te zoeken. Het grootste probleem is het bepalen van de kwaliteit van die heuristiek. Aangezien de optimale oplossing niet gekend is, is het zeer moeilijk na te gaan of een bepaalde heuristiek beter presteert dan een andere voor alle schakelingen of toch voor het grootste deel van alle mogelijke schakelingen. Het enige wat men kan doen om heuristieken te vergelijken is ze toepassen op eenzelfde schakeling en de resultaten vergelijken. De heuristiek die een plaatsing en routing vindt met kortere draadlengten, die een kleinere oppervlakte inneemt en die leidt tot minder vermogendissipatie, is duidelijk de betere.<sup>2</sup> Deze uitspraak geldt natuurlijk alleen voor de onderzochte schakeling. Om gefundeerde uitspraken te doen over de

---

<sup>2</sup>Wanneer niet aan alle voorwaarden tegelijk kan voldaan zijn, hangt het ervan af welk criterium voor het eindresultaat het belangrijkste is.

kwaliteit van de heuristiek moet deze procedure dan ook herhaald worden voor een heel groot aantal schakelingen. Men moet dus beschikken over een verzameling van schakelingen waarmee men de CAD-programma's kan vergelijken. Het is zeer belangrijk dat deze schakelingen waardige vertegenwoordigers zijn van de schakelingen die men in de werkelijkheid ook wil maken. Eén manier is het gebruiken van 'oude' ontwerpen, iets wat vooral in de industrie mogelijk is omdat daar veel ontwerpen gemaakt worden, maar in de academische wereld veel moeilijker ligt. Daar heeft men over het algemeen niet voldoende ontwerpen voorhanden voor een uitgebreide analyse van programmatuur en de industriële ontwerpen blijven meestal onbereikbaar. Het gebrek aan voldoende 'goede' en vooral voldoende grote referentieschakelingen is een oud zeer waarover reeds op menige internationale conferentie discussies zijn gevoerd. De mogelijkheid om referentieschakelingen te genereren met parameters die men zelf kan instellen en met eigenschappen waarvan men weet dat ze overeenstemmen met die van 'reële' ontwerpen, opent dan ook perspectieven. Deze mogelijkheid wordt geboden met het programma `gn1` om referentieschakelingen te genereren dat in hoofdstuk 6, paragraaf 6.2, werd voorgesteld.

Referentieschakelingen zijn ook zeer nuttig voor het evalueren van nieuwe computerarchitecturen, maar dan na het bouwen van een eerste prototype. Door de referentieschakeling te implementeren in de nieuwe architectuur kan men enkele belangrijke systeemp parameters opmeten. Op basis van deze metingen kunnen dan conclusies worden getrokken over de kwaliteiten en gebreken van de architectuur en kunnen verschillende architecturen met elkaar vergeleken worden. Tevens kunnen de metingen vergeleken worden met voorspelde waarden (die b.v. uit a priori draadlengteschattingen volgen) waardoor meteen ook dergelijke schattingen geëvalueerd en eventueel bijgestuurd kunnen worden. Ook voor deze toepassingsdomeinen zijn automatisch gegenereerde referentieschakelingen bijzonder nuttig. Vooral de mogelijkheid om de karakteristieke parameters van dergelijke schakelingen te sturen, biedt perspectieven voor een meer gefundeerde vergelijking tussen computersystemen.

## Samenvatting

Dit hoofdstuk gaf een overzicht van enkele mogelijke toepassingen van de in deze doctoraalscriptie voorgestelde theoretische methoden voor draadlengteschattingen en van het nieuwe model voor schakelingen. Drie mogelijke richtingen waarin toepassingen kunnen gevonden worden, zijn:

- verbeteringen van CAD-methoden voor de lay-outontwikkeling;
- evalueren van nieuwe computerarchitecturen;
- karakterisering van schakelingen en genereren van referentieschakelingen.



## Hoofdstuk 8

# Besluit

Eindelijk... het besluit.

*Het laatste hoofdstuk van deze doctoraalscriptie geeft een overzicht van de belangrijkste bijdragen van ons onderzoek en hecht een algemene conclusie aan de resultaten van het onderzoek. Deze tekst heeft ongetwijfeld bij de lezer een aantal vragen opgeroepen. Dat is de logische weerspiegeling van het feit dat ons onderzoekswerk een theoretische basis legt voor belangrijke toepassingen die in de toekomst aan de orde zullen zijn maar op dit moment nog in hun kinderschoenen staan. Er zijn dan ook nog heel wat mogelijkheden voor verder onderzoek. Als afsluiter, worden een aantal van deze mogelijkheden nog besproken.*

## 8.1 Conclusies van het in deze doctoraalscriptie voorgestelde onderzoekswerk

Ons onderzoekswerk heeft vooral een bijdrage geleverd op twee domeinen: het vinden van *nauwkeuriger a priori schattingen van draadlengten* in computersystemen en *het verwerven van nieuwe inzichten in het theoretisch model voor een schakeling*.

### 8.1.1 Schatten van draadlengten

Onze methoden voor het schatten van draadlengten zijn in beginsel gebaseerd op de methode van Donath [Don79]. Deze methode werd echter gevoelig uitgebreid en verbeterd door rekening te houden met:

- **het ‘gedrag’ van een optimale plaatsing;**  
Op basis van een stochastische modellering van de optimale plaatsing hebben we een *bezettingskans* ingevoerd die wel degelijk rekening houdt met het feit dat een optimale plaatsing een voorkeur heeft voor de kortste verbindingspaden in de fysische architectuur. Uit een (theoretische) studie van de globale draadlengtedistributie voor de volledige schakeling en uit de vorm van de structure distributie leidden we af dat deze bezettingskans de vorm  $l^{2r-4}$  heeft. Experimenten toonden aan dat het invoeren van deze bezettingskans een gevoelige verbetering betekent van de nauwkeurigheid van de draadlengteschatting. Deze uitbreiding werd voorgesteld in hoofdstuk 4, paragraaf 4.1.
- **externe verbindingen van de schakeling;**  
We hebben voor het eerst een draadlengteschatting voor externe verbindingen voorgesteld. Voor deze schatting werd eveneens van de bezettingskans gebruik gemaakt. Uit de experimenten konden we afleiden dat het achterwege laten van externe verbindingen in de schattingen belangrijke afwijkingen kan teweegbrengen. De experimenten leerden ons ook dat

de voorgestelde methode aanvaardbare draadlengteschattingen oplevert. Deze nieuwe methode voor het schatten van externe verbindingen is weergegeven in hoofdstuk 4, paragraaf 4.2.

- **driedimensionale fysische architecturen;**

Een uitbreiding van de methode naar drie dimensies is belangrijk voor het evalueren van de driedimensionale architecturen die in de toekomst ongetwijfeld meer en meer zullen voorgesteld worden als alternatieve computerarchitecturen. In hoofdstuk 5 hebben we aangetoond dat de bezettingskans voor een isotrope driedimensionale architectuur van de vorm  $l^{3r-6}$  moet zijn. De theoretische draadlengten die we op basis van onze methode voor driedimensionale architecturen hebben gevonden, bleken eveneens goede overeenkomsten te vertonen met experimenteel opgemeten waarden en toonden aan dat driedimensionale architecturen interessant zijn voor het implementeren van zeer complexe schakelingen.

- **meerpuntsnetten.**

De uitbreiding van het model voor de schakeling die rekening houdt met meerpuntsnetten (zie verder), geeft opnieuw aanleiding tot een verbetering van draadlengteschattingen. Deze methode werd besproken in hoofdstuk 6, paragraaf 6.3. Een relatief eenvoudig model (voorlopig nog zonder een bezettingskans) toont reeds aan dat het in rekening brengen van meerpuntsnetten belangrijke verschillen in gemiddelde draadlengte kan opleveren.

Onze methode voor het schatten van draadlengten heeft de volgende eigenschappen:

- **Onze methode is een a priori schattingsmethode.**

Onze methode vereist geen voorkennis over de lay-out van het systeem en behoort daarom tot de groep a priori methoden. Deze onderscheiden zich van de a posteriori methoden die wel effectief gebruik maken van de lay-outinformatie en de on line schattingsmethoden die partiële lay-outinformatie gebruiken.

Er moet dus in onze methode geen grondplanontwerp, plaatsing en routing uitgevoerd worden om draadlengteschattingen te verkrijgen. De enige fysische ontwerpstep die moet uitgevoerd worden, is een partitionering van de schakeling. Deze partitionering is enkel noodzakelijk om een idee te hebben over de verbindingencomplexiteit van de schakeling (via de Rent-exponent) en een voldoende nauwkeurig model voor de schakeling te kunnen gebruiken. Stelt men zich tevreden met een ruwer model voor de schakeling of wil men de draadlengteschattingen gebruiken voor het evalueren van architecturen voor algemene schakelingen (b.v. in een bepaald bereik van Rent-exponenten), dan is ook een partitionering overbodig.



- **Onze methode is gebaseerd op theoretische modellen.**

Onze methode gebruikt een theoretisch model voor de schakeling, de fysische architectuur en het plaatsingsproces. In dit opzicht onderscheidt ze zich van de empirische methoden (die gebruik maken van vroegere ervaringen en experimentele metingen van draadlengten) en van procedurale methoden (die draadlengten schatten door delen van het lay-outproces effectief uit te voeren).

De theoretische modellen moeten uiteraard een weerspiegeling zijn van de reële situatie. Aan dit aspect werd, in de bespreking van de resultaten van de verschillende hoofdstukken, ruim aandacht besteed.

- **Onze methode is toepasbaar op verschillende beschrijvingsniveaus voor de schakeling.**

In onze methode is het niveau van de beschrijving van een schakeling niet van belang. Schakelingen kunnen zowel op het circuitniveau als op het systeemniveau, of op eender welk niveau tussenin, beschreven worden. De draadlengteschattingen gelden dan voor een implementatie van de schakeling op dat niveau (b.v. voor de draden op een moederbord voor een beschrijving van de schakeling op systeemniveau).

- **Onze methode is bruikbaar voor verschillende fysische architecturen.**

Onze methode kan toegepast worden op verschillende fysische architecturen. De enige vereiste is het aanpassen van het model voor de architectuur. Daarbij is ook de implementatie van de verbindingen van ondergeschikt belang. We kunnen b.v. zowel elektrische als optische verbindingen in het model toelaten. Verschillende soorten verbindingen in eenzelfde architectuur kunnen gemodelleerd worden door een parameter in te voeren die het onderlinge verschil in draadlengte beschrijft.

- **Onze methode is snel.**

De resultaten van de draadlengteschattingen op basis van onze methode zijn beschikbaar als analytische uitdrukkingen van functies van een beperkt aantal parameters. Dit is een gevolg van het feit dat theoretische modellen aan de basis liggen van onze methoden. Het invoeren van de parameters geeft meteen een schatting van de draadlengte. De snelheid waarmee draadlengten geschat kunnen worden, hangt dus af van de snelheid waarmee men de parameters kan vinden. Dit is sterk afhankelijk van het toepassingsdomein en hangt nauw samen met de graad van nauwkeurigheid die men nastreeft.

- **Onze methode levert algemene draadlengteschattingen op.**

Onze methode geeft een algemene schatting van de gemiddelde draadlengte

en een algemeen beeld van de draadlengtedistributie. Dergelijke schattingen zijn zeer nuttig voor het evalueren van nieuwe computersystemen en voor de eerste fasen van het fysisch CAD-ontwerp (grondplanontwerp en eventueel de initiële plaatsing). Het schatten van de lengte van een specifieke draad op een specifieke plaats vereist een ander soort schattingen. Onze methoden bevatten te weinig detail om ook gebruikt te kunnen worden in de latere fasen van het fysisch ontwerp.

Onze verbeterde methoden voor a priori draadlengteschattingen effenen de weg voor tal van mogelijke toepassingen voor het verbeteren van CAD-programmatuur voor grondplanontwerp en plaatsing en voor het evalueren van nieuwe computerarchitecturen. Deze architecturen kunnen diverse vormen aannemen, van de klassieke computersystemen gebaseerd op de moederbordstructuur tot opto-elektronische driedimensionale architecturen, van FPGA's tot MCM's. Een bespreking van het belang van ons onderzoekswerk voor deze domeinen kwam aan bod in hoofdstuk 1 en in hoofdstuk 7 hebben we de richting van mogelijke toepassingen aangewezen.

### 8.1.2 Karakterisering van schakelingen

Het inzicht in schakelingen is eveneens gebaat bij dit onderzoekswerk. We hebben enkele uitbreidingen voorgesteld aan bestaande modellen zoals de regel van Rent, o.a. het invoeren van een *derde gebied van Rent* en een *lokale Rent-exponent*. Deze uitbreidingen werden besproken bij het algemene overzicht van de modellen in hoofdstuk 2. In hetzelfde hoofdstuk hebben we enkele ideeën geformuleerd die een verband tussen de Rent-exponent en een fractale dimensie laten vermoeden. Verder onderzoek is echter nog nodig om dit verband echt bruikbaar te maken.

Onze belangrijkste verwezenlijking die bijdraagt tot nieuwe inzichten over schakelingen, is ons voorstel voor een nieuw model voor het partitioneren van meerpuntnetten in een schakeling, voorgesteld in hoofdstuk 6, paragraaf 6.1. Uit dat model konden we de netgraaddistributie in een schakeling afleiden en experimenten bevestigden dat de vorm van deze distributie zeer goed overeenstemt met de werkelijke netgraaddistributie. Het model is gebaseerd op een nieuwe parameter voor de schakeling, de *fractie interne doorgeknijpte netten*  $f$  die volledig de netgraaddistributie bepaalt. Dit model geeft ons niet alleen het aantal interne en externe netten op elk niveau van een partitionering maar verschaft ook nieuwe inzichten in de manier waarop schakelingen zijn opgebouwd.

Het nieuwe model voor meerpuntnetten heeft een zeer interessante methode opgeleverd voor de generatie van synthetische referentieschakelingen. Dergelijke generatie van referentieschakelingen krijgt de laatste jaren meer en meer belangstelling in de onderzoeksgemeenschap omwille van de belangrijke toepas-

singsmogelijkheden voor evaluatie van CAD-programmatuur en nieuwe architecturen. Onze referentieschakelingen hebben hierbij het grote voordeel dat ze gegarandeerd eigenschappen hebben die we ook in reële schakelingen terugvinden voor wat hun verbindingscomplexiteit én de netgraaddistributie betreft. De mogelijkheid om de verschillende parameters gecontroleerd te laten variëren, biedt heel wat perspectieven voor verder fundamenteel onderzoek van de mate waarin de te testen programmatuur of nieuwe architecturen afhankelijk zijn van één enkele parameter, en dit voor de verschillende parameters.

## 8.2 Mogelijkheden voor verder onderzoek

Het soort van onderzoek dat in deze doctoraalscriptie werd beschreven, is niet echt verschrikkelijk jong (de eerste tekenen van leven situeren zich eind de jaren '60) maar het heeft nooit echt een grote bloei gekend. Pas de laatste jaren beginnen verschillende onderzoekers het belang van theoretische methoden voor a priori schattingen in te zien en is er enige vooruitgang te merken. Ons onderzoekswerk heeft, door het verhogen van de nauwkeurigheid en door het voorstellen van nieuwe modellen, vooral de basis verbreed voor mogelijke toepassingen. Het spreekt voor zich dat met dit werk het onderzoek nog niet afgelopen is en dat niet alles over theoretische modellen voor draadlengteschattingen geweten is. We hebben dan ook in de tekst geregeld geschreven dat verder onderzoek wenselijk is op bepaalde punten. Het is onze wens dat dit doctoraal proefschrift een aanzet kan zijn tot nieuwe onderzoeksinitiatieven. Die kunnen zich zowel richten op verdere uitdieping van de modellen en verbetering van de schattingsmethode, als op de toepassingen van a priori draadlengteschattingen. We geven hierna een, uiteraard niet limitatieve, opsomming van interessante aspecten die verder onderzoek verdienen.

Mogelijk verder onderzoek om de theoretische basis verder uit te diepen:

- **Verdere uitbreiding van het plaatsingsmodel.**

In het begin van hoofdstuk 4 hebben we gesteld dat een goed model voor een optimale plaatsing eigenlijk ook een aanpassing vereist van de verdeling van het aantal verbindingen over buur- en diagonaalcombinaties. Een aanpassing van de methode in die zin veronderstelt echter een uitbreiding van de regel van Rent (zie verder). Wanneer een dergelijke uitbreiding mogelijk blijkt, kunnen in ons hiërarchisch plaatsingsmodel buurcombinaties bevoordeeld worden t.o.v. diagonaalcombinaties zoals in een optimale plaatsing het geval zou zijn.

Verder onderzoek is ook noodzakelijk om ons model voor meerpuntsnetten te combineren met de door ons voorgestelde bezettingskans. De relatie tussen meerpuntsnetten en de precieze vorm van de bezettingskans is nog niet

heel duidelijk al lijkt het evident dat het invoeren van een bezettingskans voor meerpuntsnetten een even grote verbetering kan betekenen, voor de draadlengten die we in hoofdstuk 6, paragraaf 6.3, hebben berekend op basis van het model voor meerpuntsnetten, als de verbetering van Donath's methode door het invoeren van de bezettingskans.

- **Uitbreiding van het model voor routing.**

In ons onderzoekswerk hebben we steeds voldoende grote kanalen verondersteld, d.w.z. dat alle draden de kortste weg steeds kunnen volgen. In reële systemen is dit natuurlijk niet zo, zeker wanneer wij FPGA-architecturen willen modelleren. Een model voor kanaaldensiteiten kan een verdere uitbreiding zijn.

- **Schatten van andere parameters.**

We hebben reeds in de inleiding geargumenteed dat de draadlengte rechtstreeks in verband kan gebracht worden met andere ontwerpparameters zoals de looptijd, oppervlakte-inname, vermogendissipatie, kanaaldensiteiten, routeerbaarheid, . . . . Deze parameters kunnen rechtstreeks in de methoden worden ingevoerd. Voor de parameters die ook nog van andere factoren dan draadlengte afhankelijk zijn, is dan wel een uitbreiding van de modellen en de methode nodig.

- **Uitbreiding van het model voor de fysische architectuur.**

De klassieke chip-architectuur kan goed gemodelleerd worden als een Manhattan-rooster. Voor andere reële architecturen moeten we ons model aanpassen. De aanpassing naar een driedimensionale isotrope architectuur is reeds in ons onderzoekswerk ingebouwd (hoofdstuk 5) maar een uitbreiding naar andere architecturen dringt zich op. Een uitbreiding naar anisotrope driedimensionale architecturen wordt reeds enkele jaren in onze onderzoeksgroep uitgewerkt [VM92, VM94, VMVC94a, VMVC94b, VMSVC95a, VMVC95a, VMVC97].

- **Uitbreiding van het model voor de schakeling.**

Het model voor de schakeling is één van de meest kritische elementen van de theoretische schattingsmethoden voor draadlengten. Het 'inzicht' in de precieze eigenschappen van de schakelingen die ontwerpers maken, is eigenlijk nog niet zo groot. Vandaar dat er op dit domein nog heel wat onderzoekswerk kan gebeuren:

- *Het verder ontwikkelen van een algemene maat voor de (topologische) complexiteit van schakelingen.*

De regel van Rent is een uitzonderlijk nuttig model maar het heeft ook zijn beperkingen. Het is nog steeds een eerste-orde-model. Een uitbreiding van de regel van Rent zou ook kunnen rekening houden

met de variaties in complexiteit die in reële schakelingen ongetwijfeld aanwezig zijn. Onze voorstellen voor een *lokale Rent-exponent*, zowel in de ruimte als op de hiërarchieniveaus (zie hoofdstuk 2) zijn hiertoe een eerste aanzet.

Nog interessanter is een uitbreiding van de regel van Rent naar een nog algemenere complexiteitsmaat waarin ook tijdsaspecten worden opgenomen. Op die manier zou het ontstaan van het tweede gebied van Rent (als gevolg van pinlimitatie) beter begrepen (en dus ook beter gemodelleerd) kunnen worden.

– *Onderzoek betreffende de fractale dimensie van schakelingen.*

In hoofdstuk 2 hebben we een verband tussen de Rent-exponent en een *fractale dimensie* van schakelingen voorgesteld. Het vinden van een ander model voor een schakeling dat toelaat een fractale dimensie op schakelingen te meten zou niet alleen een nieuwe methode voor het bepalen van de Rent-exponent kunnen opleveren (en misschien zelfs een partitionering van de schakeling overbodig maken), maar zou tevens meer inzicht geven in de eigenschappen van schakelingen en mogelijk-kerwijs tot nieuwe resultaten kunnen leiden.

– *Verder uitwerken van ons model voor meerpuntsnetten.*

Het model voor meerpuntsnetten dat we in hoofdstuk 6, paragraaf 6.1, hebben voorgesteld, biedt heel wat mogelijkheden en heeft een goede overeenkomst met experimentele waarnemingen. Toch kunnen ook hier uitbreidingen tot nog betere resultaten leiden. Zo kan een verder door-gedreven studie meer informatie opleveren over de door ons ingevoerde fractie  $f$ . Eventueel kan nagegaan worden wat de invloed is van een  $f$  die niet constant is over alle hiërarchieniveaus (vergelijkbaar met de uitbreiding naar een Rent-exponent die niet constant is over alle niveaus). Ook het model voor het netgeneratieproces kan uitgebreid worden. Zo kunnen we b.v. de invloed nagaan van afhankelijkheden (in netgraad) tussen de twee netten die in het proces worden samengevoegd. Verder blijft het bestaan van een aantal netten met hele hoge netgraad bij de ISCAS-referentieschakelingen een aandachtspunt. Er moet worden nagegaan of dit een specifieke anomalie is van deze referentieschakelingen (b.v. een gevolg van het feit dat deze schakelingen specifiek ontworpen werden voor het testen van chips) of dat er een meer fundamentele reden hiervoor is. Dat zou dan een soort ‘tweede gebied van de netgraaddistributie’ kunnen zijn dat eveneens in het model moet ingebouwd worden.

– *Aanpassen van de manier waarop wij schakelingen ontwerpen.* Een heel fundamentele vraag die we ons ooit eens zullen moeten stellen, is: “Is de manier waarop wij schakelingen ontwerpen wel de beste?” Zeker met

de nieuwe mogelijkheden voor fysische architecturen dringt deze vraag zich op. De trend naar meer parallelle toepassingen om problemen op te lossen zit reeds een aantal jaren in de lift. Het is duidelijk dat de stap van de gedragsbeschrijving naar de logische structurele beschrijving in het Y-diagram van Gajski (hoofdstuk 1) reeds verschillende eigenschappen van de uiteindelijke implementatie bepaalt. Een aanpassing in deze ontwerpstep kan dan ook verregaande gevolgen hebben. Misschien moeten we wel een aantal ‘idiotie’ modellen voor schakelingen in onze methoden voor draadlengteschattingen gebruiken om nieuwe en betere ontwerpmethodologieën voor schakelingen te vinden. Vindt men de oplossing van een probleem niet vaak via een omweg?

Naast deze waslijst van mogelijk theoretisch onderzoek, mogen we uiteraard de praktische toepassingen niet vergeten. Misschien eerst, of zeker toch tegelijkertijd met bovenstaand onderzoek, moeten de resultaten van dit onderzoekswerk gevaloriseerd kunnen worden op het werkveld. Enkele toepassingen zijn onmiddellijk uitvoerbaar in de computerindustrie, andere vergen nog bijkomend onderzoek:

- **Toepassing van draadlengteschattingen.**

Draadlengteschattingen geven een goed beeld over de waarde van een computerarchitectuur en kunnen dienen als één van de criteria bij de keuze van nieuwe architecturen. Onderzoek op dat domein is op dit moment aan de gang, o.a. in onze onderzoeksgroep.

Minstens even interessant is het onderzoek naar mogelijke toepassingen van onze draadlengteschattingmethode in de grondplanfase van het ontwerp. Verder onderzoek over de invloed van a priori schattingen op de prestaties van de CAD-programmatuur en op de resultaten van de layoutontwikkeling moet aanduiden op welke manier precies dergelijke schattingen met voordeel en efficiënt kunnen gebruikt worden. Hier staan we slechts aan het begin van de ontwikkeling van CAD-programmatuur die gebruik maakt van a priori schattingen.

- **Toepassing van de synthetische referentieschakelingen.**

Ook de referentieschakelingen die op basis van onze methode uit hoofdstuk 6, paragraaf 6.2, gegenereerd kunnen worden, kunnen een schat aan informatie opleveren als ze gebruikt worden voor het evalueren van architecturen of van CAD-programmatuur.

Het is duidelijk dat in ons onderzoeksdomein nog heel wat te doen is. Hopelijk is dit doctoraal onderzoek een aanzet tot enkele nieuwe ontwikkelingen.

## Samenvatting

Als besluit van deze doctoraalscriptie herhaalden we de belangrijkste bijdragen van ons doctoraal onderzoek. We gingen wat dieper in op de kenmerken en eigenschappen van de voorgestelde methoden voor draadlengteschattingen en van onze uitbreidingen aan het model voor een schakeling. Dit onderzoekswerk roept misschien nog meer vragen op dan het beantwoordt. We schonken dan ook aandacht aan de talrijke mogelijkheden voor verder onderzoek die ons onderzoeksdomein rijk is.

**Bijlage A**

**Toelichting bij de  
Experimenten**

Joepie... experimenten!



*Deze bijlage bevat informatie over de experimenten die we hebben uitgevoerd om de theoretische modellen en methoden uit dit doctoraal onderzoek te evalueren. In een eerste paragraaf geven we een overzicht van de verschillende referentieschakelingen die gebruikt werden. De tweede paragraaf behandelt het probleem van het partitioneren van schakelingen en geeft een bespreking van het partitioneerprogramma `ratio-cut` dat wij gebruikten. In de derde paragraaf, ten slotte, komt het plaatsingsprogramma aan bod dat gebaseerd is op gesimuleerde uitglouing en een plaatsing uitvoert van een schakeling in een Manhattan-rooster.*

## A.1 Referentieschakelingen

In deze doctoraalscriptie wordt voortdurend gebruik gemaakt van experimentele gegevens om de ontwikkelde theorie te valideren en te verifiëren. Deze experimenten worden steeds uitgevoerd op referentieschakelingen. De referentieschakelingen die in dit doctoraal proefschrift te vinden zijn, behoren allemaal tot de vrij beperkte verzameling van referentieschakelingen die in de onderzoekswereld van het computer-ondersteund ontwerpen gebruikelijk zijn. Veruit de meest gebruikte referentieschakelingen zijn de ISCAS-referentieschakelingen [CBLa] die voortspruiten uit het ‘International Symposium on Circuits and Systems’. De ISCAS85-referentieschakelingen [BF85] zijn combinatorische schakelingen (of delen van combinatorische schakelingen) die aanvankelijk vooral voor het verifiëren van testprogrammatuur werden gebruikt. Al deze referentieschakelingen kregen een naam die begint met een ‘c’ en daarachter een nummer (dat was oorspronkelijk het aantal regels in het bestand met de netlijst). De onmiddellijk meetbare parameters die de verschillende referentieschakelingen karakteriseren (aantal logische blokken  $G$ , aantal primaire ingangen  $I$ , aantal primaire uitgangen  $O$ , aantal netten  $N$  en totale aantal aansluitpunten van de logische blokken  $T$ ) zijn voor elk van de referentieschakelingen weergegeven in tabel A.1. De afgeleide grootheden, zoals gemiddeld aantal aansluitpunten per logisch blok  $T_b = T/G$  en gemiddelde netgraad  $A = (T + I + O)/N$ , worden eveneens in de tabel getoond. De referentieschakelingen met de letters ‘nr’ op het einde van hun naam zijn aanpassingen van de originele referentieschakelingen waarbij de logische redundantie uit de schakelingen werd verwijderd.

De nood aan sequentiële schakelingen als voorbeeldexemplaren van synchrone schakelingen heeft in 1989 geleid tot het voorstellen van de ISCAS89-referentieschakelingen [BBK89] (naam begint steeds met de letter ‘s’, gevolgd door een nummer). De onmiddellijk meetbare karakteristieke gegevens voor deze referentieschakelingen worden weergegeven in tabellen A.2 en A.3. De referentieschakelingen waarvan de naam eindigt op ‘.out’ zijn dezelfde als deze zonder deze eindletters maar ze werden eerst gewijzigd door het programma

Naam	$G$	$I$	$O$	$N$	$T$	$T_b$	$A$
c17	6	5	2	11	18	3,00	2,27
c432	160	36	7	196	496	3,10	2,75
c499	202	41	32	243	610	3,02	2,81
c880	383	60	26	443	1112	2,90	2,70
c1355	546	41	32	587	1610	2,95	2,87
c1908	880	33	25	913	2378	2,70	2,67
c2670	1193	157	64	1350	3269	2,74	2,59
c3540	1669	50	22	1719	4608	2,76	2,72
c5315	2307	178	123	2485	6693	2,90	2,81
c6288	2416	32	32	2448	7216	2,99	2,97
c7552	3512	206	107	3718	9656	2,75	2,68
c432nr	157	36	7	193	483	3,08	2,73
c499nr	202	41	32	243	672	2,98	2,78
c1355nr	546	41	32	587	1672	2,93	2,85
c1908nr	878	33	25	911	2366	2,69	2,66
c2670nr	961	157	63	1118	2603	2,71	2,53
c3540nr	1620	50	22	1670	4408	2,72	2,68
c5315nr	2298	178	123	2476	6607	2,88	2,79
c6288nr	2399	32	32	2431	7147	2,98	2,97
c7552nr	3397	206	107	3603	9267	2,73	2,66

Tabel A.1: Onmiddellijk meetbare karakteristieke gegevens: de ISCAS85-referentieschakelingen.

Naam	$G$	$I$	$O$	$N$	$T$	$T_b$	$A$
s27	13	4	1	17	34	2,62	2,29
s208.1	112	10	1	122	301	2,69	2,56
s298	133	3	6	136	391	2,94	2,94
s386	165	7	7	172	518	3,14	3,09
s344	175	9	11	184	459	2,62	2,60
s349	176	9	11	185	464	2,64	2,62
s382	179	3	6	182	506	2,83	2,83
s444	202	3	6	205	575	2,85	2,85
s526	214	3	6	217	680	3,18	3,18
s526n	215	3	6	218	681	3,17	3,17
s510	217	19	7	236	647	2,98	2,85
s420.1	234	18	1	252	633	2,71	2,59
s832	292	18	19	310	1066	3,65	3,56
s820	294	18	19	312	1056	3,59	3,50
s641	398	35	24	433	956	2,40	2,34
s713	412	35	23	447	1022	2,48	2,42
s953	424	16	23	440	1196	2,82	2,81
s838.1	478	34	1	512	1297	2,71	2,60
s1238	526	14	14	540	1585	3,01	2,99
s1196	547	14	14	561	1574	2,88	2,86
s1494	653	8	19	661	2052	3,14	3,15
s1488	659	8	19	667	2052	3,11	3,12
s1423	731	17	5	748	1969	2,69	2,66
s5378	2958	35	49	2993	7349	2,48	2,48
s9234.1	5808	36	39	5844	13990	2,41	2,41
s13207.1	8589	62	152	8651	20392	2,37	2,38
s15850.1	10306	77	150	10383	24485	2,38	2,38
s35932	17793	35	320	17828	47790	2,69	2,70
s38584.1	20679	38	304	20717	54861	2,65	2,66
s38417	23815	28	106	23843	57479	2,41	2,42

Tabel A.2: Onmiddellijk meetbare karakteristieke gegevens: de ISCAS89-referentieschakelingen.

SIS<sup>1</sup> [E<sup>+</sup>92], dat gebruikt wordt om de structuur van de schakeling af te beelden op een structuur die functioneel hetzelfde gedrag vertoont maar die beter past bij een bepaalde technologie van de architectuur (in het Engels: “Technology mapping”) (in het geval van SIS is de architectuur een FPGA, van het merk ‘Xilinx’)

Nadien werden nog op verschillende conferenties referentieschakelingen voorgesteld voor het evalueren van allerlei soorten programmatuur voor computer-ondersteund ontwerpen. Een overzicht is terug te vinden op het internet [CBLa]. Verschillende van deze referentieschakelingen werden door Alpert samengebracht en in eenzelfde formaat vertaald [Alp]. In deze doctoraalscriptie worden ook verschillende van deze referentieschakelingen gebruikt. De onmiddellijk meetbare karakteristieke gegevens zijn terug te vinden in tabel A.4. Het aantal primaire in- en uitgangen is samengevoegd in het aantal pinnen aangezien het formaat geen gegevens meer bevat over de richting van de informatie-overdracht door de netten.

Sinds 1996 zijn er ook enkele onderzoekers bezig met het automatisch genereren van referentieschakelingen. Aanleiding hiervoor is de blijvende nood aan meer (en liefst ook grotere) referentieschakelingen. Enkele onderzoeksgroepen proberen bestaande referentieschakelingen op een willekeurige manier aan te passen maar wel zo dat een bepaalde ‘signatuur’ behouden blijft [GB96, HGRC96, HRC97, GKHB98]. Anderen genereren schakelingen zonder van echte schakelingen te vertrekken (vanuit het niets als het ware) door onder bepaalde voorwaarden verbindingen te leggen tussen logische blokken [DD96]. Ook onze methode voor het genereren van referentieschakelingen, besproken in hoofdstuk 6, paragraaf 6.2, hoort tot deze laatste categorie. Voor de experimenten in deze doctoraalscriptie werden dergelijke referentieschakelingen nog niet gebruikt maar dat is zeker een interessant onderwerp voor verder onderzoek omdat de parameters voor deze referentieschakelingen volledig controleerbaar zijn en de resultaten dus veel beter verbanden tussen verschillende parameters kunnen weergeven. Voor een uitgebreide bespreking wordt verwezen naar hoofdstuk 6.

Tot slot van deze paragraaf vermelden we enkele interessante internetadressen waar heel wat informatie over de verschillende hier gebruikte referentieschakelingen aanwezig is: [CBLa, Alp] bevatten de referentieschakelingen zelf, [CBLb] is een discussiegroep waar verschillende onderzoekers die met referentieschakelingen werken regelmatig hun bevindingen of vragen meedelen.

---

<sup>1</sup>De schakelingen werden aangepast door de functie af te beelden op blokjes met vier ingangen door de optie ‘`sc1_cover -n4 -h2`’ in SIS te gebruiken.

Naam	$G$	$I$	$O$	$N$	$T$	$T_b$	$A$
s208.1.out	41	10	1	51	164	4,00	3,43
s298.out	71	3	6	74	266	3,75	3,72
s349.out	84	9	11	93	319	3,80	3,65
s344.out	88	9	11	97	343	3,90	3,74
s420.1.out	93	18	1	111	385	4,14	3,64
s382.out	94	3	6	97	364	3,87	3,85
s838.1.out	199	34	1	233	843	4,24	3,77
s1196.out	327	14	14	341	1402	4,29	4,19
s1238.out	339	14	14	353	1473	4,35	4,25
s1423.out	347	17	5	364	1419	4,09	3,96
s1488.out	353	8	19	361	1563	4,43	4,40
s1494.out	358	8	19	366	1584	4,42	4,40

Tabel A.3: Onmiddellijk meetbare karakteristieke gegevens: de aangepaste ISCAS89-referentieschakelingen.

Naam	$G$	$P$	$N$	$T$	$T_b$	$A$
clique16	16	0	120	240	15,000	2,000
IC67	52	57	138	417	8,019	3,434
fract	125	24	147	438	3,504	3,142
baluP	698	102	735	2523	3,614	3,571
p1	752	107	902	2778	3,694	3,198
bm1	752	108	903	2779	3,695	3,197
t4	1485	43	1658	5909	3,979	3,589
t3	1548	71	1618	5688	3,674	3,559
t2	1600	75	1720	7029	4,393	4,130
t6	1689	75	1641	6517	3,858	4,017
t5	2538	73	2750	9945	3,918	3,642
19ks	2684	157	3282	10387	3,869	3,212
p2	2907	129	3029	11032	3,794	3,684
biomedP	6417	97	5742	20943	3,263	3,664
industry2	12139	498	13419	47660	3,926	3,588
industry3	15030	334	21923	65457	4,355	3,001
avq.small	21854	64	22124	76167	3,485	3,445
avq.large	25114	64	25384	82687	3,292	3,259
golem3	94447	6001	144949	332058	3,515	2,332

Tabel A.4: Onmiddellijk meetbare karakteristieke gegevens: referentieschakelingen uit [Alp].

## A.2 Partitioneren van schakelingen

In alle experimenten en voor de schattingen van de draadlengten met de methoden die in deze tekst werden voorgesteld, gebruikten we de Rent-exponent van een schakeling als belangrijkste parameter om de schakeling te karakteriseren. De Rent-exponent van een schakeling zegt iets over de complexiteit van de verbindingsstructuur en kan bepaald worden uit een partitionering van de schakeling (zie hoofdstuk 2, paragraaf 2.1.3). In deze paragraaf beschrijven we het partitioneer algoritme dat wij steeds hebben gebruikt en geven we er de belangrijkste eigenschappen van weer. Aangezien ons model voor een schakeling kan voorgesteld worden door een bipartite graaf, kunnen we een algoritme voor graafpartitionering gebruiken.

*Graafpartitionering* is het verdelen van de knopen van een graaf over deelverzamelingen van de graaf op zo'n manier dat zo weinig mogelijk takken van de ene deelverzameling naar de andere lopen [HL95]. Dit NP-complete probleem komt voor in verschillende belangrijke wetenschappelijke problemen waaronder de decompositie van datastructuren voor parallele berekening, de plaatsing van circuitelementen en de ordening van matrices met veel nul-elementen.

Er is een uitgebreide keuze van literatuur over het partitioneren van schakelingen [Joh96]. Een gedetailleerd (en recent) overzicht van de meeste bestaande partitioneermethoden wordt gegeven door Alpert en Kahng [AK95]. De auteurs delen de partitioneermethoden in vier categorieën in: deze die gebaseerd zijn op verplaatsingen, op geometrische representaties, op combinatorische formuleringen of op het groeperen van blokken. De partitioneer algoritmen gebaseerd op verplaatsingen vormen veruit de grootste groep omdat zij het gemakkelijkst te implementeren zijn. Hagen e.a. [HKKR94] vergeleken de resultaten van verschillende algoritmen en kwamen tot de conclusie dat de zogenaamde ‘*ratio-cut*’-partitioneermethode de beste resultaten gaf. Een implementatie van deze methode werd beschreven door Wei en Cheng in [WC91]. Voor de experimentele analyse van de resultaten in dit proefschrift werd dan ook gebruik gemaakt van onze eigen implementatie van ‘*ratio-cut*’ gebaseerd op [WC91].

De ‘*ratio-cut*’-methode is gebaseerd op volgende definitie:

**Definitie A.1** *Gegeven een graaf  $G = (\mathcal{K}, \mathcal{T})$  met  $\mathcal{K}$  de verzameling knopen van de graaf en  $\mathcal{T}$  de verzameling takken. Zij  $w_{i,j}$  het gewicht van een tak die de knopen  $i$  en  $j$  verbindt en  $(A, A')$  een snede<sup>2</sup> die de verzameling knopen  $A$  scheidt van zijn complement  $A' = \mathcal{K} - A$ . Het gewicht (of de **kost**) van deze snede wordt dan gegeven door*

$$W_{A,A'} = \sum_{i \in A} \sum_{j \in A'} w_{i,j}.$$

---

<sup>2</sup>Engels: ‘cut’.

De **verhouding**<sup>3</sup> van deze *sne*<sup>4</sup> wordt gedefiniëerd als

$$R_{\mathcal{A}\mathcal{A}'} = \frac{W_{\mathcal{A}\mathcal{A}'}}{|\mathcal{A}| |\mathcal{A}'|}, \quad (\text{A.1})$$

met  $|\mathcal{A}|$  en  $|\mathcal{A}'|$  de cardinaliteit van de deelverzamelingen  $\mathcal{A}$  en  $\mathcal{A}'$  respectievelijk. De ‘**ratio cut**’ is de *sne* die de minimale verhouding oplevert van alle *sne*den in de graaf, dit is

$$\min_{\mathcal{A}} \left( \frac{W_{\mathcal{A}\mathcal{A}'}}{|\mathcal{A}| |\mathcal{A}'|} \right), (\mathcal{A} \subset \mathcal{K} \text{ en } \mathcal{A} \neq \emptyset, \mathcal{A}' \neq \emptyset). \quad (\text{A.2})$$

De keuze van de verhouding  $R_{\mathcal{A}\mathcal{A}'}$  als kostfunctie is gebaseerd op een analyse van willekeurig gekozen grafen [WC91]. De verhouding  $R_{\mathcal{A}\mathcal{A}'}$  heeft dezelfde verwachtingswaarde voor alle mogelijke *sne*den in een graaf waarvan de takken uniform gedistribueerd zijn.

### A.2.1 Ons programma *ratio cut*

Het *ratio cut* algoritme bestaat hoofdzakelijk uit drie fasen [WC91]: *initialisatie*, *iteratief verschuiven* en *groepswisseling*. Elk van deze stappen wordt hierna kort toegelicht.

#### Initialisatie

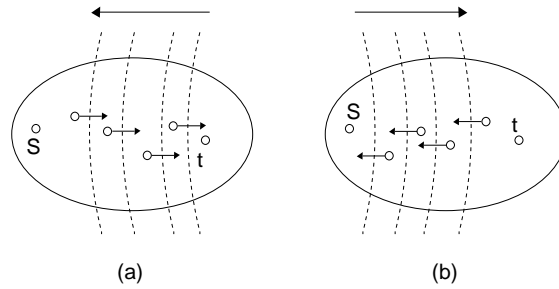
Een willekeurige knoop  $\mathbf{s}$  wordt als de startknoop gekozen. Door een “breedte-eerst” zoekoperatie vinden we de knoop  $\mathbf{t}$  die zich bevindt aan het einde van het langste pad vanuit  $\mathbf{s}$ . We vertrekken dan van een cluster met als enige element hetzij  $\mathbf{s}$ , hetzij  $\mathbf{t}$  en voegen telkens de beste kandidaatknoop (die de kost het meest doet verminderen of het minst doet toenemen) aan de cluster toe tot alle knopen (behalve de knoop  $\mathbf{t}$  of  $\mathbf{s}$ ) aan de cluster zijn toegevoegd. Gedurende deze procedure houden we de situatie met minimale verhouding (kost) bij en deze situatie vormt de initiële partitie voor de schakeling. De procedure verloopt dan als volgt:

1. Kies een willekeurige knoop  $\mathbf{s}$  en zoek de knoop  $\mathbf{t}$  aan het einde van het langste pad vanuit  $\mathbf{s}$  door middel van een breedte-eerst zoekoperatie. Stel  $\mathcal{X} = \{\mathbf{s}\}$  en  $\mathcal{Y} = \mathcal{K} - \{\mathbf{s}, \mathbf{t}\}$ .
2. Zoek de knoop  $i \in \mathcal{Y}$  waarvoor de verplaatsing naar  $\mathcal{X}$  resulteert in de beste (kleinste) verhouding. Verplaats knoop  $i$  van  $\mathcal{Y}$  naar  $\mathcal{X}$  en pas de verzamelingen aan:  $\mathcal{X} = \mathcal{X} \cup \{i\}$  en  $\mathcal{Y} = \mathcal{Y} \setminus \{i\}$ .
3. Herhaal stap 2 tot  $\mathcal{Y} = \emptyset$ .

---

<sup>3</sup>Engels: ‘ratio’.

<sup>4</sup>Vandaar de naam ‘*ratio cut*’.



Figuur A.1: Initiële partitionering:  $s \rightarrow t$ -verschuiving (a) en  $t \rightarrow s$ -verschuiving (b).

4. Herhaal de stappen 2 en 3 met  $\mathcal{X} = \{t\}$  en  $\mathcal{Y} = \mathcal{K} - \{s, t\}$  tot  $\mathcal{Y} = \emptyset$ .
5. De snede die de minimale verhouding oplevert in deze procedure vormt de initiële partitionering.

In wat volgt noemen we een verschuiving van een knoop van de cluster die knoop  $s$  bevat naar de cluster die knoop  $t$  bevat een  $s \rightarrow t$ -verschuiving, de omgekeerde verschuiving een  $t \rightarrow s$ -verschuiving. Figuur A.1(a) toont dan de richting van  $s \rightarrow t$ -verschuivingen en figuur A.1(b) van  $t \rightarrow s$ -verschuivingen.

### Iteratieve verschuiving

Van zodra we de initiële partitionering gevonden hebben, herhalen we de verschuivingsoperaties in de tegenovergestelde richting om een betere verhouding te zoeken. Dezelfde procedure wordt iteratief uitgevoerd, telkens in de tegenovergestelde richting van de laatste stap. In de veronderstelling dat de richting van de initiële partitionering van  $t$  naar  $s$  was, dan begint het verschuivingsproces met de volgende operaties (als de initiële partitionering van  $s$  naar  $t$  was, dan beginnen we met een  $t \rightarrow s$ -verschuiving):

1. Neem de initiële partitionering als uitgangspunt. Herhaal  $s \rightarrow t$ -verschuivingen tot geen knopen (behalve  $s$ ) meer over zijn in de ene cluster.
2. Neem de minimale verhouding die in stap 1 gevonden werd. Is deze verhouding kleiner dan wat we hadden aan het begin van stap 1, neem dan de partitie horende bij deze verhouding als nieuwe partitie; in het andere geval behouden we de vorige partitie en verlaten het proces.
3. Herhaal de stappen 1 en 2 met  $t \rightarrow s$ -verschuivingen.
4. Herhaal de stappen 1 tot en met 3.



### Groepswisseling

Na de iteratieve verschuiving bereiken we een lokale minimale partitionering in die zin dat een verschuiving van één knoop van zijn cluster naar de andere cluster geen verbetering van de verhouding meer kan opleveren. Om nog verdere verbeteringen toe te laten wordt daarom een groepswisseling gebruikt.

In deze fase starten we met een graaf die in twee stukken gepartitioneerd is. Definiër de *verhoudingswinst*  $r(i)$  van een knoop  $i$  als de verhoudingsafname wanneer knoop  $i$  verschoven zou worden naar de andere cluster (dit hoeft niet voor knopen  $s$  en  $t$  die hun cluster nooit mogen verlaten). De verhoudingswinst kan negatief zijn als de verschuiving een verhoging van de verhouding betekent. De groepswisseling gebeurt dan als volgt:

1. Bereken de verhoudingswinst  $r(i)$  voor elke knoop  $i$  en geef elke knoop het predikaat “niet vergrendeld” mee.
2. Kies de niet vergrendelde knoop  $i$  met de grootste verhoudingswinst uit de twee clusters.
3. Verschuif knoop  $i$  naar de andere cluster en “vergrendel” de knoop.
4. Pas de verhoudingswinst aan voor de niet vergrendelde knopen die met  $i$  verbonden zijn.
5. Herhaal de stappen 2 tot en met 4 tot alle knopen vergrendeld zijn.
6. Als de grootste gecumuleerde verhoudingswinst gedurende dit proces positief is, verschuif dan de groep knopen met de grootste verhoudingswinst en ga terug naar stap 1; in het andere geval is de vorige partitie de eindpartitie en stopt het algoritme.

Wei en Cheng [WC91] hebben aangetoond dat het `ratio-cut` algoritme zoals hierboven weergegeven kan uitgevoerd worden in een tijd die lineair is in het aantal pinnen.

### A.2.2 Uitbreidingen aan het programma

Om nog betere experimentele resultaten te verkrijgen, hebben we aan het `ratio-cut` algoritme, zoals het werd voorgesteld door Wei en Cheng [WC91], nog een aantal uitbreidingen toegevoegd:

#### Minimaliseren van het aantal pinnen

In hoofdstuk 6, paragraaf 6.1, hebben we opgemerkt dat er een belangrijk verschil bestaat tussen het in `ratio-cut` gebruikte criterium voor partitionering dat het aantal doorgeknipte netten (met gewichten) minimaliseert en het in dit

doctoraal onderzoek gebruikte criterium dat het aantal pinnen minimaliseert. De formule 6.3 geeft immers aan dat het knippen van een intern net in termen van het aantal nieuwe pinnen veel nadeliger is dan het knippen van een extern net. Aangezien het aantal pinnen per module de meest kritische factor is voor implementaties van schakelingen in een fysische architectuur, menen wij dat het enige juiste criterium voor partitionering kan zijn om het aantal pinnen te minimaliseren. Dat is trouwens het criterium dat impliciet gebruikt wordt in een partitionering volgens Rent (zie hoofdstuk 2, paragraaf 2.1.2). Wij hebben dit nieuwe criterium in de methode ingebouwd door ermee rekening te houden dat bij het verschuiven van een extern net reeds een pin aanwezig is en dus (wanneer de verschuiving een nieuwe snede met zich meebrengt) slechts kan aanleiding geven tot één nieuwe pin in plaats van twee voor interne netten. We moeten daarvoor de teller in de verhouding afzonderlijk uitrekenen voor de twee clusters maar we gebruiken wel de som van deze twee grootheden voor het zoeken van de beste verhouding. Het opsplitsen is nodig omdat de verhoudingswinst bij het verschuiven van een extern net verschillend kan zijn naargelang het betrokken net een pin heeft in de cluster van knoop  $s$  dan wel in die van knoop  $t$ .

Merk op dat deze verandering van criterium nog steeds het aantal doorgesnijpte draden in de partitie minimaliseert maar dat het knippen van externe netten bevoordeligd wordt ten opzichte van het knippen van interne netten omdat deze operatie “minder duur” is. Uit de resultaten blijkt inderdaad dat het aantal pinnen in de partitie op die manier kleiner is dan met de methode van Wei en Cheng [WC91]. Zo zien we b.v. dat de eerste doorgang van het oorspronkelijke partitioneer algoritme voor de referentieschakeling ‘c1908’ twee clusters oplevert met resp. 90 en 91 pinnen. Het wijzigen van de kostfunctie zodat die rekening houdt met het criterium van een minimaal aantal pinnen in plaats van een minimaal aantal doorsnijdingen levert twee clusters met resp. 82 en 89 pinnen.

### Invoeren van een temperatuur

Om de zoekruimte extensiever te doorlopen en om te verhinderen dat de hierboven beschreven methode in een lokaal minimum belandt, hebben we het principe van gesimuleerde uitgloeijing [KGV83, VMVC93] ingebouwd (zie paragraaf A.3). In de fase van de iteratieve verschuivingen starten we op een hoge temperatuur en nemen we als nieuwe partitie niet noodzakelijk deze die resulteerde in de beste verhouding. Elke partitie waarvan de verhouding kleiner blijft dan een drempelwaarde komt in aanmerking. De drempelwaarde is afhankelijk van de temperatuur en daalt met dalende temperatuur zodat voor de lage temperaturen enkel nog de beste partitie wordt gekozen. Op die manier gebruiken we het principe van gesimuleerde uitgloeijing om uit lokale minima

te kunnen springen.

### **Gebruik maken van een eerste schatting van de Rent-exponent**

In onze eerste implementatie van het `ratio-cut` algoritme hebben we de kostfunctie aangepast door de noemer van de verhouding niet te kiezen zoals in vergelijking A.1 maar wel als het kwadraat ervan. Deze aanpassing dwingt de procedure meer waarde te hechten aan partities die uit stukken bestaan van ongeveer gelijke grootte en verhindert dus dat zeer kleine clusters worden afgesplitst (iets wat met het algoritme van Wei en Cheng vaak het geval is). Uit verschillende experimenten bleek dat deze aanpassing geen noemenswaardige verslechtering van het aantal doorgeknipte netten opleverde maar wel gevoelig beter scoorde op het gebied van de gelijkheid van de clusters. De reden daarvoor is te vinden in het feit dat de verhouding die Wei en Cheng voorstelden (formule A.1) zo is gekozen dat ze dezelfde verwachtingswaarde heeft voor alle mogelijke sneden in een graaf waarvan de takken uniform gedistribueerd zijn [WC91]. De plaats waar het algoritme de snede zal leggen is dan ook een plaats waar het aantal verbindingen over de snede lokaal iets kleiner is. De kans dat dergelijke plaats een partitie oplevert met twee clusters van zeer verschillende grootte is dan minstens even groot als de kans dat een partitie gevonden wordt met clusters van ongeveer gelijke grootte. Onze aanpassing van de verhouding vermijdt dit en geeft een hogere prioriteit aan die plaatsen die overeenkomen met een partitie in clusters van ongeveer gelijke grootte.

Wanneer we reeds over een eerste schatting van de Rent-exponent beschikken, kunnen we de verhouding zelfs afhankelijk maken van die Rent-exponent. We weten immers dat de schakelingen die we partitioneren voldoen aan de regel van Rent (zie hoofdstuk 2) zodat het logisch is dat de verhouding van Wei en Cheng, die gebaseerd is op willekeurige grafen, niet helemaal aan het model beantwoordt. Door gebruik te maken van de regel van Rent hebben we een nieuwe verhouding afgeleid waarbij de noemer van vergelijking A.1 tot de macht  $r$  genomen wordt. Daardoor wordt voor schakelingen met een eenvoudige verbindingsstructuur (kleine  $r$ ) bijna geen rekening meer gehouden met de relatieve grootte van de clusters. Dit is te verklaren door de notie dat voor weinig complexe schakelingen bijna alle verbindingen zich op de laagste hiërarchieniveaus bevinden en er bijna geen verbindingen zijn op de hoogste niveaus. Dat betekent dat de minimale snede zeer duidelijk zal gevonden worden bij de natuurlijke grens (de grens die inherent in de schakeling aanwezig is) tussen clusters op hoge niveaus. Bij complexe schakelingen ( $r$  dicht bij 1) is het verschil in aantal verbindingen tussen lage en hoge niveaus veel minder duidelijk en moeten we dus het zoeken leiden naar de grens op het hoogste niveau door de noemer meer te laten doorwegen.

Om ook nu nog de clusters met gelijke grootte een voordeel te geven t.o.v.

Naam	$r$	$T_b$	$r_2$	$T_{b,2}$	$r_3$	$T_{b,3}$
c17	0,47	3,12	0,47	3,12	0,47	3,12
c432	0,62	2,97	-0,02	47,74	0,62	2,97
c499	0,62	2,94	0,62	2,94	0,62	2,94
c880	0,62	2,15	0,62	2,15	0,33	2,88
c1355	0,73	1,12	0,27	14,65	0,22	3,10
c1908	0,72	1,09	-0,34	635,01	0,28	2,42
c2670	0,73	1,34	0,73	1,34	0,39	2,74
c3540	0,64	1,84	-0,90	58063,13	0,44	2,63
c5315	0,71	1,41	0,59	3,05	0,39	2,75
c6288	0,55	1,89	0,22	12,65	0,32	2,75
c7552	0,67	1,44	0,67	1,44	0,32	2,72
c432nr	0,62	2,91	0,00	43,89	0,62	2,91
c499nr	0,65	2,76	0,46	6,61	0,65	2,76
c1355nr	0,74	1,09	0,24	17,82	0,21	3,08
c1908nr	0,71	1,11	-0,26	351,14	0,27	2,47
c2670nr	0,79	1,20	0,48	8,49	0,41	2,45
c3540nr	0,58	2,36	-0,34	888,11	0,58	2,36
c5315nr	0,74	1,34	0,36	17,94	0,41	2,65
c6288nr	0,53	1,99	-0,23	425,11	0,32	2,77
c7552nr	0,66	1,46	0,66	1,46	0,31	2,71

Tabel A.5: Rent-exponent van de ISCAS85-referentieschakelingen.

clusters met sterk verschillende grootte (en dus om anomalieën ten gevolge van lichte afwijkingen t.o.v. het gemiddelde gedrag te vermijden) voeren we ook hier een extra factor in de noemer in. Het is uiteindelijk deze laatste kostfunctie die bij de experimentele partitioneringen is gebruikt.

### A.2.3 Rent-exponent(en) van de verschillende referentieschakelingen.

Wanneer we bij de partitionering van de schakelingen het aantal logische blokken en het aantal pinnen voor elke module in de partitie noteren, kunnen we uit de opgemeten gegevens de Rent-exponent bepalen (zie hoofdstuk 2, paragraaf 2.1.3). In de tabellen A.5, A.6, A.7 en A.8 wordt de Rent-exponent  $r$  weergegeven en het geschatte gemiddeld aantal aansluitpunten per logisch blok  $T_b$ . Dezelfde parameters worden ook geschat voor het tweede en derde gebied (resp. met indices 2 en 3) (zie hoofdstuk 2, paragraaf 2.1.3).

Naam	$r$	$T_b$	$r_2$	$T_{b,2}$	$r_3$	$T_{b,3}$
s27	0,26	2,69	0,26	2,69	0,26	2,69
s208.1	0,35	2,68	0,00	11,20	0,35	2,68
s298	0,37	3,03	-0,21	24,79	0,37	3,03
s386	0,51	3,16	-0,40	107,65	0,51	3,16
s344	0,40	2,42	0,40	2,42	0,40	2,42
s349	0,40	2,45	0,40	2,45	0,40	2,45
s382	0,35	2,79	0,12	5,58	0,35	2,79
s444	0,29	3,01	-0,30	44,38	0,29	3,01
s526	0,47	3,11	-0,33	51,74	0,47	3,11
s526n	0,43	3,28	-0,33	60,37	0,43	3,28
s510	0,65	2,89	-0,79	1832,67	0,65	2,89
s420.1	0,37	2,75	0,37	2,75	0,37	2,75
s832	0,51	3,90	-0,28	202,31	0,51	3,90
s820	0,54	3,70	-0,16	91,83	0,54	3,70
s641	0,69	1,22	0,37	6,59	0,46	2,06
s713	0,71	1,10	0,36	6,87	0,35	2,30
s953	0,68	2,59	-0,42	551,79	0,68	2,59
s838.1	0,41	2,58	0,41	2,58	0,41	2,58
s1238	0,66	2,85	-0,36	291,22	0,66	2,85
s1196	0,64	2,69	-0,35	299,95	0,64	2,69
s1494	0,58	3,20	-1,12	38361,33	0,58	3,20
s1488	0,59	3,11	-1,21	71175,07	0,59	3,11
s1423	0,50	1,83	-0,36	280,75	0,31	2,49
s5378	0,69	1,48	-0,52	5615,74	0,33	2,39
s9234.1	0,68	0,93	0,12	34,40	0,25	2,32
s13207.1	0,73	0,67	-0,03	273,85	0,25	2,24
s15850.1	0,74	0,71	-0,37	7417,97	0,20	2,32
s35932	0,68	0,99	0,15	85,38	0,25	2,66
s38584.1	0,60	1,61	0,22	38,44	0,35	2,35
s38417	0,65	0,82	-0,70	148559,47	0,37	2,18

Tabel A.6: Rent-exponent van de ISCAS89-referentieschakelingen.

Naam	$r$	$T_b$	$r_2$	$T_{b,2}$	$r_3$	$T_{b,3}$
s208.1.out	0,36	4,05	0,00	11,92	0,36	4,05
s298.out	0,30	3,92	-0,29	32,51	0,30	3,92
s349.out	0,49	3,33	0,22	7,49	0,46	3,53
s344.out	0,39	4,02	0,39	4,02	0,39	4,02
s420.1.out	0,42	4,13	0,00	20,20	0,42	4,13
s382.out	0,33	4,08	-0,19	21,05	0,33	4,08
s838.1.out	0,50	4,25	0,17	15,35	0,50	4,25
s1196.out	0,49	4,71	-0,48	513,81	0,49	4,71
s1238.out	0,53	4,52	-0,35	220,55	0,53	4,52
s1423.out	0,46	4,04	-0,84	3085,93	0,46	4,04
s1488.out	0,43	4,76	-0,23	104,20	0,43	4,76
s1494.out	0,39	5,01	-0,34	224,93	0,39	5,01

Tabel A.7: Rent-exponent van de aangepaste ISCAS89-schakelingen.

Naam	$r$	$T_b$	$r_2$	$T_{b,2}$	$r_3$	$T_{b,3}$
clique16	0,71	16,18	-0,0	0,00	0,71	16,18
IC67	0,62	7,53	0,06	45,37	0,62	7,53
fract	0,62	3,38	0,22	8,19	0,62	3,38
baluP	0,55	3,66	0,18	31,33	0,55	3,66
p1	0,59	3,54	0,00	107,70	0,59	3,54
bm1	0,59	3,46	-0,23	491,49	0,59	3,46
t4	0,54	3,74	-1,25	433965,59	0,54	3,74
t3	0,57	3,42	-0,47	2261,83	0,57	3,42
t2	0,66	3,06	-1,04	163914,66	0,66	3,06
t6	0,53	4,04	-0,51	3361,30	0,53	4,04
t5	0,55	3,73	-0,70	18693,89	0,55	3,73
19ks	0,62	3,24	-0,27	1475,65	0,62	3,24
p2	0,63	3,58	-0,83	94489,79	0,63	3,58
biomedP	0,55	3,13	-1,29	8882583,61	0,55	3,13
industry2	0,66	3,35	0,06	363,75	0,66	3,35
industry3	0,68	4,20	-0,23	2720,86	0,68	4,20

Tabel A.8: Rent-exponent van de referentieschakelingen uit [Alp].

### A.3 Plaatsen van schakelingen

Het doel van de experimentele plaatsing is zo goed mogelijk een optimale plaatsing te benaderen. Het criterium voor optimaliteit is de draadlengte, m.a.w. de optimale plaatsing is deze met minimale totale draadlengte. Om het doel te bereiken, hebben we (binnen onze onderzoeksgroep) geopteerd voor een implementatie van een plaatsingsalgoritme dat gebruik maakt van gesimuleerde uitgloeïing<sup>5</sup> [KGV83]. In de volgende deelparagraaf geven we kort aan wat dit betekent. Daarna worden de verschillende basisprincipes van het plaatsingsprogramma toegelicht en enkele uitbreidingen besproken.

#### A.3.1 Gesimuleerde uitgloeïing

*Gesimuleerde uitgloeïing* is een optimalisatiemethode die geïnspireerd is door de analogie die bestaat tussen het minimaliseren van een kostfunctie en het langzaam uitgloeïen van een vaste stof tot haar energie-grondtoestand, b.v. het spanningsvrij gloeien in de metallurgie. Net als andere combinatorische optimalisatiemethoden wordt deze methode hoofdzakelijk gebruikt voor problemen die deel uitmaken van de klasse van NP-complete problemen. Dit zijn problemen waarvan de rekentijd van de snelste ervoor gekende algoritmen sneller dan polynomiaal groeit met de omvang van het probleem.

Om gesimuleerde uitgloeïing op een probleem toe te passen, moeten we het probleem herschrijven als een combinatorisch optimalisatieprobleem. Hiervoor zijn drie zaken vereist [VMVC93]:

- Een verzameling toestanden of configuraties waarin het systeem zich kan bevinden. We noemen deze verzameling de *configuratieruimte*.
- Een mechanisme om, vertrekkend vanuit een bepaalde toestand, een nieuwe toestand te genereren. Dit noemen we het *generatiemechanisme*. Dit mechanisme definiëert een omgeving in de configuratieruimte. We noemen een toestand  $S_2$  een buurtoestand van toestand  $S_1$  als  $S_2$  kan gegenereerd worden door één stap van het generatiemechanisme, vertrekkend vanuit toestand  $S_1$ .
- Een *kostfunctie* die met elke toestand een kost associëert.

Combineren we de kostfunctie met het generatiemechanisme in de configuratieruimte dan kunnen we spreken van een *foutruimte*. Deze ruimte kan men zich best voorstellen d.m.v. de analogie met een landkaart met hoogtelijnen. Het generatiemechanisme legt vast welke sprongen er in de foutruimte kunnen gemaakt worden. In de foutruimte zoeken we nu naar het punt met de laagste

<sup>5</sup>Engels: 'simulated annealing'.

waarde voor de kostfunctie. Trekken we de analogie met de landkaart door, dan komt dit neer op het zoeken van het laagste punt in een landschap, waarbij een dikke mist het zicht beperkt tot één stap.

Met gesimuleerde uitgloeïng lossen we dit probleem op als volgt. We vertrekken met een systeem dat zich in een bepaalde initiële toestand bevindt. Meestal wordt hiervoor een willekeurige toestand gebruikt. De kostfunctie associëert met deze toestand een kost  $E_1$ . Met behulp van het generatiemechanisme berekenen we een nieuwe toestand waarmee een kost  $E_2$  wordt geassocieerd. Als  $\Delta E = E_2 - E_1 < 0$  dan wordt de nieuwe toestand onmiddellijk aanvaard. Anders wordt de toestand aanvaard met een kans

$$P(\Delta E) = \exp\left(-\frac{\Delta E}{cT}\right),$$

met  $c$  een constante en  $T$  de zogenaamde *temperatuur*. Bemerkt de analogie met de Boltzmannstatistiek. Op deze manier worden steeds nieuwe toestanden gegenereerd. Het conditioneel aanvaarden van toestandsveranderingen waarvoor  $\Delta E > 0$  zorgt ervoor dat we niet blijven hangen in een zogenaamd *lokaal minimum*. Dit is een toestand waarvoor de kost lager is dan de kost van alle buurtoestanden, maar hoger dan de minimale kost over alle toestanden. De invloed van de temperatuur in dit algoritme is duidelijk. Als de temperatuur hoog is, dan zal bijna elke toestand aanvaard worden. Is de temperatuur daarentegen zeer laag, dan zullen enkel toestanden met een lagere kostfunctie aanvaard worden.

Variëren we nu tijdens het algoritme de temperatuur dan komen we tot *gesimuleerde uitgloeïng*. Hierbij wordt de temperatuur initieel “hoog” gekozen en vervolgens laat men ze langzaam zakken. De manier waarop men de temperatuur laat variëren, noemen we het *uitgloeïngsschema*. Een goed uitgloeïngsschema is noodzakelijk om te vermijden dat het algoritme blijft hangen in een lokaal minimum. Voldoende traag uitgloeïen is de boodschap. Bekijken we het algoritme in meer detail, dan blijkt voor elke temperatuur er een quasi-evenwichtssituatie te bestaan in statistische zin (beschreven door Markovkettingen). Door de temperatuur enkel te variëren als dit quasi-evenwicht bereikt is, hopen we het te snel uitgloeïen te vermijden. Op basis hiervan stellen we het volgende uitgloeïngsschema voor. De temperatuur  $T$  wordt constant gehouden tot een quasi-evenwichtssituatie bereikt is. Onder deze voorwaarden wordt het uitgloeïngsschema vastgelegd door vier parameters:

- de begintemperatuur  $T_0$ ,
- de eindtemperatuur  $T_e$ ,
- een parameter die de overgang van  $T_k$  naar  $T_{k+1}$  beschrijft,
- een parameter die bepaalt hoe lang we de temperatuur constant houden.



De begintemperatuur zal meestal zo gekozen worden dat elke toestand  $S$  in de configuratieruimte evenveel kans heeft om geselecteerd te worden. Met andere woorden, elke overgang is toegelaten. In speciale gevallen kan daarvan afgeweken worden, b.v. als de beginconfiguratie niet willekeurig is. In dat geval moet de begintemperatuur zodanig ingesteld worden dat de beginconfiguratie behoort tot de quasi-evenwichtstoestand voor die temperatuur.

Het algoritme wordt gestopt als we niet meer verwachten dat de kostfunctie  $E(S)$  nog verder zal dalen. Dit criterium wordt gebruikt om de eindtemperatuur te kiezen.

Meestal wordt de temperatuur steeds langzaam verlaagd. Een veel gebruikt schema is  $T_{k+1} = \alpha T_k$ , waarbij  $\alpha$  gekozen wordt tussen 0,95 en 0,99.

Om te bepalen wanneer de evenwichtssituatie bereikt is, stelt Van Marck [VMVC93] voor de laatste  $2n$  waarden voor de kostfunctie te nemen en het gemiddelde te berekenen van de laatste  $n$  waarden ( $\mu_1$ ) en van de  $n$  waarden daarvoor ( $\mu_2$ ). Hij veronderstelt dat een quasi-evenwichtssituatie bereikt is, als

$$|\mu_1 - \mu_2| < c\sigma,$$

met  $c$  een constante en  $\sigma$  de standaard afwijking van de laatste  $n$  waarden. Om de berekeningstijd in de hand te houden, wordt voorgesteld  $n$  klein te nemen (b.v. 10). Kleine  $n$  hebben echter tot gevolg dat we slechts met een “klein deel” van onze quasi-evenwichtssituatie rekening houden. Ter compensatie kunnen we  $m$  opeenvolgende aanvaarde toestanden groeperen. We noemen zo’n groepje een *epoch* met *epochlengte*  $m$ . beschouwen we nu de laatste  $2n$  epochs. Van elk van die epochs nemen we de waarde van de kostfunctie voor de laatste toestand. De op deze manier verkregen  $2n$  waarden gebruiken we nu bij het controleren op quasi-evenwicht.

### A.3.2 Plaatsingsprogramma

Voor het NP-complete plaatsingsprobleem kan gesimuleerde uitgloeijing gebruikt worden door verbindingen te beschouwen als ononderscheidbare deeltjes waarvan de energie proportioneel is met hun lengte [Don68, Chr91, VMVC93]. Kirkpatrick, Gelatt en Vecchi [KGV83] stelden dan ook voor de belangrijke ontwerpdoelstelling van minimale draadlengte in deze context te zien als een evenwichtstoestand van een geschikte warmtebron bij een temperatuur van 0 graden.

We gebruiken voor de plaatsing de modellen voor de schakeling en voor de fysische architectuur uit hoofdstuk 2: de schakeling wordt voorgesteld door een verzameling van logische blokken die onderling verbonden zijn. Het substraat wordt voorgesteld door een Manhattan-rooster (dit is de configuratieruimte). Elke positie in het Manhattan-rooster kan zich in twee toestanden bevinden:

ofwel is de positie leeg, ofwel bevat ze een logisch blok. Vanuit de andere kant bekeken, staat elk logisch blok op één positie van het Manhattan-rooster.

De systeemtemperatuur wordt berekend door een Monte-Carlomethode, bekend als het Metropolis-algoritme [KGV83]. Dit algoritme was oorspronkelijk ontwikkeld om de eigenschappen van een niet-ideaal gas te simuleren [Chr91]. Het Metropolis-algoritme garandeert dat het systeem in evenwicht is bij een gegeven statistische temperatuur  $\tau$  door herhaaldelijk paren van logische blokken van plaats te verwisselen (dit is het generatiemechanisme) en de resulterende verandering in de totale draadlengte  $\delta L$  (dit is de kostfunctie) op te meten.

Dit schema, op basis van gesimuleerde uitgløeiing, werd gebruikt in het plaatsingsalgoritme waarmee al onze experimentele plaatsingen werden uitgevoerd. Meer details zijn te vinden in [VMVC93].

### A.3.3 Uitbreidingen aan het programma

Voor onze experimenten moest het basisplaatsingsprogramma hier en daar uitgebreid worden. Onze uitbreidingen situeren zich op volgende punten:

#### Schatten van draadlengten

Na elke verwisseling van logische blokken in het plaatsingsprogramma, moet de kostfunctie (de totale draadlengte) aangepast worden. Voor punt-tot-puntverbindingen is dit geen probleem als we veronderstellen dat deze lengte gegeven wordt door de kortste Manhattan-afstand tussen de twee verbonden punten. Om echter ook een goed beeld te hebben van de kostfunctie voor meerpuntsnetten (die tenslotte in echte schakelingen en in de referentieschakelingen voorkomen), gebruiken we schattingen voor de lengte van een dergelijke verbinding. De lengte van een meerpuntsnet wordt gedefiniëerd als de Steiner-lengte van de Steiner-boom die alle punten van het meerpuntsnet opspant (zie hoofdstuk 2, paragraaf 2.3). Het berekenen van de Steiner-lengte is echter op zich een NP-compleet probleem. We kunnen ons niet veroorloven ook voor deze berekening een heuristiek te gebruiken of gesimuleerde uitgløeiing toe te passen omdat deze stap zeer veel keren moet gebeuren en dus zeer snel moet zijn. Daarom opteerden we voor het schatten van de Steiner-lengte uit de *parenlengte* (zie hoofdstuk 2). Deze parenlengte is de totale lengte tussen alle mogelijke puntkoppels van het meerpuntsnet en is wel eenvoudig en snel te berekenen. Een goede schatting van de Steiner-lengte uitgaande van de parenlengte werd gevonden door Van Marck [VMDVC98]. Deze schatting wordt in ons plaatsingsprogramma gebruikt.

### Rekening houden met externe netten

Om onze uitbreiding van de schattingsmethode naar externe verbindingen (zie hoofdstuk 4, paragraaf 4.2) te kunnen evalueren, werd het plaatsingsprogramma uitgebreid om eveneens rekening te kunnen houden met de chiprand. Dit betekent dat we de kostfunctie moesten aanpassen zó dat externe netten dichter bij de rand van de chip werden geplaatst. De kracht waarmee deze verbindingen naar de rand getrokken worden, moet echter van dezelfde grootte-orde zijn als de kracht waarmee intern verbonden punten naar elkaar worden getrokken. Bovendien moet deze kracht afhankelijk zijn van de temperatuur en rekening houden met het uitgloeingschema. De kostfunctie voor de externe netten is, in overeenstemming met deze voor de interne netten, de totale lengte van het net waarbij een extra *pin* als logisch blok aan het net wordt toegevoegd. Deze *pin* wordt geplaatst op de rand, op het punt dat het dichtst ligt bij een logisch blok dat met het net verbonden is.

De meest voor de hand liggende manier om de rand te definiëren, is deze gelijk te kiezen aan het omsluitend kader van de uiteindelijke gevonden plaatsing. In de veronderstelling dat deze plaatsing zo goed mogelijk een vierkant benadert, zouden we er dus hebben kunnen aan denken als rand een vierkant te nemen waarvan de oppervlakte (berekend met als eenheidsafstand de afstand tussen twee cellen in het Manhattan-rooster) ongeveer gelijk is aan het aantal logische blokken van de schakeling. Het probleem met een vast gekozen rand is dat een dergelijke rand de externe netten zeer sterk aantrekt wanneer de punten nog ver van elkaar liggen (ver buiten de chiprand), dus bij hoge temperaturen. Op dat moment is de aantrekkingskracht voor de interne draden nu net zeer klein. Om deze onevenwichtige situatie te vermijden, opteerden we voor een veranderlijke rechthoekige rand waarvan de lengte evenredig is met die van het omsluitend kader van alle punten. Op die manier hebben de pinnen ook een grotere vrijheid om zich over de rand te verplaatsen en zijn de sprongen die zij kunnen maken van dezelfde orde als deze van de gewone punten (logische blokken). We willen echter wel vermijden dat de rand te ver van het centrum ligt en de inwendige punten dus naar buiten trekt in plaats van dicht naar het centrum. De evenredigheidsfactor tussen de rand en het omsluitend kader moet dus kleiner zijn dan 1. Uit experimenten is gebleken dat een evenredigheidsfactor van  $1/2$  een goede balans geeft tussen de invloed van de kostfunctie voor de interne netten en deze van de externe netten. Van zodra de rand een oppervlakte omsluit die het aantal logische blokken in de schakeling benadert, wordt de evenredigheidsfactor dicht bij 1 gekozen zodat de rand nooit kleiner wordt dan het omsluitend kader van de eindsituatie (oppervlakte is het aantal logische blokken). In de uiteindelijke plaatsing zullen dan de externe netten dicht bij de rand komen te liggen zonder dat de optimalisatie voor de interne netten in gevaar komt.

Het gradueel verkleinen van de rand naargelang de temperatuur heeft nog een bijkomend voordeel: externe verbindingen die, t.o.v. de rand, van buiten naar binnen worden getrokken, zullen pinnen genereren in de hoeken van de rechthoekige rand terwijl de pinnen die afkomstig zijn van externe verbindingen die vanuit het inwendige naar buiten worden getrokken, vooral naar de middens van de zijden van de rechthoekige rand zullen gaan (omdat de pin steeds gekozen wordt op het punt op de rand dat dichtst bij een punt van het net ligt). Op die manier krijgen we een verdeling van de pinnen over de rand die min of meer gelijkmatig is over alle randpunten.

Tot slot merken we op dat, voor de berekening van de lengte voor de externe netten, een onderscheid wordt gemaakt tussen een intern deel en een extern deel. Hierbij wordt het interne deel van een extern  $n$ -puntsnet (waarbij de pin in de netgraad wordt meegerekend) berekend uit de schatting van de Steinerlengte van het  $(n - 1)$ -puntsnet dat overblijft na het schrappen van de pin. De totale lengte (intern + extern) is de schatting van de Steinerlengte van het volledige  $n$ -puntsnet en het externe deel wordt berekend als het verschil tussen de totale lengte en de lengte van het interne deel. De lezer kan eenvoudig nagaan dat dit voor punt-tot-puntverbindingen resulteert in de normale situatie waarbij een intern net steeds externe lengte 0 heeft met een interne lengte gelijk aan de afstand tussen de twee logische blokken. Voor een extern tweepuntsnet geldt omgekeerd dat de volledige lengte van het net (de afstand tussen de twee logische blokken) extern gerekend wordt en er geen intern deel van de lengte overblijft.

### Driedimensionale plaatsingen

Het evalueren van de draadlengteschattingmethoden uit hoofdstuk 5 vereiste een plaatsing in een driedimensionaal Manhattan-rooster. Het plaatsingsprogramma werd dan ook aangepast om plaatsingen in drie dimensies toe te laten. De rand wordt dan een balkvormig oppervlak. Voor de rest blijft het principe volledig gelijk.

## Samenvatting

In dit hoofdstuk hebben we een overzicht gegeven van de manier waarop de experimentele gegevens werden verkregen die in de verschillende hoofdstukken moesten dienen ter verificatie van de theoretische methoden. We onderscheidden twee soorten experimenten: partitioneringen van schakelingen en plaatsingen van schakelingen in een fysieke architectuur. Voor beide soorten experimenten gebruikten we de referentieschakelingen die in de wereld van het computer-ondersteund ontwerpen gebruikelijk zijn.

In een eerste paragraaf gaven we een overzicht van alle referentieschakelingen die in de verschillende hoofdstukken van deze doctoraalscriptie aan bod kwamen. Een volgende paragraaf gaf een overzicht van het algoritme dat we gebruikten om schakelingen te partitioneren. Het algoritme is gebaseerd op de ‘*ratiocut*’-partioneermethode van Wei en Cheng [WC91]. De resulterende partitioneringen werden gebruikt om de Rent-exponent van de referentieschakelingen te kunnen bepalen. In de laatste paragraaf kwam het plaatsingsalgoritme aan bod. Dit algoritme maakt gebruik van de methode van gesimuleerde uitgloeijing om zo goed mogelijk een optimale plaatsing te benaderen.

## Bijlage B

# Gedetailleerde Toelichting bij Hoofdstukken 3, 4 en 5

Genererende veeltermen. . . , bah!

*In deze bijlage worden een aantal wiskundige berekeningen meer in detail uitgewerkt. In een eerste paragraaf berekenen we het aantal pinnen behorende tot een hiërarchieniveau uit de regel van Rent. We laten hierbij nog in het midden in welke “dimensie” het hiërarchisch partitioneerproces wordt uitgevoerd (in hoeveel delen er gepartitioneerd wordt per stap). Daardoor wordt deze berekening bruikbaar in zowat alle hoofdstukken van deze doctoraalscriptie.*

*In de tweede paragraaf gaan we wat uitgebreider in op het gebruik van genererende veeltermen voor het berekenen van (discrete) draadlengtedistributies. Daarmee berekenen we de structurele distributies die in de diverse hoofdstukken van deze tekst werden gebruikt.*

## B.1 Aantal pinnen behorende tot niveau $k$ in een hiërarchisch partitioneerproces

Beschouw een schakeling en een partitionering van deze schakeling op basis van het criterium dat het aantal pinnen na partitionering voor alle modules minimaal is. Het partitioneerproces kan dan gemodelleerd worden door de partitionering volgens Rent (zie hoofdstuk 2, paragraaf 2.1.2) en het gemiddeld aantal pinnen kan berekend worden uit de regel van Rent. Deze regel schat het aantal pinnen  $P(B)$  van een module die  $B$  logische blokken bevat als volgt (formule 2.2):

$$P(B) = T_b B^r \quad (0 \leq r \leq 1).$$

Hierbij is  $T_b$  het gemiddeld aantal aansluitpunten per logisch blok en  $r$  de Rent-exponent. Veronderstel dat de volledige schakeling bestaat uit  $G$  logische blokken, verdeeld in modules van (gelijke) grootte  $B$ . Het totale aantal pinnen voor alle modules van grootte  $B$  wordt dan gegeven door

$$P_{tot}(B) = T_b B^r \frac{G}{B} = T_b G B^{r-1}. \quad (\text{B.1})$$

De zelfgelijkenis van schakelingen (eigen aan het ontwerpproces) laat ons toe het partitioneren recursief uit te voeren op een module van een vorige partitie en de regel van Rent te gebruiken op elk recursieniveau. Veronderstel dat de schakeling in elke stap van het recursief partitioneerproces wordt opgedeeld in  $2^D$  modules van gelijke grootte [VM92]. De variabele  $D$  stelt een dimensie voor en de opdeling van de schakeling in  $2^D$  modules zorgt ervoor dat bij de overeenstemmende partitionering van de fysische architectuur de partities op elke recursiestap symmetrisch zijn:  $D = 2$  voor de tweedimensionale partitionering van hoofdstukken 3 en 4,  $D = 3$  voor de driedimensionale partitionering van hoofdstuk 5 en  $D = 1$  voor de partitionering van hoofdstuk 6. Nummer

de recursieniveaus van  $K - 1$  (opdeling van de hele schakeling in  $2^D$  modules van gelijke grootte) tot en met 0 (opdeling op het laagste niveau waarbij elke module slechts één logisch blok bevat). De modulegrootte  $B$  op een hiërarchieniveau  $k$  wordt dan gegeven door  $B = 2^{Dk}$  en het totale aantal logische blokken in de schakeling bedraagt  $G = 2^{DK}$ . Hierbij is  $k$  de index van het hiërarchieniveau en  $K$  het totale aantal hiërarchieniveaus ( $0 \leq k \leq K - 1$ ).

Het aantal pinnen  $P_k$  dat gegenereerd wordt door het doorknippen van netten op een bepaald recursieniveau  $k$  is het verschil tussen het totale aantal pinnen op niveau  $k$  en het totale aantal pinnen op niveau  $k + 1$

$$P_k = P_{tot}(2^{Dk}) - P_{tot}(2^{D(k+1)}) \quad (\text{B.2})$$

$$= T_b G 2^{Dk(r-1)} \left(1 - 2^{D(r-1)}\right). \quad (\text{B.3})$$

## B.2 Gebruik van genererende veeltermen

### B.2.1 Inleiding

De structurele draadlengtedistributie wordt berekend door een enumeratie van alle mogelijke verbindingen in een bepaalde fysische architectuur. Een elegante manier om dergelijke enumeratie uit te voeren, werd voorgesteld door Van Marck en is beschreven in [SVMVC96b, SVMVC96c]. Ze is gebaseerd op een representatie voor de draadlengtedistributie  $\mathcal{D}_l = (d_l)_{l=0, \dots, l_{max}}$  door haar *genererende veelterm*

$$\mathcal{G}(x, l_{max}) = \sum_{l=0}^{l_{max}} d_l x^l.$$

Aangezien de lengten in een echte fysische architectuur steeds eindig zijn (afhankelijk van de grootte  $\lambda$  van de fysische architectuur), bestaat er steeds een  $l_{max}$  waarvoor  $d_l = 0$  voor alle  $l > l_{max}$ . De genererende veelterm  $\mathcal{G}(x, l_{max})$  bevat niet alleen informatie over de distributie zelf maar maakt ook een eenvoudige berekening van de gemiddelde waarde en alle momenten van hogere orde mogelijk. Deze berekening gebeurt door  $\mathcal{G}(x, l_{max})$  zoveel maal af te leiden als de orde van het moment dat we willen kennen en het resultaat te evalueren voor  $x = 1$ . Het totale aantal draden in de distributie (0-de moment) wordt zo gegeven door

$$\mathcal{G}(1, l_{max})$$

en de gemiddelde draadlengte door

$$\frac{\mathcal{G}'(1, l_{max})}{\mathcal{G}(1, l_{max})}.$$

Een gekende eigenschap van genererende veeltermen is dat de genererende veelterm van een convolutie van twee distributies gelijk is aan het product van de



twee genererende veeltermen van elk van deze distributies

$$\mathcal{G}[d_a * d_b] = \mathcal{G}[d_a] \cdot \mathcal{G}[d_b].$$

Een voordeel van genererende veeltermen is dat ze zeer eenvoudig te berekenen zijn als producten van een beperkt aantal basisveeltermen.

Als gevolg van de symmetrie en de periodiciteit van het Manhattan-rooster (en ook van andere, complexe roosters die gebruikt kunnen worden als model voor de fysische architectuur) kan de genererende veelterm in een verkorte vorm genoteerd worden als een breuk van veeltermen

$$\mathcal{G}(x, l_{max}) = \frac{\mathcal{P}(x, l_{max})}{\mathcal{D}(x, l_{max})}, \quad (\text{B.4})$$

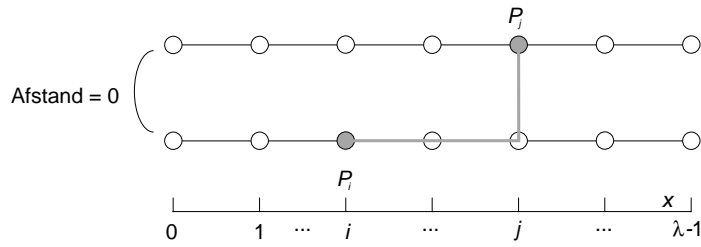
waarbij  $\mathcal{D}(x, l_{max})$  een deler is van  $\mathcal{P}(x, l_{max})$ . Zowel  $\mathcal{P}(x, l_{max})$  als  $\mathcal{D}(x, l_{max})$  bevatten slechts enkele termen. Op die manier verkrijgen we een zeer compacte voorstelling van de distributie die toch alle noodzakelijke informatie vrijgeeft zonder moeilijke berekeningen.

In de volgende paragrafen berekenen we, voor de volledigheid van de tekst, de distributies die we in de verschillende hoofdstukken hebben gebruikt. Daartoe geven we eerst aan hoe de basisveeltermen van deze distributies eenvoudig kunnen berekend worden en bewijzen we daarna een hulpstelling [Str96] die onmiddellijk het analytisch verband legt tussen een genererende veelterm en de ermee geassocieerde distributie.

## B.2.2 Opstellen van de genererende veeltermen

Het feit dat we in deze doctoraalscriptie steeds een Manhattan-rooster als model nemen voor de fysische architectuur waarin een schakeling kan geplaatst worden, heeft belangrijke gevolgen voor het berekenen van de draadlengtedistributies. De Manhattan-metrick laat immers toe de afstand tussen twee punten in een Manhattan-ruimte op te splitsen als een som van de afstanden in de verschillende coördinaten en elke term afzonderlijk te berekenen, onafhankelijk van de andere termen. Zoals algemeen bekend is de totale lengtedistributie dan gegeven door de convolutie van de afzonderlijke lengtedistributies per coördinaat en de genererende veelterm is het product van de afzonderlijke genererende veeltermen.

Het volstaat de genererende veelterm op te stellen van twee eenvoudige gevallen om de genererende veeltermen voor alle in dit doctoraal onderzoek gebruikte structurele draadlengtedistributies onmiddellijk te kunnen neerschrijven.



Figuur B.1: Twee samenvallende kettingen van punten in een eendimensionaal Manhattan-rooster: alle punten van de eerste ketting zijn verbonden met alle punten van de tweede ketting.

**Berekening van de eendimensionale genererende veeltermen**

Beschouw twee samenvallende kettingen van punten met lengte  $\lambda$  (figuur B.1). Veronderstel dat alle punten van de eerste ketting verbonden zijn met alle punten van de tweede ketting. In figuur B.1 is deze situatie voorgesteld als twee kettingen op afstand 0 van elkaar waarbij een verbinding steeds vertrekt uit de onderste ketting en aankomt in de bovenste ketting. De lengte van de verbinding tussen knopen  $P_i$  en  $P_j$  is dan gegeven door  $|i - j|$ . De lezer kan gemakkelijk inzien dat de enumeratie van alle lengten voor dit eenvoudige geval een draadlengtedistributie oplevert, gegeven door

$$d_l = \begin{cases} \lambda & (l = 0) \\ 2(\lambda - l) & (1 \leq l \leq \lambda) \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

We noteren de genererende veelterm voor dit geval als  $\mathcal{G}_{op}(\lambda)$ .<sup>1</sup> Er volgt

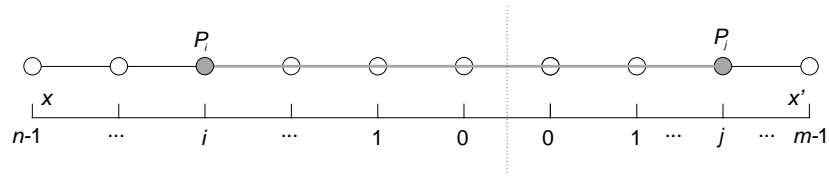
$$\mathcal{G}_{op}(\lambda) = \lambda x^0 + \sum_{i=1}^{\lambda} (2(\lambda - l) x^i) = \frac{2x^{\lambda+1} - \lambda x^2 - 2x + \lambda}{(x - 1)^2}. \quad (\text{B.6})$$

Merk op dat in de compacte notatie van de veelterm als een breuk, het aantal termen in teller en noemer vast is terwijl het aantal termen in de genererende veelterm afhankelijk is van de parameter  $\lambda$  en niet op voorhand gekend.

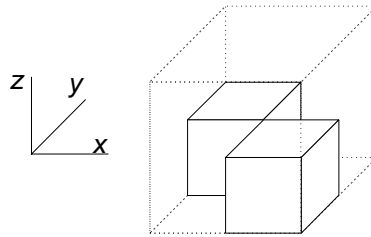
Beschouw nu twee naast elkaar liggende kettingen van punten in een eendimensionale Manhattan-ruimte, waarbij de eerste  $\lambda$  punten en de tweede  $\mu$  punten bevat (figuur B.2). De genererende veelterm voor dit geval (genoteerd als  $\mathcal{G}_{na}(\lambda, \mu)$ ) is gegeven door

$$\mathcal{G}_{na}(\lambda, \mu) = \sum_{i=0}^{\lambda-1} \sum_{j=0}^{\mu-1} (x^{i+j+1}) = \frac{x(x^\lambda - 1)(x^\mu - 1)}{(x - 1)^2}. \quad (\text{B.7})$$

<sup>1</sup>Voor de eenvoud van de notatie vermelden we de variabele  $x$  niet meer expliciet.



Figuur B.2: Twee naast elkaar liggende kettingen van punten in een eendimensionaal Manhattan-rooster. Alle punten van de eerste ketting zijn verbonden met alle punten van de tweede ketting.



Figuur B.3: Een kleine-diagonaalcombinatie in een driedimensionaal Manhattan-rooster.

### Genererende veeltermen voor andere structuren

De onafhankelijkheid tussen de coördinaten bij het berekenen van lengten in een Manhattan-ruimte zorgt ervoor dat een genererende veelterm voor structuren van hogere dimensie steeds kan geschreven worden als een product van deze eenvoudige eendimensionale veeltermen. Zo kan men onmiddellijk de genererende veelterm opschrijven van een kleine-diagonaalcombinatie in een driedimensionaal Manhattan-rooster (figuur B.3). Van beide kubussen is de lengte van een zijde gegeven door  $\lambda$  en alle punten uit de ene kubus zijn verbonden met alle punten uit de andere kubus (zie ook hoofdstuk 5). De onafhankelijkheid tussen de coördinaten laat ons toe meteen de genererende veelterm neer te schrijven:

$$\mathcal{G}(\lambda) = \mathcal{G}_{op}(\lambda) \mathcal{G}_{na}^2(\lambda, \lambda).$$

### B.2.3 Hulpstelling

De verkorte notatie van de genererende veelterm als een breuk heeft enorme voordelen bij het opstellen van de genererende veelterm voor meerdimensionale structuren maar heeft uiteraard het nadeel dat een deling van veeltermen moet worden uitgevoerd wanneer we de analytische vorm van de distributie zelf willen kennen. Voor algemene genererende veeltermen kan hiervoor handig

gebruik gemaakt worden van Z-transformaties maar ook de berekening van een inverse Z-transformatie is nog vrij omslachtig. Door de specifieke vorm van de genererende veeltermen die wij gebruiken, kan de berekening vereenvoudigd worden. Hiertoe maken we gebruik van de volgende hulpstelling [Str96]:

**Stelling B.1** *Elke genererende veelterm, samengesteld uit een eindig aantal factoren  $\mathcal{G}_{op}(\lambda_1)$  en  $\mathcal{G}_{na}(\lambda_2, \mu)$ , kan opgesplitst worden in termen van de vorm  $x^\lambda/(x-1)^i$  en elk van deze termen kan geschreven worden als*

$$\frac{x^\lambda}{(x-1)^i} = \sum_{l=0}^{\lambda-i} f_l(\lambda, i) x^l + \frac{\sum_{l=0}^{i-1} g_l(\lambda, i) x^l}{(x-1)^i}, \quad (\text{B.8})$$

met

$$f_l(\lambda, i) = \frac{(\lambda-l-1)!}{(i-1)! (\lambda-l-i)!}, \quad (\text{B.9})$$

en

$$g_l(\lambda, i) = \frac{\lambda! (-1)^{i-l-1}}{(\lambda-i)! (\lambda-l)! (i-l-1)!}. \quad (\text{B.10})$$

De term met  $f_l(\lambda, i)$  in vergelijking B.8 is het *quotiënt*, de term met  $g_l(\lambda, i)$  de *rest* na de deling van de veeltermen. De restterm zal niet nuttig zijn voor onze berekeningen omdat de som van alle resttermen steeds 0 moet zijn. We weten immers dat de genererende veelterm steeds een distributie voorstelt en dat de deling van de teller door de noemer in deze genererende veelterm steeds opgaat. We bewijzen enkel de vorm van de quotiëntterm (formule B.9) en zullen daarbij enkel de restterm

$$g_0(\lambda, 1) = \frac{\lambda!}{(\lambda-1)! \lambda} = 1 \quad (\text{B.11})$$

nodig hebben.

**Bewijs B.1** *Het eerste deel van de stelling (de mogelijkheid een genererende veelterm in termen op te splitsen van de opgegeven vorm) is triviaal en volgt onmiddellijk uit de vorm van de eendimensionale genererende veeltermen. We bewijzen de vorm van de quotiëntterm door inductie op  $i$ .*

1. De formule B.8 is geldig voor  $i = 1$ .

Voor  $i = 1$  wordt formule B.8

$$\frac{x^\lambda}{x-1} = \sum_{l=0}^{\lambda-1} f_l(\lambda, 1) x^l + \frac{g_0(\lambda, 1)}{x-1},$$

waarbij

$$f_l(\lambda, 1) = \frac{(\lambda-l-1)!}{(\lambda-l-1)!} = 1,$$

en  $g_0(\lambda, 1) = 1$ . Aangezien

$$\sum_{l=0}^{\lambda-1} x^l = \frac{x^\lambda - 1}{x - 1} = \frac{x^\lambda}{x - 1} - \frac{1}{x - 1},$$

is de formule B.8 bewezen voor  $i = 1$

$$\frac{x^\lambda}{x - 1} = \sum_{l=0}^{\lambda-1} x^l + \frac{1}{x - 1}. \quad (\text{B.12})$$

2. Als de formule B.8 geldt voor  $i = j$  ( $j \geq 1$ ) dan geldt ze eveneens voor  $i = j + 1$ .

Uit de veronderstelling dat de formule geldt voor  $i = j$  volgt er

$$\begin{aligned} \frac{x^\lambda}{(x - 1)^{j+1}} &= \frac{1}{(x - 1)} \frac{x^\lambda}{(x - 1)^j} \\ &= \sum_{m=0}^{\lambda-j} f_m(\lambda, j) \frac{x^m}{x - 1} + \frac{\sum_{l=0}^{j-1} g_l(\lambda, j) x^l}{(x - 1)^{j+1}}, \end{aligned}$$

en, met behulp van vergelijking B.12,

$$\begin{aligned} \frac{x^\lambda}{(x - 1)^{j+1}} &= f_0(\lambda, j) \frac{1}{x - 1} \\ &\quad + \sum_{m=1}^{\lambda-j} f_m(\lambda, j) \left( \sum_{l=0}^{m-1} x^l + \frac{1}{x - 1} \right) \\ &\quad + \frac{\sum_{l=0}^{j-1} g_l(\lambda, j) x^l}{(x - 1)^{j+1}}. \end{aligned}$$

Het omwisselen van de sommatie-indices levert dan<sup>2</sup>

$$\begin{aligned} \frac{x^\lambda}{(x - 1)^{j+1}} &= \sum_{l=0}^{\lambda-j-1} \left( x^l \sum_{m=l+1}^{\lambda-j} f_m(\lambda, j) \right) + \sum_{l=0}^{\lambda-j} \frac{f_l(\lambda, j)}{x - 1} + \text{restterm} \\ &= \sum_{l=0}^{\lambda-(j+1)} \left( x^l \sum_{m=l+1}^{\lambda-j} f_m(\lambda, j) \right) + \text{restterm}. \end{aligned}$$

De som

$$\sum_{m=l+1}^{\lambda-j} f_m(\lambda, j) = \sum_{m=l+1}^{\lambda-j} \frac{(\lambda - m - 1)!}{(j - 1)! (\lambda - m - j)!}$$

<sup>2</sup>Voor de overzichtelijkheid tonen we de restterm niet langer.

kan uitgerekend worden door een substitutie van de sommatie-index door  $m' = \lambda - m - j$ . We krijgen dan

$$\sum_{m'=\lambda-l-j-1}^0 \frac{(m'+j-1)!}{(j-1)!(m')!} = \sum_{m'=0}^{\lambda-l-j-1} \binom{m'+j-1}{j-1}.$$

In [GR80] vinden we dat de volgende vergelijking geldt

$$\sum_{k=0}^m \binom{n+k}{n} = \binom{n+m+1}{n+1}. \quad (\text{B.13})$$

Door de vergelijking B.13 te gebruiken met  $k$  gesubstitueerd door  $m'$ ,  $n$  door  $j-1$  en  $m$  door  $\lambda-l-j-1$ , volgt dan

$$\sum_{m'=0}^{\lambda-l-j-1} \binom{m'+j-1}{j-1} = \binom{\lambda-l-1}{j}.$$

Dit leidt uiteindelijk tot

$$\begin{aligned} \frac{x^\lambda}{(x-1)^{j+1}} &= \sum_{l=0}^{\lambda-(j+1)} x^l \frac{(\lambda-l-1)!}{((j+1)-1)!(\lambda-l-(j+1))!} + \text{restterm} \\ &= \sum_{l=0}^{\lambda-(j+1)} f_l(\lambda, j+1) x^l + \text{restterm}. \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

*q. e. d.*

**Gevolg B.1** Aangezien  $f_l(\lambda, i) = 0$  voor  $l = \lambda-1, \lambda-2, \dots, \lambda-i+1$  zijn alle volgende vergelijkingen geldig:

$$\frac{x^\lambda}{(x-1)^i} = \sum_{l=0}^{\lambda-i} (f_l(\lambda, i) x^l) + \text{restterm} \quad (\text{B.15})$$

$$\frac{x^\lambda}{(x-1)^i} = \sum_{l=0}^{\lambda-i+1} (f_l(\lambda, i) x^l) + \text{restterm} \quad (\text{B.16})$$

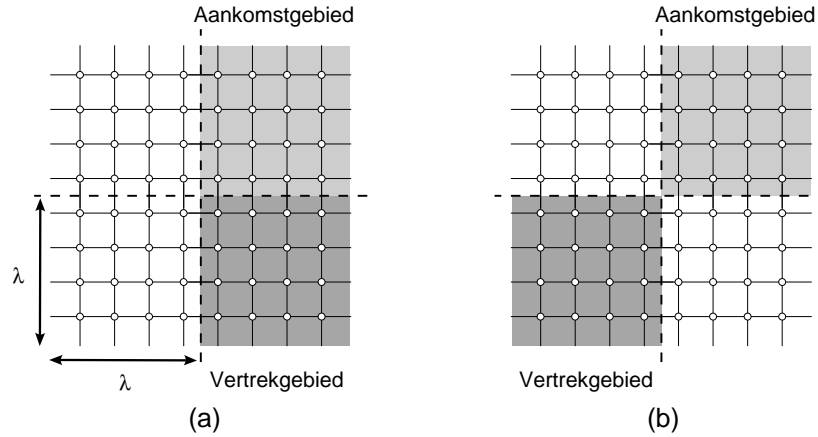
$$\frac{x^\lambda}{(x-1)^i} = \sum_{l=0}^{\lambda-i+2} (f_l(\lambda, i) x^l) + \text{restterm} \quad (\text{B.17})$$

$\vdots$

$$\frac{x^\lambda}{(x-1)^i} = \sum_{l=0}^{\lambda-1} (f_l(\lambda, i) x^l) + \text{restterm}, \quad (\text{B.18})$$

met telkens

$$f_l(\lambda, i) = \frac{(\lambda-l-1)!}{(i-1)!(\lambda-l-i)!}.$$



Figuur B.4: Twee verschillende soorten combinaties: buurcombinaties (a) en diagonaalcombinaties (b).

Merk op dat de verschillende termen (breuken) van de genererende veelterm aanleiding zullen geven tot verschillende grenzen van de sommaties in formule B.8. Deze grenzen zullen precies de distributiebasis opdelen in verschillende intervallen. Deze intervallen zijn dus impliciet aanwezig in de voorstelling van de distributie door haar genererende veelterm. Het kunnen uitstellen van de berekening in verschillende intervallen met elk een ander resultaat tot op de laatste berekeningsstap, is een ander bijkomend belangrijk voordeel van het werken met genererende veeltermen.

## B.2.4 Berekening van de structurele draadlengtedistributies in twee dimensies

In deze paragraaf geven we de volledige berekening van de structurele distributies die gebruikt worden in hoofdstukken 3 en 4.

### Structurele distributie voor buurcombinaties

Voor een buurcombinatie (figuur B.4(a)) in een tweedimensionaal Manhattanrooster is de genererende veelterm gegeven door (voor vierkanten van grootte  $\lambda$ )

$$\mathcal{G}(\lambda) = \mathcal{G}_{op}(\lambda) \mathcal{G}_{na}(\lambda, \lambda) \quad (\text{B.19})$$

$$= \frac{x(x^\lambda - 1)^2(2x^{\lambda+1} - \lambda x^2 - 2x + \lambda)}{(x-1)^4} \quad (\text{B.20})$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2x^{3\lambda+2} - \lambda x^{2\lambda+3} - 6x^{2\lambda+2} + \lambda x^{2\lambda+1} + 2\lambda x^{\lambda+3} + 6x^{\lambda+2} - 2\lambda x^{\lambda+1}}{(x-1)^4} \\
&\quad - \frac{\lambda x^3 + 2x^2 - \lambda x}{(x-1)^4} \\
&= \frac{2x^{3\lambda+2}}{(x-1)^4} - \frac{\lambda x^{2\lambda+3}}{(x-1)^4} - \frac{6x^{2\lambda+2}}{(x-1)^4} + \frac{\lambda x^{2\lambda+1}}{(x-1)^4} + \frac{2\lambda x^{\lambda+3}}{(x-1)^4} + \frac{6x^{\lambda+2}}{(x-1)^4} \\
&\quad - \frac{2\lambda x^{\lambda+1}}{(x-1)^4} - \frac{\lambda x^3}{(x-1)^4} - \frac{2x^2}{(x-1)^4} + \frac{\lambda x}{(x-1)^4}. \tag{B.21}
\end{aligned}$$

Het toepassen van één van de vergelijkingen B.15 tot en met B.18 op elk van de termen uit de vergelijking B.21 leidt tot

$$\begin{aligned}
\mathcal{G}(\lambda) &= 2 \sum_{l=0}^{3\lambda} f_l(3\lambda+2, 4) x^l - \lambda \sum_{l=0}^{2\lambda} f_l(2\lambda+3, 4) x^l - 6 \sum_{l=0}^{2\lambda} f_l(2\lambda+2, 4) x^l \\
&\quad + \lambda \sum_{l=0}^{2\lambda} f_l(2\lambda+1, 4) x^l + 2\lambda \sum_{l=0}^{\lambda} f_l(\lambda+3, 4) x^l + 6 \sum_{l=0}^{\lambda} f_l(\lambda+2, 4) x^l \\
&\quad - 2\lambda \sum_{l=0}^{\lambda} f_l(\lambda+1, 4) x^l + \text{resttermen}. \tag{B.22}
\end{aligned}$$

Aangezien  $\mathcal{G}(\lambda)$  een genererende veelterm is van een distributie over discrete waarden, kan er geen restterm overblijven. De som van alle resttermen in vergelijking B.22 moet daarom 0 zijn (het bewijs laten we hier achterwege). Na normalisatie volgt de genormaliseerde structurele draadlengtedistributie onmiddellijk door het samennemen van de gepaste termen uit vergelijking B.22

$$S_{k,b}^{2D}(l) = \begin{cases} \frac{-l^3+3\lambda l^2+l}{3\lambda^4} & (0 \leq l \leq \lambda) \\ \frac{2l^3-12\lambda l^2+(21\lambda^2-2)l-9\lambda^3+3\lambda}{3\lambda^4} & (\lambda \leq l \leq 2\lambda) \\ \frac{-l^3+9\lambda l^2-(27\lambda^2-1)l+27\lambda^3-3\lambda}{3\lambda^4} & (2\lambda \leq l \leq 3\lambda) \\ 0 & \text{elders.} \end{cases} \tag{B.23}$$

Merk op dat de gemiddelde draadlengte onmiddellijk uit  $\mathcal{G}(\lambda)$  kan worden berekend zonder eerst de distributie  $S_{k,b}^{2D}(l)$  af te leiden. Het afleiden van vergelijking B.20 naar  $x$  en het resultaat evalueren in het punt  $x = 1$  leidt onmiddellijk naar de gemiddelde lengte

$$l_{k,b}^{2D} = \left. \frac{d\mathcal{G}(\lambda)}{dx} \right|_{x=1} = \frac{4\lambda}{3} - \frac{1}{3\lambda}. \tag{B.24}$$

Dit is (uiteraard) precies de gemiddelde draadlengte die in hoofdstuk 3, paragraaf 3.3 (vergelijking 3.6), werd berekend.



### Structurele distributie voor diagonaalcombinaties

Op volkomen analoge wijze leiden we de structurele draadlengtedistributie af voor een diagonaalcombinatie (figuur B.4(b))

$$\mathcal{G}(\lambda) = \mathcal{G}_{na}^2(\lambda, \lambda) \quad (\text{B.25})$$

$$= \frac{x^2 (x^\lambda - 1)^4}{(x - 1)^4} \quad (\text{B.26})$$

$$= \frac{x^{4\lambda+2} - 4x^{3\lambda+2} + 6x^{2\lambda+2} - 4x^{\lambda+2} + x^2}{(x - 1)^4}$$

$$= \sum_{l=0}^{4\lambda} f_l(4\lambda + 2, 4) x^l - 4 \sum_{l=0}^{3\lambda} f_l(3\lambda + 2, 4) x^l + 6 \sum_{l=0}^{2\lambda} f_l(2\lambda + 2, 4) x^l$$

$$- 4 \sum_{l=0}^{\lambda} f_l(\lambda + 2, 4) x^l + \text{restterm.}$$

Deze uitdrukking leidt uiteindelijk tot

$$S_{k,d}^{2D}(l) = \begin{cases} \frac{l^3 - l}{6\lambda^4} & (0 \leq l \leq \lambda) \\ \frac{-3l^3 + 12\lambda l^2 - (12\lambda^2 - 3)l + 4\lambda^3 - 4\lambda}{6\lambda^4} & (\lambda \leq l \leq 2\lambda) \\ \frac{3l^3 - 24\lambda l^2 + (60\lambda^2 - 3)l - 44\lambda^3 + 8\lambda}{6\lambda^4} & (2\lambda \leq l \leq 3\lambda) \\ \frac{-l^3 + 12\lambda l^2 - (48\lambda^2 - 1)l + 64\lambda^3 - 4\lambda}{6\lambda^4} & (3\lambda \leq l \leq 4\lambda) \\ 0 & \text{elders.} \end{cases} \quad (\text{B.27})$$

Opnieuw kunnen we de gemiddelde draadlengte onmiddellijk afleiden uit  $\mathcal{G}(\lambda)$  zonder eerst  $S_{k,d}^{2D}(l)$  te moeten berekenen. Afleiden van vergelijking B.26 naar  $x$  en het resultaat evalueren in het punt  $x = 1$  geeft

$$l_{k,d}^{2D} = \left. \frac{d\mathcal{G}(\lambda)}{dx} \right|_{x=1} = 2\lambda. \quad (\text{B.28})$$

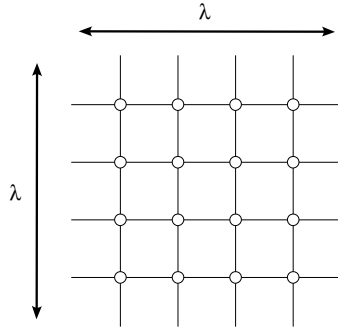
Dit resultaat is identiek aan vergelijking 3.7 uit hoofdstuk 3.

### De globale structurele distributie van het Manhattan-rooster

Voor het hele Manhattan-rooster (met zijde  $\lambda$ , figuur B.5) is de genererende veelterm gegeven door

$$\mathcal{G}(\lambda) = \mathcal{G}_{op}^2(\lambda) \quad (\text{B.29})$$

$$= \frac{(2x^{\lambda+1} - \lambda x^2 - 2x + \lambda)^2}{(x - 1)^4} \quad (\text{B.30})$$



Figuur B.5: Manhattan-rooster met zijde  $\lambda$ .

$$\begin{aligned}
 &= f_0(4, 4) \lambda^2 + 4 \lambda \sum_{l=0}^{\lambda} x^l f_l(\lambda + 1, 4) - 8 \sum_{l=0}^{\lambda} x^l f_l(\lambda + 2, 4) \\
 &\quad - 4 \lambda \sum_{l=0}^{\lambda} x^l f_l(\lambda + 3, 4) + 4 \sum_{l=0}^{2\lambda} x^l f_l(2\lambda + 2, 4) + \text{resttermen.}
 \end{aligned}$$

Deze uitdrukking leidt tot

$$S^{2D}(l) = \begin{cases} \lambda^2 & (l = 0) \\ \frac{2}{3} l (6\lambda^2 - 6l\lambda + l^2 - 1) & (0 < l \leq \lambda) \\ \frac{2}{3} (2\lambda - l - 1) (2\lambda - l) (2\lambda - l + 1) & (\lambda < l \leq 2\lambda) \\ 0 & \text{elders.} \end{cases} \tag{B.31}$$

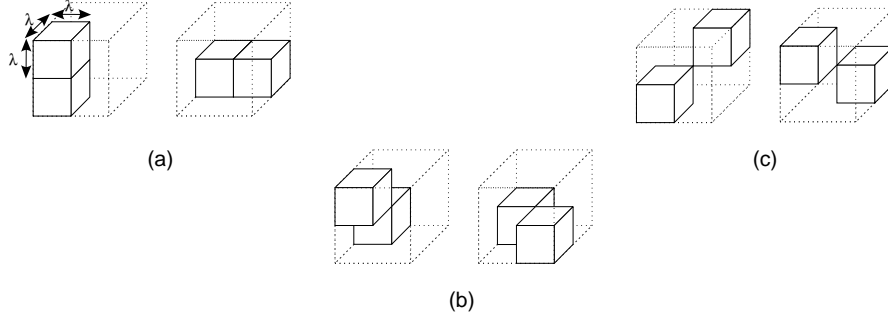
De gemiddelde lengte wordt onmiddellijk gevonden als

$$l^{2D} = \left. \frac{d\mathcal{G}(\lambda)}{dx} \right|_{x=1} = \frac{2(\lambda^2 - 1)}{3\lambda}. \tag{B.32}$$

### B.2.5 Berekening van de structurele distributies in drie dimensies

De berekening van de structurele distributies in drie dimensies kan op volledig analoge wijze gebeuren als in de vorige paragraaf. Voor buurcombinaties (figuur B.6(a)) geeft dit

$$\begin{aligned}
 \mathcal{G}(\lambda) &= \mathcal{G}_{op}^2(\lambda) \mathcal{G}_{na}(\lambda) \\
 &= 4 \sum_{l=0}^{4\lambda} f_l(4\lambda + 3, 6) x^l - 4 \lambda \sum_{l=0}^{3\lambda} f_l(3\lambda + 4, 6) x^l - 16 \sum_{l=0}^{3\lambda} f_l(3\lambda + 3, 6) x^l
 \end{aligned}$$



Figuur B.6: De verschillende combinaties in een driedimensionaal Manhattan-rooster: buurcombinaties (a), kleine-diagonaalcombinaties (b) en grote-diagonaalcombinaties (c).

$$\begin{aligned}
& + 4\lambda \sum_{l=0}^{3\lambda} f_l(3\lambda + 2, 6) x^l + \lambda^2 \sum_{l=0}^{2\lambda} f_l(2\lambda + 5, 6) x^l \\
& + 12\lambda \sum_{l=0}^{2\lambda} f_l(2\lambda + 4, 6) x^l - 2\lambda^2 \sum_{l=0}^{2\lambda} f_l(2\lambda + 3, 6) x^l \\
& + 24 \sum_{l=0}^{2\lambda} f_l(2\lambda + 3, 6) x^l - 12\lambda \sum_{l=0}^{2\lambda} f_l(2\lambda + 2, 6) x^l \\
& + \lambda^2 \sum_{l=0}^{2\lambda} f_l(2\lambda + 1, 6) x^l - 2\lambda^2 \sum_{l=0}^{\lambda} f_l(\lambda + 5, 6) x^l \\
& - 12\lambda \sum_{l=0}^{\lambda} f_l(\lambda + 4, 6) x^l + 4\lambda^2 \sum_{l=0}^{\lambda} f_l(\lambda + 3, 6) x^l \\
& - 16 \sum_{l=0}^{\lambda} f_l(\lambda + 3, 6) x^l + 12\lambda \sum_{l=0}^{\lambda} f_l(\lambda + 2, 6) x^l \\
& - 2\lambda^2 \sum_{l=0}^{\lambda} f_l(\lambda + 1, 6) x^l + \text{resttermen.}
\end{aligned}$$

Dit leidt dan tot

$$S_{k,b}^{3D}(l) = \begin{cases} \frac{1}{30\lambda^6} S_{k,b}^i & (i\lambda \leq l \leq (i+1)\lambda, \text{ met } i = 0, \dots, 3) \\ 0 & \text{elders,} \end{cases} \quad (\text{B.33})$$

met

$$\begin{aligned}
S_{k,b}^0 &= (20l^3 + 10l) \lambda^2 + (10l^2 - 10l^4) \lambda + l^5 - 5l^3 + 4l, \\
S_{k,b}^1 &= 74\lambda^5 - 260l\lambda^4 + (340l^2 - 30) \lambda^3 + (110l - 180l^3) \lambda^2 \\
&\quad + (40l^4 - 80l^2 + 16) \lambda - 3l^5 + 15l^3 - 12l, \\
S_{k,b}^2 &= - [758\lambda^5 - 1420l\lambda^4 + (980l^2 - 310) \lambda^3 + (360l - 320l^3) \lambda^2 \\
&\quad + (50l^4 - 130l^2 + 32) \lambda - 3l^5 + 15l^3 - 12l], \\
S_{k,b}^3 &= (4\lambda - l - 2) (4\lambda - l - 1) (4\lambda - l) (4\lambda - l + 1) (4\lambda - l + 2).
\end{aligned}$$

Voor kleine-diagonaalcombinaties (figuur B.6(b)) komt er

$$\mathcal{G}(\lambda) = \mathcal{G}_{op}(\lambda) \mathcal{G}_{na}^2(\lambda),$$

wat leidt tot

$$S_{k,d}^{3D}(l) = \begin{cases} \frac{1}{60\lambda^6} S_{k,d}^i & (i\lambda \leq l \leq (i+1)\lambda, \text{ met } i = 0, \dots, 4) \\ 0 & \text{elders,} \end{cases} \quad (\text{B.34})$$

met

$$\begin{aligned}
S_{k,d}^0 &= (l-1) l (l+1) (5l\lambda - l^2 + 4), \\
S_{k,d}^1 &= - [25\lambda^5 - 105l\lambda^4 + (170l^2 - 45) \lambda^3 + (115l - 130l^3) \lambda^2 \\
&\quad + (40l^4 - 90l^2 + 20) \lambda - 4l^5 + 20l^3 - 16l], \\
S_{k,d}^2 &= 775\lambda^5 - 1655l\lambda^4 + (1350l^2 - 475) \lambda^3 + (605l - 510l^3) \lambda^2 \\
&\quad + (90l^4 - 240l^2 + 60) \lambda - 6l^5 + 30l^3 - 24l, \\
S_{k,d}^3 &= - [3275\lambda^5 - 4555l\lambda^4 + (2430l^2 - 1055) \lambda^3 + (865l - 630l^3) \lambda^2 \\
&\quad + (80l^4 - 230l^2 + 60) \lambda - 4l^5 + 20l^3 - 16l], \\
S_{k,d}^4 &= (5\lambda - l - 2) (5\lambda - l - 1) (5\lambda - l) (5\lambda - l + 1) (5\lambda - l + 2).
\end{aligned}$$

Voor grote-diagonaalcombinaties (figuur B.6(c)) krijgen we ten slotte

$$\mathcal{G}(\lambda) = \mathcal{G}_{na}^3(\lambda),$$

wat leidt tot

$$S_{k,D}^{3D}(l) = \begin{cases} \frac{1}{120\lambda^6} S_{k,D}^i & (i\lambda \leq l \leq (i+1)\lambda, \text{ met } i = 0, \dots, 5) \\ 0 & \text{elders,} \end{cases} \quad (\text{B.35})$$

met

$$\begin{aligned}
S_{k,D}^0 &= (l-2)(l-1)l(l+1)(l+2), \\
S_{k,D}^1 &= 6\lambda^5 - 30l\lambda^4 + (60l^2 - 30)\lambda^3 + (90l - 60l^3)\lambda^2 \\
&\quad + (30l^4 - 90l^2 + 24)\lambda - 5l^5 + 25l^3 - 20l, \\
S_{k,D}^2 &= -2 [237\lambda^5 - 585l\lambda^4 + (570l^2 - 285)\lambda^3 + (405l - 270l^3)\lambda^2 \\
&\quad + (60l^4 - 180l^2 + 48)\lambda - 5l^5 + 25l^3 - 20l], \\
S_{k,D}^3 &= 2 [2193\lambda^5 - 3465l\lambda^4 + (2130l^2 - 1065)\lambda^3 + (945l - 630l^3)\lambda^2 \\
&\quad + (90l^4 - 270l^2 + 72)\lambda - 5l^5 + 25l^3 - 20l], \\
S_{k,D}^4 &= - [10974\lambda^5 - 12270l\lambda^4 + (5340l^2 - 2670)\lambda^3 + (1710l - 1140l^3)\lambda^2 \\
&\quad + (120l^4 - 360l^2 + 96)\lambda - 5l^5 + 25l^3 - 20l], \\
S_{k,D}^5 &= (6\lambda - l - 2)(6\lambda - l - 1)(6\lambda - l)(6\lambda - l + 1)(6\lambda - l + 2).
\end{aligned}$$

Zoals in het tweedimensionale geval vinden we ook hier de vergelijkingen 5.9, 5.10 en 5.11 (hoofdstuk 5) onmiddellijk uit  $d\mathcal{G}(\lambda)/dx|_{x=1}$

$$\begin{aligned}
l_{k,b}^{3D} &= \frac{5\lambda}{3} - \frac{2}{3\lambda}, \\
l_{k,d}^{3D} &= \frac{7\lambda}{3} - \frac{1}{3\lambda}, \\
l_{k,D}^{3D} &= 3\lambda.
\end{aligned}$$

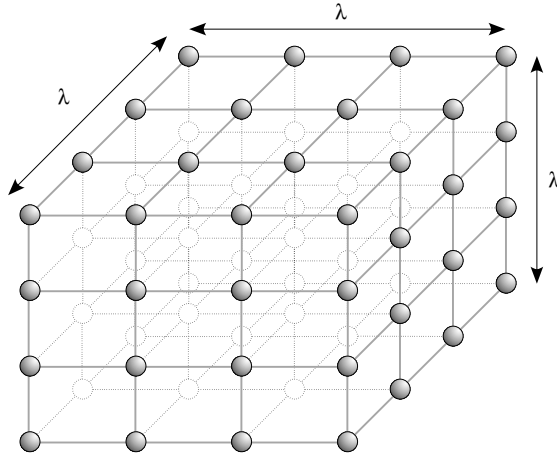
### De globale structurele distributie van het driedimensionale Manhattan-rooster

Voor het hele driedimensionale Manhattan-rooster (met zijde  $\lambda$ , figuur B.7) is de genererende veelterm gegeven door

$$\mathcal{G}(\lambda) = \mathcal{G}_{op}^3(\lambda) \tag{B.36}$$

$$= \frac{(2x^{\lambda+1} - \lambda x^2 - 2x + \lambda)^3}{(x-1)^6} \tag{B.37}$$

$$\begin{aligned}
&= -f_0(6,6)\lambda^3 + 6\lambda^2 \sum_{l=0}^{\lambda} f_l(\lambda+1,6)x^l - 24\lambda \sum_{l=0}^{\lambda} f_l(\lambda+2,6)x^l \\
&\quad - 12(\lambda^2 - 2) \sum_{l=0}^{\lambda} f_l(\lambda+3,6)x^l + 24\lambda \sum_{l=0}^{\lambda} f_l(\lambda+4,6)x^l \\
&\quad + 6\lambda^2 \sum_{l=0}^{\lambda} f_l(\lambda+5,6)x^l + 12\lambda \sum_{l=0}^{2\lambda} f_l(2\lambda+2,6)x^l
\end{aligned}$$

Figuur B.7: Driedimensionaal Manhattan-rooster met zijde  $\lambda$ .

$$\begin{aligned}
 & -24 \sum_{l=0}^{2\lambda} f_l(2\lambda + 3, 6) x^l - 12\lambda \sum_{l=0}^{2\lambda} f_l(2\lambda + 4, 6) x^l \\
 & + 8 \sum_{l=0}^{3\lambda} f_l(3\lambda + 3, 6) x^l + \text{resttermen.}
 \end{aligned}$$

Deze uitdrukking leidt tot

$$S^{3D}(l) = \begin{cases} \lambda^3 & (l = 0) \\ \begin{aligned} & 2(2l^2 + 1)\lambda^2(\lambda - l) + l^2(l^2 - 1)\lambda \\ & - \frac{l(l^2 - 4)(l^2 - 1)}{15} \end{aligned} & (0 < l \leq \lambda) \\ \begin{aligned} & \lambda(7l\lambda + 1)(3\lambda^2 - 1) - 2\lambda^3(2\lambda^2 + l^2) \\ & + 10l^2(l - 2\lambda)\lambda^2 - 2(l^2 - 1)^2\lambda \\ & + \frac{2l(l^2 - 4)(l^2 - 1)}{15} - \frac{11\lambda(\lambda^4 - 1)}{5} \end{aligned} & (\lambda < l \leq 2\lambda) \\ \frac{1}{15} \prod_{i=-2}^2 (3\lambda - l + i) & (2\lambda < l \leq 3\lambda) \\ 0 & \text{elders.} \end{cases} \quad (\text{B.38})$$

### B.2.6 Continue vorm van de structurele distributies

Voor de benaderde berekening van de gemiddelde draadlengte met inbegrip van de bezettingskans hadden we in de hoofdstukken 4 en 5 nood aan een continue uitbreiding van de discrete distributies  $S_{k,b}^{2D}$ ,  $S_{k,d}^{2D}$ ,  $S_{k,b}^{3D}$ ,  $S_{k,d}^{3D}$  en  $S_{k,D}^{3D}$ . Deze continue vorm kan onmiddellijk berekend worden uit de convolutie (zoals voorgesteld in [CC91]) maar waarbij alle sommen vervangen worden door integralen. We kunnen echter ook deze continue vormen verkrijgen uit de discrete distributies via een andere redenering.

Beschouw een bepaalde combinatie (buren, diagonalen,...) in een  $D$ -dimensionaal Manhattan-rooster waar de deelarchitecturen zijde  $\lambda = 2^k$  hebben. De discrete distributies zijn gegeven door  $S_{k,C}^D(l)$  ( $C \in \{b, d, \dots\}$ ). Indien we zowel  $\lambda$  als  $l$  verdubbelen dan is het alsof we de structurele distributie berekenen van een gelijkaardige combinatie in een  $D$ -dimensionaal rooster met één extra punt tussen elke twee bestaande naast elkaar liggende punten. De afstand tussen twee naburige punten wordt dan 0,5 i.p.v. 1. Doen we dat een oneindig aantal keren na elkaar, dan verkrijgen we de distributie van dezelfde combinatie in een  $D$ -dimensionaal rooster met een continuüm aan punten. De continue distributie kan bijgevolg uit de discrete distributie gehaald worden door de limiet te nemen voor  $\lambda \rightarrow \infty$  en  $l \rightarrow \infty$  maar zó dat  $\lambda/l$  constant blijft. Het resultaat daarvan is dat enkel die termen overblijven met de hoogste macht (voor  $\lambda$  en  $l$  samen!). De andere termen verdwijnen omdat ze de randeffecten beschrijven. In het continue geval worden deze randeffecten verwaarloosbaar.

Op die manier worden de distributies  $S_{k,b}^{c,2D}$  (vergelijking 4.14),  $S_{k,d}^{c,2D}$  (vergelijking 4.15),  $S_{k,b}^{c,3D}$  (vergelijking 5.20),  $S_{k,d}^{c,3D}$  (vergelijking 5.21), en  $S_{k,D}^{c,3D}$  (vergelijking 5.22) onmiddellijk verkregen uit de vergelijkingen 3.4, 3.5, 5.5, 5.6 en 5.7 respectievelijk.

## Samenvatting

In deze bijlage hebben we heel wat tussenresultaten berekend die gebruikt werden in de hoofdstukken 3, 4 en 5. In een eerste paragraaf is de berekening van het aantal pinnen dat behoort tot een hiërarchieniveau  $k$  weergegeven. Ze steunt volledig op de regel van Rent en het hiërarchisch partitioneermodeel van Donath.

De tweede paragraaf geeft een overzicht van de belangrijkste voordelen van het werken met genererende veeltermen voor het berekenen van draadlengtedistributies. Na het bewijs van een hulpstelling werden voor de volledigheid alle in dit doctoraal proefschrift gebruikte structurele draadlengtedistributies afgeleid uit hun genererende veeltermen.

## Bijlage C

# Gedetailleerde Toelichting bij Hoofdstuk 6

De fractie of de fractuur? Het zijn allebei breuken.



*In deze laatste bijlage vindt de lezer een toelichting bij de in hoofdstuk 6 gemaakte veronderstellingen van een constante fractie  $f$  (fractie doorgeknipte netten dat intern was), en van de statistische onafhankelijkheid van de keuzes van de pinnen die zullen verbonden worden in het netgeneratieproces.*

*Deze bijlage bevat verder heel wat wiskundige uitwerkingen van de formules die in hoofdstuk 6 aan bod kwamen. Zo worden de laagste termen van de netgraadgenererende veeltermen berekend, de gemiddelde netgraad en het verband tussen de fractie  $f$  en het aantal netten of het aantal primaire in- en uitgangen van de schakeling.*

*We gaan in deze bijlage ook uitgebreid in op de noodzakelijke voorwaarden om referentieschakelingen te kunnen genereren met de eigenschappen van reële schakelingen.*

*In de laatste paragraaf van deze bijlage berekenen we de parenlengte voor meerpuntsnetten die we in hoofdstuk 6 gebruikten om een nauwkeuriger schatting voor draadlengten af te leiden op basis van de theorie over meerpuntsnetten.*

## C.1 Toelichting bij de veronderstelling van een constante fractie interne netten

Beschouw het partitioneerproces zoals beschreven in hoofdstuk 6, paragraaf 6.1. Het aantal nieuwe pinnen gegenereerd door het doorknippen van netten op niveau  $k$  is gegeven door  $P_k$  (formule 6.2) en  $S_{i,k}$  (resp.  $S_{e,k}$ ) is het aantal interne (resp. externe) netten dat op niveau  $k$  wordt doorgeknipt. In hoofdstuk 6, paragraaf 6.1, werd de veronderstelling gemaakt dat zowel  $S_{i,k}$  als  $S_{e,k}$  schalen met  $P_k$  (veronderstelling 6.1) of, m.a.w., dat de fractie interne netten  $f_k$  (formule 6.4) constant is over alle niveaus ( $\forall k : f_k = f$ ). In een eerste paragraaf wordt gepoogd een theoretische argumentatie voor deze veronderstelling te geven. In een volgende paragraaf wordt de veronderstelling geverifieerd met experimentele gegevens.

### C.1.1 Theoretische argumentatie

We weten nog te weinig over de verbindingsstructuur van een algemene schakeling om een verband te kunnen leggen tussen het aantal interne en het aantal externe netten dat zal doorgeknipt worden op elk hiërarchieniveau. Indien men het verband niet kent, is de beste keuze om het meest eenvoudige model te gebruiken. In dit geval betekent dit het constant veronderstellen van de fractie

$f$  over alle hiërarchieniveaus. We geven hierna toch twee mogelijke redenen waarom een constante fractie  $f$  een aanvaardbare keuze zou kunnen zijn.

### Verbindingencomplexiteit

Het is duidelijk dat er op hoge hiërarchieniveaus (partitionering van de schakeling in een klein aantal modules) veel meer interne verbindingen zijn dan externe. Voor een bepaalde netgraad  $\nu$  schaalt het aantal interne verbindingen per module immers met  $T_b B/\nu$  terwijl het aantal externe netten gelijk is aan  $T_b B^r$  (regel van Rent, met  $T_b$  het gemiddeld aantal aansluitpunten per logisch blok en  $B$  het aantal logische blokken in de module). Op het eerste gezicht lijkt de veronderstelling eigenaardig dat, op elk hiërarchieniveau  $k$ , het aantal doorgeknipte interne en externe netten evenredig verdeeld is. Men zou eerder verwachten dat op de hoogste niveaus vooral interne netten worden doorgeknipt (omdat er veel meer van zijn) en op de laagste niveaus relatief meer externe netten. Toch mag men niet uit het oog verliezen dat het knippen van een intern net veel nadeliger is dan het knippen van een extern net aangezien een intern net twee nieuwe pinnen genereert en een extern net slechts één. Aangezien als criterium voor het partitioneren het aantal pinnen geminimaliseerd wordt, zal het partitoneeralgoritme een voorkeur hebben voor het knippen van externe netten. We moeten bovendien rekening houden met het feit dat niet alle verbindingen in aanmerking komen om doorgeknipt te worden. Enkel die netten komen in aanmerking die de partitionering verhinderen twee modules van elkaar te scheiden. We mogen ons dus niet blindstaren op het totale aantal aanwezige netten maar we moeten eerder rekening houden met het aantal netten dat twee modules met elkaar verbindt. Dat aantal wordt volledig bepaald door de verbindingencomplexiteit van de schakeling. Er is geen enkele reden om aan te nemen dat de verbindingencomplexiteit verschilt naargelang een net intern dan wel extern is (zeker niet als men bedenkt dat de externe netten overblijfselen zijn van interne netten die op een hoger niveau reeds werden doorgeknipt). We durven dan ook veronderstellen dat beide soorten netten dezelfde verbindingencomplexiteit vertonen. De zelfgelijkenis van schakelingen en het Rent-gedrag van schakelingen tonen aan dat de verbindingencomplexiteit als constant mag beschouwd worden over alle hiërarchieniveaus (tenminste in het 'normale Rent-gebied'; in het tweede en derde gebied van Rent kan de verbindingencomplexiteit hiervan sterk afwijken). Als we veronderstellen dat vooral de verbindingencomplexiteit bepaalt welke netten zullen moeten worden doorgeknipt, dan blijft het relatieve aandeel van de interne netten in het aantal doorgeknipte netten constant en dus ook de fractie interne netten  $f_k = f$ .

### Geometrische aspecten

We kunnen het constant zijn van  $f$  ook inzien door gebruik te maken van geometrische aspecten. In hoofdstuk 2, paragraaf 2.1.4, hebben we een fractale dimensie aan schakelingen toegekend op basis van de zelfgelijkenis van schakelingen en de regel van Rent. Beschouw het volgende gedachtenexperiment:

- We beschikken over een schakeling met fractale dimensie  $D_f$ .
- Veronderstel dat we ook over een fysische architectuur beschikken in een  $D_f$ -dimensionale ruimte en dat een dergelijke architectuur dezelfde eigenschappen bezit als een architectuur met een gehele dimensie, maar dan in een (fictieve) fractionele dimensie. We zouden ons een dergelijke architectuur kunnen voorstellen als een fractaal volume.
- Veronderstel dat de schakeling optimaal geplaatst is (dit wil zeggen: met een minimale draadlengte) in de fysische architectuur van dezelfde dimensie  $D_f$ . Verbonden knopen zullen dan zo dicht als mogelijk bij elkaar staan (in het hypervolume) en de randknopen zullen zich aan (of minstens in de buurt van) de rand (het hyperoppervlak) bevinden. Dit volgt onmiddellijk uit onze definitie van een fractale dimensie van een schakeling (hoofdstuk 2, paragraaf 2.1.4, definitie 2.12, blz. 52).

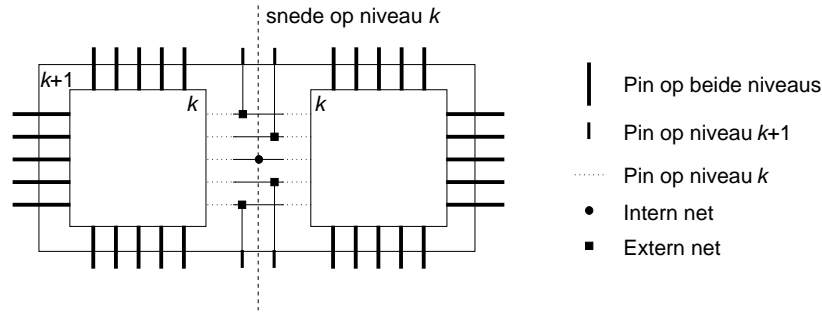
Voor gehele dimensies geldt dat een partitie van de schakeling in  $2^D$  stukken optimaal is als de overeenkomstige fysische architectuur opgedeeld wordt in  $2^D$  gelijke, samenhangende stukken, elk nog steeds met dezelfde dimensie  $D$ . Veronderstel dat hetzelfde geldt in de architectuur met fractale dimensie  $D_f$ . De hyperoppervlakte  $S$  van de fysische architectuur schaalt met haar hypervolume  $V$  volgens

$$S \sim V^{\frac{D_f-1}{D_f}}$$

en hetzelfde geldt voor de hyperoppervlakte  $S_s$  van het deel van het hyperoppervlak dat zal ontstaan door het snijden van de architectuur (bij partitionering) en voor de hyperoppervlakte  $S_r$  van het hyperoppervlak dat reeds voor het partitioneren aanwezig was

$$\begin{aligned} S_s &\sim V^{\frac{D_f-1}{D_f}} \\ S_r &\sim V^{\frac{D_f-1}{D_f}}. \end{aligned}$$

De lezer kan verifiëren dat dit in ieder geval geldt voor gehele dimensies. Bij een partitionering van de architectuur in  $2^D$  stukken ( $D \neq D_f$ ) kan deze schaling op sommige niveaus lichte afwijkingen vertonen maar globaal gezien blijft het argument gelden. In ieder geval blijft de redenering (met de gemaakte veronderstellingen) opgaan voor alle hiërarchieniveaus  $k$  waarvoor  $Dk = D_f l$  met  $k$  en  $l$  gehele getallen.



Figuur C.1: Het doorknippen van interne en externe verbindingen op hiërarchieniveau  $k$ .

We gebruiken nu terug het verband tussen de geometrische aspecten (fractale dimensie) en de aspecten uit het graafmodel van de schakeling (zie hoofdstuk 2) en definiëren  $P_{s,k}$  als het aantal pinnen verbonden met de doorgeknipte netten op een bepaald niveau  $k$  en  $P_{r,k}$  als het resterend aantal pinnen op niveau  $k$  ( $P_{r,k} = P_{tot}(2^{Dk}) - P_{s,k}$ ). Dit verband is gegeven door (zie hoofdstuk 2, paragraaf 2.1.4)

$$\begin{aligned} D_f &\iff \frac{1}{1-r} \\ V &\iff B \\ S &\iff P_{tot} \\ S_s &\iff P_{s,k} \\ S_r &\iff P_{r,k}. \end{aligned}$$

Uit deze redenering volgt dat  $P_{s,k}$  en  $P_{r,k}$  op dezelfde manier schalen als  $P_{tot}$  (en dus ook op dezelfde manier als  $P_k$ ). Aangezien nu het aantal pinnen dat niet verbonden is met een doorgeknipte draad op niveau  $k$  eveneens gegeven wordt door het verschil van het totale aantal pinnen op niveau  $k+1$  (dus vóór het knippen) met het aantal pinnen op niveau  $k+1$  dat verbonden is met een extern net dat zal geknipt worden, of (zie figuur C.1)

$$P_{r,k} = P_{tot} \left( 2^{D(k+1)} \right) - S_e(k)$$

leiden we hieruit af dat ook  $S_{e,k}$  op dezelfde manier moet schalen als  $P_{r,k}$  en  $P_{tot}$  (en dus als  $P_k$ ). Uit formule 6.3

$$2 S_{i,k} + S_{e,k} = P_k$$

volgt dan dat ook  $S_{i,k}$  op dezelfde manier moet schalen met  $k$  en dus dat de fractie interne netten  $f$  onafhankelijk is van  $k$ .

De bovenstaande redenering is gebaseerd op heel wat veronderstellingen over het fractale gedrag van schakelingen. Het is moeilijk ons een architectuur voor te stellen met fractale dimensie. Het is dan ook onbegonnen werk de gemaakte veronderstellingen te controleren. Toch is deze redenering in ieder geval geldig voor voldoende grote schakelingen in een architectuur met gehele dimensie waar de schakeling precies in past. Ze is dus geldig voor schakelingen met Rent-exponenten  $1/2, 2/3, 3/4, \dots$ . Zeker voor zeer complexe schakelingen liggen de Rent-exponenten zo dicht bij elkaar dat het niet ondenkbeeldig is dat we de resultaten mogen interpoleren.

### C.1.2 Experimentele verificatie

Een experimentele verificatie van de gemaakte veronderstelling (constante fractie  $f$ ) is bijzonder moeilijk. We kunnen tijdens de partitionering van een schakeling wel het aantal interne en externe netten tellen dat op een bepaald niveau wordt doorgeknipt maar dit aantal kan zeer sterk variëren voor verschillende modules van eenzelfde schakeling en voor verschillende partitioneringen van dezelfde schakeling. Aangezien de theoretische redenering enkel geldig kan zijn voor gemiddelde schakelingen en gemiddelde modules, moeten we in principe ook de experimentele gegevens uitmiddelen. Uitmiddeling over verschillende schakelingen is niet mogelijk omdat we dan de informatie over het hiërarchieniveau verliezen (de schakelingen zijn immers nooit even groot). We willen precies nagaan of er een verschil is in de fractie interne netten tussen verschillende niveaus in eenzelfde partitionering. We moeten ons dus beperken tot uitmiddeling over elk niveau.

Een bijkomend probleem is het feit dat het aantal netten dat op een bepaald niveau geknipt wordt vrij klein is (na enkele niveaus worden slechts een paar netten nog doorgeknipt). De fractie  $f_k$  is dan ook op elk niveau zeer sterk onderhevig aan kleine veranderingen in het aantal interne en/of externe netten. Dit betekent dat een experiment pas zinvol kan zijn voor de grootste schakelingen uit onze verzameling referentieschakelingen.

Om toch een experimentele analyse te kunnen uitvoeren partitioneerden we de referentieschakelingen met het programma ‘*ratiocut*’ (zie bijlage A, paragraaf A.2) en schreven voor elk niveau de fractie interne doorgeknipte netten weg. Als we aannemen dat deze fractie ofwel moet stijgen, ofwel moet dalen met het hiërarchieniveau, kunnen we in eerste benadering veronderstellen dat de gemiddelde fractie per hiërarchieniveau lineair afhankelijk is van het niveau. We kunnen dan aan de opgemeten waarden voor de gemiddelde fractie een rechte passen en de helling van deze rechte berekenen uit  $f = a + b k = a + b' \log(B)$ . In tabellen C.1 en C.2 is het resultaat van deze procedure weergegeven (voor drie verschillende partitioneringen van dezelfde referentieschakeling en met de helling berekend voor het verband tussen  $f$  en  $\log(B)$ ). Uit de tabellen blijkt

Naam	$b'_1$	$b'_2$	$b'_3$	Naam	$b'_1$	$b'_2$	$b'_3$
c1908	0,02	0,03	0,01	c1908nr	0,04	0,01	0,02
c2670	0,03	0,03	0,03	c2670nr	0,02	0,01	0,02
c3540	0,00	-0,01	-0,02	c3540nr	-0,02	-0,01	-0,02
c432	0,05	0,02	0,02	c432nr	0,02	0,02	0,04
c499	-0,03	-0,01	-0,02	c499nr	0,01	-0,06	-0,03
c5315	0,00	0,01	-0,01	c5315nr	0,00	-0,01	-0,01
c6288	-0,02	-0,02	-0,03	c6288nr	-0,02	-0,02	-0,01
c7552	0,02	0,04	0,02	c7552nr	0,02	0,02	0,03
c880	-0,10	-0,06	-0,08	—	—	—	—
s1196	-0,02	0,01	0,02	s1196.out	0,02	-0,01	-0,01
s1238	-0,01	0,00	0,00	s1238.out	0,03	0,04	0,04
s1423	0,04	0,06	0,10	s1423.out	0,07	0,02	0,03
s1488	-0,03	-0,04	-0,04	s1488.out	0,00	0,01	0,00
s1494	-0,04	-0,04	-0,04	s1494.out	-0,04	0,01	0,00
s208.1	0,02	0,01	0,04	s208.1.out	0,16	0,16	0,17
s298	-0,04	0,02	-0,04	s298.out	0,01	0,04	0,04
s344	-0,05	-0,02	-0,04	s344.out	0,07	0,10	0,10
s349	-0,06	-0,03	-0,06	s349.out	0,09	0,09	0,08
s382	0,06	0,07	0,06	s382.out	0,08	0,10	0,08
s386	-0,04	-0,03	-0,03	s444	0,05	0,05	0,05
s420.1	0,03	0,03	0,03	s420.1.out	0,14	0,17	0,16
s526	0,02	0,03	0,05	s526n	0,05	0,05	0,04
s510	0,02	0,01	0,00	s641	-0,01	-0,01	-0,03
s713	-0,01	-0,01	-0,02	s820	-0,04	-0,03	-0,05
s832	-0,05	-0,04	-0,04	s953	0,00	0,00	0,02
s838.1	0,04	0,04	0,04	s838.1.out	0,13	0,13	0,14
s5378	0,02	0,02	0,01	s9234.1	0,00	0,00	-0,01
s13207.1	-0,01	-0,01	-0,01	s15850.1	-0,02	-0,02	-0,02
s35932	-0,02	-0,02	-0,02	s38417	0,00	0,00	0,00
s38584.1	0,03	0,03	0,03	—	—	—	—

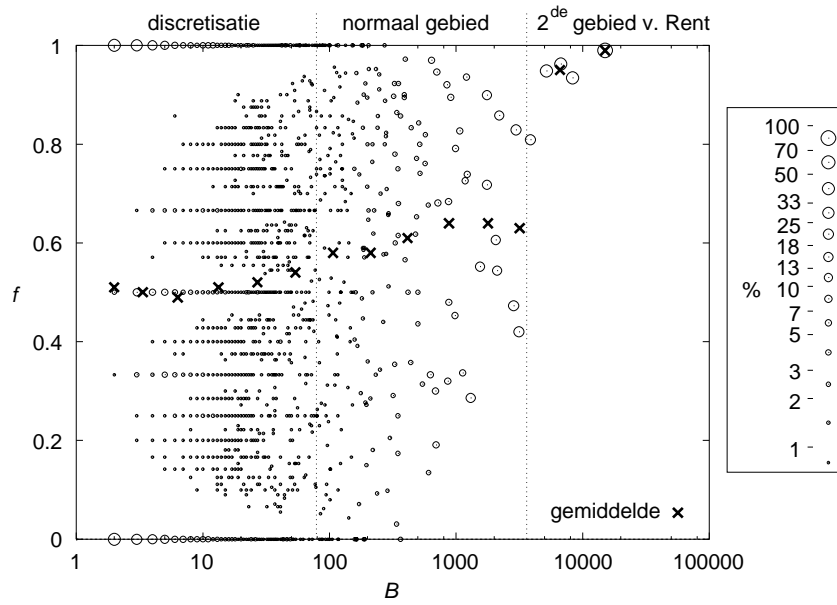
Tabel C.1: De geschatte helling van het verband tussen de fractie  $f$  en de logaritme van het aantal blokken  $B$  voor drie verschillende partitioneringen van de ISCAS-referentieschakelingen.

Naam	$b'_1$	$b'_2$	$b'_3$	Naam	$b'_1$	$b'_2$	$b'_3$
19ks	0,01	0,00	0,02	IC67	0,22	0,18	—
baluP	0,04	0,03	—	biomedP	-0,01	-0,01	—
bm1	0,04	0,06	0,05	clique16	0	0	0
fract	0,06	0,08	0,08	industry2	0,03	0,03	—
industry3	0,05	0,06	—	p1	0,04	0,06	0,04
p2	0,04	0,04	0,06	t2	0,01	0,02	0,01
t3	0,05	0,05	0,04	t4	0,05	0,06	0,05
t5	0,03	0,01	0,01	t6	-0,01	-0,01	-0,01

Tabel C.2: De geschatte helling van het verband tussen de fractie  $f$  en de logaritme van het aantal blokken  $B$  voor drie verschillende partitioneringen van de overige referentieschakelingen.

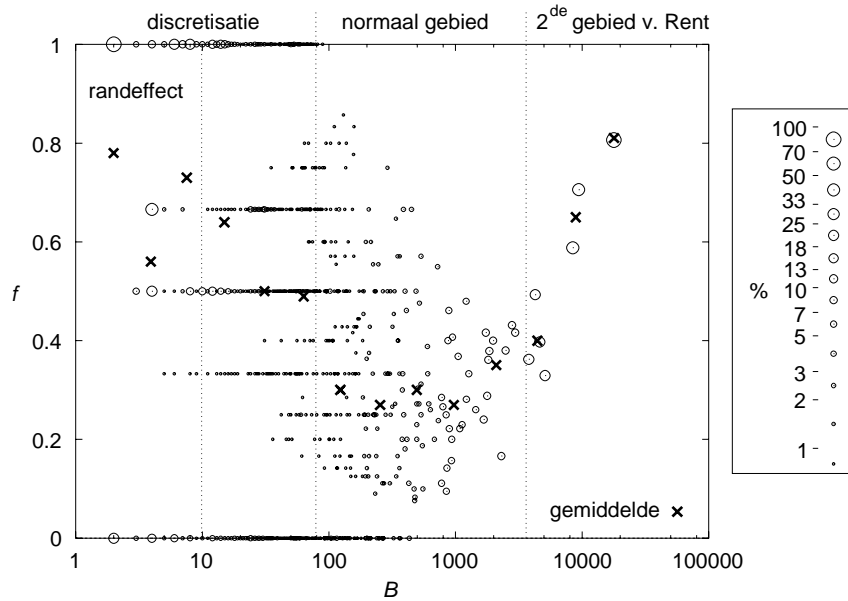
dat de helling meestal zeer klein is en zowel positief als negatief kan zijn. De gemiddelde helling over alle referentieschakelingen is licht positief en bedraagt 0,02. Hieruit kan blijken dat de fractie  $f$  zo goed als constant mag beschouwd worden.

Toch moeten we bij de resultaten opmerken dat de variaties van  $f$  over de hiërarchieniveaus vrij groot kunnen zijn en dat er vooral grote afwijkingen zijn voor de allerlaagste en de allerhoogste niveaus. Voor sommige schakelingen blijft de gemiddelde fractie redelijk constant (zie b.v. figuur C.2), voor andere vertoont ze een dal waarbij de ene keer de dalende trend overheerst (zoals b.v. in figuur C.3), de andere keer de stijgende trend (figuur C.4). We merken hierbij op dat de hoogste en laagste niveaus onbetrouwbare experimentele gegevens opleveren omdat het tweede gebied van Rent (voor de niveaus met groot aantal blokken per module) een logische toename van de fractie  $f$  met zich brengt doordat het aantal externe netten kunstmatig verlaagd wordt. Het derde gebied van Rent heeft vermoedelijk veel minder invloed op de fractie  $f$  maar de afwijkingen voor lage hiërarchieniveaus (klein aantal blokken per module) is vooral een gevolg van het discretisatie-effect en het randeffect. Op de laagste niveaus is het aantal netten dat doorgeknipt wordt bijzonder klein (1 of 2 per partitioneerstap). Daardoor kan de fractie  $f$  slechts een beperkt aantal discrete waarden aannemen. Dit is duidelijk te merken op de figuren. Uitmiddeling wordt dan al gevaarlijker. Bovendien zijn er op het laagste niveau nauwelijks nog externe verbindingen die kunnen geknipt worden. De aansluitpunten van de logische blokken (externe netten voor de modules die slechts uit 1 blok bestaan) worden immers nooit gesplitst omdat ze slechts met één blok verbonden zijn. Op de laagste niveaus is de graad van connectiviteit van de schakeling ook reeds zo laag geworden dat de verbindingencomplexiteit nog

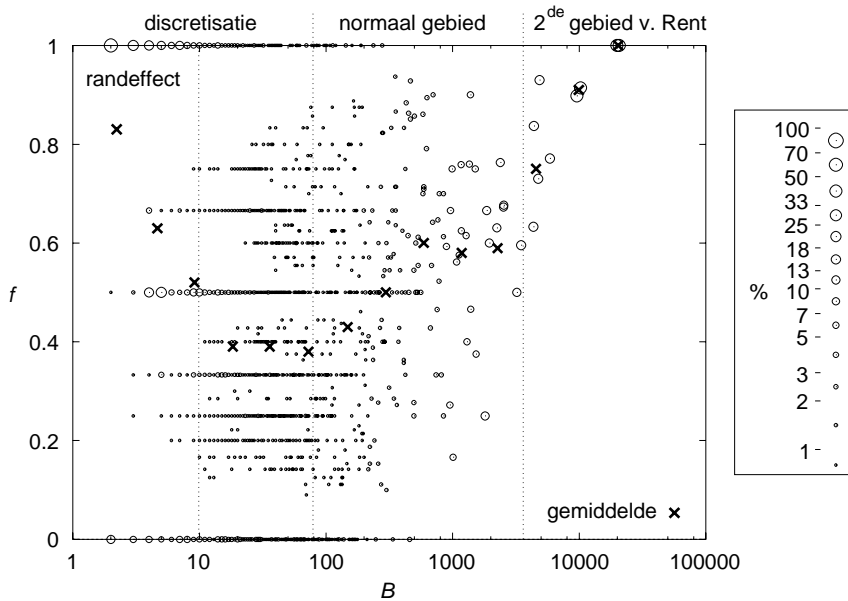


Figuur C.2: De fractie interne netten op elk hiërarchieniveau tijdens de partiënering van de referentieschakeling 'industry3' volgens 'ratio-cut'. De grootte van de cirkels geeft aan hoeveel procent van de gegevens rond een gemiddeld aantal blokken op die plaats te vinden is.





Figuur C.3: De fractie interne netten op elk hiërarchieniveau tijdens de partitionering van de referentieschakeling 's35932' volgens 'ratiocut'.



Figuur C.4: De fractie interne netten op elk hiërarchieniveau tijdens de partitionering van de referentieschakeling 's38584.1' volgens 'ratiocut'.

weinig rol speelt bij het doorknippen van de netten. De keuze wordt dan vooral bepaald door het al dan niet interne karakter van de netten. Omwille van het feit dat het voordeliger is externe netten door te knippen bij de partitionering zullen deze allemaal reeds doorgeknipt zijn op de hogere niveaus en er zullen enkel nog de aansluitpunten overblijven. Nochtans blijven op het allerlaagste niveau nog een behoorlijk aantal interne tweepuntsnetten te splitsen. Het is dan ook logisch dat ook voor de lage niveaus de fractie  $f$  gemiddeld hoger wordt.

In het gebied tussenin (het ‘normale gebied’) blijft de fractie gemiddeld gezien redelijk constant voor de meeste referentieschakelingen al blijkt de dalende trend vanuit één van de twee randgebieden zich vaak verder door te zetten in het gebied waar we een constante  $f$  verwachten. De situaties waarbij in het middengebied de fractie daalt met het aantal blokken blijken ongeveer even frequent voor te komen als deze waarbij de fractie stijgt met het aantal blokken. Ook in dit gebied is de variatie in de afzonderlijke opgemeten fracties zodanig groot dat we nauwelijks conclusies kunnen hechten aan de experimenten. De enige conclusie kan dan ook zijn dat er geen duidelijke trend aanwezig is die laat vermoeden dat het relatieve aandeel interne doorgeknipte netten stijgt of daalt naargelang het niveau in de partitionering. Gemiddeld gezien, en als eerste benadering, kan men dan ook stellen dat de fractie  $f$  constant blijft op de verschillende hiërarchieniveaus.

## C.2 Verband tussen de fractie interne netten $f$ en het totale aantal netten $N$

Beschouw het partitioneerproces van hoofdstuk 6, paragraaf 6.1.2. Het totale aantal externe netten op een niveau  $k$  ( $N_{e,k}$ ) is steeds gelijk aan het totale aantal pinnen op dat niveau (bijlage B, formule B.1)

$$N_{e,k} = P_{tot}(2^k) = T_b G 2^{k(r-1)}. \quad (\text{C.1})$$

Het totale aantal externe netten in de schakeling  $N_e$  wordt dan (met  $G = 2^K$ )

$$N_e = N_{e,K} = T_b G^r \quad (\text{C.2})$$

Deze formules gelden uiteraard enkel voor schakelingen die aan de regel van Rent voldoen op al hun hiërarchieniveaus. Voor schakelingen die een partitioneergedrag hebben met een tweede gebied van Rent met Rent-exponent  $r'$  voor alle niveaus  $k \geq K'$  moeten we de formules als volgt aanpassen voor het tweede gebied

$$N_{e,k} = P_{tot}(2^k) = T_b G 2^{K'(r-r')} 2^{k(r'-1)} \quad (k \geq K'). \quad (\text{C.3})$$

Dit is eenvoudig in te zien door een aangepaste regel van Rent voor het tweede gebied in te voeren ( $N_{e,k} = T'_b 2^k r'$ ) en uit te drukken dat  $N_{e,K'}$  (berekend volgens deze formule) gelijk moet zijn aan de waarde die de (gewone) regel van Rent vooropstelt voor  $k = K'$ .

Het totale aantal externe netten in de volledige schakeling ( $N_e$ ) is nu gegeven door (met  $G = 2^K$ )

$$N_e = N_{e,K} = T_b 2^{K' r} \left( \frac{G}{2^{K'}} \right)^{r'} \quad (\text{C.4})$$

Een intern net op niveau  $k$  dat doorgeknipt wordt op niveau  $k - 1$  wordt extern voor alle niveaus  $l < k$  en is intern voor alle niveaus  $l \geq k$ . Dit betekent dat elk net dat op een bepaald niveau  $k$  intern is, slechts één keer doorgeknipt wordt (op een niveau  $l < k$ ) als een intern net. Daarna wordt het verder doorgeknipt als een extern net. Daarom kan het totale aantal interne netten op een niveau  $k$  ( $N_{i,k}$ ) gevonden worden uit (gebruik de formules 6.6, 6.1 en C.1)

$$\begin{aligned} N_{i,k} &= \sum_{l=0}^{k-1} S_{i,l} \\ &= \frac{f}{1+f} \sum_{l=0}^{k-1} P_l \\ &= \frac{f}{1+f} \sum_{l=0}^{k-1} (P_{tot}(2^l) - P_{tot}(2^{l+1})) \\ &= \frac{f}{1+f} (P_{tot}(1) - P_{tot}(2^k)) \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

$$= \frac{f}{1+f} T_b G \left( 1 - 2^{k(r-1)} \right). \quad (\text{C.6})$$

Deze formule moet op dezelfde manier aangepast worden als voor de externe netten wanneer een tweede gebied van Rent optreedt. Het totale aantal interne netten  $N_i$  in de schakeling kan dan onmiddellijk neergeschreven worden als

$$N_i = N_{i,K} = \frac{f}{1+f} (T_b G - N_e). \quad (\text{C.7})$$

**(Opmerking:** In deze vorm is de formule ook geldig wanneer er een tweede gebied van Rent aanwezig is.)

Omdat het totale aantal interne netten  $N_i$  gelijk is aan het totale aantal netten  $N$  min het aantal externe netten  $N_e$  (gelijk aan het aantal pinnen), volgt uit formule C.7 onmiddellijk

$$f = \frac{N - N_e}{T_b G - N} \quad (\text{C.8})$$

en deze formule is geldig onafhankelijk van het al dan niet bestaan van een tweede gebied van Rent.

### C.3 Toelichting bij de veronderstelling van de statistische onafhankelijkheid van de keuze van de pinnen in het netgeneratieproces

In het netgeneratieproces van hoofdstuk 6, paragraaf 6.1.3, hebben we de veronderstelling gemaakt dat de keuzes van de pinnen voor het verbinden van twee modules onafhankelijk zijn van elkaar (veronderstelling 6.2). In deze paragraaf zullen we deze veronderstelling toelichten.

Vanuit het standpunt van het netgeneratieproces gezien doet het er niet toe welke pinnen we met elkaar verbinden zolang we maar niet teveel verbindingen maken naar pinnen van dezelfde module die (intern) sterk met elkaar verbonden zijn. We willen immers dat de grenzen die we door het netgeneratieproces creëren, aanvaardbare partitioneergrenzen zijn in het (duale) partitioneerproces. Het verbinden van pinnen die (intern) sterk verbonden zijn, zou het voordeliger kunnen maken de overeenkomstige logische blokken naar de andere module te verhuizen om zo heel wat pinnen te sparen (minder netten moeten worden doorgesneden). Het willekeurig kiezen van de pinnen uit het beschikbare aanbod, is daarom geen slechte keuze.

We veronderstellen het netgeneratieproces op niveau  $k$ . Waarom kunnen we nu aannemen dat de keuze van een pin  $P_1$  uit module  $M_1$  statistisch onafhankelijk is van de keuze van een pin  $P_2$  uit module  $M_2$ ? We merken eerst en vooral op dat de netgraad<sup>1</sup> van de gekozen pin  $P_1$  bepaald wordt door de netgraaddistributie van de pinnen op niveau  $k$ .

De netgraad  $N_1$  van de gekozen pin  $P_1$  is een toevalsgrootheid met een bepaalde probabiliteitsdistributie  $P\{N_1 = n_1\}$ . De netgraad  $N_2$  van de gekozen pin  $P_2$  is een toevalsgrootheid met een bepaalde probabiliteitsdistributie  $P\{N_2 = n_2\}$ . De som<sup>2</sup> van de netgraden  $N = N_1 + N_2$  is dan eveneens een toevalsgrootheid met probabiliteitsdistributie

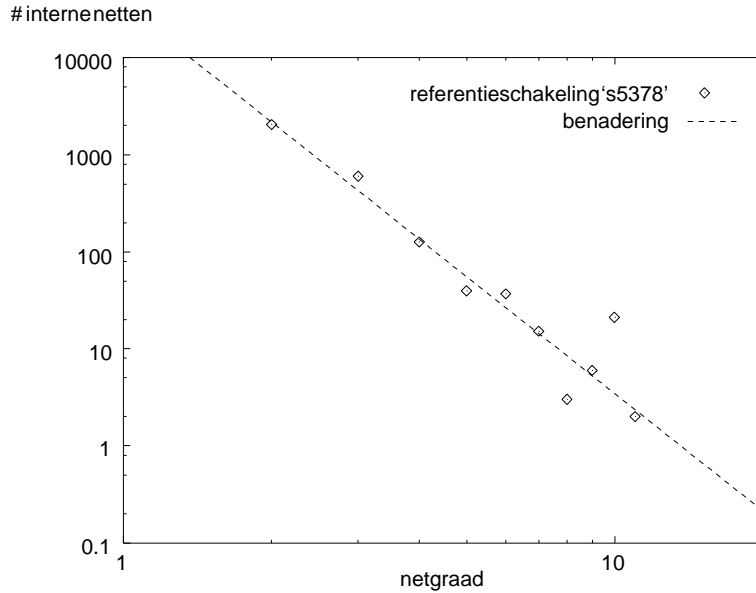
$$P\{N = n\} = \sum_{n_1} P\{N_1 = n_1, N_2 = n - n_1\}. \quad (\text{C.9})$$

Indien onze veronderstelling van onafhankelijke keuzes voor de pinnen waar is, dan kunnen we vergelijking C.9 ook schrijven als

$$P\{N = n\} = \sum_{n_1} P\{N_1 = n_1\} P\{N_2 = n - n_1\}. \quad (\text{C.10})$$

<sup>1</sup>Zoals in hoofdstuk 6 bedoelen we met de netgraad van een pin de netgraad van het (unieke) externe net dat met de pin verbonden is.

<sup>2</sup>In principe is de netgraad van een samengesteld net niet exact gelijk aan de som van de netgraden van de samenstellende delen omdat één (voor een extern net) of twee (voor een intern net) pinnen verdwijnen. Dit heeft geen enkel belang voor de hier gevoerde redenering.



Figuur C.5: Opgemeten netgraaddistributie voor de ISCAS89-referentieschakeling ‘s5378’.

De genormaliseerde netgraaddistributie op niveau  $k + 1$  (na samenvoeging van de deernetten) is dan de convolutie van de genormaliseerde netgraaddistributies op niveau  $k$  (vóór samenvoeging). Het schalingsgedrag van schakelingen leert ons dat de verbindingscomplexiteit dezelfde is op alle hiërarchieniveaus (zie hoofdstuk 2; dit schalingsgedrag geeft de aanleiding tot het bestaan van de regel van Rent<sup>3</sup>). Als we aannemen dat de netgraaddistributie van verbindingscomplexiteit ook een uiting is van de verbindingscomplexiteit, dan volgt hieruit dat we op alle hiërarchieniveaus dezelfde netgraaddistributie kunnen verwachten, op een schalingsfactor na. Dit betekent dat de netgraaddistributie invariant moet zijn t.o.v. de optelling van netgraden. Een distributie met dergelijke eigenschap is de Gaussiaanse distributie maar we zullen zien dat deze niet in aanmerking komt voor de netgraaddistributie van een schakeling.

Experimenteel opgemeten netgraaddistributies (zie b.v. figuur C.5) blijken een machtsfunctie te volgen ( $\sim n^{-d}$  met  $d$  een parameter van de distributie). Mandelbrot [Man83] noemt een dergelijke distributie een hyperbolische distributie. Deze distributie is schalend (het is ook de enige distributie waarvoor de herschaalde getrunkeerde variabele  $n/n_0$  (met  $n/n_0 > 1$ ) een distributie heeft

<sup>3</sup>De lezer zal opmerken dat we hier de afwijkingen van deze regel in de vorm van het tweede en derde gebied van Rent buiten beschouwing laten. Deze afwijkingen hebben dan ook niets te maken met het schalingsgedrag en hun invloed is een randeffect op dit gedrag.

onafhankelijk van  $n_0$ ) [Man83]. De hyperbolische distributie heeft de vorm van de Pareto-Lévy-distributie waarvan geweten is dat hun convoluties opnieuw een Pareto-Lévy-distributie opleveren [Don81]. Dit betekent dat deze distributies eveneens invariant zijn t.o.v. de optelling van statistisch onafhankelijke, gerandomiseerde variabelen.<sup>4</sup> De hyperbolische distributie heeft wel geen eindig tweede moment (en voor  $d \geq 2$  zelfs geen eindig moment) en is onbegrensd in de oorsprong. Aangezien netgraden echter steeds begrensd zijn ( $2 \leq n \leq n_{max}$ ) levert dit in de praktijk geen problemen op.

Onze veronderstelling van statistisch onafhankelijke keuzes garandeert dus in ieder geval dat aan de noodzakelijke voorwaarden van invariantie t.o.v. de optelling is voldaan, onder de voorwaarde dat de gevonden distributies inderdaad Pareto-Lévy-distributies zijn. De veronderstelling sluit dus in ieder geval de oplossing niet uit en uit de resultaten van hoofdstuk 6, paragraaf 6.1, blijkt dat we inderdaad een goede oplossing vinden. Anderzijds betekent dit natuurlijk nog niet dat statistische onafhankelijkheid de enige mogelijke veronderstelling is die tot het gewenste schalingsgedrag leidt. Het is wel de meest eenvoudige veronderstelling en zolang er geen bewijzen zijn van een correlatie tussen de netgraden van de verschillende delen van een doorgeknipt net in het partitioneerproces (en die hebben we in de experimenten niet kunnen vinden), blijft het zeker een aanvaardbare veronderstelling.

In principe zouden we de veronderstelling van statistische onafhankelijkheid moeten kunnen aantonen uit experimentele gegevens maar dit is tot op heden nog niet gelukt om diverse redenen. We zouden b.v. een  $\chi^2$ -test voor statistische onafhankelijkheid kunnen uitvoeren. Daar zijn echter een aantal grote problemen mee verbonden. Eerst en vooral bestaat er geen experimentele methode om echte schakelingen te genereren uit een netgeneratieproces, tenzij we effectief een schakeling hiërarchisch ontwerpen en bij elke verbinding opschrijven welke pinnen (met welke netgraad) we met elkaar verbinden. Dat is een zeer tijdrovende bezigheid, zeker als we bedenken dat één schakeling niet zal volstaan om er statistische resultaten te kunnen uit afleiden. Een alternatief is om het duale proces, het partitioneerproces, te gebruiken voor de experimenten. We zouden dus een schakeling kunnen partitioneren en bij elke partitioneerstap noteren hoe groot de netgraad is van de delen van alle doorgeknipte netten. We kunnen dan de onafhankelijkheid van de frequentie-indelingen toetsen door een  $\chi^2$ -test uit te voeren. Een dergelijke test vereist echter dat alle mogelijke frequenties minstens eenmaal optreden [Ott96] en liefst meer dan vijf keer. Het aantal netten dat op een bepaald niveau wordt doorgeknipt is echter zeer klein (het is precies de bedoeling van een partitioneerprogramma om het aantal doorgeknipte netten te minimaliseren) en het is uitgesloten dat in een partitionering netten van alle mogelijke netgraden worden doorgeknipt, tenzij op de allerlaag-

---

<sup>4</sup>Lévy zelf noemt dergelijke distributies *stabiele distributies* [Man83].

ste niveaus. Op deze niveaus heeft het experiment echter geen zin omdat daar de mogelijke netgraad beperkt is tot zeer kleine waarden (b.v. enkel twee- en driepuntsnetten). We kunnen ervoor opteren een groot aantal partitioneringen uit te voeren voor dezelfde schakeling op hetzelfde hiërarchieniveau. Door de bijzonder kleine kans dat netten met hoge netgraad voorkomen (bemerkt het zeer steile verloop van de netgraaddistributie in figuur C.5), betekent dit nog steeds dat we heel veel experimenten moeten uitvoeren.

Op het eerste gezicht lijkt een oplossing te zijn om de experimentele resultaten van verschillende niveaus samen te voegen. Dit brengt echter weinig zoden aan de dijk voor de netten met hoge netgraad (want die komen enkel op de hogere niveaus voor) en bovendien is er een veel fundamenteeler probleem dat deze werkwijze verhindert. Stel dat we een dergelijk experiment willen uitvoeren, dan kennen we de netgraaddistributie op het te partitioneren niveau. Deze zal bij benadering evenredig zijn met de probabilliteit  $P\{N = n\}$ . De probabilliteit dat een deelnet, na het doorknippen van het oorspronkelijk net met netgraad  $N$ , netgraad  $n_1$  heeft, is dan gegeven door

$$\begin{aligned} P\{N_1 = n_1 | N = n\} &= \frac{P\{N_1 = n_1, N = n\}}{P\{N = n\}} \\ &= \frac{P\{N_1 = n_1, N_2 = n - n_1\}}{P\{N = n\}}. \end{aligned}$$

De noemer van deze uitdrukking is gegeven door

$$P\{N = n\} = \sum_{n_1=2}^{\min(n, n_{max}/2)} P\{N_1 = n_1, N_2 = n - n_1\} \quad (2 \leq n \leq n_{max}).$$

De waarde van  $n_1$  is beperkt tot haar maximale waarde  $n_{max}/2$  die bepaald wordt door de grote van het hiërarchieniveau (de maximale netgraad is het maximale aantal blokken op dat niveau).

In de veronderstelling van statistische onafhankelijkheid van  $N_1$  en  $N_2$  wordt de probabilliteit

$$P\{N_1 = n_1 | N = n\} = \frac{P\{N_1 = n_1\} P\{N_2 = n - n_1\}}{\sum_{n_1=2}^{\min(n, n_{max}/2)} P\{N_1 = n_1\} P\{N_2 = n - n_1\}},$$

met  $2 \leq n_1 \leq n_{max}/2$ ;  $2 \leq n \leq n_{max}$ , maar deze probabilliteit blijft afhankelijk van het niveau door de waarde van  $n_{max}$ . Er is bovendien een groot verschil tussen  $n \leq n_{max}/2$  en  $n > n_{max}/2$  aangezien in het laatste geval niet alle mogelijkheden van de convolutie meer kunnen voorkomen. Dit heeft alles te maken met het feit dat de werkelijke distributies begrensd zijn. We kunnen daarom de resultaten van splitsingen op verschillende niveaus niet zomaar optellen en het totaal gebruiken voor een onafhankelijkheidstest.

Er zijn op dit moment nog niet voldoende experimentele resultaten voorhanden om de veronderstelling van statistische onafhankelijkheid voor de keuzes van de pinnen voor samenvoegen hard te maken. Het enige tastbare experimentele resultaat is het feit dat deze veronderstelling wel degelijk leidt tot een model dat aanvaardbare resultaten oplevert voor de netgraaddistributie. Deze resultaten zijn zeer goed vergelijkbaar met experimenteel opgemeten distributies. Hiervoor verwijzen we naar de paragraaf 6.1.4 van hoofdstuk 6.

## C.4 Analytische formules voor de laagste twee termen van de netgraadgenererende veeltermen

In deze paragraaf zoeken we de analytische formule voor de laagste twee termen van de netgraadgenererende veeltermen. We vertrekken daarvoor van de recursieve vergelijkingen (zie hoofdstuk 6, paragraaf 6.1.3, formules 6.19 en 6.20)

$$\mathcal{V}_{n,e}(k+1) = (N_{e,k+1} - S_{e,k}) \mathcal{W}_{n,e}(k) + S_{e,k} \frac{\mathcal{W}_{n,e}^2(k)}{x} \quad (\text{C.11})$$

$$\mathcal{V}_{n,i}(k+1) = \mathcal{V}_{n,i}(k) + S_{i,k} \frac{\mathcal{W}_{n,e}^2(k)}{x^2} \quad (\text{C.12})$$

In de externe netgraadgenererende veelterm zullen we verder de pin niet meer meerekenen in de netgraad door deze veelterm te delen door  $x$ . De nieuwe (genormaliseerde) genererende veelterm voor externe netten, genoteerd als  $\mathcal{W}'_{n,e}(k)$ , wordt dan gedefiniëerd door

$$\mathcal{W}'_{n,e}(k) = \frac{\mathcal{W}_{n,e}(k)}{x}, \quad (\text{C.13})$$

en de recursiebetrekkingen kunnen geschreven worden als

$$\mathcal{W}'_{n,e}(k+1) = \frac{S_{e,k}}{N_{e,k+1}} \mathcal{W}_{n,e}'^2(k) + \left(1 - \frac{S_{e,k}}{N_{e,k+1}}\right) \mathcal{W}'_{n,e}(k) \quad (\text{C.14})$$

$$\mathcal{V}_{n,i}(k+1) = \mathcal{V}_{n,i}(k) + S_{i,k} \mathcal{W}_{n,e}'^2(k) \quad (\text{C.15})$$

met beginvoorwaarden (formules 6.21 en 6.22)

$$\mathcal{V}_{n,i}(0) = 0 \quad (\text{C.16})$$

$$\mathcal{W}'_{n,e}(0) = x. \quad (\text{C.17})$$

Door gebruik te maken van de vergelijkingen voor  $P_k$  (formule 6.2),  $S_{i,k}$  (formule 6.6),  $S_{e,k}$  (formule 6.7) en  $N_{e,k}$  (formule C.1), kunnen we de recursiebetrekkingen herschrijven als

$$\mathcal{W}'_{n,e}(k+1) = g_e(r, f) \mathcal{W}_{n,e}'^2(k) + (1 - g_e(r, f)) \mathcal{W}'_{n,e}(k) \quad (\text{C.18})$$

$$\mathcal{V}_{n,i}(k+1) = g_i(r, f, k, T_b, G) \mathcal{W}_{n,e}'^2(k) + \mathcal{V}_{n,i}(k) \quad (\text{C.19})$$



met  $k \geq 0$  en

$$g_e(r, f) = \frac{1-f}{1+f} (2^{1-r} - 1) \quad (\text{C.20})$$

$$g_i(r, f, k, T_b, G) = \frac{f}{1+f} T_b G 2^{k(r-1)} (1 - 2^{r-1}) \quad (\text{C.21})$$

Formule C.18 kan herschreven worden als

$$\mathcal{W}'_{n,e}(k) = \mathcal{W}'_{n,e}(k-1) (g_e(r, f) \mathcal{W}'_{n,e}(k-1) + (1 - g_e(r, f))), \quad (\text{C.22})$$

met  $k \geq 1$  en  $\mathcal{W}'_{n,e}(0) = x$ . Deze uitdrukking is te vereenvoudigen door de volgende substituties door te voeren

$$z = g_e(r, f) x \quad (\text{C.23})$$

$$y = 1 - g_e(r, f) \quad (\text{C.24})$$

$$\mathcal{W}'_{n,e}(k) = \prod_{i=0}^k \mathcal{W}_i(z) \quad (k \geq 0), \quad (\text{C.25})$$

en wordt

$$\mathcal{W}_0(z) = \frac{z}{g_e(r, f)} \quad (\text{C.26})$$

$$\mathcal{W}_1(z) = z + y \quad (\text{C.27})$$

$$\mathcal{W}_k(z) = \left( \prod_{i=1}^{k-1} \mathcal{W}_i(z) \right) z + y \quad (k > 1). \quad (\text{C.28})$$

De formule C.28 gebruiken op het lagere niveau  $k-1$  en het resultaat substitueren in formule C.28 levert het stelsel

$$\mathcal{W}_1(z) = z + y \quad (\text{C.29})$$

$$\mathcal{W}_k(z) = \mathcal{W}_{k-1}(z) (\mathcal{W}_{k-1}(z) - y) + y \quad (k > 1). \quad (\text{C.30})$$

Uit deze vergelijkingen kunnen we afleiden dat de hoogste netgraad waarvoor het overeenkomstige aantal netten niet 0 is in  $\mathcal{W}_k(z)$ , gegeven wordt door  $2^{k-1}$ . We kunnen bijgevolg  $\mathcal{W}_k(z)$  vervangen door

$$\mathcal{W}_k(z) = \sum_{n=0}^{2^{k-1}} w_{k,n} z^n \quad (k \geq 1) \quad (\text{C.31})$$

$$w_{k,n} = 0 \quad (n > 2^{k-1}). \quad (\text{C.32})$$

Substitutie in de formules C.29 en C.30 resulteert in

$$w_{1,0} = y \quad (\text{C.33})$$

$$w_{1,1} = 1 \quad (\text{C.34})$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{2^{k-1}} w_{k,n} z^n &= \sum_{m=0}^{2^{k-2}} w_{k-1,m} \sum_{l=0}^{2^{k-2}} w_{k-1,l} z^{m+l} \\ &\quad - y \sum_{n=0}^{2^{k-2}} w_{k-1,n} z^n + y \quad (k > 1) \end{aligned} \quad (\text{C.35})$$

$$w_{k,n} = 0 \quad (k \geq 1, n > 2^{k-1}) \quad (\text{C.36})$$

Substitueer  $l$  door  $n - m$ , met als randvoorwaarden voor  $m$  en  $n$

$$0 \leq m \leq 2^{k-2} \quad (\text{C.37})$$

$$n - 2^{k-2} \leq m \leq n \quad (\text{C.38})$$

om te komen tot

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{2^{k-1}} w_{k,n} z^n &= \sum_{n=0}^{2^{k-2}} \left( \sum_{m=0}^n w_{k-1,m} w_{k-1,n-m} \right) z^n \\ &\quad + \sum_{n=2^{k-2}+1}^{2^{k-1}} \left( \sum_{m=n-2^{k-2}}^{2^{k-2}} w_{k-1,m} w_{k-1,n-m} \right) z^n \\ &\quad - y \sum_{n=0}^{2^{k-2}} w_{k-1,n} z^n + y \quad (k > 1) \end{aligned} \quad (\text{C.39})$$

en, voor elke term in de sommatie afzonderlijk,

$$w_{k,0} = w_{k-1,0}^2 - w_{k-1,0} y + y \quad (k > 1) \quad (\text{C.40})$$

$$w_{k,n} = \sum_{m=0}^n w_{k-1,m} w_{k-1,n-m} - w_{k-1,n} y \quad (k > 1, 0 < n \leq 2^{k-2}) \quad (\text{C.41})$$

$$w_{k,n} = \sum_{m=n-2^{k-2}}^{2^{k-2}} w_{k-1,m} w_{k-1,n-m} \quad (k > 1, 2^{k-2} < n \leq 2^{k-1}) \quad (\text{C.42})$$

$$w_{k,n} = 0 \quad (k > 1, n > 2^{k-1}) \quad (\text{C.43})$$

**Stelling C.1** Voor de gevallen  $n = 0, 1$  en  $2$  geldt

$$w_{k,0} = y \quad (k \geq 1) \quad (\text{C.44})$$

$$w_{k,1} = y^{k-1} \quad (k \geq 1) \quad (\text{C.45})$$

$$w_{k,2} = 0 \quad (k < 2) \quad (\text{C.46})$$

$$w_{k,2} = \frac{y^{k-2} (y^{k-1} - 1)}{y - 1} \quad (k \geq 2) \quad (\text{C.47})$$

**Bewijs C.1** Volgens vergelijking C.33 is vergelijking C.44 geldig voor  $k = 1$ . Als de vergelijking geldig is voor een zekere  $k \geq 1$ , dan volgt uit vergelijking C.40 dat

$$w_{k+1,0} = y^2 - y^2 + y = y \quad (k \geq 1).$$

*q. e. d.*

Volgens vergelijking C.34 is vergelijking C.45 geldig voor  $k = 1$ . Als de vergelijking geldig is voor een zekere  $k \geq 1$ , dan volgt uit vergelijkingen C.41 en C.44 dat

$$\begin{aligned} w_{k+1,1} &= \sum_{m=0}^1 w_{k,m} w_{k,1-m} - w_{k,1} y && (k \geq 1) \\ &= 2 w_{k,0} w_{k,1} - w_{k,1} y && (k \geq 1) \\ &= 2 y y^{k-1} - y^{k-1} y && (k \geq 1) \\ &= y^k && (k \geq 1) \end{aligned}$$

*q. e. d.*

Vergelijkingen C.34 en C.42 tonen aan dat

$$w_{2,2} = w_{1,1}^2 = 1$$

zodat de vergelijking C.47 geldig is voor  $k = 2$ . Als de vergelijking geldig is voor een zekere  $k \geq 2$ , dan volgt uit vergelijkingen C.41, C.44 en C.45 dat

$$\begin{aligned} w_{k+1,2} &= \sum_{m=0}^2 w_{k,m} w_{k,2-m} - w_{k,2} y && (k \geq 1) \\ &= 2 w_{k,0} w_{k,2} + w_{k,1}^2 - w_{k,2} y && (k \geq 1) \\ &= y w_{k,2} + w_{k,1}^2 && (k \geq 1) \\ &= \frac{y^{k-1} (y^{k-1} - 1)}{y - 1} + y^{2(k-1)} && (k \geq 1) \\ &= \frac{y^{2(k-1)} - y^{k-1} + y^{2k-1} - y^{2(k-1)}}{y - 1} && (k \geq 1) \\ &= \frac{y^{k-1} (y^k - 1)}{y - 1} && (k \geq 1) \end{aligned}$$

*q. e. d.*

Uit de stelling C.1 kunnen we dan de eerste termen van de gehele netgraad-genererende veelterm halen als volgt (formule C.25)

$$\begin{aligned}
\mathcal{W}'_{n,e}(k) &= x \prod_{i=1}^k (w_{i,0} + w_{i,1} z + O(z^2)) \\
&= x \prod_{i=1}^k w_{i,0} + x^2 g_e(r, f) \sum_{i=1}^k w_{i,1} \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^k w_{j,0} + O(x^3) \\
&= x y^k + x^2 g_e(r, f) y^{k-1} \sum_{i=0}^{k-1} y^i + O(x^3) \\
&= x y^k + x^2 g_e(r, f) y^{k-1} \frac{1-y^k}{1-y} + O(x^3) \\
&= x y^k + x^2 y^{k-1} (1-y^k) + O(x^3). \tag{C.48}
\end{aligned}$$

Als we deze oplossing substitueren in formule C.19, komt er

$$\begin{aligned}
\mathcal{V}_{n,i}(k+1) &= \mathcal{V}_{n,i}(k) + g_i(r, f, k, T_b, G) \mathcal{W}'_{n,e}(k) \quad (k \geq 0) \\
&= \sum_{l=0}^k g_i(r, f, l, T_b, G) \mathcal{W}'_{n,e}(l) \\
&= g(r, f, T_b, G) \left( \sum_{l=0}^k R^l(r) y^{2l} x^2 \right. \\
&\quad \left. + \sum_{l=0}^k 2 (R^l(r) y^{2l-1} - R^l(r) y^{3l-1}) x^3 \right) \\
&\quad + O(x^4),
\end{aligned}$$

met

$$R(r) = 2r^{-1} \tag{C.49}$$

$$g(r, f, T_b, G) = \frac{f}{1+f} T_b G (1 - R(r)) \tag{C.50}$$

$$y = 1 - g_e(r, f) = \frac{2R(r) - (1-f)}{(1+f)R(r)}. \tag{C.51}$$

Uitwerken van de sommen leidt uiteindelijk tot

$$\begin{aligned}
\mathcal{V}_{n,i}(k+1) &= g(r, f, T_b, G) \frac{(1-y_2^{k+1})}{1-y_2} x^2 \\
&\quad + \frac{2g(r, f, T_b, G)}{y} \left( \frac{1-y_2^{k+1}}{1-y_2} - \frac{1-y_3^{k+1}}{1-y_3} \right) x^3 \\
&\quad + O(x^4), \tag{C.52}
\end{aligned}$$

waarbij

$$\begin{aligned} y_2 &= R(r) y^2 \\ &= \frac{(2R(r) - (1-f))^2}{(1+f)^2 R(r)} \end{aligned} \quad (\text{C.53})$$

$$\begin{aligned} y_3 &= R(r) y^3 \\ &= \frac{(2R(r) - (1-f))^3}{(1+f)^3 R^2(r)} \end{aligned} \quad (\text{C.54})$$

Als besluit volgen dan de uitdrukkingen voor de eerste twee termen van de netgraadgenererende veelterm

$$d_{2,k} = g(r, f, T_b, G) \frac{1 - y_2^k}{1 - y_2} \quad (\text{C.55})$$

$$d_{3,k} = \frac{2g(r, f, T_b, G)}{y} \left( \frac{1 - y_2^k}{1 - y_2} - \frac{1 - y_3^k}{1 - y_3} \right) \quad (\text{C.56})$$

en de verhouding tussen de twee termen

$$\frac{d_{3,k}}{d_{2,k}} = \frac{2}{y} \left( 1 - \frac{(1 - y_3^k)(1 - y_2)}{(1 - y_2^k)(1 - y_3)} \right) \quad (\text{C.57})$$

## C.5 Gemiddelde netgraad op elk niveau

Ondanks het feit dat we geen exacte uitdrukking hebben voor de volledige netgraadgenererende veeltermen, kunnen we toch op eenvoudige wijze de gemiddelde netgraad op elk hiërarchieniveau berekenen. De gemiddelde netgraad voor interne en externe netten op elk hiërarchieniveau  $k$  wordt genoteerd als  $A_{i,k}$  en  $A_{e,k}$  respectievelijk. Deze grootheden kunnen eenvoudig berekend worden uit de netgraadgenererende veeltermen via

$$A_{e,k} = \left. \frac{d\mathcal{W}_{n,e}(k)}{dx} \right|_{x=1} \quad (\text{C.58})$$

$$A_{i,k} = \left. \frac{d\mathcal{W}_{n,i}(k)}{dx} \right|_{x=1}. \quad (\text{C.59})$$

De uitdrukking C.58 kan ook herschreven worden als

$$\begin{aligned} A_{e,k} &= \left. \frac{d(x\mathcal{W}'_{n,e}(k))}{dx} \right|_{x=1} \\ &= \left( \mathcal{W}'_{n,e}(k) + x \frac{d\mathcal{W}'_{n,e}(k)}{dx} \right) \Big|_{x=1}, \end{aligned} \quad (\text{C.60})$$

en, omdat  $\mathcal{W}'_{n,e}(k)$  genormaliseerd is,

$$A_{e,k} = 1 + A'_e(k), \quad (\text{C.61})$$

met

$$A'_{e,k} = \left. \frac{d\mathcal{W}'_{n,e}(k)}{dx} \right|_{x=1}. \quad (\text{C.62})$$

Afleiden van de recursiebetrekking C.18 geeft als resultaat

$$\begin{aligned} A'_{e,k+1} &= 2 g_e(r, f) \left( \mathcal{W}'_{n,e}(k) \frac{d\mathcal{W}'_{n,e}(k)}{dx} \right) \Big|_{x=1} + (1 - g_e(r, f)) \frac{d\mathcal{W}'_{n,e}(k)}{dx} \Big|_{x=1} \\ &= 2 g_e(r, f) A'_{e,k} + (1 - g_e(r, f)) A'_{e,k} \\ &= (1 + g_e(r, f)) A'_{e,k}. \end{aligned} \quad (\text{C.63})$$

De startwaarde bekomt men uit het afleiden van vergelijking C.17

$$\mathcal{W}'_{n,e}(0) = x \implies A'_{e,0} = 1.$$

**(Opmerking:** We veronderstellen voor de rest van de berekening dat de schakeling aan de regel van Rent voldoet op alle hiërarchieniveaus.)

Het resultaat is

$$\begin{aligned} A'_{e,k} &= (1 + g_e(r, f))^k \\ &= \left( \frac{2}{1+f} (f + (1-f) 2^{-r}) \right)^k, \end{aligned} \quad (\text{C.64})$$

waarbij de formule C.20 werd gebruikt

$$g_e(r, f) = \frac{1-f}{1+f} (2^{1-r} - 1).$$

Uit formule C.61 volgt tenslotte

$$A_{e,k} = 1 + \left( \frac{2}{1+f} (f + (1-f) 2^{-r}) \right)^k. \quad (\text{C.65})$$

Voor de gemiddelde netgraad voor interne netten halen we uit vergelijkingen C.19 en C.16 ( $\mathcal{V}_{n,i}(0) = 0$ )

$$\begin{aligned} A_{i,k+1} &= \frac{1}{N_{i,k+1}} \left. \frac{d\mathcal{V}_{n,i}(k+1)}{dx} \right|_{x=1} \\ N_{i,k+1} A_{i,k+1} &= 2 g_i(r, f, k, T_b, G) A'_{e,k} + N_{i,k} A_{i,k} \\ &= \sum_{l=0}^k 2 g_i(r, f, l, T_b, G) A'_{e,l} \\ &= \sum_{l=0}^k 2 g_i(r, f, l, T_b, G) (1 + g_e(r, f))^l. \end{aligned}$$

Door gebruik te maken van de uitdrukkingen C.6 en C.21

$$N_{i,k} = \frac{f}{1+f} T_b G \left(1 - 2^{k(r-1)}\right)$$

$$g_i(r, f, k, T_b, G) = \frac{f}{1+f} T_b G 2^{k(r-1)} (1 - 2^{r-1})$$

komt er uiteindelijk

$$\begin{aligned} \left(1 - 2^{(k+1)(r-1)}\right) A_{i,k+1} &= 2 \left(1 - 2^{r-1}\right) \frac{1 - \left(2^{r-1} (1 + g_e(r, f))\right)^{k+1}}{1 - 2^{r-1} (1 + g_e(r, f))} \\ &= \frac{1 - \left(\frac{f 2^r + 1 - f}{1+f}\right)^{k+1}}{\frac{f}{1+f}} \\ A_{i,k+1} &= \frac{(1+f)^{k+1} - (f 2^r + 1 - f)^{k+1}}{\left(1 - 2^{(k+1)(r-1)}\right) f (1+f)^k} \end{aligned} \quad (\text{C.66})$$

De totale gemiddelde netgraad  $A_k$  op niveau  $k$  is dan

$$A_k = \frac{N_{i,k} A_{i,k} + N_{e,k} A_{e,k}}{N_{i,k} + N_{e,k}} \quad (\text{C.67})$$

$$= \frac{(f+1) (2^{k(r-1)} + 1)}{2^{k(r-1)} + f}, \quad (\text{C.68})$$

en de totale gemiddelde netgraad voor de gehele schakeling  $A$  (gebruik formule C.8 voor  $f$ )

$$\begin{aligned} A &= A_K \\ &= \frac{(f+1) (G^{r-1} + 1)}{G^{r-1} + f} \end{aligned} \quad (\text{C.69})$$

$$= \frac{T_b G + T_b G^r}{N}. \quad (\text{C.70})$$

Inderdaad, de totale gemiddelde netgraad van de schakeling moet gelijk zijn aan het totale aantal aansluitpunten van alle elementaire blokken samen ( $T_b G$  aansluitpunten van de logische blokken en  $T_b G^r$  pinnen) gedeeld door het totale aantal netten  $N$ .

Voor grote schakelingen schaalt de gemiddelde netgraad van externe netten met

$$2^{k(1-r)} \left(\frac{f 2^r - f + 1}{f + 1}\right)^k$$

en neemt dus onbeperkt toe voor  $k \rightarrow \infty$ . Het totale aantal externe netten wordt echter veel kleiner dan het totale aantal interne netten (vooral voor kleine  $r$ ) zodat het aandeel van de externe netten in de totale gemiddelde netgraad

van de schakeling verwaarloosbaar wordt. Zowel de gemiddelde netgraad van interne netten (formule C.66) als deze van alle netten (formule C.69) naderen voor hele grote schakelingen naar

$$A_{i,k} \stackrel{k \rightarrow \infty}{\cong} \frac{f+1}{f} \quad (\text{C.71})$$

$$A \stackrel{G \rightarrow \infty}{\cong} \frac{f+1}{f}, \quad (\text{C.72})$$

aangezien het aantal pinnen klein wordt t.o.v. het aantal netten en het totale aantal aansluitpunten van logische blokken.

Uit formule C.72 kunnen we eveneens besluiten dat twee verschillende grote schakelingen met dezelfde fractie  $f$  ongeveer dezelfde gemiddelde netgraad zullen hebben, onafhankelijk van hun respectievelijke Rent-exponent. Dit betekent dat de fractie  $f$  een afzonderlijke eigenschap van een schakeling modelleert en een extra parameter is, naast de Rent-exponent  $r$ .

## C.6 Berekening van de fractie interne netten $f$ als functie van gekende parameters

In paragraaf C.2 hebben we het verband tussen de fractie interne netten  $f$  en het totale aantal netten  $N$  in de schakeling afgeleid (formule C.8)

$$f = \frac{N - N_e}{T_b G - N}.$$

Deze formule geldt onafhankelijk van het al dan niet bestaan van een tweede gebied van Rent.

Het aantal netten  $N$  is niet gekend vóór we beginnen aan de generatieprocedure. Er bestaat echter een verband tussen het aantal netten  $N$  enerzijds en het aantal primaire in- ( $I$ ) en uitgangen ( $O$ ) van de schakeling en het gemiddeld aantal in- ( $T_i$ ) en uitgangen ( $T_o$ ) per logisch blok anderzijds. We weten immers dat volgende vergelijking moet gelden

$$N = G T_o + I \quad (\text{C.73})$$

omdat netten enkel kunnen gestuurd worden vanuit primaire ingangen of vanuit uitgangen van logische blokken en omdat elk net juist eenmaal gestuurd moet worden. Gebruiken we de formule C.73 dan komt er voor  $f$

$$\begin{aligned} f &= \frac{G T_o + I - (I + O)}{(T_i + T_o) G - (G T_o + I)} \\ &= \frac{G T_o - O}{G T_i - I} \end{aligned} \quad (\text{C.74})$$

De generatieprocedure is enkel mogelijk als  $0 \leq f \leq 1$ .



**Stelling C.2 (Eerste noodzakelijke voorwaarde)**

$$0 \leq f \leq 1 \iff GT_i \geq I \text{ en } \frac{1}{2} \left(1 + \frac{G}{P} (T_o - T_i)\right) \leq \frac{O}{I+O} \leq \frac{G}{P} T_o$$

**Bewijs C.2**

1. Stel  $GT_i < I \implies GT_o = GT_b - GT_i > GT_b - I = GT_b - P + O$ . Aangezien  $P = T_b G^r \leq T_b G$  geldt  $GT_o > O$  en bijgevolg  $f < 0$ . (**Opmerking:** Dit blijft gelden als er verschillende gebieden van Rent bestaan omdat  $P$  nooit groter kan zijn dan  $T_b G$ . Het totale aantal pinnen in de schakeling kan immers enkel afnemen omdat het leggen van een verbinding steeds minstens één pin kost.)
2. Als  $GT_i > I$  dan moet  $GT_o \geq O$  opdat  $f$  positief zou zijn en wordt de voorwaarde  $f \leq 1$  vervangen door  $GT_o - O \leq GT_i - I$ . Beide voorwaarden samen leveren

$$G(T_o - T_i) + I \leq O \leq GT_o,$$

of, herwerkt naar de grootheid  $\frac{O}{I+O}$  en met  $P = I + O$ ,

$$\frac{1}{2} \left(1 + \frac{G}{P} (T_o - T_i)\right) \leq \frac{O}{I+O} \leq \frac{G}{P} T_o \quad (\text{C.75})$$

3. Als  $GT_i = I$  dan kan de singulariteit in  $f$  enkel opgedoekt worden als ook  $GT_o = O$ . Uit voorgaande volgt dat dit enkel kan wanneer  $r = 1$  (een onrealistisch hoge waarde voor de Rent-exponent). In dat geval blijft het totale aantal pinnen in de schakeling constant en kan er geen enkele verbinding gelegd worden. De stelling blijft dan gelden. Laten we immers  $GT_i$  naar  $I$  naderen maar zo dat  $GT_i \geq I$  dan volgt uit het rechterlid van de voorwaarde dat  $GT_o$  naar  $O$  nadert met steeds  $GT_o - O \leq GT_i - I$  en dus  $f \leq 1$ .

*q. e. d.*

Merk op dat het linkerlid van de voorwaarde C.75 vereist dat

$$\frac{T_o}{T_i + T_o} < \frac{1}{2}$$

omdat

$$\begin{aligned} \frac{O}{I+O} &< 1 \\ &\Downarrow \\ \frac{G}{P} (T_o - T_i) &< 1 \\ &\Downarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2T_o}{T_i + T_o} - 1 &< \frac{P}{G} \\ &\Downarrow \\ \frac{T_o}{T_i + T_o} &< \frac{1}{2} \left( \frac{P}{G} + 1 \right), \end{aligned}$$

met  $P \ll G$ . Dit betekent dat voor alle praktische gevallen elk logisch blok gemiddeld meer ingangen dan uitgangen moet hebben.

## C.7 Randvoorwaarden voor de verbindingen in het netgeneratieproces

### C.7.1 Opstellen van de randvoorwaarden

In stap 2 van het generatieproces voor referentieschakelingen, beschreven in hoofdstuk 6, paragraaf 6.2 (blz. 199), moeten de volgende vergelijkingen voldaan zijn (dit kan onmiddellijk ingezien worden door het bestuderen van figuur C.6)

$$O_a = V_{o,a} + S_{i,a} + S_{e,a} \quad (\text{C.76})$$

$$O_b = V_{o,b} + S_{i,b} + S_{e,b} \quad (\text{C.77})$$

$$I_a = V_{i,a} + S_{i,b} + S_{e,b} + S_{e,i} \quad (\text{C.78})$$

$$I_b = V_{i,b} + S_{i,a} + S_{e,a} + S_{e,i} \quad (\text{C.79})$$

$$O_c = V_{o,a} + V_{o,b} + S_{e,a} + S_{e,b} \quad (\text{C.80})$$

$$I_c = V_{i,a} + V_{i,b} + S_{e,i} \quad (\text{C.81})$$

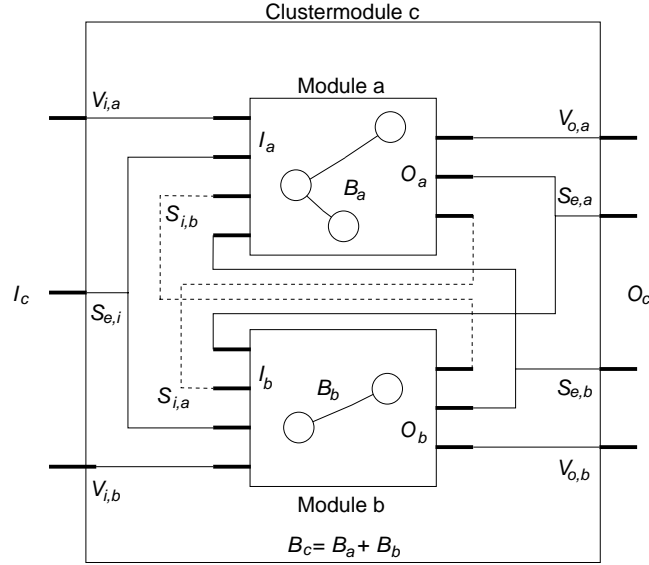
De parameters  $I_a$ ,  $I_b$ ,  $O_a$  en  $O_b$  zijn gekend uit vorige stappen van het hiërarchisch proces. Alle andere parameters moeten positief zijn en het aantal primaire in- en uitgangen moet minstens 1 bedragen om de controleerbaarheid en observeerbaarheid van alle delen van de schakeling te waarborgen [Str94]. Dit leidt tot volgende voorwaarden

$$S_{i,a}, S_{i,b}, S_{e,a}, S_{e,b}, S_{e,i} \geq 0 \quad (\text{C.82})$$

$$V_{i,a}, V_{i,b}, V_{o,a}, V_{o,b} \geq 0 \quad (\text{C.83})$$

$$I_c, O_c \geq 1 \quad (\text{C.84})$$

We tonen eerst aan dat er steeds een oplossing bestaat voor de voorwaarden C.82 en C.83 en zoeken meteen het mogelijke bereik van de verschillende grootheden. Daarna zullen we in paragraaf C.7.3 een noodzakelijke voorwaarde op gekende parameters afleiden om aan de voorwaarden C.84 te voldoen.



Figuur C.6: Het netgeneratieproces (herhaling van figuur 6.9).

Oplossen van de vergelijkingen C.76 tot en met C.79 naar  $V_{i,a}$ ,  $V_{i,b}$ ,  $V_{o,a}$  en  $V_{o,b}$  en de resultaten substitueren in de ongelijkheid C.83 leidt tot negen voorwaarden op de vijf variabelen  $S_{i,a}$ ,  $S_{i,b}$ ,  $S_{e,a}$ ,  $S_{e,b}$  en  $S_{e,i}$

$$S_{i,a}, S_{i,b}, S_{e,a}, S_{e,b}, S_{e,i} \geq 0 \quad (\text{C.85})$$

$$S_{i,b} + S_{e,b} + S_{e,i} \leq I_a \quad (\text{C.86})$$

$$S_{i,a} + S_{e,a} + S_{e,i} \leq I_b \quad (\text{C.87})$$

$$S_{i,a} + S_{e,a} \leq O_a \quad (\text{C.88})$$

$$S_{i,b} + S_{e,b} \leq O_b \quad (\text{C.89})$$

Het aantal primaire in- en uitgangen zal daarbij gegeven worden door

$$O_c = O_a + O_b - S_{i,a} - S_{i,b} \quad (\text{C.90})$$

$$I_c = I_a + I_b - S_{i,a} - S_{i,b} - S_{e,a} - S_{e,b} - S_{e,i} \quad (\text{C.91})$$

Welke generatiemethode we ook gebruiken, deze voorwaarden moeten steeds vervuld zijn. Wij wensen echter geen willekeurige schakelingen maar wel referentieschakelingen met dezelfde eigenschappen als reële schakelingen. Daarom zullen we ook eisen dat de verbindingsstructuur gehoorzaamt aan de regel van Rent en dat de netgraadverdeling een machtsfunctie is (zie bespreking hoofdstuk 6, paragraaf 6.2). Door de regel van Rent op te leggen, wordt het aantal pinnen van de clustermodule  $P_c$  vastgepind op

$$P_c = T_b B_c^r,$$

met  $T_b$  het gemiddeld aantal aansluitpunten per logisch blok. In de praktijk ronden we deze waarde af naar de dichtsbijzijnde gehele waarde, net zoveel maal naar beneden of naar boven zodat het gemiddelde aantal pinnen over alle logische blokken samen zeer dicht bij de door de regel van Rent voorgestelde waarde ligt. Aangezien het aantal aansluitpunten per logisch blok minstens 2 bedraagt en de Rent-exponent steeds positief is, is het aantal pinnen van de clustermodule ook minstens 2 (minstens 1 ingang en 1 uitgang). Nu het aantal pinnen vastgelegd is, leidt de formule

$$I_c + O_c = P_c \quad (\text{C.92})$$

tot een nieuwe vergelijking (gebruik de vergelijkingen C.90 en C.91)

$$2S_{i,a} + 2S_{i,b} + S_{e,a} + S_{e,b} + S_{e,i} = P_a + P_b - P_c, \quad (\text{C.93})$$

waarbij  $P_a$  en  $P_b$  gedefiniëerd zijn als

$$P_a = I_a + O_a \quad (\text{C.94})$$

$$P_b = I_b + O_b. \quad (\text{C.95})$$

Een noodzakelijke voorwaarde om modules a en b te kunnen combineren, is dan

$$P_c \leq P_a + P_b, \quad (\text{C.96})$$

voorwaarde die steeds voldaan is omdat alle modules de regel van Rent gehoorzamen met een Rent-exponent die kleiner blijft dan 1.

De tweede voorwaarde die we bijkomend opleggen houdt verband met de machtsfunctie als netgraaddistributie. In hoofdstuk 6, paragraaf 6.1, hebben we aangetoond dat

1. een netgeneratieproces zoals beschreven in hoofdstuk 6 een goed model is voor het gedrag van meerpuntnetten tijdens een partitionering van de schakeling, met als voldoende voorwaarde dat de keuzes van de aansluitpunten voor het verbinden van netten onafhankelijk zijn en dat de fractie interne netten  $f$  (de verhouding tussen het aantal interne verbindingen en het totale aantal verbindingen gelegd op dat niveau) constant is over alle hiërarchieniveaus

$$f = \frac{S_i}{S_i + S_e} \quad (\text{C.97})$$

met

$$S_i = S_{i,a} + S_{i,b} \quad (\text{C.98})$$

$$S_e = S_{e,a} + S_{e,b} + S_{e,i}; \quad (\text{C.99})$$

2. een dergelijk netgeneratieproces leidt tot een machtsfunctie voor de netgraaddistributie.

De vergelijkingen C.93 en C.97 resulteren in

$$S_i = \frac{f}{1+f} (P_a + P_b - P_c), \quad (\text{C.100})$$

met als eis dat  $0 \leq f \leq 1$ . De voorwaarden hiervoor werden in paragraaf C.6 opgesteld. Het aantal interne verbindingen dat gelegd wordt op elk niveau is bijgevolg bepaald door de eis van een machtsfunctie als netgraaddistributie via de fractie interne netten  $f$ . Vergelijking C.93 legt dan meteen ook het aantal externe verbindingen vast als

$$S_e = P_a + P_b - P_c - 2S_i. \quad (\text{C.101})$$

Door de keuze van  $P_c$  en  $S_i$  vast te leggen, houden we nog slechts drie vrijheidsgraden over (met voorwaarden!). Eens  $S_{i,a}$  gekozen is, ligt ook  $S_{i,b}$  vast en de keuze van  $S_{e,a}$  en  $S_{e,b}$  bepaalt de waarde van  $S_{e,i}$ . We moeten er uiteraard over waken dat de keuze van één variabele er niet voor zorgt dat een andere variabele vastgelegd wordt op een waarde die niet voldoet aan de voorwaarden. Daarom herwerken we het stelsel voorwaarden naar voorwaarden op parameters die op voorhand (vóór de eigenlijke generatie) gekend zijn. Op die manier komen we tijdens het generatieproces niet voor verrassingen te staan.

De voorwaarden C.85 tot en met C.89, tezamen met de vergelijkingen C.98 en C.99 en met de voorwaarden C.84 en vergelijkingen C.90 en C.91, vormen een stelsel van ongelijkheden. Het oplossen van dit stelsel naar  $S_{i,a}$  leidt tot

$$\begin{cases} \max(0, S_i + S_{e,b} + S_{e,i} - I_a, S_i + S_{e,b} - O_b) \leq S_{i,a} \\ S_{i,a} \leq \min(S_i, I_b - S_{e,a} - S_{e,i}, O_a - S_{e,a}) \\ S_{e,a}, S_{e,b}, S_{e,i} \geq 0 \\ S_i + S_e \leq I_a + I_b - 1 \\ S_i \leq O_a + O_b - 1 \end{cases} \quad (\text{C.102})$$

met de eis dat er minstens één keuzemogelijkheid moet zijn voor de variabele  $S_{i,a}$ . De waarde van het maximum moet dan ook steeds kleiner zijn dan of gelijk zijn aan de waarde van het minimum. De nodige en voldoende voorwaarde is dat dit geldt voor alle onderlinge combinaties van de argumenten van beide functies wat leidt tot de voorwaarden (opgelost naar  $S_{e,a}$ )

$$\begin{cases} \max(0, S_e - I_a, 2S_e + S_i - S_{e,b} - I_a - I_b) \leq S_{e,a} \\ S_{e,a} \leq \min(O_a, O_a + O_b - S_i - S_{e,b}, S_e - S_{e,b}) \end{cases} \quad (\text{C.103})$$

$$S_i, S_{e,b} \geq 0$$

$$\begin{aligned}
 S_{e,b} &\geq S_e - I_b \\
 S_{e,b} &\leq O_b \\
 S_i + S_e &\leq P_a \\
 S_i + S_e &\leq P_b \\
 S_i + S_e &\leq I_a + I_b - 1 \\
 S_i &\leq O_a + O_b - 1
 \end{aligned}$$

Ook voor  $S_{e,a}$  moet minstens één keuze overblijven zodat moet gelden (sommige vergelijkingen kunnen uit het stelsel verwijderd worden omdat ze lineair afhankelijk zijn van andere)

$$\begin{cases} \max(0, 2S_e + S_i - P_a - I_b, S_e - I_b) \leq S_{e,b} \\ S_{e,b} \leq \min(O_a + O_b - S_i, S_e, P_a + O_b - S_e - S_i, I_a, O_b) \end{cases} \quad (\text{C.104})$$

$$\begin{aligned}
 S_i, O_a &\geq 0 \\
 S_i + S_e &\leq P_a \\
 S_i + S_e &\leq P_b \\
 S_i + S_e &\leq I_a + I_b - 1 \\
 S_i &\leq O_a + O_b - 1
 \end{aligned}$$

Tenslotte volgt uit de eis dat ook voor  $S_{e,b}$  minstens één keuze mogelijk is

$$\begin{aligned}
 O_a, O_b, I_a, I_b, S_i, S_e &\geq 0 \\
 S_i + S_e &\leq P_a \\
 S_i + S_e &\leq P_b \\
 S_i + S_e &\leq I_a + I_b - 1 \\
 S_i &\leq O_a + O_b - 1
 \end{aligned}$$

Het aantal in- en uitgangen van de samen te voegen modules **a** en **b** is steeds groter dan 0 zodat enkel de voorwaarden op  $S_i$  en  $S_e$  overblijven. Door gebruik van de formule C.101 volgen tenslotte de voorwaarden op  $S_i$

$$\max(0, P_b - P_c, P_a - P_c) \leq S_i \leq \frac{P_a + P_b - P_c}{2} \quad (\text{C.105})$$

en

$$O_a + O_b - P_c + 1 \leq S_i \leq O_a + O_b - 1 \quad (\text{C.106})$$

Met formule C.100

$$S_i = \frac{f}{1+f} (P_a + P_b - P_c)$$

wordt het laatste stel voorwaarden (formules C.105 en C.106) een stel voorwaarden op het aantal pinnen  $P_c$

$$\max(0, P_b - P_c, P_a - P_c) \leq \frac{f}{1+f} (P_a + P_b - P_c) \leq \frac{P_a + P_b - P_c}{2} \quad (\text{C.107})$$

en

$$\max(O_a + O_b - f(I_a + I_b) + 1 + f, I_a + I_b - (O_a + O_b)/f + 1 + 1/f) \leq P_c \quad (\text{C.108})$$

De vraag is of de keuze die de regel van Rent oplegt ( $P_c = T_b B_c^r$ ) ook voldoet aan deze voorwaarden. We bekijken eerst voorwaarde C.107. Voorwaarde C.108 is de voorwaarde opdat het aantal in- en uitgangen van de clustermodule minstens 1 zou zijn. Deze voorwaarde zullen we nadien behandelen.

**Stelling C.3** *Het stelsel ongelijkheden C.107 geldt als  $P_c$  voldoet aan de regel van Rent met  $0 \leq r \leq 1$  en als  $0 \leq f \leq 1$ .*

### Bewijs C.3

- $0 \leq S_i$  is steeds voldaan door de keuze in formule C.100 en doordat  $f \geq 0$ ,  $P_c \leq P_a + P_b$  (wegens  $r \leq 1$ ).
- $P_b - P_c \leq \frac{f}{1+f} (P_a + P_b - P_c) \iff P_c \geq P_b - f P_a$ .  
Deze voorwaarde is steeds voldaan want  $P_a \geq 2$  en  $r \geq 0$  en dus  $P_c \geq P_b$ .
- $P_a - P_c \leq \frac{f}{1+f} (P_a + P_b - P_c) \iff P_c \geq P_a - f P_b$ .  
Deze voorwaarde is steeds voldaan want  $P_b \geq 2$  en  $r \geq 0$  en dus  $P_c \geq P_a$ .
- $\frac{f}{1+f} (P_a + P_b - P_c) \leq \frac{1}{2} (P_a + P_b - P_c) \iff f \leq 1$ ; deze voorwaarde is ook steeds voldaan.

*q. e. d.*

Als de regel van Rent niet overal geldig is, moeten we de voorwaarde C.107 rechtstreeks controleren. We komen hierop nog terug in paragraaf C.7.4.

We moeten nu nog garanderen dat aan de voorwaarden C.84

$$I_c, O_c \geq 1$$

voldaan is, of m.a.w. dat aan voorwaarde C.108 voldaan is. Daarvoor moeten we meer weten over het verband tussen het aantal uitgangen  $O$  en het aantal pinnen  $P$  van een module. We berekenen daarom eerst een tussenresultaat in de paragraaf C.7.2 om in paragraaf C.7.3 de noodzakelijke voorwaarde op de vooraf gekende parameters van de schakeling af te leiden.

### C.7.2 Verhouding van het aantal uitgangen tot het aantal pinnen

We definiëren  $g$  als de verhouding van het aantal uitgangen tot het totale aantal pinnen van een module

$$g = \frac{O}{I + O}. \quad (\text{C.109})$$

Bij het samenstellen van twee willekeurige modules tot één clustermodule zoals beschreven in het netgeneratieproces (hoofdstuk 6), geldt steeds (gebruik formule C.90)

$$g_c = \frac{O_c}{I_c + O_c} = \frac{O_a + O_b - S_i}{P_c}, \quad (\text{C.110})$$

of nog (met formule C.100 en de definitie van  $g$ )

$$g_c = \frac{g_a P_a + g_b P_b - \frac{f}{1+f} (P_a + P_b - P_c)}{P_c} \quad (\text{C.111})$$

$$= \frac{f}{1+f} + \frac{P_a}{P_c} \left( g_a - \frac{f}{1+f} \right) + \frac{P_b}{P_c} \left( g_b - \frac{f}{1+f} \right). \quad (\text{C.112})$$

**Stelling C.4** *Als de schakeling aan de regel van Rent voldoet ( $P = T_b B^r$ ) en  $S_i$  is bepaald door de eis van een machtsfunctie als netgraaddistributie dan geldt op elk niveau, onafhankelijk van de relatieve grootte van de modules  $\mathbf{a}$  en  $\mathbf{b}$ ,*

$$g(B) = \frac{f}{1+f} + B^{1-r} \left( \frac{T_o}{T_i + T_o} - \frac{f}{1+f} \right). \quad (\text{C.113})$$

#### Bewijs C.4

1. Voor de logische blokken zelf ( $B = 1$ ) is de stelling voldaan.
2. Als de stelling geldt voor modules  $\mathbf{a}$  en  $\mathbf{b}$  van een bepaalde grootte, dan geldt ze eveneens voor elke module  $\mathbf{c}$  die samengesteld is uit  $\mathbf{a}$  en  $\mathbf{b}$ . Uit formule C.112 volgt dan immers (met  $g_a = g(B_a)$  en  $g_b = g(B_b)$  volgens de stelling en met  $B_c = B_a + B_b$ )

$$\begin{aligned} g(B_c) &= \frac{f}{1+f} + \frac{P_a B_a^{1-r} + P_b B_b^{1-r}}{P_c} \left( \frac{T_o}{T_i + T_o} - \frac{f}{1+f} \right) \\ &= \frac{f}{1+f} + \frac{B_a + B_b}{B_c^r} \left( \frac{T_o}{T_i + T_o} - \frac{f}{1+f} \right) \\ &= \frac{f}{1+f} + B_c^{1-r} \left( \frac{T_o}{T_i + T_o} - \frac{f}{1+f} \right) \end{aligned}$$

3. Op het hoogste niveau (de clustermodule vormt de gehele schakeling) geldt de formule ook. Uit de formule C.74 volgt

$$f = \frac{G T_o - g(G) P}{G T_i - (1 - g(G)) P}$$



en dus

$$\frac{f}{1+f} = \frac{G T_o - g(G) P}{G (T_i + T_o) - P}.$$

Hieruit volgt tenslotte

$$\begin{aligned} g(G) &= \frac{G T_o - \frac{f}{1+f} (G (T_i + T_o) - P)}{P} \\ &= \frac{T_o G^{1-r}}{T_i + T_o} - \frac{f}{1+f} (G^{1-r} - 1) \\ &= \frac{f}{1+f} + G^{1-r} \left( \frac{T_o}{T_i + T_o} - \frac{f}{1+f} \right). \end{aligned}$$

*q. e. d.*

### C.7.3 Uitwerken van een noodzakelijke voorwaarde

Met de definitie van  $g(B)$  kunnen we nu de noodzakelijke voorwaarde uitwerken opdat op elk niveau de voorwaarden C.84

$$I_c \geq 1, O_c \geq 1$$

zouden voldaan zijn (het aantal ingangen en het aantal uitgangen is voor alle modules groter dan 1). We beginnen met de voorwaarde op  $I_c$ .

$$\begin{aligned} I_c &\geq 1 \\ &\Downarrow \\ 1 - g(B_c) &\geq \frac{1}{P_c} \\ &\Downarrow \\ g(B_c) &\leq 1 - \frac{1}{P_c} \\ &\Downarrow \\ \frac{f}{1+f} + B_c^{1-r} \left( \frac{T_o}{T_i + T_o} - \frac{f}{1+f} \right) &\leq 1 - \frac{1}{(T_i + T_o) B_c^r}. \end{aligned}$$

Deze voorwaarde herleidt zich tot

$$\frac{T_o}{T_i + T_o} - \frac{f}{1+f} \leq \frac{1}{1+f} B_c^{r-1} - \frac{1}{B_c (T_i + T_o)} \quad (\text{C.114})$$

Het rechterlid van de vergelijking C.114 gedraagt zich (op een constante  $T_i + T_o$  na) als een functie  $A(B_c)$

$$A(B_c) = B_c^{r-1} c(f, T_i + T_o) - \frac{1}{B_c}$$

met

$$\begin{aligned} c(f, T_i + T_o) &= \frac{T_i + T_o}{1 + f} \geq 1 \\ 1 &\leq B_c \leq G. \end{aligned}$$

De functie  $A(B_c)$  heeft geen nulpunten en bereikt een extremum als

$$A'(B_c) = B_c^{r-2} (r-1) c(f, T_i + T_o) + \frac{1}{B_c^2} = 0$$

of als

$$B_c = \frac{1}{((1-r) c(f, T_i + T_o))^{1/r}}. \quad (\text{C.115})$$

De tweede afgeleide

$$A''(B_c) = \frac{B_c^r (r-2) (r-1) c(f, T_i + T_o) - 2}{B_c^3},$$

met  $B_c$  gegeven door formule C.115, is negatief (het extremum is dan een maximum) als en slechts dan als

$$2 - r \leq 2 \iff r \geq 0$$

De minimale waarde van de functie  $A(B_c)$  is bijgevolg te vinden bij één van de randpunten van het interval  $1 \leq B_c \leq G$ . We vergelijken nu  $A(1)$  met  $A(G)$

**Stelling C.5** *Het minimum van de functie  $A(B_c)$  is te vinden bij  $B_c = G$  als en slechts dan als*

$$T_i + T_o \geq (1+f) \frac{G-1}{G-G^r} \quad (\text{C.116})$$

**Bewijs C.5**

$$\begin{aligned} A(G) &\leq A(1) \\ &\iff \\ G^{r-1} c(f, T_i + T_o) - \frac{1}{G} &\leq c(f, T_i + T_o) - 1 \\ &\iff \\ (G^{r-1} - 1) \frac{T_i + T_o}{1+f} &\leq \frac{1}{G} - 1 \\ &\iff \\ \frac{T_i + T_o}{1+f} &\geq \frac{G-1}{G-G^r} \\ &\iff \\ T_i + T_o &\geq (1+f) \frac{G-1}{G-G^r} \end{aligned}$$

*q. e. d.*

In dat geval is de noodzakelijke voorwaarde

$$\frac{T_o}{T_i + T_o} \leq \frac{f}{1+f} + \frac{1}{1+f} G^{r-1} - \frac{1}{G(T_i + T_o)} \quad (\text{C.117})$$

In het andere geval ligt het minimum bij  $B_c = 1$  en is de noodzakelijke voorwaarde

$$\frac{T_o}{T_i + T_o} \leq 1 - \frac{1}{T_i + T_o} \quad (\text{C.118})$$

Deze voorwaarde is steeds voldaan want  $T_i \geq 1$  omwille van de eis van controleerbaarheid en observeerbaarheid van de schakeling.

Men kan eenvoudig nagaan dat de voorwaarde  $O_c \geq 1$  volledig dual is aan de eerste met de volgende dualiteit

- $g \longleftrightarrow 1 - g$
- $f \longleftrightarrow 1/f$
- $T_o/(T_i + T_o) \longleftrightarrow T_i/(T_i + T_o)$

Door gebruik te maken van deze dualiteit volgt de tweede voorwaarde onmiddellijk uit de eerste

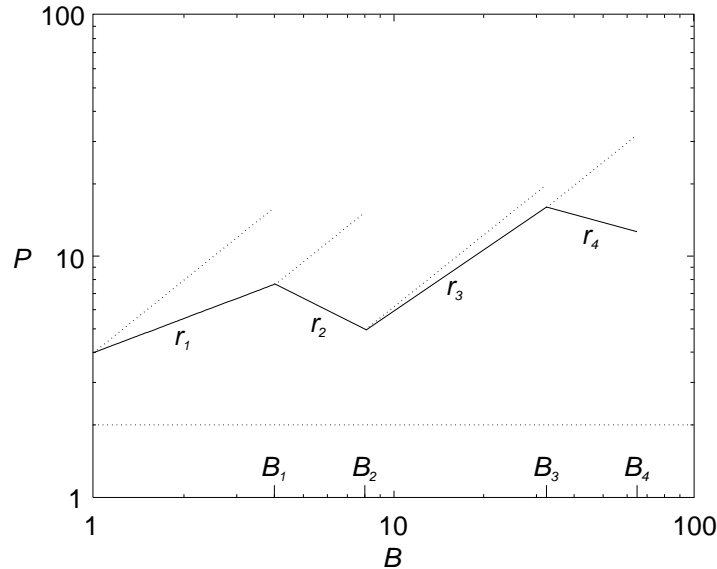
$$\begin{cases} T_i + T_o \geq \frac{1+f}{f} \frac{G-1}{G-G^r} \\ \frac{T_i}{T_i+T_o} \leq \frac{1}{1+f} + \frac{f}{1+f} G^{r-1} - \frac{1}{G(T_i+T_o)} \end{cases} \quad (\text{C.119})$$

ofwel

$$T_i + T_o \leq \frac{1+f}{f} \frac{G-1}{G-G^r} \quad (\text{C.120})$$

#### C.7.4 Wat als er een tweede gebied van Rent is?

We hebben de noodzakelijke voorwaarden voor het genereren van ‘geschikte’ referentieschakelingen in de vorige paragraaf afgeleid in de veronderstelling dat de schakeling perfect aan de regel van Rent moest voldoen. In hoofdstuk 2 hebben we echter aangehaald dat heel wat schakelingen van de regel van Rent afwijken op de hoogste en de laagste hiërarchieniveaus en we hebben een tweede en een derde gebied van Rent ingevoerd. Het is niet ondenkbeeldig, vooral voor het tweede gebied, dat we onze gegenereerde referentieschakelingen dezelfde afwijking willen geven. Het tweede gebied van Rent is immers een gevolg van het feit dat de ontwerpers van schakelingen rekening moeten houden met de beperkingen van de fysische architectuur waarin de schakeling moet geplaatst worden. Het grootste probleem vormt de *pinlimitatie* (zie hoofdstuk 2). Wanneer iemand gegenereerde referentieschakelingen wil gebruiken om een nieuwe



Figuur C.7: Een schakeling met stuksgewijs lineair Rent-gedrag.

architectuur te evalueren, kan het wenselijk of zelfs noodzakelijk zijn het aantal pinnen van de schakeling te beperken zonder daarbij te moeten inboeten op de algemene verbindingscomplexiteit.

In deze paragraaf tonen we aan dat de noodzakelijke voorwaarden uitbreidbaar zijn naar schakelingen die een stuksgewijs lineair Rent-gedrag vertonen. Hiermee wordt bedoeld dat het verband tussen het aantal pinnen en het aantal logische blokken van een module in de gepartitioneerde schakeling een machtsfunctie is op alle hiërarchieniveaus (rechte in een dubbel-logaritmisch diagram) maar dat de macht (Rent-exponent) slechts dezelfde blijft over een beperkt bereik (figuur C.7).

Beschouw een vooropgesteld stuksgewijs lineair Rent-gedrag zoals weergegeven op figuur C.7. De volgende veronderstellingen zijn noodzakelijk:

#### Veronderstelling C.1

- de functie  $P(B)$  is continu en vertoont een Rent-gedrag met verschillende Rent-exponenten in  $h$  opeenvolgende intervallen;
- overall moet gelden  $P(B) \geq 2$  als minimumvoorwaarde voor de controleerbaarheid en observeerbaarheid;
- alle 'Rent-exponenten' zijn kleiner dan 1 ( $\forall j = 1, \dots, h : r_j \leq 1$ ). Het aantal pinnen kan immers nooit schalen met een factor groter dan  $B$ .

De laatste twee voorwaarden werden op de figuur gevisualiseerd in stippellijn. Ze duiden de grenzen aan waarbinnen de curven moeten liggen.

De generatieprocedure kan volledig beschreven worden door voorgaande methode als we de volgende veronderstelling aannemen

**Veronderstelling C.2** *Het aantal logische blokken op de grenspunten is telkens een veelvoud van het aantal logische blokken op de vorige grens. Voor  $h$  intervallen geldt dus (met  $B_0 = 1$  en  $B_h = G$ )*

$$\forall j \in [1 \dots h], \exists m_j \in \mathbb{N} : B_j = m_j B_{j-1}.$$

Voor elk interval  $j = 1, \dots, h$  vertrekken we dan met  $G/B_{j-1}$  logische blokken met gemiddeld  $T_{b,j-1} = T_{i,j-1} + T_{o,j-1}$  pinnen ( $T_{b,0} = T_b$ ,  $T_{i,0} = T_i$  en  $T_{o,0} = T_o$ ) en eindigen we met  $G/B_j$  logische blokken met gemiddeld  $T_{b,j} = T_{i,j} + T_{o,j}$  pinnen. In elk interval  $j$  geldt de regel van Rent voor alle modules

$$P(B) = T_{b,j-1} \left( \frac{B}{B_{j-1}} \right)^{r_j} \quad (B_{j-1} \leq B \leq B_j)$$

en de continuïteit vereist

$$\begin{aligned} T_{b,j} &= P(B_j) \\ &= T_{b,j-1} \left( \frac{B_j}{B_{j-1}} \right)^{r_j} \\ &= T_b B_j^{r_j} B_{j-1}^{r_j-1-r_j} \dots B_1^{r_1-r_2} \end{aligned} \quad (\text{C.121})$$

Het totale aantal pinnen (voor alle modules samen) wordt dan gegeven door (voor  $B_{j-1} \leq B \leq B_j$ )

$$\begin{aligned} P_{tot}(B) &= \frac{G}{B} T_{b,j-1} \left( \frac{B}{B_{j-1}} \right)^{r_j} \\ &= T_b G B_{j-1}^{r_j-1} B_{j-2}^{r_j-2-r_{j-1}} \dots B_1^{r_1-r_2} B^{r_j-1} \end{aligned} \quad (\text{C.122})$$

De deductie van de voorwaarde C.107 blijft volledig geldig. In het bewijs van de stelling C.3 hebben we echter gebruik gemaakt van het positief zijn van de Rent-exponent om te bewijzen dat deze voorwaarde steeds geldt. In het stuksgevijs lineaire Rent-gedrag laten we wel degelijk negatieve Rent-exponenten toe. Twee voorwaarden in de stelling kunnen dan problemen opleveren. We breiden daarom de voorwaarden uit tot negatieve Rent-exponenten.

Voor schakelingen die voldoen aan het stuksgevijs lineair Rent-gedrag geldt voor alle modules  $c$ , samengesteld uit twee modules  $a$  en  $b$  van gelijke grootte ( $B_c = 2 B_a = 2 B_b \geq 2$ ) in een interval met Rent-exponent  $r$ :

$$P_c \geq P_b - f P_a = P_a - f P_b = (1 - f) P_c 2^{-r} \quad (\text{C.123})$$

op voorwaarde dat

$$1 \geq (1-f)2^{-r} \iff 1-f \leq 2^r \iff f \geq 1-2^r \quad (r < 0). \quad (\text{C.124})$$

**Opmerking:** Als aan deze voorwaarde niet voldaan is, is de generatie van referentieschakelingen onmogelijk. In het andere geval is de generatie met negatieve  $r$  wel mogelijk als we steeds logische blokken van gelijke grootte samennemen. Dit is echter geen harde eis. Als  $f$  voldoende groot is, zullen ook combinaties van blokken met niet al te veel verschil in grootte mogelijk zijn. Maar dan moeten we de voorwaarde  $B_c^r \geq B_a^r - f B_b^r$  (en haar duale voorwaarde  $B_c^r \geq B_b^r - f B_a^r$ ) wel telkens controleren.

Bij de bespreking van de voorwaarden  $O_c \geq 1$  en  $I_c \geq 1$  vertoonde de functie  $A(B)$  één extremum. Als  $r \geq 0$  is dit extremum een maximum. Met  $r < 0$  wordt dit extremum een minimum. Naast de voorwaarden C.117 tot en met C.120 (die nog steeds moeten gelden) kan het minimum nu ook binnen het interval  $1 \leq B_c \leq G$  liggen. De volgende stelling sluit dit echter uit

**Stelling C.6** *Het minimum van de functie  $A(B)$  voor  $r < 0$  ligt steeds in het interval  $B_c > G$ .*

**Bewijs C.6** *Het minimum ligt bij de waarde (zie formule C.115)*

$$B_c = \frac{1}{((1-r)c(f, T_i + T_o))^{1/r}}.$$

*Deze waarde is steeds groter dan  $G$  (voor  $r < 0$ ) als en slechts dan als*

$$\begin{aligned} \frac{1}{((1-r)c(f, T_i + T_o))^{1/r}} &> G \\ \iff & \\ (1-r)c(f, T_i + T_o) &> G^{-r} \\ \iff & \\ \frac{T_i + T_o}{1+f} &> \frac{G^{-r}}{1-r} \\ \iff & \\ (T_i + T_o) G^r &> \frac{1+f}{1-r}. \end{aligned}$$

*Nu is, met  $r < 0$ ,  $\frac{1+f}{1-r} < 1+f \leq 2$  en  $(T_i + T_o) G^r = P \geq 2$  zodat de stelling bewezen is.*

*q. e. d.*

**Gevolg C.1** De voorwaarde C.114 wordt dus, voor  $r < 0$  steeds

$$\frac{T_o}{T_i + T_o} \leq \frac{f}{1+f} + \frac{1}{1+f} G^{r-1} - \frac{1}{G(T_i + T_o)}. \quad (\text{C.125})$$

Dit klopt met de vroeger afgeleide voorwaarden omdat voorwaarde C.116 steeds voldaan is met  $r < 0$ . Samen met de duale voorwaarde blijkt dat we voor  $r < 0$  steeds aan de voorwaarden C.117 en C.119 moeten voldoen.

### C.7.5 Samenvatting van alle voorwaarden

Uit heel de voorgaande redenering volgen de noodzakelijke voorwaarden waaraan moet voldaan zijn opdat we een referentieschakeling zouden kunnen genereren die op alle hiërarchieniveaus voldoet aan de regel van Rent en die een constante fractie interne verbindingen  $f$  heeft op alle niveaus. Deze voorwaarden worden gegeven door de stelling C.2 en de vergelijkingen C.116, C.117, C.119, C.120 en C.124. Ze worden hier nog eens samengevat

1.  $0 \leq f \leq 1$  vereist

$$\begin{cases} G T_i \geq I \\ \frac{1}{2} \left(1 + \frac{G}{P} (T_o - T_i)\right) \leq \frac{O}{I+O} \leq \frac{G}{P} T_o \end{cases}$$

2.  $I_c \geq 1$  vereist

$$\begin{cases} T_i + T_o \geq (1+f) \frac{G-1}{G-G^r} \\ \frac{T_o}{T_i+T_o} \leq \frac{f}{1+f} + \frac{1}{1+f} G^{r-1} - \frac{1}{G(T_i+T_o)} \end{cases}$$

ofwel

$$T_i + T_o \leq (1+f) \frac{G-1}{G-G^r}$$

3.  $O_c \geq 1$  vereist

$$\begin{cases} T_i + T_o \geq \frac{1+f}{f} \frac{G-1}{G-G^r} \\ \frac{T_i}{T_i+T_o} \leq \frac{1}{1+f} + \frac{f}{1+f} G^{r-1} - \frac{1}{G(T_i+T_o)} \end{cases}$$

ofwel

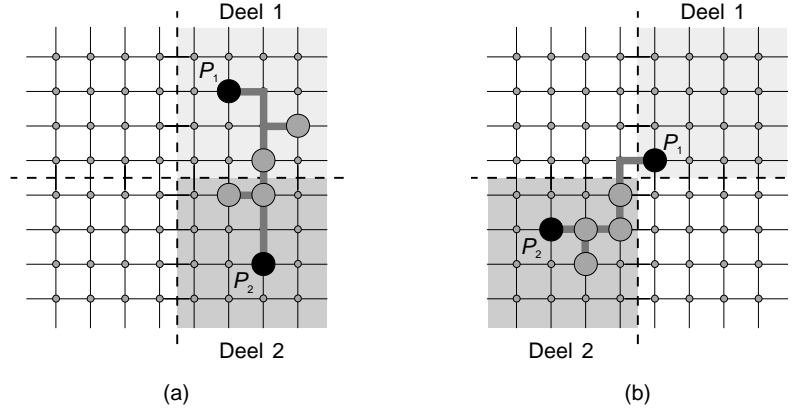
$$T_i + T_o \leq \frac{1+f}{f} \frac{G-1}{G-G^r}$$

4. In geval van stuksgewijs lineair Rent-gedrag:

$$f \geq 1 - 2^{r_i}$$

voor alle Rent-exponenten  $r_i$  van de verschillende intervallen én, als niet alle modules gelijke grootte hebben ( $B_a \neq B_b$ ):

$$\begin{aligned} B_c^r &\geq B_a^r - f B_b^r \\ B_c^r &\geq B_b^r - f B_a^r \end{aligned}$$



Figuur C.8: Buurcombinatie (a) en diagonaalcombinatie (b) voor een meerpuntnet.

Als aan deze voorwaarden voldaan is, volstaat het de grootheden  $S_{e,b}$ ,  $S_{e,a}$  en  $S_{i,a}$  achtereenvolgens te kiezen binnen het bereik van de voorwaarden C.104, C.103 en C.102

$$\begin{cases} \max(0, 2S_e + S_i - P_a - I_b, S_e - I_b) \leq S_{e,b} \\ S_{e,b} \leq \min(O_a + O_b - S_i, S_e, P_a + O_b - S_e - S_i, I_a, O_b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \max(0, S_e - I_a, 2S_e + S_i - S_{e,b} - I_a - I_b) \leq S_{e,a} \\ S_{e,a} \leq \min(O_a, O_a + O_b - S_i - S_{e,b}, S_e - S_{e,b}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \max(0, S_i + S_{e,b} + S_{e,i} - I_a, S_i + S_{e,b} - O_b) \leq S_{i,a} \\ S_{i,a} \leq \min(S_i, I_b - S_{e,a} - S_{e,i}, O_a - S_{e,a}) \end{cases}$$

Het bestaan van zo'n keuze is steeds gegarandeerd (met uitzondering van die gevallen waar geen afronding naar gehele getallen mogelijk is zonder de voorwaarden te schenden).

## C.8 Gemiddelde parenlengte voor meerpuntnetten

In deze paragraaf berekenen we de gemiddelde parenlengte van een  $n$ -puntnet op hiërarchieniveau  $k$ . We veronderstellen daartoe dat het  $n$ -puntnet volledig vervat zit in een buurcombinatie of een diagonaalcombinatie op dat niveau (zie veronderstelling 6.3 van hoofdstuk 6, paragraaf 6.3). In figuur C.8(a) is het geval van een buurcombinatie weergegeven, in figuur C.8(b) dat van een diagonaalcombinatie. Voor de berekening van de gemiddelde parenlengte merken we op dat, zowel voor de buur- als voor de diagonaalcombinatie, minstens één van



de punten zich in deel 1 moet bevinden (noem dat punt  $P_1$ ) en minstens één van de punten in deel 2 (punt  $P_2$ ) (de donker gekleurde punten in figuur C.8). De  $n - 2$  andere punten (punten  $P_3$  tot en met  $P_n$ ) (lichter gekleurde punten in de figuur) kunnen verspreid over de twee delen voorkomen, met een gelijke kans voor alle mogelijke plaatsen. Voor de eenvoud van de berekening laten we toe dat sommige punten samenvallen.

We kunnen de gemiddelde parenlengte berekenen door de afstand tussen alle mogelijke puntenkoppels (zo zijn er  $n(n - 1)/2$ ) te sommeren over alle mogelijke coördinaten van de punten ( $2n$  sommen) en het geheel te delen door het totale aantal mogelijkheden. Hetzelfde resultaat kan evenwel ook verkregen worden door op te merken dat we de verschillende puntenkoppels afzonderlijk mogen behandelen en dat de gemiddelde parenlengte de som is, na normalisatie, van de gemiddelde lengte van elk van de koppels. We berekenen de gemiddelde parenlengte voor puntenkoppels waarbij sommige punten mogen overlappen (maar waarbij wel nog steeds een punt  $P_1$  tot deel 1 behoort en een punt  $P_2$  tot deel 2). We behandelen buur- en diagonaalcombinaties afzonderlijk. We maken hierbij gebruik van de resultaten van de berekeningen uit bijlage B.

### C.8.1 Parenlengte voor een buurcombinatie

Beschouw de buurcombinatie voorgesteld in de figuur C.8(a). De gemiddelde lengte  $l_{P_1, P_2}$  van het puntenkoppel  $(P_1, P_2)$  is de gemiddelde lengte voor een punt-tot-puntverbinding in een buurcombinatie. Uit bijlage B (formule B.24) volgt dan

$$l_{P_1, P_2} = \frac{4\lambda^2 - 1}{3\lambda} \quad (\text{C.126})$$

De gemiddelde lengte  $l_{P_1, P_i}$  van een puntenkoppel  $(P_1, P_i)$  met  $2 < i \leq n$  bestaat voor de helft uit de gemiddelde lengte voor een combinatie van een vierkant rooster met zijde  $\lambda$  met zichzelf (voor punten  $P_i$  in deel 1) en voor de helft uit de gemiddelde lengte van een punt-tot-puntverbinding in een buurcombinatie (voor punten  $P_i$  in deel 2). Uit bijlage B (formules B.32 en B.24) volgt dan

$$l_{P_1, P_i} = \frac{1}{2} \frac{4\lambda^2 - 1}{3\lambda} + \frac{1}{2} \frac{2\lambda^2 - 2}{3\lambda} \quad (\text{C.127})$$

$$= \frac{2\lambda^2 - 1}{2\lambda}. \quad (\text{C.128})$$

De gemiddelde lengte  $l_{P_2, P_i}$  van een puntenkoppel  $(P_2, P_i)$  is identiek aan  $l_{P_1, P_i}$  aangezien het verwisselen van de indices 1 en 2 niets fundamenteels verandert.

$$l_{P_2, P_i} = \frac{2\lambda^2 - 1}{2\lambda}. \quad (\text{C.129})$$

De gemiddelde lengte  $l_{P_i, P_j}$  van een puntenkoppel  $(P_i, P_j)$  met  $2 < i < j \leq n$  is opnieuw gegeven door

$$l_{P_i, P_j} = \frac{2\lambda^2 - 1}{2\lambda}, \quad (\text{C.130})$$

omdat ook een dergelijk koppel niet te onderscheiden is van een koppel  $(P_1, P_i)$  of  $(P_2, P_i)$ .

Houden we rekening met het aantal koppels dan volgt hieruit onmiddellijk de totale gemiddelde parenlengte  $\bar{l}_{p,a}$  voor buurcombinaties

$$\begin{aligned} l_{p,b} &= \frac{4\lambda^2 - 1}{3\lambda} + \left( \frac{(n-3)(n-2)}{2} + 2(n-2) \right) \frac{2\lambda^2 - 1}{2\lambda} \\ &= \frac{2(2\lambda^2 + 1) + 3n(n-1)(2\lambda^2 - 1)}{12\lambda} \end{aligned} \quad (\text{C.131})$$

### C.8.2 Parenlengte voor een diagonaalcombinatie

Beschouw de diagonaalcombinatie uit figuur C.8(b) en een willekeurige verzameling van  $n$  punten zó dat minstens één punt in deel 1 en één punt in deel 2 te vinden is. Voor een diagonaalcombinatie geldt een volledig analoge redenering als voor een buurcombinatie en volgt de gemiddelde parenlengte uit de formules B.32 en B.28

$$\begin{aligned} l_{p,d} &= 2\lambda + \left( \frac{(n-3)(n-2)}{2} + 2(n-2) \right) \frac{4\lambda^2 - 1}{3\lambda} \\ &= \frac{2(2\lambda^2 + 1) + n(n-1)(4\lambda^2 - 1)}{6\lambda}. \end{aligned} \quad (\text{C.132})$$

### C.8.3 Totale gemiddelde parenlengte

De totale gemiddelde parenlengte  $l_p$  is de gewogen som (er zijn vier buurcombinaties en slechts twee diagonaalcombinaties) van voorgaande resultaten

$$l_p = \frac{4l_{p,b} + 2l_{p,d}}{6} \quad (\text{C.133})$$

$$= \frac{2(2\lambda^2 + 1) + n(n-1)(5\lambda^2 - 2)}{9\lambda}. \quad (\text{C.134})$$

De lezer kan eenvoudig controleren dat deze uitdrukking herleid wordt tot

$$l_p = \frac{14\lambda}{9} - \frac{2}{9\lambda} \quad (\text{C.135})$$

voor  $n = 2$ . Dit is inderdaad precies de gemiddelde lengte voor punt-tot-puntverbindingen zoals die werd afgeleid in hoofdstuk 3, paragraaf 3.3.

In principe moeten we deze formule nu nog corrigeren voor het feit dat we bij de berekening ook samenvallende punten toegelaten hebben wat in de praktijk onmogelijk is. De lezer kan nochtans inzien dat deze correctie nauwelijks verschillende resultaten zal opleveren wanneer  $n$  voldoende klein is t.o.v.  $\lambda^2$ . Het aantal mogelijke plaatsen voor de punten in een buur- of diagonaalcombinatie waarbij minstens 1 punt samenvalt met een ander punt wordt immers gegeven door

$$A_1 = \lambda^4 (2\lambda^2)^{n-3} (n-1). \quad (\text{C.136})$$

Vergelijken we dat met het totale aantal keuzes

$$A = \lambda^4 (2\lambda^2)^{n-2}$$

dan zien we dat  $A_1/A$  gelijk is aan

$$\frac{A_1}{A} = \frac{n-1}{2\lambda^2}.$$

Deze verhouding wordt zeer klein voor hogere niveaus (stijgende  $\lambda$ ). Maar zelfs op de laagste niveaus ( $\lambda = 1, 2, 4, 8$ ) zal het toelaten van samenvallende punten geen belangrijke verschillen in de geschatte gemiddelde parenlengte opleveren omdat het verschil in gemiddelde parenlengte voor de gevallen met en zonder samenvallende punten dan niet meer zo groot is. Algemeen kunnen we stellen dat de hoger vermelde schatting van de gemiddelde parenlengte een goede benadering zal zijn ook al laten we samenvallende punten in de schatting toe.

## Samenvatting

In deze bijlage werden verschillende veronderstellingen uit hoofdstuk 6 toegelicht en aanvaardbaar gemaakt door middel van een theoretische redenering en experimentele verificatie. Zo hebben we getoond dat de fractie interne netten  $f$  constant kan verondersteld worden over alle hiërarchieniveaus. Ook de veronderstelling van statistische onafhankelijkheid van de keuzes voor de pinnen die zullen verbonden worden in het netgeneratieproces, werd toegelicht.

Tevens hebben we heel wat wiskundige afleidingen van formules in deze bijlage ter vervollediging opgenomen. Naast een benaderende uitdrukking voor de netgraaddistributie van een schakeling op een bepaald niveau, berekenden we ook de gemiddelde netgraad op alle hiërarchieniveaus.

Het voorlaatste deel van dit hoofdstuk ging uitgebreid in op de noodzakelijke voorwaarden om referentieschakelingen te kunnen genereren die aan de gewenste eigenschappen (Rent-gedrag en machtsfunctie als netgraaddistributie) voldoen. Een uitbreiding naar het genereren van schakelingen die een meer algemeen Rent-gedrag vertonen, het zogenaamde stuksgewijs lineair Rent-gedrag, werd eveneens behandeld.

*C.8. GEMIDDELDE PARENLENGTE VOOR MEERPUNTSNETTEN 325*

In de laatste paragraaf, tenslotte, werd de gemiddelde parenlengte berekend voor  $n$ -puntsnetten op een niveau  $k$ .



# Symbolen

Voor de notaties van de symbolen hebben we in deze doctoraalscriptie de volgende conventie zo consequent mogelijk trachten toe te passen:

- kleine letters ( $k, l, i, j, \dots$ ) als index en voor aftelbare aantallen;
- hoofdletters ( $K, N, G \dots$ ) voor vaste aantallen;
- Griekse letters ( $\nu, \lambda$ ) voor specifieke grootheden;
- hoofdletters in schrijfmachinstijl ( $\mathbf{B}, \mathbf{M}$ ) voor namen;
- kalligrafische letters ( $\mathcal{L}, \mathcal{T}$ ) voor verzamelingen en veeltermen.

Hierna volgt een overzicht van de in deze tekst gebruikte symbolen, met hun betekenis en de plaats in de tekst waar ze voor het eerst vermeld worden.

Eerste ref.	Symb.	Betekenis
blz. 179	$A$	Gemiddelde netgraad voor alle netten in de schakeling.
blz. 186	$A_{e,k}$	Gemiddelde netgraad voor externe netten op niveau $k$ .
blz. 186	$A_{i,k}$	Gemiddelde netgraad voor interne netten op niveau $k$ .
blz. 186	$A_k$	Gemiddelde netgraad voor alle netten op niveau $k$ .
blz. 43	$B$	Aantal logische blokken in een module van een gepartitioneerde schakeling.
blz. 31	$B_m$	Gemiddeld aantal blokken per module in een partitie.
blz. 44	$B_{max}$	Maximaal aantal blokken per module in een partitie.
blz. 41	$\mathcal{D}_n$	Netgraaddistributie van een schakeling.
blz. 79	$\mathcal{D}_l$	Draadlengtedistributie van een geplaatste schakeling.
blz. 54	$D$	Dimensie.
blz. 48	$D_f$	Fractale dimensie.
blz. 48	$D_t$	Topologische dimensie.
blz. 49	$\delta(\mathcal{S})$	Diameter van de verzameling $\mathcal{S}$ .
blz. 48	$d$	Afstandsfunctie.

Eerste ref.	Symb.	Betekenis
blz. 79	$d_l$	Een element van de rij $\mathcal{D}_l$ .
blz. 41	$d_n$	Een element van de rij $\mathcal{D}_n$ .
blz. 185	$d_{n,k}$	Een element van de rij $\mathcal{D}_n$ op niveau $k$ .
blz. 79	$\mathcal{E}_l$	Genormaliseerde draadlengtedistributie van een schakeling.
blz. 41	$\mathcal{E}_n$	Genormaliseerde netgraaddistributie van een schakeling.
blz. 79	$e_l$	Een element van de rij $\mathcal{E}_l$ .
blz. 41	$e_n$	Een element van de rij $\mathcal{E}_n$ .
blz. 176	$f_k$	Fractie van het aantal doorgeknipte netten op niveau $k$ dat intern was vóór het knippen.
blz. 176	$f$	Fractie van het aantal doorgeknipte netten dat intern was vóór het knippen.
blz. 101	$f(l)$	Bezettingskans voor verbindingen van lengte $l$ .
blz. 265	$\mathcal{G}$	Genererende veelterm.
blz. 267	$\mathcal{G}_{op}$	Genererende veelterm van twee samenvallende kettingen in 1 dimensie.
blz. 267	$\mathcal{G}_{na}$	Genererende veelterm van twee naast elkaar gelegen kettingen in 1 dimensie.
blz. 40	$G$	Totale aantal logische blokken in een schakeling.
blz. 66	$\mathcal{G}_a$	Graaf die de fysische architectuur representeert.
blz. 39	$\mathcal{G}_s$	Graaf die de schakeling representeert.
blz. 313	$g$	Verhouding tussen het aantal uitgangen en het totale aantal pinnen.
blz. 71	$\mathcal{H}(\mathcal{P})$	Verzameling van Hanan-punten.
blz. 188	$I$	Aantal ingangen van een module.
blz. 39	$\mathcal{K}$	Verzameling van de knopen in een graaf.
blz. 39	$\mathcal{K}_b$	Verzameling van de knopen in een graaf die de logische blokken voorstellen.
blz. 66	$\mathcal{K}_c$	Verzameling van de knopen in een graaf die de cellen voorstellen.
blz. 39	$\mathcal{K}_n$	Verzameling van de knopen in een graaf die de netten voorstellen.
blz. 66	$\mathcal{K}_v$	Verzameling van de knopen in een graaf die de contacteervlakjes voorstellen.
blz. 80	$K$	Aantal hiërarchieniveaus in een partitioneerproces.
blz. 80	$k$	Nummer van een hiërarchieniveau in een partitionering.
blz. 90	$\mathcal{L}_{k,l}$	Lokale draadlengtedistributie op niveau $k$ .
blz. 81	$L$	Gemiddelde draadlengte.
blz. 83	$\lambda$	Lengte van de zijde op een hiërarchieniveau.
blz. 79	$l$	Draadlengte.

Eerste ref.	Symb.	Betekenis
blz. 81	$l_k$	Gemiddelde lengte op een hiërarchieniveau $k$ .
blz. 83	$l_{k,b}$	Gemiddelde lengte in een buurcombinatie op een hiërarchieniveau $k$ .
blz. 83	$l_{k,d}$	Gemiddelde lengte in een (kleine-)diagonaalcombinatie op een hiërarchieniveau $k$ .
blz. 148	$l_{k,D}$	Gemiddelde lengte in een grote-diagonaalcombinatie op een hiërarchieniveau $k$ .
blz. 72	$l_m$	Lengte van een minimale rechthoekige opspannende boom.
blz. 79	$l_{max}$	Maximale draadlengte in een geplaatste schakeling.
blz. 217	$l_n$	Gemiddelde lengte van een $n$ -puntsnet.
blz. 73	$l_p$	Parenlengte van een meerpuntsnet.
blz. 72	$l_s$	Lengte van een minimale rechthoekige Steiner-boom.
blz. 99	$\mathcal{M}_{k,l}$	Lokale genormaliseerde draadlengtedistributie op niveau $k$ .
blz. 43	$M$	Aantal modules in een partitionering.
blz. 44	$M_{max}$	Maximale aantal modules in een partitionering.
blz. 42	$\mathbf{M}$	Naam van een module.
blz. 49	$m_\sigma$	Hausdorff-maat.
blz. 100	$\mathcal{N}(l)$	Verzameling puntenkoppels van lengte $l$ .
blz. 105	$\mathcal{N}_k(l)$	Verzameling puntenkoppels van lengte $l$ op niveau $k$ .
blz. 40	$N$	Aantal netten in een schakeling.
blz. 81	$N_k$	Aantal netten op niveau $k$ in een schakeling.
blz. 177	$N_e$	Totale aantal externe netten in een schakeling.
blz. 178	$N_i$	Totale aantal interne netten in een schakeling.
blz. 178	$N_{e,k}$	Aantal externe netten in een schakeling op niveau $k$ .
blz. 178	$N_{i,k}$	Aantal interne netten in een schakeling op niveau $k$ .
blz. 216	$N_{n,k}$	Aantal $n$ -puntsnetten dat doorgeknipt wordt op niveau $k$ .
blz. 217	$N_n$	Aantal $n$ -puntsnetten in de gehele schakeling.
blz. 40	$\mathbf{N}$	Naam van een net.
blz. 41	$\nu$	Netgraad.
blz. 40	$\nu_N$	Netgraad van een net $\mathbf{N}$ .
blz. 188	$O$	Aantal uitgangen van een module.
blz. 69	$\mathcal{P}$	Verzameling van punten in een vlak.
blz. 45	$P$	Aantal pinnen van een module in een partitionering.
blz. 81	$P_k$	Aantal pinnen gegenereerd door netten die gesneden worden op niveau $k$ .
blz. 31	$P_m$	Gemiddeld aantal pinnen per module in een partitie.
blz. 44	$P_{max}$	Maximale aantal pinnen per module in een partitie.



Eerste ref.	Symb.	Betekenis
blz. 40	$P_{tot}$	Totale aantal pinnen in een schakeling waarvan de logische blokken in modules gepartitioneerd zijn.
blz. 110	$R(r)$	Hulpfunctie.
blz. 31	$r$	De Rent-exponent.
blz. 100	$S(l)$	Structurele draadlengtedistributie.
blz. 70	$S$	Verzameling Steiner-punten.
blz. 105	$S_k(l)$	Lokale structurele draadlengtedistributie.
blz. 83	$S_{k,b}(l)$	Genormaliseerde structurele draadlengtedistributie voor burens op niveau $k$ .
blz. 83	$S_{k,d}(l)$	Genormaliseerde structurele draadlengtedistributie voor (kleine-)diagonalen op niveau $k$ .
blz. 146	$S_{k,D}(l)$	Genormaliseerde structurele draadlengtedistributie voor grote-diagonalen op niveau $k$ .
blz. 177	$S_k$	Aantal doorgeknipte netten op niveau $k$ .
blz. 175	$S_{e,k}$	Aantal doorgeknipte externe netten op niveau $k$ .
blz. 175	$S_{i,k}$	Aantal doorgeknipte interne netten op niveau $k$ .
blz. 39	$\mathcal{T}$	Verzameling van de takken in een graaf.
blz. 40	$\mathcal{T}_N$	Verzameling van de takken verbonden met knoop $N$ .
blz. 242	$T$	Totale aantal aansluitpunten in een schakeling.
blz. 31	$T_b$	Gemiddeld aantal aansluitpunten per logisch blok.
blz. 201	$T_i$	Gemiddeld aantal ingangen per logisch blok.
blz. 201	$T_o$	Gemiddeld aantal uitgangen per logisch blok.
blz. 40	$T$	Naam van een tak in een graaf.
blz. 178	$\mathcal{V}_n$	Netgraadgenererende veelterm van de netgraaddistributie van een schakeling.
blz. 179	$\mathcal{V}_{n,e}(k)$	Netgraadgenererende veelterm van de netgraaddistributie voor externe netten op niveau $k$ .
blz. 179	$\mathcal{V}_{n,i}(k)$	Netgraadgenererende veelterm van de netgraaddistributie voor interne netten op niveau $k$ .
blz. 200	$V_i$	Aantal doorverbindingen van ingangen van een niveau naar het volgende niveau.
blz. 200	$V_o$	Aantal doorverbindingen van uitgangen van een niveau naar het volgende niveau.
blz. 179	$\mathcal{W}_{n,e}(k)$	Netgraadgenererende veelterm van de genormaliseerde netgraaddistributie voor externe netten op niveau $k$ .
blz. 179	$\mathcal{W}_{n,i}(k)$	Netgraadgenererende veelterm van de genormaliseerde netgraaddistributie voor interne netten op niveau $k$ .
blz. 48	$X, d$	Een metrische ruimte met afstandsfunctie $d$ .

# Korte Verklaring van enkele Begrippen

## Afkortingen:

**ASIC** Engels: 'Application Specific Integrated Circuit'. (blz. 4)

**CAD** Computer-ondersteund ontwerpen (Engels: 'Computer-Aided Design'). (blz. 2)

**CMOS** Engels: 'Complementary Metal Oxide Semiconductor'. (blz. 12)

**LSI** Engels: 'Large-Scale Integration'. (blz. 3)

**MCM** Multi-chipmodule. (blz. 27)

**MIPS** Miljoen instructies per seconde. (blz. 4)

**MRST** Minimale rechthoekige Steiner-boom. Engels: 'Minimum Rectilinear Steiner Tree'. (blz. 71)

**MSI** Engels: 'Medium-Scale Integration'. (blz. 3)

**NMOS** n-kanaals MOS (Engels: 'Metal Oxide Semiconductor'). (blz. 12)

**RAM** Direct toegankelijk geheugen (Engels: 'Random Access Memory'). (blz. 45)

**SSI** Engels: 'Small-Scale Integration'. (blz. 3)

**ULSI** Engels: 'Ultra Large-Scale Integration'. (blz. 4)

**VLSI** Zeer grootschalige integratie (Engels: 'Very Large-Scale Integration'). (blz. 2)

## Begrippen:

- a posteriori draadlengteschattingen** Methode waarbij men de draadlengte schat na routing. (blz. 19)
- a priori draadlengteschattingen** Methode waarbij men de totale draadlengte van een lay-out schat vóór de plaatsing van de schakeling in de fysische architectuur. (blz. 19)
- aankomstgebied** Gebied in de fysische architectuur waar draden kunnen aankomen op een bepaald hiërarchieniveau. (blz. 83)
- bezettingskans** De kans dat een verbinding tussen twee punten werkelijk zal gelegd worden in een optimale plaatsing van een schakeling. (blz. 100)
- box-counting** Manier om de fractale dimensie te schatten. (blz. 49)
- buurcombinatie** Twee aangrenzende deelarchitecturen in een partitie van de fysische architectuur. (blz. 82)
- CAD-programmatuur** Programmatuur voor computer-ondersteund ontwerpen. Engels: ‘Computer-Aided Design’. (blz. 14)
- cel** Positie in de fysische architectuur waar logische blokken kunnen geplaatst worden. (blz. 65)
- clustermodule** De module die ontstaat uit het samenvoegen van twee (of meer) modules in het netgeneratieproces. (blz. 198)
- derde gebied van Rent** Gebied voor lage waarden van  $B$  en  $P$  waar het aantal pinnen hoger ligt dan het door de regel van Rent voorspelde aantal. (blz. 60)
- diagonaalcombinatie** Twee diagonaal tegenover elkaar staande deelarchitecturen in een partitie van de fysische architectuur. (blz. 82)
- digitaal ontwerp** De discipline van digitaal ontwerp stelt zich tot doel digitale systemen te realiseren die een vooropgegeven functionaliteit vervullen, met inachtnaam van bijkomende randvoorwaarden. (blz. 3)
- draad** Fysische verbinding (na plaatsing van de schakeling in een fysische architectuur en na routing van de verbindingen in de kanalen). (blz. 10)
- draadlengte** De afstand tussen de logische blokken en pinnen die door de draad verbonden worden, na plaatsing van de schakeling in een fysische architectuur. (blz. 79)

**draadlengtedistributie** Geeft de verdeling van de draadlengte over alle draden van een schakeling weer, na plaatsing van de schakeling in een architectuur. (blz. 79)

**empirische methoden** Methoden voor het schatten van draadlengten die de kennis van empirische parameters vereisen. Deze worden berekend uit specifieke exemplaren van schakelingen. (blz. 29)

**extern net** Een extern net wisselt gegevens uit met het uitwendige van de schakeling (de buitenwereld). Elk extern net is verbonden met precies één pin. (blz. 39)

**fractale dimensie van een schakeling** De fractale dimensie van een schakeling is de (fictieve, niet noodzakelijk gehele) dimensie van een Manhattan-ruimte waarin de schakeling net optimaal kan geplaatst worden zodanig dat, bij een schaling van de Manhattan-ruimte, de gemiddelde draadlengte in de schakeling op dezelfde manier schaalt. (blz. 52)

**fractale dimensie** De niet-gehele dimensie van een fractaal. (blz. 48)

**fractalen** Curven, oppervlakken, ... met als speciale eigenschap dat ze een niet-gehele dimensie bezitten. (blz. 47)

**fractie interne netten** Fractie van de doorgeknipte netten die intern waren op het vorige niveau. (blz. 176)

**genererende veelterm** Veelterm waarvan elke term een waarde van een discrete distributie voorstelt. (blz. 265)

**genormaliseerde draadlengtedistributie** Rij van getallen die, voor elke lengte  $l$ , de fractie aangeeft van het aantal netten met lengte  $l$  t.o.v. het totale aantal draden (netten)  $N$ . (blz. 79)

**genormaliseerde netgraaddistributie** Geeft, voor elke  $n$ , de fractie van het aantal netten met netgraad  $\nu = n$  t.o.v. het totale aantal netten  $N$ . (blz. 41)

**globale draadlengtedistributie** De draadlengtedistributie van de volledige schakeling. Ze bevat de lengte-informatie van alle verbindingen samen. (blz. 90)

**graafpartitionering** Het verdelen van de knopen van een graaf over deelverzamelingen van de graaf op zo'n manier dat zo weinig mogelijk takken van de ene deelverzameling naar de andere lopen [HL95]. (blz. 247)

- grondplanontwerp** Fase in het ontwerpproces waarbij alle modules aan een bepaalde plaats (of dikwijls aan een bepaalde *regio*) van de chip toegewezen worden, zonder dat daarbij al rekening gehouden wordt met b.v. de oriëntatie en de precieze vorm van de module. (blz. 15)
- Hanan-punten** Punten, in een Manhattan-rooster, op de kruispunten van alle horizontale en verticale lijnen door de eindpunten van het net. (blz. 72)
- intern net** Een intern net wisselt enkel gegevens uit met interne blokken (logische blokken) van de schakeling. (blz. 39)
- kanaal** Ruimte in de fysische architectuur waar de draden kunnen gelegd worden die de verbindingen realiseren tussen twee blokken. (blz. 65)
- knoopgraad** Het aantal aansluitpunten van een elementair blok. (blz. 41)
- knoopgraaddistributie** Geeft de verdeling van de knoopgraad over de knopen weer. (blz. 41)
- lay-outontwikkeling** Het proces van het zoeken van een lay-out. (blz. 7)
- logisch blok** Een logisch blok is een elementair blok van de schakeling dat geen pin is. (blz. 39)
- lokale draadlengtedistributie** Bevat enkel de lengte-informatie van één specifiek hiërarchieniveau. (blz. 90)
- Manhattan-rooster** Een tweedimensionaal rooster opgebouwd uit horizontale en verticale lijnen geplaatst op eenheidsafstand van elkaar. (blz. 65)
- meerpuntsnet** Een net dat meer dan twee elementaire blokken verbindt. (blz. 40)
- module** Deelschakeling als gevolg van een partitionering van de schakeling. (blz. 42)
- net** Een verbinding tussen twee of meer elementaire blokken. (blz. 38)
- netgeneratieproces** Proces waarbij de netten worden samengevoegd i.p.v. doorgeknipt. Duale van het partitioneerproces. (blz. 179)
- netgraad** Het aantal elementaire blokken waarmee het (meerpunts)net verbonden is. (blz. 40)
- netgraaddistributie** Geeft de verdeling van de netgraad over de netten weer. (blz. 41)
- netgraadgenererende veelterm** Een veelterm in de variabele  $x$  met als coëfficiënt van elke term  $x^n$  het aantal netten met netgraad  $\nu = n$ . (blz. 178)

- netlijst** Beschrijving van een schakeling door een opsomming van alle componenten in de schakeling en van alle netten. (blz. 27)
- omsluitend kader** De kleinste rechthoek die alle punten van het net bevat en waarvan de zijden parallel lopen aan de roosterlijnen van het Manhattan-rooster. (blz. 71)
- on line draadlengteschattingen** Methode waarbij men draadlengte schat tijdens het grondplanontwerp of de plaatsing. (blz. 20)
- optimale plaatsing** Plaatsing die een lay-out met minimale draadlengte oplevert. (blz. 67)
- parenlengte** De som van alle afstanden tussen de koppels van de eindpunten van het meerpuntsnet. (blz. 214)
- partitioneren** Het opsplitsen van de schakeling in deelschakelingen (modules). (blz. 42)
- partitionering** Fase in het ontwerpproces waarbij componenten gegroepeerd worden in modules. (blz. 15)
- pin** Een pin modelleert de interactie van een extern net met de buitenwereld. (blz. 39)
- pinlimitatie** Het fenomeen waarbij het gewenste aantal pinnen (bepaald door de regel van Rent uit de complexiteit van de schakeling) het aantal beschikbare pinnen (bepaald door de omtrek van de fysische architectuur en de grootte van de contacteervlakjes) overstijgt. (blz. 57)
- plaatsing** Fase in het ontwerpproces waarbij de modules exact worden gepositioneerd op de chip. (blz. 15)
- plaatsing** Toewijzing van de logische blokken en de pinnen van de schakeling aan posities (de cellen en de contacteervlakjes) in de fysische architectuur. (blz. 66)
- praktische plaatsing** Een plaatsing van een bepaalde schakeling in de fysische architectuur met een bestaande heuristiek. (blz. 67)
- procedurale methoden** Methoden voor het schatten van draadlengten die sterk steunen op verbanden afgeleid van de kennis over het werkelijke ontwerpproces. (blz. 29)
- rechthoekige Steiner-boom** Een Steiner-boom waarvan de knopen enkel kunnen liggen op de snijpunten van de roosterlijnen van een Manhattan-rooster en waarbij de takken enkel de kanalen van het Manhattan-rooster mogen volgen. (blz. 71)

- rechthoekige opspannende boom** Een opspannende boom waarvan de knopen enkel kunnen liggen op de snijpunten van de roosterlijnen van een Manhattan-rooster en waarbij de takken enkel de kanalen van het Manhattan-rooster mogen volgen. (blz. 71)
- referentieschakelingen** Typevoorbeelden van de reële schakelingen die ontworpen worden. (blz. 195)
- regel van Rent** Legt een verband vast tussen het gemiddeld aantal elementaire blokken en het gemiddeld aantal pinnen van de modules in een ge-partitioneerde schakeling. Weergave van de verbindingscomplexiteit van de schakeling. (blz. 45)
- Rent-exponent** Maat voor de verbindingscomplexiteit van een schakeling. (blz. 45)
- Rent-gedrag** Het feit dat de schakeling de regel van Rent volgt, zich dus ‘gedraagt’ zoals de regel van Rent voorspelt. (blz. 45)
- routing** Fase in het ontwerpproces waarbij de verbindingen worden gelegd. (blz. 17)
- routing** Het zoeken van een geschikte route voor de draden in de kanalen. (blz. 68)
- schakeling** Een (digitaal) ontwerp, bekeken door een logische structurele bril in het Y-diagram van Gajski en Kuhn. (blz. 38)
- Steiner-boom** Een boom die minstens alle punten van het net als knopen bevat. (blz. 70)
- Steiner-lengte** De lengte van de minimale rechthoekige Steiner-boom op de verzameling eindpunten van het net. (blz. 71)
- structurele distributie** De draadlengtedistributie die enkel afhankelijk is van de fysische architectuur waarin de schakeling wordt geplaatst. (blz. 100)
- theoretische methoden** Methoden voor het schatten van draadlengten die een wiskundige uitdrukking produceren, in gesloten gedaante, van de fysische eigenschappen van een logisch ontwerp en van de fysische implementatietechnologie. (blz. 30)
- theoretische plaatsing** Plaatsing die gebaseerd is op een beperkte kennis over een ‘gemiddelde’ schakeling, een ‘model’ voor de schakeling. (blz. 67)
- tweede gebied van Rent** Het gebied waar het aantal pinnen niet meer oploopt met het aantal logische blokken volgens de regel van Rent maar veel trager (of zelfs terug afneemt). (blz. 57)

**verbindingencomplexiteit** De mate waarin de verbindingstructuur al dan niet complex is. Een maat hiervoor is de Rent-exponent. (blz. 45)

**vertrekgebied** Gebied in de fysische architectuur van waaruit draden kunnen vertrekken op een bepaald hiërarchieniveau. (blz. 83)

**Y-diagram** Diagram waarin de drie verschillende beschrijvingsdomeinen voor digitaal ontwerp aanschouwelijk voorgesteld worden. (blz. 6)

**zelfgelijkenis** Een invariantie tegenover multiplicatieve schaalveranderingen. (blz. 47)





# Bibliografie

- [AK95] C. J. Alpert en A. B. Kahng. Recent directions in netlist partitioning: A survey. *Integration: the VLSI Journal*, vol. 19 (nrs. 1–2): blzn. 1–81, 1995.
- [Alp] C. Alpert. <http://vlsicad.cs.ucla.edu/cheese/benchmarks.html>.
- [Bak85] R. Bakker. *Kluwer's woordenboek informatica, Nederlands-Engels Engels-Nederlands*. Kluwer Technische Boeken, 1985.
- [BBK89] F. Brglez, D. Bryan en K. Kozminski. ISCAS'89 benchmarks, 1989. Verspreid op magneetband aan deelnemers van de 'Special Session on Sequential Test Generation', Intl. Symposium on Circuits and Systems; gedeeltelijk beschreven in F. Brglez, D. Bryan, K. Kozminski, "Combinational Profiles of Sequential Benchmark Circuits", Proc. IEEE Intl. Symposium on Circuits and Systems, blzn. 1929–1934.
- [BF85] F. Brglez en H. Fujiwara. A neutral netlist of 10 combinational benchmark circuits and a target translator in fortran, 1985. Verspreid op magneetband aan deelnemers van de 'Special Session on ATPG and Fault Simulation', Intl. Symposium on Circuits and Systems; gedeeltelijk beschreven in F. Brglez, P. Pownall, R. Hum, "Accelerated ATPG and Fault Grading via Testability Analysis", Proc. IEEE Intl. Symposium on Circuits and Systems, blzn. 695–698.
- [BL84] S. N. Bhatt en F. T. Leighton. A framework for solving VLSI graph layout problems. *Journal of Computer and System Sciences*, vol. 28: blzn. 300–343, 1984.
- [CBLa] Computer-Aided Design Benchmarking Laboratory. Internet-adres: <http://www.cbl.ncsu.edu/benchmarks/>
- [CBLb] Computer-Aided Design Benchmarking Laboratory. Internet-adres: <http://www.cbl.ncsu.edu/DiscussionGroups/>

- [CC91] J. E. Cotter en P. Christie. The analytical form of the length distribution function of computer interconnections. *IEEE Trans. Circuits & Syst.*, vol. 38: blzn. 317–320, 1991.
- [CCB88] P. Christie, J. E. Cotter en A. M. Barnett. Design and simulation of optically interconnected computer systems. *SPIE Interconnection of High Speed and High Frequency Devices and Systems*, vol. 947: blzn. 19–24, 1988.
- [CD90] P. Christie en B. Dorricott. Scale invariance and the upper limits of interconnection complexity. IEEE, blzn. 192–195, 1990.
- [Chr91] P. Christie. The computer as a fractal interconnection gas. *Udelsee Technisch Rapport*, nummer 91–5–2, blzn. 1–16, 1991.
- [Chr93] P. Christie. A fractal analysis of interconnection complexity. *Proc. of the IEEE*, vol. 81 (nr. 10): blzn. 1492–1499, 1993.
- [CJH94] M. Chrzanowska-Jeske en S.-K. Her. I/O pad assignment for force-directed placement algorithms. *International Journal Electronics*, vol. 77 (nr. 4): blzn. 467–479, 1994.
- [CKM+98] A. E. Caldwell, A. B. Kahng, S. Mantik, I. L. Markov en A. Zelikovsky. On wirelength estimations for row-based placement. In *Proceedings of the 1998 International Symposium on Physical Design*, 1998. Aanvaard voor publicatie.
- [CKR+92] J. Cong, A. B. Kahng, G. Robins, M. Sarrafzadeh en C. K. Wong. Provably good performance-driven global routing. *IEEE Transactions on Computer-aided Design*, vol. 11 (nr. 6): blzn. 739–752, 1992.
- [CRS90] J. P. Cohoon, D. S. Richards en J. S. Salowe. An optimal Steiner tree algorithm for a net whose terminals lie on the perimeter of a rectangle. *IEEE Transactions on Computer-aided Design*, vol. 9 (nr. 4): blzn. 398–407, 1990.
- [CS90] P. Christie en S. B. Styer. A fractal description of computer interconnections. In *Proc. SPIE Intl. Conf. Advances in Interconnection and Packaging*, vol. 1390, blzn. 359–367, 1990.
- [DD96] J. Darnauer en W.W. Dai. A method for generating random circuits and its application to routability measurement. In *Proc. 1996 ACM/SIGDA Intl. Symp. Field Programmable Gate Arrays*, blzn. 66–72, 1996.

- [DDM] J. A. Davis, V. K. De en J. D. Meindl. A stochastic wire length distribution for gigascale integration (GSI) – PART I: Derivation and validation. Georgia Institute of Technology, School of ECE.
- [DM97] H. De Man. Future systems-on-a-chip: Impact on engineering education. Gastspreker op het *10th International Symposium on System Synthesis*, 1997.
- [DNVM<sup>+</sup>94] J. Depreitere, H. Neefs, H. Van Marck, J. Van Campenhout, R. Baets, B. Dhoedt, H. Thienpont en I. Veretennicoff. An optoelectronic 3-D field programmable gate array. In R. W. Hartenstein and M. Z. Servit, uitgevers, *Field-Programmable Logic: Architectures, Synthesis and Applications*, vol. 849 van *Lecture Notes in Computer Science*, blzn. 352–360. Springer-Verlag, 1994.
- [Don68] W. E. Donath. Statistical properties of the placement of a graph. *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 16 (nr. 2): blzn. 376–387, 1968.
- [Don74] W. E. Donath. Equivalence of memory to “random logic”. *IBM J. Research & Development*, vol. 18: blzn. 401–407, 1974.
- [Don79] W. E. Donath. Placement and average interconnection lengths of computer logic. *IEEE Trans. Circuits & Syst.*, vol. CAS-26: blzn. 272–277, 1979.
- [Don81] W. E. Donath. Wire length distribution for placements of computer logic. *IBM J. of Research and Development*, vol. 25: blzn. 152–155, 1981.
- [DVMVC93] J. Depreitere, H. Van Marck en J. Van Campenhout. An opto-electronic demonstrator with enhanced routing, Universiteit Gent, 1993.
- [DVMVC97] J. Depreitere, H. Van Marck en J. Van Campenhout. A quantitative analysis of the benefits of the use of area-I/O pads in FPGAs. *Microprocessors and Microsystems*, vol. 21: blzn. 89–97, 1997.
- [E<sup>+</sup>92] E. M. Sentovich e.a. SIS: A system for sequential circuit analysis. University of California, Berkeley, 1992. Technisch rapport nr. UCB/ERL M92/41.
- [Ede94] R. C. Eden. Capabilities of normal metal electrical interconnections for 3-D MCM electronic packaging. In R. T. Chen en J. A. Neff, uitgevers, *Optoelectronic Interconnects II*, vol. 2153 van *SPIE Proc. series*, blzn. 132–145. SPIE, 1994.

- [EG81] A. El Gamal. Two-dimensional stochastic model for interconnections in master slice integrated circuits. *IEEE Trans. Circuits & Syst.*, vol. CAS-28, (nr. 2): blzn. 81–92, 1981.
- [Fer85] D. K. Ferry. Interconnection lengths and VLSI. *IEEE Circuits and Devices Magazine*, vol. 1: blzn. 39–42, 1985.
- [Feu82] M. Feuer. Connectivity of random logic. *IEEE Trans. on Comput.*, vol. C-31: blzn. 29–33, 1982.
- [GA89] Carol V. Gura en Jacob A. Abraham. Average interconnection length and interconnection distribution based on Rent's rule. In *Proceedings of the 26th Design Automation Conference*, blzn. 574–577, 1989.
- [Gana] J. L. Ganley. Computing optimal rectilinear Steiner trees: A survey and experimental evaluation. Cadence Design Systems, Inc.
- [Ganb] J. L. Ganley. Improved computation of optimal rectilinear Steiner minimal trees. *International Journal of Computational Geometry & Applications*.
- [GB96] D. Ghosh en F. Brglez. Signature-Invariant Circuit Generation for an Equivalence Class of Combinational Benchmarks. Technisch Rapport 96-TR@CBL-04, CBL, CS Dept., NCSU, Box 7550, Raleigh, NC 27695, 1996. Dit rapport is verkrijgbaar als een postscript bestand op het internetadres <http://www.cbl.ncsu.edu/publications>.
- [GH95] G. Geerts en H. Heestermans. *Groot Woordenboek der Nederlandse taal*. Van Dale Lexicografie, twaalfde druk, nieuwe spelling, 1995.
- [Gil65] E. N. Gilbert. Random minimal trees. *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 13: blzn. 376–387, 1965.
- [GJ77] M. Garey en D. S. Johnson. The rectilinear Steiner problem is NP-complete. *SIAM J. Applied Math.*, vol. 32: blzn. 826–834, 1977.
- [GK83] D. Gajski en R. Kuhn. New VLSI tools, guest editor's introduction. *IEEE Computer*, vol. 6 (nr. 12): blzn. 11–14, 1983.
- [GKHB98] D. Ghosh, N. Kapur, J. Harlow III en F. Brglez. Synthesis of wiring signature-invariant equivalence class circuit mutants and

- applications to benchmarking. In *Proceedings of the Design, Automation and Test in Europe Conference*, blzn. 656–663. IEEE Computer Society, 1998.
- [GR80] I. S. Gradshteyn en I. M. Ryzhik. *Table of Integrals, Series, and Products*. Academic Press, 1980. Gecorrigeerde en uitgebreide uitgave.
- [GRSZ94] J. Griffith, G. Robins, J. S. Salowe en T. Zhang. Closing the gap: Near-optimal Steiner trees in polynomial time. *IEEE Transactions on Computer-aided Design of Integrated Circuits and Systems*, vol. 13 (nr. 11): blzn. 1351–1365, 1994.
- [Han66] M. Hanan. On Steiner’s problem with rectilinear distance. *SIAM J. Applied Math.*, vol. 14: blzn. 255–265, 1966.
- [HCC92] T. Hamada, C.-K. Cheng en P. M. Chau. A wire length estimation technique utilizing neighborhood density equations. In *Proc. 29th ACM/IEEE Design Automation Conference*, blzn. 57–61, 1992.
- [Hel81] W. R. Heller. Contrasts in physical design between LSI and VLSI. In *Proceedings of the 18th Design Automation Conference*, blzn. 676–682. IEEE, 1981.
- [HGRC96] M. Hutton, J.P. Grossman, J. Rose en D. Corneil. Characterization and parameterized random generation of digital circuits. In *33rd Design Automation Conference*, blzn. 94–99, 1996.
- [HKKR94] L. Hagen, A. B. Kahng, F. J. Kurdahi en C. Ramachandran. On the intrinsic Rent parameter and spectra-based partitioning methodologies. *IEEE Trans. on Comput.-Aided Des., Integrated Circuits & Syst.*, vol. 13 (nr. 1): blzn. 27–37, 1994.
- [HL95] B. Hendrickson en R. Leland. A multilevel algorithm for partitioning graphs. 1995.
- [HMD77] W. R. Heller, W. F. Mikhail en W. E. Donath. Prediction of wiring space requirements for LSI. In *Proceedings of the 14th Design Automation Conference*, blzn. 32–42, 1977.
- [HRC97] M. Hutton, J. Rose en D. Corneil. Generation of synthetic sequential benchmark circuits. In *ACM/SIGDA International Symposium on Field Programmable Gate Arrays*, blzn. 149–155, 1997.

- [HVW90] J.-M. Ho, G. Vijayan en C. K. Wong. New algorithms for the rectilinear Steiner tree problem. *IEEE Transactions on Computer-aided Design*, vol. 9 (nr. 2): blzn. 185–193, 1990.
- [Hwa76] F. K. Hwang. On Steiner minimal trees with rectilinear distance. *SIAM J Appl Math*, vol. 30: blzn. 105–114, 1976.
- [INL96] Instituut voor Nederlandse Lexicologie. *Woordenlijst Nederlandse taal*. Sdu Uitgevers, Standaard Uitgeverij, zevende oplage, 1996.
- [IT94] A. O. Ivanov en A. A. Tuzhilin. *Minimal Networks: The Steiner Problem and Its Generalizations*. CRC Press, 1994.
- [Joh96] F. M. Johannes. Partitioning of VLSI circuits and systems. In *Proceedings of the 33rd Design Automation Conference*, blzn. 83–87, 1996.
- [Kaw92] Y. Kawahara. Literatuuroverzicht optical computing. Rijksuniversiteit Gent, 1992. LEM Technisch rapport DG 92–08, IUAP 24.
- [Key82] R. W. Keyes. The wire-limited logic chip. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. SC-17: blzn. 1232–1233, 1982.
- [KGV83] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt en M. P. Vecchi. Optimization by simulated annealing. *Science*, vol. 220: blzn. 671–680, 1983.
- [KO90] E. S. Kuh en T. Ohtsuki. Recent advances in VLSI layout. *Proc. of the IEEE*, vol. 78: blzn. 237–263, 1990.
- [Kou90] L. T. Kou. On efficient implementation of an approximation algorithm for the Steiner tree problem. *Acta Informatica*, vol. 27: blzn. 369–380, 1990.
- [KP89] F. J. Kurdahi en A. C. Parker. Techniques for area estimation of VLSI layouts. *IEEE Trans. Comput.-Aided Des., Integrated Circuits & Syst.*, vol. 8: blzn. 81–92, 1989.
- [KR92a] A. B. Kahng en G. Robins. A new class of iterative Steiner tree heuristics with good performance. *IEEE Transactions on Computer-aided Design*, vol. 11 (nr. 7): blzn. 893–902, 1992.
- [KR92b] A. B. Kahng en G. Robins. On performance bounds for a class of rectilinear Steiner tree heuristics in arbitrary dimension. *IEEE Transactions on Computer-aided Design*, vol. 11 (nr. 11): blzn. 1462–1465, 1992.

- [KR93] F. J. Kurdahi en C. Ramachandran. Evaluating layout area tradeoffs for high level applications. *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems*, vol. 1 (nr. 1): blzn. 46–55, 1993.
- [KR95] A. B. Kahng en G. Robins. *On Optimal Interconnections for VLSI*. Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [KYE92] A. V. Krishnamoorthy, G. Yayla en S. C. Esener. A scalable optoelectronic neural system using free-space optical interconnects. *IEEE Transactions on neural networks*, vol. 3 (nr. 3): blzn. 404–413, 1992.
- [Lou91] A. Louri. Three-dimensional optical architecture and data-parallel algorithms for massively parallel computing. *IEEE Micro*, vol. 11 (nr. 2): blzn. 24–27, 1991.
- [LR71] B. S. Landman en R. L. Russo. On a pin versus block relationship for partitions of logic graphs. *IEEE Trans. on Comput.*, vol. C–20: blzn. 1469–1479, 1971.
- [LR86] F. T. Leighton en A. L. Rosenberg. Three-dimensional circuit layouts. *SIAM J. Computing*, vol. 15 (nr. 3): blzn. 793–813, 1986.
- [Man83] Benoit B. Mandelbrot. *The fractal Geometry of Nature*. W.H. Freeman and Company, New York, 1983.
- [Mas92] A. Masaki. Deep-submicron CMOS warms up to high-speed logic. *IEEE Circuits & Devices magazine*, vol. 8 (nr. 6): blzn. 18–24, 1992.
- [MG93] M. Murdocca en V. Gupta. Architectural implications of reconfigurable optical interconnects. *Journal of parallel and distributed computing*, vol. 17: blzn. 200–211, 1993.
- [MP96] E. Macii en M. Poncino. Field programmable gate arrays: The solution to rapid system design, 1996. Tutorial op het *Sixth Great Lakes Symposium on VLSI*.
- [MY87] A. Masaki en M. Yamada. Equations for estimating wire length in various types of 2-D and 3-D system packaging structures. *IEEE Transactions on computers, hybrids, and manufacturing Technology*, vol. CHMT-10 (nr. 2): blzn. 190–198, 1987.
- [Nau95] J. Naudts. Applications of fractal geometry, 1995. Nota's bij de cursus. Universitaire Instelling Antwerpen.



- [OG92] H. M. Ozaktas en J. Goodman. Implications of interconnection theory for optical digital computing. *Applied Optics*, vol. 31: blzn. 5559–5567, 1992.
- [OKD95] S. Y. Ohm, F. J. Kurdahi en N. D. Dutt. A unified methodology for resource requirements for early design space exploration. University of California, Irvine, ICS-ECE Dept., 1995. Technisch rapport #94-11-03.
- [Ott96] J. P. Otttoy. Biometrie en statistiek, 1996. Syllabus bij de Cursus ‘Biometrie en Statistiek’. Universiteit Gent.
- [Oza92] H. M. Ozaktas. Paradigms of connectivity for computer circuits and networks. *Optical Engineering*, vol. 31: blzn. 1563–1567, 1992.
- [Ped97] M. Pedram. Panel: Physical design and synthesis: Merge or die! In *Proceedings of 34th ACM/IEEE Design Automation Conference*, blzn. 238–239, 1997. Panelgesprek op DAC’97.
- [PP89a] M. Pedram en B. Preas. Accurate prediction of physical design characteristics for random logic. In *Proc. 1989 IEEE Intl. Conf. on Computer Design: VLSI in Computers & Processors*, blzn. 100–108, 1989.
- [PP89b] M. Pedram en B. Preas. Interconnection length estimation for optimized standard cell layouts. In *Proc. IEEE Intl. Conf. Comput.-Aided Des. (ICCAD-89)*, blzn. 390–393, 1989.
- [Pro91] K. Ja. Prochorov. *Woordenboek micro-elektronica, Engels, Russisch, Duits, Frans, Nederlands*. Kluwer Technische Boeken B.V., 1991.
- [RK94] C. Ramachandran en F. J. Kurdahi. Combined topological and functionality-based delay estimation using a layout-driven approach for high-level applications. *IEEE Trans. Comput.-Aided Des., Integrated Circuits & Syst.*, vol. 13 (nr. 12): blzn. 1450–1460, 1994.
- [ROW71] R. L. Russo, P. H. Oden en P. K. Wolff. A heuristic procedure for the partitioning and mapping of computer logic graphs. *IEEE Transactions on Computers*, vol. C-20: blzn. 1455–1462, 1971.
- [Rus72] R. L. Russo. On the tradeoff between logic performance and circuit-to-pin ratio for LSI. *IEEE Trans. Comput.*, vol. C-21: blzn. 147–153, 1972.

- [SB80] S. Shni en A. Bhatt. The complexity of design automation problems. In *Proceedings of the 17th Design Automation Conference*, blzn. 402–411. ACM, 1980.
- [SBP95] N. Sherwani, S. Bhingarde en A. Panyam. *Routing in the Third Dimension, From VLSI Chips to MCMs*. IEEE Press Series on Microelectronic Systems. IEEE Press, 1995.
- [Sch90] M. R. Schroeder. *Number Theory in Science and Communication (With Applications in Cryptography, Physics, Digital Information, Computing, and Self-Similarity)*, Tweede verruimde uitgave. Springer Series in Information Sciences. Springer Verlag, 1990.
- [Sec87] C. Sechen. Average interconnection length estimation for random and optimized placements. In *Proc. Intl. Conf. Comput.-Aided Des. (ICCAD-87)*, blzn. 190–193, 1987.
- [She97] N. Sherwani. *Algorithms for VLSI Physical Design Automation*. Kluwer Academic Publishers, Tweede uitgave, 1997.
- [SIA94] SIA Semiconductor Industry Association. The national technology roadmap for semiconductors. 1994.
- [SK97] D. Stroobandt en F. J. Kurdahi. On the characterization of multi-terminal nets in computer systems. Universiteit Gent (Vakgroep ELIS), 1997. ELIS Technisch rapport DG 97-07.
- [SK98] D. Stroobandt en F. J. Kurdahi. On the characterization of multi-point nets in electronic designs. In M. A. Bayoumi en G. Jullien, uitgevers, *Proceedings of the 8th Great Lakes Symposium on VLSI*, blzn. 344–350. IEEE Computer Society Press, 1998.
- [SL94] P. Singh en D. L. Landis. Optimal chip sizing for multi-chip modules. *IEEE Trans. Components, Packaging and Manufacturing Technology – Part B*, vol. 17 (nr. 3): blzn. 369–375, 1994.
- [Sny92] T. L. Snyder. On the exact location of Steiner points in general dimension. *SIAM Journal of Computing*, vol. 21 (nr. 1): blzn. 163–180, 1992.
- [SO72] I. E. Sutherland en D. Oestreicher. How big should a printed circuit board be? *IEEE Trans. on Comput.*, vol. C-22: blzn. 537–542, 1972.

- [SP84] S. Sastry en A. Parker. On the relation between wire length distributions and placement of logic on master slice ICs. In *Proceedings of the 21st Design Automation Conference*, blzn. 710–711, 1984.
- [SP86] S. Sastry en A. C. Parker. Stochastic models for wireability analysis of gate arrays. *IEEE Trans. Comput.-Aided Des., Integrated Circuits & Syst.*, vol. 5: blzn. 52–65, 1986.
- [Str94] D. Stroobandt. Een demonstratiecircuit voor opto-elektronische interconnectie, 1994. Afstudeerwerk, Universiteit Gent.
- [Str96] D. Stroobandt. Improving Donath's technique for estimating the average interconnection length in computer logic. Universiteit Gent (Vakgroep ELIS), 1996. ELIS Technisch rapport DG 96-01.
- [SVC96] D. Stroobandt en J. Van Campenhout. Estimating interconnection lengths in three-dimensional computer systems. In Tsutomu Sasao, uitgever, *Proc. Synthesis and System Integration of Mixed Technologies, SASIMI'96*, blzn. 236–243. S. Insatsu, Osaka, Japan, 1996.
- [SVC97] D. Stroobandt en J. Van Campenhout. Estimating interconnection lengths in three-dimensional computer systems. *IEICE Trans. on Inf. & Syst., Special Issue on Synthesis and Verification of Hardware Design*, vol. E80–D (nr. 10): blzn. 1024–1031, 1997.
- [SVMVC96a] D. Stroobandt, H. Van Marck en J. Van Campenhout. An accurate interconnection length estimation for computer logic. In *Proc. 6th Great Lakes Symp. on VLSI*, blzn. 50–55. IEEE Computer Society Press, 1996.
- [SVMVC96b] D. Stroobandt, H. Van Marck en J. Van Campenhout. On the use of generating polynomials for the representation of interconnection length distributions. In G. Gielen, W. Sansen en P. Wambacq, uitgevers, *Proceedings of the 4th Intl. Workshop on Symbolic Methods and Applications in Circuit Design (SMACD '96)*, blzn. 70–73. Katholieke Universiteit Leuven, 1996.
- [SVMVC96c] D. Stroobandt, H. Van Marck en J. Van Campenhout. On the use of generating polynomials for the representation of interconnection length distributions, poster presentatie. In G. Gielen,

- W. Sansen en P. Wambacq, uitgevers, *Proc. 4th Intl. Workshop on Symbolic Methods and Applications in Circuit Design (SMACD '96)*, blzn. 74–78. Katholieke Universiteit Leuven, 1996.
- [SVMVC97] D. Stroobandt, H. Van Marck en J. Van Campenhout. Estimating logic cell to I/O pad lengths in computer systems. In Tsutomu Sasao, uitgever, *Proc. Workshop on Synthesis and System Integration of Mixed Technologies, SASIMI'97*, blzn. 192–198. S. Insatsu, Osaka, Japan, 1997.
- [TH89] D. Trietsch en F. Hwang. An improved algorithm for Steiner trees, 1989.
- [VC96] J. Van Campenhout. Het ontwerp van digitale systemen, 1996. Syllabus bij de Cursus 'Digitale Componenten en Schakelingen I en II'. Universiteit Gent.
- [Vil2] W. V. Vilkelis. Lead reduction among combinatorial logic circuits. *IBM Journal of Research and Development*, vol. 26: blzn. 342–348, 1982.
- [VL90] C. Val en T. Lemoine. 3-D interconnection for ultra-dense multichip modules. *IEEE Transactions on Components, Hybrids, and Manufacturing Technology*, vol. 13 (nr. 4): blzn. 814–821, 1990.
- [VM92] H. Van Marck. Architecturale modellering van hybride opto-elektronische systemen. Universiteit Gent (Vakgroep ELIS), 1992. Technisch rapport DG 92-12, IUAP 24.
- [VM94] H. Van Marck. Draadlengtedistributies in anisotrope grids. Technisch rapport, Universiteit Gent (Vakgroep ELIS), 1994.
- [VMDSVC98] H. Van Marck, J. Depreitere, D. Stroobandt en J. Van Campenhout. A quantitative study of the benefits of area-I/O in FPGAs. In M. A. Bayoumi en G. Jullien, uitgevers, *Proceedings of the 8th Great Lakes Symposium on VLSI*, blzn. 392–399. IEEE Computer Society Press, 1998.
- [VMDVC98] H. Van Marck, J. Depreitere en J. Van Campenhout. Improving placement using more accurate wire length estimations. Universiteit Gent, 1998. Technisch rapport DG 98-02.

- [VMSVC95a] H. Van Marck, D. Stroobandt en J. Van Campenhout. Interconnection length distributions in 3-dimensional anisotropic systems. In M. H. Hamza, uitgever, *Proc. 13th IASTED Intl. Conf. on APPLIED INFORMATICS*, blzn. 98–101. IASTED-ACTA Press, 1995.
- [VMSVC95b] H. Van Marck, D. Stroobandt en J. Van Campenhout. Towards an extension of Rent's rule for describing local variations in interconnection complexity. In S. Bai, J. Fan en X. Li, uitgevers, *Proc. 4th Intl. Conf. for Young Computer Scientists*, blzn. 136–141. Peking University Press, 1995.
- [VMVC93] H. Van Marck en J. Van Campenhout. Simulated annealing voor plaatsing en routing in chip-ontwerp. Universiteit Gent (LEM), 1993. LEM Technisch rapport DG 93-14.
- [VMVC94a] H. Van Marck en J. Van Campenhout. Driedimensionale optoelektronische architecturen. In *URSI Forum 94*, blzn. 67–70. Université Catholique de Louvain-la-Neuve, 1994.
- [VMVC94b] H. Van Marck en J. Van Campenhout. Modeling and evaluating optoelectronic architectures. In R. T. Chen en J. A. Neff, uitgevers, *Optoelectronics II*, vol. 2153 van *SPIE Proc. Series*, blzn. 307–314, SPIE, 1994.
- [VMVC95a] H. Van Marck en J. Van Campenhout. Interconnectielengte in 3-dimensionale anisotrope architecturen. Universiteit Gent (Vakgroep ELIS), 1995. IUAP-24 Technisch rapport DG 95-06.
- [VMVC95b] H. Van Marck en J. Van Campenhout. Modeling signal delay distribution in optoelectronic architectures. In R. T. Chen en H. S. Hinton, uitgevers, *Optoelectronic Interconnects III*, vol. 2400 van *SPIE Proc. Series*, blzn. 267–276. SPIE, 1995.
- [VMVC97] H. Van Marck en J. Van Campenhout. Three-dimensional optoelectronic architectures for massively parallel processing systems. In J. Goodman, S. Hinton, T. Pinkston en E. Schenfeld, uitgevers, *Proceedings of the Fourth International Conference on Massively Parallel Processing Using Optical Interconnections*, blzn. 178–182. IEEE Computer Society Press, 1997.
- [vS91] Hein van Steenis. *Computer Jargon*. Sybex, 1991.
- [WC91] Y.-C. Wei en C.-K. Cheng. Ratio cut partitioning for hierarchical designs. *IEEE Trans. Comput.-Aided Des., Integrated Circuits & Syst.*, vol. 10 (nr. 7): blzn. 911–921, 1991.

- [XK96] M. Xu en F. J. Kurdahi. Area and timing estimation for lookup table based FPGAs. In *Proc. of ED&TC'96*. IEEE Computer Society Press, 1996.
- [YFA97] M. Yazdani, D. K. Ferry en L. A. Akers. Microprocessor pin predicting, correcting Rent's rule for a more accurate picture of future interconnection pin-out requirements. *IEEE Circuits & Devices*, blzn. 28–31, 1997.



# Index

- aankomstgebied 83, 88, 97-98, 111, 332
- aankomstpunt 83, 88, 97-98, 101
- aansluitpunt 27-28, 39, 60-61, 179-180, 185-187, 196-197, 205-212, 288, 291, 304, 309, 330, 334
- architectuur
  - fysisch 2, 11, 14, 23-25, 33-34, 65-68, 78-80, 144, 169, 227-228, 233-234, 237-239, 265-266, 284, 316, 328
  - driedimensionaal 23-24, 31, 56, 80, 140-145, 148, 167-169, 227, 233, 237, 261, 278
  - opto-elektronisch 23, 24, 25, 168-169, 227-228, 235
- ASIC 4, 26, 331
  
- bezettingskans 100-108, 111, 114-119, 124, 129-133, 136, 145, 148-152, 156-160, 164, 169-170, 221, 232-233, 236-237, 280, 328, 332
- box-counting 49, 55, 332
  
- CAD-programmatuur 14, 18, 21-22, 27-28, 78, 195, 224-226, 332
- CAD 2, 18, 21, 26, 195, 212, 229, 235, 331
- cel 26, 30, 32, 65-69, 80, 90, 127-130, 144, 154, 166, 328, 332
  
- clustermodule 198-200, 308-309, 312-313, 332
- CMOS 12, 13, 331
- combinaties 82-83, 97, 108, 145-146, 152
  - buren 82-84, 88, 96-100, 108, 113, 116, 145-148, 153-154, 157, 215, 236, 272, 275-276, 321-324, 329-332
  - diagonaal 82-84, 88, 96-100, 108-110, 116, 215, 236, 272, 274, 321-324, 329-332
  - kleine-diagonaal 146-148, 154, 157, 268, 276-277, 329-330
  - grote-diagonaal 146-148, 154-155, 277, 329-330
- contacteervalkje 57, 65-66, 127-129, 141, 335
- convolutie 83, 89, 182, 265-266, 280, 294-296
  
- diameter 49-50, 56, 74, 327
- digitaal ontwerp 3, 332
- dimensie 327
  - Euclidisch, topologisch 48, 54, 327
  - Hausdorff 48-49
  - fractaal 3, 47-56, 85, 133, 167, 235, 238, 284-286, 327, 333
- Donath 21, 30-31, 34, 47, 78-79, 82-92, 96-100, 104-125, 144, 148, 172, 177, 213, 215, 218-221, 232



- doorknippen 42-44, 80, 173-177, 235, 250-252, 265, 282-288, 291-296, 328-330
- draad 10, 17, 32, 59, 68, 79, 128, 226, 235, 285, 332
- draadlengte 2, 12-13, 17-20, 23, 29-34, 52-53, 61, 66-69, 73, 78-81, 84-89, 97, 101, 105-116, 120-136, 142-145, 148-167, 172, 189, 195, 213, 215, 218, 221-222, 225-228, 232-234, 237, 256-259, 265, 273-274, 280, 328-332
- schatting 2-3, 15, 19-32, 78, 88, 113, 128, 170, 189, 218, 221, 226, 228, 232-236, 239
- a posteriori 19, 332
- a priori 12, 19-25, 32-34, 96, 226, 229, 232-236, 332
- on line 20, 335
- draadlengtedistributie 29, 34, 73, 79, 89, 92, 100, 132, 145, 213, 226, 235, 266, 327, 328, 333
- genormaliseerd 79, 83, 333
- globaal 90-92, 99-107, 111, 149-151, 157, 221, 232, 274, 278, 333
- lokaal 90-92, 99, 102-108, 111, 114-116, 152, 157, 328-329, 334
- structurele 100-108, 129-131, 145-153, 156, 232, 265, 272-275, 278-330, 336
- duplicatie 42
- elementair blok 31, 45
- empirische methoden 29, 234
- FPGA 13, 26-27, 32, 197, 198, 228, 235, 237, 245
- fractaal 47-50, 284, 333
- dimensie 3, 47-56, 85, 133, 167, 235, 238, 284, 286, 327, 333
- geometrie 47-48
- fractie 176-178, 183-185, 194-195, 201-203, 212-213, 238, 282-288, 291, 305, 309-310, 320, 328, 333
- genererende veelterm 84, 146, 265-269, 272-274, 278, 328, 333
- gesimuleerde uitgloeijing 68, 118, 122, 134, 221, 251, 256-259
- gnl 197-198, 202-212, 229
- graaf 39-40, 55-56, 69-70, 247-252, 330
- bipartite graaf 39, 66, 213, 247
- geconnecteerd 70
- partitionering 247, 333
- opspannende 70
- graafmodel 56
- grondplanontwerp 15-21, 224-226, 233-235, 334
- Hanan-punten 72, 334
- Hausdorff-dimensie 48-49
- Hausdorff-maat 49
- heuristiek 43, 67, 72-73, 224-225, 228-229, 259
- hiërarchieniveau 7-8, 27, 57-64, 80-83, 86, 89, 96-97, 112, 131, 142, 145, 213, 238, 265, 282-283, 286, 316, 327-330
- hyperbolische distributie 295
- kanaal 65-68, 143, 144, 168, 228, 237, 334
- capaciteit 65-68, 144
- densiteit 13, 26, 68, 227, 237
- knoop 328-330

- knoopgraad 41, 334  
knoopgraaddistributie 41, 334  
kostfunctie 248-260
- lay-out 7, 10, 15, 18-19, 29, 67, 128,  
130, 195, 224-228, 233  
lay-outontwikkeling 7, 11-15, 19, 21,  
224, 239, 334  
    automatisch 21, 226-227  
lengte 79  
LSI 3, 331  
logisch blok 39-42, 327-330, 334  
lokaliteit  
    in hiërarchie 57, 61, 64  
    in ruimte 61-64
- maasnetwerk 53-55, 142  
Manhattan-rooster 65-66, 71, 78-  
83, 89, 101-102, 128, 143-  
144, 164, 213, 258, 261, 266,  
274, 278, 334  
Manhattan-ruimte 52  
MCM 27, 140, 235, 331  
meerpuntsnet 3, 31, 34, 40, 69, 73-  
74, 82, 88-89, 126-127, 130,  
134, 145, 164, 172-173, 179,  
188, 194-197, 213-215, 218,  
221-222, 228, 233-238, 259,  
309, 321, 329, 334  
metriek 48, 66, 110  
metrische ruimte 48, 330  
MIPS 4, 331  
module 15, 31, 42-45, 63, 173, 180-  
181, 198, 202-205, 327-330,  
334  
MRST 71-74  
MSI 3, 331  
MST 70  
multi-chipmodule 15, 23, 27, 228
- net 3, 27, 38-42, 173, 327-330, 334  
    intern 31, 39, 130, 134, 174-  
180, 198, 201-203, 235, 282,  
292, 327-330, 334  
    extern 31, 34, 39, 42, 45, 88,  
127-133, 174-180, 198, 232,  
235, 251, 260-261, 282, 288,  
291-292, 297, 304, 327-330,  
333  
    doorknippen 42-44, 80, 173-177,  
235, 250-252, 265, 282-288,  
291-296  
    generatieproces 179, 334  
netgraad 3, 28-30, 40-41, 164, 172-  
173, 178-189, 193, 197, 201,  
208, 211-213, 216, 238, 242,  
261, 283, 293-298, 302-305,  
327, 329, 334  
netgraaddistributie 41, 172-173, 178-  
185, 201-203, 206, 209, 216,  
235-238, 293-294, 308-310,  
313, 327-330, 334  
    genormaliseerd 41, 294, 333  
netgraadgenererende veelterm 178-  
182, 186, 297, 301-302, 330,  
334  
netlijst 27-30, 173, 196, 242, 335  
NMOS 12-13, 331  
NP-compleet 67, 71-72, 224, 228,  
247, 256-259
- omsluitend kader 71, 74, 260, 335  
ontwerp  
    computer-ondersteund 2, 18, 21,  
136, 224, 242  
opspannende boom 30, 70, 73, 329  
    rechthoekig 336  
    rechthoekig 70-73

- parenlengte 69, 73-74, 213-217, 221, 259, 321-323, 329, 335
- Pareto-Lévy-distributie 89
- partitionering 15, 18, 42-47, 54-56, 79-80, 121, 173-175, 179, 195-196, 208, 212-214, 228, 233, 247-253, 264, 283-286, 291, 295, 309, 327-330, 335
- volgens Rent 44, 54
- graaf 333
- hiërarchisch 2, 15, 43, 80, 144, 173, 264
- partitioneerproces 15, 43, 44, 81, 145, 173-174, 179-180, 203, 213, 264, 282, 291-295
- pijlers 11-14, 33-34
- pin 31, 39-40, 43-46, 57-60, 81, 88, 128-129, 133-134, 141-142, 145, 172-176, 180-181, 199, 208, 214, 251, 264-265, 293, 297, 317, 328, 330, 335
- pinlimitatie 27, 57, 59, 140, 142, 238, 335
- plaatsing 15-20, 31-34, 52, 66-68, 78-81, 88-89, 97, 128, 137, 144, 195-196, 214, 221, 224-228, 233-235, 247, 256-261, 335
- hiërarchisch 2, 79, 86, 144, 236
- optimaal 2, 18, 33-34, 44, 52, 67, 81, 86-89, 96-101, 105-106, 116-118, 136, 149, 154-159, 227-228, 232, 236, 256, 335
- praktisch 67, 335
- theoretisch 336
- procedurale methoden 29, 30-32, 234
- programmeerbaar poortenrooster 23-26
- RAM 45, 331
- ratiocut 43-46, 56, 60, 134, 188, 203-204, 207-208, 247-252, 286, 289-290
- recursieniveau 264
- referentieschakeling 3, 28, 61, 195-206, 228-229, 235-236, 239, 242, 245, 316, 319-320, 336
- synthetisch 3, 28, 195-199, 202-208, 211-212, 228-229, 235, 239, 245, 316, 319-320
- Rent 21, 31, 44-45, 173-175, 251, 264
- derde gebied 3, 60, 61, 235, 253, 283, 288, 294, 316, 332
- gedrag 45, 57-61, 197, 203-210, 283, 317-318, 336
- regel van 3, 28, 31, 31, 45-47, 52, 55-64, 78-81, 97, 107, 111, 118, 145, 154, 157, 197, 200-208, 212-213, 228, 235-238, 252, 283-284, 291, 294, 308-309, 312, 316, 318, 336
- tweede gebied 46, 57-61, 64, 177-178, 201-205, 209, 209, 212, 238, 253, 288, 291-292, 305, 316, 336
- Rent-exponent 3, 28, 31, 45-46, 52-56, 59-64, 85, 89, 92, 101, 107, 112-113, 118, 122-126, 132-133, 141-142, 152, 159, 167, 183, 188, 197, 202, 208, 212-213, 220, 235, 238, 247, 252-255, 264, 318, 330, 336
- incrementele Rent-exponent 61
- lokaal 3, 63, 64, 235, 238
- stuksgewijs lineair 317-320
- rmc 197, 205-212
- routeerbaarheid 13, 19, 26, 32, 128
- routing 17-21, 24-27, 68-69, 127, 195-196, 224, 228, 233, 237, 336

- schakeling 2-3, 11-14, 27-35, 38-47,  
52-61, 64-66, 78-82, 85-86,  
97, 101, 107, 124-128, 133,  
142-144, 154-156, 167, 173-  
175, 185-187, 194, 225, 228,  
232-238, 282-288, 294, 327-  
330, 333-336
- schalingsgedrag 47, 52, 85, 89, 92,  
107, 111-112, 116, 133, 136,  
156, 208, 294-295
- schatting
- draadlengte 2-3, 15, 19-32, 78,  
88, 113, 128, 170, 189, 218,  
221, 226-228, 232-236, 239
  - kanaaldensiteit 13, 26, 227, 237
  - looptijd 7, 12, 17-22, 32, 42,  
89, 225, 237
  - oppervlakte-inname 13-19, 26,  
32, 196, 224-225, 237
  - routeerbaarheid 237
  - vermogensdissipatie 13, 19, 26,  
32, 128, 224-228, 237
- SSI 3, 331
- Steiner-boom 69-73, 259, 329, 336
- rechthoekig 335
  - minimaal 71-72, 331, 336
- Steiner-lengte 69-74, 134, 214-217,  
222, 226, 259-261, 336
- Steiner-probleem 69
- Steiner-punt 70-72, 330
- tak 330
- theoretische methoden 30-33, 233-  
237
- theoretische plaatsing 67
- topologisch 13, 237
- ULSI 4, 331
- verbinding
- extern 31, 34, 42, 88, 127-133,  
174-180, 198, 232, 235, 251,  
260-261, 282, 288, 291-292,  
297, 304
  - intern 31, 130, 134, 174-180,  
198, 201, 203, 235, 282, 292
  - complexiteit 2-3, 28, 31, 44-  
47, 52-64, 78, 97, 101, 107,  
111-112, 129-130, 143, 152,  
156, 197, 200, 283, 288, 294,  
317, 337
- vertrekgebied 83, 86-88, 97-98, 111,  
337
- vertrekpunt 83, 86-88, 97-98, 101,  
107
- VLSI 2-4, 8-9, 21, 45, 73, 140, 331
- Y-diagram 6-11, 15, 33, 38, 45, 65-  
66, 239, 337
- zelfgelijkenis 47-48, 52, 90, 107, 131,  
133, 176, 264, 283-284, 337