Universidade do Minho
Instituto de Educação

Domingos Dias

Estudo etnomatemático sobre o grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* do Sudoeste de Angola. Aplicações à Educação Matemática

outubro de 2015

Estudo etnomatemático sobre o grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* do Sudoeste de Angola. Aplicações à Educação Matemática
Domingos Dias

UMinho|2015

Universidade do Minho
Instituto de Educação

Domingos Dias

Estudo etnomatemático sobre o grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* do Sudoeste de Angola. Aplicações à Educação Matemática

Tese de Doutoramento em Ciências da Educação
Especialidade em Educação Matemática

Trabalho efetuado sob a orientação do
Professor Doutor Pedro Manuel Baptista Palhares
e da
Professora Doutora Maria Cecília Rosas Pereira Peixoto da Costa

outubro de 2015

DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE

Declaro ter atuado com integridade na elaboração da presente tese. Confirmo que em todo o trabalho conducente à sua elaboração não recorri à prática de plágio ou a qualquer forma de falsificação de resultados.

Mais declaro que tomei conhecimento integral do Código de Conduta Ética da Universidade do Minho.

Universidade do Minho, 27 de Outubro de 2015

Nome completo: Domingos Dias

Assinatura:

Dedicatória

Este trabalho dedico aos meus amados Pais e aos meus dignos Orientadores, a vossa aposta catapultou-me nos céus nunca sonhados!

Domingos Dias

AGRADECIMENTOS

A efetivação deste trabalho aconteceu graças à conjugação de várias forças harmónicas. Para o reconhecimento destas forças vou exprimir, no mínimo, com palavras o incomensurável que sinto no fundo do coração e difícil de verbalizar. Mui grato:

- a Deus omnipotente pela vida e oportunidade proporcionadas;
- ao Professor Doutor Pedro Palhares pela sapiência na orientação, apoios e contributos prestados;
- à Professora Doutora Cecília Costa pela orientação magnífica, apoios e contributos concedidos;
- à família Palhares (Professor Doutor Palhares, Professora Doutora Dina, João e Diogo) pelo carinho, convívio e alojamento na sua própria residência a custo zero;
- ao Professor Doutor Leonel Vieira pela contribuição dada;
- às Professoras das turmas dos participantes portugueses pelo tempo, apoio e contribuições concedidas para o trabalho de investigação;
- aos alunos dos cursos de licenciatura e de mestrado portugueses por aceitarem participar no trabalho de investigação;
- aos cinco Professores angolanos de alunos da comunidade *Nyaneka-nkhumbi* pela contribuição no trabalho de investigação;
- ao Subdiretor, Mestre Joaquim Tavares e ao Técnico Adelino Jamba ambos da Escola do II ciclo do Ensino Secundário do *Xangongo* (Angola) pelo apoio prestado;
- à Professora Doutora Cristina Parente e à Professora Doutora Alexandra Gomes pelo apoio prestado;
- ao Doutor António Castro e Esposa, Dr. Nuno e Drª. Isabel, Drª. Ana e Dr. Rui pelo apoio e acompanhamento concedidos;
- ao Governo Angolano pela oportunidade de estudo concedida;
- à Direção e técnicos da Universidade do Minho pela prestação de serviços;
- aos colegas de doutoramento, em particular ao Mestre Pedro da Silva pela companhia e partilha;
- aos meus queridos irmãos Joaquim e Mateus e outra família pelo apoio concedido;
- às minhas queridas irmãs Ana, Marta, Carmona e Edmé e esposos pelo afeto e carinho;
- à minha amada esposa (Madalena) e filhos (Âlgines, Âlginas, Bêlginas, Bélgines, Cêlsia, Deôginas, Célsio, Arlindo, Fidalga, Aniluza, Marlina, Jamba, Ezequiel, Armando, Ndahalaombili e Betinho) pelo carinho e amor;
- aos meus amados pais (Longuti e Vatateka) pelo incentivo, encorajamento e apoio concedidos;

- a todos os que de algum modo contribuíram para a consecução deste trabalho.

RESUMO

A etnomatemática e a educação matemática constituem as grandes temáticas deste trabalho. É uma resposta à diversidade cultural, em prol de maior equidade na aprendizagem de uma matemática com significado. Para a conexão dicotómica destas temáticas e com base nos conhecimentos endógenos do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* do sudoeste de Angola, buscamos e mostramos os conhecimentos matemáticos em artefactos deste grupo, a partir dos quais construímos tarefas direcionadas a alunos do 1.º ciclo do ensino básico. Construiu-se uma primeira versão das tarefas, a qual foi primeiro sujeita a uma revisão crítica por um professor português de larga experiência profissional nesta matéria. Seguiu- -se a revisão crítica de um grupo de professores primários angolanos com experiência na lecionação a alunos desta comunidade (participantes no estudo – grupo PNN). A versão final das tarefas foi aplicada no contexto de formação em duas turmas de futuros professores portugueses do 1.º ciclo do ensino básico, alunos de cursos de licenciatura (grupo A) e de mestrado (grupo B) de duas universidades portuguesas, no sentido de se verificar a sua adequabilidade e relevância didática. Recolhemos e analisamos as produções e comentários dos participantes. Para uma análise alargada dos dados elaborou-se um inquérito por questionário fundamentado nos comentários do grupo PNN o qual foi aplicado aos grupos A e B após as sessões.

Os objetivos deste estudo constituíram-se: i) na análise e reconstrução de elementos matemáticos na tradição do povo *Nyaneka-nkhumbi* do sudoeste de Angola; ii) na construção de tarefas para a educação matemática que usem a tradição do povo *Nyaneka-nkhumbi* como contexto cultural integrador. De modo particular, visa averiguar o impacto das tarefas aplicadas: se são significativas no contexto do 1.º ciclo do ensino básico da comunidade *Nyaneka-nkhumbi* de Angola e, não só, também no contexto português onde se regista um número considerável de emigrantes africanos e de todo o mundo. Este trabalho está alicerçado na linha de investigação de D'Ambrósio, Gerdes, Palhares e tantos outros. Parece-nos uma área de investigação nova e rica de conhecimentos matemáticos/geométricos inéditos, que propicia materiais didáticos com potencial para serem utilizados em diversas partes do mundo. A análise das produções, comentários e resposta ao inquérito por parte dos participantes produziram resultados positivos.

Esperamos que com este estudo estejamos a contribuir para uma educação contextualizada e uma valorização de culturas no campo da ciência quer a nível local, quer a nível global. Estaremos, também, a promover e a estimular o gosto pela matemática a qual é temida por muitos em certos lugares e a elevar o nível da matemática para o sucesso escolar.

ABSTRACT

Ethnomathematics and mathematics education are the major themes of this work. It is a response to cultural diversity, to promote greater equity in learning a meaningful math. For a dichotomous connection of these issues and based on the indigenous knowledge of the ethnic group *Nyaneka-nkhumbi* from the southwest of Angola, we searched for and present here the mathematical knowledge in artifacts of this group, from which we built tasks aimed to students of the 1st cycle of basic education. We built a first version of the tasks, which was first subjected to a critical review by a Portuguese professor of extensive professional experience in this field. There followed a critical review of a group of Angolan primary teachers with experience in teaching the students of this community (participants in the study - PNN group). The final version of the tasks has been applied to two groups of future Portuguese teachers of the 1st cycle of basic education, students of licenciate degree course (group A) and master's degree course (group B) of two Portuguese universities, in order to check the suitability and didactic relevance of teaching. We collected and analyze the productions and comments from participants. For an extensive analysis of the data we elaborated a questionnaire based on PNN Group comments which was applied to groups A and B after the sessions. The goals of this study were constituted by: i) the analysis and reconstruction of mathematical elements in the tradition of the *Nyaneka-nkhumbi* people of the southwest of Angola; ii) the construction of tasks for mathematics education that use the *Nyaneka-nkhumbi* people's tradition as an integrating cultural context. In particular, it aims to assess the impact of the tasks applied: if they are significant in the context of the 1st cycle of basic education of the *Nyaneka-nkhumbi* community of Angola and not only, also in the Portuguese context where there is a considerable number of African migrants, and throughout the world. This work is grounded in D'Ambrósio research line, Gerdes, Palhares and many others. It seems to us a new field of research rich of new mathematical geometry knowledge, which provides teaching materials with potential for use in various parts of the world. The analysis of the production, comments and survey responses from the participants produced positive results.

We hope that with this study we are contributing to a contextualized education and an appreciation of cultures in science, both locally or globally. We will also be promoting and encouraging students to appreciate mathematics, which is feared by many in some places and to raise the level of mathematics for school success.

ÍNDICE

FIGURAS

QUADROS

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Com este capítulo pretende-se espelhar os tópicos essenciais que constituem este trabalho. Têm a ver com aspetos relacionados com a pertinência do estudo, objetivos e questões de investigação, *design* do estudo, metodologia adotada, estrutura organizacional e explicitação de alguns termos principais frequentes no trabalho.

1.1 - Pertinência do estudo

A matemática hoje é uma fonte de conhecimentos recursiva em todas as áreas do saber. Requer uma aprendizagem bem alicerçada desde os conteúdos concetuais básicos aos mais complexos. No entanto, é notória a dificuldade na apreensão dos conteúdos matemáticos, criando antipatia em alguns alunos, e mesmo em alguns professores (De Deus, Xavier, Teixeira & Sá, 2006; Gerdes 2014a).

Uma das razões para que isto aconteça é a falta de ligação à realidade daquilo que é ensinado, o que nos levou a pensar na exploração dos saberes e saberes-fazer culturais matemáticos, pelo potencial que a etnomatemática tem para a educação matemática (Gerdes, 1993a, 1993b). A aplicação destes na educação matemática através, por exemplo, da construção de tarefas (Ponte, 2005), quer para o contexto de formação de professor, quer no contexto de sala de aula poderá ajudar a cultivar o gosto pela matemática, muitas vezes tida como 'bicho-de-sete-cabeças' e, consequentemente, subir o nível de sucesso nesta disciplina.

Também o recurso a saberes e saberes-fazer matemáticos em sala de aula envolve, quase que naturalmente, a manipulação de objetos/artefactos que se constituem como materiais didáticos manipuláveis e que são considerados pelos professores como uma mais-valia, em particular, na aprendizagem de crianças do 1.º ciclo do ensino básico (Botas & Moreira, 2013).

Hoje é evidente a multiculturalidade em muitos países e, em particular, em Portugal, país onde se desenvolve este estudo, com um número de emigrantes de vários pontos do mundo com destaque para os do continente africano no qual está inserido o grupo étnico foco do estudo. Esta caraterística retoma a preocupação de Paulo Abrantes e colegas ao desenvolver o projeto

"Matemática para Todos – investigações em sala de aula" (Abrantes, Ferreira & Oliveira, 1996), agora reforçando o aspeto da inclusão, tendo em conta a origem e cultura dos alunos.

Entretanto, ao pensar-se incorporar os saberes e saberes-fazer de uma cultura nos currículos de matemática, poder-se-á perceber o renascimento das antigas práticas "congeladas" de um povo, a valorização cultural de uma nação, para que se sinta parte deste universo e a divulgação das práticas culturais seja vista e possa contribuir para vários campos da ciência, tal como aconteceu com a matemática, produto da contribuição de vários saberes e saberes-fazer de muitas culturas.

Ao "descongelar" esses saberes e saberes-fazer compila-se um corpo de conhecimento que pode servir de ponto de partida "para a invenção de novos conhecimentos" (Gerdes, 1993a) matemáticos, criando ciência nova (Gerdes, 1993a; 2012c).

Com este trabalho, continuaremos o estudo iniciado no âmbito da elaboração da tese de Mestrado, intitulada "Ensaio etnomatemático sobre o grupo *Nyaneka-nkhumbi* do sudoeste de Angola" (Dias, 2011) e aprofundamos o mesmo tema com maior incidência na aplicação à educação matemática. Note-se que apesar de existirem estudos etnográficos sobre o grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* (Estermann, 1960, 1970), são poucas as obras desenvolvidas no âmbito da etnomatemática com os grupos étnicos de Angola, em particular com os *Nyaneka-nkhumbi*, povos com saberes e saberes-fazer culturais riquíssimos em conhecimentos matemáticos. Parece-nos uma área de investigação nova e rica de conhecimentos matemáticos inéditos, que propicia materiais didáticos com potencial para serem utilizados em diversas partes do mundo.

1.2 - Objetivos e questões do estudo

Neste estudo pretendemos identificar, conhecer, explorar e valorizar os conhecimentos de matemática do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* do sudoeste de Angola envolvidos em artefactos (objetos, armadilhas, etc.), em casas típicas do grupo e em jogos praticados pelos *Nyaneka-nkhumbi*, "descongelá-los" e propô-los para um contexto de sala de aula do 1.º ciclo do ensino básico (em Angola, ensino primário).

As questões de investigação que orientam a nossa investigação são as duas seguintes:

(i) Que elementos (etno)matemáticos podemos identificar em artefactos e atividades próprias do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* ?

(ii) Existirão tarefas criadas no contexto cultural *Nyaneka-nkhumbi* que sejam adequadas a situações de sala de aula de outros contextos culturais?

De um modo geral, constituem objetivos do nosso estudo prodecer à:

1- Análise e reconstrução de elementos matemáticos da tradição do povo *Nyaneka-nkhumbi*.
2- Construção de tarefas para a educação matemática que usem a tradição do povo *Nyaneka-nkhumbi* como contexto cultural integrador.
3- Testagem destas tarefas junto de professores e futuros professores no sentido de verificar a sua adequabilidade em situação de sala de aula do 1.º ciclo do ensino básico.

Esperamos que com este estudo estejamos a contribuir para uma educação contextualizada e uma valorização de culturas no campo da ciência quer a nível local, quer a nível global. Estaremos, também, a promover e a estimular o gosto pela matemática que é temida por muitos, e a elevar o seu nível de sucesso escolar.

1.3 - *Design* do estudo

No sentido de dar cumprimento aos objetivos a que nos propusemos e dar resposta às questões de investigação formuladas, delineamos o seguinte *design* para o estudo a desenvolver.

Trata-se de um estudo misto, embora com preponderância da metodologia qualitativa, esta seguindo o paradigma interpretativo (Cohen, Manion & Morrison, 2007).

Podemos dizer que o estudo de investigação a que nos propusemos é constituído por dois subestudos, I e II, sendo o I indispensável à realização do II.

No estudo I, procedemos a uma investigação etnomatemática junto do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* do sudoeste de Angola para identificação de artefactos e atividades imbuídas de saberes e saberes-fazer matemáticos. Para tal efetuamos a recolha de dados no local.

A análise destes dados permitiu a consecução do primeiro objetivo definido para esta investigação e, proporcionou uma informação indispensável à fase seguinte da investigação, já inserida no subestudo II no âmbito da educação matemática (em contexto) – a criação das tarefas no contexto dos *Nyaneka-nkhumbi* como contexto cultural integrador.

Como pode ser abordada a matemática escolar tendo em conta esses conhecimentos matemáticos "escondidos" nos artefactos dos *Nyaneka-nkhumbi* ? Seguindo Gerdes (2014a) sugerimos a criação de tarefas inspiradas nos artefactos dos *Nyaneka-nkhumbi* (Dias, Costa & Palhares, 2013; 2015 e Dias, Palhares & Costa, 2015) para o nível do 1.º ciclo do ensino básico. A criação de tarefas, a conciliação de currículos e a gestão de aula nas sociedades multiculturais têm sido discutidas por vários autores como D'Ambrósio (2014); Gerdes (2014a); Moreira (2008); Knijnik, Wanderer & Oliveira (2004); Banks (1989), Zaslavsky (1999) e tantos outros. Estas reflexões pressupõem uma criatividade e adaptação do professor dependendo de contexto para contexto.

As tarefas elaboradas foram melhoradas/ajustadas primeiramente pela revisão crítica de um professor experiente do ensino básico e, depois por um grupo de professores primários angolanos com experiência na lecionação a alunos deste grupo étnico. Todos esses comentários, sugestões e críticas foram vertidos na versão final das tarefas. Deste modo, cumprimos o segundo objetivo da investigação.

Em seguida essas tarefas foram resolvidas e comentadas, em várias sessões de trabalho, por dois grupos de alunos do ensino superior português, ambos futuros professores do ensino básico: um grupo de licenciatura de uma Universidade I e outro de mestrado de uma Universidade II. A recolha de dados foi efetuada através das produções dos participantes, dos seus comentários (escritos) e da resposta a um inquérito por questionário.

Esta implementação das tarefas e subsequente análise dos dados recolhidos nestas sessões levou-nos a atingir o terceiro e último objetivo da investigação.

Assim, recorremos a um estudo etnográfico cuja unidade de estudo é o grupo étnico *Nyaneka--nkhumbi* (Cohen et al., 2007) no que diz respeito ao subestudo I e a um estudo misto, no que respeita à metodologia usada no subestudo II. Aí recorremos a uma investigação do tipo *design-based*, que incluiu entrevistas, análise de respostas a tarefas e um inquérito por questionário. Esquematizamos na figura 1 o *design* deste estudo.

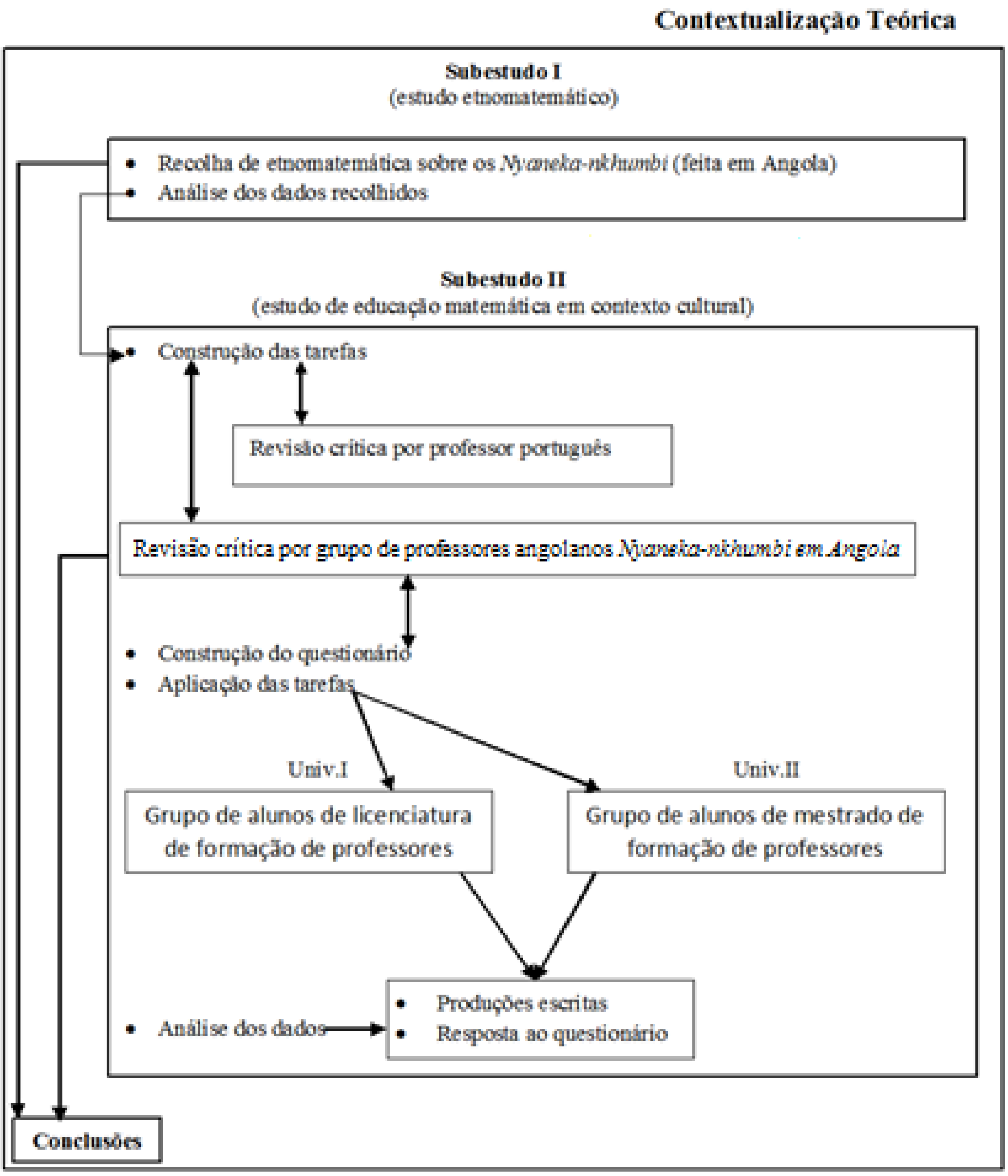


Figura 1 - Esquema do *design* do estudo

1.4 - Estrutura do estudo

Este trabalho está estruturado em dez capítulos, que mencionamos em seguida.

Este **primeiro capítulo** é a introdução geral do estudo.

No **segundo capítulo** abordamos a revisão da literatura do estudo sobre a etnomatemática de uma forma geral, referindo-nos ao surgimento e conceito da etnomatemática. Abordamos temáticas sobre artefactos e práticas culturais de vários povos do mundo, em particular, da África. Para a contextualização da etnomatemática, por escolha apresentamos em primeiro lugar um breve historial sobre África. Refira-se que fizemos a súmula de África em termos geográfico e demográfico para situarmos territorialmente este estudo. Fizemos menção a alguns aspetos históricos de África e, como consequência, aos fatores que afetaram negativa ou positivamente o mesmo continente no que concerne ao desenvolvimento da matemática enquanto ciência e como disciplina do processo de ensino e de aprendizagem.

No **terceiro capítulo** sobre educação matemática, este assunto foi abordado numa perspetiva multicultural. Tratamos da fundamentação teórica sobre os estudos etnomatemáticos feitos no âmbito multicultural na educação matemática nas sociedades multiculturais. Lembre-se que a perspetiva deste estudo quanto à extensão territorial e cultural não se limita meramente ao arcabouço angolano ou africano, mas pode ser extensiva para várias sociedades multiculturais, por exemplo em Portugal bem como noutros países.

No **quarto capítulo** sobre metodologia da investigação começamos por descrever o grupo alvo deste estudo (*Nyaneka-nkhumbi*), ao que se segue uma breve revisão sobre investigação em educação, a explicitação da opção metodológica tomada, a caraterização dos participantes, a descrição do modo de construção e implementação das tarefas, bem como dos processos de recolha e análise dos dados.

No **quinto capítulo** apresentamos os resultados do estudo etnomatemático sobre o grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*. Os resultados obtidos foram recolhidos com base nos temas sobre enfeites de missangas das mulheres, cestos das mulheres, jogos praticados pelos *Nyaneka-nkhumbi* e sistema de numeração que inclui a contagem gestual numérica.

O **sexto capítulo** é dedicado às tarefas que foram construídas, enunciando-as, indicando os tópicos matemáticos envolvidos e as finalidades e objetivos subjacentes à sua criação, bem como apresentando possíveis resoluções para as mesmas. Os dados recolhidos foram tratados e analisados para indagar da veracidade das tarefas sugeridas, se podem ou não ser significativas para o contexto angolano e português e não só. Pretende-se também saber qual o impacto que este estudo pode trazer à arena local ou global.

No **sétimo capítulo** apresenta-se a análise das reações às tarefas por professores dos alunos do 1.º ciclo do ensino básico (primário) da comunidade *Nyaneka-nkhumbi*.

No **oitavo capítulo** apresenta-se a análise dos dados resultantes das produções dos participantes ao realizarem as tarefas.

No **nono capítulo** é apresentada a análise dos dados resultantes das respostas ao inquérito por questionário sobre tarefas.

No **décimo capítulo** são apresentadas as conclusões do estudo realizado, procurando-se responder de forma fundamentada às questões de investigação. A base da conclusão tem eco nos objetivos preconizados no estudo, portanto, numa visão micro ou macro sobre o estudo.

Finalmente apresentamos as referências bibliográficas e anexos.

Pensamos assim que este estudo etnomatemático do grupo *Nyaneka-nkhumbi* valeu por si só ao revalorizar a cultura em si, mas também contribuirá gradualmente para a biblioteca dos conhecimentos matemáticos universais.

Com a secção a seguir, pretendemos destacar alguns conceitos que fazem parte deste trabalho que importa referir.

1.5 - Conceitos principais

Nesta secção pretende-se explicitar alguns conceitos tratados neste trabalho para evitar o mal-entendido naquilo que pretendemos.

Na linha de Gerdes (1991,2012c), que por sua vez segue a proposta de D'Ambrósio (2001) **Etnomatemática** é decifrada em três palavras: ETNO é hoje aceite como algo muito amplo, referente ao contexto cultural, e portanto inclui considerações como linguagem, jargão, códigos de comportamento, mitos e símbolos. MATEMA é uma raiz difícil, que vai na direção de explicar, de conhecer, de entender. E TICA vem de *techné*, que é a mesma raiz de arte e de técnica.

Matemática "escondida" ou "congelada" (Gerdes, 1982, 1985 in Gerdes 1991): a "matemática indígena" como algo existente, embora, provavelmente, a maioria dos conhecimentos matemáticos dos povos outrora colonizados se tenham perdido, pode-se reconstruir ou "descongelar" o pensamento matemático que se encontra "escondido" ou "congelado" em técnicas antigas.

Matemática "QUC" esta expressão foi usada por Bill Barton (2008, p. 8) e significa matemática "quase universal, convencional". Barton para explicar este conceito afirmou que "Ensinámo-la [a

Matemática “QUC”] às crianças como se as assunções nas quais a matemática - QUC assenta fossem comuns a todas as mentes. Mas não são”.

Conhecimentos matemáticos entendidos como os saberes produzidos por grupos socioculturais como parte das atividades de medir, contar, classificar, desenhar, calcular, comparar, enumerar, quantificar, inferir, etc., (Bishop, 1999; D'Ambrósio, 2001a).

Prática cultural é um saber-fazer de grupos socioculturais inseridos num contexto.

Casas de pau-a-pique são casas tradicionais construídas geralmente de paus, colmo, capim e cordas de cascas de árvores.

No capítulo a seguir pretendemos fazer uma resenha sobre a abordagem histórica da etnomatemática e o desenvolvimento da matemática em África. Pensamos ser conveniente para se ter uma pequena cosmovisão sobre o assunto.

CAPÍTULO II

ETNOMATEMÁTICA

Neste capítulo fazemos uma síntese bibliográfica sobre a etnomatemática no contexto geral e no contexto particular de África.

2.1 - Breve historial sobre a África e a etnomatemática

África é um continente com cerca de 30 463 792 km², equivalentes a 20,4% da área terrestre do planeta, com 54 países e 9 territórios. Ocupa 6% da superfície do planeta terra (figura 2) e 14% da população humana mundial correspondente a 1111milhões[1] de habitantes (em 2013).
É tratada como o berço da humanidade por muitos historiadores e autores de várias obras como Jarman (1974). Recentemente, estudos feitos no oeste do lago Turkana (Quénia) por Sonia Harmand[2] (s/d), da Universidade de Stony Brook, nos Estados Unidos, revelam a existência de um outro género de hominídeo, talvez uma forma de australopiteco mais antiga, que já tinha capacidades cognitivas e motoras necessárias à produção de ferramentas. Tais vestígios continuam a testemunhar África como berço da humanidade.

Figura[3] **2** - África no centro do planeta Terra

[1] Fonte: www.google.pt/search?q=numero+da+população+africana&ei=m0Z_Vdr4F4aqsgHF7KuwAw (acedido a 15.06.2015, 22h50)
[2] Fonte: http://www.jn.pt/PaginaInicial/Mundo/Interior.aspx?content_id=4579244, acedido a 20.05.2015, pelas 23h29
[3]Fonte:http://pt.wikipedia.org/wiki/Lista_de_pa%C3%ADses_e_territ%C3%B3rios_da_%C3%81frica#mediaviewer/File:LocationAfrica.png acedido a 06.11.2014, 17h26

A comunidade africana desde sempre matematizou no processo das suas atividades produtivas, desportivas, práticas de ritos, hábitos, costumes e outros (Gerdes, 2007a; D'Ambrósio, 1985).

Se observarmos as pirâmides, a divisão de terras no Egipto, os tributos aos reis, a numeração na Grécia, a cestaria em Moçambique, os enfeites da mulher, os cestos e desenhos na areia em Angola e tantos outros ainda não "descongelados" (Gerdes, 1991, 1997), eles provam-nos a existência de uma prática matemática há milhares de anos em África, o que coincide com práticas matemáticas de outros povos do mundo como da Colômbia, do México, do Brasil, de Portugal entre outros.

África teve a má sorte de ser um continente que sofreu com muita intensidade o genocídio humano (por exemplo o tráfico de escravos) (Gerdes, 2007a), jamais visto em algum outro continente. Isto trouxe consequências graves ontem, hoje e amanhã, quer para os africanos, quer para a ciência de origem africana.

Sobre o desenvolvimento da matemática pura nos últimos cinco séculos, Zaslavsky (1999) enumera duas razões para o atraso e subdesenvolvimento da matemática em África: problemas de localização geográfica e destruição das sociedades africanas devido a invasões, guerras e tráfico de escravos.

Ao longo da prevalência da escravidão havia a proibição dos escravos frequentarem a escola. Isso aconteceu também na América. Além disso, como Zaslavsky (1999) afirmou, não lhes era permitido aprender a ler, escrever e contar mesmo que fosse por outros meios.

Para além das razões apontadas, existiram outras que inibiram o desenvolvimento da matemática pura nas sociedades africanas. Depois da abolição do tráfico de escravos, registou-se ainda, em vários pontos de África, a inibição de crianças e adultos africanos progredirem para os estudos acima do nível do ensino primário. Mesmo assim, o acesso ao ensino primário era limitado. Historicamente foi uma decadência e recuo do desenvolvimento de conhecimentos ou saberes e saberes-fazer matemáticos dos africanos (Zaslavsky, 1999).

Apesar de África ter regredido séculos, muitos dos seus filhos ali, na diáspora e tantos outros, mesmo não sendo africanos, mas solidários com estes, levantaram-se para juntos "descongelarem" os conhecimentos "congelados", ainda que muitos dos quais com pouca possibilidade de serem recuperados (Gerdes, 2007a).

Por exemplo, a Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM)[4] tem realizado ações de cooperação com a Comunidade dos Países de Língua Portuguesa (CPLP) no que toca à promoção de ações que visem elevar os níveis de qualidade na disciplina de matemática. O objetivo não é só atingir os portugueses na diáspora, mas também uma forma de disseminar e partilhar os conhecimentos matemáticos (Gerdes, 2007a) junto dos povos indígenas, fortalecer e estimular o ensino da matemática, contribuindo assim para a melhoria da qualidade do ensino da mesma e para o desenvolvimento científico da comunidade. As Olimpíadas de Matemática, criadas em 2011, tendem a detetar jovens talentos e incentivar a troca de experiências entre os jovens dos oito países da CPLP. As Olimpíadas do Saber, de Matemática, são um projeto do Ministério da Educação de Portugal com o objetivo de promover o gosto dos estudantes pela disciplina, considerada por alguns alunos bastante difícil e, por outros, quase inacessível. Neste aspeto, Monteiro, Costa e Costa (2004) estendem as dificuldades aos professores ao afirmarem que " (...) os professores revelam muitas falhas de conhecimento matemático mesmo em conteúdos dos currículos dos alunos" (p. 179).

Hoje, apesar da África se apresentar na última fila de desenvolvimento no contexto das nações, existem vários focos onde houve contributos valiosos para o desenvolvimento da atual matemática "QUC" (D'Ambrósio, 2001). Partilhando a mesma ideia Zaslavsky (1999) afirmou:

> "Both in the Hellenistic and in the medieval Islamic eras, Egypt was a center of the development of formal mathematics a gathering place for mathematicians, scientists and philosophers of many ethnic backgrounds, writing in Greek in the earlier period and in arabic at the later time" (p. 291).

A África tal como no passado tem sem dúvida um potencial que pode engrossar a matemática universal mesmo nesta era, embora se note um atraso resultante da repressão e imposição brutal da colonização (Gerdes, 2007a).

Autores como Gerdes, Palhares, D'Ambrósio e outros da mesma linha de pensamento partilham a ideia de primeiro, "descongelar" a matemática "escondida", quer dizer, é preciso identificá-la e desmistificá-la para ser vista e ser conhecida, depois poderá ser usada para o contexto de sala de aula. O processo pode levar longo tempo, mas chegará a altura em que vai ter forma. Muitos países têm dado passos largos nesta área do estudo da etnomatemática, é o caso do Brasil, de

[4] http://spm.pt/files/outros/cplp2014_ida%282%29.pdf acedido a 22.05.2015, pelas 04h15

Portugal, de Moçambique, e de tantos outros países do Norte de África. Estes podem disseminar as suas experiências para os países que se encontram na fase embrionária do estudo da etnomatemática. Muitos países podem levar muito tempo para acreditar e implementar mudanças no processo de ensino educativo no que concerne à etnomatemática. Olhando a marcha imparável da etnomatemática acabarão por cair na mesma onda. Uma das influências negativas para a valorização da etnomatemática são os preconceitos da colonização herdados. Tal que é evidente ainda a desvalorização da matemática praticada fora da escola.

A experiência do autor deste trabalho na educação do *Kunene* (Angola), como formador nacional do programa de introdução da educação à literacia na área das línguas nacionais de Angola (Dias, 2011), permite afirmar que na fase de experimentação do programa, foram selecionadas turmas da 1.ª classe do ensino básico de forma aleatória e constatou-se que certos pais e encarregados de educação reagiram negativamente ao programa, não queriam que os seus educandos aprendessem a língua nacional, apesar da maioria dos progenitores daquelas crianças serem da língua que pretendíamos experimentar e incorporar no processo do ensino educativo formal. Foi difícil de implementar, mas conseguimos avançar. O programa continua, agora na fase de avaliação. O exemplo relatado serve apenas para ressaltar que por vezes não é fácil rebuscar e integrar os conhecimentos matemáticos culturais informais no ensino formal.

A multiculturalidade é um facto inegável e como tal é preciso tomar-se novos rumos adaptados às novas realidades. As sociedades hoje, quer queiramos, quer não, são multiculturais (Palhares, 2008a), não importa a nação que for, direta ou indiretamente, sofrerá desta compenetração intercultural e multicultural e, como várias culturas, sofreram e vão sofrendo a menos que se isolem.

Apesar de hoje, existirem ainda pessoas preconceituosas como o relato acima, já não há uma força superpotente capaz de travar a marcha da etnomatemática. Acreditamos que esta conquistará o seu espaço perdido há milhares de anos. A sua existência contribuirá mais uma vez para a matemática universal que é resultado da contribuição de saberes e saberes-fazer de diversas culturas como a maia, a grega, a chinesa, a índia e tantas outras que preformaram a matemática, até tomar a forma que hoje tem.

Os estudos realizados sobre a numeração, a geometria e a contagem em vários pontos de África em mais ou menos 51 grupos linguísticos conforme é indicado por Zaslavsky (1999), mostram que há mais a fazer na investigação da cultura africana, não só para as culturas locais, mas também para todo o mundo onde os africanos interferem na conjuntura das sociedades multiculturais.

Se se pretender alcançar uma educação para todos, temos que olhar mais longe do que já está feito acerca do estudo da etnomatemática, é algo a caminhar. Quando um dia os alunos olharem a matemática como parte da sua cultura, estarão mais cativados na aprendizagem da matemática, na aquisição dos saberes que outrora desconheciam ou conheciam, mas achavam esquisitos, algo diferente das suas vivências (Gerdes, 2014a).

2.2 - Etnomatemática. Surgimento e conceito

O retornar à matemática utilizada pelos povos africanos – etnomatemática – "descongelando-a", valorizando-a e aplicando-a à educação matemática dos mais jovens pode contribuir para inverter a situação atual do insucesso da matemática.

As ideias do surgimento da etnomatemática já se manifestaram muito cedo, quando se abordava a questão da universalidade e unicidade da matemática. Essa questão foi referida pelo historiador Oswald Spengler (1918, citado por Knijnik, Wanderer e Oliveira, 2004, p. 40) ao afirmar que "não há uma escultura, uma pintura, uma matemática, uma física, mas muitas, cada uma diferente das outras na sua mais profunda essência, cada qual limitada em duração e auto-suficiente"[5].

A etnomatemática "gerada" por D'Ambrósio, Professor brasileiro, surgiu por volta das décadas de 70 e 80 do século XX (Gerdes, 1991), e no início, os pioneiros defensores da etnomatemática visaram negar os preconceitos racistas e (neo)coloniais. Por exemplo, a ideia inicial da etnomatemática ser confinada meramente ao estudo da matemática dos povos indígenas. Mais tarde surgiram vários movimentos de professores, didáticos da matemática em vários lugares do mundo com visões diferentes para definir etnomatemática. Até hoje tais movimentos continuam a ser desenvolvidos com linhas de investigação ligeiramente diferentes.

Ferreira (2004) referiu que "Desde o fim do século XIX os etnógrafos se utilizavam do termo Etnociência (Esturtevante, 1964) e outros conceitos com ele relacionados como etnolinguística,

[5] Oswald Spengler: The Decline of the West. Volume I: Form and actuality, trans, Charles Francis Atkinson (orig.ed.1918), Alfred A. Knopf Publisher, New York, 1926; p.21.

Etnobotânica, Etnozoologia, Etnoastronomia, etc., com concepções bem diferentes da que hoje utilizamos para a Etnomatemática" (p.70).

Atualmente, a etnomatemática ganhou outros estádios, conforme diz D'Ambrósio (2001a)

> "(...) Etnomatemática não é apenas o estudo de "matemáticas das diversas etnias".[...] A disciplina denominada Matemática é, na verdade, uma Etnomatemática que se originou e se desenvolveu na Europa, tendo recebido importantes contribuições das civilizações do Oriente e da África, e que chegou a forma atual nos séculos XVI e XVII. [...] Hoje, essa matemática adquire um caráter de universalidade, sobretudo devido ao predomínio da ciência e tecnologia modernas, que foram desenvolvidas a partir do século XVII na Europa" (p. 10).

Ubiratan D'Ambrósio no seu livro "Etnomatemática. Elo entre tradições e modernidade" defende que a "Etnomatemática é hoje considerada uma sub-área da História da Matemática e da Educação Matemática, com uma relação muito natural com a Antropologia e as Ciências da Cognição. É evidente a dimensão política da Etnomatemática." (p. 9). Também Moreira (2008) considera a etnomatemática como uma área de ligação da Matemática com a Antropologia. Gerdes (2007a) na mesma linha afirma que a etnomatemática estuda os saberes e saberes-fazer matemáticos adquiridos e desenvolvidos na atividade prática, pelos comerciantes ambulantes, pelos praticantes de ofícios de arte, pelos desportistas ou pelos profissionais. A etnomatemática mostra que todas as culturas humanas de todos os povos de diversos grupos sociais e culturais sabem matematizar, e a sua manifestação pode ser identificada em todo o lado.

A etnomatemática tem um princípio de abordagem inclusiva, à medida que absorve todas as práticas do ser humano. Focaliza-se uma etnomatemática embebida de ética voltada para a recuperação da dignidade cultural do ser humano. Hoje a etnomatemática é tida como objeto de estudo de investigadores matemáticos de vários lugares do mundo. Apesar de ser uma área do conhecimento com vários aderentes, a sua aplicação tem mais impacto ou recetividade no seio de um determinado grupo, classe, etnia, apropriados em colaboração com profissionais destas mesmas classes ou grupos sociais. Ferreira (2004) afirmou que os tais profissionais são considerados detentores privilegiados dos seus conhecimentos étnicos. Por exemplo, no trabalho feito no seio dos índios (Ferreira, 2004), os professores desta etnia foram considerados apropriados para a investigação da etnomatemática no seu próprio grupo étnico. Entre vários motivos, aponta-se o facto de conhecerem e viverem as suas realidades, de deterem o conhecimento dos valores culturais importantes da sua etnia e não só. Eles são capazes de fazer uma leitura mais profunda da sua realidade, pelo que podem servir de intermediários entre a matemática praticada na sua cultura e a matemática convencional.

Na disputa entre a etnomatemática e a matemática, Walkerdine (2004, referido por Knijnik, 2004), afirmou que a matemática baseia-se, inicialmente no concreto e, depois, no abstrato. A etnomatemática é concebida a partir de práticas culturais, das realidades concretas de cada povo, enquanto a matemática surge destas contribuições culturais até evoluir e chegar ao estádio de desenvolvimento atual.

Na tentativa de relacionar a matemática na qualidade de ciência revestida de conceitos originários de contextos culturais, Rotman (1993) considera a matemática como escrita e pensamento que têm de ser compreendidos como co-criativos e mutuamente generativos dos conceitos matemáticos. A disputa entre a etnomatemática e a matemática é comparada à conquista de posições das línguas. Bill Barton (2008) afirmou que "assim como há uma hegemonia nas línguas no mundo também há um domínio da matemática que se tornou o que eu chamo de matemática "quase universal, convencional" (ou matemática QUC)" (p. 8). Em termos comparativos entre a etnomatemática e a matemática ainda existem níveis de desenvolvimento abismais. Dominar a matemática é considerado como ser racional. A matemática apresenta-se como um deus mais sábio, mais milagroso e mais poderoso que as divindades tradicionais e outras tradições culturais. Estas ideias são defendidas por D'Ambrósio (2004).

A hegemonia da matemática é reconhecida pelos avanços significativos que tem dado, não só por estar em toda a parte, mas também pelo facto de todas as experiências poderem ser analisadas de forma lógico-matemática. Isto não quer dizer que põem de lado os valores das outras matemáticas, pois, é nessas outras matemáticas que a matemática de hoje se frutificou. Sob o ponto de vista de Fernández (2004) as outras matemáticas diferentes da matemática ensinada e aprendida nas escolas de hoje, estão mais ou menos avançadas, ou julgamos que em certo lugar podemos encontrar "rastos", "embriões" ou "intuições" de certas operações ou conceitos matemáticos. Abordar etnomatemática sem abordar pontos de vista de muitos autores sobre a matemática que todos nós usamos hoje, seria isolar a etnomatemática, que tanto vem beneficiando das técnicas da matemática no processo do seu "descongelamento". Por vezes a matemática, a chamada “matemática burguesa” por Fernández (2004), é entendida como um desenvolvimento de uma série de formalismos caraterísticos da maneira peculiar que tem certa tribo de origem europeia de entender o mundo, mas na verdade, a sua origem é uma associação de vários saberes culturais de vários povos do mundo.

Tal como a matemática indiana “nasceu ali” também a dos *Nyaneka-nkhumbi* como a de outros povos do mundo, “nasceu ali”, num certo momento e num certo espaço onde vêm habitando pessoas com uma maneira específica de ser, saber e fazer. Referimo-nos particularmente à maneira de raciocinar, contar, desenhar, medir e fazer cálculos.

Na disputa de várias matemáticas considera-se que a estranheza entre culturas é natural. Quando lidamos com uma coisa nova que não faz parte do nosso dia-a-dia, consideramo-la esquisita, mas importa observar e retirar o que nos interessa. Sobre o mesmo pensamento, Fernández (2004) afirmou que “as matemáticas que nasceram ali são realmente estranhas, mas mais estranho ainda é que tenham chegado a impor-se como a vara de medir qualquer outra matemática, tão indígena e ingênua como essa” (p. 132).

Para uma convivência sadia das sociedades importa velar pelas várias matemáticas que certas comunidades apresentam no sentido de se encontrar um reajuste de conteúdos. O facto da matemática se envolver na comunidade escolar onde se juntam várias culturas com práticas e costumes diferentes, importa perceber as realidades de cada escola na conjuntura da comunidade ali presente para buscar um equilíbrio emocional e não só. Nesta ótica os conteúdos temáticos a abordar podem encontrar permeabilidade na mente dos alunos de grupos minoritários (Gerdes, 2014a). Esta ideia foi também defendida por Martin (1988) quando dizia que os conhecimentos matemáticos são moldados por influências culturais.

Nessa conjuntura de ideias sobre a etnomatemática e a matemática concordamos com a ideia de Duarte (2004) ao afirmar que existe a necessidade da instituição escolar passar por um processo de reestruturação, isto é, precisa de informalizar o formal. Nesta ordem de reforma deste processo são sugeridas ideias de que a escola oficial precisa de aprender com os processos educacionais informais, e incluir no seu quotidiano aspetos da educação informal, como por exemplo, investigar os problemas do dia-a-dia dentro e fora da sala de aula, para discutir e refletir as possíveis soluções.

A etnomatemática pode servir de recurso pedagógico para se incutirem conceitos matemáticos nos alunos. Com base na experiência de professores, tais conceitos podem ser ensinados de uma maneira, quando possível, com exemplos da realidade dos alunos.

Na mesma linha de pensamento, Freire (2014) considera "a escola como um todo e não só, a sala de aula é um espaço mágico de transformação e crescimento especialmente quando nos damos conta de que alunos são seres em desenvolvimento" (p. 104).

O ensino da matemática não consiste meramente na aprendizagem de técnicas e fórmulas, abrange também a parte emocional do aluno. Partilhamos as ideias de Freire (2014) ao afirmar que "alegria não chega apenas no encontro do achado, mas faz parte do processo da busca. E ensinar e aprender não pode dar-se fora da procura, fora da boniteza e da alegria" (p. 24).

Numa educação para todos (UNESCO, 1993; Chassot, 2003) defende-se que no ensino da matemática é recomendável incluir nos currículos componentes que estejam orientadas na busca de aspetos sociais e pessoais dos alunos. É nesta busca que se vão desvendar vários conhecimentos matemáticos praticados pelos alunos dentro de uma sociedade, grupo, etnia, classe ou grupo de profissionais.

Os estudos etnomatemáticos desenvolvidos em África, não são os únicos. Vários estudos foram realizados em diversos países. Referindo apenas alguns, em Portugal, Palhares (2008a) colige uma série de estudos etnomatemáticos na lusofonia, tanto em Portugal, como em Moçambique e no Brasil; D'Ambrósio (2001a) no seu livro intitulado "Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade" lança as bases para a universalidade do programa etnomatemática; para além de várias obras sobre a etnomatemática que se vêm multiplicando na literatura internacional juntam–se mais artigos publicados em congressos internacionais por Dias, Costa e Palhares (2013, 2015) e Dias, Palhares e Costa (2015) com maior incidência na apresentação de ideias matemáticas construídas de artefactos do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* e focalizadas em tarefas no contexto de formação.

Note-se que apesar de existirem estudos etnográficos sobre o grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* (Estermann, 1960, 1970), são poucas as obras desenvolvidas no âmbito da etnomatemática com os grupos étnicos de Angola, em particular com os *Nyaneka-nkhumbi* (Dias & Costa, 2011).

A nossa perspetiva tende não só a averiguar se as tarefas apresentadas são significativas no ensino da matemática, mas também a valorizar, explorar e expandir os saberes matemáticos do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*, incorporá-los no ensino formal angolano e para o contexto de outras nações. O nosso estudo etnomatemático sobre o grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* do sudoeste de Angola alimenta-nos esperanças tal como Palhares (2008a) afirmou que:

> "(...) as ideias e as práticas iniciais nas culturas que precederam a sociedade ocidental cresceram, através dos séculos até se tornarem hoje o magnífico campo de matemática – QUC que todos usamos, amamos e valorizamos. Essas novas ideias, conceitos e processos podem vir a contribuir para nova matemática que enriqueça o nosso campo" (p. 8).

A perspetiva do estudo da etnomatemática mostra-se com mais interesse, motivação e empenho por parte dos investigadores e estudantes de matemática em geral (Wenger, 1998).

Emergir a etnomatemática no contexto de sala de aula, é justamente permissível devido ao facto de, antes e fora da escola, quase todas as crianças do mundo se tornarem "matematizadas", isto é, desenvolverem a capacidade para usar números e quantidades, a capacidade de qualificar e quantificar e alguns padrões de inferências (D'Ambrósio, 1985).

Hoje, os *Nyaneka-nkhumbi* residem por todo o mundo (Dias, 2011). A criação de tarefas focalizadas em artefactos *Nyaneka-nkhumbi*, visa fortalecer aquilo que as Nações Unidas e vários autores partilham e defendem, o ensino para todos. Não é só um "nosso" *Nyaneka-nkhumbi* que se envaidece quando vir aquilo que é dele a ser expandido e a ser revivido (Gerdes, 2014a), mas acontece com a maioria. Abre-se parentesis, para partilhar um facto. Em 2013 quando o Professor Doutor Palhares apresentava o artigo intitulado "*Ethnomatematics of the southwestern Angola Nyaneka-nkhumbi ethnic group and its application to mathematics education"* numa conferência internacional realizada em Itália, um amigo do autor do Namibe (Angola) ligou-lhe, na altura, para reportar que um amigo dele angolano que estava na mesma conferência se sentiu orgulhoso por ver a sua cultura angolana a ser divulgada numa perspetiva etnomatemática.

Zaslavsky (1999) confirmou que "the [game of chance] are similar to our games of dice and coin-tossing." (p. 113). Esse "é nosso" tem um sentimento muito forte. Quando um colega brasileiro conversando com o autor deste trabalho, dizia que esse é nosso, independentemente das diferenças territoriais, continentais, diferenças humanas, o autor deste trabalho sentiu-se muito bem e ficou mais motivado por estar ao lado do colega.

Nestas linhas enfatizaríamos “o nosso” que os alunos possuem e trazem das suas vivências, saberes e saberes-fazer adquiridos no ambiente fora da escola. Daquilo que os alunos gostam, o facto de ser deles, pode ser aproveitado para o contexto de sala de aula.

Ao ter-se em conta aquilo que os alunos trazem, aquilo que é deles, valoriza-os e sentem-se cada vez mais motivados para enfrentar os desafios da matemática (Benítez, 2014). Sobre esta ideia, D'Ambrósio (2001) afirmou que tal como a matemática do grupo dominante lhe serve, é útil e não há como ignorá-la, o conhecimento etnomatemático do grupo/comunidade tem certamente muito valor, pois serve-lhe, é eficiente e adequada para muitas coisas, próprias daquela cultura, daquele etno, e não há por que substituí-la.

Assim como o mundo é uma coloração de coisas e seres, também a matemática se constitui de colorações de saberes, embora de facto, transpareçam cores mais vivas e evasivas e outras frias e fuscas. Embora se contrastem, formam uma beleza e um bem-estar da sociedade.

Com base nas abordagens de vários autores a que nos referimos anteriormente, defendemos que é preciso enquadrar a criança nos conceitos matemáticos básicos a partir de coisas concretas e tangíveis para que possa desenvolver a sua capacidade cognitiva, para abstrair os conhecimentos matemáticos sem estranheza e não só. Precisa em primeiro lugar, da sua aprendizagem estar envolvida na realidade com a qual está impregnada. Quanto mais for diferenciada esta realidade mais capacidade de abstração a criança pode ter.

As crianças têm o hábito de imitarem aquilo que os seus pais fazem, se são comerciantes elas experimentam fazer aquilo que os pais praticam nas transações comerciais. As crianças cujos pais são comerciantes podem adquirir a arte de comprar e de vender.

Se as crianças aprendem basicamente as transações comerciais com o hábito do dia-a-dia na companhia da família (Zaslavsky, 1999), acreditamos que elas podem aprender matemática universal através do potencial que trazem do seu ambiente quotidiano. Sendo um importante componente da etnomatemática possibilitar uma visão crítica da realidade, utilizar instrumentos de natureza matemática vai permitir fazer um elo de ligação entre os conhecimentos adquiridos no quotidiano das compras para ensinar matemática. Tal prática pode revelar uma verdadeira etnomatemática do comércio.

Tem sido preocupação de alguns investigadores perceber como fazer isso.

Quanto a esta questão Zaslavsky (1999) afirmou que o ensino da matemática também poderia ser feito de várias modalidades formal e informal na sala de aula e fora dela, assumindo várias adaptações dessas modalidades. Não pretendemos dar uma fórmula taxativa para o professor seguir, mas queremos acreditar na capacidade criativa dos profissionais educadores ao lidarem com situações variadíssimas no âmbito da multiculturalidade entre turmas, o que acontece um pouco por todo o lado.

Supomos que a diversidade cultural nos coloca à disposição conhecimentos culturais praticados em diferentes áreas da sociedade. A diversidade cultural não é só vista na comunidade da educação, é também vista na economia, na gastronomia, nas empresas, na tecnologia, no desporto, na saúde, na educação, etc., é na diversidade multicultural onde a matemática pode ser enriquecida.

Estudos realizados por Zaslavsky (1999), Gerdes (2007a, 2008b, 2014a), Palhares (2008b) apontam para uma diversidade da educação matemática no geral e uma diversidade em educação matemática em particular.

Hoje o que é chamado popularmente numerais arábicos são de origem dos numerais hindu, maia, chineses e gregos e são ensinados e aprendidos em muitas escolas do mundo. Muitos de nós conseguimos aprende-los. A matemática não é de uma única cultura, à medida que o tempo vai passando, vão surgindo outros conhecimentos matemáticos que anteriormente estavam "congelados" em artefactos ou práticas culturais (Gerdes, 2012c).

2.3 - Artefactos

Os estudos realizados sobre artefactos no início dos anos 70 revelam que os mesmos se envolvem de conhecimentos matemáticos. O fragmento do perónio de babuíno encontrado nas escavações efetuadas em Border Cave, nas montanhas de Libombo, situadas entre a África do Sul e a Suazilândia, é um osso com 7,7 cm de comprimento. Apresenta 29 entalhes e é semelhante aos bastões que compõem o calendário utilizado ainda nos dias de hoje por tribos de Bosquímanos (Namíbia) (Costa, 2000), por esta razão é considerado como um artefacto matemático.

O arqueológo Peter Beaumont referido por Costa (2000) afirmou que os entalhes do osso descoberto em África poderão ter sido gravados 35000 anos antes da era cristã, portanto, 5000 anos antes da marcação dos 57 entalhes no osso de lobo encontrado em 1937 na Checoslováquia.

No quadro dos artefactos, em 1950, foi descoberto um artefacto chamado osso de *Ishango*, nas margens do lago Edward (Zaire), datado pelo método de carbono, de cerca de 20000 anos antes da era Cristã (Katz, 1993). Este artefacto revela conhecimentos matemáticos desde longos anos. Assim em algumas civilizações o registo numérico antecedeu a escrita (Bogoshi, Naidoo & Webb, 1988).

As investigações feitas por Heinzelin referido por Costa (2000) revelam que as marcas gravadas no osso de *Ishango* representam um jogo numérico ou o registo de uma sequência em numeração decimal. Além do mais, Marshack, um dos descobridores deste osso (Costa, 2000), admitiu que as marcações feitas no osso, provavelmente, representariam a contagem entre duas luas cheias, entre duas luas novas ou entre um quarto crescente e uma lua cheia, método esse adotado para contar as fases da lua. Este registo reforça a "ideia de que os povos primitivos, ao recorrer a representações numéricas elementares para registar fenómenos astronómicos fizeram avançar a matemática lado a lado com a astronomia" (Costa, 2000, p. 197).

O osso de *Ishango* possibilita uma leitura baseada na contagem dos golpes gravados em cada uma das três colunas. Estes conhecimentos matemáticos levam a supor que o osso pertenceu a civilizações que utilizavam um sistema de numeração decimal, conheciam a tabuada dos dois e os números primos: segundo Costa (2000) as três colunas do osso de *Ishango* descrevem: na primeira coluna figuram os números primos existentes entre 10 e 20; na segunda estão evidentes, lado a lado, os números 3, 4 e 5 e os respetivos dobros, e ainda 5 e 7, e na terceira aparecem sucessores e antecessores de 10 e de 20.

A evidência de manifestações de conhecimentos matemáticos no artefacto "osso de *Ishango*" levaram os arqueólogos, antropólogos ou os etnomatemáticos a interpretarem as técnicas e formas envolvidas nos artefactos para o campo da matemática.

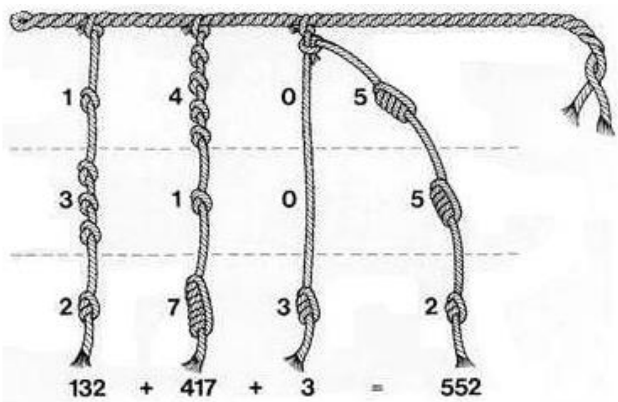
Os registos revelam que uma das interpretações relevante nesta descoberta diz respeito a pormenores dos golpes gravados no osso de *Ishango.* Notam-se em duas das três colunas a soma dos entalhes igual a 60 enquanto que na outra a soma é igual a 48. Tais somas levaram a sugerir a comparação com o ciclo lunar (Costa, 2000).

A África, neste caso, para além de ter sido considerada berço da humanidade (Bogoshi et al., 1988) terá sido nela que o homem terá começado a pensar matematicamente muito antes do tempo em que os faraós egípcios revelaram conhecimentos matemáticos na construção de mausoléus e na divisão de terras.

No passado como no presente, nota-se o interesse dos investigadores pelas práticas culturais dos povos de todo o mundo, com o intuito de saber em primeiro lugar, o mundo físico das coisas, segundo, o mundo mental e cultural e em terceiro, o mundo das memórias produzidas pelo homem, incluindo problemas, teorias e cultura (Palhares, 2010). Nesta circunstância, vários autores como Popper e Eccles (1990, referidos em Palhares, 2010) proporcionaram um debate à volta dos artefactos. Na linha de Eccles é necessário e importante desvendar o pensamento matemático envolvido nos artefactos. Estermann (1960, p. 206) referiu-se à notável criatividade das mulheres *Nyaneka-nkhumbi* do seguinte modo: "(...) sobre manifestações artísticas, não podem deixar no olvido os penteados femininos, tão variados como caprichosos, aos quais tem incontestavelmente de reconhecer-se certo cunho artístico". Este autor ao referir-se às manifestações artísticas supõe-se que se referia à beleza do trançado do cabelo que apresentava enfeites entrecruzados, constituindo conhecimentos matemáticos "congelados" (Gerdes, 1991, 1997).

Os artefactos ao nível do mundo constituem património da humanidade. Para tal urge a necessidade de investigar os saberes e saberes-fazer envolvidos neles, pois, muitos deles estão extintos e outros em fase de extinção.

No mundo foram estudados vários artefactos, por exemplo, no sul da América incluindo Perú e outras partes dos Estados como Equador, Bolívia, Chile e Argentina viveram os incas, donos do artefacto chamado *quipu* (figura 3) o qual foi estudado por Ascher e Ascher (1991, referidos em Palhares, 2010).



Figura[6] 3 – *Quipu*

[6] https://www.google.pt/search?q=quipu&espv=2&biw=1366&bih=633&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0CAYQ_AUoAWoVChMIu7_InvbxwIVxDgUCh2fKQxj#imgrc=dhrVdsb0auwOdM%3A, acedido a 17.09.2015, pelas 21h39

Quipu envolve conceitos de números semelhantes a cálculos aritméticos, razão e proporções usados pelos profissionais clássicos atuais.

O outro artefacto é o quadro de jogo denominado *konane* (figura 4).

Figura[7] 4 - *Konane*

Este jogo é praticado no Hawaii (Estados Unidos da América). Foi estudado por Santos e Silva (2008, referidos em Palhares, 2010). A prática de *konane* envolve raciocínio que implica capacidades matemáticas.

Em África foram estudados diversos artefactos por vários autores, por exemplo, Gerdes (2012b) estudou os desenhos na areia praticados pelos *Cokwe* do nordeste de Angola como se pode ver na figura 5.

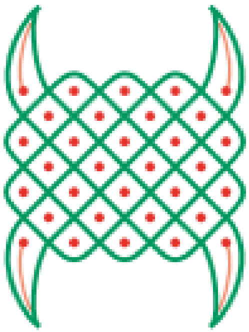


Figura 5 - Sona de cabeça de búfalo (Gerdes, 2012b, p. 29)

[7] https://www.google.pt/search?q=konane&espv=2&biw=1366&bih=677&tbm=isch&imgil=LH8zf6n7IyCU2M%253A%253BbOuq1JsLXycDEM%253Bhttp%25253A%25252F%25252Fwww.iggamecenter.com%25252Finfo%25252Fpt%25252Fkonane.html&source=iu&pft=m&fir=LH8zf6n7IyCU2M%253A%252CbOuq1JsLXycDEM%252C_&usg=__fft_GjDIrYGAfoCzRenhPiU2oSk%3D&ved=0CDoQyjdqFQoTCM2h79_u_scCFcq2HgodspQI-g&ei=yRz7VY2ZB8rterKpotAP#imgrc=Ay7SNYQqD99b7M%3A&usg=__fft_GjDIrYGAfoCzRenhPiU2oSk%3D, acedido aos 17.09.2015, pelas 21h06

Estes artefactos estão envolvidos de conhecimentos matemáticos/geométricos interessantes para o ensino da matemática.

Os cestos (figura 6) fabricados em Moçambique são, entre vários artefactos estudados por Gerdes (2007b, 2012a), exemplo disso.

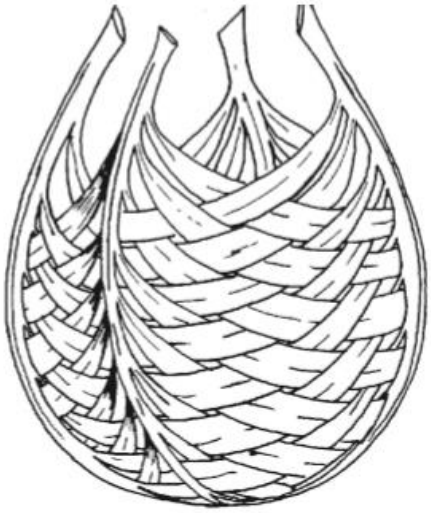


Figura 6 - Cesto para transporte de peixe (Gerdes, 2012a, p. 34)

Segundo este autor o estudo deste cesto permite despertar o pensamento geométrico.

Os cestos têm uma larga aplicação no transporte de mercadorias, nas armadilhas como as de pesca, sapatos para a neve, esteiras etc. O que terão por trás de todos estes? (Gerdes, 2011b). O mesmo autor tomou como ponto de partida padrões culturais de um grupo cultural diferenciado. Desvendou a forma geométrica de um prisma nos trançados da armadilha de pesca "muzua" (figura 7).

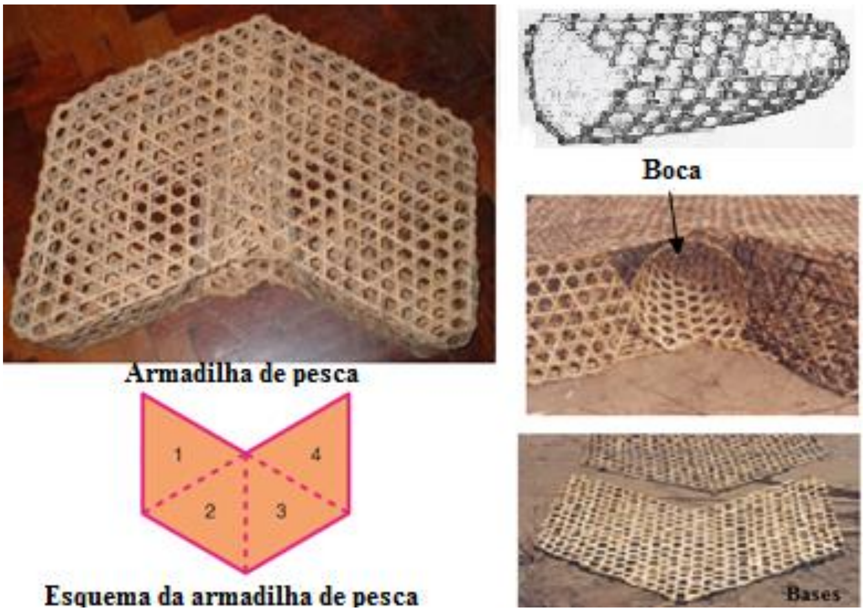


Figura 7 - Armadilha de pesca (Gerdes, 2011b)

A base superior e a inferior são compostas por quatro triângulos equiláteros como se pode ver no esquema (figura7). A armadilha tem uma entrada para o peixe semelhante a um cone (imagem "boca" da figura 7). O trançado do cesto da armadilha, quer na entrada, quer nas paredes e nas bases, cria buracos com forma hexagonal. Esta forma é observável em vários objetos da cestaria como redes de varanda (Moçambique), chapéus (China), açaimo de vaca e cestos de transporte de galos de combate (Indonésia) e sandálias grandes para andar na neve (Estados Unidos da América) (Gerdes, 2011b, p. 22).

Há uma bola de futebol feita de tiras que forma vários buracos pentagonais. Na Malásia, este tipo de bola é chamada de *sepak tackraw*, enquanto na China e Japão chamam-na de *temari*, é conhecida há mais de mil anos (figura 8) (Gerdes, 2011b, p. 60).

Figura 8 - Bola tradicional (Gerdes, 2011b, p. 66)

Esta bola é feita com 18 fitas e entre dois pentágonos seguidos há sempre dois hexágonos.

No processo da construção dos cestos deste tipo as tiras fazem uma dobradura de 60° formando um triângulo equilátero. Nesta base de "descongelamento" de saberes e saberes-fazer em artefactos Gerdes (2011b) sugere várias atividades como por exemplo: "executa um trançado com pelo menos, sete buracos hexagonais, começando por entrelaçar um único buraco hexagonal" (p. 21).

Os cestos estudados por vários autores em vários pontos do mundo, como em Portugal, Brasil, Perú, Moçambique, etc., permitem compreender os vastos conhecimentos matemáticos neles envolvidos. Kuoni (2003) referiu-se à técnica de fabrico usada na cesteira de cosido em espiral e afirmou que é a das mais arcaicas. Esta técnica é também usada pelas mulheres da Suazilândia no fabrico de cestos (*sitja*) (Gerdes, 2011c).

No noroeste de Portugal têm-se desenvolvido vários estudos etnomatemáticos ligados a artefactos antigos. No caso da cestaria são de destacar os estudos de Vieira (2006) e Vieira, Palhares e Sarmento (2008). Nestes estudos foi feita a recolha de cestos e chapéus de palha do norte de Portugal e da Galiza, e foi efetuado o seu estudo tendo em conta a matemática elementar. Foram identificados padrões geométricos na tecedura do fundo dos cestos, simetrias nos motivos decorativos, em particular frisos nas cestas de Esposende, entre outros. Em Vieira et al. (2008) entre vários aspetos abordados identificaram a base circular da cesta (figura 9), os 14 raios com 14 simetrias rotacionais com amplitude de k $\frac{360^{\circ}}{14}$ (k = 1; 14)

Figura 9 - Base da cesta (Vieira at al., 2008)

Este exemplo é, entre vários, suscetível de criar tarefas para o contexto de sala de aula. De facto, as técnicas e padrões envolvidos nos artefactos permitem construir tarefas relevantes e ricas em matemática.

São também exemplos de investigações na área da etnomatemática nesta região de Portugal os estudos sobre lenços de namorados tradicionais em Vila Verde, ricos em simetrias (Vilela, 2012). No nordeste português têm sido desenvolvidos estudos etnomatemáticos sobre profissões e artefactos em vias de extinção. As autoras Cecília Costa, Paula Catarino e Maria Manuel Nascimento (2008a) dedicaram-se à identificação e estudo de saberes etnomatemáticos presentes na tanoaria e na latoaria (Costa et al., 2008b; Catarino, Costa & Nascimento, 2014).

Estes estudos são, entre vários feitos em Portugal, exemplo de que a partir das práticas culturais é possível explorar conhecimentos matemáticos. Por exemplo em Costa et al. (2008a) o compasso de redução usado por um tanoeiro compõe-se de duas barras de ferro (ou madeira) com o mesmo comprimento e se unir um dado ponto P de forma a construir dois triângulos isósceles, [APB] e [CPD], tal como se mostra na figura 10,

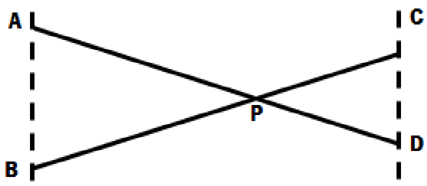


Figura 10 - Esquema de um compasso de redução (Costa et al., 2008a, p. 212)

conclui-se que os triângulos [ABP] e [CPD] são semelhantes porque os <APB e <CPD são ângulos verticalmente opostos, logo são geometricamente iguais; os pares de ângulos <PAB e <PDC e <ABP e <DCP são também geometricamente iguais. Pelo facto de AB e CD serem retas paralelas cortadas por uma secante (AD e BC) (Costa et al., 2008a).

As mesmas autoras (Catarino, Costa & Nascimento, 2014) ao analisarem as proporções e o modo de construção dos pipos descobriram o "fi dos tanoeiros", um valor aproximado para a razão de ouro $\varphi = 1{,}68$ e noutro trabalho (Catarino, Costa & Nascimento, 2011) o "pi dos tanoeiros", um valor aproximado para $\pi = 3{,}025$, ambos são implicitamente usados por tanoeiros. Designação inspirada em Fernandes (2002), que num estudo com costureiras encontrou para valor aproximado de π "o pi de noventa".

Em Costa et al. (2008b) são identificados saberes e saberes-fazer etnomatemáticos na atividade da latoaria. As autoras verfificaram que os latoeiros utilizam material (de desenho) semelhante ao usado na Grécia clássica pelos geómetras, nomeadamente a régua não graduada e o compasso de pontas secas, com os quais marcam numa folha (de zinco, alumínio ou cobre) as linhas que lhes permitem, após o corte, dar forma a objetos como almotolias, corredores, regadores, caleiras entre outros. Foi notória a identificação de noções elementares de geometria plana e no espaço.

Na Ilha da Madeira, há também focos de interesse na investigação sobre os saberes e saberes-fazer que envolvem matemática. São exemplos disso os estudos (Sousa, Palhares & Sarmento, 2008; Sousa, Palhares & Oliveras, 2015) sobre os calafates de Câmara de Lobos em que os autores "pretende[m] averiguar se existem no seio da sua cultura de pesca, conhecimentos e processos matemáticos que sejam utilizados na sua actividade quotidiana." (Sousa et al., 2008, p. 160) para, posteriormente, os aplicarem em sala de aula com a conveniente transposição didática, como referiremos no próximo capítulo. Em (Sousa et al., 2015) também foi estudada uma comunidade piscatória do litoral norte de Portugal continental, Caxinas.

Um estudo que poderia ser transversal a todo o país é o efetuado por Pires (2008) sobre a matemática envolvida nos saberes e saberes-fazer de pedreiros (profissionais da área da construção civil), visto que as práticas destes profissionais são semelhantes em Portugal. São analisadas algumas das tarefas comuns nesta profissão, como calcular áreas e volumes, fazer um "traço de massa", marcar uma rotunda, entre outras.

2.4 - Jogos

Com esta secção pretende-se, essencialmente, abordar estudos realizados em África sobre os jogos de tabuleiro e de cordas sem descorar no entanto os outros estudos efetuados noutros pontos do mundo.

Os estudos realizados em África mostram que ali há numerosos jogos tradicionais destinados a pelo menos dois adversários/jogadores.

O jogo foi e sempre será um meio de diversão e reencontro de multidões. Constitui uma das formas do homem se socializar, apesar de hoje existirem jogos no computador, *tablets* e telemóveis que dispensam uma disputa com uma pessoa presencial. Seja como for não deixa de ser lúdico. O jogo desempenha um papel preponderante para o desenvolvimento da capacidade física e mental do indivíduo. O homem desde sempre praticou desporto, embora se diferencie de cultura para cultura. O jogo é um elemento que faz parte da vida do homem desde milhares e milhares de anos. Em África são vários os jogos praticados pelos adultos e crianças (Zaslavsky, 1999).

Os registos feitos na Costa de Marfim, pelo Instituto de Pesquisa em Matemática de Abdjan (IRMA) indicam que os jogos usuais em populações rurais envolvem cadeias de Markov, inversão matricial, teoria de grafos e cálculos de probabilidades (Costa, 2000). Os registos categorizaram os jogos estudados em quatro grupos, nomeadamente jogos orais, jogos de cálculo, jogos de tabuleiro e jogos de azar, como se descreve a seguir (Costa, 2000, p. 209).

Jogos orais. Estão subdivididos em dois tipos. Jogos de memória e jogos de contagem.

Os jogos de memória permitem o desenvolvimento do cálculo mental e da memória, visual e tátil enquanto os jogos de contagem permitem desenvolver a sequência numérica.

Jogos de cálculo. Este tipo de jogos permite desenvolver regras no cálculo (generalizações). Estes são considerados mágicos pelos desconhecedores do algoritmo do jogo.

Jogos de tabuleiro. Permitem desenvolver o raciocínio de antecipação, avaliação e decisão entre outras capacidades.

Jogos de azar. Este tipo de jogos permite desenvolver a capacidade de fazer a estimativa de ocorrência de acontecimentos.

De entre as categorias referidas vamos destacar os jogos de tabuleiro os quais constituem interesse neste estudo.

Jogos de tabuleiro de tipo *mancala*

Este tipo de jogos tem sido praticado por chefes e reis em vários lugares de África. As partidas dos jogos têm proporcionado o ponto de encontro de muita gente para se divertir ou socializar.

A construção dos jogos de tabuleiro frequentes em África obedece a uma certa regra na formação, quer com o número de buraquinhos das colunas, quer com o número de buraquinhos das linhas. Geralmente nos tabuleiros usam-se sementes/pedrinhas dependendo do número de buraquinhos criados na quadrícula ou no tabuleiro feito no chão ou na madeira. O jogo toma um sentido anti-horário. O objetivo de cada jogador é capturar as sementes/pedrinhas do adversário/jogador.

Os jogos de tabuleiro conhecidos por jogos *mancala* apresentam variantes que apresentamos no quadro 1 (Costa, 2000):

Quadro 1 - Jogos de tipo mancala

N°	Tipo de jogo de tabuleiro	Lugar onde é praticado
1	Wari ou oware	Gana
2	Adi	
3	Kpo	Serra Leoa
4	Ayo	Nigéria
5	Okwe ou azigo	
6	Bao	África do sul, Moçambique, Quénia, Tanzânia, Camarões Malawi, Burundi e Congo
7	Ouri	Cabo Verde e Portugal

Os jogos de tabuleiro têm, essencialmente, a finalidade de diversão. São praticados pelos adultos e crianças (homens e mulheres).

A prática deste jogo tem uma vertente pedagógica, pois, permite ensinar os praticantes "a contar, somar, subtrair, a estabelecer o conceito de correspondência um-a-um e planear estratégias. Também pode servir para introduzir números negativos" (Costa, 2000, p. 210).

Supõe-se que os jogos de tabuleiro estão relacionados com a tradição suméria de liquidação de contas sendo um dos lados do tabuleiro utilizado para os valores a creditar e o outro para os valores a debitar. Essa prática é evidente no Egipto, na Etiópia, no Zimbabwe, no Uganda e no Gana entre outros. (Zaslavsky, 1999).

Os jogos de tabuleiro, como *soro* na Tanzânia, servem como instrumento para medir a habilidade dos jovens. Os estudos feitos em África (Zaslavsky, 1999) relatam que um jovem chamado Kamberage filho do ex-chefe de estado tanzaniano, Julius *Nyerere*, encantado em jogar soro com um amigo do pai, conhecido por Ihunyo, este ficou surpreendido com o facto de o jovem ganhar quase sempre as disputas que efetuava num complicado jogo de tabuleiro africano. Em contrapartida, Ihunyo que jogava com o jovem ficou muito impressionado com a habilidade que este tinha. No final da partida aconselhou o pai do jovem a enviar o filho à escola. De facto, as estratégias, o raciocínio e o cálculo mental que se envolvem no jogo permitem que os praticantes e os observadores tirem ilações de que pessoas que vencem os jogos de tabuleiro, frequentemente, podem ser consideradas como inteligentes na escola. A escola tem sido o lugar onde o aluno adquire outros conhecimentos importantes para se enquadrar na vida ativa de mercado de emprego. Hoje, os jogos não têm somente o caráter lúdico, mas também servem de fonte de receita para muitos.

Muitos jogos locais ficaram fora do convívio dos africanos. Zaslavsky (1999) confirmou que vários jogos africanos foram reprimidos de serem praticados. Foi um ato incrível em que os jogos foram banidos e desencorajados pelas autoridades da educação colonial a favor de jogos populares entre os europeus, por exemplo ludo e outros semelhantes.

Silva (1995) na sua obra referiu-se também duma maneira geral a jogos de quadrícula de tipo *mancala* praticados em Angola com versões e origens específicas.

Portanto, as práticas culturais de jogos geram saberes-fazer que podem ser úteis para o ensino da matemática. Os jogos praticados em África de tipo *mancala* permitem potenciar entre vários tópicos matemáticos o conceito de contagem, de número e de função.

Jogos de corda – o *cat's-cradle* (cama de gato)

Este tipo de jogo consiste na movimentação da corda nos dedos para a construção de figuras descritas pela corda. Em várias situações, *Cat's-cradle* representa objetos ou utensílios domésticos, seres, ações ou ilustrações (Jayne, 1962). O jogo vem sendo praticado e estudado há muito tempo. Foi praticado pelas tribos primitivas em diversos lugares. Jayne (1962) fez referência a vários jogos de corda que formam uma diversidade de figuras. Detalhou as fases necessárias para construir as figuras de cada jogo formando supostos padrões intricados. Tal como qualquer jogo, o jogo de corda tem caráter lúdico e desafiador. Neste jogo o praticante tende a alcançar a fase final do jogo para ilustrar as figuras descritas pela corda. Esta fase constitui uma conquista gratificante.

Jayne (1962) apresentou e descreveu cem tipos de figuras diferentes do jogo de corda, recolhidos em vários lugares do globo cuja fase inicial do jogo é similar em todas as partes do mundo. Esta autora pretendia com o estudo feito, cativar o interesse dos estudantes para que pudessem adicionar outras figuras com outros métodos.

O jogo de corda é praticado por crianças e velhos, homens e mulheres de várias origens da Europa, América, Ásia, Austrália e África. Por exemplo, o *cat's cradle* praticado na América foi estudado por vários autores (Jayne, 1962). Segundo relatos, jovens e adultos praticam o *cat's cradle* naquela região. Em algumas regiões como no oriente da costa de Hudson Bay o *cat's cradle* é receado por causa de algumas crenças e superstições. "*boys must not play cat's cradle, because in later life their finger might become entanged in the harpoon-line*." (p. xix). Noutras regiões o *cat's cradle* é jogado pelos jovens mais tarde, quando já forem adultos. O jogo de corda, em algumas regiões, é jogado e acompanhado de uma canção ou estória, seguida de um movimento em simultâneo (Jayne, 1962).

Este jogo constitui um mosaico enorme de artefactos com figuras geométricas interessantes para o ensino da matemática e não só. Jayne (1962) afirmou que "in ethnology, as in other sciences, nothing is too insignificant to receive attention" (p. xi). Ao longo do jogo de corda os praticantes apresentam várias fases do jogo com uma diversidade de figuras geométricas. As transformações e as figuras apresentadas nestas fases do jogo, não constituem meramente uma sabedoria e arte de jogar, transmitem também conhecimentos úteis riquíssimos na etnografia, na tecelagem, uma valia no ensino da geometria.

A figura 11 representa um número ínfimo dos jogos de corda praticados por vários povos do mundo.

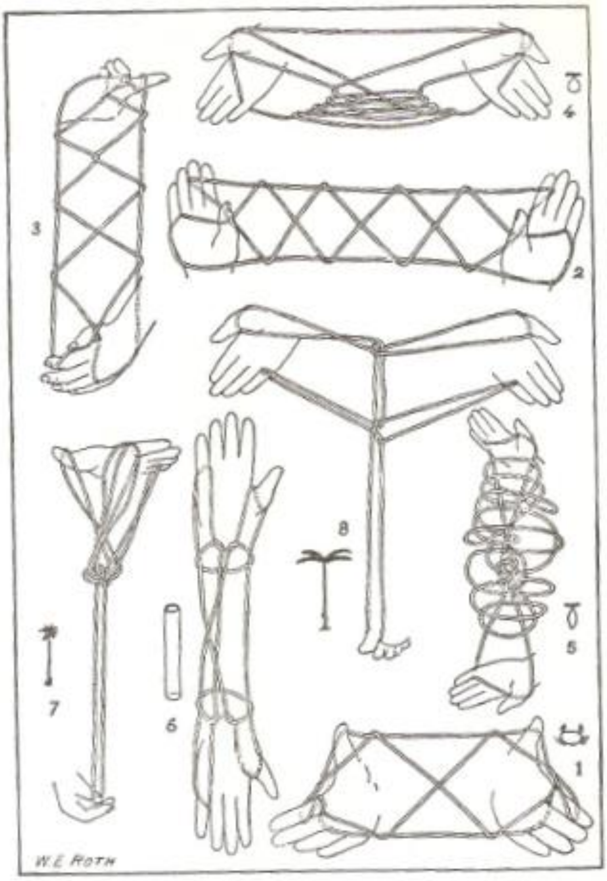


Figura 11 - Alguns jogos de cordas (Jayne, 1962, p. 381)

Esta figura mostra 8 imagens de jogos diferentes com significados também diferentes. A maneira de jogar varia de jogo para jogo. Há fases do jogo que implicam a combinação dos dedos das duas mãos, ou necessitam de auxílio da boca ou dos artelhos ou de outras partes do corpo. A construção de alguns jogos de corda exige a participação de mais um jogador/construtor. Os saberes e saberes-fazer evidentes nos entrecruzamentos de cordas do jogo de corda, podem-nos levar a afirmar que tais saberes foram o ponto de partida de grandes ideias que hoje são aplicadas nas fábricas de tecido, no ensino de figuras geométricas, nas transformações geométricas e muito mais (Jayne, 1962).

A prática do jogo de corda e a invenção de novas figuras é uma diversão fascinante, para além dos estudantes se tornarem mais experientes e, portanto, mais bem treinados para observarem e registarem os diferentes tipos de figuras (Jayne, 1962).

Em Portugal, Cruz (2007) entre vários jogos, referiu-se a um denominado "bridg-it" inventado por David Gale da Universidade de Brown, nos EUA. O jogo é feito num tabuleiro quadriculado com a participação de dois jogadores, cada jogador escolhe uma cor diferente do outro. Inicialmente “sorteia-se qual dos jogadores inicia a partida e que lados tem de unir cada jogador. Joga-se à vez: cada jogar une um par de pontos adjacentes da sua cor. As linhas desenham-se na vertical ou no horizontal passando apenas por pontos do próprio jogador. As linhas não se podem cruzar” (Cruz, 2007, pp. 183-184). A mesma autora afirma que é um jogo adequado a crianças em idade escolar e adultos. Os conhecimentos matemáticos envolvidos no jogo podem proporcionar desafios interessantes para o contexto de sala de aula.

O jogo desempenha um papel importante no desenvolvimento do ser humano, quer físico, quer mental. O jogo é a fonte que lidera o desenvolvimento da criança nos anos da pré-escolaridade. Considera-se que a criança conquista os maiores desempenhos no jogo.

A visão de que no jogo reside o espírito de desafio e procura da conquista da vitória, o máximo possível, exige a busca constante de soluções. Nesta tentativa e conjetura, a criança constrói os seus conhecimentos com base nas experiências vividas que vai adquirindo no quotidiano, proporcionando-lhe gradualmente conhecimentos que futuramente serão abstraídos por ela.

Os jogos de corda apresentam uma diversidade de figuras geométricas que podem ser exploradas para o contexto de sala de aula, desde a fase inicial até à fase final.

Sobre jogos de puzzles e meioquadrados

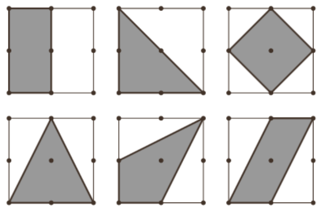
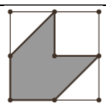
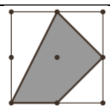
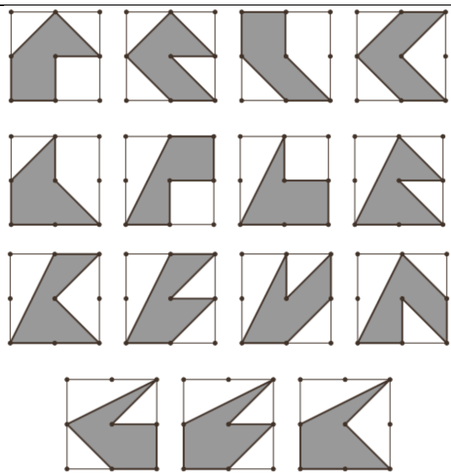
Gerdes (2008a) na sua obra intitulada “Jogos e puzzles de meioquadrados” apresentou mais de cem jogos e puzzles. Segundo o autor afirmou que estes são passatempos individuais que podem ser utilizados pelos professores como atividades em clubes e círculos de interesse. Além do mais, podem servir para aprofundar várias noções de matemática como as de polígonos e simetrias. O jogo pode ser praticado por crianças e adultos dos dez anos de idade em diante.

A pesquisa do autor parte de um quadrado onde cada lado é marcado um ponto médio seguidamente um ponto no centro do quadrado. Cada ponto é considerado vértice. Gerdes (2008a) definiu um meioquadrado como um polígono cuja área é igual à metade da área dum quadrado dado.

Os procedimentos da construção dum puzzle assemelham-se ao processo que se faz no geoplano. Cada peça dum puzzle pode ser rodada ou refletida tomando várias posições no quadrado dado. Quer dizer ao rodar ou refletir cada ponto deve “mover” para o ponto que lhe corresponde. Se inicialmente o ponto/vértice for do centro então deve permanecer no centro. Se for médio de um lado deve "mover-se" para qualquer um dos pontos médios de um dos lados correspondente.

O quadro 2 é de nossa autoria e mostra os tipos de meioquadrados estudados por Gerdes (2008a, pp. 9 -12)

Quadro 2 - Meioquadrados do jogo de puzzles

Nº de peças de puzzles	**Meioquadrados**	
	Tipos	Classificação
6		Convexos e simétricos
1		Não convexos e simétricos
1		Convexos e não simétricos
15		Não convexos e não simétricos

Neste quadro nota-se que em todos os tipos de meioquadrados existe um ponto fixo de cada uma das peças de puzzles. No primeiro tipo de meioquadrados notam-se seis polígonos: um retângulo, um triângulo retângulo isósceles, um quadrado, um triângulo isósceles, um papagaio e um paralelogramo. No segundo, um polígono simétrico e não convexo que tem um eixo diagonal de simetria. Terceiro, um polígono convexo e não simétrico. Quarto, quinze polígonos que nem são convexos nem são simétricos.

2.5 - Sistemas de numeração

Nesta secção pretende-se apresentar estudos realizados por vários autores sobre o sistema de numeração em África e não só.

Contexto de numeração

A história mostrou que os povos de todo o mundo aprenderam que contar e calcular se tornam muito difíceis, se utilizar para cada quantidade ou número uma palavra ou símbolo completamente novo e diferente (Gerdes, 2008b).

As primeiras fases do desenvolvimento do conceito do número natural (1, 2, 3,...) foram atribuídas aos caçadores e recoletores, segundo relatos de Paulus Gerdes (2008b), apoiados na arqueologia, na linguística e na etnografia, um caçador comparando dizia "Vi tantas gazelas como pássaro tem asas" e outro dizia "Vi tantas gazelas como a minha mão 'conta' dedos" (p.34), destes vestígios encontramos em vários povos que cinco corresponde a cinco dedos da mão. O mesmo autor afirmou que encontramos ainda vestígios em muitas línguas atuais como *Zulu, Changana e Swahili,* que dizem respetivamente "*hlanu*", *"nthlanu"* e "*tano*" significavam "mão" ou "punho" tal como aconteceu com os gregos e russos. O vinte significava "homem completo" na analogia de que o homem tem vinte dedos no total. Na língua *Mandingo* de Mali, a palavra nove "*kononto"* significa aquele lá na barriga referindo-se aos nove meses de gestação do feto na barriga.

A evolução do homem mostrou que este tende cada vez mais a simplificar as coisas à medida que o tempo passa. Por exemplo, pensou encurtar o tempo de cálculo, reduzir o número de mão-de-obra na produção, tornou o contacto entre si mais rápido até na criação dos sistemas de numeração procurou representar as quantidades com símbolos bem estruturados de forma a reduzir o volume de palavras que correspondem a tais quantidades. Isto permitiu-lhe facilitar a forma de cálculos, pois, com um volume de símbolos seria muito difícil fazer cálculos eficazmente. Notou-se que ao longo do tempo a representação das quantidades e as operações foram representadas através das partes do corpo e objetos. Este processo foi evoluindo até aos dias de hoje.

A história da contagem mostrou que o homem num passado remoto exprimia poucos numerais. Por exemplo, os africanos tinham numerais "um", "dois" e "três" enquanto que os europeus tinham "um", "dois" e "muito" (Gerdes, 2008b).

O homem desde sempre apresentou métodos para calcular quantidades mesmo sem aprender nas escolas modernas. Uma das evidências é Thomas Fuller (1710-1790), escravo africano nos Estados Unidos da América em 1974, fez o cálculo mental de quantos segundos têm 70 anos, 17 dias e 12 horas em um minuto e meio. Fuller era capaz de fazer também cálculos mentais de fatores com nove dígitos cada. Segundo os registos supõem que o mesmo teria aprendido fazer tais cálculos quando era criança, em África (Gerdes, 2008b; Zaslasky,1999).

Em África, por exemplo foram inventados vários sistemas de numeração tal como noutros lugares do mundo. Para exemplificar apresentamos o sistema de numeração da Guiné Bissau (figura 12) e o da Costa do Marfim (figura 13).

	Felup		Manjaco		Balante		Bijagó	
1	*anor, ainka*		*ulólé, pelólé*		*oda, hoda*		*quilim*	
2	*sigabá*		*quetâbe*		*sime*		*fulá*	
3	*sieidji*		*cuante*		*caâme*		*sabá*	
4	*sibácri*		*quebacre*		*tàilà*		*nane*	
5	*utóc*		*canhan*		*tchifo*		*lulo*	
6	*utóc-ianor* *sieidji-sieidji*	5+1 3+3	*pádge*		*tchifo com oda*	5+1	*horo*	
7	*sibácri-sieidji*	4+3	*pádge napelon*	6+1	*tchifo com sime*	5+2	*horoguba*	
8	*sibácri-sibácri*	4+4	*cuásse*		*tchifo com caâme*	5+3	*sai*	
9	*utóc-sibácri* *sibácri-utóc*	4+5 5+4	*cuásse napelon*	8+1	*tchifo com tàilà*	5+4	*conontò*	
10	*cum-ene*		*inhanabute*		*tchifo mine*	5x2	*tam*	
20	*ana bau*		*inhanabute quetâbe*	10x2	*sàuál oda*	20x1	*muan*	
30							*tâ sabá*	10x3
80					*samenhane tàilà*	20x4	*tã sai*	10x8

Figura 12 - Sistema de numeração da Guiné Bissau (Gerdes, 2008b, p.18)

Os sistemas de numeração em África são caraterizados por princípios que podem ser aditivos, subtrativos ou multiplicativos. As figuras 12 e 13 mostram os princípios aditivos e multiplicativos.

Numeração na língua Bété (Costa do Marfim)

	numeral	estrutura
1	*blo*	
2	*sô*	
3	*ta*	
4	*mono*	
5	*n'gboua*	
6	*gbeplo*	5+1
7	*gbosso*	5+2
8	*gbota*	5+3
9	*kodablo*	
10	*kogbo*	
11	*kogbo-blo*	10+1
12	*kogbo-sô*	10+2
13	*kogbo-ta*	10+3
14	*kogbo-mono*	10+4
15	*kogbo-n'gbouo*	10+5
16	*kogbo-gbeplo*	10+5+1
17	*kogbo-gbosso*	10+5+2
18	*kogbo-gbota*	10+5+3
19	*kogbo-kodablo*	
20	*goloblo*	20x1
21	*goloblo-ya-blo*	20x1 + 1
22	*goloblo-ya-sô*	20x1 + 2
30	*goloblo-ya-kogbo*	20x1 + 10
34	*goloblo-ya-kogbo-mono*	20x1 + 10 + 4
40	*golosso*	20x2
50	*golosso-ya-kogbo*	20x2 + 10
56	*golosso-ya-kogbo-gbeplo*	20x2 +10 + 5+1
60	*golota*	20x3
70	*golota-ya-kogbo*	20x3 + 10
80	*golomono*	20x4
90	*golomono-ya-kogbo*	40x4 + 10
100	*golo-n'gbouo*	20x5

Figura 13 - Sistema de numeração na língua *Bété* da Costa de Marfim (Gerdes, 2008b, p.12)

A seguir vamos mostrar o princípio por subtração utilizado na língua *Yoruba* da Nigéria (figura 14)

	Numeral	estrutura
16	*eerin din logun*	4 até 20
17	*eeta din logun*	3 até 20
18	*eegi din logun*	2 até 20
19	*ookan din logun*	1 até 20

Figura 14 - Princípio por subtração na língua *Yoruba* da Nigéria (Gerdes, 2008b, p.17)

Por exemplo para o numeral 16 exprime-se por "*eerin din logun"* que significa "quatro até se chega a vinte".

São muitos os sistemas de numeração africanos, o que evidencia como o Homem desde sempre matematizou.

Em todo o mundo cada povo é caraterizado por um sistema de numeração formal ou informal. Nas relações comerciais e sociais de cada povo nota-se, no dia-a-dia, a presença do número. A forma e a maneira de o codificar difere de povo para povo. Por exemplo em África, as maneiras de contar diferenciam-se, assim como acontece noutras partes do mundo. Quer na designação dos números em termos de nomes quer no auxílio com gestos através dos dedos. Segundo Fernández (2004, p. 130) "mais rigoroso e mais respeitoso – seria assumir que o número não tem significação "em si" e aceitar que tal significação depende dos usos e significados particulares e concretos com que cada cultura conta, classifica e ordena o mundo."

É quase comum em África a utilização de objetos durante a aprendizagem da contagem numérica. Zaslavsky (1999) abordou vários aspetos relacionados com a contagem africana em que as crianças *Yoruba* na aprendizagem dos números usam seixos, grãos de feijão e pedrinhas. Por exemplo, na Nigéria e no Benim o sistema de numeração tradicional local está incorporado no ensino básico de tal forma que usam operações de adição, subtração e multiplicação. Por exemplo para exprimir o número 45, 46 e 1000 fazem assim:

45 = (60 – 10) – 5 em *Yoruba*

45 = 40 + 5 em *Edo*

46 = (60 – 10) – 4 em *Yoruba* e Edo do Benim

1000 = 5 x 200 em Benim (Zaslavsky, 1999, p. 211).

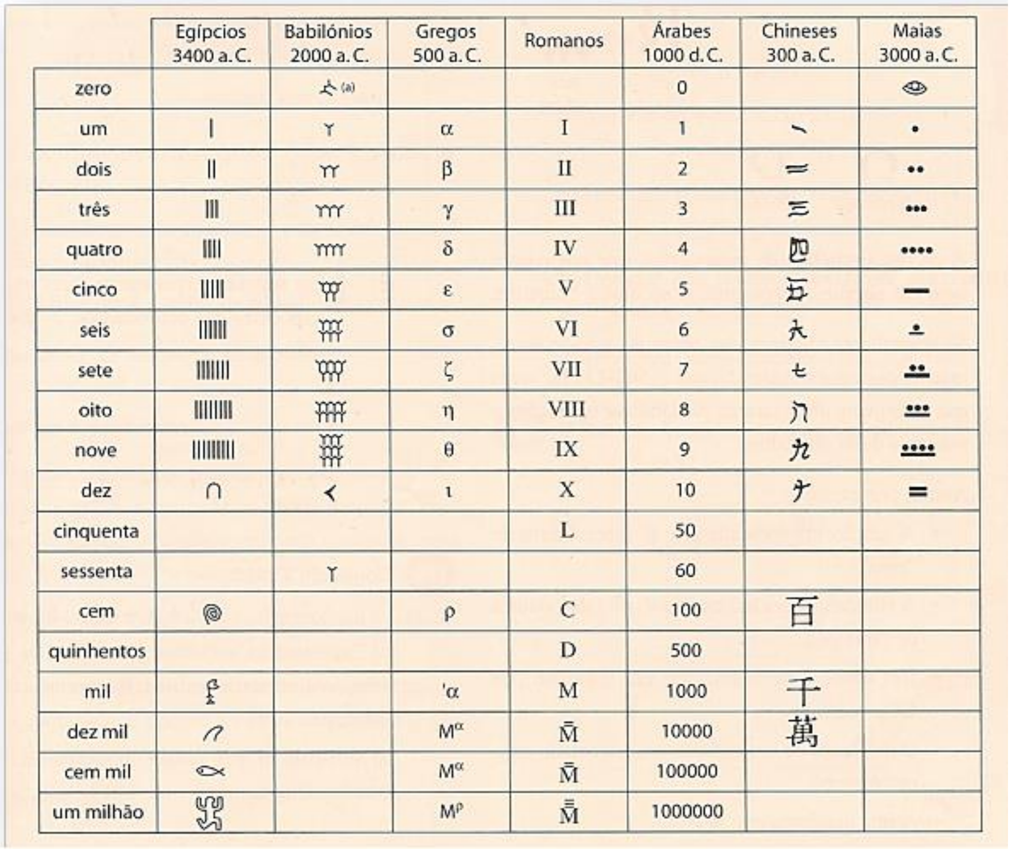
Estudos realizados em África por vários autores como Gerdes (1993c) e Zaslavsky (1999) mostram que os africanos possuem contagens numéricas que variam de grupo étnico para grupo étnico de acordo com a língua *bantu*[8].

Por exemplo, entre grupos étnicos há uma diversidade no tratamento de nomes dos dígitos de 1 a 9. Há poucas semelhanças e mais diferenças, embora não acentuadas.

A numeração não se verificou simplesmente em África, mas todos os povos do mundo possuem uma maneira de contar, classificar, agrupar os objetos, coisas ou seres. Estudos realizados em várias culturas da África, da Ásia e da América (Zaslavsky, 1996) mostram que muitos sistemas de numeração basearam-se num agrupamento de dez e/ou vinte.

[8] É uma identidade de línguas africanas. Frequentemente a terminologia *nthu* ou *tu* é para designar pessoa. *Omunthu, omunu, muutu etc.*

Cebolo e Oliveira (2007, p. 83) afirmaram que "(...) o saber contar continua a ser uma importante ferramenta a que muitas vezes recorremos no dia-a-dia", esta obedece a métodos e regras que são diferentes de povo para povo. O "conjunto de símbolos e de regras para representar, ou numerar, números ou quantidades chama-se sistema de numeração" (Cebolo & Oliveira, 2007, p. 83). Os símbolos usados para escrever os números chamam-se numerais. Por exemplo, os símbolos "7", "sete" e "VII" são numerais diferentes que representam o mesmo número, apenas escrito em idiomas e épocas diferentes (figura 15). Número é um objeto da matemática usado para descrever quantidade, ordem ou medida. Provavelmente este conceito foi o primeiro a ser assimilado pela humanidade. "(...) os números são criação da mente, existem apenas no pensamento" na realidade "(...) os números e outros objectos matemáticos, não são criados, mas sim descobertos" (Barros & Palhares, 1997, p. 43). Cada povo utiliza um código próprio dessa cultura para representar tais quantidades de objetos, seres e coisas. Por exemplo, para comunicar "um" em inglês é "one", enquanto em linguagem Maia é "." e em *Nyaneka-nkhumbi* é "mosi" ou "mohi". A seguir vamos ilustrar alguns sistemas de numeração de vários povos do mundo (figura 15).



	Egípcios 3400 a.C.	Babilónios 2000 a.C.	Gregos 500 a.C.	Romanos	Árabes 1000 d.C.	Chineses 300 a.C.	Maias 3000 a.C.
zero		𒑱 (a)			0		𝋠
um	|	𒁹	α	I	1	一	𝋡
dois	||	𒈫	β	II	2	二	𝋢
três	|||	𒐈	γ	III	3	三	𝋣
quatro	||||	𒐉	δ	IV	4	四	𝋤
cinco	|||||	𒐊	ε	V	5	五	𝋥
seis	||||||	𒐋	σ	VI	6	六	𝋦
sete	|||||||	𒑂	ζ	VII	7	七	𝋧
oito	||||||||	𒑄	η	VIII	8	八	𝋨
nove	|||||||||	𒑆	θ	IX	9	九	𝋩
dez	∩	𒌋	ι	X	10	十	𝋪
cinquenta				L	50		
sessenta		𒁹			60		
cem	𓍢		ρ	C	100	百	
quinhentos				D	500		
mil	𓆼		'α	M	1000	千	
dez mil	𓂭		M^{α}	M̄	10000	萬	
cem mil	𓆐		M^{α}	M̄	100000		
um milhão	𓁨		M^{ρ}	M̿	1000000		

Figura[9] **15** - Alguns sistemas de numeração

Os nomes dos números variam de cultura para cultura em termos de extensão, uns são mais longos outros são mais curtos, mas na sua maioria são curtos.

Cada língua tem o seu próprio conjunto de numerais específicos. De forma geral o sistema de numeração parte de um conjunto de dez dígitos (sistema de base dez) e estende-se para formar outros números mais extensos. Por exemplo, no sistema inglês as palavras dos números onze e doze derivaram da expressão "one left" e "two left" que significa, respetivamente, 1 e 2 fora dos dez dedos (Zaslavsky, 1996, p. 65).

A seguir apresentam-se alguns sistemas de numeração criados nas línguas locais.

9 https://www.google.pt/search?q=sistemas+de+numera%C3%A7%C3%A3o&espv=2&biw=1366&bih=677&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0CAYQ_AUoAWoVChMI3sn5l9_EyAIVA9geCh2KLwyQ&dpr=1#imgrc=iFgjq65Jlj-ShM%3A, acedido a 15.10.2015, pelas 16h30

Quadro 3 - Contagem numérica em línguas diferentes do mundo Zaslavsky (1996, p. 66)

	Contagem numérica de algumas línguas			
Número	Alemão	Espanhol	Japonês	Swahili
1	Eins	uno	ichi	Moja
2	Zwei	dos	ni	Mbili
3	Drei	tres	sau	Tatu
4	Vier	cuatro	shi	Nne
5	Fünf	cinco	go	Tano
6	sechs	seis	roku	Sita
7	sieben	siete	shichi	Saba
8	Acht	ocho	hachi	nane
9	Neun	nueve	ku	tisa
10	Zehu	diez	juu	kumi
11	Elf	once	juu-ichi	Kumi na moja
20	zwanzig	veinte	ni-juu	Ishirini (de origem arábe)

Neste quadro nota-se que cada língua tem numerais específicos. Observando as palavras que designam os números de 1 a 10 verifica-se que os numerais têm nomes sem aditivo exceto na língua japonesa em que o sete, o oito e o dez apresentam um sufixo relacionado com os numerais anteriores. Por exemplo, os números 7 e 8 relacionam-se com o numeral 1 (ichi), enquanto o numeral dez relaciona-se com o numeral nove.

Há sistemas de numeração que representam agrupamentos na base vinte, como na Serra Leoa. Este agrupamento tem a ver com os dedos das mãos e dos pés. Este sistema de agrupamento é comum em várias culturas da África e entre outros a dos esquimós (México e América Central), dos Maias (figura 16) e dos Astecas.

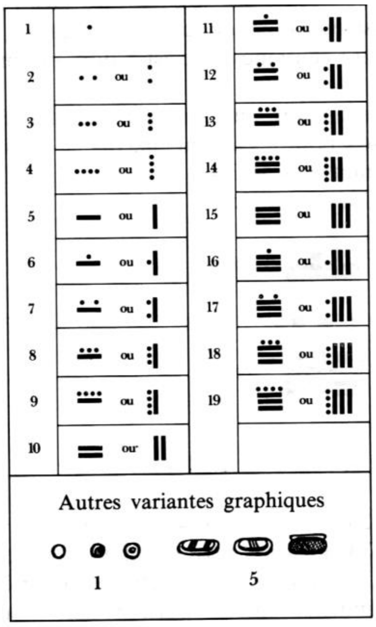


Figura 16 - Representação maia dos primeiros dezanove números (Ifrah, 1985, p. 239)

Nestas culturas a forma de numeração apoia-se no agrupamento de numerais baseados em vinte com subgrupos baseados em cinco por vezes baseados em quinze. Para este tipo de agrupamento de numerais foi registado o sistema de numeração da cultura dos Igbo do sudeste da Nigéria (África) com agrupamentos secundários baseados em dez. A seguir apresentam-se numerais com os respetivos significados (Zaslavsky, 1996, p. 68).

1 otu

2 abuo

3 ato

4 ano

5 iso

6 isii

10 iri

11 iri na otu dez mais um

20 ohu

21 ohu na otu vinte mais um

30 ohu na iri vinte mais dez

31 ohu na iri abuo vinte mais dez mais um

40 ohu abuo vinte vezes dois

100 ohu isso vinte vezes cinco

Este exemplo é um dos vários sistemas de numeração estudados por diversos autores quer em África, quer noutras partes do mundo que permitem elaborar tarefas no contexto de sala de aula. Estas podem servir de ferramenta pedagógica importante para alavancar o ânimo dos alunos dessas culturas, bem como de outras e pode constituir um meio importante para a educação matemática.

Contagem gestual

Porque é que as pessoas mostram os dedos para indicarem os números?

Entre vários motivos nota-se que muita gente o faz para enfatizar a conversa, noutros casos fazem-no por necessidade.

É uma evidência que em todo o mundo crianças e adultos usam a contagem gestual seguida de palavras. Tal acontece desde os primórdios. Ifrah (1985, p. 81) considera a mão como a primeira máquina de fazer contas mais usada pelos povos ao longo dos tempos. O mesmo autor afirma que:

> "Archéologues, historiens, ethnologues et philologues en retrouvent des traces à toutes les époques et dans toutes les régions du monde, qu'il s'agisse de l' Océanie ou de l' Afrique, de l' Europe ou de la Plynésie, de la Mésopotamie ou l' Irak actuel, de l' Islam ou de l' Egypte pharaonique, de Rome ou de la Grèce antiquem de la Chine ou de l' Amerique précolombienne, de l' Inde ou de notre Occident medieval." (p. 81).

A forma de contagem gestual varia de povo para povo. Podem ter algumas semelhanças entre elas, mas o certo é que cada povo possui a sua forma específica de contagem gestual. Em muitas culturas a prática da contagem gestual por meio dos dedos está bem definida com os nomes dos números.

Por exemplo, os povos *Kamba* da Quénia (África) apresentam a contagem gestual (Zaslavsky, 1999) que organizamos no quadro 4.

Quadro 4 - Contagem gestual dos *Kamba* de 1 a 10

Número	Gesto	Numeral	Número	Gesto	Numeral
1		Imye	6		Thanthutu (3 + 3)
2		Ili	7		Muonza
3		Itatu	8		Nyaanya (4 + 4)
4		Inya	9		Keenda
5		Itaano	10		Ikumi

A contagem gestual varia de povo para povo. Os *Taita* e *Kamba*, apesar de partilharem o mesmo território, possuem gestos de contagem semelhantes apenas de 1 até 5, deste em diante já se notam diferenças que se mostram no quadro 5.

Quadro 5 - Comparação da contagem gestual dos *Taita* com a dos *Kamba*

Números	Maneira de contagem gestual			
	Taita		*Kamba*	
	Modo de mostrar	Aditiva	Modo de mostrar	Aditiva
6	punho direito, seguido pelo polegar esquerdo ereto	5 + 1	mão esquerda aberta, o indicador direito encaixa o mínimo	5 + 1
7	punho direito, seguido pelo polegar e indicador esquerdos	5 + 2	mão esquerda aberta, o indicador e o médio direitos encaixam o anelar e o mínimo	5 + 2
8	oito dedos eretos sem os polegares	4 + 4	mão esquerda aberta, os cinco direitos encaixam os três exceto o polegar e o indicador esquerdos	5 + 3
9	os dedos da esquerda encaixam os quatro da direita sem o polegar	5 + 4	os cinco dedos direitos encaixam os quatro da esquerda exceto o polegar	5 + 4
10	as duas mãos com os punhos tocados	5 + 5	as duas mãos com os punhos tocados	5 + 5

Este quadro mostra-nos que a contagem gestual dos *Taita* e *Kamba* tem, essencialmente, os cinco dedos como base de referência aditiva, exceto os gestos do número 8 dos *Taita* que tem como referência aditiva o quatro em vez do cinco. É dos cinco dedos que adicionam dedo(s) para obter outros. Crianças *Taita* na prática de um jogo usam um sistema de contagem e dizem numerais para contar cem anos. Elas cantam e ao mesmo tempo mostram gestos com os seus dedos.

Historicamente, pensa-se que os cinco dedos de uma mão e os dez dedos das duas mãos cruzados deram origem à numeração romana de V e X, respetivamente.

Afinal gesticular é natural de um humano para reforçar as suas ideias. Permite dar ênfase às palavras como exprime Zaslavsky (1999) *"Gestures are used either for emphasis or to replace the spoken word"*. E além do mais, desde sempre, a sociedade foi também constituída por surdos e mudos com necessidade imperiosa de comunicarem através de gestos.

O aluno hoje, professor amanhã, precisa de se incutir de conhecimentos apropriados.

Zaslavsky (1999) na sua investigação em África afirma "*In different context, the fingers are used as an aid in mental arithmetic (...) to illustrate, one boy pointed to his fingers in succession as he said, <<Twenty-five, fifty, seventy-five....>>*" (p. 238)

O que acontece normalmente com os africanos acontece também com outros povos do mundo.

Zaslavsky (1999) afirma "*My children's book, count on your fingers African style (1980, 1999), introduces children to the finger gestures of peoples in East, west, and south Africa"* (p. 283).

Associamo-nos às ideias de Zaslavsky (1999) ao afirmar que "*Children enjoy finger counting and learning that African ethnic groups have distinct systems of counting with gestures (...)"* (p. 283).

Estudos realizados por Barros e Palhares (1997, p. 52) revelam "(...) que mesmo crianças pequenas (à volta dos 3 anos) desenvolvem certas capacidades verbais de contagem numa ordem e podem aplicá-las na resolução de problemas envolvendo pequeno número de itens".

Nesta conjuntura de ideias Ciari (1979) referiu Piaget ao dizer que é recomendável a criança começar a contagem pela manipulação de objetos ou dedos de forma que a aprendizagem dê primazia ao concreto e só depois ao abstrato. A criança durante o seu desenvolvimento está constantemente em contacto com objetos. Estes objetos podem influenciá-la na fase da abstração.

Concordamos com a ideia de “que as capacidades de contagem são não o resultado da criança ter percebido a ideia de quantidade, mas antes um veículo para a compreensão da ideia de quantidade” (Barros & Palhares,1997, p. 53).

Na mesma linha de pensamento estes autores defendem que na sala de aula devem existir oportunidades de a criança aprender a classificar objetos, coisas e eventos, bem como para a sua seriação, sempre que possível. Este ato é frequentemente observado nas vivências das crianças quando brincam, jogam, etc..

Ora a etnomatemática interessa-se, entre outros pelo saber e saber-fazer que vem de fora da escola “quase universal” saberes adquiridos nas vivências do dia-a-dia dos alunos. A contagem pode ocorrer de forma oral, neste caso é verbalizada de maneira diferente de povo para povo e de cultura para cultura. A forma de contagem gestual é efetuada mostrando os dedos essencialmente, mas também se recorre a outras partes do corpo como cotovelos, palmas, etc..

As duas maneiras de contagem referidas pressupõem quantidade.

Para simplificar a correspondência um a um (objeto-número) sugere-se uma aprendizagem da sequência dos símbolos verbais dos números. Esta aprendizagem como outra obedece regras estabelecidas por um grupo ou povo, exige métodos adequados para efetivar o tal processo de contagem (Cebolo & Oliveira, 2007; Barros & Palhares,1997)

Em França o estudo de contagem gestual por meio dos dedos é efetuado a partir da mão direita levantando dedo a dedo (Zaslavsky, 1996). Por exemplo, para indicar o número seis, mostram primeiro os dedos alongados da mão direita e juntam um dedo da mão esquerda.

Em muitas línguas os nomes dos números provêm diretamente a partir do uso dos dedos. Os estudos realizados por Zaslavsky (1996) nos Estados Unidos da América revelam que os americanos inventaram um código da linguagem de contagem gestual numérica através dos dedos. A forma de contagem assemelha-se à dos franceses, contrariamente, os gestos de contagem apresentados por um grupo de estudantes sul-africanos que fazia a graduação nos Estados Unidos da América, eram diferentes. A contagem numérica iniciava-se com os dedos da mão esquerda para a mão direita. Este método de contagem assemelha-se com o dos indianos diferenciando-se apenas no início da contagem de mãos (figura 17).

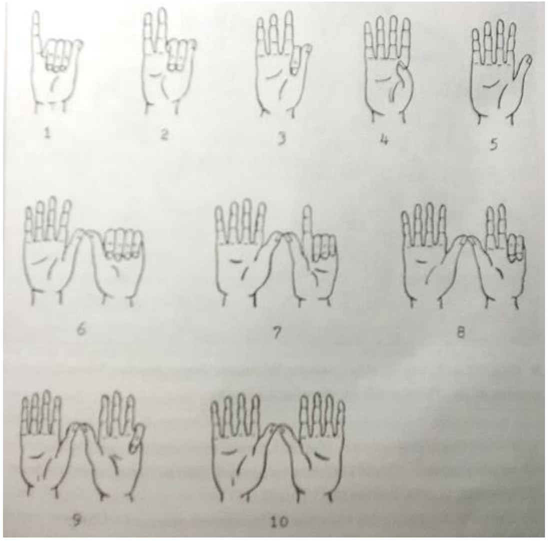


Figura 17 - Contagem gestual indiana (Zaslavsky, 1996, p. 59)

Para além destes registos, houve outros lugares onde a prática da contagem gestual numérica é evidente como no Alaska, Serra Leoa ou Egipto (Zaslavsky, 1996).

Estudos realizados sobre a contagem gestual numérica mostram que as crianças, assim como os adultos, ao efetuarem operações matemáticas, encontram segurança na contagem gestual numérica, tocando os seus dedos. Por exemplo, na sala de aula, certos adultos por causa do receio, ao fazerem cálculos, contam os dedos por baixo das carteiras, considerando que calcular com auxílio dos dedos é prática das crianças.

A contagem gestual numérica para algumas culturas não tem somente os dedos como meios desta prática, abrange as outras partes do corpo humano como os olhos, os ombros e os cotovelos, prática essa registada na Papua da Nova Guiné por Zaslavsky (1996).

A contagem gestual através das partes do corpo, como por exemplo os dedos, constitui um recurso interessante para o cálculo, não só, como também para a introdução de tópicos matemáticos como por exemplo, o conceito e sentido do número, essencialmente para os primeiros anos de escolaridade. Contar e calcular com auxílio dos dedos pode facilitar e alicerçar os conhecimentos ligados ao tópico relacionado com o número, pois, os meios usados são partes do corpo humano. As indicações e operações dos números efetuadas através dos gestos podem facilitar a aprendizagem firmada no âmago do aluno.

De acordo com Moreira e Oliveira (2003, p. 62) “O bom desempenho dos alunos e as convicções e atitudes que desenvolvem em relação à sua capacidade para aprender matemática depende das suas primeiras experiências com a resolução de problemas." Essa ideia é partilhada por Aires (2010) ao defender que o ensino da criança parte da realidade concreta.

Os conhecimentos ou saberes trazidos pelos alunos, concebidos por eles fora da escola são válidos para o contexto de sala de aula. Por outro lado temos, os conhecimentos de outras culturas, por vezes importados. É importante colocar a ponte que venha ligar os dois tipos de apresentar a Matemática (Gerdes, 2007a).

São vários os comentários sobre a imagem de África no que toca, neste caso, à numeração. Zaslavsky (1999) comentou que várias referências sobre a numeração africana conccluiram que os africanos mal sabiam contar.

Na mesma linha de análise, Zaslavsky (1999) contrasta com o tratamento da numeração africana por autores americanos e europeus. Entretanto, entrevistou duas crianças, uma do Quénia e outra da Tanzania, que viviam nos Estados Unidos. Zaslavsky perguntou às crianças como contavam na sua própria língua. Uma delas respondeu, tal como se faz nos estados unidos da América. Vamos abrir parenteses para nos debruçarmos do nosso. O "é nosso" quando for sentido no verdadeiro sentido da palavra pode incutir no âmago do aluno, de todos nós, uma matemática que é também nossa. E como nossa supõe-se ser simpática de aprender e de ensinar. Por várias razões o "é nosso" reside em nossas vivências e pode ser tirado de onde está "escondido" e poder ser exibido para um entrecruzamento com as outras culturas e fertilizarem-se assim mutuamente (Gerdes, 2014a).

Estes e outros exemplos exprimem-nos quanto o "é nosso" tem valor para nós. Com o "é nosso" pretendemos enfatizar aquilo que estamos habituados a praticar desde a infância aquilo que lida connosco dia-a-dia, para depois percebermos conjuntamente com o "alheio".

Contar os números com gestos é fundamentado por vários autores como (Gerdes, 2014d) que advogam: *"Let children use their hands, not only for counting but also for calculating: the gestures used by many people correspond directly to the base five number-words of languages like Tsonga."* (p. 55).

Zaslavsky (1999) afirmou que: "*Children in Africa, as in other parts of the world, learn finger counting rhymes even before they are aware of the number sequence.*" (p. 102).

É uma constatação que as crianças africanas, tal como as crianças de todo o mundo, apreciam e aprendem a contagem com auxílio dos dedos apesar de haver sistemas distintos de contagem com gestos.

As técnicas verificadas em matemática são importantes, mas é também importante lidar com aquilo que os homens fazem habitualmente para exprimir o número.

Quanto à aprendizagem da contagem dos números, Knijnik (1998) afirma que "ao fazermos tantas simplificações e reduções na complexidade do mundo social, também do ponto de vista estritamente numérico estamos retirando daqueles com quem trabalhamos oportunidades de aprender. Aprender a lidar com os números e também com o mundo." (p. 131).

Muitos autores como Gerdes (1993c) defendem que a aprendizagem por meio dos dedos nos primeiros anos de escolaridade é importante.

Também Piaget (s/d, citado em Ciari, 1979) refere a importância do uso dos dedos como prática das crianças nas brincadeiras, uma vez que afirma por exemplo que determinado "(...) problema (supondo que os pequenos não podem resolvê-lo ainda com os símbolos) poderia ser resolvido por meio de uma longa adição de moedas ou pelos dedos." (p. 266).

Partilhamos com Cuisenaire-Gattegno (s/d, citado em Ciari, 1979) a afirmação "tal material oferece à criança a possibilidade de descobertas muito avançadas. É perigoso estimular prematuramente as crianças para o raciocínio matemático abstrato" (p. 267).

CAPÍTULO III
ETNOMATEMÁTICA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Neste capítulo abordamos a relação dicotómica entre a etnomatemática e a educação matemática numa perspetiva de diversidade cultural. Vamos também apontar estudos realizados sobre aplicações da etnomatemática à educação matemática focalizados, essencialmente, em artefactos e em outras práticas culturais de diversas partes do mundo com maior realce aos de África para os quais está direcionado o presente estudo.

3.1 - Alguns aspetos sobre etnomatemática

Falar da etnomatemática ou da educação matemática sem falar de matemática compara–se a um rio sem ponte. Em que se considera etno (etnia) uma margem, matemática outra e ponte educação.

A matemática tida hoje como universal, "nasceu" na Grécia e nos países centrais da Europa (Alemanha, França, Inglaterra, Itália). Tem sido conceituada como ciência dos números e das formas, das relações e das medidas e das inferências, as suas caraterísticas apontam para precisão, rigor e exatidão. Os grandes heróis da matemática, aqueles que historicamente foram apontados como responsáveis pelo avanço e consolidação desta ciência são: Euler, Descartes, Pitágoras, Euclides, Newton, Tales, Hilbert, Peano, Fermat, Cauchy entre outros.

Torna-se cada vez mais evidente que o conhecimento matemático não é resultado de uma única cultura, mas é resultado da produção de várias culturas de vários pontos do mundo. É a partir da atividade humana que os povos criaram conhecimentos matemáticos para satisfazer as suas necessidades. As exigências da vida obrigaram cada povo a pensar e a encontrar técnicas/formas de produzir para obter aquilo que precisam para a sua vida. Estas formas resultam de algum modo em conhecimentos matemáticos. À medida que o tempo foi passando foram evoluindo para outras fases/etapas da vida. A exigência foi-se tornando cada vez maior e os métodos correspondentes para a solução destas exigências foram também cada vez maiores.

É de reconhecer que os conhecimentos matemáticos locais aplicados nestas exigências da vida foram-se diferenciando de local para local.

O surgimento da matemática está alicerçado na cultura. O surgimento da matemática formal permitiu alcançar métodos sofisticados mais eficazes na solução de muitos problemas com que as sociedades se vêm debatendo. É evidente que desde o princípio da humanidade, cada cultura tem desenvolvido diferentes ideias e práticas matemáticas nas suas atividades do quotidiano. Estas ideias, algumas delas tendo origem na antiguidade, desenvolveram-se no Egito e na Mesopotâmia e rapidamente espalharam–se pela Grécia antiga.

> "A disciplina denominada matemática é, na verdade, uma Etnomatemática que se originou e se desenvolveu na Europa mediterrânea, tendo recebido algumas contribuições das civilizações indiana e islâmica, e que chegou à forma atual nos séculos XVI e XVII, sendo, a partir de então, levada e imposta a todo o mundo. Hoje, essa matemática adquire um caráter de universalidade, sobretudo devido ao predomínio da ciência e tecnologia modernas, que foram desenvolvidas a partir do século XVII na Europa." (D'Ambrosio, 2008, p.7).

No entanto, outras regiões do mundo conhecidas e desconhecidas, também desenvolveram ideias e práticas matemáticas significantes. Em regiões como a China, o sul da Índia, a Mesoamérica, algumas regiões da África e da América do Sul foram notadas as manifestações matemáticas desenvolvidas ali, úteis para os indivíduos que pertenciam a diversos grupos culturais daquelas regiões. Por alguns motivos, entre eles a globalização colonial (Rosa & Orey, 2008), o conhecimento matemático produzido e acumulado por aquelas culturas não foi incorporado no conhecimento matemático, académico e científico da contemporaneidade. Nesta ideia, Teresi (2002) afirmou que "para alguns, a falha em reconhecer o sucesso da matemática das culturas não-ocidentais deve-se não somente à ignorância, mas também à conspiração" (p. 11) porque "As raízes da civilização européia são afro-asiáticas" (p. 11). Assim, uma das finalidades do programa etnomatemático é confrontar os tabus de que a matemática é tida como um campo de estudo universal, sem tradições e sem raízes culturais. A exemplo da invenção do zero e a noção de valor posicional têm sido, equivocadamente, atribuídas aos hindus, por volta do século IX. Este saber matemático foi transmitido ao povo árabe através das atividades comerciais, das guerras e das conquistas. Segundo Diaz (1995), a invenção do zero e a utilização do valor posicional devem ser atribuídas em primeiro lugar ao povo Maia, que, antes dos hindus, utilizou estas representações em estelas[10], tabletes, monumentos e outros objetos que são encontrados em vários sítios arqueológicos Maias. Este exemplo é um dos vários que pode convencer de que a matemática não é produto de uma única cultura.

A etnomatemática é uma área do conhecimento no campo da educação matemática. Tem-se concentrado na relação entre educação dos grupos sociais, vinculando-se à história destas pessoas. Tem-se interessado também na vida presente destas pessoas em termos das suas tradições incluindo os modos de lidar com o mundo matematicamente (Halmenschlager, 2001).

A etnomatemática procura compreender a matemática praticada pelos grupos sociais, tende a motivar o aluno de tal modo que possa reter os conceitos matemáticos, não só os de dentro da sala de aula, mas também os adquiridos por ele fora dela.

Muitos conhecimentos têm sido processados de forma mecânica para os alunos (Halmenschlager, 2001), face a esse desiderato, D'Ambrósio (1993) afirmou que a aprendizagem não vem meramente do domínio de técnicas, de habilidades, nem da memorização de algumas explicações teóricas, mas é entendida como a capacidade de explicar e enfrentar novas situações. A etnomatemática, ao ocupar-se de compreender as diferentes formas de fazer matemática dos grupos sociais, não só pretende "descongelar" os conhecimentos culturais "escondidos" como pretende contribuir na integração/conciliação das matemáticas na matemática (matemática académica) de forma significativa. Além do mais a etnomatemática interessa-se pela conciliação das diferenças existentes entre grupos sociais. Nesta ideia J. Santomé (1995, referido em Halmenschlager, 2001, p. 16) sugere que "é preciso que todo o professorado participe de modelos de educação alternativos. Uma das maneiras de começar pode ser através de materiais curriculares capazes de contribuir para o questionamento das injustiças atuais e das relações de desigualdades e de submissão (por exemplo, sexismo, racismo, classismo, etc.)".

Relatos de Halmenschlager (2001) apontam para que a perspetiva da etnomatemática de ter em conta os conhecimentos dos alunos trazidos de fora da sala de aula, não encontrou respaldo na África do Sul. Consideraram que trazer as experiências dos alunos para o interior da sala de aula é fomentar a desigualdade no mesmo ambiente. Apesar disso, sustenta-se a ideia de que as diversidades culturais dos alunos devem ser reconhecidas, caso contrário seria negar os verdadeiros objetivos da etnomatemática. Halmenschlager (2001) defende que incorporar os

[10] Obra ou monumento esculpido em um só bloco de pedra e que geralmente contém inscrições e códigos.

saberes e saberes-fazer dos alunos trazidos de fora da escola não significa desvalorizá-los, muito menos expandir cada vez mais a desigualdade social já existente. Pelo contrário, o importante é que haja uma forma adequada para o tratamento dos saberes e saberes-fazer das diferentes culturas, tendo em conta as distintas dimensões que convergem na fonte geradora da desigualdade que se refere na tonalidade da cor em função dos avanços alcançados ao longo da história. Halmenschlager (2001) enfatizou nesta problematização da desigualdade que "(...) o importante não é a incorporação de novos conhecimentos como adição aos já oferecidos pela escola, mas o que eles podem representar no processo de ensino a partir das condições e prática com que forem implementados." (p. 40).

Carracher, Nunes e Schiliemann (1995, citados em Halmenschlager, 2001) afirmaram que ao não identificar a etnomatemática, a matemática escolar concorre para uma matemática sem significado. Por exemplo, na resolução de problemas na escola os alunos geralmente aprendem a aplicar regras acabadas em vez de resolverem problemas com base nas práticas que os alunos trazem de fora da escola. Os mesmos autores são apologistas da etnomatemática ao defender que o conhecimento prático de que a criança já dispõe é fundamental para estabelecer uma conexão com os conhecimentos formais. A negação do pressuposto pode implicar o insucesso escolar.

A diversidade cultural/multicultural tem sido problematizada na educação matemática. Tem criado dificuldades. Como se pode proceder quer com os currículos e os programas, quer com os professores na gestão dos processos de ensino e de aprendizagem? É de referir que apesar das ideias etnomatemáticas terem sido identificadas, o seu uso educativo constitui um problema ainda maior (Palhares, 2008a). Com a mesma preocupação, Ferreira (2004) sugere que:

> "(...) poderíamos responder que, para os estudiosos, o grande enigma da Etnomatemática atualmente é: como se apropriar do conhecimento étnico na sala de aula, buscando uma educação com significado? Como fazer a ponte entre este conhecimento e o conhecimento dito constitucional?" (p. 75).

No sentido de contribuir para a forma como o professor pode lidar com situações de diversidade cultural, Wenger (1998) afirmou que ensinar sob uma perspetiva etnomatemática é um modo de promover reformas no ensino, envolvendo os estudantes na descoberta da matemática do seu dia-a-dia, de seus pais e amigos de muitas culturas.

É uma evidência que se a educação matemática não tiver em conta o contexto do aluno, poderá contribuir para a desmotivação do mesmo. Os professores interessados em instigar um ensino motivado, "procuram despertar em cada aluno o desejo de aprender e a vontade de estudar. A motivação facilita o sucesso. Por sua vez, a conquista do sucesso reforça a motivação" (Estanqueiro, 2010, p. 11). Segundo este mesmo autor e, na sua linha de pensamento, Albert Einstein afirmou que "a arte mais importante do professor consiste em despertar a motivação para a criatividade e para o conhecimento" (p. 11).

A experiência de investigação de Duarte (2004, p. 188) identificou situações em que os entrevistados (canteiros-de-obra), afirmaram que havia duas matemáticas, uma que era a limpa e outra que era a suja, tal que uma não serviria a outra. Consideraram que a limpa é aquela que é ministrada nas escolas formais e a suja é a praticada fora da escola, citando em particular a matemática do canteiro-de-obra. Os participantes da investigação afirmaram que a da escola era a mais difícil e que a linguagem das duas matemáticas era diferente.

A rejeição dos saberes locais adquiridos fora da escola pode trazer desconforto aos alunos. Sobre a descontextualização dos conteúdos a serem ensinados, Zaslavsky (1999) afirmou que havia pouca continuidade entre a escola e o meio social das crianças africanas. Dado que a matéria tem pouca relevância para a vida da criança, não motiva o sentido de aprender. Isso retardou a memória de muitas crianças africanas. Tal situação caraterizou a educação africana até certa medida.

Os conflitos que têm sido gerados nas sociedades multiculturais, por vezes difíceis de serem geridos, segundo Jaramillo (2011) podem ser provocados por fatores como o desejo de manter por um lado a homogeneidade nas instituições escolares e por outro o fator respeito pela diversidade social e cultural dos alunos.

De um modo geral a escola abarca diversas culturas, é ali onde a educação deve atuar com muita prudência e sabedoria. Se os conteúdos ali abordados forem de interesse e para o bem-estar de todos, então pode-se ter uma sociedade sã, uma sociedade valorizada onde a educação se insere. É verdade que não existe educação sem sociedade. Às vezes aquilo que é produzido pela ciência e pela educação reflete-se nesta (Santos, 2000).

Duarte (2004) afirma que há necessidade de relativizar a etnomatemática e a matemática para que a aula de matemática seja uma "verdadeira" aula de matemática. Por exemplo, as experiências aplicadas por Aristóteles sobre o desenho, relativizava com o teorema de Pitágoras para validá-las. O mesmo autor considera ainda que as conceções construídas por alunos e professores sobre o que significa uma "verdadeira" aula de matemática têm-se constituído em desafio para a inclusão de propostas pedagógicas com perfis alicerçados numa abordagem etnomatemática.

A abordagem matemática que tem em conta as matemáticas locais é partilhada também por Moreira (2008). O pensamento de incorporar no ensino formal as matemáticas praticadas fora da escola tem caráter humanista e este é o princípio de uma vida harmoniosa.

Um dos líderes de África, Nelson Mandela, afirmou que "Se você falar com um homem numa linguagem que ele compreende, isso entra na cabeça dele. Se você falar com ele em sua própria liguagem [linguagem], você atinge [o] seu coração"[11]. A ideia de comunicar na linguagem e vivência dos alunos é fundamental para atingirmos objetivos do ensino para todos (UNESCO, 2007). É recomendável fazer ciência em matemática como uma disciplina que preserve a diversidade e elimine a desigualdade discriminatória (D'Ambrósio, 1990 referido em Knijnik, 2004).

A multiculturalidade é fruto de cruzamentos entre culturas, esse fenómeno vem acontecendo desde a multiplicidade e a diversidade da geração humana, pois, não existem povos ou pessoas 100% iguais.

Por exemplo, D'Ambrósio (1990, citado em Knijnik, 2004) afirmou que o Brasil é constituído por um povo multicultural resultante de uma cultura triangular, resultado das tradições europeias, africanas e ameríndias, e que isso tem um impacto permanente no quotidiano latino-americano. Estão neste caso em especial as culturas africanas, cuja complexidade e incorporação no saber e fazer brasileiros têm sido estudados.

Várias são as sugestões que permitem articular um ensino que lida com sociedades multiculturais. D'Ambrósio (1990, citado em Knijnik, 2004, p. 43) afirma que "um modelo adequado para se facilitar esse novo estágio na evolução da nossa espécie é a chamada Educação Multicultural, que se vem impondo nos sistemas educacionais de todo mundo".

A experiência sobre etnomatemática no Brasil como noutros países com avanço significativo nesta matéria podem servir de modelo experimental para outros países que ainda não avançaram nesta área do saber. Neste país o programa etnomatemático não se esgota no

[11] Fonte: http://pensador.uol.com.br/frases_nelson_mandela/ acedido a 11.05.2015, pelas 12h45

entender do saber e saber-fazer matemático das culturas periféricas (D'Ambrósio, 1990, citado em Knijnik, 2004). Este programa procura entender o ciclo da geração, organização intelectual, organização social e difusão desse saber e saber-fazer. Há uma importante dinâmica de adaptação no encontro de culturas entre indivíduos e grupos.

As práticas culturais com saberes e saberes-fazer matemáticos podem ser incorporadas no ensino da matemática tal como Gerdes (1993b) afirma: "A incorporação da tradição dos sona na educação, tanto em África como noutras partes do mundo, contribuirá para a reanimação e valorização da velha prática e teoria dos *akwa kuta sona*-mestres de desenho " (p. 8).

Num espírito de educação para todos é importante o professor considerar as etnomatemáticas presentes na sala de aula para que de uma forma contextualizada se consiga que os alunos adquiram as competências pretendidas (Sousa, Palhares & Sarmento, 2008). O ensino da matemática deve ser contextualizado com a matemática do quotidiano dos alunos.

No reforço de integrar na educação matemática aquilo que é dos alunos, aquilo que eles trazem das suas vivências, aquilo de que se apoderaram acumulativamente ao longo da vida, buscando tais vivências que os alunos acumularam com as técnicas matemáticas, pode ajudar a interação daquilo que estão habituados a fazer e aquilo que lhes parece novo e por vezes estranho (Gerdes, 2014a).

O bom desempenho, o sucesso dos alunos, as convicções e as atitudes que os alunos desenvolvem em relação à sua capacidade para aprender matemática dependem das suas primeiras experiências com a resolução de problemas (Moreira & Oliveira, 2003). Se pretendermos ajudar a ultrapassar as dificuldades que certos alunos enfrentam com a disciplina de matemática há que prestar atenção ao modo como a matemática é ensinada nos primeiros anos de escolaridade. Não só a prestar atenção ao como, mas também a quem ensina e aonde ensina (Banks, 1989).

É necessário e importante experimentar programas etnomatemáticos no ambiente português. Segundo Moreira (2008)

> "(...) também a distribuição destas crianças e jovens pelo território português, (...) assim é possível encontrar algumas escolas onde os alunos ciganos, ucranianos, africanos, chineses, etc., representam mais de 50% da população escolar, outras onde os alunos provenientes de grupos culturalmente minoritários em Portugal se encontram em pequeno número distribuídos por vários grupos, (...)" (pp. 49-50).

É concordante tal ideia de implementar o programa etnomatemático neste contexto por vários motivos principais. Primeiro, os povos que habitam no espaço territorial português são dignos de uma convivência sadia; segundo, hoje, regista-se um número considerável de emigrantes entre eles angolanos, talvez mesmo *Nyaneka-nkhumbi* (Dias, 2011). Portugal como qualquer país do mundo pode sofrer metamorfoses tanto endógenas como exógenas e apresentar-se com uma diversidade cultural exponencial (Palhares, 2008b). Nesta ótica emerge incorporar novos programas, novos currículos interdisciplinares que possam acudir à demanda transversal e realista verificada no contexto das nações do mundo, tanto na arena local como na arena global. Manter programas e currículos voltados para uma única cultura tradicional pode criar transtornos a certa franja social, esta ficando prejudicada e estigmatizada. Se acontecer um fenómeno da rejeição dos saberes e saberes-fazer de outras culturas, isso equivaleria ao não reconhecimento da dinâmica da vida. Há que reconhecer outras matemáticas, pois "não existe uma ciência unitária e universal. Existem sim, formações científicas historicamente situadas dotadas de autonomia relativa, de temporidade própria de ritmos desiguais de desenvolvimento, como desigual é sua inserção em estruturas sociais determinadas." (Almeida & Pinto, 1975, p. 21).

Defende-se a adaptação de programas e currículos de matemática, neste caso, a que nos referimos, depende a implementação de programas de etnomatemática de contexto para contexto, de escola para escola e de turma para turma. Com isto, terá significado abranger todos com o ensino e a aprendizagem, com uma educação para todos. A ideia de que se o valor do conhecimento matemático atual é proeminente na cultura global, é a escola o local mais relevante para a sua disseminação (Moreira, 2008).

Talvez houvesse ideias contrárias de defender a imutabilidade de programas, mas o próprio desenvolvimento exige a correspondência adequada das relações e das forças produtivas. Moreira (2008) afirmou que "por outro lado, a competência matemática é uma ferramenta especial para entender e participar nas decisões sociais e económicas, comportamento indispensável em democracia e com impactos translocais" (p. 54).

A ideia de incorporar conhecimentos culturais nos currículos e programas de escolas atuais não é nova. É conciliar vários conhecimentos matemáticos interculturais em função das sociedades multiculturais. Na verdade a atividade etnomatemática com os alunos não satisfaz somente a comunidade local, mas também a global.

Muitos questionam, por exemplo, o que têm os artefactos a ver com a educação matemática e como fazer esta relação dicotómica?

Brousseau (1997) referido em Palhares (2010) observou o trabalho dos matemáticos e reconheceu que estes têm a tarefa de descobrir, em primeiro lugar e comunicar o que está descoberto. Segundo, reorganizar os resultados obtidos e modelá-los para a generalização. Caberá, neste caso, ao professor contextualizar os resultados generalizados dando sentido para os conhecimentos matemáticos trazidos para o ensino formal. Este processo foi chamado de transposição didática.

Gerdes (2005) referido em Palhares (2010), nos estudos que realizou sobre os artefactos ao longo da sua experiência em África e nos Estados Unidos da América, salientou pistas para a educação matemática.

A contemplação dos saberes e saberes-fazer matemáticos do *background* dos alunos conjuga com a ideia de que colocar a etnomatemática ao serviço da educação multicultural é uma resposta à diversidade cultural de um mundo globalizado e igualmente uma forma de harmonizar as matemáticas culturais e a matemática formal (D'Ambrósio, 2001b; Rivera & Becker, 2007; Zaslavsky, 2002).

Autores como Adam, Alangui & Barton (2003); Bishop (2005) e Zaslavsky (2002) defendem que a integração de aspetos culturais nos currículos contribui de algum modo para um entendimento da Matemática como parte do quotidiano, o que pode incentivar a predisposição para estabelecer conexões com significado e, consequentemente para uma compreensão da matemática convencional.

Lins e Gimenez (1997) na sua reflexão sobre a matemática praticada no mercado e a matemática académica distinguiram uma matemática que se aprende na escola e a outra que se pratica fora desta que denominam "matemática da rua". A diferença sugerida é que cada uma delas envolve os seus próprios significados e as suas próprias maneiras de proceder. Tais diferenças acabam constituindo legitimidades, pois do mesmo modo que a escola proíbe os métodos da rua, os chamados informais e dizendo que são de aplicação limitada, por sua vez a "escola da rua" não permite os métodos da escola, chamando-os de complicados e sem significado dizendo que não são necessários na rua.

Autores como Lins e Gimenez (1997) e Moreira (2008) consideram que a desconexão entre a matemática QUC e saberes e os saberes-fazer matemáticos da rua poderia ser amenizada trazendo-se para a escola a matemática da rua e os significados a elas associadas. Sugerem ainda que para garantir maior significado a escola poderia incorporar a matemática "das coisas da rua" vividas pelos alunos na rua, nas casas, nas suas vivências do dia-a-dia na matemática escolar.

Carraher & Schiliemann (1988) partilham a ideia de que quando a experiência do dia-a-dia é conciliada com a experiência escolar, há maior probabilidade de obter bons resultados nos processos de ensino e aprendizagem da matemática. Combinando os métodos da rua e os da escola não significa que a partir daí os algoritmos, fórmulas e modelos simbólicos devam ser banidos na escola, mas a educação matemática deve promover oportunidades para que esses modelos sejam relacionados com experiências funcionais que lhes proporcionem significado. Por outro lado, não significa que os métodos da rua devam ser extirpados, pelo contrário fertilizam-se mutuamente (Gerdes, 2007a).

As diferentes perspetivas (Lave, 2002) não são vistas nem como complementares, nem como incomensuráveis, nem como constituindo um processo evolutivo e nem como passíveis de serem substituídas uma pela outra. A etnomatemática e a educação matemática são ponto comum entre eles, a sua relação dicotómica permite ultrapassar o suposto fenómeno complexo da fertilização mútua (Lave, 2002). A fertilização mútua da etnomatemática e da matemática académica não se esgota na complexidade, podem ser estudadas em diferentes aspetos, concebendo-se cada um deles de diferentes maneiras.

3.2 - Aplicações da etnomatemática à educação matemática: alguns estudos

Sendo a educação matemática um processo de interação cultural (Bishop, 2005), o desconhecimento ou a desvalorização dos conhecimentos culturais por parte da escola pode comprometer a aprendizagem e o desenvolvimento psicossomático dos alunos. Neste sentido, a legitimação de conhecimentos culturais e, simultaneamente, o desbloqueio psicológico podem passar pela construção de um currículo que integre "(...) os backgrounds diversos e as experiências variadas dos alunos, e em que se criam, ao mesmo tempo, pontes para outros horizontes culturais" (Gerdes, 2007a, p.147).

Nesta base as tarefas têm sido uma forma de relacionar as várias maneiras de fazer matemáticas (etnomatemática) com a educação matemática. As tarefas podem contribuir para o elo da etnomatemática e da educação matemática, enquanto o primeiro desvenda os conhecimentos matemáticos, o segundo apoia-se no primeiro para contribuir com os métodos e técnicas da matemática com significado. Gerdes (2014c) afirmou que

> "Muitos estudantes e professores de matemática podem dificilmente imaginar que artefactos ordinários e ornamentos podem estar utilmente relacionados com educação matemática. No entanto, para além de revelar matemática "escondida" numa larga variedade de práticas da cultura africana, o autor mostra (...) como esta matemática pode ser usada produtivamente na educação matemática" (p. 11).

Na ideia de ligar a etnomatemática à educação matemática vários autores se referiram a este aspeto como por exemplo, Gerdes (2011a) ao referir-se ao artefacto, motivo "alesu" de Angola (imagem superior da figura 18), semelhante ao registado no Egito Antigo, no Lesotho e no Senegal. A partir deste artefacto explorou e mostrou o "quadrado dentado" ou "estrela" (imagem inferior da figura 18).

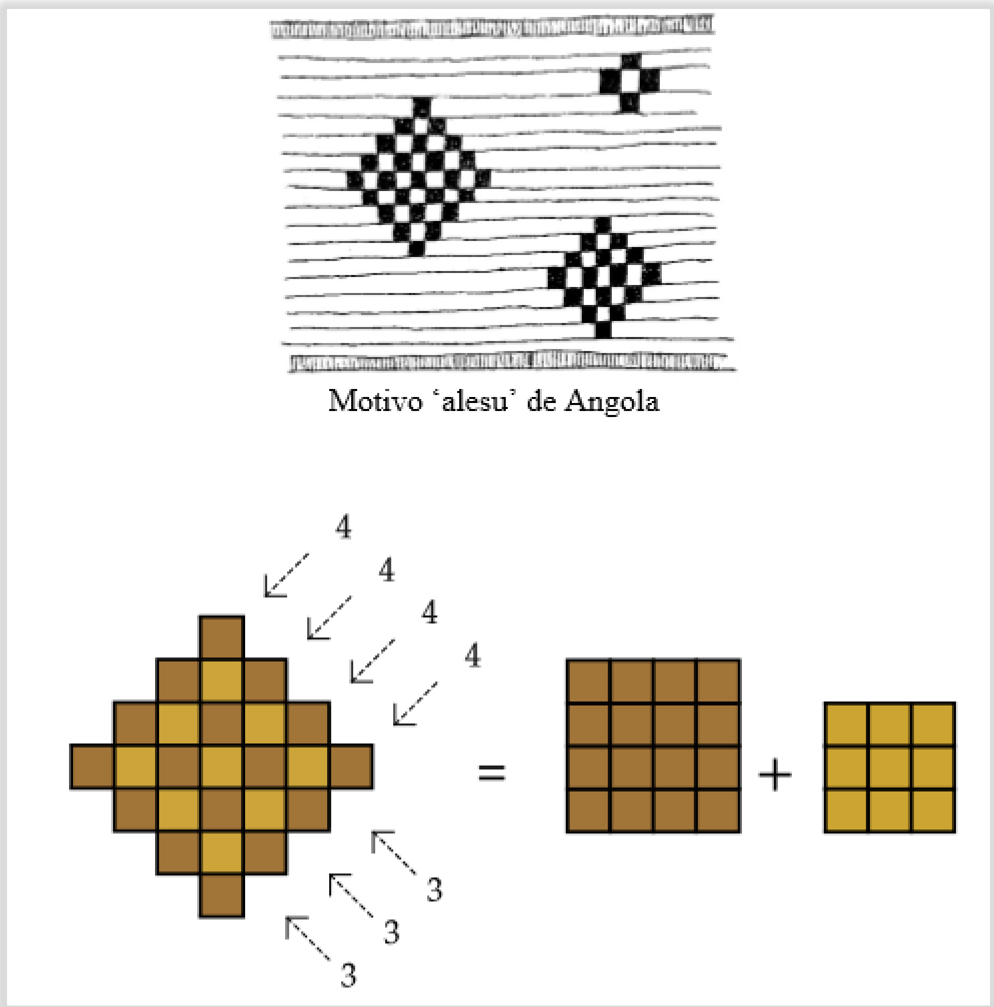


Figura 18 - Pitágoras Africano (Gerdes, 2011a, pp. 68-69)

Desta exploração resultou o cálculo da área do "quadrado dentado" que é igual à soma das áreas do quadrado 4 por 4 e do quadrado 3 por 3 do membro direito da igualdade (figura 18). A partir deste artefacto "será possível transformar um "quadrado dentado" num quadrado "verdadeiro" da mesma área? Com esta sugestão Gerdes criou uma tarefa para o contexto de sala de aula.

Lima, Nascimento e Campos (2014) desenvolveram um trabalho de investigação qualitativa realizado sobre atividades na sala de aula no envolvimento de oficinas, sobre o tema "cubação da terra". Visava a identificação da matemática presente nas diferentes práticas imbuídas no saber popular e escolar desses alunos, de forma que tais práticas viessem a constituir-se num instrumento de aprimoramento às formas de intervenção.

Neste estudo os autores apresentaram tarefas a três alunos para calcular a área e o perímetro de um terreno quadrilátero com uma linha na diagonal. Os resultados foram todos iguais, mas com maneiras diferentes de calcular (Lima at al., 2014). As formas diferentes de calcular foram diferenciadas pelo facto de uma ser formal e outra ser informal. No estudo reflete-se que apesar dos resultados usados serem iguais no cálculo da área e do perímetro, as unidades de medidas convencionais foram as mais usadas. As investigações feitas nas últimas décadas mostraram que existe contraste significante entre os conceitos matemáticos adquiridos na sala de aula e as ideias e práticas matemáticas que são encontradas em situações quotidianas (Giongo (2004); Rosa, (2010) e Damazio (2004)).

Por exemplo, no Gana foram identificados vários artefactos e com base nestes foram criadas tarefas no contexto de sala de aula. *Adinkra* (figura 19) é um símbolo da arte ganense que significa "good bye" que equivale a dizer até logo (Barta, Eglash & Barkley, 2014, p. 63).

Figura 19 - *Adinkra* (Barta et al., 2014)

O símbolo está estampado em vários objetos de uso diário dos *Asantes* do Gana, como em tecidos. No entanto, os estudantes interessaram-se pelo símbolo e investigaram as possíveis transformações geométricas que nele se podem realizar como por exemplo as reflexões verticais e as horizontais (Barta et al., 2014).

A orientação da tarefa com o *adinkra* descreve-se em vários procedimentos. Faz-se primeiro a introdução sobre o *adinkra*, segundo a exploração e criação da tarefa, terceiro explica-se e expande-se a tarefa e em quarto apresenta-se o resumo e o acesso à tarefa.

A tarefa sobre *adinkra* cujo enunciado era "Observando a figura 19, que caminhos matemáticos o artista do *adinkra* usou na criação do mesmo?" foi apresentada aos alunos do 4.º ao 8.º anos de escolaridade.

Esta tarefa tinha como objetivo explorar as transformações geométricas com reflexões, rotações, translações e homotetias. Foi sugerida a pares de alunos que observaram e caraterizaram a fotografia de *adinkra*.

Outro exemplo tem a ver com a matemática que se pode "descongelar" no trançado do cabelo (figura 20). A partir das tranças do cabelo têm-se explorado várias tarefas para o contexto de sala de aula. Os académicos defrontam-se, várias vezes, com perguntas de tipo o que têm as tranças a ver com a matemática? Foi criado um aplicativo disponível em http://csdt.rpi.edu o qual mostra a matemática que se pode aprender a partir do trançado do cabelo (figura 20). Notam-se vários conhecimentos matemáticos relacionados com o trançado do cabelo.

Figura 20 - Esquema de tranças

Estudos realizados por Barta et al. (2014, p. 20) mostram que nesta arte, podem-se criar tarefas sobre ângulos, raios, números de Fibonacci, funções logarítmicas e outros tópicos matemáticos. Na mesma linha de investigação Gerdes (2014c) mostrou que se podem criar tarefas a partir dos desenhos na areia da tradição do nordeste de Angola. Estes desenhos referem-se a provérbios, fábulas, jogos, adivinhas e animais. Segundo Gerdes (2014c, p. 22) "a representação simbólica do trajecto descrito por uma galinha selvagem, quando perseguida" (figura 21), permite obter a expressão:

$$5 \times 6 = (1 + 2 + 3 + 4 + 5) + (5 + 4 + 3 + 2 + 1) = 2\,(1 + 2 + 3 + 4 + 5).$$

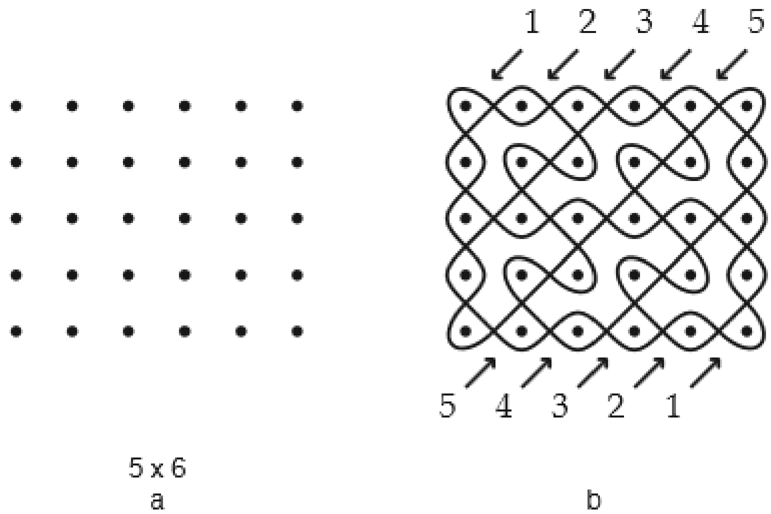


Figura 21 - Esquema da trajetória simbólica da galinha em fuga (Gerdes, 2014c, p. 22)

Este exemplo segundo o mesmo autor pode ser usado como ponto de partida para estudos de somas de progressões aritméticas $2\,(1 + 2 + 3 +\ldots + n) = n\,(n + 1)$.

No âmbito de um projeto financiado pela Agência Nacional Ciência Viva, no nordeste português foram efetuadas várias experiências didáticas interligando a etnomatemática e a educação matemática. As autoras do projeto, Cecília Costa, Maria Manuel Nascimento e Paula Catarino em colaboração com professores de cinco escolas da região implementaram-no, tendo como objetivos: (i) a identificação de processos matemáticos utilizados em actividades artísticas, culturais, desportivas, de lazer e profissionais da região onde a escola está inserida e que, por alguma razão, estavam ligadas ao(s) aluno(s); (ii) a explicitação, interpretação e registo dos mesmos, enquadrados nas competências matemáticas nos diferentes ciclos; e (iii) a construção, por parte dos alunos, de recursos didáticos que ilustrassem esses conhecimentos e possibilitassem a sua divulgação e replicação sob a forma de material manipulável e audiovisual. Tratou-se de um projeto com alguma dimensão na região e que teve resultados interessantes no que se refere à integração da etnomatemática no ensino e na aprendizagem da matemática em sala de aula (Costa, Nascimento & Catarino, 2008).

Destes resultados destacamos dois exemplos que selecionámos por partirem do uso de artefactos tradicionais, o jugo e o brasão. Em Costa, Nascimento, Catarino e Fernandes (2011a; 2011b) é relatada a experiência com três turmas do 9.º ano de escolaridade, na qual os alunos foram convidados a explorar as formas existentes em três jugos (um por turma) tradicionais da região portuguesa de Trás-os-Montes e Alto Douro, em pequenos grupos e seguindo um guião fornecido pelo professor. Na figura 22 é visível um desses guiões e um grupo a trabalhar.

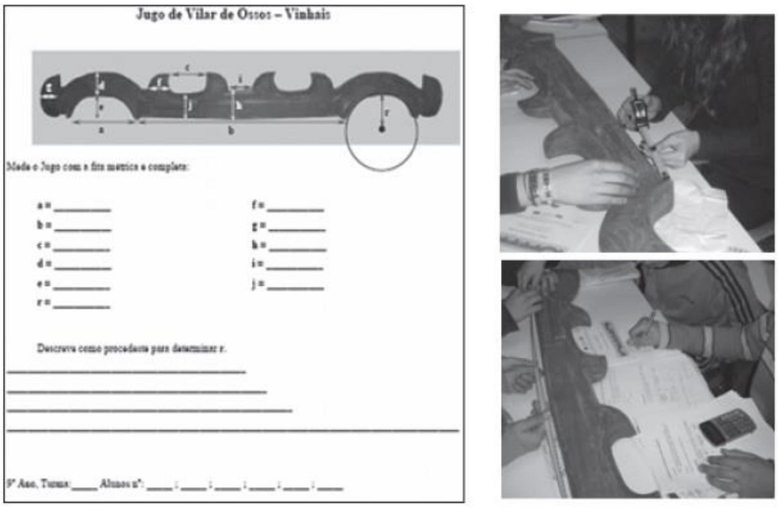


Figura 22 - Trabalhando os jugos em sala de aula (Costa et al., 2011a, p.107)

O trabalho desenvolvido envolveu o estudo da circunferência e deu resultados muito curiosos que ilustramos na figura 23.

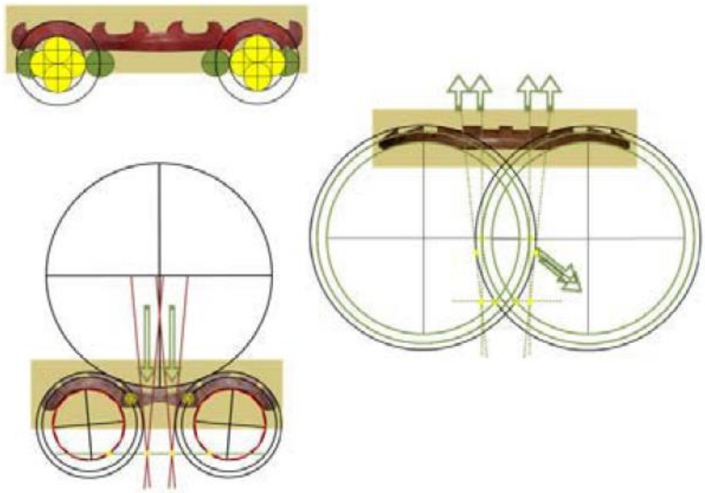


Figura 23 - Produções dos alunos partindo de jugos em sala de aula (Costa et al., 2011b, p. 7)

Quanto à experiência envolvendo brasões de casas senhoriais, esta é relatada em Nascimento, Catarino e Costa (2010). Vivendo na vila de Provesende, conhecida pelos vários brasões existentes em casas senhoriais, os alunos de uma turma de 5.º ano de escolaridade procederam a um estudo detalhado sobre os mesmos, quer em termos de significado histórico, quer em termos de elementos geométricos neles identificáveis. Feito esse estudo, cada um criou o seu próprio brasão (a figura 24 é um exemplo) tendo em conta, mais uma vez, o significado que poderia ser atribuído ao seu nome e recorrendo a elementos geométricos e numéricos para a sua conceção.

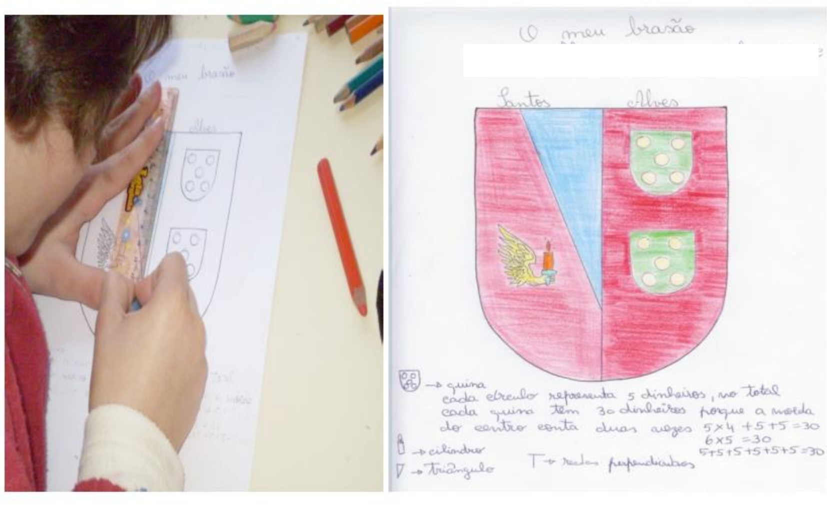


Figura 24 - Produção de um brasão por uma aluna em sala de aula (Nascimento et al., 2010, p. 281)

Também nesta região do nordeste de Portugal encontrámos outros estudos de educação matemática que recorrem à etnomatemática. Em Salta e Catarino (2014) foram testados alguns conceitos matemáticos usados pelos agricultores da região demarcada do Douro vinhateiro, pelos alunos de duas turmas de uma escola profissional, dentro e fora da sala de aula. Esta atividade proporcionou uma maior motivação dos alunos (na maioria desinteressados pelo estudo) para a matemática e um reforço da sua identidade cultural.

No outro extremo de Portugal, numa vila piscatória do Algarve, Joana Latas realizou numa turma de 7.º ano de escolaridade uma experiência em sala de aula, envolvendo *boomerangs*, artefactos do ambiente cultural destes alunos, procurando compreender de que modo as experiências culturais aproveitadas de um ponto de vista matemático, constituem um meio para tornar explícita a matemática "escondida" nelas. A autora elaborou uma sequência de tarefas, tendo em conta este contexto cultural, que aplicou aos alunos. Os resultados obtidos foram favoráveis à utilização desta estratégia (Latas, 2011).

Também partindo dos saberes e saberes-fazer matemáticos de calafates de Câmara de Lobos na Ilha da Madeira e de Caxinas no litoral norte de Portugal continental, Sousa, Palhares e Oliveras (2015) promoveram uma experiência em sala de aula com alunos de 10 a 12 anos de uma turma da vila piscatória de Caxinas e a outra de uma zona mais citadina de Vila Nova de Famalicão. As tarefas envolvendo problemas sobre raciocínio proporcional elaboradas tendo como contexto cultural a etnomatemática associada aos calafates foram aplicadas a estas duas turmas. Foram identificadas as estratégias e dificuldades apresentadas pelos alunos, bem como foi problematizada a questão de o contexto influenciar/interferir ou não no desempenho de alunos de meios sociais tão diferentes, tendo-se revelado parece algumas diferenças quer nas estratégias usadas pelos alunos antes do ensino da proporcionalidade, bem como no sentido crítico.

Dois estudos elaborados na Ilha da Madeira são os de Fernandes (2004) e Fernandes e Matos (2008). Neste caso a profissão envolvida é a serralharia. Os estudos focaram-se na formação prática de aprendizes de serralheiro e a partir daí os autores analisaram "(...) a estrutura das comunidades de prática discutindo (...) o domínio; a comunidade e a prática." (Fernandes & Matos, 2008, p. 269). Concluíram, entre outras coisas, que neste contexto "Aprender é (...) participar na comunidade de prática onde reside o conhecimento." (Fernandes & Matos, 2008,

p. 289). Assim, o conhecimento não é entendido como um bem individual, mas como algo que é partilhado na comunidade.

Estes autores concluem afirmando que: "Aprender matemática hoje na escola não pode ser entendido fora deste quadro que valoriza a iniciativa, a autonomia, a acção dos alunos, a sua participação em práticas organizadas intencionalmente para incluir oportunidades de desenvolvimento de competências matemáticas" (Fernandes & Matos, 2008, p. 289).

Para além da preocupação dos educadores matemáticos em investigar estratégias de implementação da etnomatemática na educação matemática, quer no ensino formal, quer na formação profissional, como acabamos de exemplificar, também a formação de professores pode ser problematizada no que respeita a esta interligação.

Moreira (2004) debruça-se sobre esta problemática defendendo a importância de introduzir a etnomatemática na formação inicial de professores e na formação contínua ao nível do desenvolvimento profissional do professor,

> "(...) em torno da ideia do professor investigador etnomatemático, isto é, um professor apto a investigar as práticas matemáticas fora da escola e a enquadrá-las e desenvolve-las pedagogicamente, sendo essencial uma visão transdisciplinar do conhecimento e uma discussão em torno do papel social da escola e da construção do conhecimento escolar." (Moreira, 2004, p. 35).

Algumas experiências mostram uma reação positiva por parte dos professores (formandos). Paulus Gerdes (1993b) relata experiências realizadas no contexto da formação de professores em seminários e noutros momentos de formação. Destacando a importância de sensibilizar e formar os professores para estarem preparados para a implementação de uma possível reforma curricular que integre os saberes e saberes-fazer dos povos indígenas. Nestes momentos de formação de professores de matemática, Gerdes (1993b) parte dos sona e de outros desenhos semelhantes para promover a exploração matemática junto dos professores em formação. Deste modo, os professores contactam e desenvolvem o sentido de "fazer matemática" (isto é, criar matemática nova) a partir de um contexto cultural relevante para os formandos. Com esta experiência foi possível constatar que os participantes, para além, de entusiasmados individualmente por sentirem estar a "fazer matemática", também o estavam coletivamente por compreenderem o potencial que a cultura africana tem, também, no contributo para a produção de matemática nova.

Eduardo Sebastiani Ferreira que se define como "matemático interessado em educação indígena" (1994, p. 88), durante vários anos acompanhou a formação de professores indígenas junto das suas tribos "(...) buscando sempre o máximo respeito à cultura numa preocupação constante de não destrui-la, mas mais do que isto, valorizando-a." (p. 88). Fruto de toda a sua experiência, em 1994, defendia que

> "(...) a Etnomatemática indígena seja exposta aos alunos não-índios. Além de todo o valor do relacionamento intercultural, de um conhecimento construído em nosso país, da valorização da cultura de uma outra sociedade, que está sendo dominada pela sociedade envolvente; é na própria Matemática que quero ressaltar este valor." (Ferreira, 1994, p. 94)

No Brasil desde 2008, mais de uma década mais tarde, a cultura indígena passa a ser inserida no currículo da Educação Básica.

A formação de professores em etnomatemática e na sua ligação e aplicação à educação matemática necessita de materiais didáticos de apoio. Também nesse sentido têm surgido estudos que dão contributos significativos. Por exemplo (Costa, Tenório & Tenório, 2014) construíram um recurso didático computacional que promove o raciocínio lógico-quantitativo e a introdução de conceitos de probabilidade condicionada, tendo em conta o contexto etnomatemático xavante. Este material didático é destinado a professores da Educação Básica.

A etnomatemática tem interesse na atividade ligada ao homem e o jogo faz parte deste manancial lúdico praticada por crianças e adultos em todas partes do mundo.

Jogar e brincar são atividades das crianças desde muito novas e que de algum modo reproduzem uma das mais antigas da humanidade: a atividade lúdica. No capítulo anterior já nos referimos a vários tipos jogos de diversas regiões.

Importa agora explicitar a sua relevância para a aprendizagem da matemática. Uma primeira ligação tem a ver com a natureza dos jogos e da matemática, em ambos os casos há regras e técnicas que definem como o processo se desenvolve, o domínio dessas regras e técnicas, bem como a forma de as manipular implica vencer o jogo mais vezes, ou compreender melhor os entes matemáticos com que trabalha. A estratégia e a criatividade estão subjacentes a esta atuação e são essenciais em ambos os campos (Moreira, 2004).

Os jogos que mais comummente são associados ao desenvolvimento de capacidades matemáticas são os puzzles, os quebra-cabeças, os jogos de números e as designadas recreações matemáticas (Moreira, 2004, p. 65). No entanto, as recentes investigações em neurociência permitem afirmar que os jogos que envolvem o corpo e o movimento (reforçando os *inputs* sensoriais) promovem o desenvolvimento de capacidades essenciais à aprendizagem da matemática (Almeida, 2007; Pereira, Coelho, Costa & Mourão-Carvalhal, 2013).

Estes resultados da investigação apontam para que se usem também outros tipos de jogos, especialmente aqueles que envolvem manipulação de materiais em conjunto com o corpo e o (seu) movimento. Em (Almeida, 2014) são apresentadas várias tarefas (que envolvem o corpo e o movimento) para trabalhar conceitos geométricos no 4.º ano do 1º ciclo do ensino básico. A figura 25 permite perceber alguma da atividade desenvolvida pelos alunos na aprendizagem de noções como figuras geométricas e suas propriedades, perímetro, transformações do plano, sólidos geométricos, orientação espacial e percursos.

Figura 25 - Exemplos de atividades matemáticas envolvendo o corpo/movimento (Almeida, 2007)

Os resultados do uso destas e outras atividades no programa de intervenção aplicado em (Almeida, 2007) mostraram que todos os alunos (do grupo experimental) melhoraram o seu desempenho ao nível da Geometria.

Em Moreira (2004) são indicadas algumas vantagens em usar os jogos no ensino da matemática, reproduzimos aqui algumas: “Os jogos podem permitir uma abordagem informal e intuitiva de conceitos matemáticos (...); permitem que o ritmo de cada aluno seja respeitado mais naturalmente; (...) podem contribuir para que o aluno encare o erro de uma forma mais positiva e natural; (...) permitem que os alunos sintam que podem ter sucesso; (...) favorecem naturalmente a interacção entre os alunos.” (p. 84).

CAPÍTULO IV

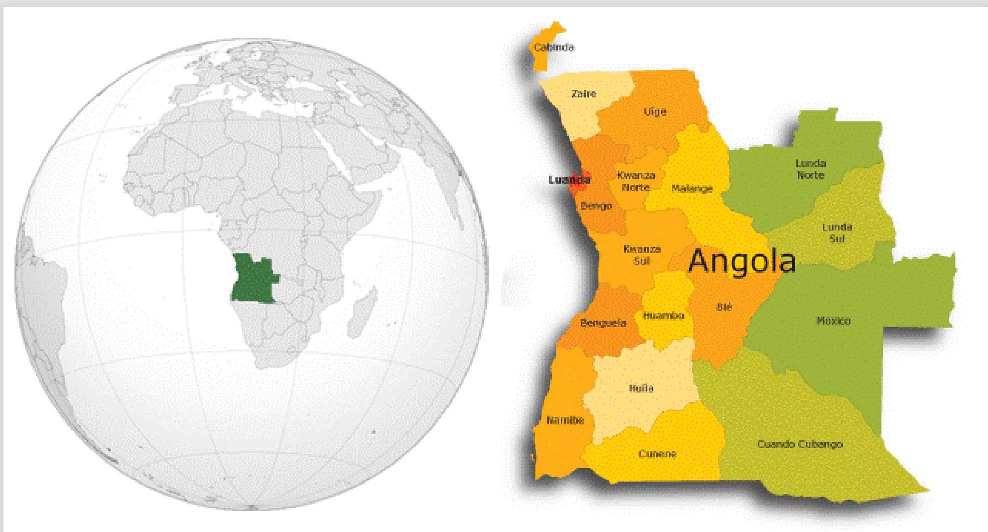
METODOLOGIA

Neste capítulo fazemos um breve historial sobre o grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*. Efetuamos uma resenha sobre investigação em educação, abordamos a opção metodológica, referimos o modo de construção das tarefas e os instrumentos de recolha e análise dos dados.

4.1 - Breve descrição sobre o grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*

O grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* está sendo estudado desde há muito tempo por vários autores como Estemann (1960, 1970), Silva (1995), (Melo, 2005) e muito recentemente por (Dias, 2011), (Dias & Costa, 2011) e (Dias, Costa, & Palhares, 2013, 2015).

Este grupo étnico está localizado maioritáriamente, nas províncias da *Huíla* e *Kunene* (Angola), conforme mostra o mapa de Angola, (figura 26).



Figura[12] **26** - Globo terreste e mapa de Angola com indicação das províncias

Estermann, em 1960, descreveu o grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* de forma que ainda corresponde à realidade:

---

[12]Fonte: http://www.portalangop.co.ao/angola/pt_pt/portal/informacoes/angola/sobre-angola/2013/8/36/Pais,63104f71-04ae-4ab4-a28c-e301bde8afe0.html acedido a 15.11.2014, 12h20

> "O grupo étnico que apelidamos de nhaneka-humbi constitui um grande agregado populacional no sudoeste de Angola. Possui uma unidade étnica (tomando esta expressão com a devida relatividade) bastante bem definida e a sua coesão linguística é facilmente observável para quem se dedica a estudos desta natureza."
> (p. 13).

É importante frisar que à medida que se desenrolavam os conflitos armados em Angola desde a década de 60 do século passado até 2002, alguns elementos do grupo foram-se deslocando para áreas mais ou menos seguras, quer no território angolano, quer no estrangeiro, onde se instalaram até hoje. Os outros continuaram a fixar-se nas suas áreas de origem, mas não puderam escapar à invasão das civilizações das culturas dominantes, consequentemente foram perdendo alguns dos seus ritos tradicionais, hábitos e costumes da sua cultura (Dias, 2011) (figura 27).

Figura[13] **27** - Dança tradicional da mulher *mumuíla*

Apesar destas movimentações, existem nos dias de hoje, muitos focos notáveis da tradição *Nyaneka-nkhumbi*, em locais como na *Humpata,* na *Chibia,* nos *Gambos*, em *Quipungo* e no *Lubango*, ali, é predominante a prática de ritos tradicionais relacionados com a vida familiar, laboral, social e religiosa. Por exemplo, a festa de iniciação para os jovens é uma das evidências

[13] https://www.google.pt/search?q=nyaneka-nkhumbi&espv=2&biw=1366&bih=677&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0CAcQ_AUoAmoVChMIu7CbofuSyAIVCdYUCh06uAQ9#imgrc=42XmhX-27yOUdM%3A

da conservação de tradições culturais. A festa da puberdade dos rapazes e a das raparigas mantém-se e é um dos momentos em que conhecimentos básicos são passados pelos mais velhos. As mães idosas ocupam-se das raparigas ensinando-lhes a serem mães, oleiras, manufaturadoras dos enfeites da mulher, enquanto os pais idosos se ocupam dos rapazes, educando-os a serem pais, praticantes de artes e ofícios, fortes à prova de fome, corajosos e determinados contra várias vicissitudes da vida. Por vezes, os rapazes são preparados para a prática da caça (Dias & Costa, 2011); (Dias et al., 2013, 2015).

A divisão social do trabalho por idade e sexo dos *Nyaneka-nkhumbi* data de há longo tempo desde a fase evolutiva do homem primitivo até aos dias de hoje. Nota-se em todas as culturas com maior ou menor impacto. Isto tem a ver, não somente com o primitivismo, mas com a própria natureza fisionómica do homem enquanto pessoa (Morris, 1998).

Hoje, os *Nyaneka-nkhumbi* residem em várias partes do mundo, uns estão identificados outros não. Existem emigrantes em Portugal e noutras partes do mundo que não sabem a sua origem, dizem ser africanos, mas de que etnia, qual é o país de origem, não sabem.

Os *Nyaneka-nkhumbi* formam um grupo vasto com 10 variantes linguísticas. Estermann (1960) considera-os agropecuários por natureza, mas amadores do boi. Praticam a caça, o artesanato, a pesca tradicional, o trabalho com o ferro, a cabeleireira, a olaria, a cestaria e jogos. Possuem uma tradição cultural espetacular e emblemática, como por exemplo as tranças caraterísticas e típicas de cada variante (Estermann, 1970). A identidade de cada variante nota-se pelo tipo de tranças nas mulheres, pelo tipo de tatuagens em forma de figuras geométricas, pelo tipo de sinais nos dentes caninos (que por vezes são retirados ou serrados, isto verifica-se tanto nas mulheres como nos homens). Também pelo tipo de corte de cabelo por parte dos homens, incluindo mulheres de algumas variantes, embora esta identidade já não se faça sentir com muita ênfase por causa da invasão cultural. Apesar de existir uma homogeneidade estilística no contexto geral, existem particularidades específicas de cada variante linguística (Melo, 2005). Esta autora descreve com detalhe estes grupos étnicos do sul de Angola. Destacamos o excerto que se segue e que sintetiza aspetos relevantes destes povos:

> "Amalgamados sob tal designação estão, para além dos *Handa*, dos *Nyaneka* e dos *Nkhumbi*, outros grupos identitários, como sejam os *Muila*, os *Ngambwe* e os *Muso*. Identitários, no sentido de que cada um deles possui características distintivas marcadas, nomeadamente, por uma estrutura específica (que mantém os seus

membros ligados entre si), por uma homogeneidade de atitudes (que consciencializa os seus membros das suas semelhanças e das diferenças, relativamente aos outros), por uma especificidade organizativa, pelas suas particularidades linguísticas, pela sua dinâmica, enquanto grupo, e por um espaço no qual se desenvolvem, numa permanente interacção com os outros". (Melo, 2005, pp. 169-170)

Referimos mais alguns exemplos: o modelo de um cesto e os desenhos geométricos que o enfeitam, a forma como uma pessoa fala, se veste e pelos objetos que usa, permitem a um conhecedor da tradição identificar a variante linguística a que essa pessoa pertence.

É curioso saber que há certas figuras geométricas nos objetos de uso ou no corpo que servem de identidade de algumas variantes. Se compararmos duas meninas, uma '*mumuíla*' e outra '*muhanda'* todas revestidas de enfeites de ritos iniciáticos, poderemos diferenciá-las e indicar a que variante pertencem isto se conhecer a cultura *Nyaneka-nkhumbi* como mostra a figura 28.

Figura 28 - Adolescentes: à direita 1 *mumuíla* e à esquerda 3 *muhanda*

Os *Nyaneka-nkhumbi*, em termos tradicionais, vivem nas aldeias (*eumbo*) geometricamente bem elaboradas no contexto cultural local onde constroem várias casas para o chefe de família, esposas, filhos, filhas, sobrinho herdeiro, celeiros, para além de outros lugares específicos, como por exemplo, um lugar para acolher visitas onde normalmente não falta alguma coisa para beber ou petiscar, lugar denominado localmente por *otyoto* para as refeições, as noites, educação e repreensão dos familiares em particular os jovens (Dias et al., 2015).

O *otyoto* tem a forma da letra 'U' formado por 3 troncos que servem como bancos. A posição cardinal do *otyoto* tem de ser unidirecional quer dizer, por norma, tem uma posição cardinal adequada a tomar, deve-se virar a oriente. À noite, no centro do *otyoto* coloca-se uma fogueira. O pai ou chefe da família ocupa a posição central do tronco transversal aos dois paralelos.

Hoje, quer a forma das casas de pau-a-pique (figura 29) quer a forma do *eumbo* dos *Nyaneka-nkhumbi,* diferem de área para área e de subgrupo étnico para subgrupo étnico. Por exemplo, as casas de pau-a-pique, de hoje, não têm somente uma forma na base, umas são circulares outras são retangulares. A estrutura do *eumbo* varia consoante a posição/distribuição no terreno das casas de pau-a-pique, dentro ou não do cerco de paus. A devastação da flora ao nível local tende à adaptação de outras formas de construção, usando por vezes materiais locais como a argamassa da terra, adobes para construir as paredes e capim, colmo ou chapas de zinco para a cobertura.

Figura 29 - *Eumbo* dos *Nyaneka-nkhumbi*

De entre as várias práticas dos *Nyaneka-nkhumbi,* pretendemos mostrar alguns espólios focalizados no presente estudo recolhidos e tratados por nós. Os *Nyaneka-nkhumbi* também fazem parte dos participantes deste estudo, pois, prestaram várias declarações na recolha de dados.

4.2 - Sobre investigação em educação

Toda a atividade de investigação científica está sujeita a métodos e técnicas apropriadas para atingir o objetivo preconizado. Estes métodos e técnicas são adotados com base nas necessidades adequadas de cada temática a investigar. Pese embora haver uma extrema variedade no domínio das definições de métodos de investigação, Madeleine Gwawitz (1993, citado por Carmo & Ferreira, 1998, p.175) definiu "métodos como um conjunto concertado de operações que são realizadas para atingir um ou mais objetivos, um corpo de princípios que presidem a toda a investigação organizada, um conjunto de normas que permitem selecionar e coordenar as técnicas".

Os métodos constituem uma maneira mais ou menos concreta, precisa ou vaga, um plano de trabalho em função de uma determinada finalidade. Os métodos são, geralmente, seguidos de técnicas. Estes são procedimentos operatórios rigorosos, bem definidos, transmissíveis, suscetíveis de serem novamente aplicados nas mesmas condições adaptados ao tipo de problema e aos fenómenos em causa (Carmo & Ferreira, 1998). A técnica representa a etapa de operações limitadas, ligadas a elementos práticos, concretos, definidos, adaptados a uma determinada finalidade, ao passo que o método é uma conceção intelectual coordenando um conjunto de operações, em geral várias técnicas.

Importa frisar que métodos são um caso geral, enquanto que as técnicas são um caso particular dos métodos. Ambos se complementam em termos de funcionalidade.

Os métodos classificam-se em dois tipos: qualitativo e quantitativo. A investigação qualitativa e a quantitativa estão, tradicionalmente, associados a paradigmas. A distinção entre paradigmas nota-se na produção do conhecimento e no processo de investigação. Pressupõe existir uma correspondência entre a epistemologia, teoria e método. A distinção entre paradigmas consiste também no método a empregar. Cada método de investigação está relacionado com uma perspetiva pragmática distinta e única. Esta distinção efetua-se fundamentalmente no que se relaciona ao processo de recolha de dados e ao modo como estes são registados e analisados.

A escolha de um ou dois métodos de investigação em ciências sociais depende do investigador na adequação e adaptação da temática a investigar (Reichardt & Cook, 1986). No entanto, recomenda-se a combinação dos dois, embora tenha implicações de natureza teórica, devido à utilização de diferentes pressupostos, entre outros (Brannen, 1992).

As caraterísticas atribuídas a cada paradigma estão apresentadas no quadro 6.

Quadro 6 - Sobre caraterísticas dos paradigmas Qualitativo e Quantitativo (Carmo & Ferreira, 1998, p. 177)

Paradigma Qualitativo	Paradigma Quantitativo
Advoga o emprego de métodos qualitativos.	Advoga o emprego de métodos quantitativos.
Fenomenologismo e *verstehen* (compreensão) “interessado em compreender a conduta humana a partir dos próprios pontos de vista daquele que actua.”	Positivismo lógico “procura as causas dos fenómenos sociais, prestando escassa atenção aos aspectos subjectivos dos indivíduos”.
Observação naturalista e sem controlo.	Medição rigorosa e controlada.
Subjectivo.	Objectivo.
Próximo dos dados; “ perspectiva a partir de dentro”.	À margem dos dados; perspectiva a “partir de fora”.
Fundamentado na realidade, orientado para a descoberta, exploratório, expansionista, descritivo e indutivo.	Não fundamentado na realidade, orientado para a comprovação, confirmatório, reducionista, inferencial e hipotético-dedutivo.
Orientado para o processo.	Orientado para o resultado.
Válido: dados “ reais”, “ricos” e “profundos”.	Fiável: dados “sólidos” e repetíveis.
Não generalizável: estudos de casos isolados.	Generalizável: estudos de casos múltiplos.
Holístico.	Particularista.
Assume uma realidade dinâmica.	Assume uma realidade estável.

Os métodos de investigação estão intrinsecamente ligados aos objetivos a alcançar. “Os objetivos da investigação quantitativa consistem essencialmente em encontrar relações entre variáveis, fazer descrições recorrendo ao tratamento estatístico de dados recolhidos e testar teorias” (Carmo & Ferreira, 1998, p. 178). Os objetivos da investigação qualitativa residem na descrição rigorosa, de tal forma que a descrição venha a resultar diretamente dos dados recolhidos. Os dados incluem transcrições de entrevistas, registos de observações, documentos escritos (pessoais e oficiais), fotografias e gravações vídeo. Na investigação qualitativa dá-se uma grande importância à validade do trabalho realizado. Neste tipo de investigação tenta-se que os dados recolhidos estejam de acordo com o que os indivíduos dizem e fazem. As técnicas mais utilizadas em investigação qualitativa são a observação participante, a entrevista em profundidade e a análise documental.

Apesar de se notarem dificuldades na combinação dos dois métodos de investigação, Patton (1990) afirmou que uma forma de tornar um plano de investigação mais “sólido” é através da triangulação de diferentes métodos e dados.

Denzin (1978, citado por Carmo & Ferreira, 1998, pp. 183-184) citou "quatro grandes tipos de triangulação:

1. triangulação de dados – o uso de uma variedade de fontes num mesmo estudo;
2. triangulação de investigadores – o uso de vários investigadores ou avaliadores;
3. triangulação de teorias – o uso de várias perspetivas para interpretar um mesmo conjunto de dados;
4. triangulação metodológica – o uso de diferentes métodos para estudar um dado problema ou programa".

A triangulação pode permitir uma melhor compreensão dos fenómenos, do mesmo modo que a triangulação de técnicas pode conduzir a alcançar resultados mais seguros, sem enviesamentos.

Não obstante a triangulação apresentar vantagens, é referido por todos os autores que o facto de se combinarem métodos qualitativos e quantitativos, tal combinação apresenta várias desvantagens relativamente ao custo, ao tempo e na experiência e competência do investigador na utilização dos dois métodos, pois, raramente pode dominar ambos em simultâneo para alcançar eficácia na investigação.

O problema de investigação pode ser definido primeiramente pelo investigador baseando-se na sua própria experiência ou de situações ligadas à sua vida prática, mas que pode também resultar de deduções baseadas na teoria, na revisão de literatura ou nas questões sociais ou políticas (Merriam, 1988). Nesta linha de pensamento Stake (2012, p. 59) afirmou que "toda a investigação é uma busca de padrões, de consistências".

A revisão de literatura, quer de natureza teórica, quer de natureza investigativa constitui uma componente fundamental no processo de investigação (Carmo & Ferreira, 1998). Esta fase poderá contribuir para a concetualização do problema, a realização do estudo e a interpretação dos resultados.

Estudo etnográfico

Os métodos tradicionais não têm vindo a resolver de forma satisfatória os problemas no domínio das ciências sociais. Nota-se um crescente interesse pelos estudos etnográficos. Os estudos etnográficos pressupõem uma extensa recolha de dados durante um período de tempo mais ou menos longo, sem que o investigador interfira na situação que está a estudar, nem procure compreender o comportamento dos sujeitos através dos seus pontos de vista, mas do ponto de vista daqueles que observa. Este tipo de estudo centra–se na cultura, no conjunto de padrões de comportamentos e crenças dos elementos de um determinado grupo, classe, etnia.

Na investigação etnográfica a técnica utilizada, consiste, fundamentalmente, na observação participante. Isto implica que o investigador deve fazer o trabalho de campo de modo a que fique imerso na cultura em estudo. Este tipo de estudo tem vindo a ser utilizado há muito tempo por antropólogos para estudar culturas de povos de economia recoletora e agro-pastoril. Hoje, continua a ser aplicado largamente no estudo das organizações modernas. Este tipo de estudo permite ao investigador recorrer a outras técnicas: entrevistas, questionários e escalas de atitudes, análise documental, recolha de artefactos, gravações vídeo e áudio.

Design-Based Research

O termo em inglês *design-based research*, que pode ser entendido na educação como investigação na construção e testagem de materiais pedagógicos, foi adotado como um método de investigação científica usado no campo da investigação nas ciências sociais, em particular na área da educação matemática. Teve como objetivo colmatar um certo vazio que se notava nas metodologias de investigação, em particular no domínio da inovação pedagógica (Pardo-Ballester & Rodriguez, 2009). Por volta dos anos noventa do século XX, a *design-based research* teve origem em duas correntes distintas, a socio-construtivista e a educação matemática naturalista. A primeira foi responsável pela importância atribuída ao desejo de compreensão enquanto a segunda surgiu pela necessidade de proceder a mudanças educacionais (Gravemeijer & Cobb, 2006). O desenho dos materiais deve ter como suporte os princípios básicos para o sucesso das aprendizagens, considerando o aluno como destinatário neste processo.

A design-based research pode ser caraterizada pelos seguintes pontos:

1. É interacionista, porque aspira a concretizar uma interação no mundo real.
2. É iterativa, pois incorpora uma abordagem ciclíca de construção, avaliação e revisão.
3. Está orientada para o processo, o foco está na compreensão e melhoramento dos produtos.
4. É utilitária, o mérito de um produto é medido, em parte pela sua praticabilidade em contextos reais.
5. Está orientada para a teoria, pois a construção baseia-se pelo menos em parte em pressupostos teóricos e a testagem no terreno contribui para reforços teóricos (Akker, Gravemeijer, McKenney & Nieveen, 2006)

A *design-based research* reveste-se de contributos teóricos com significativa relevância, talvez pela constante triangulação dos dados o que permite atingir os resultados desejáveis. Por outro lado a *design-based research* raramente descobre modos de construir sistemas baseados em fundamentos puramente teóricos, mas determina o modo como aplicá-los na prática.

4.3 - Opção metodológica

Como fazer trabalho de cunho científico?

Carvalho (2009) afirmou que

> " (...) fazer ciência não é delimitar o pensamento num processo é antes questionar (...). Vários povos da antiguidade estabeleceram diferentes formas de saber: os egípcios, a trigonometria, os romanos a hidráulica, os gregos a geometria, a mecânica, a lógica, a astronomia a acústica, os indianos e muçulmanos a matemática e a astronomia". (p. 21)

Muitas vezes quando se fala do trabalho científico é importante lembrarmo-nos que a ciência é o conjunto organizado de conhecimentos sobre os mecanismos de causalidade dos factos observáveis, obtidos através do estudo objetivo dos fenómenos empíricos (Carvalho, 2009). As ciências têm como objetivos descobrir, explicar e predizer os factos do mundo em que vivemos. As suas afirmações têm que ser confrontadas com os factos da experiência e só aceites se verificadas experimentalmente (Carvalho, 2009).

Um trabalho científico requer um método científico que se entende como um modo de descrever a realidade; confina-se nos limites dos observáveis (Carvalho, 2009).

A base de orientação metodológica do nosso trabalho consistiu em consulta de obras já existentes, observação, conversação, registos fotográficos de artefactos do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*, gravação áudio e vídeo, e notas de campo do investigador.

O tipo de metodologia de estudo escolhido assume-se como uma metodologia mista, a qualitativa e a quantitativa, embora esta última tenda a ser sem caráter inferencial, não havendo controlo de variáveis, apenas usando estatística descritiva.

Tal como consta no projeto deste trabalho, conversamos com os *Nyaneka-nkhumbi* para colher informações sobre vários assuntos relativos a práticas culturais, tradições, hábitos e costumes do grupo. A nossa conversa enfatizou-se nos saberes e saberes-fazer relacionados com os conhecimentos matemáticos 'congelados' nos artefactos deste grupo.

Gravamos em áudio algumas conversas informais, gravamos em vídeo algumas entrevistas quer com *Nyaneka-nkhumbi,* quer com os professores envolvidos em sala de aula e alunos (futuros professores), antes, durante e depois da aplicação das tarefas projetadas e complementamos com fotografias e registos em notas de campo.

Seguidamente, a partir dos dados obtidos junto da comunidade *Nyaneka-nkhumbi*, e numa abordagem metodológica de experimentação das tarefas, estas foram aplicadas no contexto angolano e no contexto português. Após esta síntese do *design* do estudo, detalhamos nesta e nas próximas secções cada parte do trabalho metodológico.

A metodologia é conceituada por vários autores. Alves (2007) considera a metodologia um instrumento do investigador, uma vez que é através da especificação dos caminhos a serem adotados que se torna possível delimitar a criatividade e definir o como, onde, com quem, com que, quanto e de que maneira se pretende captar a realidade e os seus fenómenos ou dados. Enquanto Brun (1996, p. 76) afirmou que considera metodologia a "actividade psíquica ou mental puramente gratuita, geralmente fundada na convenção ou na ficção, que não tem na consciência daquele que ela se entrega outra finalidade senão ela própria, outros objectivos para além do prazer que confere".

Todo o trabalho requer usar métodos apropriados para atingir o objetivo preconizado.

A investigação a que nos propusemos é composta por duas partes, uma de cariz etnomatemático e outra evolvendo educação matemática. Esta última baseia-se nos dados recolhidos e analisados através do estudo etnomatemático. Com base neste estudo construímos tarefas abordando conteúdos matemáticos do 1.º ciclo do ensino básico, em contexto cultural.

Para o estudo etnomatemático fez-se uma investigação focalizada em artefactos do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*. Artefactos imbuídos de conhecimentos matemáticos que foram investigados não só pela manifestação de tais conhecimentos "congelados" nos artefactos, mas, com maior pendor, em como podem ser aplicados na sala de aula. Para tal, recorremos a um paradigma qualitativo valorizando o emprego de métodos qualitativos, observação naturalista (Cohen et al., 2007, p. 168), fundamentado na realidade e orientado para a descoberta (Reichardt & Cook, 1986). Optamos por um estudo etnográfico em que a unidade de estudo é o grupo étnico *Nyaneka--nkhumbi* (Cohen et al., 2007, p. 169). Pretendemos conhecer a cultura deste grupo com foco nas atividades e artefactos que envolvem saberes e saberes-fazer matemáticos, efetuamos uma observação participante durante certos períodos de tempo que não tiveram de ser tão longos quanto habitualmente um estudo desta natureza exige em virtude de o investigador ser oriundo e ter vivido durante muito tempo da sua infância e adolescência nesta cultura. Posteriormente recorremos a entrevistas semiestruturadas e não estruturadas, registo fotográfico de artefactos e análise documental (Carmo & Ferreira, 1998).

Para o estudo de educação matemática no qual o objetivo é perceber e analisar o quanto as tarefas propostas são significativas e aplicáveis (ou não) a alunos do 1.º ciclo do ensino básico, optamos por uma investigação mista, contendo uma parte qualitativa e outra quantitativa.

Por outro lado, apoiamo-nos no inquérito por questionário estruturado para complementar a recolha de dados.

Pelo exposto podemos afirmar que em termos globais procedemos a uma investigação mista, envolvendo um estudo etnográfico e dois estudos usando uma metodologia predominantemente qualitativa com uma pequena componente quantitativa.

4.4 - Participantes

Neste estudo contamos com vários participantes quer na recolha de dados para o estudo etnomatemático, quer na recolha de dados com a aplicação da etnomatemática à educação matemática. Na recolha de dados para o estudo etnomatemático foram participantes os entrevistados, nomeadamente: os autóctones *Nyaneka-nkhumbi*, construtores de casas de pau-a-pique em *Qué-Chikomba* (Angola), os praticantes da caça como por exemplo, Longuti de 73 anos de idade na localidade de *Muvonde-Quipungo* (Angola), os fabricantes de cestos no *Muvonde* e *Ondjiva* (Angola), mulheres fabricantes de enfeites de missangas e praticantes de *owela* e *ondjandja* no *Lubango* e *Quipungo*. Foram também entrevistadas informalmente crianças do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* na recolha de dados sobre a contagem gestual nas localidades de *Lubango*, *Ondjiva* e *Xangongo* (Angola).

Na recolha de dados com a aplicação da etnomatemática à educação matemática contamos com a colaboração de três grupos, que designamos por grupo PNN, grupo A e grupo B.

O grupo designado por PNN foi constituído por 5 professores angolanos do 1.º ciclo do ensino básico (em Angola designado ensino primário) que lecionavam a alunos do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*. Quatro professoras, Verónica, Arlete, Fátima e Brunilda (nomes fictícios), tinham respetivamente, 12, 8, 7 e 3 anos de serviço docente e um professor, Kalei (nome fictício), com 4 anos de serviço docente.

Os outros dois grupos A e B foram constituídos por alunos de duas Universidades portuguesas, futuros professores (respetivamente, Univ. I e Univ. II). O grupo A era constituído por 23 alunos do último ano de licenciatura da Univ. I e o grupo B era constituído por 16 alunos do 1.º ano de mestrado da Univ. II. Quer num caso quer noutro, os cursos foram ligados à formação de professores.

A escolha dos participantes deste trabalho baseou-se, para o grupo PNN, primeiro, na experiência das vivências dos entrevistados tanto com as crianças como com os adultos contactados presencialmente em Angola. Segundo, serviu de referência dos outros participantes a qualidade profissional e competência dos mesmos, de tal forma que se adequassem com os objetivos deste estudo. O contacto com os participantes dos grupos PNN, A e B foi motivado fundamentalmente pela facilidade que existia entre professores, colegas de trabalho. As formas de contacto diferenciaram-se nos dois contextos.

No contexto angolano, para os participantes do grupo PNN, o contacto preliminar foi efetuado através da *internet*, na primeira quinzena de dezembro de 2014. O investigador deste estudo contactou um professor angolano, com a qualificação de mestre na área de educação, que trabalhava com os professores dos alunos da comunidade *Nyaneka-nkhumbi*. Este primeiro contacto serviu para selecionar, contactar e formar um grupo entre 5 a 6 professores com experiência profissional comprovada que lecionassem turmas com alunos do 1.º ciclo do ensino básico do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*. Os professores convidados, verbalmente, para a conversa com o investigador, aceitaram com muito agrado.

No contexto português, para os participantes dos grupos A e B, o contacto foi estabelecido em primeira instância, verbalmente, pelas professoras das turmas de licenciatura e de mestrado, as quais foram contactadas pelos orientadores deste trabalho. Seguidamente foi elaborada uma carta explicativa do estudo aos participantes e declaração de consentimento informado (anexo 1) a qual foi entregue aos participantes. Foi-lhes explicado que manteríamos o anonimato e qual era o objetivo do estudo. A recolha das cartas foi efetuada pelas professoras das turmas as quais foram arquivadas pelo investigador.

Tanto para um como para o outro contexto o que pretendíamos foi essencialmente o que conseguimos.

4.5 - Sobre as tarefas

A criação de tarefas neste trabalho assenta nas ideias de (Ponte, 2005, p. 15), "(...) não é tanto a partir das atividades práticas que os alunos aprendem, mas a partir da reflexão que realizam sobre o que fizeram durante essas atividades práticas".

As tarefas têm sido uma opção metodológica de aprendizagem significativa. Steiner (citado em Oliveira, 2006, p. 39) afirmou que "o grande ensino é aquele que desperta dúvidas, que encoraja a dissidência, que prepara o aluno para a partida. No final um verdadeiro Mestre deve estar só".

As tarefas baseadas em artefactos culturais *Nyaneka-nkhumbi* sustentam-se em ideias de autores como Zaslavsky (1999) ao afirmar que muitas escolas têm-se envolvido em atividades de etnomatemática. O modo da criação das tarefas que nos propusemos fazer apoia-se em Ponte (2005), ao afirmar que a tarefa pode ser formulada pelo professor e proposta ao aluno ou ser da iniciativa do aluno ou pode ser enunciada explicitamente logo no início da atividade ou construindo-a implicitamente à medida que vai decorrendo a tarefa. É através da formulação de uma tarefa adequada que pode provocar no aluno a vontade de fazê-la. Não é suficiente selecionar uma boa tarefa é preciso ter atenção à maneira de a propor ao aluno e conduzi-la durante as atividades na sala de aula.

Tivemos em conta as duas modalidades de ensino que podem ser proporcionadas numa sala de aula. Neste caso em vez do ensino tradicional (Zabala, 1998) baseado em memorizações e repetições de conteúdos transmitidos por um professor detentor de conhecimento, optamos pela natureza concetual de uma tarefa como tal, o ensino construtivista (Simon, 1995), onde o aluno, não só, pratica, mas também, reflete naquilo que faz, conjetura, vivendo um ambiente de desafios e ilações.

Cingindo-se àquilo que o professor ou investigador vai assumir em princípio, na elaboração de tarefas ou atividades para o aluno, deve ter em conta que o que os alunos aprendem resulta de dois fatores principais: a atividade que realizam e a reflexão que sobre ela efetuam. Esta perspetiva sobre a aprendizagem, identifica-se com linhas teóricas diferentes, como Bishop & Goffree (1986) e Christiansen & Walter (1986).

Na perspetiva de Peres & Pimenta (2011), as atividades para aquisição de conhecimentos devem sugerir ao aluno a definição de conceito, o reconhecimento de factos, o recordar de ideias, a reprodução de ações, a habilidade para recitar, identificar, rotular, listar ou selecionar elementos. Nestas atividades podem ser utilizadas ferramentas *web* para auxiliar o alcance de qualquer objetivo cognitivo e para o desenvolvimento das competências transversais. Neste trabalho recorremos ao *apple*t de Ron Eglesh para algumas das tarefas. As atividades implementadas neste trabalho foram organizadas numa natureza participativa que permitiram a introdução de questões de natureza objetiva, prática e/ou discursiva, suportadas em modelos pedagógicos cognitivistas e construtivistas. Esta opção alicerça-se no facto do modelo cognitivista ser entendido como um processo dinâmico de codificação, processamento e reconhecimento da informação. O indivíduo é visto como um ser que interage com o meio e é graças a essa interação que aprende. Peres e Pimenta (2011) afirmaram que esta corrente pedagógica centra a sua atenção no professor que planifica as atividades, a fim de promover a passagem da informação de uma memória de curto prazo para uma memória de longo prazo.

As atividades implementadas neste trabalho e modelos adotados parecem-nos importantes na medida que pressupõem a capacidade que o aluno tem de aprender através da sua própria construção mental de significados (modelo construtivista).

A nossa perspetiva, neste caso, fundamenta-se também no documento do Ministério da Educação português (Ponte, et al., 2007) que orienta o professor a prestar maior atenção no raciocínio dos alunos, valorizando-os, de modo que, o aluno ao estar diante da tarefa proposta possa reagir com o seu pensamento na partilha com os colegas. Daí o papel do professor de mediar o processo de ensino e de aprendizagem. Esta ideia é reforçada por Mendes e Delgado (2008) ao afirmarem que, ao propormos tarefas ao aluno é importante ter em conta as suas competências, e aproveitar as ocasiões que ocorrem naturalmente ao longo das atividades se considerarmos que a aprendizagem matemática será mais significativa resultado das experiências e materiais que interessam ao aluno, a ponto de refletir sobre o que fez e porque o fez.

A ideia de que o professor deve prestar maior atenção ao raciocínio do aluno, tal ideia conjuga-se com a forma tradicional usada pelos mestres *Tchokwe* desenhadores na areia, no ato da exploração e exercitação de tarefas com os seus discípulos. Verbalizavam a tarefa e o discípulo executava-a na areia como afirma Gerdes (1997) na sua obra "Vivendo a Matemática. Desenhos da África". Nesta obra o mesmo autor sugere a maneira como e onde pode decorrer a tarefa. Podemos executar os desenhos dos *Tchokwe* no papel usando lápis ou caneta colorida, mas também se pode experimentar desenhando na areia ou mesmo no chão, na terra batida!

Quanto a isso, as nossas perspetivas são diferentes para com os dois contextos: no primeiro, trata-se de valorizar de forma direta os conhecimentos endógenos da comunidade angolana no plano nacional. No segundo trata-se de valorizar os conhecimentos endógenos africanos junto de comunidades que estão deslocadas ao nível da lusofonia e não só.

Em seguida indicamos o modo como as tarefas foram construídas e aplicadas.

As tarefas deste estudo foram elaboradas com base na recolha de dados feita sobre a matemática encontrada nas práticas culturais do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*. Os saberes e saberes-fazer matemáticos previamente explorados constituíram-se como tema das tarefas. Estas focam: jogo de *ondjandja*, contagem gestual, jogo de *owela*, casas de pau-a-pique do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*, enfeites e cestos da mulher *Nyaneka-nkhumbi*. As tarefas elaboradas eram destinadas ao 1.º ciclo do ensino básico. Foram concebidas e construídas pelo investigador. Numa primeira fase foram revistas, comentadas e corrigidas pelos orientadores. Depois disso foram colocadas à consideração de um professor do ensino básico com vasta experiência profissional e larga formação na área de educação matemática (doutorado). Depois houve novos ajustamentos de acordo com as sugestões deste professor e do grupo PNN (como se explica adiante), obtendo-se a versão final das tarefas que se encontra nos anexos 2 e 3. O anexo 2 refere-se às fichas em papel, facultadas aos participantes para se orientarem ao efetuarem as atividades solicitadas. O anexo 3 é uma apresentação em *PowerPoint* que acompanhava a proposta e explicação das tarefas feita pelo investigador.

As tarefas foram aplicadas em sete sessões com a duração aproximada de duas horas cada. Duas sessões com os professores do contexto angolano, das quais uma serviu de contacto e informação e a última para discussão e reflexão sobre as tarefas propostas, servindo o intervalo de tempo entre as duas sessões para os professores resolverem e refletirem sobre as mesmas. Note-se que a versão das tarefas que foi apresentada aos professores do grupo PNN era mais alargada. As reações destes participantes às mesmas foram usadas para aprimorar e selecionar as tarefas que posteriormente foram apresentadas aos grupos A e B. Três sessões com os alunos de licenciatura e duas com os de mestrado. Estas foram efetuadas no mesmo dia por exigência do horário dos participantes.

No início de cada sessão, o investigador apresentou resumidamente os temas relacionados com as tarefas propostas. Foi esclarecendo as objeções que os participantes apresentavam ao longo da resolução das tarefas.

Quadro 7 - Resumo das sessões dos grupos

	Grupos			**Local**
Datas das sessões	PNN	A	B	
29.12.2014	X			Sala de aula Escola do II ciclo do ensino secundário da Província do *Kunene* (Angola).
03.01.2015	X			
20.04.2015		X		Laboratório de Didática da Matemática da Univ. I (Portugal)
27.04.2015		X		
04.05.2015		X		
19.05.2015			X X	Sala de aula da Univ. II (Portugal)
Total	2	3	2	

4.6 - Sobre a recolha de dados

A recolha de dados é uma fase da investigação que não deve passar despercebida. Não existe um momento exato para começar a recolha de dados. Ela tem início antes do compromisso de realizar o estudo. Refere-se concretamente à contextualização, familiarização com outros casos, primeiras impressões (Stake, 2012). Este autor considera que uma parte considerável dos dados a recolher é impressionista, recolhida informalmente à medida que o investigador se vai familiarizando com o caso. Muitas das primeiras impressões serão posteriormente refinadas ou recolocadas, mas o conjunto dos dados inclui a primeira das observações. Na fase de recolha de dados o investigador é despertado a tirar partido das formas triviais de familiarização com as coisas. O conhecimento é largamente cerebral, só algumas coisas são registadas. Todos os investigadores nesta fase têm o grande privilégio de prestar atenção ao que consideram digno de atenção e uma grande obrigação de tirar conclusões retiradas das escolhas mais significativas (Stake, 2012).

A recolha de dados para o estudo etnomatemático foi feita com base em recolha documental, fotografias, entrevistas semiestruturadas e não estruturadas, notas de campo, produções dos participantes (como os cestos, as casas de pau-a-pique, as armadilhas, os enfeites, a contagem gestual e os jogos) e gravações em áudio e vídeo (Bardin, 2007).

Recorremos ainda à observação participante. Havendo diferentes possibilidades de se efetuar a observação em função do grau de participação do observador e da sua imersão na realidade, a opção pela modalidade da observação participativa pode ser ideal no sentido do investigador ter acesso a um variado número de informações (Alves, 2007). Entre várias opções metodológicas de investigação, optamos pela observação participante que é caraterizada pelo facto de o observador estar inserido no grupo observado o que permite uma análise global e intensiva do objeto de estudo (Almeida & Pinto, 1975). Esta afirmação não invalida que a observação direta do objeto de estudo não esteja isenta de subjetividade. Essa investigação prática está voltada para intervir na realidade social que tem um caráter de avaliação qualitativa. Esta prática é fundamental, mas não fatal ou determinante. Portanto, a observação participativa não é tudo, ela pode apresentar defeitos, como por exemplo, os participantes serem influenciados, não considerarem a realização de atividade com responsabilidade e poderem dar respostas por acaso. Pode ser que os participantes estejam inibidos naquilo que estejam a fazer por fatores alheios à sua vontade. A presença do investigador pode ser um motivo de influência positiva ou negativa na emissão das suas opiniões sobre o inquérito. Como o investigador faz parte desta comunidade étnica as limitações referidas no caso da observação participante são muito esbatidas.

Sobre a base documental serviram para a revisão bibliográfica várias obras sobre os estudos desenvolvidos no campo da etnomatemática no continente africano e noutras paragens do mundo, como em Portugal. Fez-se a revisão bibliográfica sobre o grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* no aspeto etnográfico. Várias são as obras consultadas sobre o ramo da educação matemática no enquadramento da matemática nas sociedades multiculturais e de obras relacionadas com o tratamento, análise e interpretação dos dados.

Sobre os registos fotográficos o autor deslocou-se a Angola várias vezes durante os 3 anos de estudo em Portugal e tirou fotografias junto da comunidade *Nyaneka-nkhumbi*. Também fotografou alguns artefactos de outros grupos étnicos do centro de Angola, como cestos, relacionados com este estudo. É de referir que fotografar artefactos de alguns proprietários tiveram custos num valor médio equivalente a 2€. Algumas fotografias usadas neste texto foram extraídas da *internet* para complementar o estudo.

A entrevista não estruturada foi um dos recursos usado para a recolha de dados. Neste aspeto o investigador conversou com os autóctones *Nyaneka-nkhumbi* na língua local de cada variante linguística por ele conhecida. Nestas conversas foram recolhidos dados sobre jogos de *ondjandja* e *owela* praticados pelos *Nyaneka-nkhumbi,* casas de pau-a-pique do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*, cestos da mulher do mesmo grupo étnico, armadilhas dos caçadores desta mesma etnia e outras práticas culturais como a contagem gestual numérica deste grupo. Durante a conversa anotamos e gravamos sob permissão informal dos entrevistados.

Durante a recolha de dados em Angola, apesar de o investigador deste trabalho ter visitado o museu regional da *Huíla* no *Lubango* (Angola), a mesma visita não surtiu efeito positivo em termos de recolha de dados. As condições burocráticas não permitiram que se fotografassem os artefactos sem permissão prévia. Sendo assim, o investigador preferiu recolher dados dos próprios elementos do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* ao vivo.

Para a recolha de dados nas sessões de aplicação das tarefas, foi elaborado um *PowerPoint* (anexo 3), a ficha das tarefas (anexo 2) e o inquérito por questionário estruturado (anexo 4). Os instrumentos elaborados visavam, por exemplo o *PowerPoint,* auxiliar nas sessões na introdução dos temas das tarefas propostas e contextualizá-las junto dos participantes. A ficha permitiu aos participantes visualizarem em papel as tarefas propostas, facilitando o registo e a resolução das mesmas. Na resolução da ficha, os participantes tiveram ocasião de exprimir as suas opiniões em relação ao quanto cada atividade proposta era significativa ou não para alunos do 1.º ciclo do ensino básico. O inquérito (anexo 4) que foi elaborado com base na conversa mantida entre o investigador e o grupo PNN, permitiu posteriormente aos participantes do grupo A e B fazerem uma avaliação geral das tarefas apresentadas quer relativamente ao propósito para o qual foram elaboradas, quer ao impacto que tiveram junto dos participantes ao longo das sessões (Cohen et al., 2007, p. 331).

A recolha de dados foi realizada nas sessões com os grupos PNN, A e B. Enquanto com o grupo PNN, a recolha baseou-se na discussão e reflexão sobre as tarefas propostas, para os grupos A e B a recolha de dados baseou-se nas produções dos participantes sobre as tarefas e nas respostas ao inquérito.

No grupo PNN, o investigador recolheu os dados a partir da conversa com todos os elementos do grupo PNN, que estavam posicionados num grupo único, frontal e circular. As sessões de encontro de conversa com os participantes aconteceram nas datas combinadas, dia 29.12.2014, no período da tarde, e 03.01.2015, pelas 9 horas e 30 minutos na sala de aula da escola do II ciclo do ensino secundário da Província do *Kunene* (Angola). Estavam presentes um professor daquela escola que estabeleceu o primeiro contacto com os convidados e um funcionário da mesma que ajudaram na assistência das gravações de vídeo e na ligação do gerador elétrico. No fim das sessões o mesmo professor anfitrião brindou-nos com um lanche e apoiou-nos com a sua viatura na distribuição dos participantes para as suas residências.

A recolha de dados com o grupo PNN realizou-se em duas sessões de duas horas cada, onde o investigador apresentou os 6 temas das tarefas já citados. Na primeira sessão, distribuíram-se por cada professor fichas das tarefas propostas que levaram para casa a fim de as lerem, resolverem e amadurecerem as ideias para a conversa da segunda sessão. A apresentação das sessões pelo investigador foi feita com algumas pausas de dois a três minutos aproximadamente para permitir a reflexão dos participantes deste grupo. Depois de cada pausa o investigador solicitava a intervenção dos participantes para apresentarem as suas opiniões sobre o tema abordado.

As duas sessões geraram uma conversa riquíssima quer para o investigador, quer para os professores que o afirmaram durante e depois da conversa. Foi uma conversa de partilha de conhecimentos. Os professores convidados regozijaram-se de terem aproveitado vários novos conhecimentos a partir desta conversa.

A recolha de dados com o grupo A foi realizada em três sessões com duas horas letivas cada, embora a terceira tivesse poucas atividades e menos tempo. Decorreu no laboratório de Didática da Matemática da Univ. I de Portugal, nos tempos letivos da disciplina de Didática da Matemática do Curso do 1.º ciclo em Educação Básica.

Tal como estava previsto, a primeira sessão realizou-se no dia 20.04.2015, pelas 16 horas. A segunda sessão realizou-se no dia 27 do mesmo mês e à mesma hora. A última decorreu no dia 04 de maio, também à mesma hora, também em 2015. A professora da turma esteve presente junto do investigador em todas as sessões. Na última sessão o investigador não esteve presente, tendo a professora da turma procedido de modo análogo ao do investigador nas sessões anteriores.

Na recolha de dados, inicialmente, os participantes estavam organizados em sete grupos de quatro elementos. Cada grupo estava etiquetado por uma caixinha que identificava o número do grupo e o nome de cada participante nas faces da caixinha. A turma é de 28 alunos, sendo 24 meninas e 4 rapazes. A presença dos participantes variou, ficando na última sessão 23 alunos com o mesmo número de grupos.

Depois de todo o aparato eletrónico e os materiais preparados estarem disponíveis para uso, a professora da turma apresentou o visitante investigador. Este foi apresentando os temas das tarefas propostas à turma, explicando passo a passo, dando lugar aos participantes a exporem as suas dúvidas, enquanto do outro lado estava a professora da turma para intervir sempre que fosse necessário.

No início de cada sessão, a professora da turma ajudou na distribuição dos materiais usados para a recolha de dados. No fim de cada sessão a professora ajudou o investigador a recolher as fichas e os materiais usados, nomeadamente: fichas de atividades, inquérito, quadros de *owela*, cordas de *ondjandja*, computador, câmaras de vídeo e fotográfica. As fichas de atividades foram identificadas com o número de cada grupo para facilitar o tratamento dos dados preservando o anonimato dos alunos.

O inquérito foi aplicado na última sessão pela professora da turma e respondido individualmente. Os dados recolhidos nas produções de cada sessão foram digitalizados e arquivados.

A recolha de dados de produções de atividades e inquérito, no grupo B, teve início no dia 19.06.2015, pelas nove horas e trinta minutos na sala de aula do Instituto de Educação da Univ. II de Portugal. Foram duas sessões de aproximadamente duas horas letivas, sucessivas, apenas com um intervalo de cerca de 15 minutos. Nas sessões participaram 16 alunos organizados em 5 grupos, sendo 4 grupos de 3 e 1 grupo de 4.

Na primeira sessão com este grupo, um dos orientadores deste trabalho apresentou o investigador à turma na presença da professora da mesma. Proferiu algumas palavras de boas vindas e agradeceu à professora por lhe ter cedido a prioridade de falar, dizendo que estava ali o investigador para lhes apresentar um trabalho com atividades de tarefas elaboradas ao nível do 1.º ciclo do ensino básico. Referiu ainda que como futuros professores têm uma opinião a dar sobre as mesmas. A professora da turma disse o que era esperado dos alunos ou seja realizarem as tarefas e reagirem às mesmas e perceberem até que ponto serão ou não significativas e aplicáveis não só aos meninos em Angola como também no geral.

O investigador apresentou os temas aos participantes deste grupo sobre *ondjandja,* contagem gestual numérica, *owela*, casas de pau-a-pique dos *Nyaneka-nkhumbi* e enfeites da mulher *Nyaneka-nkhumbi*, de modo análogo ao que aconteceu com o grupo A. Faltou abordar o tema sobre os cestos construídos pelas mulheres *Nyaneka-nkhumbi* por falta de tempo.

As fichas de atividades, cordas de *ondjandja,* quadros de *owela* e câmaras de vídeo e fotográficas foram recolhidos e guardados pelo orientador.

Os dados recolhidos neste grupo refletem as produções das atividades e do inquérito aplicado.

No final da última sessão do grupo B foi entregue o inquérito por questionário.

Uma forma de colher dados de certa população é a aplicação de um inquérito. Almeida e Pinto (1975) afirmaram que segundo esta perspetiva, o inquérito corresponde ao mais estruturado e rígido dos tipos de entrevista, visto que se recorre a um conjunto de perguntas, inseridas no questionário, sob uma forma e segundo uma ordem prévia e estritamente programada. Quando se pode responder ao inquérito livremente, embora no âmbito das perguntas previstas, dir-se-á que estas assumem a forma de questões abertas, quando, pelo contrário, o inquirido tem de optar entre uma lista tipificada de respostas, as questões correspondentes dir-se-ão fechadas (Cohen et al., 2007, p. 330).

O inquérito que colocamos junto dos participantes tinha uma escala considerada muito antiga e mais usada por vários investigadores. Almeida e Pinto (1975) afirmaram que a escala métrica de inteligência foi criada pelo médico francês Binet a partir dos anos 1905, essa técnica começou a ter muitos aderentes desde então, e é usada por várias entidades nos procedimentos com a seleção. Até hoje, a escala métrica de inteligência conhecida de Binet-Simon é usada frequentemente na publicidade de jornais de grande tiragem para convencer o leitor sobre as suas mais diversas caraterísticas.

A escolha da escala usada no tratamento de dados recolhidos para este estudo refere-se às escalas ordinais, vulgarmente conhecidas por escala de Likert. Reis et al. (1997) afirmaram que "as escalas ordinais tornam-se extremamente úteis para medir opiniões subjectivas sobre as qualidades de certos atributos, cuja medição objectiva é impossível".

A aplicação da escala métrica no inquérito é uma forma que pode facilitar o envolvimento dos participantes no trabalho de investigação de modo eficaz consequentemente no tratamento de dados recolhidos.

Sobre a análise de dados

Os dados recolhidos requerem um tratamento e análise para se ter a imagem conclusiva do estudo. Não existe um momento em particular para o início da análise dos dados. Uma rigorosa análise de dados é fundamental em qualquer investigação para assegurar a validade e a fiabilidade do estudo. A validade pode ser interna ou externa. É interna aquela que diz respeito à correspondência entre resultados e a realidade, enquanto a validade externa tem a ver com a possibilidade de generalização dos resultados a outras situações.

Num estudo de investigação quantitativo torna-se necessário assegurar a fiabilidade que diz respeito à replicação do estudo, de modo que os resultados obtidos sejam idênticos aos que se podem alcançar, caso o estudo seja repetido. Já o mesmo não se passa num estudo qualitativo, dado o seu caráter subjetivo.

Todo o estudo carece de uma análise de conteúdo. Madeleine Grawitz (1993, citado por Carmo & Ferreira, 1998, p. 253) apresentou vários tipos de análise de conteúdos entre eles destaca-se a análise qualitativa e a análise quantitativa.

Na análise qualitativa a noção de importância implica a novidade, o interesse e o valor de um tema (Carmo & Ferreira, 1998) enquanto que numa análise quantitativa considera-se mais importante, o que aparece com frequência sendo o número de vezes o critério utilizado.

A análise dos dados recolhidos sobre a cultura e artefactos do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* baseou-se na análise de conteúdo (Bardin, 2007). Além disso foi necessário identificar a matemática 'escondida' nos artefactos e atividades deste grupo, para o que foram de grande valia os estudos de Gerdes (1992, 2007a, 2014c).

A análise dos dados foi efetuada por fases. A primeira é a que acabamos de descrever e que permitiu a criação das tarefas no contexto da cultura *Nyaneka-nkhumbi*.

No que se refere à análise dos dados provenientes dos estudos dos grupos PNN, A e B, recorremos a outras estratégias, que passamos a indicar.

Relativamente ao grupo PNN, cujas sessões foram gravadas em áudio, começamos por transcrever todo o diálogo, após o que procedemos a uma análise de conteúdo segundo categorias previamente estabelecidas tendo em conta os alunos da comunidade *Nyaneka-nkhumbi*: i) adequação das tarefas ao nível de escolaridade; ii) grau de dificuldade das tarefas; iii) valor cultural do contexto escolhido e iv) potencial da aplicação das tarefas noutras comunidades. No decorrer da análise verificamos a necessidade de criar mais uma categoria, a saber: v) papel do professor na implementação das tarefas.

Esta constituiu a segunda fase de análise de dados que, para além de permitirem tirar conclusões por si, foram essenciais para a construção do inquérito por questionário que foi aplicado aos grupos A e B.

Os dados recolhidos nestes grupos são fundamentalmente as produções resultantes da resolução das tarefas e de pequenos comentários, bem como as respostas ao inquérito por questionário. Pelo que procedemos à análise qualitativa para os primeiros dados e quantitativa para os segundos. Após o que se procedeu ao cruzamento dos resultados obtidos.

Para efetuar a análise qualitativa começamos por ler todas as produções e comentários feitos pelos elementos dos grupos A e B, o que permitiu estabelecer categorias de análise que intencionalmente não tinham sido previamente escolhidas. Estas foram: i) estratégias usadas na resolução das tarefas; ii) nível de concretização dos resultados esperados e iii) dificuldades identificadas nas resoluções. Em seguida procedemos à análise das respostas agrupando-as de acordo com essas categorias. Essa análise foi feita dentro de cada grupo para todas as tarefas resolvidas e, entre grupos, por tarefa.

Os dados recolhidos na amostra deste estudo, fazem eco com bases teóricas de Levine, Berenson e Stephan (2000). No sentido de procurar sintetizar e representar de uma forma compreensível a informação contida num conjunto de dados recolhidos ao longo da pesquisa que efetuamos, recorremos a métodos estatísticos (Welkowitz, Ewen & Cohen, 1982) que condizem com o nosso trabalho. Por exemplo, tivemos de recorrer a quadros estatísticos (Guimarães & Cabral, 1997) para credibilizar e facilitar a consistência das informações da adequação das tarefas aplicadas (capítulo VI) cujos fundamentos teóricos são defendidos por vários autores como Reis, Melo & Andrade (1997 e 2001). O método que optamos, também é referido por Szilágyi, Clemente & Sarama (2013) na pesquisa que desenvolveram, a qual envolve tarefas sobre a medição de comprimentos com alunos do 2.º ano do ensino básico.

Para além da aplicação de várias atividades de tarefas aos participantes deste estudo foi aplicado também um inquérito. Tal inquérito, construído pelo autor, compõe-se de várias questões em que cada participante colocou um número em frente de cada questão que corresponde a um valor de juízo na escala de 1 a 6. No tratamento de dados tivemos de codificar cada questão por um número, para simplificar o volume de dados nos quadros estatísticos.

A análise quantitativa apoiou-se numa escala de Likert com recurso a medidas estatísticas de tendência central (Reis et al., 1997). Depois dos dados compilados em quadros foi efetuada a respetiva análise, isto é, analisámos as respostas dadas, uma por uma, e formámos conjuntos de respostas segundo a analogia entre as mesmas. Tivemos em conta todas as respostas, mas consideramos e descrevemos apenas aquelas com relevância para este estudo. Esta análise foi processada e tratada com base no *software excel*, programa com muitas vantagens na automatização e eficiência no cálculo de dados. Os indicadores de analogias e heterogeneidade de respostas dadas pelos participantes resultaram em conclusões e recomendações deste estudo.

CAPÍTULO V

ESTUDO ETNOMATEMÁTICO SOBRE O GRUPO ÉTNICO *NYANEKA-NKHUMBI* : RESULTADOS

No presente capítulo, apresentamos os resultados obtidos neste estudo sobre a etnomatemática praticada pelo grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*. Na conjuntura destes saberes identificámos e explorámos em artefactos e atividades uma variedade de tópicos matemáticos que podem ser usados no contexto de sala de aula. Os resultados deste estudo etnomatemático são intencionalmente apresentados por uma certa ordem e categorização como se indica no quadro 8.

Quadro 8 - Temáticas de práticas culturais *Nyaneka-nkhumbi* que constituem resultados deste estudo

N° de ordem	Temáticas	Praticantes maioritários
1	Enfeites típicos das mulheres *Nyaneka-nkhumbi*	Mulheres
2	Cestaria no contexto das mulheres *Nyaneka-nkhumbi*	Mulheres
3	*Ondjandja* no contexto dos *Nyaneka-nkhumbi*	Mulheres
4	Casas de pau-a-pique dos *Nyaneka-nkhumbi*	Homens
5	*Owela* no contexto dos *Nyaneka-nkhumbi*	Homens
6	Armadilhas dos caçadores *Nyaneka-nkhumbi*	Homens
7	Contagem gestual dos *Nyaneka-nkhumbi*	Todos
8	Sistema de numeração dos *Nyaneka-nkhumbi*	Todos

A ordem escolhida deveu-se ao facto de associarmos as práticas culturais do grupo em estudo com os praticantes das temáticas apresentadas. A maior parte dos resultados apresentados, estão publicados por nós conforme se percebe em cada uma das secções. Nesses casos segue-se de perto o texto desses artigos.

5.1 - Enfeites típicos das mulheres *Nyaneka-nkhumbi*

As mulheres ocupam-se do fabrico de enfeites, balaios, peneiras, entre outras coisas.

A prática da olaria para fabrico de utensílios domésticos com desenhos geométricos continua a constituir uma das atividades das mulheres deste grupo étnico, bem como a de tecelã e a de cabeleireira que fabrica os enfeites que embelezam as mulheres *Nyaneka-nkhumbi*.

Quem conhece a tradição *Nyaneka-nkhumbi*, pode perceber as fases etárias de cada uma das mulheres por meio de tranças ou por meio de enfeites de missangas à volta da cabeça, da cintura, das pernas e dos braços. Tais enfeites transmitem uma linguagem muda significativa. Por exemplo, os enfeites de cada uma das mulheres apresentadas na figura 30 exprimem um significado diferente para crianças, jovens e adultas.

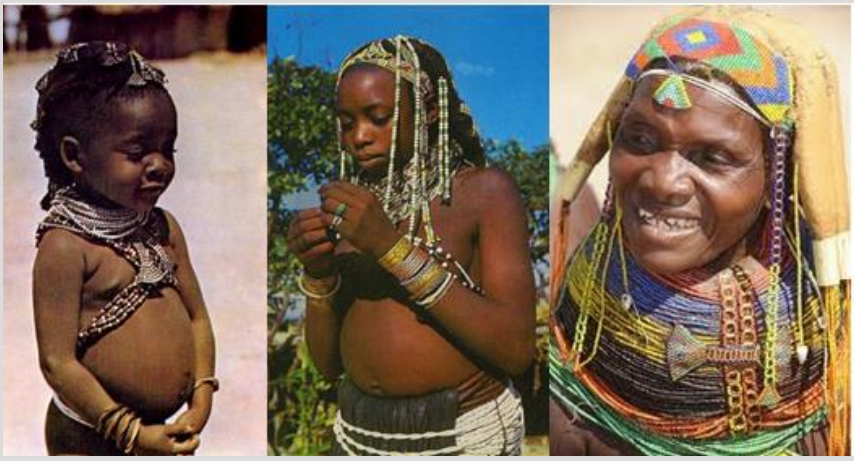


Figura 30 - Mulheres *Nyaneka-nkhumbi* criança (à esquerda), jovem (ao centro) e casada (à direita)

O estilo e a beleza artística tradicional prevalecem até aos dias de hoje e podem constituir-se como elementos relevantes para a introdução e desenvolvimento de tópicos matemáticos em sala de aula.

Visando identificar, conhecer, explorar e valorizar os conhecimentos de matemática do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*, observámos os desenhos geométricos existentes nos enfeites das mulheres *muílas, handas, quilengues-humbes e quipungos*, tecidos com linhas e missangas, assim como os colares feitos com entrançado de uma planta fibrosa e as pulseiras em metal.

As tecelãs de enfeites entrançados nas tranças da mulher *Nyaneka-nkhumbi* são, evidentemente, do mesmo grupo étnico. Manufaturam os enfeites de acordo com as necessidades de cada mulher, respeitando as preferências de cada uma, especialmente, de acordo com a idade. Hoje, muitas delas escolhem os enfeites realçando a beleza, sem observar com rigor as regras originalmente concebidas pelos ancestrais. Antigamente, o trabalho das tecelãs não tinha objetivos comerciais, mas sim uma atividade rotineira entre comunidades amigas ou familiares. Na figura 31 mostramos alguns enfeites de entre vários que as mulheres *Nyaneka-nkhumbi* tecem e usam.

Figura 31 - Enfeites fabricados e usados pelas mulheres *Nyaneka-nkhumbi* (Fotografias da autoria do autor)

Observando os enfeites de missangas em forma de figuras geométricas, não só nos fornecem a vista colorida de embelezamento, mas também nos levam a questionar que relação podem ter as figuras aparentes nos enfeites com a matemática? Como aplicar esta relação no contexto de sala de aula? Tentamos responder a essas questões. Identificamos várias figuras geométricas como: triângulos, losangos, quadrados, retângulos (se unidos 4 triângulos e um losango), hexágonos (se unidos 4 triângulos e 2 losangos), trapézios (se unidos 2 triângulos e 1 losango) com estas e outras figuras geométricas podem-se constituir um leque de conceitos matemáticos baseados nestes artefactos. A partir destas figuras pode-se determinar o perímetro das mesmas, considerando, por exemplo, uma missanga como unidade de medida. Com missangas podem-se formar várias figuras elementares tal como se faz no geoplano com os pinos. De igual modo, podem-se criar vários padrões, assim como, noções de áreas e volumes, se uma quantidade de missangas for posta em várias formas de recipientes com a mesma capacidade. Além disso, podemos observar nos enfeites os eixos de simetria que nos podem permitir realizar várias transformações geométricas no plano. Por exemplo, no tópico matemático sobre frisos, pode-se realizar uma reflexão horizontal, vertical, meia volta do triângulo no enfeite como se observa na figura 32.

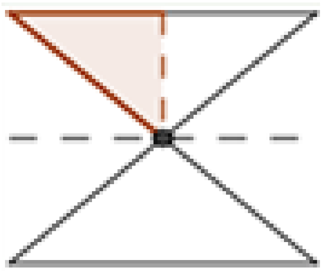


Figura 32 - Esquema do triângulo com elemento mínimo (Dias, 2011)

O método de tecelagem varia de enfeite para enfeite. As cordinhas usadas no fabrico de alguns enfeites eram feitas de cascas de raízes de certas plantas. Hoje, para além destas, são utilizados os fios finos de seda (reutilizados).

A cordinha usada para unir as missangas é monolinear, em cada coluna as duas pontas da cordinha cruzam-se nos ilhós das missangas conforme mostra o esquema da figura 33.

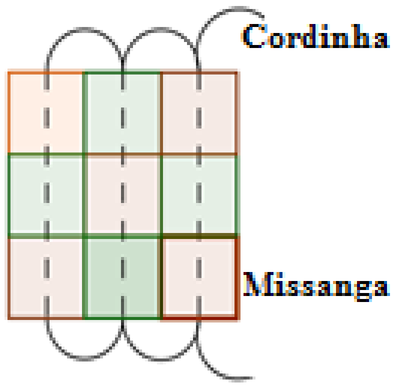


Figura 33 - Esquema ilustrativo do modo de enfiar as missangas num só fio (Dias & Costa, 2011)

Se observarmos o modo de construção de um enfeite podem-se explorar vários tópicos matemáticos. Sobre regularidade e sequências, por exemplo, à medida que a tecelã vai enfiando as missangas na corda de coluna a coluna vai seguindo uma sequência 1,2,3,4,5,...n missangas. Esta sequência pode ser usada no ensino e na aprendizagem dos números.

A partir das pulseiras de cobre e bronze (figura 34) que as mulheres usam para se enfeitarem, podem ser explorados tópicos matemáticos como cálculo do perímetro da pulseira, medir o diâmetro com uma corda e transportar a mesma medida para um metro convencional. Nas pulseiras da mesma figura notam-se também várias figuras geométricas. Por exemplo, pontos, polígonos, triângulos, losangos, hexágonos, linhas etc. que podem servir de base introdutória destes conteúdos para o contexto de sala de aula.

Figura 34 - Pulseiras usadas pelas mulheres *Nyaneka-nkhumbi* (Foto tirada pelo autor, *Lubango* (Angola) a 11.08.2011, pelas 08h48)

Para além destes focos de tópicos matemáticos, apresentamos e aplicamos várias tarefas com enfeites de missangas (anexos 2 e 3).

5.2 - Cestaria no contexto das mulheres *Nyaneka-nkhumbi*

As mulheres *Nyaneka-nkhumbi* inseridas no contexto africano e não só, sempre foram e são artistas talentosas, quer no tratamento e arrumação doméstica dos seus lares, quer no embelezamento das suas casas, dos seus objetos e utensílios domésticos. As mulheres, como sempre, foram também caraterizadas pelo trabalho árduo, desde muito cedo, antes do nascer do sol até ao pôr-do-sol, lado a lado com os homens.

Os cestos usados pelas mulheres *Nyaneka-nkhumbi* são construídos por elas com mestria nata como mostra a figura 35. Enfeitam os cestos com várias figuras, por vezes, imitam as várias formas que observam à volta do seu ambiente do dia-a-dia. A transmissão das técnicas é feita oralmente, das mais experientes para a geração mais nova. A cestaria é praticada no meio das mulheres *Nyaneka-nkhumbi* desde há muito tempo e continua até hoje.

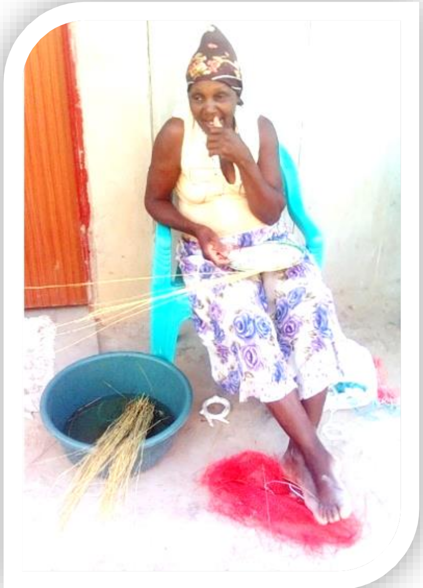


Figura 35 - Mulher *Nyaneka-nkhumbi*, construindo um cesto (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 18.09.2013, 16h58)

Quanto a essa temática houve obras que se referiram sobre a cestaria em África. Vamos basear-nos no trabalho publicado recentemente por Dias, Costa e Palhares (2013), intitulado "*Ethnomathematic of the southwestern Angola Nyaneka-nkhumbi ethnic group and its application to mathematics education*". Este aborda vários aspetos culturais *Nyaneka-nkhumbi*, na visão da aplicação da educação matemática, dos quais a cestaria praticada pela mulher *Nyaneka-nkhumbi*.

Da variedade de cestos que as mulheres *Nyaneka-nkhumbi* manufaturam mostramos dois na figura 36.

Figura 36 - Cestos manufaturados por mulheres *Nyaneka-nkhumbi* (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 07.07.2012, 16h58)

Como é que elas fazem?

Elas projetam as suas artes mentalmente, ainda que não consigam apresentar tais projetos em forma escrita. Mesmo oralmente, não são capazes de explicar em pormenor como pensam para os construir, como ilustra o excerto da conversa na língua *Nyaneka-nkhumbi* concedida por uma manufaturadora de cestos, também vendedora de farinha de massango (figura 37) a qual é transportada em cestos. A entrevista foi conduzida e traduzida pelo autor a 2 de julho de 2012, no mercado informal de *Ondjiva* (alcunhado de Alemanha, pois, fundou-se na altura em que Angola foi apurada para o campeonato mundial de futebol decorrido na Alemanha em 2006).

Figura 37 - Uma Mulher *munkhumbi* comercializando a fuba de massango (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 07.07.2013, 09h16)

I: A senhora é quem fez esta *otyimbala*?

MC: Sim, sou eu mesmo.

I: Ela é bonita.

MC: (Sorriu)

I: Os desenhos aparentes na *otyimbala* como é que a senhora os chama?

MC: Não sei.

I: E como os fez?

MC: Olhei numa outra *otyimbala* feita pela minha amiga e imitei.

I: Como é que imitou?

MC: Olhei duma vez e fui fazer a minha *otyimbala*.

I: Consegue memorizar isso tudo de uma única vez?

MC: Sim.

I: Será que os desenhos aparentes nesta *otyimbala* são da moda antiga?

MC: Não, são de agora.

I: O que significam para si esses desenhos?

MC: Beleza, enfeite, estilo e mais...

As mulheres *Nyaneka-nkhumbi* fabricam os seus cestos estampando figuras diversas e aplicando conhecimentos herdados das suas matriarcas os quais, por sua vez, vão sendo transmitidos oral e, empiricamente, de geração em geração.

Os cestos manufaturados pelas mulheres *Nyaneka-nkhumbi* são feitos de capim típico para a fabricação dos mesmos, fibras de raízes ou de cascas de plantas específicas. Mais recentemente, também usam cordas de atados de fardo reutilizáveis ou ainda linhas de algodão ou nylon de cores variadas.

Os cestos são de vários tipos, quer pelo tamanho, quer pelo feitio. Antigamente cada cesto era usado de acordo com o tamanho e a beleza. Os enfeites também têm mudado ao longo do tempo. Na figura 38 podem-se ver dois cestos antigos, um com barras contínuas e outro com triângulos, ambos com as cores mais comuns na época o castanho e o bege.

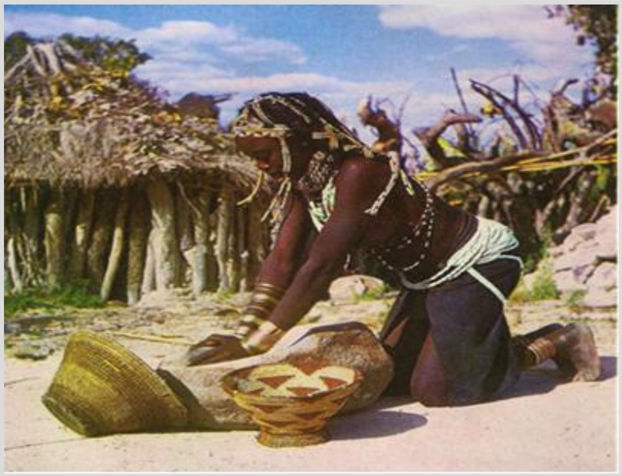


Figura 38 - Cestos (antigos) usados e feitos pela mulher *muíla* moendo cereais (Estermann, 1970, fig. 37)

Os cestos pequenos (figura 39) são usados para colocar alimentos de consumo imediato, como por exemplo: amendoim (ver imagem do meio), milho torrado, milho fervido, broa, abobora cozida, pepinos, frutas, etc.

Figura 39 - Exemplo de cesto pequeno (base 16 cm, boca 20 cm, altura 3 cm*)* (Foto tirada pelo autor em *Muvonde-Kipungo* (Angola) a 27.08.2011, 11h44)

Os cestos grandes (figura 40) são usados para carregar e/ou conservar os cereais, objetos de uso diário e outros.

Figura 40 - Exemplo de cesto grande (base 21cm, boca 37cm, altura 15cm) (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 06.09.2011, 11h51)

Quanto à forma, os cestos *Nyaneka-nkhumbi* podem ser rasos (figura 41) ou fundos (figura 42).

Figura 41 - Cesto raso (Foto tirada pelo autor em *Xangongo* (Angola) a 30.06.2012, 15h08)

Figura 42 - Cesto fundo (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 18.08.2011, 10h43)

Os cestos rasos (*ongalo*) servem para peneirar os cereais. Embora na altura do processo de peneirar, se usem os dois tipos de cestos, um raso para apartar e o outro, o mais fundo (*ovimbala* no plural, *otyimbala* no singular) e largo no bordo, para acumular os cereais.

Em alguns casos os cestos também são usados nas cerimónias culturais e tradicionais.

Os desenhos que ornamentam os cestos tinham significado. Hoje são poucos os autóctones que conseguem descrever a diversidade e significado de figuras, geométricas ou não, evidentes nos cestos. O hábito de educação tradicional está a perder-se paulatinamente, por causa da invasão da televisão e outros atrativos atuais.

A manufaturação dos cestos é feita, normalmente, em tempos de lazer, depois das lavouras, ou seja, nas épocas de pouco trabalho no campo.

De modo sintético podemos descrever o processo de fabrico dos cestos *Nyaneka-nkhumbi* como aproximando-se, ainda que usando outros materiais, da técnica têxtil da cestaria designada por cestaria espiral cosida "que consiste em formar uma espiral (do centro para a periferia). Estruturalmente, a técnica de espiral cosida é formada por duas partes: a armadura que consiste em molhos delgados de palha centeia; fitas de casca da silva que cosem os molhos delgados." (Vieira, 2008, p. 295).

Olhando para os cestos começamos por observar e identificar as formas geométricas que os caraterizam e as figuras que os enfeitam.

Os cestos têm a forma aproximada de um tronco de cone (figura 42), no entanto os cestos rasos grandes, à vista, aproximam-se da forma cilíndrica, como se percebe na figura 41. As bases são círculos (figura 43).

Figura 43 - Base de um cesto fundo (idêntica à dos diversos cestos) (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.07.2011, 09h06)

O processo de fabrico dos cestos e, em particular da base, implica a construção de uma espiral de Arquimedes (figura 44), com ângulo muito pequeno de modo a que a curva "vá ficando encostada", parecendo, à vista, que se obtêm várias circunferências concêntricas.

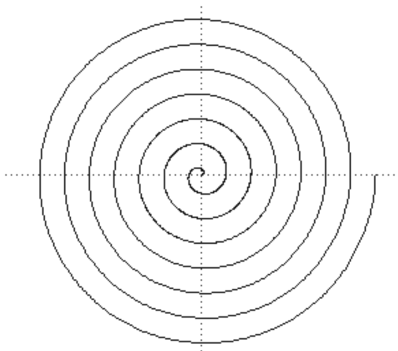


Figura 44 - Espiral de Arquimedes

A medida dos cestos fundos varia, aproximadamente, entre 10 cm e 1 m de altura. Quanto mais pequeno for o cesto, menor é a circunferência que define a base e esta é menor, proporcionalmente, à circunferência da boca. O diâmetro do círculo da base varia, aproximadamente, entre 5 cm e 20 cm e o diâmetro da circunferência da boca varia, aproximadamente, entre 10 cm e 1 m.

Por exemplo, no cesto apresentado na figura 40 (com medidas: base 21 cm, boca 37 cm, altura 15 cm) a proporção entre o diâmetro da base e o da boca é 0,21/0,37 ou seja 0,57. Valor idêntico ao do cesto fundo com as menores dimensões atrás indicadas (base 5 cm, boca 10 cm, altura 10 cm), mas bastante diferente do correspondente ao cesto com as maiores dimensões (base 20 cm, boca 1 m, altura 1 m).

A medida dos cestos rasos (*ongalo*) varia, aproximadamente, entre 5 cm e 10 cm de altura. Tal como acontece com os cestos fundos, quanto mais pequeno for o cesto, menor é a circunferência que define a base e esta é menor, proporcionalmente, à circunferência da boca. O diâmetro do círculo da base varia, aproximadamente, entre 30 cm e 1,80 m e o diâmetro da circunferência da boca varia, aproximadamente, entre 35 cm e 2 m.

Por exemplo, no cesto apresentado na figura 39 (com medidas: base 16 cm, boca 20 cm, altura 3 cm) a proporção entre o diâmetro da base e o da boca é 0,16/0,20 ou seja 0,8, o que é um valor muito aproximado da proporção obtida com as medidas atrás indicadas para os tamanhos, máximo (0,9) e mínimo (0,86).

Aparentemente, a proporção entre as medidas da base e da boca, nos cestos rasos é próxima de uma constante ao contrário da dos cestos fundos.

O tempo de duração da construção de um cesto depende do tamanho do cesto e da experiência e habilidade da cesteira. Um cesto pequeno pode demorar, aproximadamente, um a dois dias, ao passo que se for um grande, pode demorar cinco a trinta dias.

Os cestos das mulheres *Nyaneka-nkhumbi* têm uma cor predominante, branco, bege claro ou bege escuro, dependendo do tom do material usado na sua confeção. Nos enfeites e arremates usam mais uma ou duas cores. Encontrámos cestos com mais uma cor (castanha, a mais comum, e a azul); com mais duas cores (vermelha e verde; castanha e azul; vermelha e azul; e vermelha e amarela); com mais três cores (amarela, vermelha e castanha).

No que respeita aos enfeites ou motivos decorativos distinguem-se os existentes nos cestos antigos e nos atuais.

Os cestos de modelo antigo (figura 45) – manufaturados com o material tradicional (capim e fibras ou cordas de cascas de plantas) – apresentam figuras geométricas como por exemplo o triângulo, o quadrado, o retângulo, inclusive as linhas fechadas ou abertas de diferentes estilos.

Figura 45 - Exemplos de cestos com enfeites antigos (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.07.2012, 11h23)

Os cestos da atualidade (figura 46) – fabricados também com material reutilizável (linhas, cordas de fardo, etc.) – apresentam figuras atuais por exemplo figuras de um avião, de um número, de um copo tapado ou outras que noutros tempos não existiam.

Figura 46 - Exemplos de cestos com enfeites atuais (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.07.2012, 11h25)

Em síntese, podemos dividir os enfeites encontrados nos cestos em dois grupos: os geométricos e os "não geométricos". Estamos a incluir nesta segunda categoria os cestos que não cabem na primeira, ainda que, de algum modo se lhe possa atribuir algum cariz geométrico, como mostramos em seguida.

O primeiro grupo ainda pode ser subdividido em dois: os que são caraterizados por figuras como linhas quebradas abertas ou curvas, circunferências, triângulos, quadriláteros (paralelogramos, quadrados, trapézios) e composição destas; e os que são caraterizados por frisos.

No grupo dos enfeites "não geométricos" consideramos os cestos com linhas ou figuras que aparentam pétalas de flores, folhas de árvores, borboletas, etc.

Os cestos *Nyaneka-nkhumbi* contêm elementos de matemática elementar, e não só, que em seguida inventariamos, sem a intenção de sermos exaustivos, mas principalmente para realçarmos a matemática que está patente nesta arte e que pode constituir um ponto de partida para abordagens de vários temas de matemática em sala de aula.

A forma dos cestos permite o estudo de sólidos geométricos (cones e cones truncados, cilindros), da noção de capacidade (dada a sua principal utilidade para guardar cereais) e do respetivo cálculo.

Em seguida centramo-nos nos enfeites que ornamentam os cestos e que também são ricos em conceitos matemáticos.

Os cestos apresentados na figura 47 permitem o estudo da circunferência (coroas circulares) e de domínios planos (obtidos por interseção de coroas circulares e setores circulares.

Figura 47 - Cestos rasos com mais de duas cores e com enfeites geométricos (Foto tirada pelo autor em *Muvonde* e *Xangongo* (Angola) a 30.06.2012)

Os cestos apresentados na figura 48 permitem o estudo de figuras geométricas (triângulos, quadriláteros e suas composições) e também de áreas e perímetros.

Figura 48 - Cestos com enfeites geométricos (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola), a 02.07.2012, 11h23)

Na figura 49 apresentamos um cesto cujos enfeites permitem estudar ângulos (por exemplo ângulos de lados paralelos).

Figura 49 - Detalhe de um dos enfeites de um cesto (Foto tirada pelo autor em *Xangongo* (Angola), a 02.07.2012, 11h23)

O cesto apresentado na figura 50 permite estudar frisos. Neste caso temos um friso com simetria de reflexão vertical e horizontal, para além da translação.

Figura 50 - Cesto enfeitado com um friso (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola), a 12.07.2012, 09h46)

Os cestos apresentados na figura 51 permitem estudar reflexões e rotações. Todos têm quatro eixos de simetria, a que se acrescentam simetrias de rotação com os múltiplos de 90°, com centro no ponto central do cesto.

Figura 51 - Cestos não geométricos onde se reconhecem reflexões e rotações (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.07.2012, 14h40)

De notar que em alguns casos a construção do cesto tem algumas imprecisões que não correspondem a uma simetria rigorosa.

Na figura 46 apresentamos um cesto cujo ornamento permite estudar simetrias de rotação, com os múltiplos de 60°, com centro no ponto central do cesto.

Figura 52 - Cesto com enfeites geométricos que sugerem uma rotação (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.07.2012, 14h45)

O cesto apresentado na figura 53 permite estudar homotetias.

Figura 53 - Cesto com enfeites geométricos que sugerem uma homotetia (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 19.06.2012, 08h12)

A terminar, apresentamos o cesto da figura 54, no qual se identifica o caracol de Pascal (figura 55), que é estudado em matemática superior.

Figura 54 - Cesto (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 24.06.2012, 15h13)

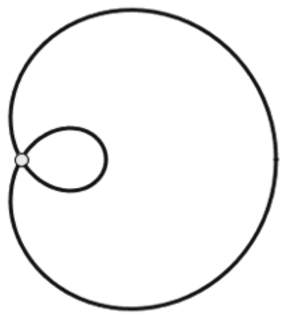


Figura 55 - Caracol de Pascal

Selecionamos três dos enfeites geométricos usados pelas mulheres *Nyaneka-nkhumbi* para embelezar os seus cestos que esboçamos na figura 56.

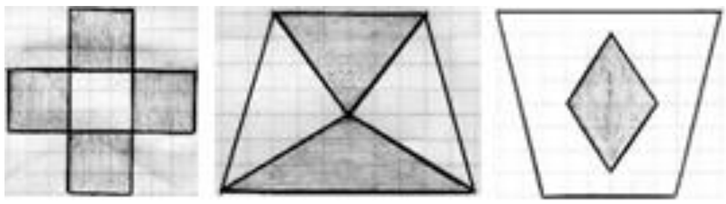


Figura 56 - Esboço de três dos enfeites geométricos usados nos cestos

O primeiro motivo apresenta duas simetrias de eixos vertical e horizontal e duas com os eixos nas diagonais, os outros apenas admitem uma simetria de eixo vertical.

Hoje, a prática de cestaria continua evidente, como por exemplo, na busca de dados sobre artefactos *Nyaneka-nkhumbi* constituintes do mosaico cultural de Angola (África), o autor recolheu a imagem de um cesto com forma hexagonal no bordo e cónica no corpo, cuja imagem podemos observar na figura 51. É um cesto manufaturado e usado pelos *umbundu*[14] como armadilha de laço para apanhar os ratos embora haja outro cesto de dimensão maior que serve para apanhar animais maiores, mas ainda de pequeno porte.

Se observarmos a figura 57 nota-se que há no gargalo do cesto uma figura geométrica, o hexágono que é construído de tal forma que é largo na entrada e fino no fundo, obedecendo a uma montagem sequencial de hexágonos de tiras de bambú[15] que se entrecruzam 1 por 1, quer dizer, no processo da construção uma tira passa por cima e deixa uma por baixo.

Figura 57 - *Lwinda* ou *oondo* (cesto de armadilha para apanhar ratos), (Foto tirada pelo autor em *Kuyu*, *Benguela* (Angola) a 22.08.2014, 9h30)

Porque é que o caçador imaginou fazer o *lwinda* desta forma geométrica, terá algum significado matemático!?

As figuras 58 e 59 são esquemas de *lwinda* com figuras geométricas. Como podemos ver, com o *lwinda* podem ser explorados conhecimentos matemáticos suscetíveis de serem integrados no ensino da matemática no contexto de sala de aula. Trata-se, não só, do hexágono, mas também de uma homotetia.

[14] É o grupo étnico maioritário do mosaico tribal de Angola

[15] Bambú é uma planta da espécie de caniços muito resistente

Figura 58 - Esquema de *lwinda* hexagonal na posição vertical (da autoria do autor, a 14.11.2014)

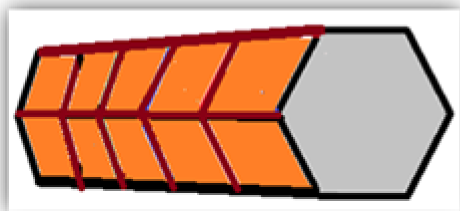


Figura 59 - Esquema de *lwinda* hexagonal na posição lateral (da autoria do autor a 14.11.2014)

5.3 - Jogos no contexto dos *Nyaneka-nkhumbi*

Nesta secção referimo-nos a dois jogos praticados pelos *Nyaneka-nkhumbi*.

Sobre o *ondjandja*

Ondjandja[16] é um jogo de corda monolinear (figura 60) que os *Nyaneka-nkhumbi* praticam, em particular as mulheres e crianças, durante o período de afugentar os pássaros (figura 61) que se alimentam de massango[17], quer no campo, quer na eira.

[16] O termo *ondjandja* exprime o nome de um pássaro de tipo pardal (figura 61) o qual os *Nyaneka-nkhumbi* atribuíram ao jogo

[17] Cereal de tipo cevada do prato típico dos *Nyaneka-nkhumbi* serve de recurso para acudir a fome nas épocas de crise alimentar dadas as quilocalorias que contém, pouca quantidade pode servir para muita gente.

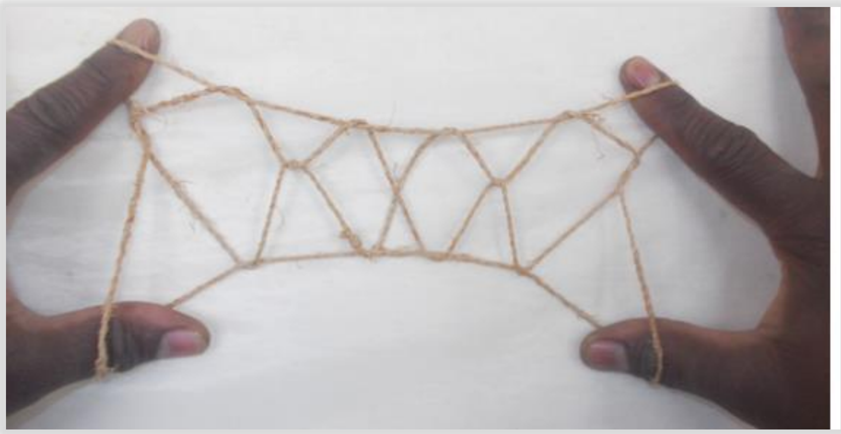


Figura 60 - Última fase do jogo (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola), a 02.08.2012)

A corda é feita de fibra de algumas plantas específicas que as mulheres e homens enrolam por cima das coxas com auxílio das duas mãos.

Figura 61 - *Ondjandja* (pássaro de tipo pardal), (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 15.09.2012)

O jogo é efetuado com alguns dizeres para animar com uma duração variável que pode ser entre 10 e 30 segundos, depende da habilidade e destreza de quem joga. Desde o princípio ao fim do jogo, os praticantes exprimem palavras de como os pássaros (*ondjandja*) sobrevoam e pousam nas culturas, alimentando-se do cereal (massango).

Os *Nyaneka-nkhumbi* jogam *ondjandja* simulando os movimentos dos pássaros desde a saída das árvores até às espigas de massango e daí repousarem (*viaomba)* à hora 12 ou das 18h em diante.

Na antiguidade, *ondjandja* era praticado em quase todas as horas livres do dia com frequência no momento de enxotar os pássaros na lavra. Durante o dia seria exaustivo se as mulheres e as crianças passassem todo o dia a gritar e a girar de baixo para cima no campo sem fazer mais nada. Por isso, entretêm-se com o jogo para ajudar a passar o tempo. Este momento recreativo não só as anima, mas também as diverte.

O jogo de corda tem uma variedade de tipos para além do *ondjandja* e que os *Nyaneka-nkhumbi* praticam aos quais, no entanto, não faremos referência neste texto.

Como se joga *ondjandja*?

A primeira posição do *ondjandja* representa o primeiro movimento dos pássaros a partir das árvores.

1.º Passo

A corda passa nas duas mãos entre os dedos indicador e polegar e os dedos mínimo e anelar (figura 62).

Figura 62 - 1.ª posição do jogo (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012)

2.º Passo

É a continuidade do movimento de *ondjandja* (figura 63).

Neste passo, o dedo indicador da esquerda ou da direita captura o laço da palma da mão visível na primeira posição (figura 62).

Figura 63 - 2.ª posição do jogo (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012)

Podemos imaginar dois extremos do jogo vistos em duas mãos. Por um lado, uma das mãos representa os pássaros a pousarem em árvores para repousarem ou para uma paragem estratégica quando afugentados pelos espantalhos[18]. Por outro lado, a outra mão representa os pássaros a pousarem em culturas para se alimentarem de massango. Fazendo um movimento árvores-culturas e vice-versa.

3.º Passo

Tem a ver com a translação dos pássaros de um lado para outro, subentende-se a movimentação simétrica dos pássaros. Observemos a figura 64.

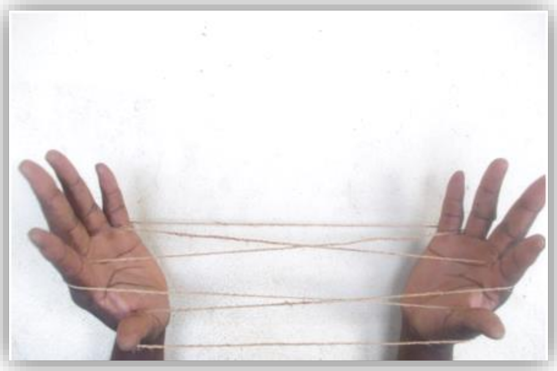


Figura 64 - 3.ª posição do jogo (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012)

[18] Entendemos por espantalhos neste momento as pessoas que afugentam os pássaros ou uma estátua que desempenha o mesmo papel dos humanos.

Quando aparece o espantalho próximo dos pássaros estes têm tendência a esvoaçar em grupo na mesma direção espalhando-se no campo ou lavra. Voam para as árvores e enquanto não houver nada que espante os pássaros voltam a pousar nas culturas. Assim, continua o movimento até à hora do repouso.

Por outro lado, podemos interpretar que os pássaros têm tendência para se espalharem em grupo no campo ou em árvores ou em culturas de massango. Percebe-se que à medida que se vai jogando há uma alternância automática de nós[19] de uns dedos para outros. Quanto maior for o número de nós, maior é o número de linhas de cordas.

4.º Passo

Neste passo, os dedos polegares largam os laços, ficando a corda nos indicadores e nos mínimos, conforme ilustra a figura 65.

Figura 65 - 4.ª posição do jogo (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012)

5.º Passo

Os dedos polegares capturam a linha externa dos mínimos por baixo das linhas, consecutivamente (figura 65) e automaticamente, os mínimos soltam a corda, ficando nos polegares e indicadores (figuras 66 e 67).

[19] Denominamos nós a cada dedo encaixado pela corda incluindo os nós por cruzamento de linhas de corda aparentes no meio das duas mãos.

Figura 66 - 5.ª posição do jogo (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012)

Figura 67 - 6.ª posição do jogo (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012)

6.º Passo

O passo a seguir tem a ver com a concentração dos pássaros no extremo do campo de lavoura, supondo que os pássaros voam do interior para fora do campo ou porque estão saciados ou porque suspeitam de alguma ameaça, ficam na posição privilegiada de escaparem dos espantalhos. A figura 68 ilustra a descrição que acabamos de frisar.

Figura 68 - 7.ª posição do jogo (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012)

7.º Passo

Os mínimos capturam a linha da corda interior dos polegares (figura 69).

Pode-se entender que os pássaros observam calma e tranquilidade na área, começando nova investida às culturas.

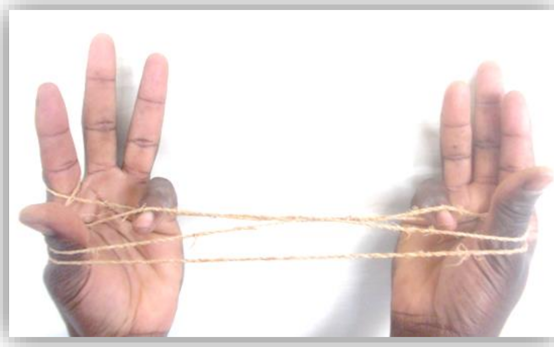


Figura 69 - 8.ª posição do jogo (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012)

Da fase deste passo resulta a fase a seguir (figura 70):

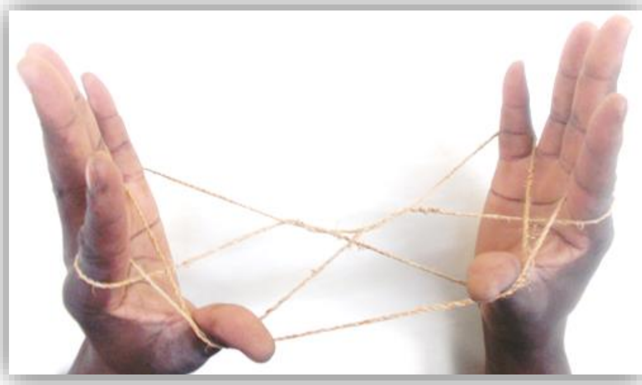


Figura 70 - 9.ª posição do jogo (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012)

8.º Passo

Os polegares soltam a corda ficando tal como ilustra a figura 71. Aqui, é o ponto de equilíbrio do jogo. O facto de o sol resplandecer fortemente na hora 12, os pássaros são obrigados a sossegar pousando sobre as árvores. Os espantalhos aproveitam o intervalo que os pássaros fazem, para descansar também ou ausentarem-se do campo de culturas. Apesar de todas as fases do jogo apresentarem simetrias, nesta, o apresentador do *ondjandja* afrouxa o ritmo e faz uma pausa, dizendo que *ondjandja* pausou (*yaomba*).

Figura 71 - 10.ª posição do jogo (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012)

9.º Passo

Os polegares capturam a linha interior dos mínimos passando por cima de outras linhas.

Nesta fase, acredita-se que os pássaros começam a nova jornada, saindo das árvores para as culturas, pulando de galho em galho (figura 72).

Figura 72 - 11.ª posição do jogo (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012)

A corda exterior do indicador é levantada e encaixada no polegar (figura 73).

Figura 73 - 12.ªA posição do jogo (foto do autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.8.2012)

Em seguida, o primeiro laço encontrado sobre os polegares, é solto (figura 74).

Figura 74 - 12.ªB posição do jogo (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012)

Resulta desta feita, a fase seguinte (figura 75).

Figura 75 - 13.ª posição do jogo (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012)

Os dedos indicadores apoiam-se na linha intermédia (figura 76).

Figura 76 - 14.ª posição do jogo (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012)

Giram-se ligeiramente as mãos para baixo esticando e alargando os indicadores e os polegares e estica-se o *ondjandja* pouco a pouco formando finalmente a parte encantadora do *ondjandja*. Observam-se triângulos, losangos e outras figuras geométricas, como se pode observar na figura 77. No final do jogo subentende-se que os pássaros estão mais organizados, mais sossegados e descansados, logicamente no fim do dia.

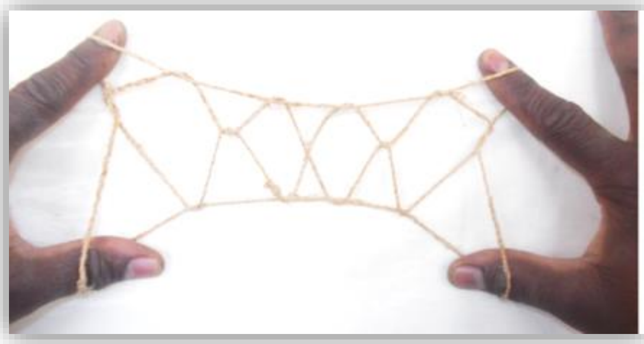


Figura 77 - 15.ª posição do jogo (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012)

No fim do jogo urge a necessidade de desfazê-lo. Para desfazer *ondjandja* sem grande dificuldade ao desenrolá-lo, coloca-se o *ondjandja* no chão ou por cima das coxas e seguram-se as linhas das duas cordas externas do centro vertical do *ondjandja* (figura 78).

Figura 78 - 16.ª posição do jogo (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012)

Seguidamente puxa-se a corda esticando-a ligeiramente (figura 79).

Figura 79 - 17.ª posição do jogo (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012)

Forma-se desta feita, uma linha monolinear fechada livre de nós ou vértices (figura 80).

Figura 80 - 18.ª posição do jogo (Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012)

Acreditamos que depois de ter lido atentamente os passos do jogo de corda (*ondjandja),* o entendeu. Agora pode experimentar seguindo os passos apresentados.

Será que existem conhecimentos matemáticos neste jogo?

À primeira vista as imagens do jogo de *ondjandja* despertam-nos aparentemente para a existência de figuras geométricas.

Sobre o o*wela*

Apoiamo-nos em autores como Ferreira (1994) que advogam que os jogos são úteis na atividade pedagógica, dada a sua relevância e influência que joga com a memória das pessoas que em particular o praticam (Figura 81).

Figura 81 - Jovens jogando *owela* (Tirada pelo irmão do autor na Huíla (Angola) a 9.9.2010)

Permite-nos prosseguir com a busca das "ferramentas" impregnadas no jogo de *owela* e noutros jogos, no sentido de indagarmos, não só, a parte lúdica própria de um jogo, como também, desvendar as ideias matemáticas evidentes no raciocínio implementado no processo do jogo, propondo tarefas que se vão adequar com o nível de escolaridade dos alunos e o interesse do investigador.

É importante que os alunos ao praticarem os jogos de estratégia e de cálculo mental de tipo *owela* possam fazer reflexões com conhecimento de geometria, probabilidades ou matemática combinatória. Por exemplo, as regras envolvidas no *owela* e refletidas no fluxograma (figura 82) estão fluidos de conhecimentos matemáticos interessantes no contexto de sala de aula.

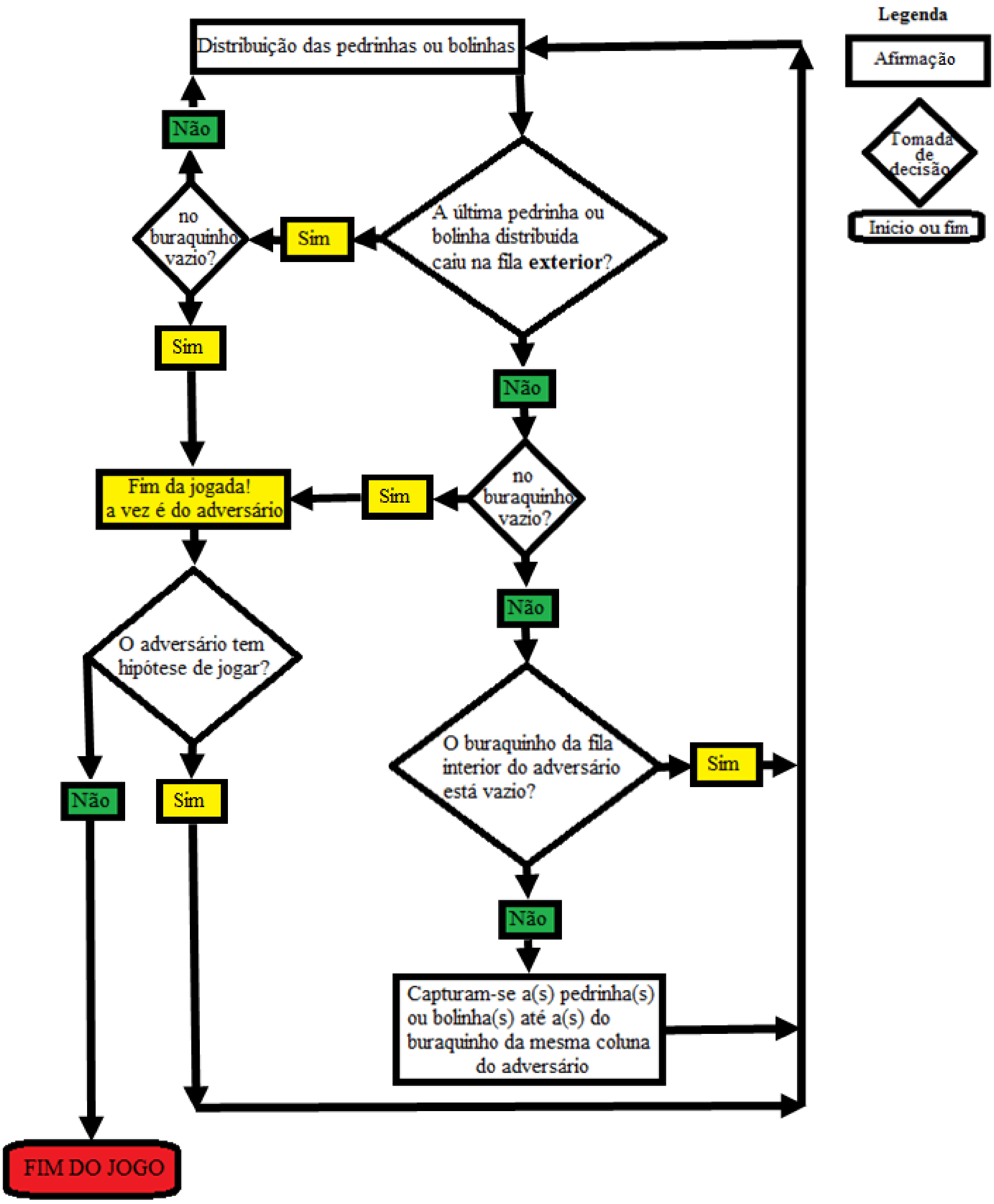


Figura 82 - Regras de *owela* em fluxograma

O jogo de *owela* reveste-se de ricas aplicações no campo de criação de tarefas no contexto de sala de aula. Olhando nos lances, na estrutura dos quadros e nas diversas maneiras de projetar os lances do jogo, pode-se explorar muitas tarefas para o contexto de sala de aula, interagindo com os alunos, desta feita, com os métodos usados quer na formação de quadros com buraquinhos no chão ou na madeira quer ao longo do jogo.

Sabendo da complexidade que impõe o *owela* com um número de colunas acima de dez aproximadamente, sugere-se começar o *owela* com número menor de colunas para facilitar o estudo.

Se socializarmos a ideia de que cada buraquinho é um curral e cada curral é cercado para servir de proteção contra os animais ferozes então faz sentido criar atividades com este jogo.

A exemplo da atividade dos mestres desenhadores na areia dos povos *Tchokwe* de Angola (figura 83), pode-se sugerir:

- Cercar os buraquinhos um a um com uma linha curvilínea, tal que, onde começar o percurso aí vai terminar.

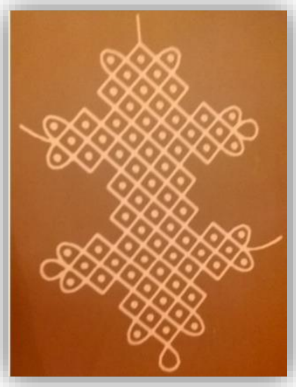


Figura 83 - Desenho na areia dos *Chokwe* (Angola) (Gerdes, 2007a, p. 148)

5.4 - Casas tradicionais de pau-a-pique dos *Nyaneka-nkhumbi*

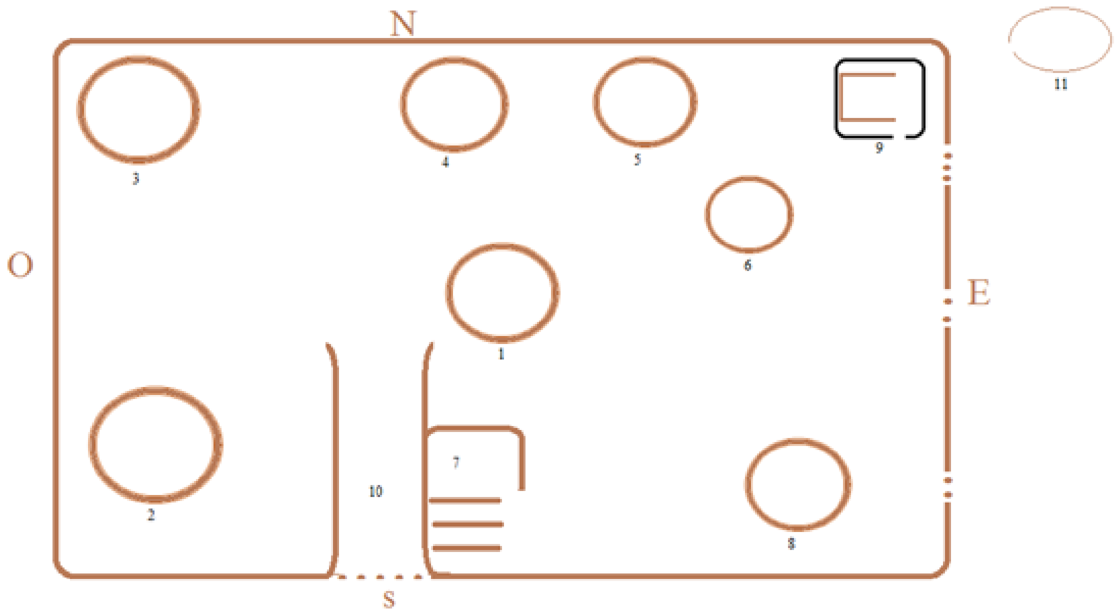
Como poderemos observar, a imagem com as formas das casas de pau-a-pique no fim desta secção permite-nos identificar cilindros e cones numa primeira vista. São várias as práticas geométricas visíveis no processo de construção das casas tradicionais de pau-a-pique (Dias, Costa & Palhares, 2013, 2015).

O grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* faz parte dos povos de todo o mundo, que pratica e teoriza as suas atividades planificadas no âmbito das convivências movidas pelas suas necessidades do dia-a-dia. Tal como qualquer ser humano, para se defender dos fenómenos naturais, protege-se construindo casas como as de pau-a-pique. A prática cultural *Nyaneka-nkhumbi* no corte de paus e construção de casas tradicionais pressupõe conhecimentos matemáticos gerais. Ideias como projeções, variação de ângulos nos eixos axiais, noções de congruência, de retas paralelas, conceitos de figuras, sólidos e lugares geométricos para além de outros conhecimentos matemáticos que podem ser explorados.

O saber, o fazer e o saber-fazer que predominam nas atividades diárias dos *Nyaneka-nkhumbi*, fazem com que geometrem como se fossem arquitetos ou engenheiros civis contemporâneos diplomados.

As casas são projetadas e assentes em lugares considerados apropriados pelos mais velhos, tendo em conta as condições climatéricas e do relevo apropriado e a adequação do terreno (zona ampla plana) com uma amplitude de diâmetro que varia entre 30 e 200 metros.

Em seguida, desmata-se e desbrava-se a área, projeta-se a estrutura das casas de uma família (*eumbo*) como está esquematizada na figura 84.



Legenda:
1.Casa da primeira esposa, **2.** Casa 1 do chefe da família, **3.** Casa 2 do chefe da família, **4.** Casa dos familiares, **5.** Casa das raparigas, **6.** Casa especial das raparigas, **7.** Área de receção de visitas, **8.** Casa dos rapazes, **9.** Casa do *otyoto*, **10.** Corredor ligado a entrada principal e **11.** Curral

Figura 84 - Esquema das casas de uma família (da autoria do autor a 9.7.2015)

Este esquema corresponde à posição das casas de uma família *Nyaneka-nkhumbi*. A capacidade de distribuição das casas dentro do cerco do quintal, o pensar na distância entre elas, a organização espacial que é uma capacidade de raciocínio que implica relacionar áreas e volumes, a escolha de espaçamento entre as casas e a posição que são colocadas em relação ao sol ou pontos cardeais, pressupõe um domínio prático de noções importantes de medidas e organização espacial. A legenda da figura 84 indica-nos a casa da primeira esposa (1) localizada quase no centro do quintal e ao lado do corredor feito de paus ligados à entrada principal (10). Esta casa funciona como cozinha e na qualidade de ser da primeira esposa e pelas competências que assume como mãe, tem a função de acolher famílias da parte do marido e da sua parte, para além de outras pessoas que visitam o *eumbo*. Esta esposa tem o dever de dar comida e bebida de acordo com o que tiver àqueles que chegam. Esta casa é compartimentada de uma cama, lareira, área dos celeiros e área da cama para crianças. Tal como vem acontecendo na humanidade, desde os tempos primórdios, a poligamia tem sido praticada em algumas sociedades. Os *Nyaneka-nkhumbi* praticam-na, em particular, os reis que a devem praticar com legitimidade tradicional. Quando isto acontece, ter mais de uma esposa, a casa da segunda esposa (rainha) é construída ao lado das casas do chefe da família. Este, por sua vez, normalmente, tem duas casas, a primeira (2) serve de dormitório para si, onde guarda a sua mala de roupa, põe instrumentos de uso corrente como: zagaias, flechas, catanas, lanças, machadinhos, porrinhos, bengala e outros. A segunda casa (3) é privada (entrada interdita a pessoas estranhas). É utilizada para armazenar mantimentos nos celeiros (cestos grandes), ferramentas, instrumentos de trabalho incluindo manipansos [objetos utilizados em rituais, religiosos e culturais], espécie de gabinete ou escritório, pode ter uma cama para amigos mais chegados. É projetada uma casa para a família (4) que vem de fora, pois, há famílias com legitimidade de habitar com o chefe da família nestas casas, como filhos em primeiro lugar e sobrinhos. Além disso, são acolhidos os que não têm onde morar, incluindo estrangeiros. Em seguida é projetada uma casa para as filhas ou raparigas (5), esta serve de dormitório, para lazer e para guardar a bagagem delas. As filhas têm outra casa (6) para questões femininas que é de menor dimensão. A parte (7) é um lugar de receção de visitas com dois ou três troncos polidos e alinhados paralelamente que são usados como bancos reservados para visitas. Neste lugar, passa-se a audição entre a visita e o anfitrião. É ali que é indicado o objetivo da visita e em seguida é encaminhado de acordo com o mesmo. Pode vir falar com o chefe da família ou meramente fazer uma visita de rotina.

A parte (8) corresponde à casa dos filhos ou rapazes. Esta serve-lhes de dormitório e para guardarem as suas bagagens e outros instrumentos de uso corrente. A parte (9) é designada por casa de *otyoto* e por sinal é um dos primeiros lugares a ser projetado no quintal, dado o seu valor tradicional e cultural que desempenha no *eumbo*. Tem a forma da letra U, formado por troncos, normalmente três, onde os jovens são chamados e educados pelos mais velhos à noite depois do jantar. O *otyoto* tem uma posição cardinal adequada a tomar, por norma vira-se a nascente. Para além das partes a que nos referimos, à volta das casas constrói-se um cerco de paus com uma entrada fechada de paus ou portão com rede de arame, este é usado recentemente. São também projetadas portinhas especiais para os membros da família no cerco do quintal. A parte de fora do cerco do quintal, para além de ter habitualmente uma lavra num raio aproximado de 200 metros, tem um cerco de galhos. Dentro deste são projetados e construídos currais (11), pocilgas, áreas de ritos e cerimónias tradicionais como *ombelo* ou *muti-epanda*[20]. Esta exposição das componentes de casas de uma família *Nyaneka-nkhumbi* é

[20] Literalmente traduzido o primeiro termo significa barraca, o segundo, árvore da corda, é um lugar onde é feita a cerimónia ou o rito da passagem da festa feminina.

constituída a partir de relatos da entrevista efetuada pelo irmão do autor, Joaquim Tavares concedida pelo pastor Rúben Mwoombelo, na língua *olunkhumbi*, na localidade de S*hiangalala* (Angola) a 8.7.2015, tinha como objetivo saber como as casas estão construídas e distribuídas. Esta entrevista foi traduzida e transcrita pelo autor deste trabalho.

E: Que partes ou casas podemos notar no cerco de um *omunkhumbi*, aliás que componentes ali construídas podemos identificar?

HE: Encontramos *otyoto*, *otyoto, iyaa*!

E: Ok

HE: Hum, iyaa, primeiro inicia-se assim, marca-se o cerco do quintal, como está assim rodeado, em seguida marca-se o lugar do *otyoto*, primeira coisa a marcar no cerco.

E: Isso! qual é a outra coisa que podemos identificar no cerco das casas?

HE: Casas de *otyoto*.

E: Certo!

HE: Depois a casa da primeira esposa (*omutembo ye umbo*) que é o encoste de *otyoto* (*omphilameno yo tyoto*).

E: Isso! depois?

HE: Marca-se a casa dos rapazes no lado específico do cerco.

E: Sim senhor!

HE: Depois desta parte, segue-se para a parte principal do cerco. Ali encontramos duas casas do chefe da família (*hekulu*/ *muene we umbo*), uma onde guarda as coisas principais, a outra casa é o dormitório do chefe da família. Segue-se depois o sítio de receção de visitas com dois ou três troncos polidos e paralelos. O quintal de um *omunkhumbi* tem corredores limitados com parede de paus, de tipo manga de vacinação. O corredor não é comprido (mais ou menos 4 ou 5 metros de comprimento).

E: Mais algumas partes que podemos identificar no quintal?

HE: Sim, casas das crianças, filhas adolescentes e mais novas. Como estão assim construídas.

E: A projeção das casas tem a ver com algumas regras tradicionais?

HE: Sim, a nossa construção, nós *omunkhumbi* tem a ver com o sol, a entrada da casa deve virar-se a nascente e não o contrário. Tal como o *otyoto* deve estar virado a nascente. Mesmo ao dormir a cabeça deve direcionar-se a nascente, ao contrário, considera-se posição dos defuntos.

E: O corredor ligado à entrada principal pode ser projetado em qualquer lugar do cerco?

HE: Não, desde sempre o corredor (*omukala*) não é projetado em qualquer lugar do cerco. Tem de se ter em conta o sul (*omunkhandjo we lombe*).

E: As casas de banho onde é que são projetadas?

HE: Ah, o nosso hábito era ao relento. Agora temos casas de banho, mas fora do cerco das casas.
E: Gostaria de saber como ficam situados os currais, pocilgas, capoeiras, apriscos e outros em relação ao cerco das casas?
HE: A nossa tradição e cultura é: o curral fica ao lado e próximo do *otyoto* para facilitar o dono vigiar o seu gado quando estiver no *otyoto*. O aprisco fica próximo do curral, as pocilgas mais distantes devido ao esterco cheiroso. Enquanto a capoeira fica dentro do cerco das casas, mas um pouco afastado das casas, devido às pulgas que podem afetar as pessoas.

A projeção dos componentes do cerco do quintal não é arbitrária. Mantém-se uma regra conforme os critérios tradicionais e culturais de longa data incluindo altares e outros. Numa família verifica-se a divisão de tarefas e responsabilidades individuais ou coletivas, como se pode confirmar no extrato da entrevista a seguir.

E: Como ficam posicionados os altares de mantimentos ou lugar de lazer ou como é afinal?
HE: Os altares para mantimentos são construídos na lavra. Exceto os que protegem os grandes cestos para conservar mantimentos que são construídos no quintal. Neste aspeto nota-se uma divisão de cestos, a primeira esposa tem os seus, a segunda também e o chefe de família idem. As lavras estão emparceladas para cada um dos membros da família onde os filhos adultos têm as suas partes para trabalharem, cujos mantimentos são para si mesmo. Significa que cada um tem a sua lavra. Embora as esposas e outros elementos da família tenham de trabalhar na lavra do chefe da família cujo mantimento se destina a adquirir gado para acudir nos momentos de estiagem, o das senhoras é consumido diariamente.

O número de casas de uma família varia de chefe de família para chefe de família. Depende grandemente da economia de cada um, quanto mais riqueza possuir, mais chance de construir maior número de casas e maior possibilidade de ter mais de uma esposa. A riqueza depende do número de elementos da família, esta quanto maior for, maior é a probabilidade de adquirir e acumular riquezas. Esta tendência tem-se invertido nos últimos tempos com a influência de outras culturas e das novas perspetivas da vida. Segue-se o excerto da entrevista concedida pelo pastor Rúben Mwoombelo.

E: Em que depende a construção do número de casas será que é o mesmo para todos?

HE: Há diferença na projeção do número de casas. O número de casas depende da economia de cada um, cada grandeza económica corresponde a cada número de casas.

Independentemente das diferenças do número de casas entre famílias, há componentes do quintal que não devem faltar na projeção das casas de uma família. Isto é, para a valorização e dignidade do chefe da família e não só, pela necessidade de que se impõem os tais componentes. Essas práticas foram confirmadas no extrato da entrevista a seguir.

E: Apesar desta diferença o que não deve faltar na projeção de casas no cerco?
HE: Primeira, primeira é *otyoto*, não deve faltar, sítio de encontro de famílias, educação dos jovens, conto de estórias, não deve faltar. A casa da primeira esposa (cozinha), não deve faltar. É um sítio de acolhimento das pessoas, lugar de descanso, fonte de alimentação. Isto, vigorou bastante antes de aceitarmos a religião cristã ou a civilização portuguesa. Até hoje, a projeção de casas deste tipo continua.

Hoje apesar de se manter a tradição e a cultura, há muita coisa que mudou, por exemplo, a cobertura de casas com zinco, casas retangulares, casas construídas de blocos, assim como as modalidades de partilha dos bens do casal, como afirmou o pastor Rúben Mwoombelo na entrevista que foi concedida

" (...) o que mudou, atualmente, é o casal cristão ter a mesma lavra e o tesouro comum até certa medida, porque vivemos na mesma casa, estamos juntos, mas cada um tem o seu cantinho onde guarda as suas coisas como mala de roupa, etc.. Quanto à cultura, não se extingue, há uma enraização muito forte e uma resistência inesgotável. Por exemplo, se a esposa adquirir uma galinha, um cabrito, uma vaca, é sua propriedade particular. Vejamos, se a esposa partir quem vai herdar para além dos filhos, são os pais, os irmãos dela, é que virão herdar, tal como pode acontecer com o marido. Por isso, para evitar a confusão nestas situações os tesouros devem estar separados. Porque é nestas situações que os coitados aproveitam para fazer a confusão para herdar."

As razões que influenciaram a mudança de hábitos e costumes para além da civilização portuguesa, consubstanciada na religião cristã, o governo atual, também, tem contribuído na restrição de terras através da privatização das mesmas e a implementação de medidas de saneamento do meio e do ambiente (pastor Mwoombelo, entrevista).

Portanto, as distâncias e posições que são mantidas entre as casas pressupõem um envolvimento de conhecimentos matemáticos e/ou geométricos, para além de outros valores culturais. Por exemplo, a questão da herança referida é um dos motivos de exploração de matemática 'escondida'. A relação entre os bens e as famílias, a transitividade entre o herdado e os bens, destes e os que herdam.

Tal como nos referimos sobre a projeção das casas de uma família *Nyaneka-nkhumbi*, nota-se uma geometria que embora empírica obedece a regras rígidas quase invioláveis. Ainda que não explicitamente, este projeto pressupõe o domínio prático da noção de área de figuras como o círculo (base das casas) e polígonos (forma do terreno disponível).

Na construção das casas tradicionais de pau-a-pique os *Nyaneka-nkhumbi* utilizam os materiais de trabalho como: martelo, enxada, pá, catana, machado, picareta, paus, capim, tocos e corda. Antigamente, antes do uso do ferro fundido, usavam a pedra aguçada, a pedra enlaminada e os paus afiados para a escavação e corte de paus.

A partir do processo de corte de paus nota-se uma prática cultural. Por exemplo, segue-se uma inclinação de corte de troncos usando o machado, prática dominada pelos veteranos *Nyaneka-nkhumbi* (figura 85).

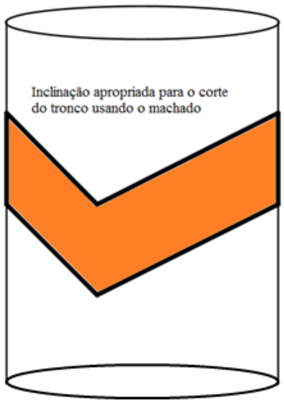


Figura 85 - Esquema do corte de troncos com machado (da autoria do autor a 09.12.2014)

Na conversa informal e não estruturada, conforme Coutinho (2014), que o autor teve com os construtores de casas *Nyaneka-nkhumbi*, questionou porquê esta inclinação e não outra? Dizem que "é mais fácil a penetração do machado desta forma e acelera a caída da árvore. De outra forma, demora e é cansativo". Cortar de outra maneira! "Endireitar o machado ou cortar de cima para baixo". O construtor indicava a posição vertical e horizontal do tronco. Uma das coisas que o construtor revelou, na conversa informal, foi a tática que aplicam no desvio da queda da árvore sem precisar de cordas ou correntes para posicionar na direção pretendida. Afirma que a profundidade do corte do tronco num dos lados permite à árvore cair naquele lado ao bater no outro lado com menor camada restante. Exceto em certas situações de inclinação da árvore é quase impossível direcionar a queda sem ser por esse método.

Ao longo do abate das árvores, os troncos são selecionados tendo em conta as duas partes principais da casa tradicional *Nyaneka-nkhumbi,* nomeadamente a do teto e a da parede. Os troncos do teto são normalmente mais compridos e com menor diâmetro de grossura em relação aos troncos da parede. É cortada uma vara a uma medida considerável para uniformizar a altura dos paus, como se pode confirmar no extrato da entrevista concedida pelo pastor Rúben Mwoombelo.

> **E**: Como é que se mede a altura das casas?
> **MC**: Já no corte de paus arranja-se uma vara com mais ou menos 2 a 3 metros que é usada para medir quer a altura dos paus do teto, quer a altura dos paus que formam a parede, sendo estes mais curtos que os do teto. A altura que se referiu para as nossas casas é boa se compararmos com as casas que são feitas no *Ombadja*, nestas entra-se de joelho por terem entrada e altura baixas".

A variação do diâmetro de grossura dos troncos usados na construção de casas tradicionais *Nyaneka-nkhumbi* depende de zona para zona e de flora para flora. Podemos estimar o diâmetro médio de grossura da base dos paus usados para o teto entre 5 e 15 centímetros. Por sua vez, entre os paus do teto são escolhidos 4 paus bifurcados na extremidade, direitos, com um diâmetro médio de 10 centímetros, denominados "*ononthuei* ≡ touros" localmente.

A marcação inicia-se fixando um toco no centro do terreno onde se vai construir a casa com forma circular (figura 86), amarra-se uma corda ao toco, mede-se uma determinada distância em função da dimensão da casa projetada que pode ser pequena ou grande, isto é, os diâmetros das casas variam aproximadamente entre 2,5 e 8 metros. Da medida considerada conveniente é marcada a corda e amarra-se-lhe um toco, que servirá de ponta de compasso que marcará a circunferência. Em seguida marca-se a 2.ª circunferência (concêntrica) para delimitar o cabouco (figura 86). A escavação é feita no meio das duas circunferências a uma profundidade de 70 centímetros aproximadamente (figura 86). No momento da escavação é sempre tida em conta a abertura que servirá de porta da casa como se vê na imagem da figura 86. A abertura da porta é proporcional à dimensão da casa. Se é grande a porta também é grande, se é pequena a porta também é pequena.

As medidas das portas variam entre 0,75 metros de largura por 1,20 metros de altura e 2 metros de largura por 1,50 metros de altura.

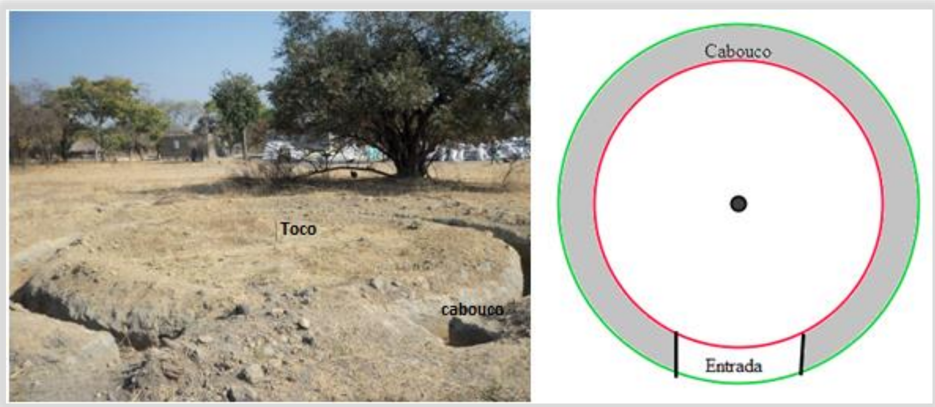


Figura 86 - Marcação de uma casa de pau-a-pique (Foto tirada pelo autor em *Qué-Chikomba* – Huila (Angola) a 26.08.2011) à direita esquema da marcação (da autoria do "autor")

Os paus (aproximadamente cilíndricos), que formam a parede, são cortados com a mesma medida de comprimento no sentido de uniformizar a casa em termos de altura, usando a vara referida nesta secção.

O comprimento dos paus que formam a parede varia entre 1,90 e 2,20 metros dependendo da dimensão da casa projetada. Para o corte dos paus os *Nyaneka-nkhumbi*, não usam o metro convencional, mas sim uma vara que serve como medida de comprimento para todos os paus a cortar. Ainda que a unidade de medida não seja a do Sistema Internacional de Unidades, como era de esperar, o processo de medição que pressupõe a noção de medida é o mesmo: comparar o que se pretende medir com uma unidade previamente estabelecida. Dantes, os paus eram transportados de zorra, mais recentemente, de carroça, carro ou trator. Os paus são postos no cabouco verticalmente, nivelados e tapados com areia. De referir aqui, o uso das noções de perpendicularidade e, no que se segue, a posição relativa de retas.

As pontas dos paus da parte de cima são amarradas com um feixe de paus compridos e flexíveis (*onombala*) e com uma monocorda, como mostra a figura 87.

Figura 87 - Fase da construção de uma casa de pau-a-pique (Foto tirada pelo autor em *Qué-Chikomba* – Huila (Angola) a 26.08.2011)

A parte do telhado em forma de cone é feita, colocando os primeiros paus[21] sobre as extremidades de paus verticais na posição oblíqua, com uma inclinação que varia aproximadamente entre 30° e 60°, onde as outras pontas vão convergir num dos pontos da altura da casa. Por sua vez, as extremidades, bases dos paus do telhado, também são amarradas com duas ou mais fileiras de feixes de paus compridos e flexíveis (figura 87). Dos 4 "touros", retiram-se dois, postos em paralelo, são marcados com o mesmo comprimento, mas sem serem cortados ou serrados de antemão. Quando o autor questionou porque é que não são cortados à partida o construtor disse que "é uma questão de prevenção, se calhar vamos precisar corrigir a altura da casa que pretendemos."

São necessários dois homens no mínimo para arrumar o teto durante um ou dois dias dependendo da dimensão da casa. Cada construtor levanta um "touro" e posiciona-se junto dos paus de parede já fixados no solo e amarrados com um cordão *onombala* na parte superior. A posição a tomar dos dois homens é tida em conta. Formam uma "linha" que passa no centro da casa, já referenciada pelo toco quando da marcação do cabouco (diâmetro). Encaixam as forquilhas, facto, localmente, chamado de *okuluifa ononthuei* que significa pôr a lutar os "touros". Cada construtor sobe o "touro" em sua posse até ao ponto marcado anteriormente. Se não tiver mais uma pessoa para apoiar, um dos dois, normalmente o mais experiente, fixa o "touro" do seu lado. Para quê? Para um pré-teste da altura da casa.

[21] Os primeiros paus do teto são denominados *ononthuei* (touros) que são devidamente selecionados. Isto é, têm o mesmo comprimento. E os demais paus do teto com medidas variadas. O comprimento dos paus do teto dependem da amplitude do ângulo, quanto maior for, maior comprimento terão.

Na conversa informal, conduzida pelo autor na língua *oluhanda de Quipungo* (Melo, 2005; Estermann, 1960), o construtor afasta-se a uma distância de aproximadamente 10 a 20 metros para observar a altura da casa previamente marcada e ver, se tem uma inclinação apropriada ou não. Isto é, "se a altura é demais ou é baixa demais" disse o construtor. Procurando, tanto a altura equilibrada como o feitio da casa.

Depois de acharem a altura desejada, marcam e cortam os 2 "touros" restantes dos quatro escolhidos anteriormente, à mesma medida e colocam-nos de forma perpendicular à linha inicial dos 2 primeiros "touros" já cortados e colocados. Embora, não seja 100% perpendicular como se esperava. Supõe-se que são várias as razões que convergem em certas incongruências. Por exemplo, os construtores tradicionais *Nyaneka-nkhumbi* debatem-se com os troncos muitas vezes tortos entre outras imperfeições.

Certos troncos de parede aparecem tipo côncavos o que é próprio de um construtor sem instrumentos adequados. Apresentar obras com certas incongruências é um pouco pior quando se enfrenta com troncos muitas vezes tortos.

Finalmente (figura 88) cobrem com capim começando a espalhá-lo cuidadosamente sobre a parte inferior do telhado, prosseguindo em espiral (mais uma noção geométrica envolvida) até ao topo do telhado ou seja até ao vértice do cone. À medida que se vai circunvalando o telhado com capim, amarram-se com as fibras de árvores apropriadas (*onongoi* ou *onohuva*). No topo do telhado, é posto um "chapéu" (*kalilasandji*).

Figura 88 - Fase final da construção de uma casa de pau-a-pique (Foto tirada pelo autor em *Qué-Chikomba – Huíla* (Angola) a 26.08.2011)

Hoje, as casas de pau-a-pique apresentam diversas formas geométricas para além das circulares na base, cilíndricas na parte intermediária e cónicas no telhado, existem outras formas como por exemplo as de base retangular como mostra a figura 89.

Figura 89 - Casas retangulares com material de construção misto (Foto tirada pelo irmão do autor, Joaquim Tavares em *Shiangalala-Ombadja* (Angola) a 8.7.2015)

Note-se que anteriormente fizemos referência à estrutura de casas de uma família, agora pretendemos ressaltar a divisão interna de uma casa que é usada para vários fins.

As casas tradicionais dos *Nyaneka-nkhumbi*, depois de acabadas, geralmente, são divididas interiormente em quatro partes conforme ilustra a figura 90. A primeira parte é para o lado dos celeiros, a segunda parte é para a cama do casal, a terceira parte é para a cama das crianças ou visitas e a quarta parte, por norma localizada aproximadamente no centro da casa, é consagrada à lareira com três pedras formando três vértices triangulares que servem de suporte às panelas quer às de barro, quer às de alumínio.

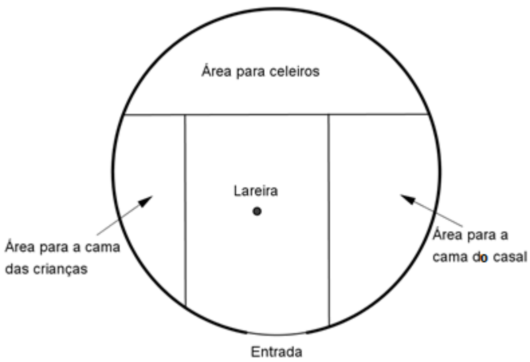


Figura 90 - Esquema de divisões internas de uma casa do *Nyaneka-nkhumbi* (Figura da autoria do autor a 25.05.2012)

Trata-se de uma divisão do círculo, em partes diferentes, e tendo em conta aspetos ligados à área necessária para as funções a que esses espaços se destinam. Mais uma vez, implica a noção de área do círculo, mas também a sua relação com o volume do cilindro.

As divisões internas referidas são feitas de esteiras ou peles de animais e, recentemente, de lençóis ou formatos parecidos com lençóis apoiados em suportes de paus bifurcados. A proporção ocupada pelos celeiros, geralmente, é a maior, dependendo do número de celeiros que o proprietário possui. Em caso de alargar a economia e houver necessidade, a casa de celeiros pode estar separada ficando a parte do dormitório junto com os celeiros (figura 91).

Figura 91 - *Eumbo* de um *Nyaneka-nkhumbi* (Foto tirada pelo autor em *Qué- Chikomba – Huíla* (Angola) a 26.08.2011)

A separação de casas por categorias por vezes tem a ver com a prevenção de incêndios ou segurança de mantimentos.

O aspeto exterior e interior das casas tradicionais dos *Nyaneka-nkhumbi* constitui uma cobiça para muitos observadores. Tais casas têm proporcionado um ambiente interno propício para os moradores, visto que, nas variações das temperaturas ambientais anuais tendem a manter uma temperatura agradável no interior da casa. Razão porque hoje, no sul de África, muitos hoteleiros têm preferido casas semelhantes.

Observando as casas tradicionais de pau-a-pique dos *Nyaneka-nkhumbi,* fascina-nos indagar a sabedoria e conhecimentos imbuídos e utilizados no sistema de construção, desde a simples imaginação do projeto até tomar o formato geométrico evidente. Merece uma admiração e um reconhecimento a existência notória de conhecimentos matemáticos, para além de outros conhecimentos entrelaçados no processo da edificação das casas em referência.

A construção de casas de qualquer povo exige uma projeção que pode ser escrita ou não. No caso dos *Nyaneka-nkhumbi,* apesar de a projeção não estar escrita, notam-se vários conhecimentos matemáticos como: conceitos geométricos, medidas, figuras geométricas, e várias transformações geométricas.

Tal como se pode observar nos relatos e figuras, ao longo do processo de construção de casas de pau-a-pique, podem-se reconhecer conhecimentos matemáticos, como o círculo, a circunferência, o lugar geométrico entre outros, que estão relacionados com a escavação do cabouco; nota-se a medição evidente na grandeza da casa, na profundidade do cabouco e na medição de paus com a vara; verifica-se também a existência de ângulos e variação angular no processo que começa desde o corte de paus, colocação de paus de parede no cabouco e os do teto que quer uns quer outros são acertados em termos de comprimento. Finalmente, são visíveis as formas cónicas e cilíndricas e por vezes retangulares nas casas dos *Nyaneka-nkhumbi.*

Estes e outros conhecimentos matemáticos que se podem "descongelar" no processo de construção de casas de pau-a-pique dos *Nyaneka-nkhumbi* podem ser aplicados no ensino da matemática e não só, no contexto de formação formal.

5.5 - Armadilhas dos caçadores *Nyaneka-nkhumbi*

É uma constatação que todos os povos produzem saberes e saberes-fazer onde a matemática está presente. Analisando os artefactos dos *Nyaneka-nkhumbi,* nota-se o sentido de imaginar e materializar ideias com o objetivo de construir técnicas e mecanismos pragmáticos (Dias, 2011). Estes visam satisfazer a necessidade premente do homem, usando meios e instrumentos capazes de produzir alimentos para a sua sobrevivência. Os artefactos (armadilhas) dos

Nyaneka-nkhumbi possuem conhecimentos matemáticos "escondidos", não valorizados nem divulgados até agora no processo de ensino e de aprendizagem da matemática.

Os caçadores *Nyaneka-nkhumbi* constroem diversas armadilhas (figuras 92, 93 e 94) de tipo *omuiyo* (singular de *oviyo*), *eliva* (singular de *omaliva*), *katiamununa* (ratoeira) e tantas outras que não descreveremos neste texto, como: *omphandji* (armadilha para apanhar *holongos*[22]), *otyiluli* (armadilha para apanhar lobos ou hienas), *omuhandi* (cesto de forma cónica para apanhar peixe), *owiyi* (massa elástica enrolada num pauzinho para apanhar pássaros) e a *lwinda* ou *oondo* (armadilha para apanhar ratos) a que nos referimos na secção sobre os cestos.

Figura 92 - *Omuiyo* (Foto tirada pelo autor, *Muvonde – Kipungo* (Angola) a 27.08.2012)

[22] Antílope quadrúpede mamífero.

Figura 93 - *Eliva* (Foto tirada pelo autor, *Muvonde – Kipungo* (Angola) a 27.08.2012)

Figura 94 - *Katiamununa* (Ratoeira) (Foto tirada pelo autor, *Muvonde – Kipungo* (Angola) a 27.08.2012)

Como diz Palhares (2012, p. 87), "há pensamento matemático por trás de muitas ações e discurso das pessoas e mesmo por trás de diferentes tipos de produtos da atividade humana."

Identificámos nestas armadilhas conhecimentos, saberes e saberes-fazer que envolvem matemática. Desde a mera imaginação que visa construir armadilhas até à eficácia de apanhar a presa, verificámos uma diversidade de conhecimentos matemáticos, físicos e não só. Na conversa informal que tivemos (a 11 de agosto de 2012, na localidade de *Muvonde-Kipungo*, Província da *Huíla*) com o *Nyaneka-nkhumbi* Longuti, este disse-nos: "há muito tempo que praticávamos as armadilhas quer para animais quer para aves, agora esquecemos. São muito poucos os que praticam tais coisas" Dias et al., 2015.

Dignificando os saberes culturais de um povo ou grupo étnico, sentimo-nos orgulhosos e motivados para continuar a incentivar a prática de saberes próprios de um povo em consonância com os diversos autores que abordam a etnomatemática nos seus diversos ângulos, contribuindo para o renascimento de tais conhecimentos culturais, ensinando-os às novas gerações.

Por um lado, é motivo de regozijo de qualquer povo fazer renascer a sua cultura e engrossar os seus conhecimentos, preservando-os para memória futura. Por outro lado, produz um corpo de conhecimento que fica disponível para ser conhecido por outros povos.

Sobre o *omuiyo*

Omuiyo é um tipo de armadilha de laço que serve para apanhar, normalmente, pássaros e em alguns casos animais maiores como por exemplo coelhos.

Trata-se de uma armadilha composta por uma corda de cascas de plantas específicas ou linha reutilizável devidamente preparada. Compõe-se também de pauzinhos afiados para fixar o laço, de um pauzinho com uma forquilha para apoiar a força vertical movida por uma vara em forma de arco, e de um pauzinho fixado na corda e apoiado noutro pauzinho aguçado onde é enfiado o grão de milho para atrair a presa (figura 92).

Enquanto o *omuiyo* se mantiver armadilhado fica em tensão permanente, até ao acionamento da armadilha no ponto de tensão tangencial. O laço apanha o pássaro habitualmente pelo pescoço. Quando acionada a armadilha, isto é, quando o pássaro pica no grão de milho, posto no pauzinho aguçado, automaticamente desengata. A vara põe-se na posição ereta e o laço aperta-se abafando o animal, repentinamente.

Sobre a *eliva*

Eliva é uma armadilha de peso sobre o animal, em particular o pássaro, quando acionada. É composta por uma pedra pesada, rasa e larga, um pau bifurcado, uma vara, uma corda, dois pauzinhos, sendo um curto e outro comprido de pequenos galhos.

A pedra é levantada aproximadamente 60°, é apoiada pela extremidade de uma vara e esta é suportada pelo pauzinho bifurcado. Na extremidade da vara amarra-se uma corda, a esta, fixa-se um pauzinho curto que abraça a bifurcação. O mesmo apoia-se, tangencialmente, no pauzinho comprido de pequenos galhos a um palmo da terra, por baixo da *eliva,* onde se deitam grãos de milho ou de massango para atrair a presa. Quer dizer, os pássaros ou coelhos, ao tentarem apanhar os grãos de milho ou de massango, acionam a *eliva* no momento em que tocam no pauzinho comprido de pequenos galhos. Subitamente, a pedra cai por cima da presa.

Se observarmos a estrutura da *eliva,* reconheceremos que os conhecimentos aplicados na armação da armadilha até ao acionamento da mesma conduzem-nos a que existe algum saber matemático. Empiricamente, notam-se ângulos, inclinações e figuras geométricas, com um sistema montado regrado e tecnicamente funcional. Como podemos observar na figura 93, tanto a inclinação da pedra como a do pauzinho bifurcado, obedecem a uma certa inclinação angular. O pauzinho curto fixado na corda mantém o contacto junto do ponto de tensão tangencial com o pauzinho comprido de pequenos galhos.

Sobre a *katiamununa*

Para além de montarem armadilhas conhecidas por *omuiyo* e *eliva,* anteriormente referenciadas*,* os *Nyaneka-nkhumbi* manufaturam e montam a *katiamununa*. *Katiamununa* é uma armadilha de pressão que é usada, normalmente, para apanhar pássaros a partir dos seus ninhos. Em alguns casos, quando a *katiamununa* é maior, é usada para apanhar outros animais, como: o *holongo*, a hiena, o lobo e o coelho.

Como é composta a *katiamununa*? Compõe-se de um pedaço de madeira, uma mola metálica, uma vara metálica, dois arcos semelhantes, o fixo e o móvel, uma argola com uma ponta afiada, uma vareta e dois preguinhos (figura 94). A madeira tem a função de fixar todo o material metálico e a mola metálica proporciona a força no arco móvel para engatar a presa com muita pressão. A vareta, localizada na parte traseira da *katiamununa,* põe em tensão o arco móvel e faz um ponto de tensão tangente com a argola de ponta aguçada, onde está enfiado o grão de milho para atrair a presa.

As três armadilhas dos caçadores *Nyaneka-nkhumbi* apresentadas são das muitas que podem ser usadas para abordar saberes matemáticos, como a seguir se mostra.

Segundo as finalidades, objetivos e conteúdos pautados no Programa de Matemática do ensino básico vigente, quer em Portugal (Ponte, et al., 2007) quer em Angola (anexo 7), parece ser viável uma exploração de saberes matemáticos adormecidos nas armadilhas.

A construção das armadilhas surge de um problema concreto que os homens *Nyaneka-nkhumbi* tiveram de resolver, recolher alimentos. A estratégia usada constituiu-se como uma aproximação à resolução de problemas em sala de aula de matemática: compreendido o problema, estabelecer um plano que possa levar à resolução do mesmo, executá-lo e verificar a(s) soluções encontradas (Polya, 1945/2003), neste caso testar as armadilhas.

Construir modelos, cada vez mais adaptados à realidade. É o que se passa com as armadilhas que foram sendo aperfeiçoadas ao longo dos tempos de modo a tornarem-se eficazes para o seu objetivo. A posição relativa dos vários elementos que constituem a armadilha, que de um modo abstrato podem ser relacionados com planos (a pedra) e retas (os paus), é essencial para o funcionamento eficaz da mesma. Foi necessário ao longo dos anos ajustar ângulos (inclinações) e dimensões (comprimentos e áreas) (ver o caso da *eliva*, figura 94).

Analisadas sobre outro ponto de vista, as armadilhas permitem abordar tópicos matemáticos como probabilidades e acontecimentos prováveis e improváveis e possíveis e impossíveis, tendo em conta o grau de eficácia das mesmas. Pode-se discutir com os alunos os processos de construção e de funcionamento das armadilhas dos caçadores *Nyaneka-nkhumbi*, conjugando a reflexão/discussão, por exemplo, com o tamanho dos animais a caçar com esses instrumentos e tendo em conta os valores culturais atribuídos no grupo a estas atividades.

Numa perspetiva mais focada, dirigida aos alunos mais novos, a observação dos elementos que compõem as armadilhas e a sua distribuição no terreno, associando-os a conceitos geométricos elementares (segmentos, arcos e triângulos) constitui-se como uma tarefa de interesse para a compreensão destes conceitos e da sua aplicação.

Por exemplo, no *omuiyo* (figura 92), podemos abordar as noções de linha fechada, de interior e exterior, de fronteira, ao observar onde devem ser colocados os grãos de milho, de modo a que o animal ao comer o grão fique em posição de ser apanhado (dentro do laço).

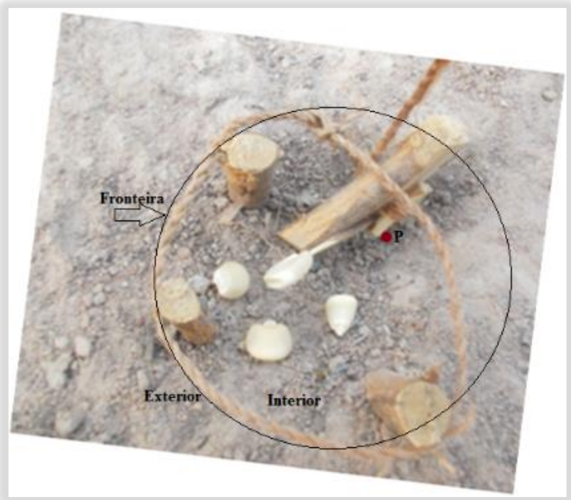


Figura 95 - Esquema etnomatemático de *omuiyo* (Figura da autoria do autor)

Em seguida, pode-se pedir para prever/descrever o movimento aproximado descrito pela corda (figura 95). No momento em que a presa toca no grão de milho verifica-se um ajuste da argola de tal forma que a presa ao acionar o *omuiyo* este não falhe. Quer dizer, a argola não é tão apertada nem é tão larga, o que pressupõe um diâmetro regulado.

Se aceitarmos que a argola presente no *omuiyo* pode ser representada por uma circunferência, ao ser acionada passa por outras circunferências de diâmetros menores. Se nos focarmos no movimento da argola (circunferência) notam-se distintas fases homotéticas de circunferências concêntricas, como procura ilustrar a figura 96.

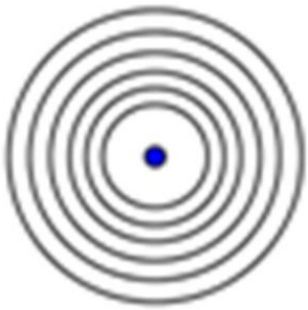


Figura 96 - Esquema etnomatemático do movimento do *omuiyo* (Figura da autoria do autor)

Pode também analisar-se que ao colocar os três paus verticais, se pretende delimitar uma região, ou seja, uma área (uma parte de um plano). Se os paus estiverem alinhados, apenas conseguimos (uma dimensão) uma reta. A análise e discussão de situações deste tipo permite trabalhar a noção de plano e da necessidade de três pontos não colineares para o definir. No caso da *eliva*, para além de vários dos aspetos já referidos, podemos estudar a variação do ângulo de "abertura da pedra" (figura 97), por exemplo discutir o funcionamento (ou não) da armadilha consoante a amplitude desse ângulo e calcular distâncias.

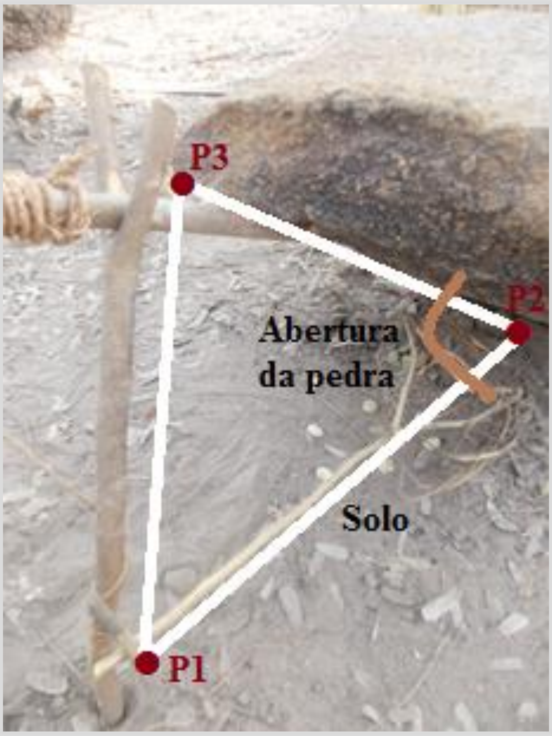


Figura 97 - Esquema etnomatemático de *Eliva* (Figura da autoria do autor)

Em relação à ratoeira (*katiamununa*), identificamos dois arcos (sendo o de cima móvel e o do fundo fixo). A questão a colocar aos alunos é se são semicircunferências ou semielipses. A decisão pode ser tomada de forma prática recorrendo a um pequeno cordel, fixando-o no ponto assinalado na figura 98 e fazendo-o rodar esticado, percorrendo com a outra extremidade o arco, verificando se a distância é constante ou não. Há ainda noções de rotação (de 180° ou de outras amplitudes) e de simetria axial que podem ser exploradas no plano que contém a armadilha.

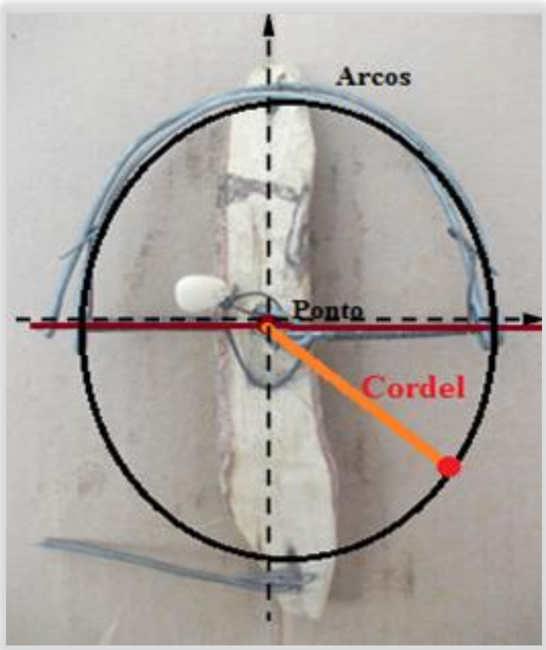


Figura 98 - Esquema etnomatemático de *katiamununa* (Figura da autoria do autor)

O funcionamento das armadilhas dos caçadores *Nyaneka-nkhumbi*, em particular da *eliva* e da *katiamununa*, permite também efetuar estudos a três dimensões, isto é, no espaço, dando oportunidade para abordar formas geométricas, lugares geométricos e, ainda, a noção de projeção ortogonal (ou não) no caso da primeira. Repare-se na figura 97, como podemos identificar a projeção ortogonal, segundo a direção do pau bifurcado, da pedra sobre o solo.

O arco móvel da *katiamununa* faz um movimento entre 0° e 180° sobre o eixo das ordenadas (a madeira). Qual o lugar geométrico descrito pela rotação deste arco?

Pergunta idêntica pode ser feita relativamente à *eliva* : que forma geométrica descreve a pedra quando a armadilha é acionada?

5.6 - Sistema de numeração dos *Nyaneka-nkhumbi*

Nesta secção pretendemos fazer referência à contagem gestual e à numeração dos *Nyaneka-nkhumbi*.

Sobre a contagem gestual

É prática dos *Nyaneka-nkhumbi* contarem com auxílio dos dedos (Dias, 2011). A figura 99 representa a contagem gestual comum entre os *Nyaneka-nkhumbi*.

Figura 99 - Forma de contagem dos *Nyaneka-nkhumbi*

As crianças e mesmos os adultos, geralmente contam gesticulando com os dedos. Morgado (1993, p. 58) afirmou que "a criança geralmente serve-se dos dedos para efectuar este género de numerações [contagem de elementos] ".

O quadro 9 ilustra as diferentes formas de contagem gestual do número três feito por crianças de idade compreendida entre os 5 e os 12 anos.

Quadro 9 - Contagem gestual recolhida junto das crianças *Nyaneka-nkhumbi*

Imagem[23]	Idade (em anos)	Símbolo matemático
	5	3
	5	3
	7	3
	7	3
	8	3
	8	3

[23] Foto tirada pelo autor no *Kunene* (Angola) a 15.7.2012

	9	3
	10	3
	10	3
	12	3

Olhando a representação de contagem pelos dedos do número três (quadro 9) por crianças *Nyaneka-nkhumbi*, verificam-se diferentes maneiras gestuais de o fazerem. A contagem iniciada no dedo mínimo foi comum para todas as crianças que foram experimentadas. Apesar de fazerem de várias maneiras.

É uma constatação que os humanos reforçam a fala e a contagem com os gestos que não são uniformes na visão educacional e é neste contexto que se refere este estudo. Emerge a necessidade de uniformizar a contagem pelos dedos ao nível local e não só, como uma perspetiva para os próximos estudos e novas pesquisas.

Podemos ver como adicionar rapidamente com a ajuda dos dedos sem precisar de fazer contas escritas ou de uma máquina calculadora.

A solução pode ser obtida com auxílio dos dedos.

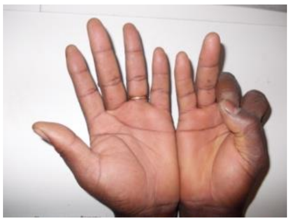
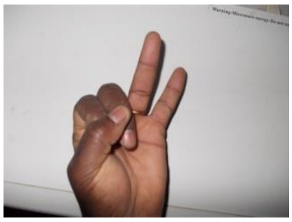
Os dedos devem estar esticados para se tornarem visíveis. Por exemplo, calcular 5 + 2. Fixamos mentalmente o 5, a partir deste continuamos a contar dois dedos.

5 +  = 7

Subtração de números com auxílio dos dedos.

Por exemplo, a subtração de 7 - 5.

Procedemos da seguinte maneira: mostramos os dedos correspondentes a sete e retiramos 5 ficando 2.

 tirando  restam 

Isto encanta e cultiva fortemente no fundo do coração das crianças o quanto a matemática se integra nas atividades do dia-a-dia, criando nelas um sentimento cada vez maior de buscar gradualmente os conhecimentos matemáticos convencionais. Não é problemático interagir as vivências matemáticas com o ensino da matemática nas escolas modernas. Proporciona um ambiente atraente e aprazível, minimizando o pavor e a estranheza que muitas crianças e adultos têm para com a matemática.

Achamos ser mais estimulante para a criança, aprender a contar primeiro pelos seus próprios dedos do que com auxílio dos pauzinhos, pedrinhas, grãos de cereais, etc. tal como mostram as investigações feitas em Africa por Zaslavsky (1999).

É recomendável depois passar as operações para símbolos para que as crianças comecem a socializar o concreto com o abstrato.

Sobre a numeração *Nyaneka-nkhumbi*

A numeração *Nyaneka-nkhumbi* foi estudada (Dias, 2011) e é apresentada na figura seguinte (figura 100).

Contagem cardinal do grupo *Nyaneka-nkhumbi*

Nº	Contagem cardinal			
	Handa	**Muíla/ Nyaneka**	**Nkhumbi**	**Aportuguesar**
1	Mosi	Moyi		Um
2	Vali			Dois
3	Tatu			Três
4	Kuana			Quatro
5	Tano			Cinco
6	Pandu			Seis (um)
7	Panduvali			Seis (dois)
8	Tyinane			Oito
9	Tyiuwa	Etyive	Tyendiye	Nove
10	Tyekui		Ekumi	Dez
11	Tyekui na mosi		Ekumi na mosi	Dez e um
16	Tyekui ne pandu			Dez e seis (um)
17	Tyekui ne panduvali			Dez e seis (dois)
18	Tyekui no tyinane			Dez e oito
19	Tyekui no tyiuwa	Tyekui no tyive	Ekumi no tyendiye	Dez e nove
20	Omakui evali		Omakumi evali	Dois dezes
21	Omakui evali na mosi			Dois dezes e um
29	Omakuyi evali no tyiuwa	Omakuyi evali no tyive	Omakumi evali no tyendiye	Dois dezes e nove
30	Omakuyi etatu			Três dezes
100	Omakui ekui		Omakumi ekumi	Dez dezes
900	Omakui ekui otyiuwa	Omakui ekui etyive	Omakumi ekumi otyendiye	Nove, dez dezes
1000	Omakui ekui eliumba		Omakumi ekumi eliumba	Dez dezes juntos
2000	Omakui ekui eliumba tuvali		Omakumi ekumi eliumba tuvali	Duas vezes, Dez dezes

Figura 100 - Contagem *Nyaneka-nkhumbi* (Dias, 2011)

Com base na figura 94 pode-se fazer a comparação de sistemas de numeração com a terminologia semelhante ou diferente a exemplo da numeração em *Kwanyama* (Angola) tomado por Zaslavsky (1999), que por sinal coabita maioritariamente com o grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi,* no mesmo espaço territorial.

Vamos comparar a numeração por meio do quadro 10.

Quadro 10 - Comparação de designações numéricas em Kwanyama (Zaslavsky, 1999) e em *Nyaneka-nkhumbi* (Dias, 2011)

Nº	*Kwanyama*	*Nyaneka-nkhumbi*		
		Variantes linguísticas		
		Handa	*Muíla*	*Nkhumbi*
6	Tano-na-mwe[imwe]	Pandu	Pandu	Pandu
7	Tano-navali[mbali]	Panduvali	Panduvali	Panduvali
8	Tano-na-tatu	Tyinane	Tyinane	Etyinane
9	Tano-na-ne	Otyiuwa	Etyive	Otyendiye

Observando o quadro 10 nota-se uma semelhança na última sílaba de alguns números como a do 7 (ali). O que não acontece com os restantes números exceto entre variantes.

O que acontece na contagem numérica dos *Kwanyama* e por simpatia ao que se observa na maioria dos grupos étnicos africanos, verifica-se uma referência adicional, o número 5; os números 6, 7, 8 e 9 são obtidos pela adição a 5 de 1, 2, 3 e 4, respetivamente. O número dez é a segunda referência adicional na sequência dos números naturais. A partir do número onze inicia outro processo adicional ao número 10 de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10. Ao contrário do que acontece com o grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* a primeira referência adicional é o número seis, este é estabelecido como base para designar o número sete. Quer dizer que o número sete (panduvali), literalmente, equivale a seis (pandu) e dois (vali). Mas se percebermos tal como está *panduvali*, equivaleria à expressão 6 + 2 = 8, o que não corresponde com o número sete. Assim, faz sentido se compreendermos o número seis (pandu) como seis (um) e sete (panduvali) como seis (dois), aportuguesadamente explicado em (Dias, 2011). Os números oito e nove não obedecem à referência adicional que se faz com os outros grupos étnicos africanos. Em *Nyaneka-nkhumbi* o 8 e o 9 têm nomes com significados relacionados com o parto normal do ser humano, nomeadamente o 8.º mês, pré-parto e o 9.º mês, parto. Não obstante, de 11 para diante adicionam-se a 10 os 9 primeiros algarismos incluindo o 10, sucessivamente.

CAPÍTULO VI
AS TAREFAS

Neste capítulo apresentamos as finalidades e os objetivos das tarefas que criamos, organizadas por tema e uma proposta de resolução e de exploração para cada uma. Relembramos que se trata da versão final das tarefas (anexo 2), após ter tido em consideração os comentários efetuados pelos participantes do grupo PNN.

6.1 - Finalidades das tarefas

Nesta secção vamos apresentar as finalidades e objetivos associados às tarefas por tema. Estes foram elaborados com base nos programas de matemática do ensino básico português (Bivar, Grosso, Oliveira & Timóteo, 2013) e angolano (MED, 2006) (anexo 7).

São finalidades transversais de entre outras constantes nos programas aludidos a **interpretação da sociedade/**desenvolver a capacidade de comunicação, **a estruturação do pensamento**/desenvolver a capacidade de raciocínio e desenvolver a capacidade de resolver problemas e **a análise do mundo natural/**desenvolver a capacidade de utilizar a matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real. Note-se que as finalidades escritas a negrito são do programa angolano e as outras do português.

O motivo da referência aos dois programas tem a ver com a circunscrição temática deste estudo. Lembre-se que as tarefas foram elaboradas e implementadas tendo em conta os dois contextos culturais. Estão direcionadas para os alunos do 1.º ciclo do ensino básico. Foi neste contexto que achamos pertinente a participação dos grupos PNN, A e B na resolução destas tarefas na qualidade de serem professores e futuros professores do ensino básico.

Tendo em conta os temas escolhidos para as tarefas, estas foram construídas tendo presente as finalidades referidas nos programas de matemática, como passamos a explicar.

Tarefas sobre o *ondjandja*

Com estas tarefas pretende-se cultivar/explorar o conceito de figuras geométricas envolvidas no jogo de *ondjandja*. Por exemplo, no programa de matemática do ensino primário da 1.ª classe angolano (MED, 2006, pp. 53-54) faz parte da organização dos conteúdos no domínio da geometria reconhecer as figuras geométricas no plano. Está sugerido no mesmo programa que o reconhecimento de figuras pode ser feito através da realização de jogos. Do mesmo modo no programa de matemática português (Bivar et al., 2013) está programado para o 1.º ano o conteúdo sobre as figuras geométricas planas sendo uma das metas curriculares a atingir a de identificar, em objetos e desenhos, triângulos, retângulos, quadrados, circunferências e círculos em posições variadas.

Tarefas sobre contagem gestual

Pretende-se com estas tarefas estimular a aprendizagem do conceito de número, valorizar as práticas culturais na temática do cálculo. No domínio dos números naturais, no 1.º ano (Bivar et al., 2013) estão programados conteúdos sobre contagem e adição com recurso a métodos informais.

No mesmo domínio consta a compreensão do sentido do número (MED, 2006, p. 50). O método de contagem gestual no qual se tem de mostrar os dedos e juntar as mãos adequa-se ao que consta nas metas curriculares dos programas referenciados pois recomendam resolver problemas de um passo envolvendo situações de juntar ou acrescentar.

Tarefas sobre o *owela*

Usurpando-se da parte lúdica do jogo, estas tarefas têm como finalidade, desenvolver a capacidade de orientação no plano a partir da quadrícula/tabuleiro do jogo. No 3.º ano (Bivar et al., 2013) está programado o uso de coordenadas em grelhas quadriculadas e a localização e orientação de objetos no espaço.

Está recomendado nos programas aludidos identificar a “direção” de um objeto ou de um ponto (relativamente a quem observa) como o conjunto das posições situadas à frente e por detrás desse objeto ou desse ponto.
A exploração de estratégias aplicadas nos lances do jogo é outra finalidade que pode ter enfoque no nível de escolaridade para o qual as tarefas estão direcionadas.

Tarefas sobre casas de pau-a-pique

Dividimos as finalidades destas tarefas em duas partes. Na primeira parte pretende-se desenvolver o conceito de linha e as formas de representar linhas (retilíneas e curvilíneas); desenvolver o conceito de distância e de ponto; desenvolver a relação entre um ponto e as linhas que passam nesse ponto (Bivar et al., 2013; MED, 2006, pp. 37-61). Consta nas metas curriculares dos programas de matemática mencionados a identificação e distinção de linhas, assim como a comparação de distâncias entre pontos ou objetos.
Na segunda parte pretende-se desenvolver o conceito de conjunto e as diferentes formas de agrupar os elementos de um conjunto (Bivar et al., 2013; MED, 2006, p. 59), bem como se trabalha a decomposição do número.

Tarefas sobre enfeites de missangas da mulher *Nyaneka-nkhumbi*

Com estas tarefas pretende-se que o aluno reconheça as várias formas de orientação no plano (Bivar et al., 2013; MED, 2006, p. 53).
São outras pretensões as de desenvolver a capacidade de identificar figuras geométricas e determinar o perímetro das mesmas (MED, 2006, p. 42); calcular áreas de figuras geométricas parciais e completas e estudar a simetria de figuras geométricas (MED, 2006, p. 38). Foram outros objetivos com as tarefas deste tema: desenvolver a contagem e as várias formas de contagem, assim como o conceito de números pares e ímpares; desenvolver as sequências numéricas; desenvolver a capacidade de comparar figuras semelhantes de tal modo que analogamente possam equiparar as áreas das mesmas figuras geométricas. Várias tarefas neste tema solicitaram a explicação da resposta dada, o que tem como finalidade desenvolver a

capacidade de comunicar na linguagem matemática no processo da argumentação das respostas.

Tarefas sobre cestos da mulher ***Nyaneka-nkhumbi***

Pretende-se desenvolver a capacidade de identificar as figuras geométricas e agrupá-las segundo a semelhança (Bivar, et al., 2013; MED, 2006, p. 53). Também desenvolver o conceito de sequência e regularidade. Por exemplo, observando a figura 143 (cestos) que apresenta uma sequência de laços, contá-los:

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1

(para cada coluna foi aumentando ou diminuindo um laço exceto a coluna do centro). Esta tarefa permite desenvolver o conceito de sequência crescente e decrescente. Tal como está elencado nos objetivos referidos nos programas, pretende-se que problemas desta natureza envolvam a determinação de termos de uma sequência dada a lei de formação e a determinação de uma lei de formação compatível com uma sequência parcialmente conhecida (Bivar et al., 2013). Assim como a identificação de figuras geométricas como "geometricamente iguais", ou simplesmente "iguais", quando podem ser levadas a ocupar a mesma região do espaço por deslocamentos rígidos.

Entre várias finalidades consignadas nos programas de matemática dos dois contextos, as que mencionamos são as que achamos essenciais para o tipo de tarefas que apresentamos.

6.2 - Propostas de resolução e exploração das tarefas

Nesta secção pretendemos apresentar possíveis resoluções das tarefas que podem ou não ser as únicas. As resoluções podem ser várias, dependendo de caso para caso. As resoluções estão organizadas pelos seis temas tal como estão apresentadas na ficha de atividades (anexo 2).

Resolução de tarefas sobre o jogo de *ondjandja*

Ondjandja

Atividade 1

a) Seguindo os passos anteriores, apresentados pelo investigador, experimenta jogar e construir (desenhar) a figura abaixo.

Figura 101 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 1

Nesta tarefa a tentativa dos participantes jogarem ou verem o esquema apresentado na ficha de atividades e no *PowerPoint* (anexo 3) seria uma das condições essenciais para responderem a esta tarefa. Tendo em conta as distorções da trajetória da corda ou linha do jogo, os participantes podiam apresentar vários esquemas do último passo do jogo. De entre várias possibilidades de esquematizar o *ondjandja*, consideramos o esquema da figura 102 o qual achamos ser semelhante à configuração da imagem do jogo da figura 101.

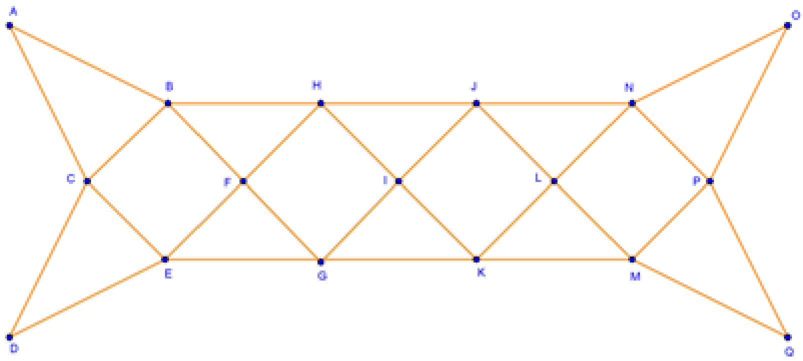


Figura 102 - Possível esquema de *ondjandja*

b) Sem repetir as figuras geométricas semelhantes, diz quantas podes observar.

Figura 103 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 1

No esquema da figura 102 podemos identificar várias figuras geométricas conhecidas e não conhecidas. Das conhecidas são identificáveis quatro figuras geométricas, o triângulo, o losango, o trapézio e o hexágono como se mostra na figura 104.

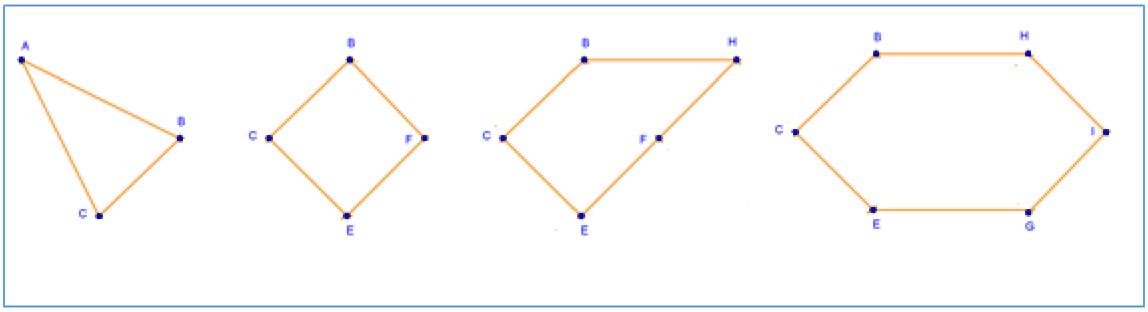


Figura 104 - Possíveis figuras geométricas semelhantes no esquema de *ondjandja*

Para além destas figuras são observáveis várias outras figuras geométricas semelhantes menos comuns como podemos observar a seguir.

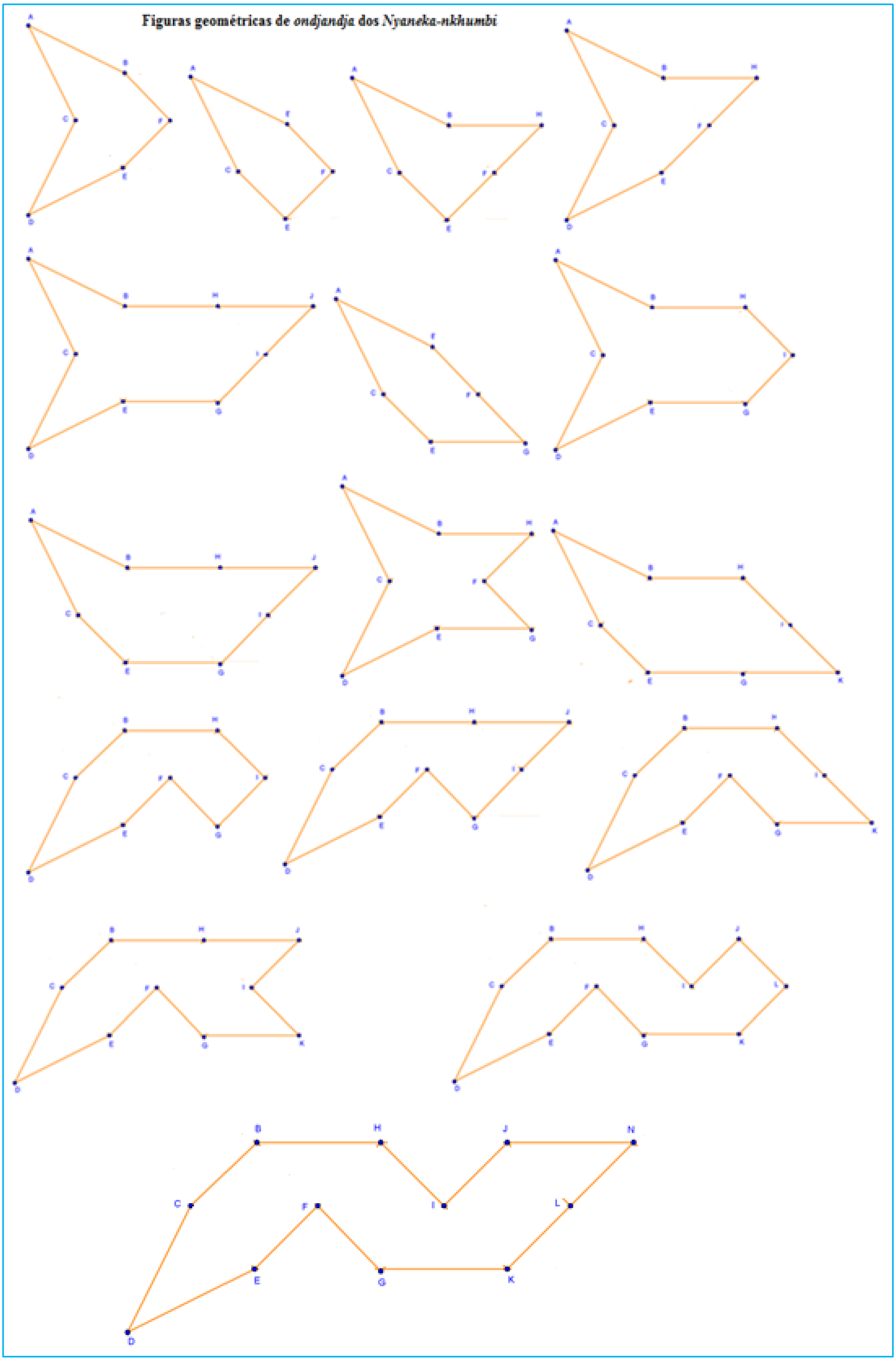


Figura 105 - Figuras geométricas extraídas do esquema de *ondjandja*

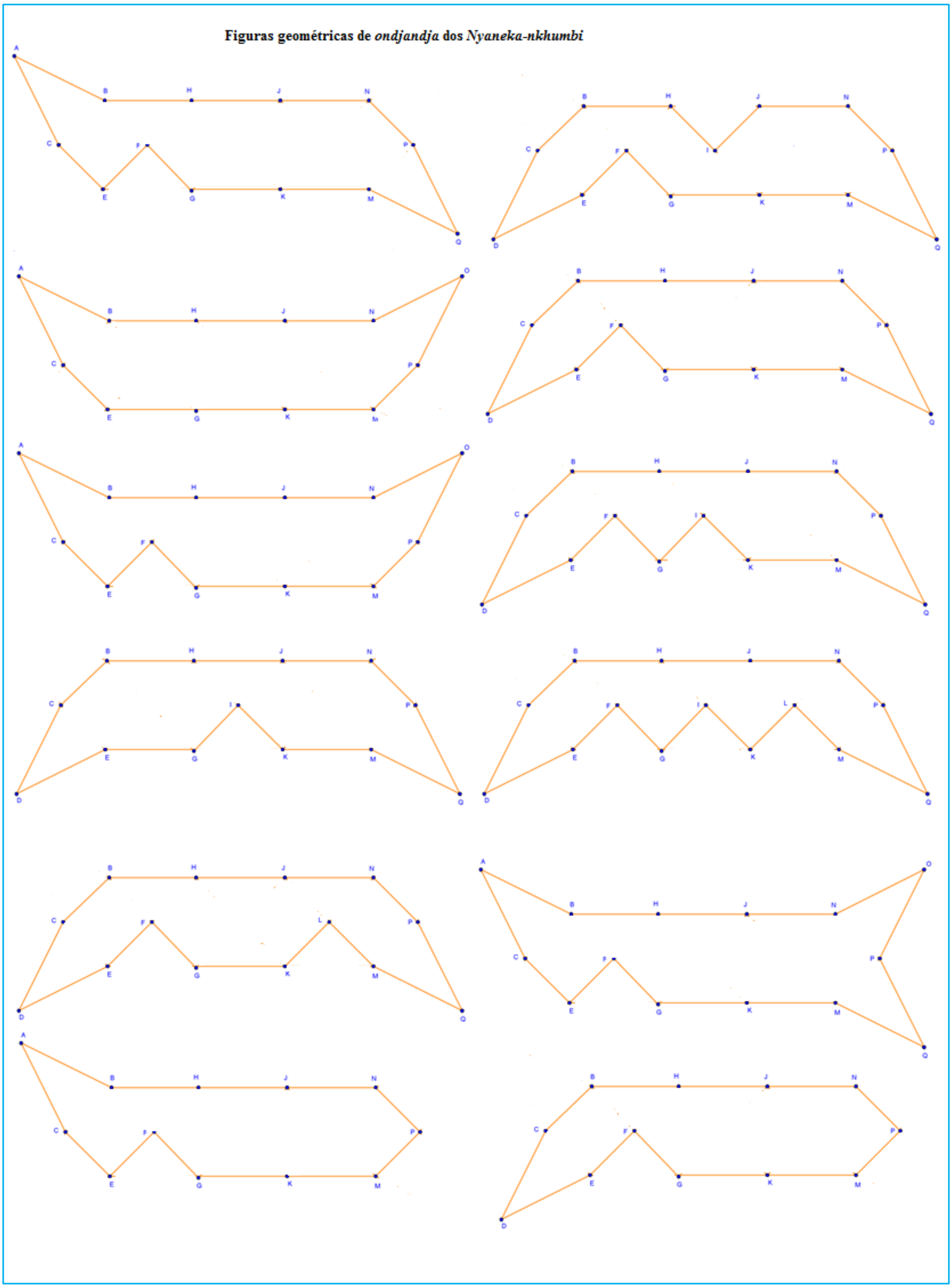


Figura 106 - Figuras geométricas extraídas do esquema de *ondjandja*

Uma das estratégias que se poderia adotar para este caso, seria identificar os vértices como foi feito, o que pode facilitar na identificação das figuras geométricas e posteriormente verificar se não existiam figuras repetidas (ainda que em posições diferentes).

Resolução de tarefas sobre contagem gestual

Contagem gestual numérica

Atividade 2

a) Experimenta contar até 12 usando a contagem gestual numérica *Nyaneka-nkhumbi*.

Figura 107 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 2

Nesta tarefa os participantes podiam experimentar contar com auxílio dos gestos apresentados na figura 108. Para uma questão de prática, a forma sugestiva de aprender a contar, seria com a ajuda de um instrutor, tal como o investigador fez durante a implementação das tarefas.

b) Usando a adição gestual numérica, representa o número 15, 40, 101

Figura 108 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 2

A resolução desta tarefa tanto pode ser feita demonstrando os gestos como desenhando-os. Para representar o número 15, na contagem gestual, juntam-se as duas mãos com os dedos esticados, acrescidas de um gesto de uma mão com os dedos igualmente esticados como se pode ver na imagem do gesto do número 5 da figura 108. Para representar o 40 com gestos, juntam-se as duas mãos 4 vezes. Para representar o 101 procede-se do mesmo modo como se fez com o 40, mas juntando as duas mãos dez vezes e acrescenta-se o gesto de um dedo esticado como ilustra o gesto do número 1 na figura 108. Na representação dos números com desenho pode-se recorrer à adição e à multiplicação. Esta estratégia permite reduzir o volume de imagens dos gestos. Por exemplo, para representar o número 100 com o desenho/símbolo em vez de desenhar dez imagens de duas mãos juntas, desenham-se apenas duas mãos juntas vezes 10. Esta atividade pode estimular a aprendizagem do conceito do número e das operações elementares.

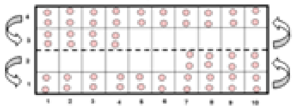
Resolução de tarefas sobre o jogo de *owela*

Nesta tarefa, experimentar jogar seguindo as regras do jogo (figura 109), seria uma forma, não só, para os participantes interagirem com o jogo, mas também para conhecerem a estrutura da quadrícula. Tal facto permitir-lhes-ia compreender e realizar estas tarefas.

Owela

Atividade 3

Jogador 1



Jogador 2

Regras do jogo

1- **Formação**: O formador do *owela* pode recorrer à equação[1] $y = 2x + 2$ onde y representa o número de colunas que se pretende formar; o coeficiente 2 de x representa o número de duas pedrinhas ou bolinhas com as quais são preenchidos os buraquinhos, inicialmente; x representa o número de buraquinhos a preencher na fila interior de cada jogador, $x \neq 0$, a constante 2 representa o número de colunas vazias e obrigatórias a contar do último buraquinho preenchido das filas interiores; e as linhas são 4 para toda e qualquer formação, (ver figura de *owela* acima). Quanto maior for o número de colunas no ato da formação no chão ou no tabuleiro, maior pode ser o número de jogadores para ambos os lados. Por exemplo, nesta variante de jogo de tabuleiro existe *owela* de 10, de 12,…, de n colunas.

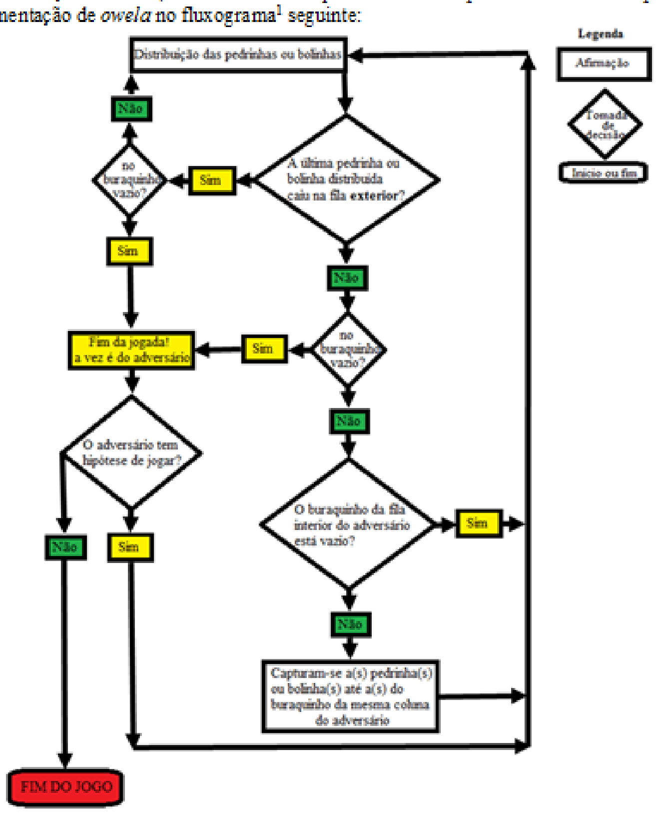
2- **Posicionamento dos jogadores**: São dois adversários no mínimo, um de cada lado das filas externas. Cada adversário (equipa) pode juntar-se a um número de jogadores necessários, dependendo da extensão do jogo.

3- **Início do jogo**: Normalmente pode começar qualquer jogador. O jogador que decidir começar, retira as duas últimas pedrinhas ou bolinhas da fila interior do seu lado e distribui-as.

4- **Movimentação de pedrinhas/bolinhas**: A distribuição de pedrinhas ou bolinhas é feita uma a uma nos buraquinhos sem pular nenhum buraquinho nem saltar para o lado do adversário. Como é óbvio uma única pedrinha ou bolinha no buraquinho não se distribui. Ao distribuir, se a última pedrinha ou bolinha cair num buraquinho sem pedrinha, aí termina a jogada, a vez de jogar passa para o outro adversário. Se cair (a última bolinha a distribuir) num buraquinho que tenha pelo menos uma pedrinha ou bolinha, vai depender. Se for na fila exterior junta-se-lhe, retiram-se e continua-se com a distribuição conforme foi dito anteriormente. Se for na fila interior, depende, caso no buraquinho do adversário da mesma coluna localizada na fila interior estiver vazio, então, continua-se com a distribuição conforme foi dito anteriormente;

5- **Captura de pedrinhas/bolinhas**: Se a última pedrinha ou bolinha a distribuir cair num buraquinho da fila interior tiver pelo menos uma pedrinha ou bolinha e ao mesmo tempo no buraquinho do adversário da fila interior tiver pelo menos uma pedrinha ou bolinha, captura(m)-se a(s) pedrinha(s) ou bolinha(s) do adversário, até aquela(s) que estiver(em) no buraquinho da mesma coluna do adversário. A distribuição continua, exceto se a última pedrinha ou buraquinho cair num buraquinho vazio.

Resumimos a movimentação de *owela* no fluxograma[1] seguinte:



Fluxograma de owela jogado pelos *Nyaneka-nkhumbi de Angola (Dias, 2011)*

a) Experimenta jogar *owela*.

Figura 109 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 3

b) Se quisesses indicar ao certo a localização das pedrinhas/bolinhas num buraquinho a um dos jogadores de *owela* distante de ti que tenha o quadro de *owela* à frente dele, como o orientarias?

Figura 110 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 3

A orientação para esta tarefa pode ser feita de várias maneiras. Resumimos em três passos a que achamos mais provável.

Primeiro: orientar o jogador para considerar a primeira linha (horizontal) a que estiver ao seu lado e a primeira coluna (vertical) a que estiver ao seu lado esquerdo conforme a posição correta tomada diante do quadro de *owela*.

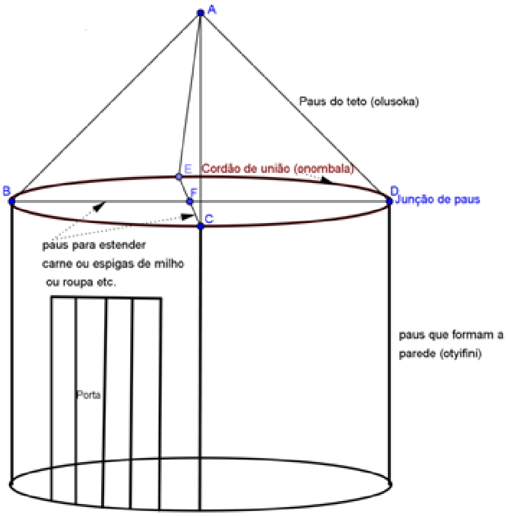
Segundo: marcar a ordem da linha e da coluna.

Terceiro: As pedrinhas/bolinhas estarão localizadas ao certo onde a linha e a coluna marcadas se cruzarem.

Resolução de tarefas sobre casas de pau-a-pique

Casas de Pau-a-pique
Atividade 4

O professor e os alunos podem observar uma maqueta ou a figura abaixo que representa a casa tradicional dos *Nyaneka-nkhumbi* em construção.



a) Indica as linhas que ligam:
As junções A e B.
As junções E e F
As junções B e D

Figura 111 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 4

As possíveis linhas que ligam as junções indicadas no enunciado estão resumidas nos quadros (11, 12 e 13), O que se pretende é indicar todos os percursos possíveis sem repetições.

Quadro 11 - Indicação das linhas que ligam as junções A e B

Ligação	N.º de linha	Indicação da linha
(**A e B**)	1	AB
	2	ACB
	3	ACDB
	4	ACDEB
	5	ACDEFB
	6	ACDFB
	7	ACDFEB
	8	ACFB
	9	ACFDB
	10	ACFDEB
	11	ACFEB
	12	ACFEDB
	13	ADB
	14	ADCB
	15	ADCFB
	16	ADCFEB
	17	ADEB
	18	ADEFB
	19	ADEFCB
	20	ADFB
	21	ADFCB
	22	ADFEB
	23	AEB
	24	AEDB
	25	AEDCB
	26	AEDCFB
	27	AEDFB
	28	AEDFCB
	29	AEFB
	30	AEFCB
	31	AEFDB

	32	AEFDCB

Quadro 12 - Indicação das linhas que ligam as junções E e F

Ligação	N.º de linha	Indicação da linha
	1	EABCDF
	2	EABCF
	3	EABDCF
	4	EABDF
	5	EABF
	6	EACBDF
	7	EACBF
	8	EACDBF
	9	EACDF
	10	EACF
	11	EADBF
	12	EADCBF
	13	EADCF
	14	EADF
	15	EBACDF
	16	EBACF
	17	EBADCF
	18	EBADF
	19	EBCDF
	20	EBCF
	21	EBDACF
(**E e F**)	22	EBDCF
	23	EBDF
	24	EBF
	25	EDABCF
	26	EDABF
	27	EDACF
	28	EDBCF
	29	EDBF
	30	EDCABF
	31	EDCBF
	32	EDCF

	33	EDF
	34	EF

Quadro 13 - Indicação das linhas que ligam as junções B e D

Ligação	N.º de linha	Indicação da linha
(B e D)	1	BACD
	2	BACFD
	3	BACFED
	4	BAD
	5	BAED
	6	BAEFCD
	7	BAEFD
	8	BCD
	9	BCFD
	10	BCFEACD
	11	BCFEAD
	12	BCFED
	13	BD
	14	BED
	15	BEFCAD
	16	BEFCD
	17	BEFD
	18	BFCAD
	19	BFCD
	20	BFD
	21	BFEACD
	22	BFEAD
	23	BFED

b) Diz se as linhas são do mesmo tipo ou não? Porquê?

Figura 112 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 4

Para responder a esta tarefa é necessário perceber o conceito de linha. Se observarmos a figura 111, as linhas não são do mesmo tipo, umas são retilíneas e outras são curvilíneas.

c) Determina o caminho mais curto e o mais longo de B a D sabendo que $\overline{BE} = \overline{ED}$; $\overline{BF} = \overline{FD}$ e $\overline{BE}$ maior que $\overline{BF}$. Porquê?

Figura 113 - Enunciado da 3.ª parte da tarefa 4

Sem necessitar de ver a figura pode-se determinar os caminhos solicitados. São apresentados dois caminhos, o primeiro, passa em E, o segundo passa em F, esses pontos são intermédios entre B e D. Quer dizer que cada caminho tem duas partes e cada parte do mesmo caminho é igual à outra. A tarefa indica-nos que a parte do caminho que passa em E ($\overline{BE}$) é maior que a parte do caminho que passa em F ($\overline{BF}$). Sabe-se que a soma das partes maiores é sempre maior que a soma das partes menores na mesma unidade. Logo, o caminho mais curto é o que passa em F ($\overline{BF}+\overline{FD}$) e o mais longo é o que passa em E ($\overline{BE}+\overline{ED}$).
Note-se que fora desta dedução, há outros caminhos que podem ser considerados longos de B a D.

d) Compara o número de linhas que vai à junção D e o número de linhas que vai à A.

Figura 114 - Enunciado da 4.ª parte da tarefa 4

A resolução desta tarefa tem a ver, em parte, com a alínea a). Resolvê-la passa por contabilizar o número de linhas que incidem na junção D e o número de linhas que vai à A. Em seguida há que compará-los. Resulta que o número de linhas que incidem na junção D é maior que o número de linhas que incidem na A.

e) Imagina um rato doméstico a percorrer as linhas que vão de B até D, chegará o rato a D sem passar em nenhuma junção? Porquê?

Figura 115 - Enunciado da 5.ª parte da tarefa 4

Constitui uma junção o conjunto de linhas que incidem num mesmo ponto etiquetado ou não. Observando a figura 111 (esquema da casa) verifica-se que se imaginarmos um rato doméstico a percorrer as linhas que vão de B até D, não é verdade que o rato chegará a D sem passar em nenhuma junção, porque a junção B não tem uma ligação direta com a junção D, qualquer via ou linha que o rato tomar terá que passar numa junção.

Atividade 5

Partindo do facto de se tirar sobre o pau grupos de 2 a 4 de espigas (a ideia consiste em tirar do pau-travessa grupos de 2, 3 e 4 grupos de espigas) de cada vez.

a) De quantas maneiras diferentes pode tirar-se 8 espigas?

Figura 116 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 5

Para resolver esta tarefa é importante perceber que as 8 espigas postas num pau-travessa tiram-se num grupo/conjunto de 2, 3 ou 4 espigas de cada vez. Realizando esse processo resultaria em 8 maneiras diferentes como se mostra no quadro 14.

Quadro 14 - Maneiras diferentes de tirar 8 espigas de um pau-travessa em conjuntos de 2 a 4.

Número de maneiras	Conjuntos de espigas
1	2, 2, 2, 2
2	2, 3, 3
3	3, 2, 3
4	3, 3, 2
5	2, 2, 4
6	2, 4, 2
7	4, 2, 2
8	4, 4

b) Em vez de 8, se forem 4, 5 ou 6 espigas, de quantas maneiras diferentes podem ser tiradas do pau? Explica os resultados passo por passo

Figura 117 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 5

Se em vez de 8, forem 4 espigas há 2 maneiras diferentes de retirar as espigas como se mostra no quadro 15.

Quadro 15 - Maneiras diferentes de tirar 4 espigas de um pau-travessa em conjuntos de 2 a 4.

Número de maneiras	Conjuntos de espigas
1	2, 2
2	4

Se em vez de 8, forem 5 espigas há 2 maneiras diferentes como se mostra no quadro 16.

Quadro 16 - Maneiras diferentes de tirar 5 espigas de um pau-travessa em conjuntos de 2 a 4.

Número de maneiras	Conjuntos de espigas
1	2, 3
2	3, 2

Se em vez de 8, forem 6 espigas há 4 maneiras diferentes como se mostra no quadro 17.

Quadro 17 - Maneiras diferentes de tirar 6 espigas de um pau-travessa em conjuntos de 2 a 4.

Número de maneiras	Conjuntos de espigas
1	2, 2, 2
2	2, 4
3	4, 2
4	3, 3

Resolução de tarefas sobre enfeites de missangas

Atividade 6

A figura A é um enfeite das Mulheres do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* que o usam em torno do seu cabelo para torná-las mais belas; e a figura B é um esquema da construção do ornamento usado por mulheres do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*.

Figura A

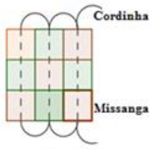


Figura B

Queremos reproduzir esse padrão. Vamos concentrar-nos no retângulo grande e esquecer as pequenas linhas utilizadas para unir as extremidades. Portanto, na figura A temos uma linha vertical azul, em seguida, uma linha vermelha, novamente uma azul e assim por diante. Supõe que queremos reproduzir o padrão usando lápis de cor e papel quadriculado.

a) Imagina um jogo em que alguém tem de reproduzir esse padrão, sem o ver e seguindo as tuas instruções/descrição. Que dirias?

Figura 118 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 6

Nesta tarefa há que se ter em conta essencialmente a instrução dirigida a alguém que vai reproduzir o padrão de enfeite de missangas sem o ver. Vai usar o lápis de cor e papel quadriculado. Uma das estratégias a usar é o recurso a linhas, colunas e diagonais com uma indicação da cor das missangas que se adequa ao padrão que se pretende reproduzir.

A orientação espacial é outro recurso que pode auxiliar esta forma de orientação. Por exemplo, delimita-se a zona no papel, neste caso são 15 quadradinhos na altura e 47 na base. Na primeira coluna pintam-se 15 quadradinhos a azul, na coluna a seguir pintam-se a vermelho com o mesmo número de quadradinhos, novamente uma coluna a azul igual à primeira. Na coluna a seguir, primeira linha pinta-se um a verde, deste faz-se uma diagonal à direita com 14 quadradinhos da mesma cor. Do último quadradinho marcado até à primeira linha, na coluna, pintam-se a cor verde. Liga-se o último quadradinho anterior com o primeiro marcado a verde e pinta-se a área fechada à mesma cor. A parte de cima pinta-se a vermelho. Da primeira linha, último quadradinho verde, pinta-se uma coluna com 12 quadradinhos a amarelo, do último quadradinho marcado (12.º) faz-se uma diagonal à direita e liga-se o último quadradinho marcado com o primeiro marcado a amarelo (primeira linha) e pinta-se esta área à mesma cor (amarela). Na mesma diagonal acrescenta-se uma (diagonal) a cor vermelha seguida de uma (diagonal) azul. A parte de cima restante pinta-se a roxo. A seguir pintam-se duas colunas a amarelo intercaladas com uma a vermelho. Do último quadradinho pintado a amarelo na primeira linha, acrescenta-se um a roxo e desta faz-se uma diagonal à direita com 13 quadradinhos. Do último quadradinho pintado (13.º), na coluna, pintam-se 13 quadradinhos. O último pintado nesta coluna, primeira linha liga-se com o primeiro pintado a roxo nesta área. A área fechada pinta-se a roxo. Na parte de cima desta área a roxo pintam-se duas diagonais a amarelo a restante área pinta-se a vermelho. Seguidamente, pinta-se uma coluna a vermelho e outra a azul. Finalmente, a parte que falta é simétrica à parte pintada.

Atividade 7

A *Nyaneka-nkhumbi* constrói estes ornamentos que ligam as missangas em cordas feitas de plantas como é mostrado na figura B anterior.

a) Imagina que estás a falar com uma criança, a qual pretendes que reconstrua o mesmo padrão com o método *Nyaneka-nkhumbi*. Achas que a descrição que fizeste seria adequada para esta situação? Ou talvez deva ser melhorada? De novo supõe que estavas a indicar apenas oralmente e sem a criança ver o esquema, como lhe dirias para ela colocar as missangas na corda?

Figura 119 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 7

A orientação dada na tarefa 6 a) não se enquadra no método *Nyaneka-nkhumbi*. Para esta situação em que a orientação se dirige para uma criança, o método deve ser ao nível psicossomático da criança. Neste método de colocar as missangas na corda ao invés de pintar com um lápis de cor numa folha quadriculada, o método a optar deve ter uma base nas colunas ou nas linhas em combinação com as cores do padrão do enfeite. Nesta situação o número de missangas de cada cor a colocar na corda é fundamental. Ainda que não se venha expressar coluna ou linha, no mínimo a criança é capaz de perceber o número de missangas de cada cor necessária na corda. À medida que vai terminando cada coluna, a criança é alertada para seguir outra coluna, e assim em diante.

b) Ron Eglash inventou maneiras de fazer padrões usando o que é chamado de *applet*. Acede a http://csdt.rpi.edu/na/loom/blstarter/beadloomstarter.swf e experimenta a aplicação para construires alguns padrões.

Figura 120 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 7

Nesta tarefa para construir padrões usando o *applet* de Ron Eglash é necessário os participantes acederem a http://csdt.rpi.edu/na/loom/blstarter/beadloomstarter.swf. Depois, interagirem com as novas tecnologias de informação e comunicação para poderem criar padrões através de tentativas.

Experimentar é um fator importante para os utilizadores inexperientes neste aspeto. Com tentativas na construção de padrões os participantes podem descobrir regras dos padrões. Permitem assim comparar este método com os outros descritos na tarefa 6 a) e 7 a). Este recurso parece ser mais rápido e eficaz.

Em contrapartida os materiais de apoio podem não estar acessíveis em qualquer lugar. É um mini aplicativo muito simples e facilmente manipulável, mas requer um domínio básico do computador para o utilizador, para além de várias noções relacionadas com figuras geométricas e sistema cartesiano retangular.

> c) Imagina que estás a descrever o padrão do ornamento para alguém que vai usar o *applet* de Eglash para construi-lo. Como o descreverias?

Figura 121 - Enunciado da 3.ª parte da tarefa 7

A indicação descritiva para alguém que vai usar o *applet* de Ron Eglash para construir o padrão do ornamento, seria baseada no quadro 18.

A indicação da figura, cor e coordenadas seriam fundamentais para resolver a tarefa.

Quadro 18 - Indicação para construir metade do padrão do ornamento no *applet* de Ron Eglash

<table>
<tr><th>Figura</th><th>Coordenadas</th><th>Cor</th><th>Figura</th><th>Coordenadas</th><th>Cor</th></tr>
<tr><td rowspan="7">Retângulo</td><td>(1;1), (47;15)</td><td>Vermelha</td><td rowspan="7">Triângulo</td><td>(4;1), (17;14), (17;1)</td><td>Verde</td></tr>
<tr><td>(1;1), (1;15)</td><td rowspan="3">Azul</td><td>(18;1), (18;12), (29;1)</td><td rowspan="3">Amarela</td></tr>
<tr><td>(3;1), (3;15)</td><td>(33;2), (45;14), (45;14)</td></tr>
<tr><td>(47;1), (47;15)</td><td>(33;3), (45;15), (45;15)</td></tr>
<tr><td>(30;1), (30;15)</td><td rowspan="3">Amarela</td><td>(18;14), (29;3), (29;3)</td><td>Azul</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(32;1), (32;15)</td><td>(18;15), (29;4), (29;15)</td><td rowspan="2">Roxa</td></tr>
<tr><td>(33;1), (45;13), (45;1)</td></tr>
</table>

Os dados deste quadro aplicados no *applet* de Ron Eglash resultam no ornamento representado na figura 122.

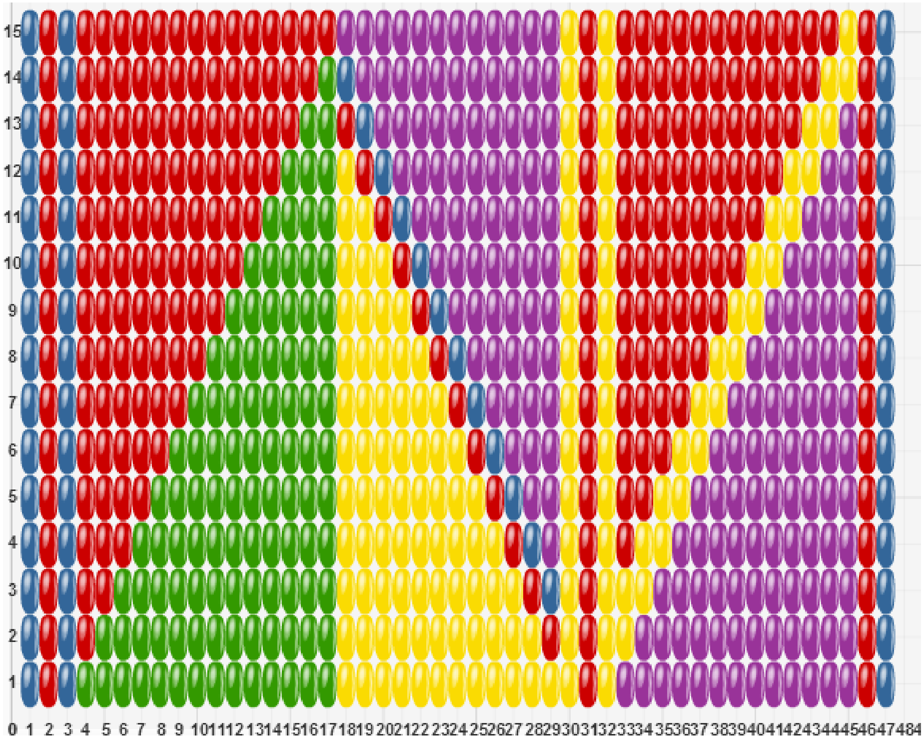


Figura 122 - Resolução possível da 3.ª parte da tarefa 7

Atividade 8

Observa a figura a baixo, escolhe uma figura geométrica e calcula o respetivo perimetro. Explica a estratégia a usar.

Sugestão: Considera uma missanga como unidade de medida.

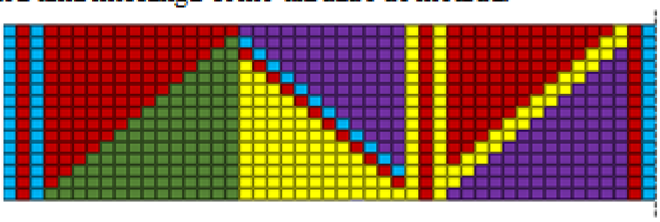


Figura 123 - Enunciado da tarefa 8

A escolha de uma figura geométrica no enfeite permite calcular o perímetro da mesma. Importa saber o conceito de perímetro para resolver esta tarefa, neste caso, podia-se escolher o triângulo retângulo (roxo à direita) com 36 missangas de perímetro que foi calculado com base nas missangas que constituem cada lado do triângulo 13 + 12 + 11 não contando as já contadas que equivale à expressão m + (m - 1) + (m - 2). O cálculo baseia-se na soma de missangas que definem os lados do triângulo.

Atividade 9

Tem em conta a figura anterior a linha, do lado direito, a tracejado representa a linha de simetria de reflexão do artefacto.

a) Quantas missangas serão necessárias para terminar este artefacto? Explica como chegaste à resposta.

Figura 124 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 9

Para terminar a construção do artefacto são necessárias 705 missangas. A estratégia que se pode usar para o cálculo, tem de ter em conta o padrão do artefacto com uma linha de simetria de reflexão, isto significa que se vai usar o mesmo número de missangas na parte que falta. A maneira mais fácil sugerida é o cálculo da área de um retângulo (15 x 47).

b) Quantas missangas, de cada cor, há no artefacto (no da imagem ou no total)?

Figura 125 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 9

Pela estratégia de contagem com recurso ao cálculo da área de figuras geométricas são apresentados os resultados que se seguem:

Azuis (A) = 3 x 15 + 12 = 57

Vermelhas 3 x 15 + 12 = 57 + (14 x (14 + 1)) /2 + (12 x (12 + 1)) /2 = 240

Verdes (14 x (14 +1)) /2 = 105

Amarelas = (12 x (12+1)) /2 + 2 x 15 + 2 x 13 = 134

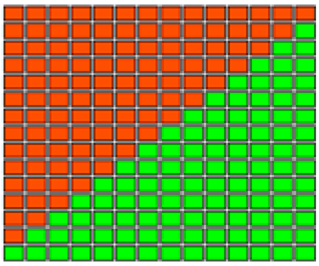
Roxas = (12 x (12 + 1)) /2 + (13 x (13 +1)) = 169

Prova de confirmação:

15 x 47 = 57 + 240 + 105 + 134 + 169

Atividade 10

Na imagem seguinte, temos uma parte do artefacto



a) Quantas missangas tem, no total, a imagem anterior? Explica como encontraste o número de missangas.

Figura 126 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 10

A imagem da figura deste enunciado tem 210 missangas. Multiplicando a soma das missangas de uma coluna e a soma das missangas de uma linha (15 x 14) obtém-se 210 missangas.

b) Quantas missangas tem de cada cor? Explica como encontraste o número de missangas.

Figura 127 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 10

A menina vai usar 105 missangas de cada cor. Sabendo que as duas cores formam triângulos simétricos por rotação dividindo o total obtido em a) por 2 obtém-se 105 missangas.

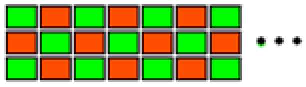
c) A partir dos resultados obtidos nas questões anteriores, consegues encontrar uma maneira, rápida e eficaz, de contar o número de missangas de cada cor?

Figura 128 - Enunciado da 3.ª parte da tarefa 10

A resposta para esta questão é afirmativa. A partir dos resultados obtidos nas questões a) e b) seria possível encontrar uma maneira, rápida e eficaz de contar o número de missangas de cada cor. Calcula-se a área do retângulo completo e divide-se por duas cores das figuras simétricas.

Atividade 11

Uma menina do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* está a construir um artefacto semelhante ao anterior, para colocar na cabeça e segurar o cabelo, mas com um menor número de missangas em cada coluna. Observa a imagem.



a) A menina vai usar o mesmo número de missangas de cada cor? Justifica a tua resposta.

Figura 129 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 11

Nesta tarefa interessa perceber que a construtora de enfeites de missangas pretende dar sequência a outra parte do enfeite semelhante que se apresenta na figura 129. Uma das estratégias a usar na resolução desta tarefa é a verificação dos totais de missangas se são divisíveis por dois. Outra via, seria verificar o número de colunas se é par ou ímpar (quadro 19). A estratégia de esquematizar a construção no papel seria outra possível solução.

Quadro 19 - Ilustração dos totais de missangas alternadas uma a uma a duas cores por coluna

Número de coluna de missangas alternadas	Número de missangas em cada coluna	Total de missangas por coluna	Total de missangas de cada cor a usar	
			Igual	Diferente
1	3	3		X
2	3	6	X	
3	3	9		X
4	3	12	X	
5	3	15		X
6	3	18	X	
7	3	21		X
8	3	24	X	
...	3	...		

Os dados deste quadro mostram-nos que a menina não vai usar o mesmo número de missangas de cada cor. São duas cores no padrão do enfeite, qualquer divisão do total de missangas por duas cores é equitativa, somente se o total for divisível por dois ou seja se for par.

Neste caso, são 21 missangas, logo o total de missangas de cada cor difere de uma missanga. Pode-se recorrer à estratégia de contagem das missangas uma a uma de cada cor e comparar os totais de cada cor resultantes das duas partes (uma feita e outra em falta).

b) Quantas missangas, de cada cor, vai usar? Explica como chegaste ao resultado.

Figura 130 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 11

Quanto ao total de missangas de cada cor a usar, a menina precisaria de 11 missangas vermelhas e 10 verdes enquanto no padrão inicial são 10 vermelhas e 11 verdes.

São várias as alternativas para responder a esta questão, por exemplo, esquematizar numa folha o padrão do enfeite e dar sequência à construção. Conferir as missangas de cada cor do padrão inicial e as do padrão final representados no esquema.

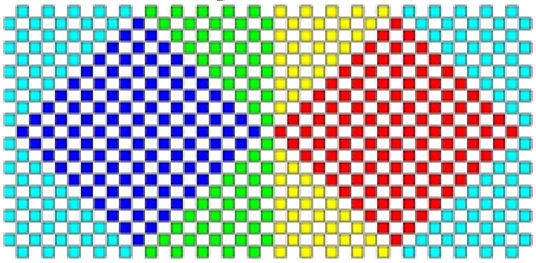
c) Se a menina usar 228 missangas, quantas missangas de cada cor vai usar?

Figura 131 - Enunciado da 3.ª parte da tarefa 11

Se a menina usar 228 missangas, vai usar 114 de cada cor. Se tivermos em conta os dados do quadro 19 o total (par) de missangas mostra-nos que o total de missangas de cada cor a usar tem de ser igual. Ou seja 76 é o número par de colunas que a menina pode construir com 228 missangas, logo o total de cada cor a usar é igual.

Atividade 12

Na imagem seguinte, vemos uma parte de uma banda de colocar na cabeça.



a) Quantas missangas tem a parte vermelha?
Explica como encontraste o número de missangas vermelhas.

Figura 132 - Enunciado da tarefa 12

A parte vermelha da banda tem 100 missangas, contabilizando as missangas de uma coluna e de uma linha, multiplicando as somas (10 x 10) obtém-se 100 missangas.

Atividade 13

Um menino disse que a parte a azul-escuro da figura anterior tinha mais de 100 missangas.

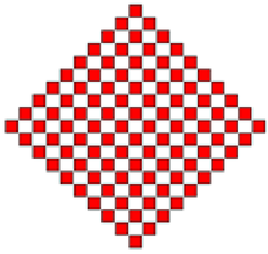
a) Concordas com o menino? Justifica a tua resposta.

Figura 133 - Enunciado da tarefa 13

Não se concorda com a afirmação do menino. Como a parte azul-escuro da banda é simétrica à banda vermelha conferida na tarefa 12 da figura 132 com 100 missangas então não é verdade que a tal parte tenha mais de 100.

Atividade 14

As missangas vermelhas da banda foram retiradas e colocadas na imagem seguinte.



O Artur, o Berto, o Carlos e o Dário contaram o número de missangas de maneiras diferentes. As expressões seguintes traduzem o modo como contaram.

- Artur: 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 100
- Berto: 4 x (1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 5) = 4 x 25 = 100
- Carlos: 4 x 9 + 4 x 7 + 4 x 5 + 4 x 3 + 4 x 1 = 36 + 28 + 20 + 12 + 4 = 100
- Dário: 10 x 10 = 100

a) Descobre o modo como cada um pensou. Rodeia as imagens seguintes, seguindo a maneira de contar de cada menino.

Figura 134 - Enunciado da tarefa 14

As diferentes maneiras de conferir as missangas apresentadas por 4 meninos: Artur, Berto, Carlos e Dário foram descritas como se segue:

Maneira de Artur

A maneira de contagem de missangas da banda do enfeite que apresentamos é uma das várias maneiras que coincidem no resultado que teria sido obtido pelo Artur. A contagem pode iniciar-se à direita como pode iniciar-se em qualquer vértice da banda. A contagem foi feita coluna a coluna adicionando sucessivamente os totais de cada coluna o que é equivalente a esta expressão numérica 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 perfazendo 100 missangas, como mostra a figura 135.

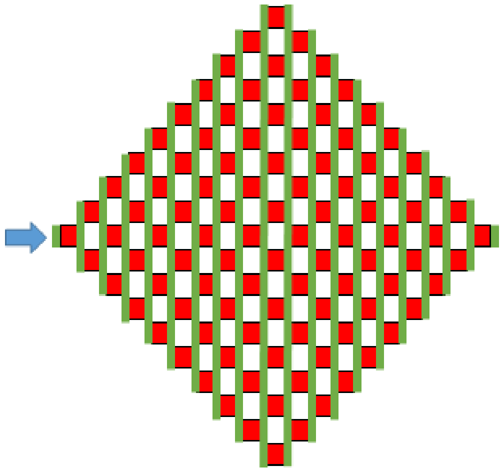


Figura 135 - Possível resolução da forma de contagem de 100 missangas por Artur

Maneira de Berto

Uma das maneiras de contagem de 100 missangas da banda adotada pelo Berto é a divisão da banda em quatro partes iguais (figura 136) numa estratégia de contagem missanga a missanga de um quarto da banda mais as cinco que estão encurraladas na coluna do meio da banda. A contagem pode iniciar-se no vértice de um dos quartos da banda como está indicado na figura 136, neste caso, seguindo-se coluna a coluna e adicionando os totais das mesmas colunas obtém-se a expressão (1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 5). Como esse processo acontece em quatro partes da banda, multiplica-se 4 pela expressão, 4 x (1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 5) que resulta em 4 x 25 obtendo 100 missangas.

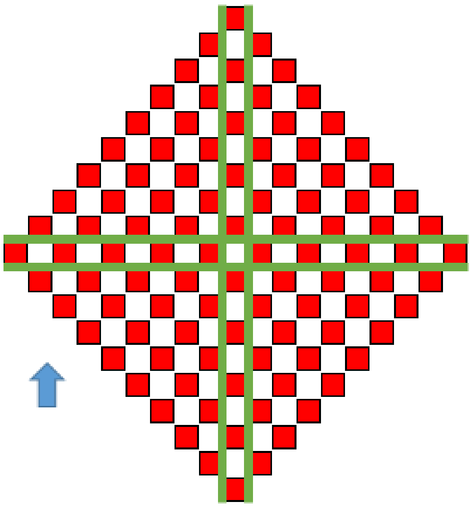


Figura 136 - Possível resolução da forma de contagem de 100 missangas por Berto

Maneira de Carlos

A figura 137 mostra-nos uma das maneiras de contagem de 100 missangas optada pelo Carlos. A estratégia foi efetuada com base na partição da banda em 4 partes iguais formando 4 triângulos. A contagem uma a uma pode iniciar-se numa das hipotenusas até ao ângulo oposto. Como são quatro hipotenusas com o mesmo número de missangas multiplica-se 4 pela soma de cada hipotenusa (com 9, 7, 5, 3, e 1 missangas) que resulta na expressão 4 x 9 + 4 x 7 + 4 x 5 + 4 x 3 + 4 x 1. Finalmente adicionam-se os 5 totais das hipotenusas 36 + 28 + 20 + 12 + 4 obtendo 100 missangas.

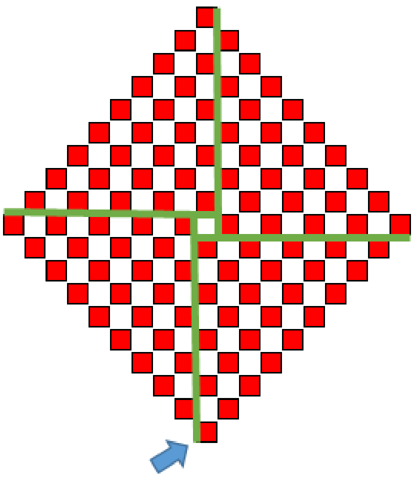


Figura 137 - Possível resolução da forma de contagem de 100 missangas por Carlos

Maneira de Dário

Esta maneira (figura 138) é uma das várias descobertas para contar 100 missangas. A contagem baseou-se no cálculo da área de um quadrado. Contaram-se as missangas de uma coluna e as de uma fila. Multiplicaram-se as somas obtidas (10 x 10) resultando 100 missangas.

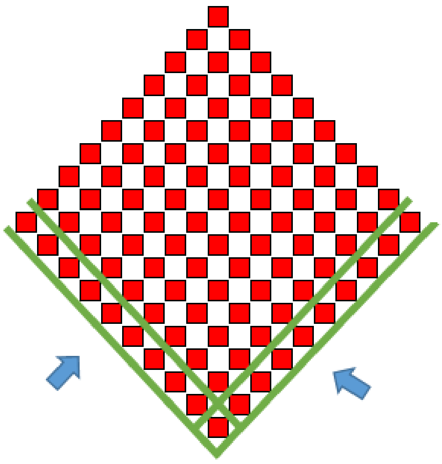


Figura 138 - Possível resolução da forma de contagem de 100 missangas por Dário

Resoluções de tarefas sobre os cestos das mulheres *Nyaneka-nkhumbi*

A primeira tarefa sobre cestos é a apresentada na figura 139.

Atividade 15

Este cesto é um dos muitos que as mulheres *Nyaneka-nkhumbi* fabricam. Como podes ver, contém figuras geométricas e simbolos matemáticos, apesar de, elas não saberem ler nem escrever.

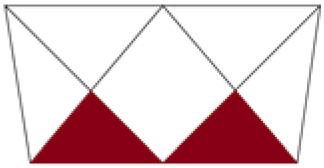
a) Identifica as figuras semelhantes e descreve a possibilidade de se sobreporem.

Figura 139 - Enunciado da tarefa 15

Observando a figura 139, afirma-se que existem triângulos semelhantes com a possibilidade de uma sobreposição pela rotação, reflexão e translação horizontal.

Atividade 16

O esquema que se segue representa um extrato de uma das figuras geométricas que se observam na imagem acima.



a) Quantas figuras geométricas podes observar de cada tipo de figura?

Figura 140 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 16

Uma possível resposta é: são observáveis 12 triângulos, 1 losango e 9 trapézios como se pode ver na figura 141.

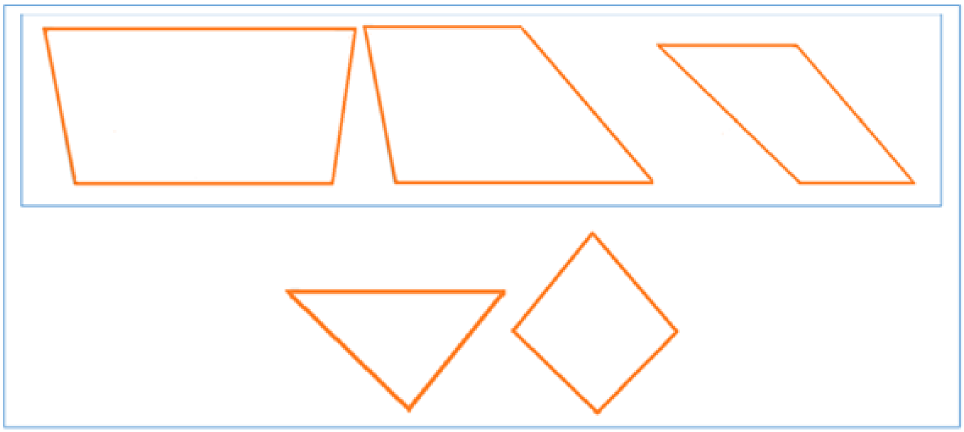


Figura 141 - Figuras geométricas extraídas do enfeite do cesto

Para além destas notam-se outras figuras geométricas menos comuns que ilustramos na figura 142.

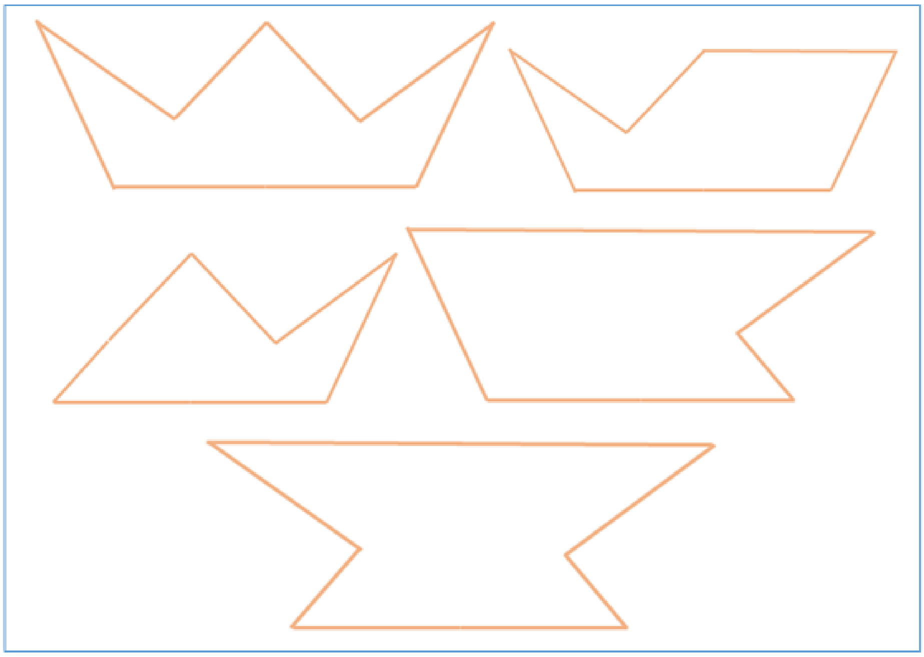


Figura 142 - Figuras geométricas extraídas do cesto

Na figura 143 apresentamos o enunciado de outra tarefa sobre cestos.

Atividade 17

O cesto a seguir apresenta laços que descrevem figuras geométricas de cor bege e castanha.

Imitando como a construtora de cestos fez as figuras geométricas da base ao topo, construímos a figura a seguir apresentada.

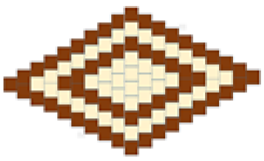


Figura D

a) Diz quantos laços (retângulos) no total formam a figura? Explica como é que contaste.

Figura 143 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 17

Para responder à questão indicada na figura 143, observando a figura D anterior e sabendo que a coluna do meio divide a imagem em duas partes iguais, contabilizando os laços da mesma coluna e elevando ao quadrado teríamos 10^2 = 10 x 10 que totaliza 100 laços.

b) Confere os laços por cores. Explica a estratégia que usaste.

Figura 144 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 17

A presente resolução inicia na conjetura das figuras que se apresentam no padrão que constituem losangos que são quadriláteros equiláteros. Conferindo os laços de cada lado menos um que é contabilizado no outro lado, teríamos (10 - 1) x 4 + (6 - 1) x 4 = 56 laços de cor bege e
(8 -1) x 4 + (4-1) x 4 + (2 – 1) x 4 = 44 laços de cor branca.
Segue-se novo desafio (figura 145).

c) Se a construtora decidisse pôr mais um cordão de laços de cor bege à volta, quantos laços ela precisaria?

Figura 145 - Enunciado da 3.ª parte da tarefa 17

A cesteira se decidisse pôr mais um cordão de laços de cor bege à volta do padrão, precisaria de 44 laços (quadro 20). A estratégia adotada foi a de calcular o perímetro das figuras geométricas de dentro para fora.

Quadro 20 - Total de laços à volta do padrão do cesto (perímetro)

Número da figura	Estratégia de contagem	Total de laços a volta
1	(2-1) x 4	4
2	(4-1) x 4	12
3	(6-1) x 4	20
4	(8-1) x 4	28
5	(10-1) x 4	36
6	(12-1) x 4	44

d) O Âlgines e a Marta estavam a discutir sobre a existência ou não de duas partes semelhantes da Figura D anterior. A Marta concorda existirem as duas partes semelhantes. Concordarias também com ela. Porquê?

Figura 146 - Enunciado da 4.ª parte da tarefa 17

A partir do enunciado gerou-se uma discussão sobre a existência ou não de partes semelhantes da figura D. Se observarmos a figura 147 é bem visível e concordável a existência de tais partes e nota-se a sequência de ambas as partes de 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 e 1 laços inversos entre eles.

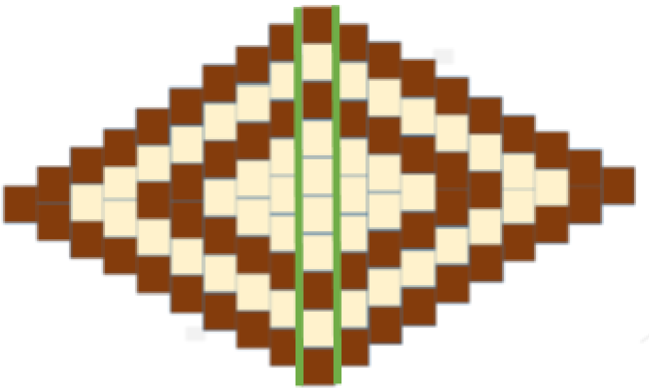


Figura 147 - Partes semelhantes do esquema do cesto divididas pela coluna sinalizada

CAPÍTULO VII
ANÁLISE DAS REAÇÕES DO GRUPO PNN ÀS TAREFAS

Neste capítulo apresentamos a análise das opiniões sobre as tarefas, por nós criadas, emitidas pelos participantes do estudo, o grupo PNN. Este grupo era formado por cinco professores primários angolanos que lecionam a crianças do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*. As tarefas apresentadas a este grupo (anexo 6) foram, intencionalmente, em maior número e menos trabalhadas em termos de transposição didática, que as propostas aos grupos A e B (anexo 2). Pretendia-se ouvir a opinião destes professores com experiência na lecionação a crianças *Nyaneka-nkhumbi*, para melhorar as tarefas produzidas.

7.1 - Na primeira sessão

Na primeira sessão, o investigador foi objetivo ao dizer que o encontro com o grupo de professores do ensino primário visava recolher opiniões focadas na etnomatemática praticada pelo grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*. Esclareceu os participantes que a ideia principal era ouvir e anotar as sugestões e contribuições sobre as tarefas que elaboramos para alunos do ensino primário, tendo como suporte a cultura dos *Nyaneka-nkhumbi*.

O investigador avança dizendo o que se pretende dos professores convidados: observarem as tarefas apresentadas, se são valiosas e adequadas para os alunos do ensino primário, não só, para o contexto do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi,* como também para outros contextos que constituem o mosaico do grupo étnico angolano e não só, por exemplo, o *Kwanyama*, o *Umbundu*, o *Tchokwe* e o *Kimbundu*. Além disso, interessa indagar que subsídio a estas atividades podem trazer quer para a motivação dos alunos no processo da educação matemática, e mesmo para a dos professores, quer para os benefícios que podem provir para as comunidades locais e/ou globais.

Para encorajar os professores convidados no ato de exprimir as suas opiniões de forma livre e aberta, o investigador foi claro em dizer que não há qualquer intenção de especular ou avaliar ou ainda pôr em causa o nível profissional dos professores convidados. O que se pretende é que o professor opine livremente e contribua com o seu saber sobre aquilo que acha no quadro da sua experiência profissional.

O investigador apresentou o *PowerPoint* que intitulou práticas culturais, com as tarefas organizadas por temas, designadamente: jogo do *ondjandja*, contagem gestual, jogo *owela*, casas de pau-a-pique, enfeites da mulher *Nyaneka-nkhumbi* (usando missangas) e cestos.

No fim da sessão os participantes fizeram algumas apreciações. Destacamos as da professora Brunilda e do professor Kalei, que transcrevemos em seguida, porque por um lado consideram que as tarefas se podem aplicar a crianças da escola primária e que por outro colocam no professor o ónus para que essa aplicação seja conseguida.

> **Brunilda**: Para as crianças das classes abaixo da 2.ª será difícil, mas da 3.ª em diante podem conseguir, bastaria uma ajuda do professor.
> **Kalei**: O jogo é fácil, mas tem de partir do professor, o professor é que tem de dominar o jogo primeiro. Se o professor tiver dificuldades, não será fácil.

Para os professores convidados amadurecerem as opiniões e terem noção daquilo que se iria tratar, o investigador distribuiu a cada um, as folhas com as tarefas que levaram para as suas casas.

7.2 - Na segunda sessão

Na segunda sessão o investigador apresentou de novo todas as tarefas dando oportunidade aos convidados para as comentarem conforme estava previsto. Nesta subsecção apresentamos e analisamos os comentários a algumas das tarefas, de acordo com a ordem por que foram feitos pelos professores do grupo PNN durante a sessão.

Tarefas sobre o *ondjandja*

Na figura 148 colocamos a tarefa relativa ao jogo ondjandja conforme foi apresentada ao grupo PNN.

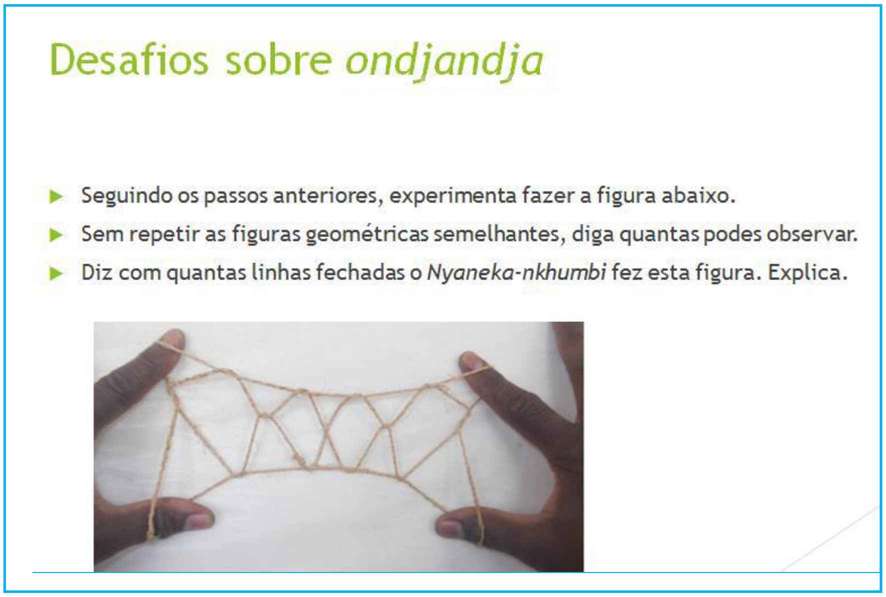


Figura 148 - Tarefa sobre o ondjandja apresentada ao grupo PNN

Transcrevemos de seguida o diálogo que esta tarefa provocou junto dos professores do grupo PNN:

> **Kalei:** Eu vi que o jogo é um pouco fácil, mas o primeiro domínio tem que partir do professor, com mais domínio mais fácil será para ensinar o aluno nos 45 minutos. Se o professor tiver dificuldade também ao ensinar não será pouco fácil, mas o jogo é fácil.
> **Investigador:** É interessante?
> **Kalei:** É divertido, sim é divertido.
> **Verónica:** Interessante é, é mesmo interessante para os alunos da 3.ª classe[24], eu acho que é fácil, não é fácil, são alunos praticamente de 8 anos, 9 anos. Eu fiquei em casa a exercitar com eles, umas meninas de 8 a 9 anos de idade estão na 5.ª, na 4.ª, na 3.ª classes. Aquilo até dia um, eh, eh, ainda vamos na casa da tia Verónica para fazermos aquilo aí, para nos ensinar mais. Começaram a bater, começaram a mastigar (fibras), abater os fios delas [enrolar], ainda já sabem [aprendiam], começaram a fazer ao meu lado. Para alunos da 3.ª é fácil.

[24] 1.ª, 2.ª, 3.ª, 4.ª e 5.ª classes em Angola correspondem, respetivamente, aos 1.º, 2.º, 3.º, 4.º e 5.º anos em Portugal.

Deste diálogo podemos retirar que estes professores consideram que a tarefa é fácil, interessante e divertida, para alunos a partir da 3.ª classe. Sublinham a importância do professor dominar o jogo para o poder ensinar às crianças.

A conversa continuou com o investigador a encaminhar os professores para a próxima questão.

> **Investigador**: Vamos para a alínea b). É verdade que, nós não vamos taxativamente resolver, mas analisar se os nossos alunos podem, mais ou menos, identificar figuras geométricas no *ondjandja*.

Respondendo em uníssono, e com mais tonalidade da Verónica, todos os professores disseram que os alunos podem muito bem resolver.

> **Arlete:** O tal *ondjandja* em si representa uma figura geométrica, também notam-se triângulos, normalmente as figuras geométricas que os alunos da 3.ª dominam mais, são: a circunferência, o triângulo, o retângulo e o quadrado. E será fácil eles detetarem aí [no *ondjandja*].

Quanto à identificação de figuras geométricas no *ondjandja* os professores foram unânimes em afirmar que os alunos da 3.ª classe podem responder a esta questão.

Tarefas sobre enfeites de missangas

No que respeita ao grupo de tarefas sobre os enfeites das mulheres *Nyaneka-nkhumbi* os professores do grupo PNN teceram os comentários que se seguem.

> **Investigador**: A tarefa da alínea a) [figura 149]. Será que os alunos são capazes de contar as missangas usando técnicas ou estratégias?

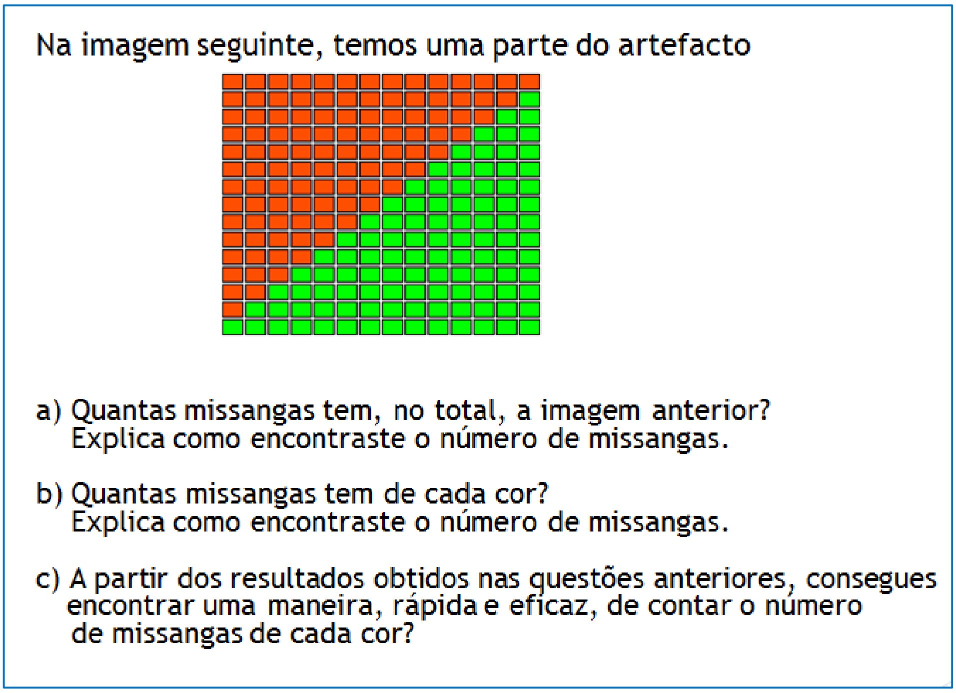


Figura 149 - Tarefa 1 sobre enfeites apresentada ao grupo PNN

Verónica: Para os alunos da 1.ª é difícil, mas o da 4.ª pode, mas o da 3.ª depende da iniciativa do professor, como orienta os alunos.
Brunilda: Os da 3.ª dominam, basta-lhes explicar bem, de acordo com as cores, pode contar as vermelhas e as amarelas, as vermelhas são X e as amarelas são Y.
Investigador: É uma atividade ao nível dos alunos do ensino primário?
Brunilda: Sim, mesmo os da 2.ª conseguem.
Fátima: Podemos contar missangas da altura e as da largura.
Arlete: Bastaria um aluno saber contar, também dá.
Brunilda: É, já a partir da 1.ª. Se souber contar as vermelhas, quantas são, as amarelas quantas são, conseguem.
Investigador: No fundo a Brunilda está a dizer que os alunos podem contar uma a uma.

Após alguma troca de opiniões, que o diálogo anterior ilustra, os professores consideram que estas tarefas podem ser feitas logo na 1.ª classe, recorrendo à estratégia de efetuar a contagem uma a uma. No caso de se pretender que os alunos recorram a outras estratégias, já são de opinião que terá de ser aplicada a alunos de classes mais avançadas.

O investigador relatou que experimentou a tarefa com alunos mais velhos e o resultado foi animador.

Investigador: Sobre esta mesma tarefa, eu fiz uma exploração espontânea com 4 alunos da 7.ª classe[25] mais uma professora do 1.º ciclo do ensino secundário[26]. Nesta tarefa para calcular o total de missangas, identificaram 5 maneiras diferentes de contagem. Isto é interessante para nós podermos escolher entre várias maneiras de contagem, qual é a via mais rápida e mais fácil.

O próximo extrato do debate mostra que dois dos professores apontaram para a resolução "mais formal", usar a multiplicação, enquanto outro considera que essa será uma opção difícil para alunos do ensino primário (em Portugal, 1.º ciclo do ensino básico).

Fátima: A resolução desta tarefa é multiplicar o número de colunas 15 com o número de linhas 14, depende de cada pessoa.
Kalei: Eu também contei da mesma maneira.
Investigador: Se fosse com o nosso aluno, será que ele vai chegar aí ou vai encontrar outra via provavelmente?
Arlete: No meu ponto de vista, multiplicar o número de colunas com o número de linhas, complica, talvez os alunos da 7.ª, mas o aluno do ensino primário vai optar por contar uma por uma, vai ter paciência.

A discussão continua, com alguns professores a reforçar a necessidade de o professor ir trabalhando com o aluno, por vezes com material manipulável ou com brincadeiras, defendendo que a utilização deste tema dos enfeites com missangas poder ser usado para esse fim.

Brunilda: Às vezes o aluno para conseguir a solução de certas tarefas exige dar muitos exemplos com pedrinhas, desta forma vai ser mais fácil para ele achar o resultado.
Investigador: Uma das ideias com essas atividades é tornar a matemática mais simplificada, não ser uma coisa imposta, dizendo para o aluno pega ali na coluna, pega aqui na linha, você tem de passar a fazer assim quem não fizer assim está errado, isso pode tornar a matemática difícil. A ideia também que está aqui como professores é tentar entregar ao aluno, ao pensamento do aluno e saber como ele manuseia a atividade, saber como ele pensa.
Brunilda: Para que o aluno sinta [a matemática], seria bom promover uma brincadeira ou uma cena qualquer, com materiais.

[25] 7.ª classe em Angola corresponde ao 7.º ano em Portugal.
[26] O 1.º ciclo do ensino secundário em Angola corresponde a 7.ª, 8.ª e 9.ª classes. Em Portugal correspondem ao 7.º, 8.º e 9.º anos de escolaridade.

Para abordarem a alínea c), o investigador retoma a proposta de resolução da Fátima e do Kalei procurando perceber junto dos professores como estes consideram que os alunos podem chegar a esse resultado, propondo a decomposição do retângulo em dois triângulos, o que é aceite por uma das professoras como sendo acessível aos alunos.

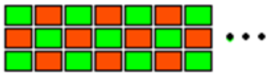
> **Investigador:** O método mais rápido e universal, por exemplo, o número de missangas da altura vezes o número de missangas da largura, no fundo no fundo, queremos chegar no resultado mais rápido não só, mas também para que o aluno sinta a matemática em si. Agora, será que o nosso aluno vai perceber isto, porquê o número de missangas da largura vezes o número de missangas do comprimento!? Podemos fazer uma atividade na base de figuras, o aluno é capaz de contar por exemplo, o número de missangas que formam um triângulo e multiplicar por dois para completar o retângulo?
> **Brunilda:** Sim pode ser, porque o número de missangas de um triângulo é igual ao número de missangas do outro triângulo, assim é mais fácil.

Relativamente à adequação desta tarefa aos alunos do ensino primário os professores são unânimes a afirmar que sim, como mostra o fragmento seguinte da conversa entre o grupo PNN e o investigador.

> **Investigador**: (...) como podemos avaliar, colocando-nos no lugar do nosso aluno será que vai chegar eficazmente à solução?
> (Em uníssono os professores participantes responderam sim.)

Prosseguindo para a discussão de outra tarefa (figura 150), ainda do mesmo tema, os professores proferiram os comentários seguintes.

Uma menina do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* está a construir um artefacto semelhante ao anterior, para colocar na cabeça para segurar o cabelo, mas com um menor número de missangas em cada coluna. Observa a imagem.



a) A menina vai usar o mesmo número de missangas de cada cor? Justifica a tua resposta.

b) Quantas missangas, de cada cor, vai usar?

Explica como chegaste ao resultado.

c) Se a menina usar 228 missangas, quantas missangas de cada cor vai usar?

Figura 150 - Tarefa 2 sobre enfeites apresentada ao grupo PNN

Brunilda: Ele [o aluno] não vai usar o mesmo número de missangas nem o mesmo feitio vai depender daquilo que ele quer.
Investigador: Será?
Kalei: Para mim**,** acho que vai depender do tamanho ou comprimento.
Arlete: Não seria igual, 225 não é par, é impar.
Investigador: O nosso aluno será que pode pensar assim?
Verónica: O aluno da 3.ª não vai pensar assim, mas o da 5.ª e 6.ª classes que já dá números pares, números ímpares e números compostos, o aluno pode dizer: Professor! Não pode, é impossível, porque o número 225 não é o número par.
Arlete: Sim, mas ele pode não saber se o número é par ou não, só ele fazer, treinar, ele vai dar conta que está a faltar algo, não está igual, aqui vai faltar. Ainda que não souber pares ou ímpares.
Brunilda: Por exemplo, os que fazem os enfeites das missangas, algumas não são letradas, mas conseguem raciocinar que aqui está a faltar, ela consegue dar conta.
Arlete: Nós professores é que vamos dar conta, nós é que vamos explicar o porque não dá certo, por causa disso e daquilo, o aluno poderá dizer simplesmente que não está a dar certo.

Em relação a esta tarefa os professores têm opiniões diversas, ainda que reconheçam que esta exige aos alunos mais conhecimentos (por exemplo os números pares e os ímpares) e o recurso a estratégias. É de realçar que duas das professoras defendem que, ainda assim, a tarefa pode ser executada por crianças da 3.ª classe, recorrendo a certa estratégia, tal como acontece com as fazedoras dos enfeites que como diz a professora Brunilda "(...) não são letradas, mas conseguem raciocinar que aqui está a faltar (...)".

A próxima tarefa (figura 151) analisada ainda envolve o tema dos enfeites, mas foca a questão da simetria.

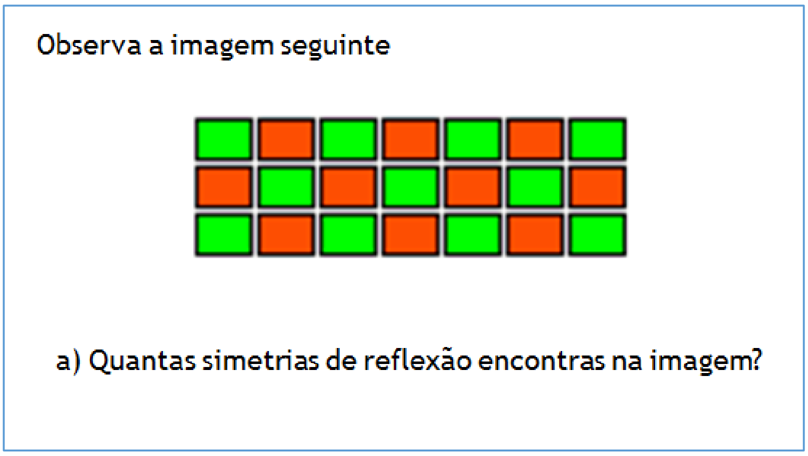


Figura 151 - Tarefa 3 sobre enfeites apresentada ao grupo PNN

O diálogo, que transcrevemos, mostra que o tema é tratado recorrendo a metáforas, nas quais o eixo de simetria funciona como uma charneira que fechada permite a sobreposição ponto a ponto da figura. É ainda discutida a questão de as crianças terem contacto com a noção de simetria, por exemplo ao construírem um enfeite, mas nem sempre conseguem fazer a transposição destes conhecimentos para a sala de aula de matemática.

> **Investigador:** Falar de simetria é como se eu tivesse o meu caderno aberto, cada lado é igual ao outro, perfazendo dois lados iguais.
> **Brunilda:** Com sete colunas de missangas não dá para dobrar de tal forma que haja duas partes iguais. Dobrar da 4.ª coluna não dá.
> **Investigador:** Ou vamos quebrar as missangas...
> (Os professores sorriram).
> **Kalei:** Bastaria orientar bem as tarefas, os alunos não terão dificuldades na realização das atividades.
> **Investigador:** As estratégias são várias, nós como professores podemos descobrir facilmente com as técnicas que já adquirimos, mas por vezes os alunos podem questionar-se simetria, simetria, isto é quê? A menina *muíla* da variante linguística *Nyaneka-nkhumbi, ovamuíla* manufatura isto, fazendo simetrias sem dificuldades, embora não saiba transmitir tal simetria na linguagem académica QUC. Lembro-me uma vez, a minha mãe estava a fazer um cesto de base fundo que tinha uns desenhos. O pai observou, como assim! Isso não está bom! – Porquê o pai está a dizer não está bom? -

Porque a imagem aqui é pequena, não é igual à que está ali. Para nós letrados dizemos que não há simetria. Mas nas palavras, na linguagem deles (os autóctones) dizem que não cria uma harmonia, uma beleza.

Kalei: Quer dizer: não combina.

Investigador: É ali onde devemos aproveitar naquilo que o aluno traz de casa, aquilo que aprendeu em casa e juntarmos os conhecimentos matemáticos escolares QUC, o aluno cresce com uma cultura, ideologia, que a matemática não é tão difícil como tem sido.

A menina tem 330 missangas, das quais metade são azuis e as restantes são amarelas. Ela quer construir uma banda com 3 missangas de *largura* (ver figura abaixo).

Quantas missangas terá de *comprimento*, se seguir o mesmo padrão? Explica como chegaste à tua resposta.

Figura 152 - Tarefa 4 sobre enfeites apresentada ao grupo PNN

Kalei: Vamos pegar em 330 missangas, vamos repartir ao meio e vamos encontrar 165 missangas de cor azul e as restantes são também 165 da cor amarela. Portanto, com uma orientação bem dada o aluno pode conseguir.

Segue-se a discussão sobre uma tarefa semelhante à anterior mas onde 1/3 das missangas são azuis e as restantes amarelas (figura 153).

A menina tem 330 missangas, das quais um terço são azuis e as restantes são amarelas. Ela quer construir uma banda com 3 missangas de *largura* (como no modelo abaixo), começando por ter na primeira coluna duas missangas azuis e uma amarela.

- Quantas missangas terá no máximo de *comprimento*, se seguir o mesmo padrão?
- Explica como chegaste à tua resposta.

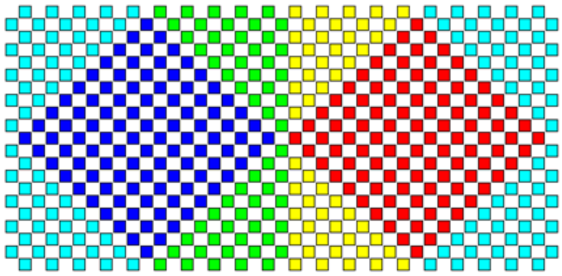
Figura 153 - Tarefa 5 sobre enfeites apresentada ao grupo PNN

Kalei: Pegar em 330 missangas dividir por 3 dá 110. É o número de missangas que tem no comprimento ou vai montar 3, 3, 3,… na largura até completar as 330 missangas.
Arlete: Neste caso o grau de dificuldades é maior para o aluno é preciso raciocinar um pouco mais, mesmo nós professores para obtermos a solução temos de tentar várias vezes.
Investigador: Por vezes, as perguntas deste tipo que exigem pensar um pouco, pouca gente gosta. O meu professor dizia uma vez, que os alunos, normalmente, não gostam perguntas de tipo ' parar e pensar', como é que vou fazer, se isso está assim como é que devo fazer! Frequentemente os alunos gostam de perguntas de tipo o que é isso, o que é aquilo com respostas fechadas de tipo sim ou não.

Esta tarefa foi considerada difícil, exigia maior raciocínio.

A respeito da tarefa seguinte (figura 154), a opinião foi contrária. A tarefa foi considerada fácil e acessível aos alunos.

Na imagem seguinte, vemos uma parte de uma banda de colocar na cabeça.



a) Quantas missangas tem a parte vermelha?

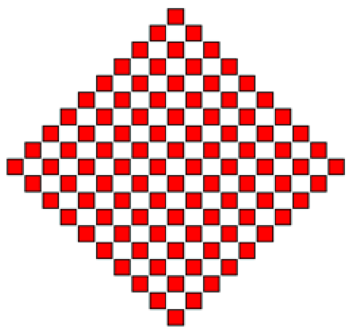
Explica como encontraste o número de missangas vermelhas.

Figura 154 - Tarefa 6 sobre enfeites apresentada ao grupo PNN

Brunilda: Está ao alcance dos alunos, cada um vai ter uma maneira de resolver.

A última tarefa sobre enfeites da mulher *Nyaneka-nkhumbi* (figura 155) apresentada aos professores do grupo PNN deu origem a alguma troca de opiniões.

As missangas vermelhas da banda foram retiradas e colocadas na imagem seguinte.



O Artur, o Berto, o Carlos e o Dário contaram o número de missangas de maneiras diferentes.
As expressões seguintes traduzem o modo como contaram.
Artur → 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 100
Berto → 4 x (1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 5) = 4 x 25 = 100
Carlos → 4 x 9 + 4 x 7 + 4 x 5 + 4 x 3 + 4 x 1 = 36 + 28 + 20 + 12 + 4 = 100
Dário → 10 x 10 = 100

Figura 155 - Tarefa 7 sobre enfeites apresentada ao grupo PNN

Investigador: Quatro meninos contaram 100 missangas de quatro maneiras diferentes, conforme figura indicada, podem descobrir quais são? Atenção, pensar sempre no nosso aluno, se está ao nível dele.
Kalei: Muito difícil não é ou muito fácil também não é, o aluno pode descobrir contando. Mas por nossa parte falta o domínio, amadurecer mais essa matéria, descobrir outras vias. Se o professor dominar a matéria então para os alunos pode ser um pouco fácil.
Arlete: A estratégia aplicada em 10 x 10 = 100 é contar o número de colunas multiplicando pelo número de linhas.
Investigador: O aluno se calhar não contará assim 10 x 10 =100 e poderá usar outra via.
Arlete: Você procura o caminho onde vai passar, mas o destino é o mesmo, ele [aluno] vai descobrir mesmo, ele vai contar, ele é que sabe se vai contar uma a uma, se vai somar, mas o resultado será o mesmo. Porque se calhar, obrigarmos o aluno fazer esse método não vai perceber, mas se disser no aluno faça, encontra e explica como é que encontraste o teu resultado. O aluno ao explicar a atividade pode convencer o professor, fiz assim, assim, e o outro aluno pode ter outro método de contar serão maneiras diferentes de contar, mas com o mesmo resultado.
Investigador: A atividade sobre maneiras diferentes de contar as missangas enquadra-se no programa de matemática do ministério da educação da República de Angola por outro lado, será que está ao nível dos nossos alunos do ensino primário?
Arlete: Sim, antigamente no 1.º trimestre começava-se pelos números operacionais, agora, começa-se pela geometria, porque se deu conta que os alunos não entendiam nada de geometria, durante o ano letivo os professores não chegavam de concluir os programas. Os alunos aprendiam a mesma coisa todos os anos. Mas agora, inverteu-se o quadro, começa-se pela geometria.

Deste diálogo percebe-se que os professores são de opinião que esta tarefa enquadra-se no programa oficial de matemática para o ensino primário angolano. É também claro que reconhecem interesse e potencial em tarefas deste tipo por permitirem ao aluno escolher a estratégia a usar e poder chegar ao resultado por si só. É mais uma vez reforçada a importância do professor na dinamização destas atividades e que esse papel exige da sua parte preparação para dominar os assuntos, nomeadamente encontrando e amadurecendo estratégias diversas.

Tarefas sobre casas de pau-a-pique

A discussão sobre a tarefa (figura 156) partiu da observação do desenho da casa *Nyaneka-nkhumbi*.

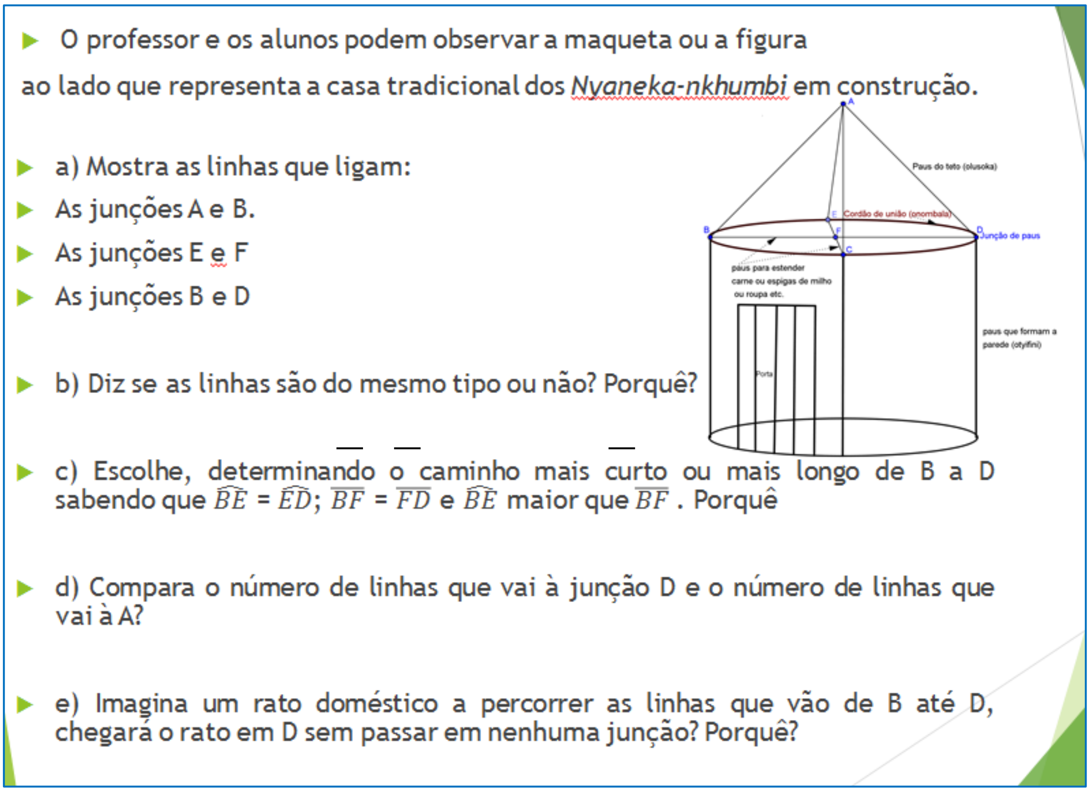


Figura 156 -Tarefa sobre casas de pau-a-pique apresentada ao grupo PNN

Investigador: Na descoberta das linhas ou seja de caminhos mais curtos e mais longos o que nos interessa não é somente acertar, mas também saber como os alunos descobrem e chegam a dar a solução. Portanto, se o aluno acertar muito bem. Com essas atividades pretende-se incutir nos alunos a ideia de projeções. Por exemplo, projetar o percurso de um autocarro que recolhe os alunos ou trabalhadores de modo que haja necessidade de escolher o caminho mais curto e mais económico da rota. Com estas ideias estaríamos a preparar os futuros técnicos na área da engenharia civil. Eu como professor começo das vivências dos alunos naquilo que estão habituados a fazer para lhes ensinar aquilo que não conhecem.

Verónica: No programa da 3.ª classe vem uma atividade para descobrir o caminho que sai daqui até por exemplo, no templo, na atividade tem quadradinhos, quadradinhos, tens que desenhar, desenhar, se calhar sempre vai errando e apagando até quando chegar. Então é a mesma coisa, procurar as linhas que ligam os pontos A e B.

Arlete: Sobre as linhas se são do mesmo tipo, tem algumas que são as principais e as outras são secundárias.

Investigador: Vamos partir do artefacto casa tradicional para depois incutirmos a matemática QUC usando os conhecimentos que o aluno traz da sua vivência.

Brunilda: Temos vários tipos, verticais, horizontais e arcos.

Investigador: Uma linha direita [reta] se mudarmos de posição para vertical, horizontal ou oblíqua será que deixa de ser direita?

Brunilda: Muda simplesmente de posição.

Investigador: Se observarmos na maqueta temos linhas, será que todas são direitas?

Verónica: Quando tratamos de linhas estamos a tratar linhas curvilíneas e linhas retilíneas, então na maqueta tem dois tipos de linhas.

Brunilda: Bastaria o aluno saber a noção de linhas curvilíneas e rectilíneas. Vai conseguir.

Em relação às duas primeiras questões da tarefa, os professores consideram que são adequadas aos alunos da 3.ª classe, dando, inclusivamente, exemplos de situações que usam parecidas com a proposta. Consideram ainda que a figura/maqueta da casa de pau-a-pique permite trabalhar os conceitos de linha reta e curva.

Mais uma vez é feita referência ao papel do professor para encaminhar as discussões de modo a que o aluno apreenda os conceitos em estudo. Repare-se nas palavras da professora Arlete.

Arlete: Aí a bola está do lado do professor. O professor é que deve explicar, fazer entender mesmo que o aluno não estiver a conseguir, sempre, o professor tem de procurar meios, formas de fazer entender. O professor não é que tem de chegar, o aluno é que tem de chegar. Assim, da forma que o professor [o investigador] está a fazer. Nós estamos como se fossemos alunos. Nós estamos a conseguir entender onde o professor quer chegar, neste caso, devemos fazer também com os nossos próprios alunos.

Relativamente às restantes questões a discussão foi curta, tendo sido consensual que as questões eram acessíveis aos alunos.

Investigador: A tarefa tem a ver com a descoberta do caminho mais curto e mais longo.

Verónica: Sobre o caminho mais curto e mais longo, eu estou a favor que esta atividade está ao nível dos alunos.

> **Investigador:** Imagine um rato se partir de B para D será que vai passar sem tocar em nenhum ponto.
> **Verónica:** Em qualquer direção sempre vai tocar em um ponto.

Tarefas sobre cestos

A referência aos cestos fabricados pelas mulheres *Nyaneka-nkhumbi* surgiu durante o decorrer de uma conversa que envolvia o número e a forma geométrica, tentando discernir qual dos dois deveria ser abordado primeiro.

> **Investigador: (...)** Agora vamos relacionar com os nossos antepassados que eram pessoas iletradas. Lembram-se o que eles fizeram primeiro nas paredes das suas casas ou nas construções das suas casas?
> **Brunilda:** Eram figuras.
> **Investigador:** De certeza?
> **Brunilda:** Sim.
> **Investigador:** Se olharmos os objetos que os *Nyaneka-nkhumbi* fizeram, umas figuras uns feitios, não são figuras?
> **Arlete:** São, que acabam de ser muito bem.
> **Investigador:** É agora que as cesteiras fazem figuras de símbolos numéricos QUC, mas antigamente não. Eu, por exemplo, tirei uma fotografia a um cesto com figuras de avião, mas as cesteiras põem nos cestos como beleza, estilo.

Deste modo foi realçado que as figuras que as cesteiras fazem para decorar os cestos, ainda que tenham significado matemático, por exemplo algarismos (1, 2,...) e figuras geométricas elementares (triângulos, retângulos, quadrados e círculos), são usados apenas por questões de "beleza".

A tarefa apresentada (figura 157) aos professores do grupo PNN, não lhes levantou questões.

> **Investigador:** Sobre as figuras visíveis no cesto podem identificar figuras geométricas?
> **Arlete:** Sim, pode, por exemplo tem um quadrilátero irregular e outras.

Esta imagem é uma das muitas que as mulheres *Nyaneka-nkhumbi* fabricam, como pode ver, contém figuras geométricas e símbolos matemáticos, apesar de, elas não saberem ler nem escrever.

Identifica as figuras semelhantes e descreve a possibilidade de se sobreporem.

Figura 157 - Tarefa sobre cestos apresentada ao grupo PNN

Terminada a discussão, tarefa a tarefa, entre os participantes do grupo PNN e o investigador, este solicitou-lhes que se pronunciassem em termos mais gerais sobre quatro aspetos ligados com as tarefas apresentadas. É a apresentação e análise desses comentários que fazemos na próxima secção.

7.3 - Síntese

No final da segunda sessão foi solicitado aos participantes que sintetizassem as suas reações às tarefas apresentadas de acordo com os quatro itens seguintes:

- O enquadramento das tarefas com o nível de escolaridade dos alunos do ensino primário;
- O grau de dificuldade das tarefas para os alunos do ensino primário;
- O interesse ou não das tarefas apresentadas quer ao nível local, quer ao nível global;
- As recomendações inerentes às tarefas apresentadas.

A professora Verónica (há 12 anos no ensino) afirmou que "Depois de ter saído na primeira sessão (no dia 29.12.2014), convidei algumas crianças para jogarem *ondjandja*, com muita animação aprenderam, e qual foi o meu espanto, é que, no dia seguinte voltaram voluntariamente para jogarem."

O relato desta pequena experiência indicia que o jogo pode cativar ânimo no seio dos alunos.

A mesma professora disse que:

> "Seria bom introduzir uma disciplina que tenha a ver com a etnomatemática no curso de formação de Professores. Porque estamos a aprender mais agora, no momento em que estamos a ensinar. Despertar essas práticas é importante na medida que tem a ver com a nossa cultura. Hoje, nota-se o desprezo de quase tudo o que devíamos fazer, o que é nosso. Deveríamos fazer também, seguindo o que é nosso. Agora, só estamos a seguir o que é dos outros, Europeus. Porquanto, somos africanos."

No mesmo sentido foram as palavras da professora Fátima (há 7 anos no ensino) que no seu comentário começa por citar a passagem do primeiro Presidente da República de Angola, Dr. António Agostinho Neto quando dizia "Havemos de voltar à nossa cultura. (...) Temos de recordar o nosso passado". Ela defende que as práticas culturais devem ser transmitidas de geração em geração, para valorizar a cultura local:

> "Temos de ensinar aos nossos filhos técnicas culturais anteriores como *owela, ondjandja,* algumas crianças estão aprender um bocado, conforme a Colega Verónica acabou de afirmar. Não podemos esquecer, é boa coisa, é interessante. As crianças futuramente vão dizer que os nossos antepassados andavam a fazer isso, andavam fazer isso, principalmente essa tal geometria. As mais velhas faziam aqueles desenhos nas panelas de barro, mas não sabiam nada que isso é geometria. Para elas só estavam a formar para enfeitar fazer uma boa beleza, é uma boa coisa, estou a gostar."

A professora Arlete (há 8 anos no ensino) afirma que:

> "Gostei muito do trabalho [esta experiência] desde o primeiro dia até hoje aprendi muita coisa, muita coisa mesmo e gostei. Falamos de *ondjandja*, casas tradicionais dos *Nyaneka-nkhumbi*, enfeites de missangas. Falamos das construções, coisas que devemos ensinar aos nossos alunos para que não possam esquecer; aí tem muita coisa que o aluno deve aprender. O professor é que deve ter iniciativa, direcionar o aluno. O professor tem de saber onde é que o aluno tem dificuldade para que ele possa aprender."

Sobre a capacidade de resolver as tarefas propostas a professora Arlete defendeu que:

> "Os alunos da 1.ª [classe], não conseguem, conseguem algumas coisas, podem ter noção de outras coisas, na 1.ª não, não, nem na 2.ª, não aprovo, mas na 3.ª classe, aprovo essa parte, porque o aluno vai mesmo conseguir, porque o aluno deixou aqueles mimos, sabe mesmo que é importante, tenho que fazer assim, assim, tenho que conseguir. Mas também, é preciso que o professor motive o aluno, dizer que isso é bom, faz, faz isso. Houve um dia que mandei, por exemplo, os meus alunos fazerem uma esteira de *nombale*[27] lá na minha escola, e os alunos conseguiram. É a mesma coisa. É só o professor ter paciência com os alunos, e eles vão chegar ao objetivo."

Esta professora considera que os alunos da 3.ª classe em diante ficariam motivados e desafiados a resolver as tarefas propostas, quer pela idade, quer pela personalidade dos alunos, falando por experiência acumulada, entende que os alunos da 3.ª por diante são capazes de as resolver.

O professor Kalei (há 4 anos no ensino) começou por um dito anónimo que:

> "Não há estrada sem lombas. Na verdade a matéria se calhar é um pouco difícil, mas tudo é possível. A matéria é um pouco complexa. Vamos atacar no possível, descodificar o que é isso e tentar mais desenvolver. A matéria é boa."

A professora Brunilda afirmou que:

> "Os assuntos abordados são importantes para os nossos alunos (...) em particular os *Nyaneka-nkhumbi*. Porque há alunos/crianças quando saem da zona rural para a urbana, eles tentam ignorar aquilo que eles aprenderam lá onde eles cresceram nas áreas deles, é bom o professor aprender essa parte. É importante para as crianças recordarem, não só, para que, os do norte de Angola, centro incluindo povos do sul, os *Kwanyama*, saibam e aprendam aquilo que os do sul fazem, fazem isso e aquilo, fazem esse tipo de jogos, cestos. Às vezes os *Kwanyama* chamam de outra maneira aquilo que é chamado de *ondjandja*. A troca de conhecimentos culturais é importante a exemplo dos desenhos na areia feitos pelos *Tchokwe* na Lunda-Norte (Angola), os quais gostaríamos também de aprender".
>
> **Investigador:** Será que quando estamos diante dos nossos alunos *Nyaneka-nkhumbi* só temos de olhar os *Nyaneka-nkhumbi* (...). Se formos transferidos para uma outra

[27] *Nombale* é o nome de uma folha de planta na língua *Nyaneka-nkhumbi*.

> área, por exemplo Huambo, teria alguma coisa que poderíamos aproveitar de práticas culturais para aqueles alunos no que se refere ao ensino de matemática?

A este desafio do investigador, encaminhando os participantes para opinarem sobre a relevância deste tipo de tarefas a nível local e a nível global, a professora Brunilda disse:

> **Brunilda:** Proponho debates entre grupos étnicos angolanos, para quando estiverem numa turma cada um vá aprender a cultura do outro, para não haver discriminação, cada um fica engajado na investigação para trazer mais conhecimentos culturais. Para mim seria um orgulho quando não souber aquilo que é da cultura do outro e poder aprender aquilo que é do outro. Para mim é um orgulho, é importante a aplicação destas tarefas.

Em seguida, sintetizamos os comentários feitos e organizados segundo as questões orientadoras da discussão final.

Sobre o enquadramento das tarefas com o nível de escolaridade dos alunos do ensino primário

Foi referido que, em geral, as tarefas se enquadravam no programa oficial de matemática, angolano, para o ensino primário (MED, 2006). Algumas das tarefas (referidas na secção anterior) foram consideradas mais adequadas para classes mais avançadas, por exemplo para a 7.ª classe.

Sobre o grau de dificuldade das tarefas para os alunos do ensino primário

Ao longo da discussão ficou claro que os professores convidados notaram que, em geral, o grau de dificuldade das tarefas está ao nível dos alunos do ensino primário, principalmente a partir da 3.ª classe. Há alguns casos de tarefas (indicados na secção anterior) que foram consideradas difíceis para este nível de ensino.

Sobre o interesse ou não das tarefas apresentadas quer ao nível local, quer ao nível global

Os professores participantes foram unânimes em considerar que as tarefas eram interessantes e motivadoras. Valorizaram o facto de permitirem preservar e divulgar os saberes e saberes-fazer deste grupo étnico e reconheceram/realçaram a importância de tal ser feito em relação a outros grupos étnicos, dando a conhecer a uns e outros as suas tradições e culturas, reconhecendo as semelhanças e respeitando as diferenças.
Foi, inclusivamente, sugerida a integração da etnomatemática na formação dos professores, para estes melhor poderem por em prática estas ideias.

Sobre as recomendações inerentes às tarefas apresentadas

Relativamente a este item as recomendações sugeridas pelos professores foram principalmente dirigidas ao papel do professor. Os participantes entenderam que para aplicar este tipo de tarefas é necessário que o professor domine o assunto, conhecendo quer a cultura e tradições dos alunos, quer as diversas estratégias de resolução das tarefas. Foi também destacada a importância de não dar as respostas aos alunos, mas ir fazendo perguntas de modo a encaminhá-los para uma solução, deixá-los pensar por eles e procurar estratégias. O professor não deve ir diretamente à solução da tarefa, mas sim o próprio aluno chegar à solução por esforço próprio, conjeturando e experimentando. Jean Piaget (citado em Freire, 2014) defende que o "*professor não é o que ensina, mas o que desperta no aluno a vontade de aprender.*" (p. 103). No mesmo sentido, Freire (2014) afirmou que *" toda resposta ao processo de aprendizagem, seja certa ou errada, é um ponto de chegada, por mostrar os conhecimentos que já foram construídos e absorvidos estabelecendo um novo ponto de partida e novas decisões."* (p.103). O recurso a material didáctico manipulável também foi considerado de relevo para ajudar os alunos a progredir na sua aprendizagem.

A terminar, referimos que da análise dos comentários dos participantes do grupo PNN pudemos ainda constatar os pontos que elencamos em seguida.

Os professores participantes ficaram muito impressionados pela etnomatemática do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* a ponto de proporem a sua inserção na formação de professores.

Foi notória a dificuldade destes professores na tentativa de darem solução em certas tarefas.

Verificou-se certo nepotismo na prossecução de tarefas. Por exemplo, nas tarefas sobre os jogos.

Houve seriedade, afinco e dedicação dos professores participantes, como pudemos observar nas notações acima.

Notou-se o sentimento de renascer e valorizar a cultura local por parte dos participantes, assim como o despertar de saberes *Nyaneka-nkhumbi* quer no seio das gerações locais, quer no meio das famílias, quer na escola.

Houve iniciativas de aplicar a etnomatemática na escola e, consequentemente, recetividade por parte dos alunos.

As ações experimentais dos professores com os alunos foram positivas.

Os participantes mostraram interesse de partilha intercultural.

CAPÍTULO VIII
ANÁLISE DA APLICAÇÃO DAS TAREFAS

Neste capítulo, apresentamos a análise dos dados sobre as tarefas realizadas pelos futuros professores, alunos de licenciatura e de mestrado.

8.1- Análise dos dados sobre as atividades de tarefas

A análise que vamos apresentar, tem a ver com as produções sobre tarefas desenvolvidas pelos participantes dos grupos A e B que estão caraterizados neste trabalho no capítulo IV sobre a metodologia. Nesta análise começamos por identificar e registar as respostas dadas pelos participantes nas fichas de atividades (anexo 2). A análise fundamentou-se essencialmente nas estratégias de resolução de tarefas, no nível de concretização das respostas dadas e nas presumíveis dificuldades debatidas com os participantes durante as atividades. Sobre as estratégias pretendemos identificar as técnicas, procedimentos ou maneiras aplicadas na resolução das tarefas. Enquanto com o nível de concretização das respostas dadas pretendemos comparar os resultados obtidos nas atividades e os esperados. Por último, é nossa pretensão identificar as dificuldades que os participantes tiveram ao longo da resolução das tarefas e ter em conta as opiniões que emitiram nos seus comentários pautados nas fichas de atividades.

Ao longo desta análise referir-nos-emos várias vezes ao conceito estratégia que pode envolver vários níveis de perceção, neste caso, como uma maneira de resolução aplicada na conjetura da tarefa apresentada, classificamo-la em estratégia explícita e estratégia implícita. Com a estratégia explícita pretende-se dizer que a resolução foi apresentada em forma de uma descrição explicativa tal que a resolução se apresenta em forma de frases. Enquanto na estratégia implícita a resolução não se apresenta através de uma descrição, por exemplo, a resolução é dada por meio de um quadro ou desenho sem explicação descritiva.

Agrupámos as analogias e as heterogeneidades notáveis nas respostas dadas e fizemos comparações entre elas. Em alguns casos apresentamos uma síntese em quadros.

Nesta análise identificamos a estratégia explícita e a implícita com recurso essencialmente à contagem, à visualização, ao cálculo, ao raciocínio lógico e ao desenho. Notamos que o nível de concretização é consideravelmente alto e o grau de dificuldades na resolução de tarefas foi baixo. Em termos de estrutura organizacional iniciámos por analisar as atividades do grupo A, tal que em cada tarefa está adjacente o respetivo enunciado. Finalmente fizemos uma síntese analítica sobre as atividades dos dois grupos A e B de acordo com os temas apresentados sobre *ondjandja*, contagem gestual, casas de pau-a-pique, enfeites de missangas e cestos da mulher *Nyaneka-nkhumbi*.

Grupo A

Os participantes deste grupo, ao longo das atividades, mostraram dedicação e entrega ao trabalho. Conseguiram realizar todas as tarefas apresentadas.

Tarefas sobre o jogo de *ondjandja*

Ondjandja

Atividade 1

a) Seguindo os passos anteriores, apresentados pelo investigador, experimenta jogar e construir (desenhar) a figura abaixo.

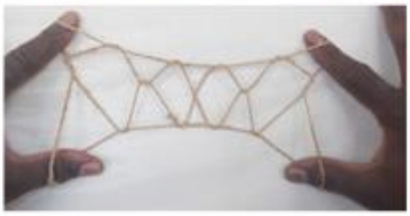
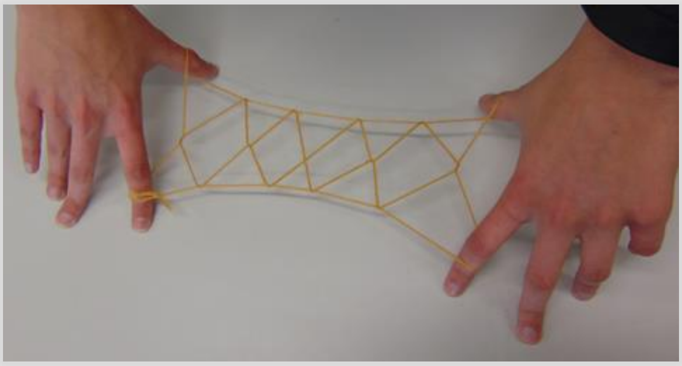


Figura 158 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 1

Nesta atividade, os participantes experimentaram jogar, quase todos conseguiram atingir o penúltimo passo do jogo. Apenas um elemento do grupo finalizou o jogo (figura 159) com muito júbilo.



Figura[28] **159** - Último passo de *owela* alcançado pelo participante

Os participantes deste grupo aplicaram a estratégia implícita baseada na manipulação da corda sobre os dedos das duas mãos. Jogaram animados e motivados, houve interação considerável com o jogo. A dificuldade residiu na mobilidade e habilidade durante o jogo. Não foi tão fácil adaptarem-se ao jogo com o pouco tempo concedido. Na sequência desta tarefa, os participantes construíram (desenharam) três tipos de esquema de *ondjandja* como mostram as figuras 160, 161 e 162:

Esquema 1

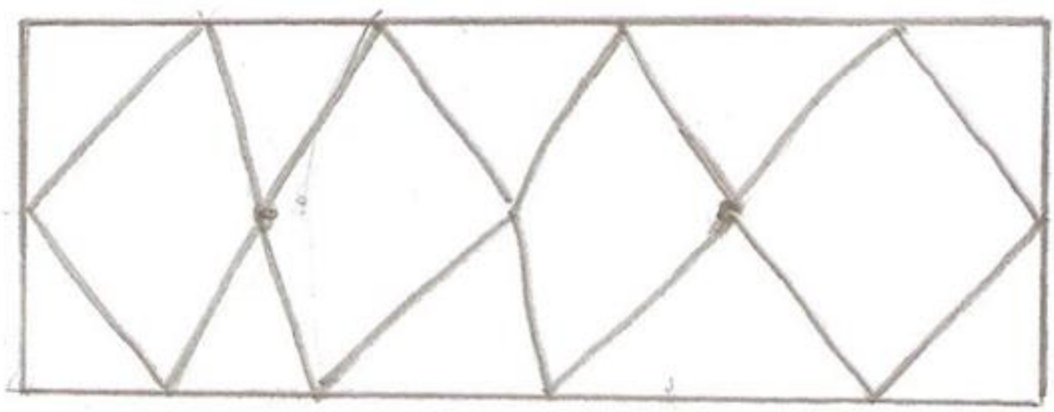


Figura 160 - Esquema 1 de *ondjandja*

[28] Foto tirada pelo autor na Univ I (Portugal), a 20.04.2015

Esquema 2

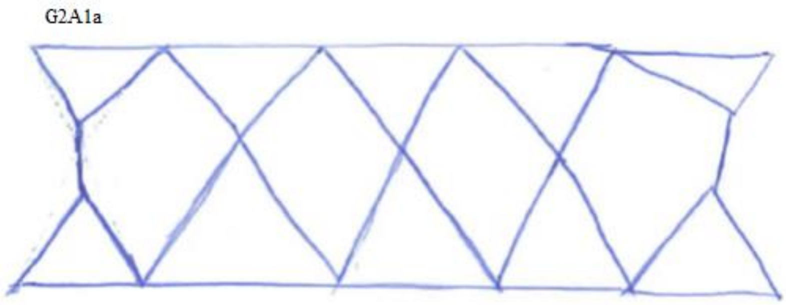


Figura 161 - Esquema 2 de *ondjandja*

Esquema 3

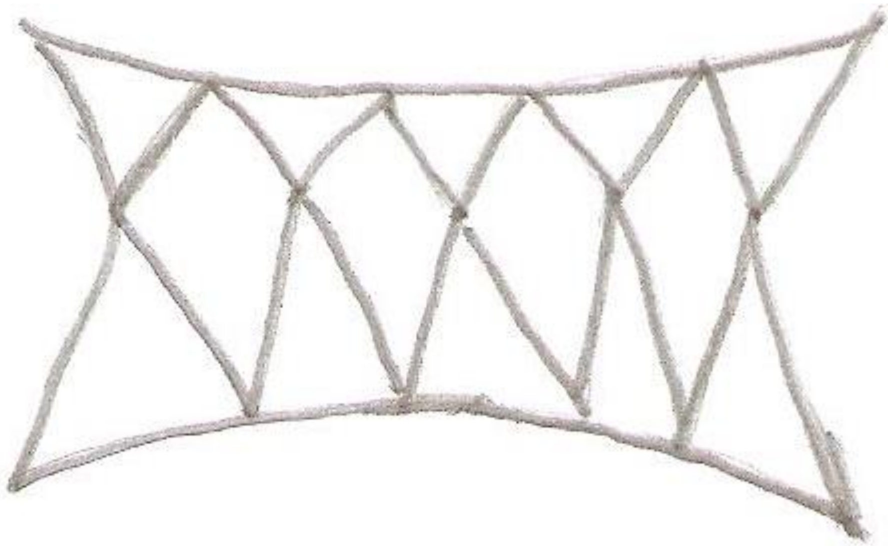


Figura 162 - Esquema 3 de *ondjanja*

O quadro 21 é uma caraterização dos esquemas 1, 2 e 3. Que teve como base o número de figuras contadas pelos participantes de acordo com o esquema que utilizaram.

Foram observados e comparados os esquemas apresentados pelos participantes em relação à imagem dada na figura 158 (*ondjandja*).

Quadro 21 - Síntese de resultados da tarefa 1 sobre *ondjandja*

Número do esquema	Nº de figuras geométricas contadas pelos participantes	Número de vértices/esquema	Nível de aproximação do esquema à imagem dada
1	3	17	Baixo
2	3	19	Médio
3	2	17	Alto

Tanto num esquema como no outro, os participantes deste grupo aplicaram a estratégia implícita com recurso a desenho e visualização de imagens da figura do último passo de *ondjandja*. A descrição da corda não tem uma configuração uniforme, por isso, foi esquematizada de diferentes maneiras de acordo com o entendimento dos participantes. Construíram o esquema fazendo uma adaptação a figuras geométricas convencionais.

b) Sem repetir as figuras geométricas semelhantes, diz quantas podes observar.

Figura 163 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 1

A resposta a esta tarefa dependia da tarefa anterior em termos de esquema (figuras 160, 161 e 162). Apesar disso, os participantes não citaram mais de três figuras geométricas. Seguem-se dois tipos de respostas apresentadas conforme excertos (figuras 164 e 165).

Resposta 1


Dez triangulos, dois trapézios e dois losangos.

Figura 164 - Excerto

Os participantes identificaram três tipos de figuras geométricas. Esta resposta baseou-se no esquema 3 (figura 162) com a quantificação repetida de figuras semelhantes contrariamente ao que é pedido no enunciado.

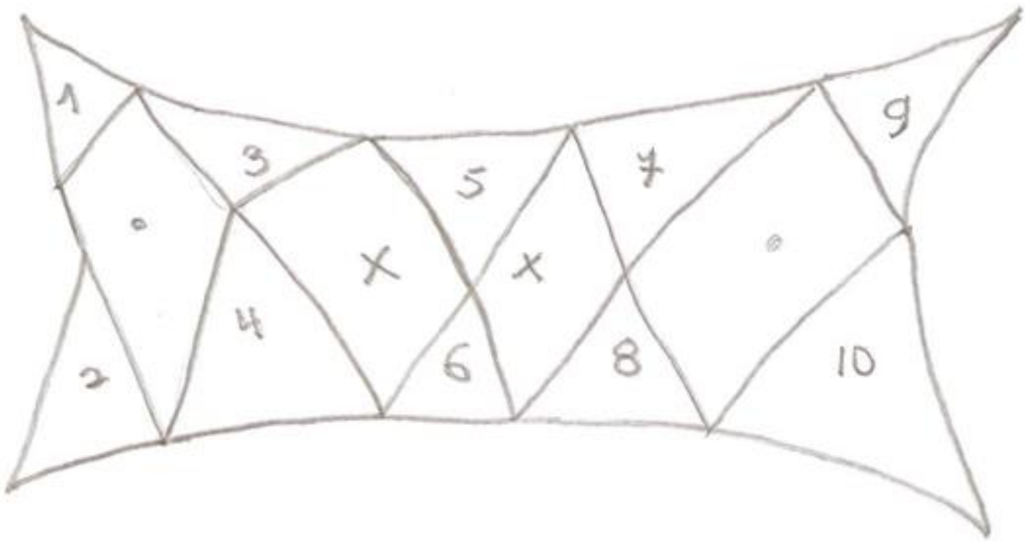


Figura 165 - Esquema de *ondjandja*

Este esquema é a estratégia usada na resposta do enunciado da figura 163. Os participantes adotaram a estratégia explícita e implícita. A resposta foi dada em forma de uma descrição, recorrendo à sinalização de figuras semelhantes com símbolos. Por exemplo, os losangos foram sinalizados com um x os triângulos com números de 1 a 10 e os trapézios com pontos.

Resposta 2


Duas, triângulos e losangos.

Figura 166 - Excerto

Esta variante de resposta para esta tarefa foi efetuada pela estratégia explícita com base na visualização do esquema do *ondjandja*. Identificaram apenas duas figuras geométricas sem repetir as semelhantes.

Tarefas sobre contagem gestual

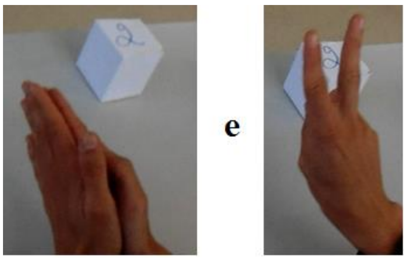
Contagem gestual numérica

Atividade 2

a) Experimenta contar até 12 usando a contagem gestual numérica *Nyaneka-nkhumbi*.

Figura 167 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 2

Todos os participantes, animados e motivados, conseguiram contar gestualmente até 12. Durante a mesma contagem, notou-se que um elemento dos participantes mostrou, instantaneamente, o gesto do número dois, ligeiramente diferente em relação ao que foi apresentado pelo investigador (comparem-se as imagens do número dois das figuras 168 e 169). Este ato pode ser entendido como força de hábito que o participante tem como qualquer ser humano ao conversar tende a reforçar o diálogo com gestos. Também tem a ver com a forma habitual portuguesa de fazer contagem pelos dedos.



Figura[29] **168** - Contagem gestual até 12 apresentada pelo participante

b) Usando a adição gestual numérica, representa o número 15, 40, 101

Figura 169 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 2

[29] Da autoria do autor, Univ.I (Portugal), a 20.03.2015

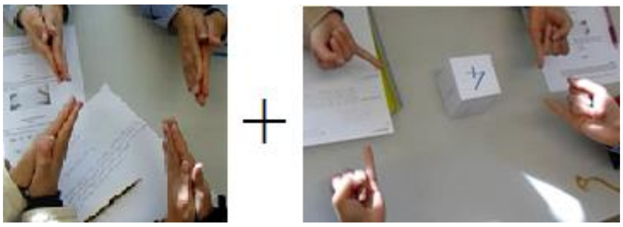
Nesta tarefa, antes dos participantes anotarem as respostas, experimentaram contar gestualmente iniciando com o número 15 como se mostra na figura 170.

Figura[30] **170** - Representação gestual do número 15 em *Nyaneka-nkhumbi*

Enquanto para o número 40 os participantes representaram repetindo quatro vezes o gesto correspondente a dez. A imagem da figura 171 é de um grupo de 4 elementos, cada um fez o gesto de representação do número 40 com duas mãos juntas e repetidas 4 vezes.

Figura[31] **171** - Representação gestual do número 40

A imagem da figura 172 é do outro grupo de 4 elementos que mostraram a representação de 101 em forma de gestos, cada um deles juntou as duas mãos e repetiu 10 vezes o mesmo gesto mais o gesto que corresponde a 1.



Figura[32] **172** - Representação gestual do número 101

[30] Da autoria do autor, Univ. I Portugal, a 20.04.2015
[31] Da autoria do autor, Univ. I Portugal, a 20.04.2015

De seguida, os participantes anotaram nas fichas das atividades as representações gestuais dos números 15, 40 e 101, recorrendo à soma gestual sucessiva do que resultaram quatro formas distintas de respostas como se seguem.

Primeira forma

Figura 173 - Representação gestual numérica

Nesta forma de resultado notam-se gestos e números associados com a adição e a multiplicação. Na primeira imagem da figura 173 os participantes representaram o número 15 com a imagem de duas mãos juntas com dedos eretos mais a imagem de uma mão com os dedos também eretos. O número 40 foi representado com uma imagem de duas mãos juntas com dedos eretos vezes 4. E para o número 101 procederam-se como no 40, mas a imagem de duas mãos juntas multiplicadas por 10 mais uma imagem de um dedo ereto como se pode observar na figura 173. Nesta tarefa usaram a estratégia implícita com recurso ao desenho onde se nota o complemento da adição e da multiplicação dos gestos equivalentes aos números 15, 40 e 101. Os participantes simplificaram a representação do volume de imagens de palmas, recorrendo à multiplicação do número de vezes que se repetem as imagens de palmas (ver imagem do meio do excerto da figura 173). Para os outros casos associaram a multiplicação com a adição (vide imagens equivalentes a 15 e 101 do excerto da figura 173).

[32] Da autoria do autor, Univ. I Portugal, a 20.04.2015

Segunda forma

Figura 174 - Representação gestual numérica

Nesta forma de resposta, nota-se um detalhe tal que cada gesto corresponde a um número associado à adição. Tal detalhe, verifica-se uma vez que, na adição efetuada, cada imagem está associada a um número. A indicação parece ser mais clara que a primeira. A estratégia é a mesma que foi usada na primeira forma.

Terceira forma

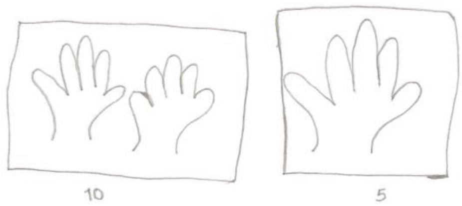


Figura 175 - Representação gestual numérica

Observa-se que não houve indicação de nenhum sinal de operação, mas pode-se perceber até certa medida a posição das imagens, umas juntas outras separadas. Graças à correspondência feita entre as imagens e os números, como se ilustra na figura 175.

Q**uarta forma**

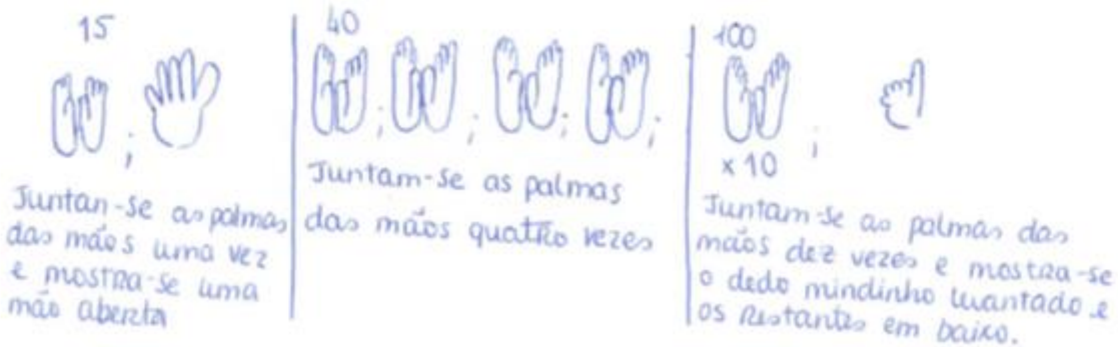


Figura 176 - Representação gestual numérica

Os participantes usaram a estratégia explícita e implícita como se mostra no excerto da figura 176. Na explícita, descreveram uma explicação que está relacionada com os gestos. A parte implícita é a que tem a ver com os desenhos e símbolos sem qualquer anotação de escrita para esclarecer o significado do desenho ou símbolo, para explicitar a operação que se pretende efetuar. Numa análise sucinta desta tarefa, verificou-se que na representação gestual do número 101 foi usado o sinal da multiplicação para reduzir o volume de imagens como na primeira forma de representação já referida. A simplificação dos gestos verificada na representação de 101 seria conveniente se os participantes o fizessem com a representação do 40 como o fizeram com 101 (ver na primeira forma desta tarefa). A combinação das duas estratégias (explícita e implícita) parece ser significativa na indicação da representação gestual dos números. O grupo atingiu o essencial que se pretendia com essa tarefa. Os participantes usaram ponto e vírgula ao contrário do sinal de adição para significar adição dos gestos como foi usado na segunda forma anteriormente referida.

Alguns detalhes

Nesta tarefa não se observaram muitas dificuldades pelo contrário foi uma das tarefas comentadas positivamente pelos participantes como se pode ver no excerto da figura 177.

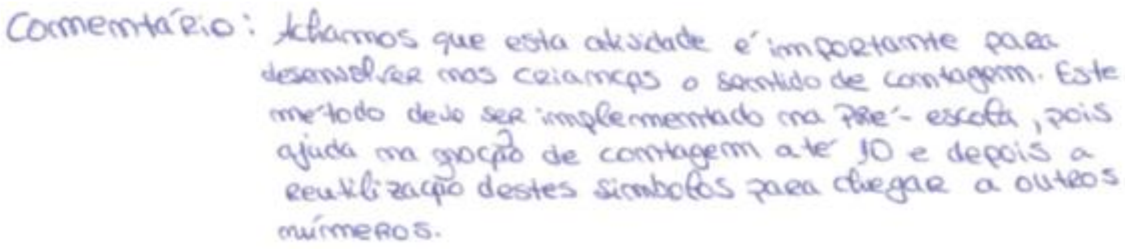

Comentário: Achamos que esta atividade é importante para desenvolver nas crianças o sentido de contagem. Este método deve ser implementado na pré-escola, pois ajuda na noção de contagem até 10 e depois a reutilização destes símbolos para chegar a outros números.

Figura 177 - Excerto

O quadro 22 resume as maneiras/formas usadas pelos participantes na representação dos números 15, 40 e 101.

Quadro 22 - Resumo de resultados sobre a representação gestual

Formas	Representação usada		
	Desenho		Desenho associado à escrita
	Associado a sinais operatórios relacionados com números	Não associado a sinais operatórios relacionados com números	
1	X		
2	X		
3		X	
4	X/2	X/2	X

Neste quadro pode-se perceber que nas quatro formas usadas pelos participantes, estes optaram por representar gestualmente os números dados com recurso ao desenho associado ou não à adição e à multiplicação. De algum modo, a quarta forma parece ser a mais abrangente por terem combinado o desenho e os números associados com o sinal mais (+) e o sinal vezes (x).

Tarefas sobre o jogo de *owela*.

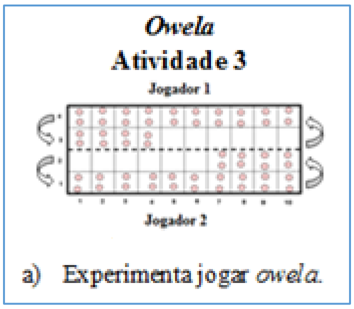


Figura 178 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 3

Nesta atividade todos os participantes experimentaram jogar com base nas regras do jogo resumidas no fluxograma (anexos 2 e 3). Para além das regras do jogo, serviu de recurso de orientação o esquema do quadro de *owela* no quadro branco da sala de aula (figura179). A orientação auxiliou na movimentação de feijões nos quadros em cartolina. A adaptação às regras do jogo foi uma das dificuldades sentida pelos participantes durante a articulação do jogo. Os participantes manifestaram necessidade de mais tempo para ganharem habilidade. Apesar disso, interagiram com o jogo e acataram as regras. Estavam motivados e interessados no jogo. A estratégia usada foi tanto explícita quanto implícita com recurso à ilustração como no desenho feito no quadro como se mostra na figura 179.

Figura 179 - Quadro de *owela* adaptado no quadro branco da sala de aula

Segunda parte desta tarefa.

b) Se quisesses indicar ao certo a localização das pedrinhas/bolinhas num buraquinho a um dos jogadores de *owela* distante de ti que tenha o quadro de *owela* à frente dele, como o orientarias?

Figura 180 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 3

Para esta atividade o grupo apresentou várias maneiras de indicação.

Maneira 1

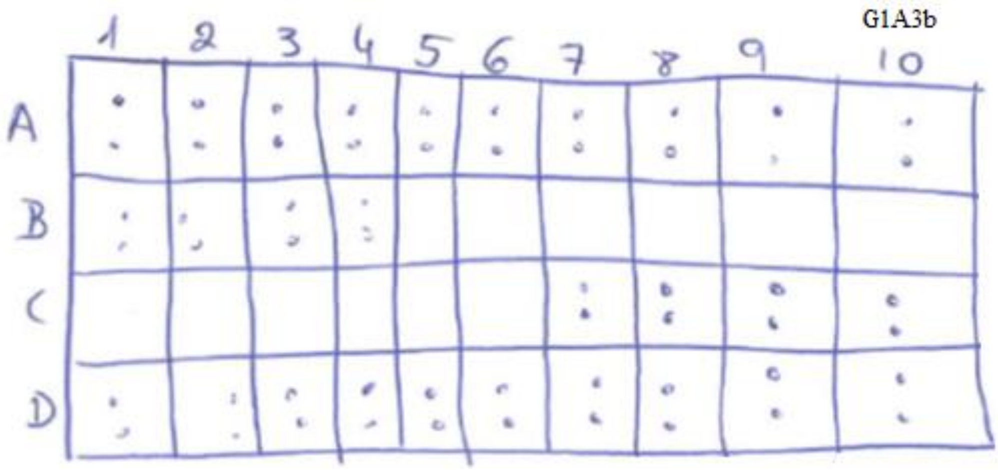


Figura 181 - Quadro ilustrativo de *owela*

Nesta maneira os participantes apresentaram o desenho do quadro de *owela* (figura 181). Etiquetaram as filas com letras e as colunas com números sem a especificação nem explicação, como podia ser tal indicação, isto é, sem responderem explicitamente à questão.

Maneira 2

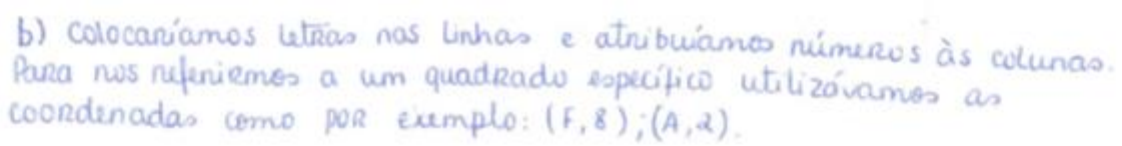
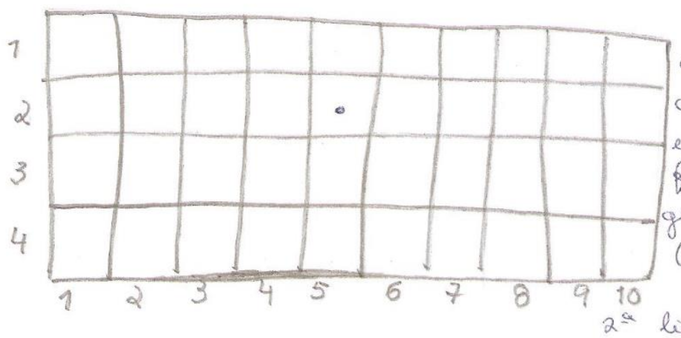

b) Colocaríamos letras nas linhas e atribuíamos números às colunas. Para nos referiemos a um quadrado específico utilizávamos as coordenadas como por exemplo: (F,8);(A,2).

Figura 182 - Excerto

Esta maneira é uma estratégia explícita sem recurso a desenho como se pode observar no excerto da figura 182. Pode-se perceber que os participantes referiram-se a pares ordenados onde as letras representaram as linhas e os números representaram as colunas, mas sem indicação no desenho de uma quadrícula.

Maneira 3

b) Como as (~~colunas~~ linhas) eram numeradas de 1 a 4 e as colunas (~~linhas~~) de 1 a 10, orientariamos o jogador dando-lhes as coordenadas, como por exemplo, para indicar o buraquinho onde se encontra a bolinha no esquema ao lado faríamos da seguinte maneira:



(2; 5)
2ª linha da 5ª coluna.

Comentário: Achámos este jogo confuso e de difícil compreensão para as crianças.

Figura 183 - Quadro ilustrativo de *owela*

É uma estratégia combinada desenho-explicação em que os participantes recorreram à ilustração de um ponto no desenho da quadrícula seguido de uma explicação do significado do par ordenado (2; 5) (figura 183). Esta estratégia pode ser considerada clara e precisa.

Maneira 4

Se quisermos indicar ao certo a localização das pedrinhas, indicamos a fila correspondente ao jogador 1 ou 2 depois indicamos se é a fila exterior ou interior. Por fim, indicamos qual a posição em que se encontra a pedrinha.

Figura 184 - Excerto

É uma indicação por explicação com recurso à fila interior e exterior e pela posição da localização da pedrinha (figura 184).

Alguns detalhes

Nesta tarefa os participantes não tiveram muita dificuldade na indicação ao certo da localização de uma pedra ou bolinha no quadro de *owela*. Em todo o caso, consideraram o jogo como um dos meios para trabalhar vários tópicos matemáticos e pode servir como uma forma de socializar as crianças tal como comentaram no excerto da figura 185.

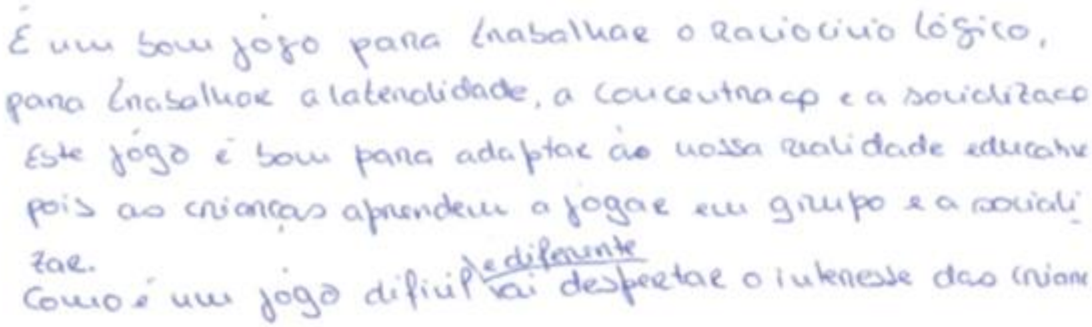

É um bom jogo para trabalhar o raciocinio lógico,
para trabalhar a lateralidade, a concentração e a socialização
Este jogo é bom para adaptar ao nossa realidade educativa
pois as crianças aprendem a jogar em grupo e a sociali
zar.
Como é um jogo dificil e diferente vai despertar o interesse das crian

Figura 185 - Excerto

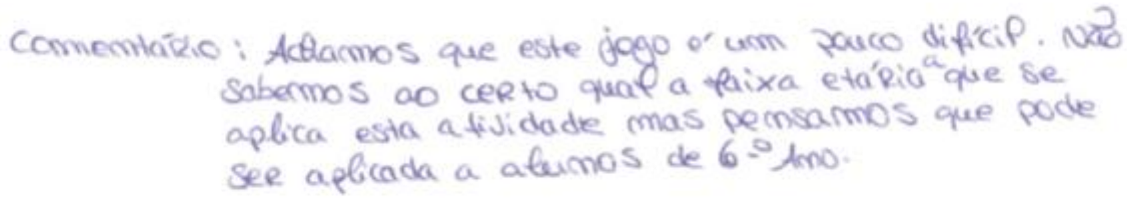
As formas de indicação apresentadas pelos participantes estão resumidas no quadro 23.

Quadro 23 - Síntese das maneiras de indicar a localização de pedrinhas ou bolinhas no quadro de *owela*

Maneira de indicação	Desenho	Explicação baseada		Desenho seguido de explicação	
		Filas por colunas (tipo xadrez)	Posição espacial	Coordenadas	Posição espacial
1	X				
2		X			
3				X	
4			X		

Alguns detalhes

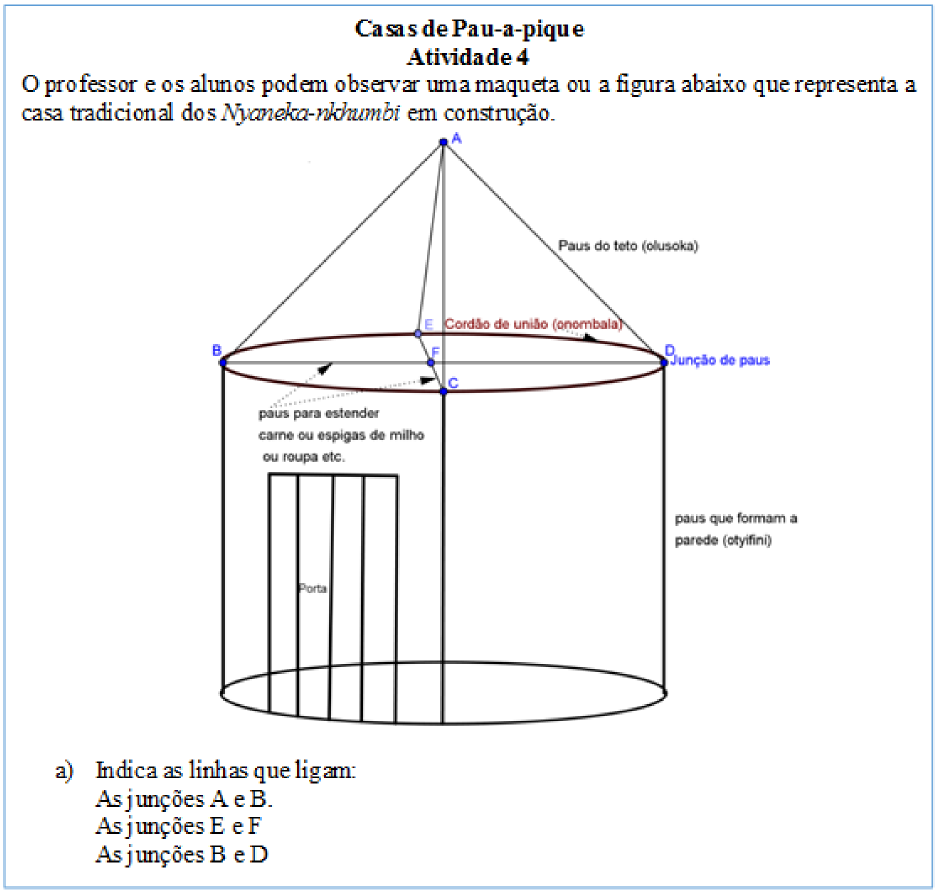
Entre as maneiras apresentadas pelos participantes a 3 é a que se apresenta com mais fluidez na aclaração da indicação. Os participantes tiveram dificuldades na adaptação do jogo, como exprimiram no comentário da figura 186.



Comentário: Achamos que este jogo é um pouco difícil. Não sabemos ao certo qual a faixa etária que se aplica esta atividade mas pensamos que pode ser aplicada a alunos de 6.º Ano.

Figura 186 - Excerto

Tarefa sobre casas de pau-a-pique


Casas de Pau-a-pique
Atividade 4
O professor e os alunos podem observar uma maqueta ou a figura abaixo que representa a casa tradicional dos *Nyaneka-nkhumbi* em construção.

a) Indica as linhas que ligam:
As junções A e B.
As junções E e F
As junções B e D

Figura 187 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 4

Os participantes nesta tarefa apresentaram três tipos de respostas.

Resposta 1

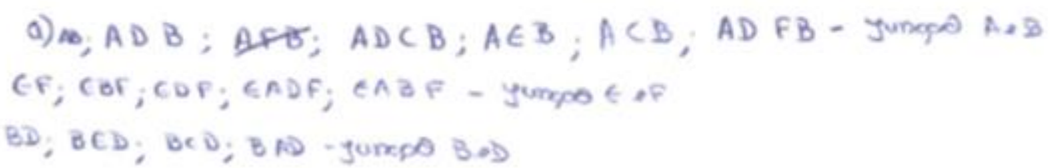


Figura 188 - Excerto

As linhas apresentadas pelos participantes dão uma indicação razoável daquilo que se pretendia, com esta tarefa, embora não tenham conseguido indicar todas as linhas que ligam as junções. Nesta resposta não se verificou a notação do comprimento de um segmento.

Resposta 2

Atividade 4

a) As junções A e B : linha AB, linha BEA, linha BCA,
As junções E,F : linha EF, linha EBF, linha EDF
As junções B e D: linha BD, linha BCD, linha BAD

Figura 189 - Excerto

Apesar de não indicarem todas as linhas que ligam as junções indicadas na tarefa, os participantes explicitaram a resposta para exprimirem as linhas procuradas como se pode notar no excerto da figura 189.

Resposta 3

Atividade 4

a)
-> $\overline{AB}$; $\overline{BA}$
-> $\overline{EF}$; $\overline{FE}$; FBE ; FDE ; EBF ; EDF
-> $\overline{BD}$; $\overline{BFD}$; BED ; BCD

Figura 190 - Excerto

Nesta resposta indicaram as linhas através de letras agrupadas de duas a quatro sem uso da notação de um segmento de reta para alguns casos (figura 190). As respostas dadas são idênticas às da resposta 2, diferenciando-se na colocação do símbolo de comprimento de segmento em alguns pares de letras. O número de linhas indicado mostra o essencial desta tarefa embora não indicassem todas as linhas solicitadas. Os participantes tiveram dificuldade na visualização dos itinerários. Esta tarefa exige um pouco mais de paciência e concentração.

Segunda parte desta tarefa.

b) Diz se as linhas são do mesmo tipo ou não? Porquê?

Figura 191 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 4

A tarefa foi realizada com êxito com uma estratégia explícita, recorrendo à visualização dos itinerários. Foram identificados dois tipos de respostas.

Tipo 1

b) Não são do mesmo tipo porque algumas linhas são retas e outras são curvas.

Figura 192 - Excerto

Os participantes reagiram bem a esta tarefa, justificaram-se dizendo que a maqueta não tem o mesmo tipo de linhas, existem linhas retas e linhas curvas, como se pode notar no excerto da figura 192.

Tipo 2

b) Não, porque existem segmentos de reta e arcos de circunferência.

Figura 193 - Excerto

Esta resposta está correta. Aplicaram a estratégia explícita, diferenciando-se apenas na linguagem matemática. Para confirmar, enquanto no tipo 1 designaram os segmentos de reta por "linhas retas" neste tipo de resposta designaram "linhas curvas" por "arcos de circunferência".

Terceira parte desta tarefa.

c) Determina o caminho mais curto e o mais longo de B a D sabendo que $\overline{BE} = \overline{ED}$; $\overline{BF} = \overline{FD}$ e $\overline{BE}$ maior que $\overline{BF}$. Porquê?

Figura 194 - Enunciado da 3.ª parte da tarefa 4

Considerando o enunciado da figura 194, trata-se de um caso específico em que se pretendia saber o caminho mais longo e o mais curto de B a D. A estratégia usada pelos participantes do grupo A prendeu-se com a visualização essencialmente seguida de uma comparação de itinerários, complementaram com o raciocínio lógico indutivo a partir do problema apresentado. Distinguimos duas respostas diferenciadas.

Primeira

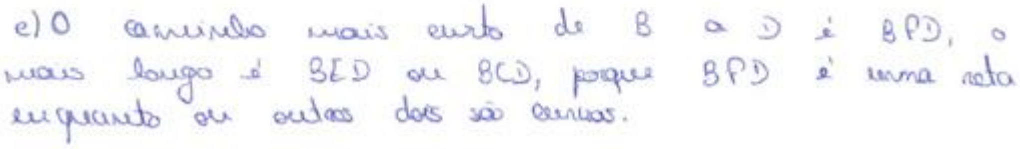

e) O caminho mais curto de B a D é BPD, o mais longo é BED ou BCD, porque BPD é uma reta enquanto os outros dois são curvos.

Figura 195 - Excerto

Como se pode ver no excerto da figura 195, os participantes indicaram os caminhos solicitados e justificaram-se através da observação do tipo das linhas que formavam os caminhos. Foi efetuada na base de uma estratégia explícita apoiada na comparação de itinerários através da visualização sem recurso à análise dedutiva ou indutiva.

Segunda

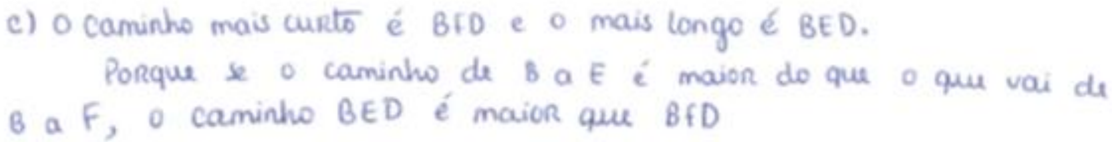

c) O caminho mais curto é BFD e o mais longo é BED.
Porque se o caminho de B a E é maior do que o que vai de B a F, o caminho BED é maior que BFD

Figura 196 - Excerto

Esta resposta foi dada de acordo com o enunciado. Na verdade, sem ter em conta os dados presentes na tarefa (figura 194), pode-se dizer que o caminho mais longo indicado não é o único, existem outros de B a D. É uma resposta explícita apoiada no raciocínio lógico dedutivo.

Quarta parte desta tarefa.

d) Compara o número de linhas que vai à junção D e o número de linhas que vai à A?

Figura 197 - Enunciado da 4.ª parte da tarefa 4

Nesta tarefa, os participantes apresentaram três tipos de respostas.

Primeiro


d) Ambos têm o mesmo nº de linhas da junção (4 linhas)

Figura 198 - Excerto

Os participantes identificaram e compararam o número de linhas que vai à junção D e o que vai à A (figura 198). O facto de não acertarem no número de linhas que incidem na junção D levou a uma resposta menos esperada.

Segundo


d) O número de linhas que vai à junção D é 5 e a junção A vão quatro.

Figura 199 - Excerto

Nesta resposta (figura 199), os participantes identificaram corretamente o número de linhas de cada uma das junções, mas não compararam como é solicitado na tarefa.

Terceiro

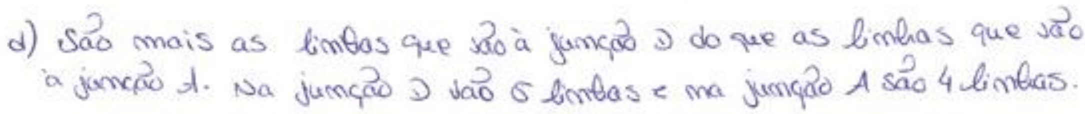

d) São mais as linhas que vão à junção D do que as linhas que vão à junção A. Na junção D vão 5 linhas e na junção A são 4 linhas.

Figura 200 - Excerto

Esta resposta satisfaz esta tarefa na medida em que identificaram corretamente o número de linhas de cada junção e compararam bem, como se pode notar no excerto da figura 200.

Quinta parte desta tarefa.

e) Imagina um rato doméstico a percorrer as linhas que vão de B até D, chegará o rato a D sem passar em nenhuma junção? Porquê?

Figura 201 - Enunciado da 5.ª parte da tarefa 4

Nesta tarefa, nota-se que nem todas as junções foram etiquetadas (figura 187), mas os participantes tiveram uma concentração considerável acabando por acertar na resposta. As mesmas apresentam-se com duas variantes identificadas.

Primeira

e) Não, porque tem obrigatoriamente que passar em F.

Figura 202 - Excerto

Os participantes não concordaram que o rato vai fazer o percurso de B a D sem passar em nenhuma junção (figura 202). Esta resposta está correta na primeira parte da pergunta, mas não argumentaram corretamente na medida em que o rato doméstico ao percorrer as linhas que vão de B até D, não teria de passar somente na junção F, existem outras junções onde teria passado.

Segunda

e) Não. Porque todos os caminhos possíveis têm uma junção anti de chegar a D.

Figura 203 - Excerto

Nesta resposta os participantes não concordaram como na primeira resposta da figura 202. Nesta, em vez de se referirem somente à junção F como na 1, referiram-se a todos os caminhos possíveis que têm pelo menos uma junção antes do rato doméstico chegar à D, como se pode ver no excerto da figura 203.

Alguns detalhes

Para esta tarefa, os participantes aplicaram a estratégia explícita apoiada na visualização de linhas que incidiram em cada junção. Apesar de se notarem respostas incorretas, os participantes acharam que as dificuldades não foram observadas nesta tarefa, como se pode ver no excerto da figura 204. Em síntese as respostas incorretas teriam sido motivadas por falta de atenção ao enunciado, ao conceito de linha (apesar de todos terem acertado a tarefa que se relaciona com o conceito de linha como se pode ver na resposta à alínea b) desta tarefa) e o facto de umas junções estarem etiquetadas e outras não.

Comentário:

No nosso opinião esta atividade é útil em vários aspetos, para além de ser fácil de compreender e resolver, dá para trabalharmos, as linhas (retas e curvas), as figuras geométricas e também as linhas paralelas e perpendiculares.

Figura 204 - Excerto

Atividade 5

Partindo do facto de se tirar sobre o pau grupos de 2 a 4 de espigas (a ideia consiste em tirar do pau-travessa grupos de 2, 3 e 4 grupos de espigas) de cada vez.

a) De quantas maneiras diferentes pode tirar-se 8 espigas?

Figura 205 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 5

Nesta tarefa distinguimos duas respostas distintas.

Primeira

a) $4+2+2=8$

$2+2+4=8$

$2+4+2=8$

$3+3+2=8$

$2+2+2+2=8$

$4+4=8$

$2+3+3=8$

$3+2+3=8$

Figura 206 - Excerto

Os participantes apresentaram 8 maneiras diferentes corretas num agrupamento com auxílio da adição e subentenderam a resposta a quantas maneiras diferentes podem ser tiradas as espigas do pau-travessa (figura 206).

Segunda

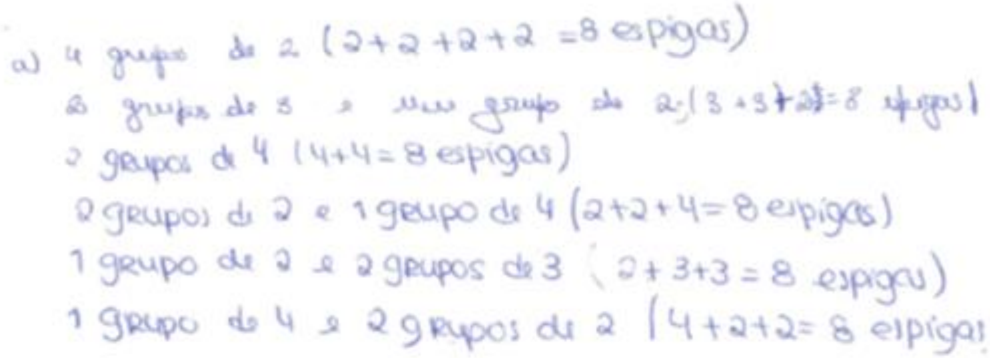

a) 4 grupos de 2 (2+2+2+2 =8 espigas)
2 grupos de 3 e um grupo de 2 (3+3+2=8 espigas)
2 grupos de 4 (4+4=8 espigas)
2 grupos de 2 e 1 grupo de 4 (2+2+4=8 espigas)
1 grupo de 2 e 2 grupos de 3 (2+3+3 = 8 espigas)
1 grupo de 4 e 2 grupos de 2 (4+2+2= 8 espigas

Figura 207 - Excerto

Os participantes apresentaram 6 maneiras diferentes corretas, explicitaram as suas respostas com mais detalhe, mas não apresentaram todas, subentenderam a resposta a quantas maneiras diferentes se podem tirar as espigas do pau-travessa. Resposta que teriam dado em função da resolução apresentada na figura 207.

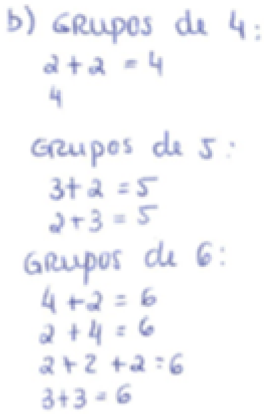
Segunda parte desta tarefa

b) Em vez de 8, se forem 4, 5 ou 6 espigas, de quantas maneiras diferentes podem ser tiradas do pau? Explica os resultados passo por passo

Figura 208 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 5

Quanto a esta tarefa, notaram-se duas variantes de respostas.

Primeira

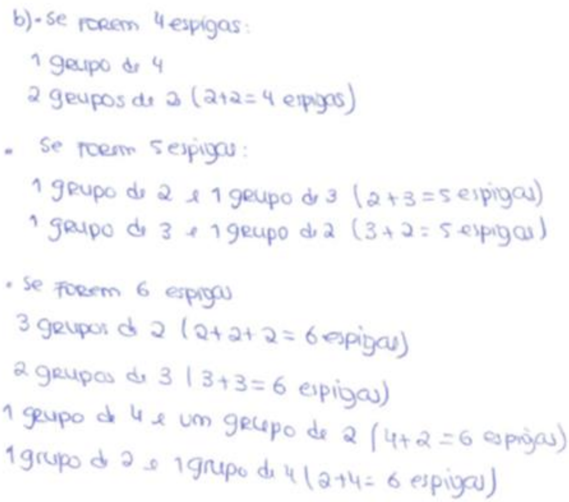


b) Grupos de 4:
2+2 = 4
4
Grupos de 5:
3+2 = 5
2+3 = 5
Grupos de 6:
4+2 = 6
2+4 = 6
2+2+2 = 6
3+3 = 6

Figura 209 - Excerto

Os participantes apresentaram maneiras diferentes corretas para cada número de espigas que são tiradas do pau-travessa, mas não emitiram resposta a quantas maneiras diferentes podem existir (figura 209).

Segunda



b) - Se forem 4 espigas:
1 grupo de 4
2 grupos de 2 (2+2 = 4 espigas)
• Se forem 5 espigas:
1 grupo de 2 e 1 grupo de 3 (2+3 = 5 espigas)
1 grupo de 3 e 1 grupo de 2 (3+2 = 5 espigas)
• Se forem 6 espigas
3 grupos de 2 (2+2+2 = 6 espigas)
2 grupos de 3 (3+3 = 6 espigas)
1 grupo de 4 e um grupo de 2 (4+2 = 6 espigas)
1 grupo de 2 e 1 grupo de 4 (2+4 = 6 espigas)

Figura 210 - Excerto

Os participantes procederam corretamente na resolução desta tarefa, explicitaram os agrupamentos de espigas com mais detalhe, mas não emitiram nenhuma resposta sobre de quantas maneiras diferentes as espigas são tiradas do pau-travessa, ficando a mesma subentendida como se regista na figura 210.

Alguns detalhes

Nesta tarefa sobre casas de pau-a-pique as dificuldades notadas teriam residido essencialmente na interpretação do enunciado e pouca concentração, resultando em respostas menos esperadas. Os participantes revelaram alguma falta de atenção no enunciado do que resultou não exprimirem as respostas resultantes das resoluções apresentadas. Por outro lado, a pouca persistência na descoberta de maneiras diferentes de se tirar espigas do pau-travessa, resultou em respostas incompletas. Todos os participantes estiveram atentos quanto ao número de grupos (2 a 4) tirados do pau-travessa e resolveram sem falhas esta parte. A tarefa foi considerada interessante e compreensível como se pode ver no comentário da figura 211.

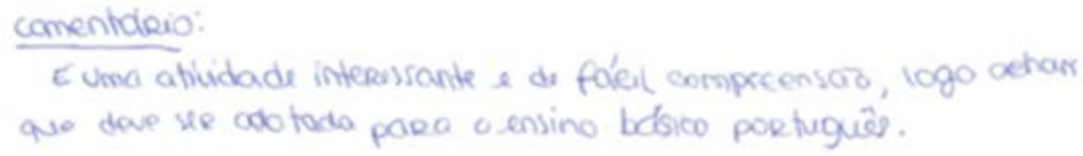

Comentário:
É uma atividade interessante e de fácil compreensão, logo achamos que deve ser adotada para o ensino básico português.

Figura 211 - Excerto

A tarefa foi considerada relevante e pertinente como afirmaram os participantes no comentário que se pode ler na figura 212.

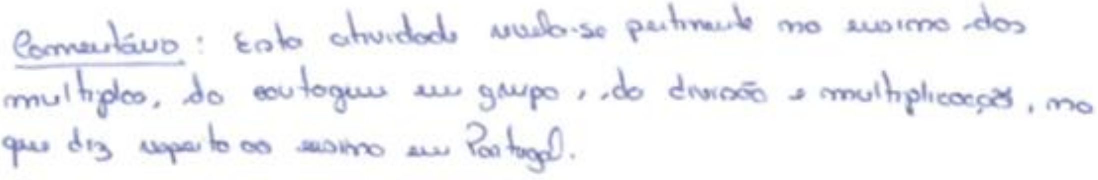

Comentário: Esta atividade revela-se pertinente no ensino dos múltiplos, da contagem em grupo, da divisão e multiplicações, no que diz respeito ao ensino em Portugal.

Figura 212 - Excerto

Os participantes deste grupo consideraram esta atividade bastante enriquecedora, o facto de relacionar a realidade cultural de um povo com a matemática, com maior incidência na geometria, como está comentado na figura 213.

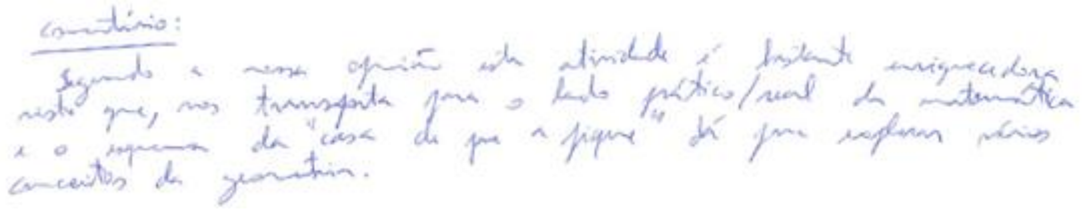

Comentário:
Segundo a nossa opinião esta atividade é bastante enriquecedora visto que, nos transporta para o lado prático/real da matemática e o esquema da "casa de pau a pique" dá para explorar vários conceitos de geometria.

Figura 213 - Excerto

Tarefas sobre enfeites de missangas da mulher *Nyaneka-nkhumbi*

Parte 1

Atividade 6

A figura A é um enfeite das Mulheres do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* que o usam em torno do seu cabelo para torná-las mais belas; e a figura B é um esquema da construção do ornamento usado por mulheres do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*.

Figura A

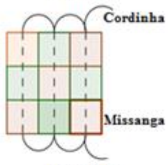


Figura B

Queremos reproduzir esse padrão. Vamos concentrar-nos no retângulo grande e esquecer as pequenas linhas utilizadas para unir as extremidades. Portanto, na figura A temos uma linha vertical azul, em seguida, uma linha vermelha, novamente uma azul e assim por diante. Supõe que queremos reproduzir o padrão usando lápis de cor e papel quadriculado.

a) Imagina um jogo em que alguém tem de reproduzir esse padrão, sem o ver e seguindo as tuas instruções/descrição. Que dirias?

Figura 214 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 6

As respostas dos participantes sobre a instrução/descrição na reprodução de padrões foram identificadas em 3 tipos.

Primeiro

Indicaríamos por colunas e linhas:
Considerando que cada ~~linha~~ coluna tem 10 linhas
1 Pintar as 10 linhas da coluna A de Azul
2 " " " " " " B de vermelho
3 " " " " " " C de Azul
4 Pintar as linhas de 1 a 9 da coluna D de vermelho e a linha 10 da coluna D de verde
5 Pintar as linhas de 1 a 8 da coluna E de vermelho e as linhas 9 e 10 da coluna D de verde.
6 Ir por diante até obter o padrão pretendido.

Figura 215 - Excerto

Neste tipo de resposta os participantes acharam que dariam a instrução para a reprodução de padrões recorrendo a linhas e colunas com uma indicação da cor das missangas do padrão que se pretende reproduzir. Forneceriam o número de linhas e atribuiriam letras às colunas seguindo com a orientação como se apresenta no ornamento (figura 215).

Segundo

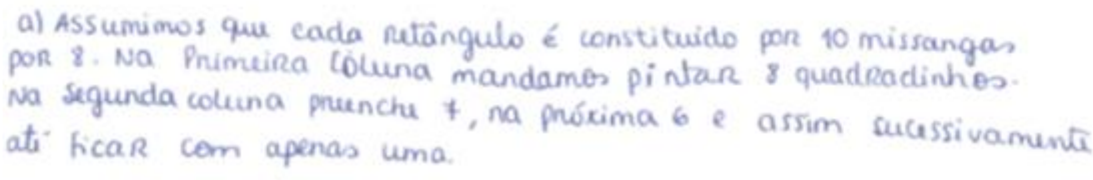
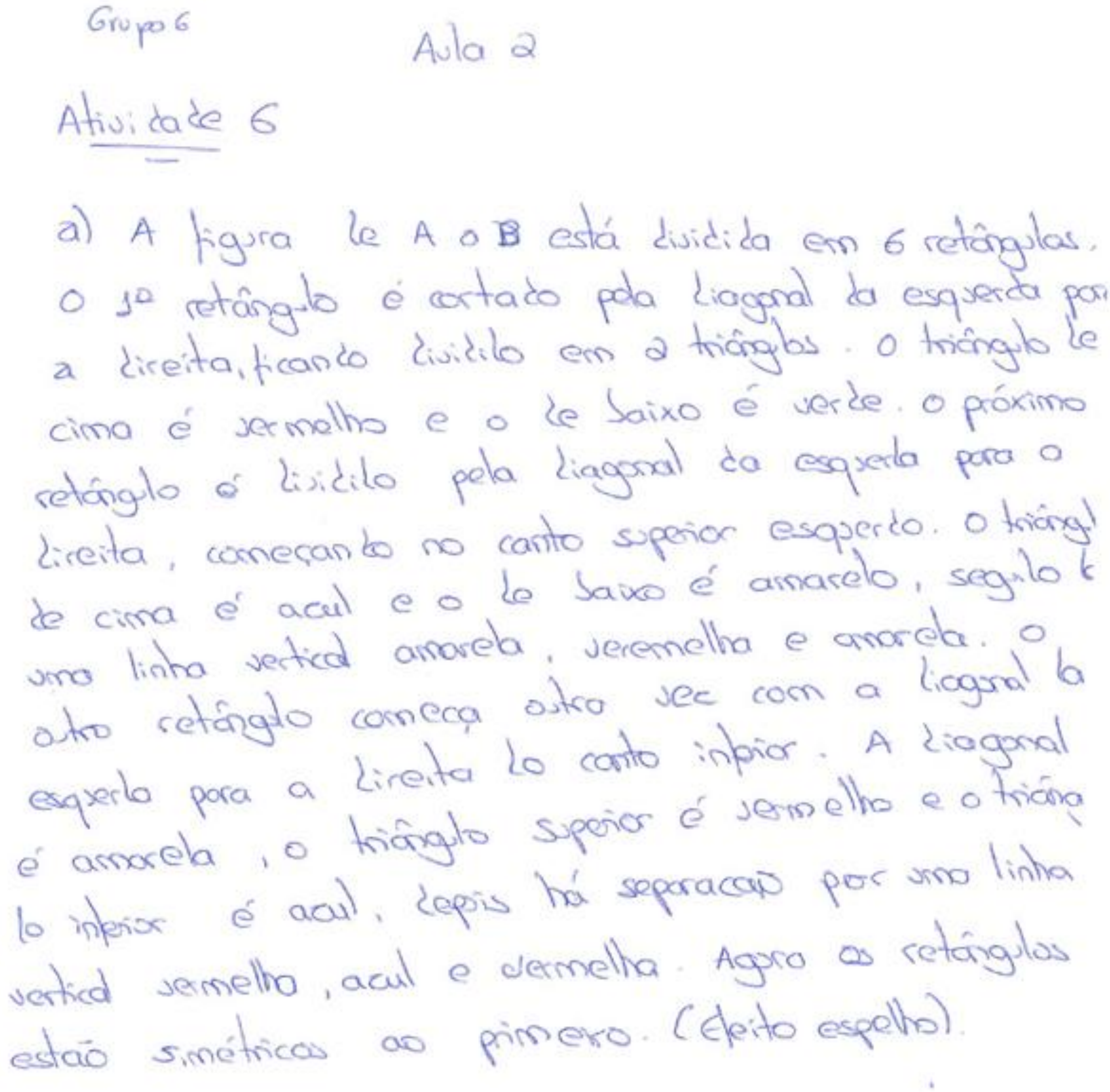

a) Assumimos que cada retângulo é constituido por 10 missangas por 8. Na Primeira Coluna mandamos pintar 8 quadradinhos. Na Segunda coluna preenche 7, na próxima 6 e assim sucessivamente até ficar com apenas uma.

Figura 216 - Excerto

Com base no excerto da figura 216 a indicação dos participantes, neste caso, apoia-se em figuras geométricas como triângulos e quadrados. Indicando o número de missangas que seria necessário pintar numa coluna de acordo com a cor e o padrão do ornamento.

Terceiro


Grupo 6

Aula 2

Atividade 6

a) A figura de A o B está dividida em 6 retângulos. O 1º retângulo é cortado pela diagonal da esquerda para a direita, ficando dividido em 2 triângulos. O triângulo de cima é vermelho e o de baixo é verde. O próximo retângulo é dividido pela diagonal da esquerda para o direita, começando no canto superior esquerdo. O triângl de cima é acul e o de baixo é amarelo, seguido de uma linha vertical amarela, vermelha e amarela. O outro retângulo começa outra vez com a diagonal da esquerda para a direita do canto inferior. A diagonal é amarela, o triângulo superior é vermelho e o triâng do inferior é acul, depois há separação por uma linha vertical vermelha, acul e vermelha. Agora os retângulos estão simétricos ao primero. (Efeito espelho).

Figura 217 - Excerto

Nesta maneira, os participantes acharam que a indicação seria feita por combinação de linhas, figuras, posição espacial e cores como está estampado no enfeite de missangas/ornamento. Os detalhes deste tipo de maneira de indicação estão apresentados na figura 217.

No quadro 24 estão resumidas as bases em que se apoiaram as maneiras de instrução para reproduzir padrões.

Quadro 24 - Síntese de resultados da tarefa 6 sobre enfeites de missangas

	Maneiras de instrução para reproduzir padrões

Nº de maneiras	Pintura (coloração) baseada		
	Linhas e colunas	Figuras	Posição espacial
1	X		
2	X	X	
3	X	X	X

Esta tarefa apesar de ser longa e exigir paciência por parte dos participantes, mostrou ser compreensível na indicação da descrição de padrões para alguém que não esteja a ver o padrão do enfeite, tal como se pode ler no comentário dos participantes (figura 218).

Comentário:
Apesar da complexidade é uma boa técnica para a compreensão da simetria.

Figura 218 - Excerto

Parte 2

Atividade 7

A *Nyaneka-nkhumbi* constrói estes ornamentos que ligam as missangas em cordas feitas de plantas como é mostrado na figura B anterior.

a) Imagina que estás a falar com uma criança, a qual pretendes que reconstrua o mesmo padrão com o método *Nyaneka-nkhumbi*. Achas que a descrição que fizeste seria adequada para esta situação? Ou talvez deva ser melhorada? De novo supõe que estavas a indicar apenas oralmente e sem a criança ver o esquema, como lhe dirias para ela colocar as missangas na corda?

Figura 219 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 7

As respostas a esta tarefa não foram as mesmas, enquanto uns diziam que a orientação dada anteriormente na atividade 6 seria suficiente, outros consideraram que tal indicação deve ser melhorada. Resultando em dois tipos de resposta.

Resposta 1

a) o método poderia ser o mesmo, no entanto seu uso de pintar continuava mas a introdução d missangas no corda.

Figura 220 - Excerto

Nesta resposta (figura 220), os participantes acharam que o método de orientação pode ser o mesmo que o da atividade 6. Optariam pelo método de enfiar as missangas na corda em vez do método descrito com auxílio do lápis de cor e uma folha quadriculada.

Resposta 2

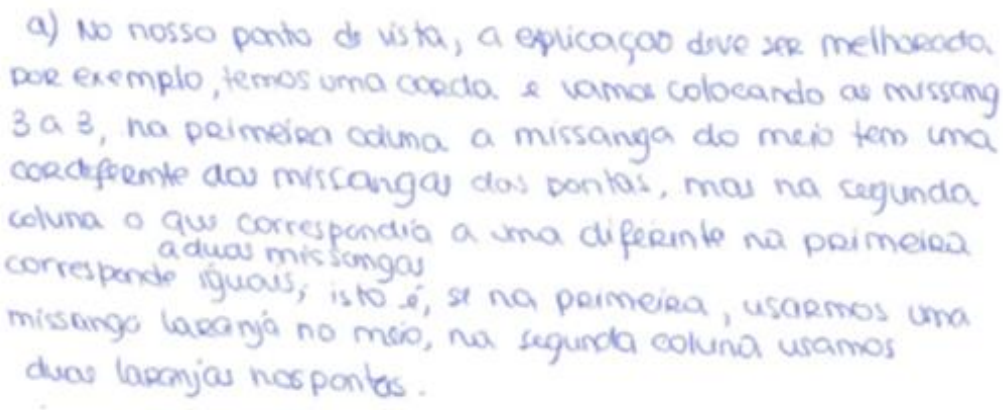

a) No nosso ponto de vista, a explicaçao deve ser melhorada
por exemplo, temos uma corda e vamos colocando as missang
3 a 3, na primeira coluna a missanga do meio tem uma
cor diferente das missangas das pontas, mas na segunda
coluna o que correspondia a uma diferente na primeira
corresponde a duas missangas iguais; isto é, se na primeira, usarmos uma
missanga laranjá no meio, na segunda coluna usamos
duas laranjas nas pontas.

Figura 221 - Excerto

Os participantes consideraram que a orientação dada na atividade 6 deveria ser melhorada, como se pode ler na figura 221.

Alguns detalhes

Com o quadro 25 pretende-se mostrar as formas de apresentação de resultados desta tarefa.

Quadro 25 - Síntese de resultados da tarefa 5

Tipo de resposta	Formas de apresentação de resultados			
	Operações	Agrupamentos	Com resposta	Sem resposta
1	X			X
2		X		X

Com base nos dados do quadro 25 conclui-se que nem todos os participantes apresentaram respostas no fim das resoluções desta tarefa.

Nesta tarefa não tiveram dificuldades notáveis. É pertinente que a orientação para a reprodução de padrões seja feita em compatibilidade com a realidade de cada situação. Seria, por exemplo, absurdo orientar alguém que esteja a construir padrões colocando a corda nas missangas por via de coordenadas. Cada caso deve ser um caso.

Segunda parte desta tarefa

b) Ron Eglash inventou maneiras de fazer padrões usando o que é chamado de *applet*. Acede a http://csdt.rpi.edu/na/loom/blstarter/beadloomstarter.swf e experimenta a aplicação para construíres alguns padrões.

Figura 222 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 7

Depois da orientação dada pelo investigador, os participantes conetaram os seus computadores, acederam à *internet* e iniciaram a tarefa com as novas tecnologias de informação e comunicação. Construíram vários padrões entre os quais, criaram um semelhante ao padrão inicial desta tarefa como se mostra na figura 223. Não tiveram dificuldades no processo de construção de padrões.

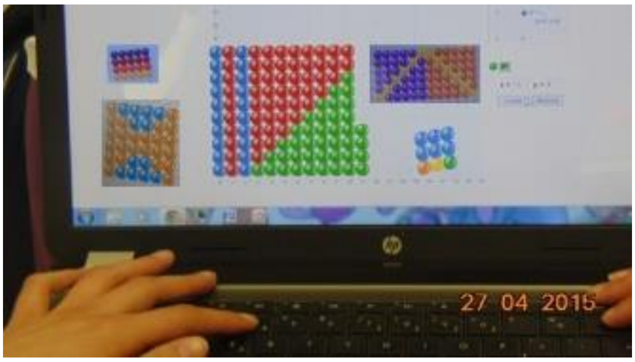


Figura 223 - Padrões criados pelo grupo A

A exploração desta tarefa permite encontrar uma grande diversidade de padrões para enfeites de missangas, ou outros.

c) Imagina que estás a descrever o padrão do ornamento para alguém que vai usar o *applet* de Eglash para construi-lo. Como o descreverias?

Figura 224 - Enunciado da 3.ª parte da tarefa 7

Nesta tarefa os participantes apresentaram três tipos de respostas.

Resposta 1

c) Ao utilizar esta aplicação, como tem coordenadas, explicaríamos da seguinte forma: na abcissa zero e nas ordenadas de 1 a 10 colocaríamos as bolas azuis, de seguida, na abcissa 1 e nas ordenadas de 1 a 10 colocaríamos bolas vermelhas, e assim sucessivamente até completarmos o padrão pretendido.

Figura 225 - Excerto

Como se pode ler no excerto da figura 225, os participantes consideram que o guião pode apoiar-se em coordenadas, combinando as cores conforme o padrão do ornamento.

Resposta 2

c)
Fazer 5 linhas na vertical em que a primeira missanga de cada linha é roxa, a segunda é vermelha, a terceira é laranja e a quarta é amarela.

Figura 226 - Excerto

Neste tipo de resposta os participantes acharam que o guião pode apoiar-se na limitação do número das colunas, pondo uma a uma, combinando as cores tal como está no padrão do ornamento (figura 226).

Resposta 3

c) A figura tem dois quadrados. O primeiro quadrado é roxo e tem uma diagoral que começa da esquerda para a direita no cando inferior. ~~e a~~ O segundo quadrado é laranja e tem uma diagonal que começa da esquerda para a direita no cando superior. As diagonais são amarelas.

Figura 227 - Excerto

Do excerto na figura 227 os participantes consideraram que as figuras geométricas podem ser a base de orientação seguindo a respetiva coloração que o enfeite de missangas apresenta. A orientação espacial seria outro recurso neste tipo de orientação.

Alguns detalhes

Ao longo da realização desta tarefa não se observaram dificuldades na resolução tal como os participantes comentaram no excerto da figura 228.

Comentário:

Achamos que a atividade é de fácil compreensão e é adequada a alunos do 1º e do 2º ano, trabalhos conceitos de linha e coluna e novamente as figuras geométricas.

Figura 228 - Excerto

Parte 3

Atividade 8

Observa a figura a baixo, escolhe uma figura geométrica e calcula o respetivo perímetro.
Explica a estratégia a usar.
Sugestão: Considera uma missanga como unidade de medida.

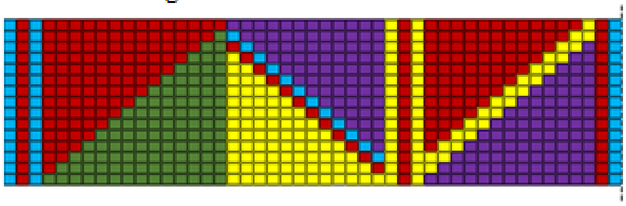


Figura 229 - Enunciado da tarefa 8

Para esta tarefa foram apresentados dois tipos de respostas.

Primeiro

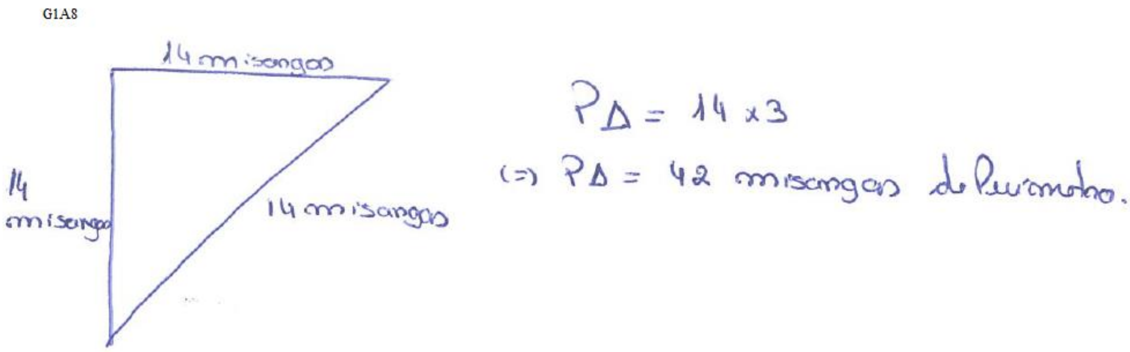


Figura 230 - Excerto

Nesta resposta os participantes escolheram um dos triângulos do enfeite de missangas que tem 14 missangas de cada lado (figura 229). Fizeram o desenho do mesmo triângulo e calcularam o perímetro que resultou em 42 missangas (figura 230). Neste cálculo, tiveram em conta a sugestão dada no enunciado de que se devia considerar uma missanga como unidade de medida. Apesar de o cálculo do perímetro do triângulo efetuado se ter baseado no método habitual, o procedimento permitiu-lhes ter um resultado menos satisfatório. Como se trata de um triângulo com missangas, uma das opções para calcular o perímetro seria contar as missangas que rodeiam os três lados do triângulo. Neste caso, resultaria em 14 + 13 + 12 obtendo-se um perímetro igual a 39 em vez de 42 missangas de perímetro apresentado pelos participantes. Por outro lado, pode-se calcular o perímetro, partindo de que cada missanga do vértice é uma extremidade de dois lados em simultâneo e cada lado de missangas tem duas missangas nas extremidades. Com base neste dado, retiram-se e fixam-se as três missangas dos três vértices, em seguida adicionam-se os totais equitativos das missangas dos três lados mais as três anteriormente retiradas. Isto resulta em 14 – 2 = 12 e 12 + 12 + 12 + 3 obtém-se 39 missangas de perímetro de um triângulo de 14 missangas de cada lado.

Segunda

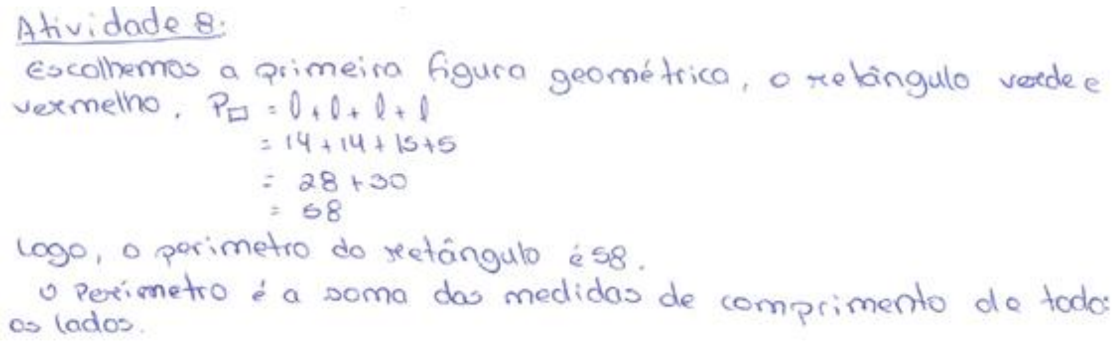

Atividade 8:
escolhemos a primeira figura geométrica, o retângulo verde e vermelho. $P_{\square} = l + l + l + l$
$= 14 + 14 + 15 + 5$
$= 28 + 30$
$= 58$
Logo, o perímetro do retângulo é 58.
O Perímetro é a soma das medidas de comprimento de todos os lados.

Figura 231 – Excerto

Nesta resposta, os participantes escolheram um dos retângulos do enfeite da figura 229, não recorreram ao desenho, mas calcularam o perímetro como se segue
14 + 14 + 15 + 15 = 58 missangas de perímetro que correspondeu ao perímetro da figura escolhida, como se pode ver na figura 231. Tratando-se de perímetro com medidas baseadas em missangas, tal como no tipo de resposta anterior retirando as 4 missangas dos vértices. Resulta em 14 – 2 = 12 e 15 – 2 = 13, aplicando a maneira formulada pelos participantes na resolução desta tarefa, resulta em 12 + 12 + 13 + 13 obtendo-se 50 missangas de perímetro do retângulo escolhido de comprimento 14 x 15. Tal perímetro obtido por esta maneira não é igual ao perímetro obtido pelos participantes. Isto pode-nos levar a dizer que os participantes se esqueceram de retirar as missangas dos vértices (que contaram duas vezes).

Alguns detalhes

Ao longo da realização desta tarefa os participantes não tiveram dificuldades destacáveis no cálculo do perímetro das figuras geométricas escolhidas como se pode observar nos excertos das figuras 230 e 231, mas notaram-se algumas dificuldades nos dois tipos de respostas dadas nesta tarefa, a falta, quiçá, de experiência neste aspeto de cálculo de perímetro com objetos de tipo missangas como se regista nos resultados obtidos pelos participantes. As dificuldades apresentadas pelos participantes podiam ter sido influenciadas provavelmente pelo hábito de calcular com dados fornecidos, visto que formularam e descreveram bem o conceito de perímetro, o que lhes permitiu exprimirem um comentário favorável, como se pode ler na figura 232.

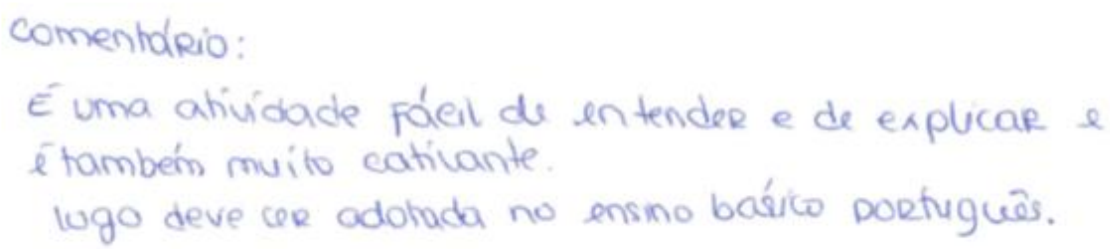

comentário:
É uma atividade fácil de entender e de explicar e é também muito cativante.
logo deve cer adotada no ensino básico português.

Figura 232 - Excerto

Apesar dos participantes não terem dificuldades destacáveis e terem formulado corretamente a resolução da tarefa, nesta resposta, apresentaram um resultado menos esperado. Talvez, os participantes tivessem a ideia de que o perímetro tem de ser expresso em medidas de comprimento (centímetros) como se pode ver no excerto da figura 233.

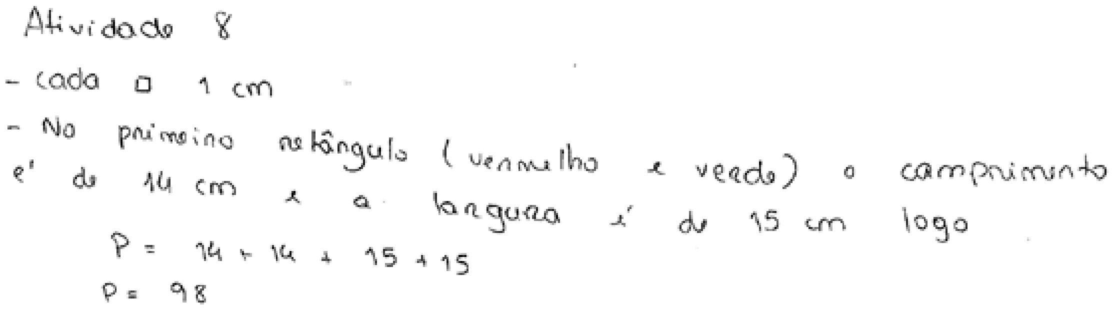

Atividade 8
- cada □ 1 cm
- No primeiro retângulo (vermelho e verde) o comprimento é de 14 cm e a largura é de 15 cm logo
P = 14 + 14 + 15 + 15
P = 98

Figura 233 - Excerto

Atividade 9

Tem em conta a figura anterior a linha, do lado direito, a tracejado representa a linha de simetria de reflexão do artefacto.

a) Quantas missangas serão necessárias para terminar este artefacto? Explica como chegaste à resposta.

Figura 234 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 9

Nesta tarefa, optaram pela estratégia de contagem das missangas da altura (coluna) e da base (linhas) da parte construída do enfeite (figura 229) e multiplicaram os resultados encontrados (15 x 47). Recorreram a áreas de figuras simétricas. O produto obtido na parte do enfeite construído serviu para exprimir o total de missangas necessárias para terminar o artefacto, como se mostra na figura 235.

a) para terminar o artefacto são necessárias 705 missangas
calculamos a área da figura.

Figura 235 - Excerto

Para além desta estratégia aplicada na determinação das missangas necessárias para terminar o artefacto, os participantes contaram todas as missangas de uma parte de figuras geométricas semelhantes e duplicaram os totais parciais (ver justificação no excerto da figura 236).

contamos todos os quadradinhos
vermelhos, suposemos que o verde
fosse igual ao vermelho e que
as colunas do azuis são iguais às
amarelas, e assim sucessivamen

Figura 236 - Excerto

Alguns detalhes

Os participantes não tiveram dificuldades na resolução desta tarefa. A estratégia de contagem de missangas e a aplicação de áreas de figuras parciais permitiu-lhes efetuar uma resolução satisfatória.

Segunda parte desta tarefa

b) Quantas missangas, de cada cor, há no artefacto (no da imagem ou no total)?

Figura 237 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 9

Foram observados 6 tipos de respostas diferentes para esta tarefa.

Resposta 1

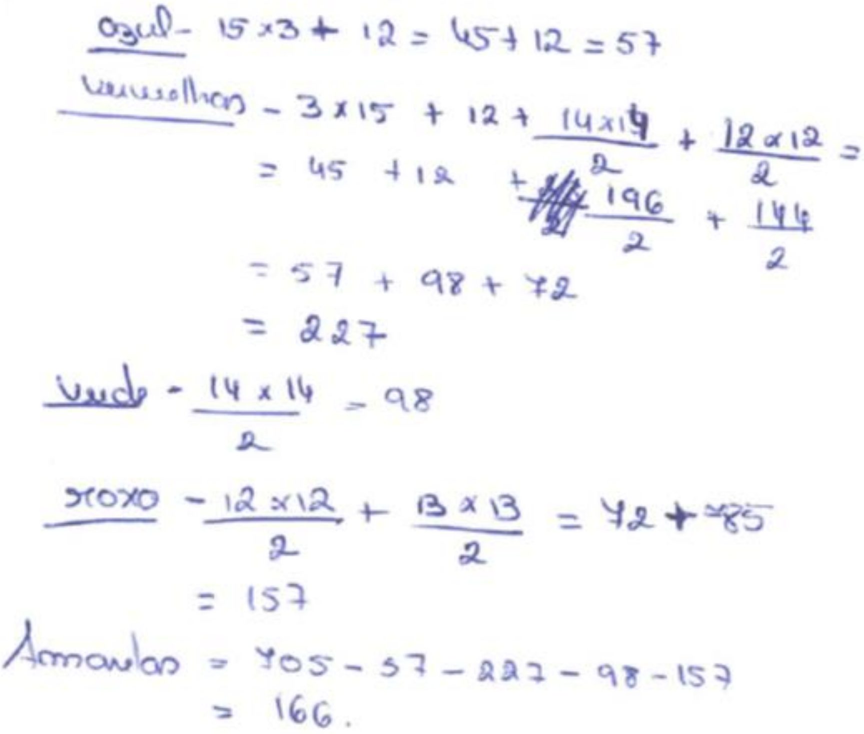


Figura 238 - Excerto

Os participantes contaram as missangas e apresentaram os cálculos e os totais parciais de cada cor como se pode ver na figura 238. A formulação de metade da área de um retângulo formado de objetos de tipo missangas, conduziu a resultados menos esperados. Por exemplo, na resolução desta tarefa, apesar de o total das missangas azuis estar correto, nota-se que o resto dos totais das outras cores apresentam-se com resultados menos esperados. Os participantes nesta resolução salientaram a verificação/prova dos resultados parciais com base no raciocínio de que a soma das missangas da figura completa é igual à soma dos totais das missangas das figuras parciais. Os resultados desta resposta foram menos satisfatórios. Não se sabe ao certo qual foi o fator que influenciou negativamente para obterem este resultado. Provavelmente, o hábito de calcular a área de metade de um retângulo teria influenciado tal procedimento.

Resposta 2

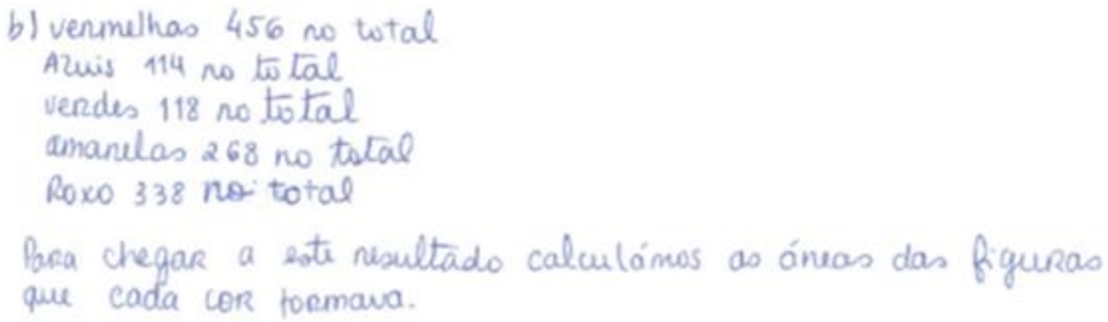

b) vermelhas 456 no total
Azuis 114 no total
verdes 118 no total
amarelas 268 no total
Roxo 338 no total
Para chegar a este resultado calculámos as áreas das figuras que cada cor formava.

Figura 239 - Excerto

Nesta resposta, os participantes não apresentaram os cálculos (figura 239), mas apresentaram os totais diferentes do tipo da resposta 1. Chegaram ao resultado pelo cálculo de áreas parciais de figuras geométricas que cada cor formava no ornamento. Apesar disso, o resultado foi menos satisfatório, talvez o cálculo de áreas de figuras geométricas habitual teria influenciado o resultado.

Resposta 3

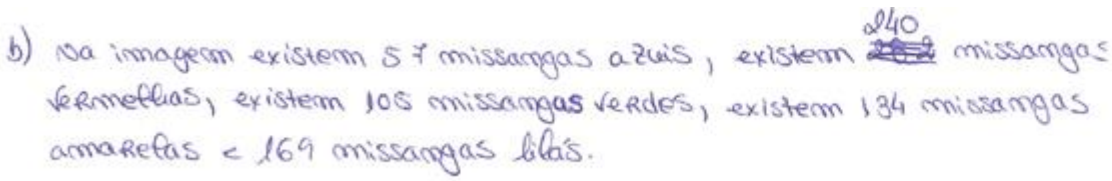

b) Na imagem existem 57 missangas azuis, existem 240 missangas vermelhas, existem 105 missangas verdes, existem 134 missangas amarelas e 169 missangas lilás.

Figura 240 - Excerto

Apesar dos totais parciais apresentados estarem corretos, não apresentaram os cálculos nem explicaram como chegaram a estes resultados (figura 240). Nota-se que o total das azuis desta resposta é igual ao total do tipo de resposta 1.

Resposta 4

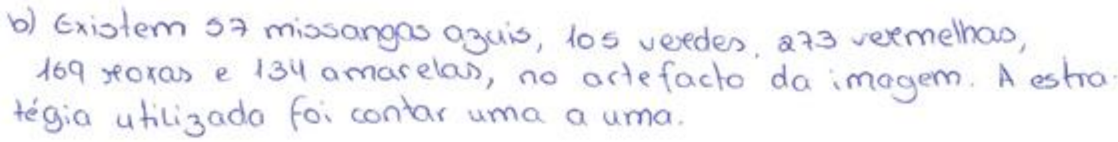

b) Existem 57 missangas azuis, 105 verdes, 273 vermelhas, 169 roxas e 134 amarelas, no artefacto da imagem. A estratégia utilizada foi contar uma a uma.

Figura 241 - Excerto

Nesta resposta, os participantes apresentaram apenas os totais de missangas de cada cor contando uma a uma que se diferenciaram apenas no total das missangas vermelhas relativamente à resposta 3, como se mostra na figura 241.

Resposta 5

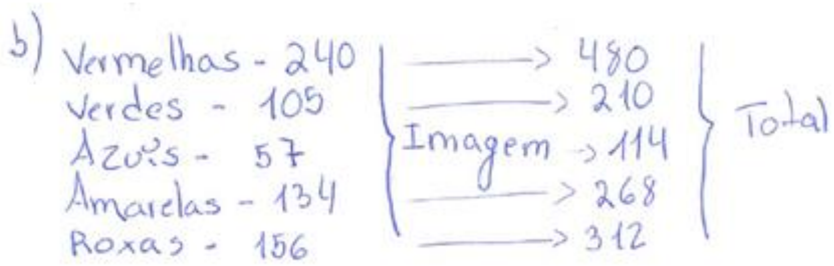


Figura 242 - Excerto

Nesta resposta os participantes contaram as missangas de uma parte da figura, apresentaram os totais parciais de cada cor e duplicaram-nos o que permitiu obter os totais com menos dispêndio de esforço. Os totais parciais estão corretos exceto o da cor roxa. Apesar disso, não apresentaram os cálculos, como se pode ver na figura 242.

Resposta 6

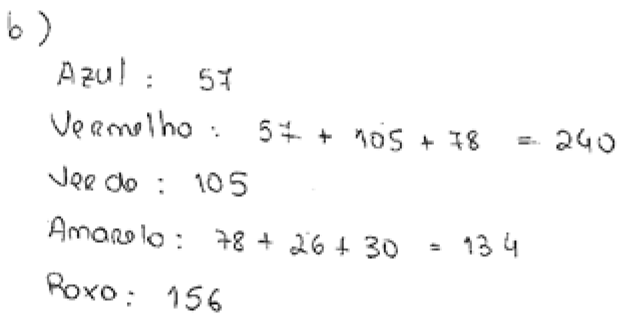


Figura 243 - Excerto

Os participantes apresentaram totais de cada cor, aplicaram uma estratégia baseada na contagem das missangas uma a uma e optaram pela adição dos totais parciais para algumas cores (figura 243). Os totais parciais são idênticos aos da resposta anterior diferenciando-se na apresentação do procedimento.

Alguns detalhes

Resumindo a análise desta tarefa, a base da estratégia foi essencialmente de contagem de missangas com recurso a operações da adição e multiplicação e alguns casos recorreram a duplicação de totais de figuras parciais simétricas. A contagem uma a uma foi a estratégia mais exaustiva. Exigiu maior atenção no aspeto de se ter de contar todas as missangas do ornamento. Considera-se a estratégia menos estafante a de contar missangas de uma coluna e multiplicar pelo número de colunas ou por simetria de figuras como na resposta 5. Os participantes tiveram muita dificuldade nesta tarefa em termos de cálculos, apesar de terem apresentado corretamente a fórmula habitual da área de um triângulo equilátero, os resultados foram desiguais. Possivelmente a estratégia usada no processo de contagem não foi a mais indicada, levando os participantes a cálculos e a quase metade das respostas desta tarefa serem menos satisfatórias. Uma outra dificuldade residiu na formulação da metade da área de um retângulo formado de objetos de tipo missangas com duas cores que formam dois triângulos que provavelmente não permitiu obter resultados satisfatórios. Por exemplo, num retângulo de objetos do tipo missangas não é possível obter dois triângulos equiláteros.
Esta tarefa não apresentou enigma fora do alcance dos participantes, embora achassem que pode ser complexa para as crianças, como se pode ler no excerto da figura 244.

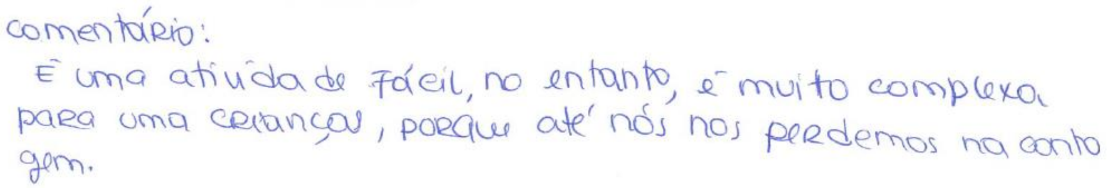
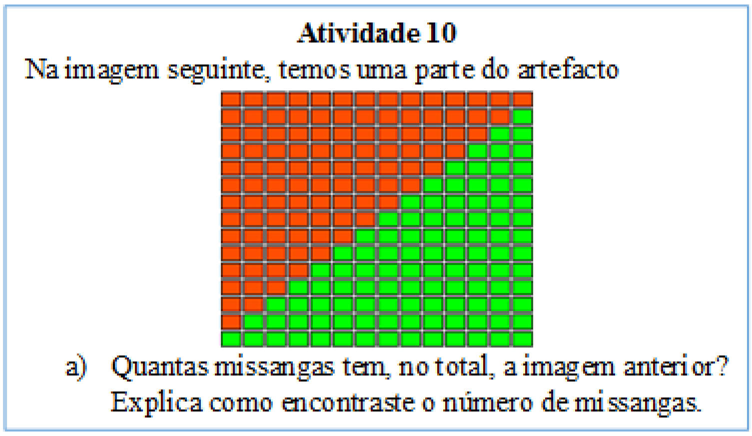

comentário:
É uma atividade fácil, no entanto, é muito complexa para uma criança, porque até nós nos perdemos na contagem.

Figura 244 - Excerto


Atividade 10
Na imagem seguinte, temos uma parte do artefacto

a) Quantas missangas tem, no total, a imagem anterior?
Explica como encontraste o número de missangas.

Figura 245 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 10

Nesta tarefa os participantes tiveram a mesma resposta tal como se pode ver num dos excertos da figura 246.

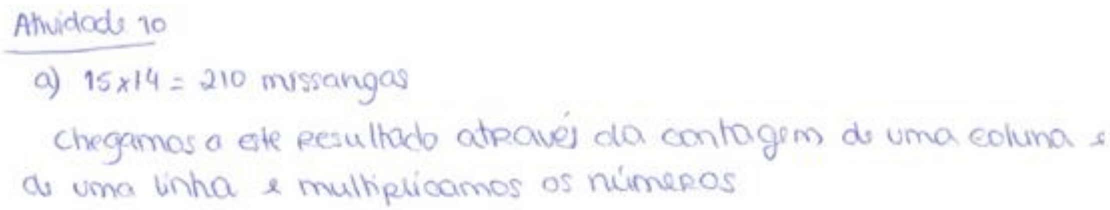

Atividade 10
a) 15x14 = 210 missangas
Chegamos a este resultado através da contagem de uma coluna e de uma linha e multiplicamos os números

Figura 246 - Excerto

Nesta tarefa os participantes recorreram à contagem de missangas uma a uma da coluna e da linha sem ter em conta as cores o que resultou nos totais. Não se registou dificuldade nesta resolução, tal como os participantes comentaram no excerto da figura 247.

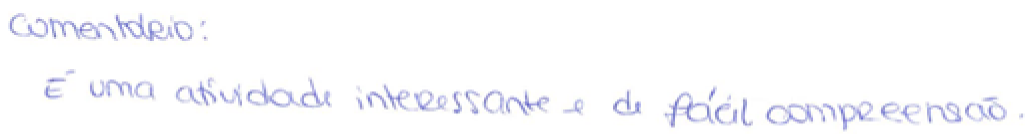

Comentário:
É uma atividade interessante e de fácil compreensão.

Figura 247 - Excerto

b) Quantas missangas tem de cada cor?
Explica como encontraste o número de missangas.

Figura 248 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 10

Foram identificados dois tipos de respostas para esta tarefa.

Primeiro

b) Tem 105 missangas cor di laranja e 105 missangas verdes, chegamos ao resultado contando todas as missangas.

Figura 249 - Excerto

Nesta resposta (figura 249) os participantes optaram por contar todas as missangas para obter os totais de missangas de cada cor. Apresentaram resultados corretos, com uma estratégia exaustiva e menos eficiente.

Segundo

b) tem 105 missangas de cada cor.
Para encontrar o número de missangas de cada cor, dividimos 210 por 2.

Figura 250 - Excerto

Neste tipo de resposta, em vez de os participantes contarem todas as missangas como na resposta do primeiro tipo, recorreram ao cálculo da primeira parte desta tarefa a), dividiram o total por duas cores para facilitar os cálculos, como se pode ver no excerto da figura 250.

Tanto no tipo da resposta 1 como no da 2, os resultados apresentados foram satisfatórios.

c) A partir dos resultados obtidos nas questões anteriores, consegues encontrar uma maneira, rápida e eficaz, de contar o número de missangas de cada cor?

Figura 251 - Enunciado da 3.ª parte da tarefa 10

A maneira mais rápida e eficaz de contar o número de missangas de cada cor encontrada pelos participantes deste grupo classificou-se em duas respostas.

Resposta 1

c) Sim, utilizando a área do triângulo $\frac{b \times h}{2}$

Figura 252 - Excerto

Calcularam o número de missangas de uma parte da figura completa, neste caso da área do triângulo (figura 252). Visto que os dois triângulos têm a mesma área, calculando o total das missangas de um, dispensou o cálculo da área do outro.

Resposta 2

c) Sim. sabendo o total de missangas dividimos em dois grandes grupos e obtemos a metade de cada cor.

Figura 253 - Excerto

Partiram do total de missangas obtido na resposta da primeira parte desta tarefa (figura 253) para calcular os totais parciais de missangas que correspondiam a cada cor.

Alguns detalhes

Esta atividade não provocou dificuldade na resolução, foi de maior interesse como se lê na figura 254.

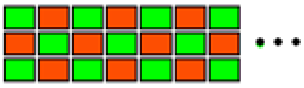
Comentário

Esta atividade é bastante interessante e didática porque trabalhamos várias métodos de contagem tais como, adição, multiplicação e divisão.

Figura 254 - Excerto

Atividade 11

Uma menina do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* está a construir um artefacto semelhante ao anterior, para colocar na cabeça e segurar o cabelo, mas com um menor número de missangas em cada coluna. Observa a imagem.



a) A menina vai usar o mesmo número de missangas de cada cor? Justifica a tua resposta.

Figura 255 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 11

Nesta tarefa foram apresentados dois tipos de respostas.

Primeiro

Atividade 11

a) (~~[illegible]~~) Não, porque a cor vermelha vai ter sempre uma em desvantagem e pelo número de colunas ser impar.

Figura 256 - Excerto

Os participantes não concordaram que a menina fosse usar o mesmo total de missangas de cada cor ao construir o artefacto semelhante ao anterior, mas argumentaram que a cor vermelha vai ter sempre uma em desvantagem o que corresponde à uma resposta menos esperada, pois, ao construir um artefacto semelhante ao anterior, pode-se entender que vai usar 11 missangas vermelhas e 10 verdes quando na parte inicial do enfeite usou 10 vermelhas e 11 verdes, por isso não é sempre que a vermelha vai ter uma em desvantagem. Na última parte do excerto da figura 256, é verdade que a menina não vai usar o mesmo total de missangas de cada cor por causa do número de colunas ser impar.

Segundo

Sim, se terminar na estrutura oposta à que começou, se o nº de colunas for par o nº de missangas vermelhas é igual ao nº de missangas verdes.

Figura 257 - Excerto

Nesta resposta os participantes concordaram que a menina vai usar o mesmo total de missangas de cada cor (figura 257), o que não é verdade, tal como já referimos no primeiro tipo de resposta a esta tarefa. A menina vai ter que reproduzir um artefacto semelhante ao anterior (figura 229), mas com um menor número de missangas em cada coluna, quer dizer, se antes foram 15 agora são 3 missangas, se no artefacto anterior reproduziu um de 15 x 47 agora vai reproduzir de 3 x 7 missangas como se mostra na figura 255. É concordante que se o número de colunas for ímpar, neste caso, não vai usar o mesmo total de missangas de cada cor, e pelo contrário, se o número de colunas for par ela usaria o mesmo número de missangas de cada cor.

Alguns detalhes

Nesta tarefa os participantes tiveram dificuldades na interpretação do enunciado. Talvez a conjetura com recurso ao desenho viabiliza-se a resposta satisfatória.

Os participantes consideraram esta uma atividade pertinente (figura 258).

G1A11C

Comentário - É pertinente e pode-se usar para trabalhar nos pares e ímpares. É adequado.

Figura 258 - Excerto

b) Quantas missangas, de cada cor, vai usar? Explica como chegaste ao resultado.

Figura 259 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 11

Nesta tarefa, a resposta apresentada é que a menina não vai usar 11 verdes e 10 vermelhas, mas ao contrário.

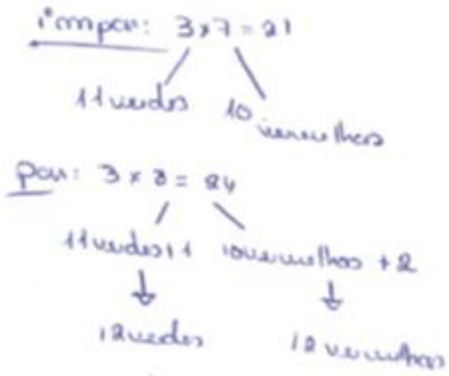


Figura 260 - Excerto

Os totais de missangas apresentados no primeiro cálculo (ímpar) do excerto da figura 260 são da parte feita do enfeite (figura 255), porque a menina vai usar 11 vermelhas e 10 verdes. No segundo cálculo (par) nota-se a conjetura do número de linhas ser par. Apesar de ser uma única conjetura para este caso (ver segundo cálculo da figura 260), concluíram que se o número de linhas for ímpar o número de missangas a ser usado na construção será diferente, caso contrário o número de missangas de cada cor será o mesmo, como se pode ler no argumento do excerto da figura 261.

b) Se for número ímpar de linhas vai ter sempre uma missanga de uma cor a mais. Se for número par vai ter sempre o mesmo número de missangas.

Figura 261 - Excerto

c) Se a menina usar 228 missangas, quantas missangas de cada cor vai usar?

Figura 262 - Enunciado da 3.ª parte da tarefa 11

A seguir apresenta-se a resposta dada a esta tarefa.

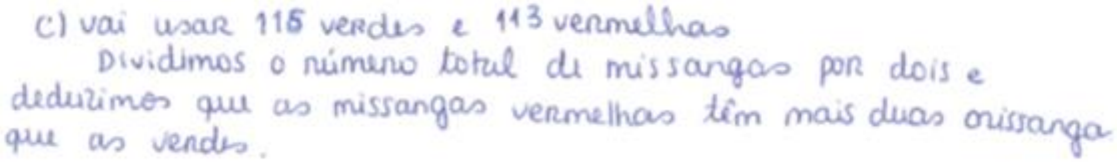

c) vai usar 115 verdes e 113 vermelhas
Dividimos o número total de missangas por dois e deduzimos que as missangas vermelhas têm mais duas missanga que as verdes.

Figura 263 - Excerto

Se considerarmos o argumento no excerto apresentado na resposta à tarefa b) da figura 261, o número de colunas é um número par (76) logo o número de missangas de cada cor é igual (114). A interpretação podia partir da relação do total de missangas (228) com o número de colunas (3).

Apesar da dificuldade notada como se pode ver no excerto da figura 263, no geral foi uma tarefa tida como interessante e com possibilidade de trabalhar vários tópicos matemáticos, como se nota no comentário da figura 264.


Comentário:
É uma atividade fácil e pode ser realizada por alunos do 1.º ano do 1.º ciclo

Figura 264 - Excerto

Os participantes comentaram em parte quanto à adequação desta tarefa no que se refere ao grau de dificuldades no contexto de alunos do 1.º ciclo do ensino básico, como se pode ler no excerto da figura 265.

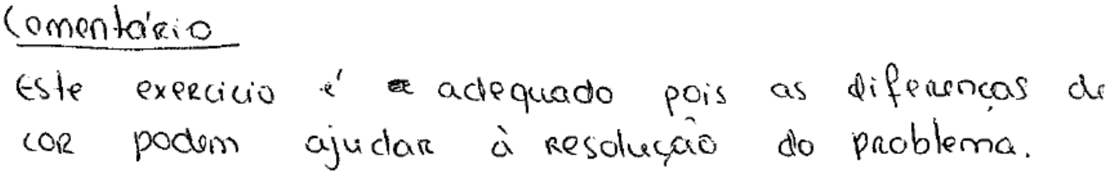
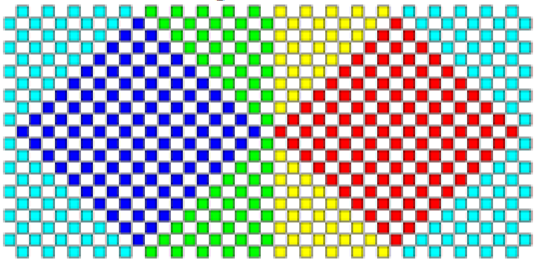

Comentário
Este exercicio é adequado pois as diferenças de cor podem ajudar à resolução do problema.

Figura 265 - Excerto

Atividade 12

Na imagem seguinte, vemos uma parte de uma banda de colocar na cabeça.



a) Quantas missangas tem a parte vermelha?
Explica como encontraste o número de missangas vermelhas.

Figura 266 - Enunciado da tarefa 12

Os participantes emitiram dois tipos de respostas com o mesmo resultado, mas diferenciadas na estratégia de contagem.

Resposta 1

Atividade 12

a) A parte vermelha tem 100 missangas, chegamos ao resultado a partir da contagem de missanga por missanga.

Figura 267 - Excerto

Nesta resposta foi apresentado o total de missangas e a estratégia adotada foi a contagem missanga a missanga, como se mostra no excerto da figura 267.

Resposta 2

Atividade 12 S3 G4 A12aC

a) Há 100 missangas na parte vermelha.
Contamos o nº de missangas na horizontal e na vertical, que deu 10 em ambos.
De seguida, multiplicamos e deu 100 missangas.

Figura 268 - Excerto

Já nesta, a contagem foi feita pelas missangas das diagonais ou seja se a banda vermelha fosse colocada noutra posição dir-se-ia que a contagem fez-se pelas missangas da horizontal e da vertical seguidamente os totais foram multiplicados (total de missangas da horizontal vezes o total de missangas da vertical). Esta estratégia equivale ao cálculo da área de um quadrado (figura 268).

Alguns detalhes

Na resolução desta tarefa não houve dificuldades por parte dos participantes. Mas apontaram uma possibilidade de poder haver dúvidas para as crianças (ver comentário dos participantes no excerto da figura 269).

Comentário

A única diferença em relação à Atividade 10 é que poderia colocar a criança em dúvida devido aos espaços em branco.

Figura 269 - Excerto

Os participantes acharam que esta tarefa cativou muito interesse tal como se mostra no comentário do excerto da figura 270.

comentário:

esta atividade é muito interessante porque ajuda as crianças a desenvolver o raciocínio lógico matemático e atenção e concentração.

Figura 270 - Excerto

Atividade 13

Um menino disse que a parte a azul-escuro da figura anterior tinha mais de 100 missangas.

a) Concordas com o menino? Justifica a tua resposta.

Figura 271 - Enunciado da tarefa 13

Para esta tarefa, os participantes foram unânimes em discordar com o menino e justificaram como se pode ler no argumento da figura 272.

Atividade 13

Não, porque se observarmos as imagens concluimos que são geometricament iguais e as imagens são quadrados, e se contarmos obtemos o número 100, em ambas as imagen

Figura 272 - Excerto

Usaram a estratégia explícita com recurso à visualização de imagens, compararam o total de missangas de ambas as imagens e a simetria das mesmas.

Alguns detalhes

A presente tarefa não criou dificuldade na resolução da mesma. Consideraram uma tarefa adequada na exploração de vários tópicos matemáticos ao nível das crianças como se pode ler no comentário no excerto da figura 273.

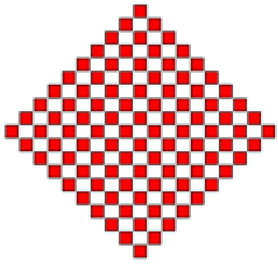
$\boxed{\text{comentario:}}$

Achamos adequado à idade das crionças, porque podem treinar as semelhanças de imagens.

Figura 273 - Excerto

Atividade 14

As missangas vermelhas da banda foram retiradas e colocadas na imagem seguinte.



O Artur, o Berto, o Carlos e o Dário contaram o número de missangas de maneiras diferentes. As expressões seguintes traduzem o modo como contaram.

- Artur: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 100$
- Berto: $4 \times (1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 5) = 4 \times 25 = 100$
- Carlos: $4 \times 9 + 4 \times 7 + 4 \times 5 + 4 \times 3 + 4 \times 1 = 36 + 28 + 20 + 12 + 4 = 100$
- Dário: $10 \times 10 = 100$

a) Descobre o modo como cada um pensou. Rodeia as imagens seguintes, seguindo a maneira de contar de cada menino.

Figura 274 - Enunciado da tarefa 14

Nesta tarefa, os participantes descobriram diversas maneiras de contar que podiam ter sido usadas pelos quatro meninos citados no enunciado (figura 274). Aplicaram a estratégia de contagem recorrendo a diversas técnicas de agrupamento de missangas.

Caso do Artur

Na figura 275 foram apresentadas três maneiras diferentes que o Artur podia ter usado para contar 100 missangas.

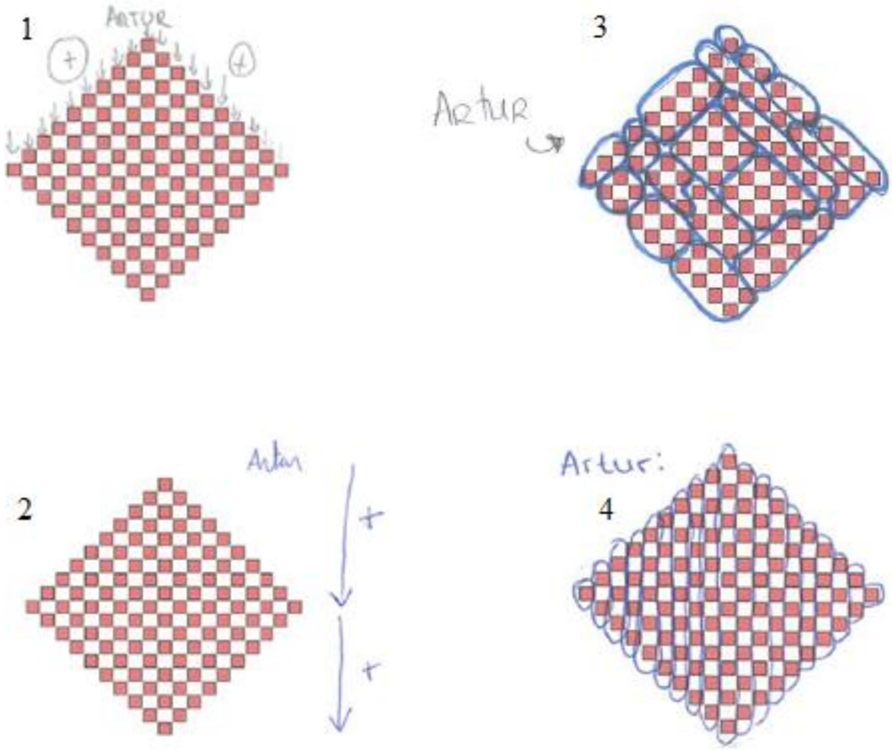


Figura 275 - Maneiras descobertas de contar 100 missangas do Artur

Na imagem 1 a contagem foi realizada pelas colunas. Os sinais + indicados na imagem sugerem que a contagem começou da esquerda para a direita; conferiram as missangas que compõem cada coluna e adicionaram sucessivamente os subtotais de cada coluna até à última o que é equivalente a esta expressão numérica

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

perfazendo 100 missangas.

A estratégia de contagem indicada na imagem 2 é igual à da 1. Diferenciando-se entre elas, nas setas de orientação de contagem. A imagem 1 mostra-se com mais detalhe que a 2. Na 1, as setas são indicadas desde a primeira coluna até à última, ao passo que na imagem 2 não.

A estratégia de contagem da imagem 3 foi baseada nas diagonais. Iniciaram na missanga superior da banda para a diagonal direita e continuaram até à última diagonal seguindo a mesma sequência apresentada para o caso Artur.

Na imagem 4 a estratégia de contagem foi realizada nas colunas como nas imagens 1 e 2. Diferenciando-se no sentido de contagem, como não se marcou nenhum sinal positivo ou negativo tanto se pode começar a contar da esquerda como da direita da banda.

As estratégias de contagem das imagens 1, 2 e 4, com contagens efetuadas nas colunas parecem ser mais claras que na 3. Nesta, apesar de ter uma seta indicada, não há uma clareza de orientação quanto ao ponto de partida, parece ser menos exaustiva que as outras maneiras.

Caso do Berto

Na figura 276 indicam-se as maneiras diferentes descobertas que o Berto podia ter usado para contar 100 missangas.

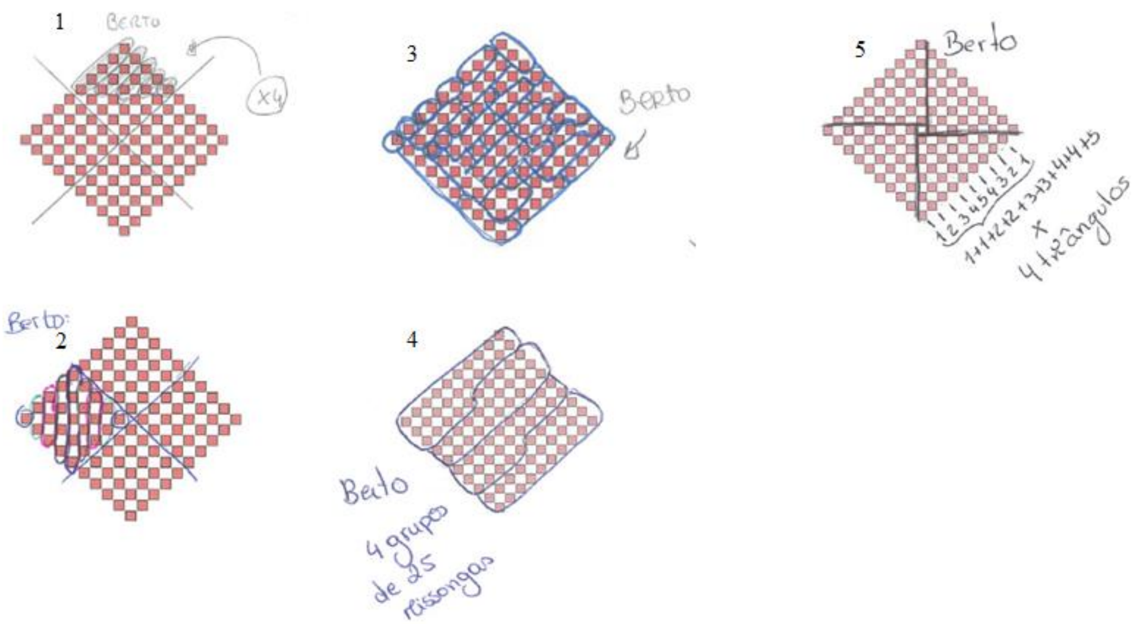


Figura 276 - Maneiras descobertas de contar 100 missangas do Berto

Na imagem 1, a estratégia de contagem começou pela divisão da banda em 4 partes iguais de forma congruente. A partir do quarto superior da banda, rodearam uma parte das missangas da diagonal esquerda, foram contadas e adicionadas as missangas rodeadas (5 + 4 + 3 + 2 + 1). Da mesma maneira procedeu-se com as não rodeadas

(4 + 3 + 2 + 1). Adicionando as partes rodeadas e as não rodeadas, agrupando os números iguais e ordenando a sequência temos a expressão

(1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 5).

Essa contagem foi feita num quadrante. Como acontece em cada uma das quatro partes da banda multiplicaram a expressão obtida por 4, escrito assim

4 x (1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 5).

Adicionando as missangas de 1/4 da banda pela mesma maneira referida somou 25. Seguidamente multiplicaram 4 pela soma obtida (4 x 25) totalizando 100 missangas, tal como está indicado na parte direita – superior da imagem 1 da figura 276.

Na imagem 2 a maneira de contagem processou-se pelas colunas na parte esquerda da banda. Rodearam da esquerda à direita e vice-versa. O que correspondeu à expressão

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1,$$

agrupada e ordenada resultou a expressão 1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 5. Daqui em diante processou-se como na imagem 1.

Na imagem 3 a contagem foi realizada repetindo os conjuntos quatro vezes cada. Conjuntos formados por uma a uma, duas a duas, três a três, quatro a quatro missangas, todas duas vezes cada e um conjunto de cinco uma vez, perfazendo 100 missangas. Essa maneira não foi simplificada, da contagem uma a uma resultou o total. Esta configuração parece ser difícil de ser entendida.

A imagem 4 parece ter uma configuração clara de agrupamentos de missangas. Quatro conjuntos semelhantes rodeados com 25 missangas cada (4 x 25) totalizando 100.

Na imagem 5 a contagem adotada consistiu em dividir a banda em quatro partes iguais com 25 missangas cada, traduzido em 4 x 25 obtendo 100.

As cinco maneiras descobertas resumem-se em dois tipos de estratégias de contagem: o primeiro tem recurso a diagonais que engloba as imagens 1, 3, 4 e 5 e o segundo a colunas que se verificou apenas na imagem 2. Essa classificação tem em conta a posição da banda. A estratégia de contagem adotada na imagem 3 parece ser menos eficaz que as restantes. Tornou-se mais exaustiva e menos estruturada em termos de configuração.

Caso do Carlos

Na figura 277 estão ilustradas as maneiras diferentes que o Carlos podia ter usado para contar 100 missangas.

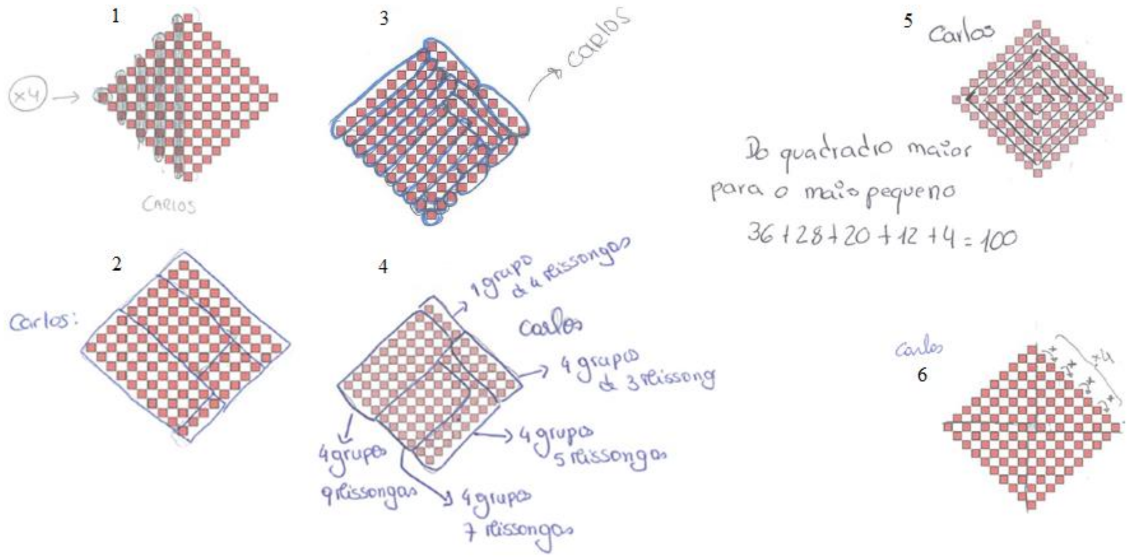


Figura 277 - Maneiras descobertas de contar 100 missangas do Carlos

A estratégia de contagem na imagem 1 foi realizada pelas colunas de forma intercalada. A contagem começou pela coluna da esquerda para a direita alternando-as como está marcado na parte esquerda da banda da figura 277. Foram contadas as missangas de todas as colunas marcadas na imagem 1, tal como procederam com a contagem de missangas em 1/4 da banda, fizeram o mesmo com as outras partes da banda, isto implicou a multiplicação de 4 por cada total encontrado em cada coluna o que resultou na expressão 4 x 1 + 4 x 3 + 4 x 5 + 4 x 7 + 4 x 9 desta resultou 4 + 12 + 20 + 28 + 36 obtendo 100 missangas.

A imagem 2 ilustra que a estratégia de contagem baseou-se na área de um retângulo (base x altura). Esta formulação funcionou diretamente para quase todos os retângulos, exceto para o 4 x 5 que funcionou por equivalência. Deduzimos que se 4 x 5 é igual a 20 e 20 = 2 x 10 então 4 x 5 = 2 x 10.

Na imagem 3 observa-se a maneira de contar semelhante à da imagem 2, a diferença nota-se na configuração adotada para rodear as missangas agrupadas. Nesta maneira a configuração parece menos clara e exige mais concentração para ser entendida.

A estratégia da imagem 4 teve como base o agrupamento de missangas sem obedecer a uma única orientação de configuração tal como na imagem 3. Nota-se uma configuração de retângulos e uma em forma de L. É uma estratégia de contagem com orientação nas diagonais tal como na maneira de contagem das imagens 1 e 2.

Na imagem 5 observa-se a estratégia de contagem baseada no perímetro de figuras quadradas. Os perímetros de figuras quadradas foram calculados de forma decrescente. Começaram por contar 9 missangas de um lado e multiplicaram por quatro lados da figura. Procederam de igual modo para as quatro restantes figuras. Somaram os 5 perímetros que totalizaram 100 missangas.
A estratégia de contagem na imagem 6 foi efetuada com base na partição da banda em 4 partes iguais formando 4 triângulos. Começaram por contar as missangas de cada hipotenusa até ao ângulo oposto. Multiplicaram 4 (hipotenusas) com o total de cada hipotenusa. Finalmente adicionaram os 5 totais das hipotenusas obtendo 100 missangas.
As maneiras descobertas resumem-se numa estratégia de contagem baseada em colunas e diagonais resultando figuras geométricas ou não.

Caso Dário

Na figura 278 indicam-se as maneiras diferentes que o Dário podia ter usado para contar 100 missangas.

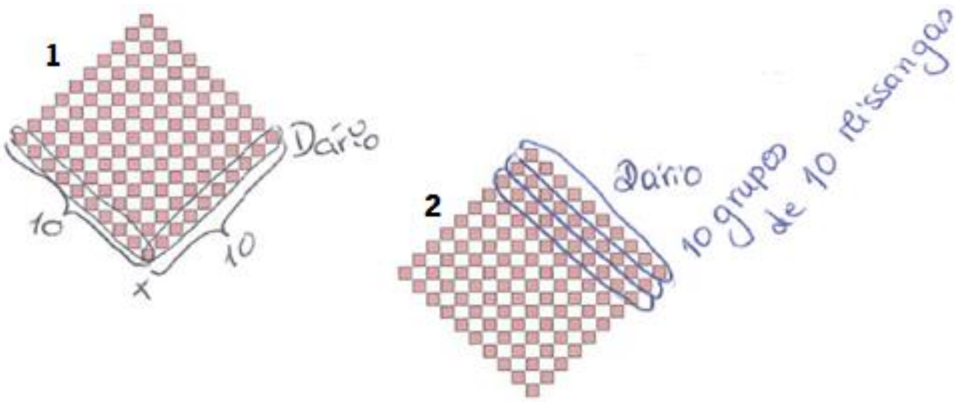


Figura 278 - Maneiras descobertas de contar 100 missangas do Dário

A imagem 1 ilustra-nos que a maneira de contagem se baseou na área de um quadrado. Contaram as missangas de uma coluna da base e as de uma fila. Multiplicaram os totais obtidos resultando 100 missangas.
A maneira de contagem da imagem 2 baseou-se na contagem e agrupamento de missangas da diagonal. A banda tem 10 colunas e cada coluna tem 10 missangas que resultou em 10 x 10 igual a 100 missangas.

Alguns detalhes

Os quatro casos de contar 100 missangas proporcionaram uma estratégia de contagem diversificada quer com recurso ao cálculo, quer à visualização da configuração da imagem a que corresponderam vários agrupamentos de missangas na banda. O caso Dário teve menos estratégias de contagem e foi menos exaustivo na conjetura de maneiras de agrupamento de missangas. Em termos de concretização, atingiram os resultados esperados nesta tarefa.

Ao longo da realização desta tarefa os participantes não manifestaram dificuldades notáveis, apesar disso, apresentaram vários comentários como se seguem.

Comentário 1

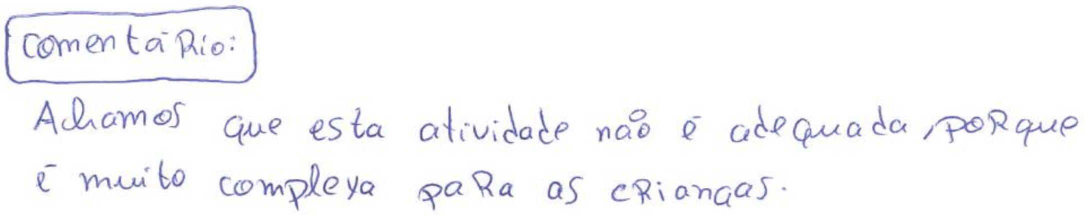

Comentário:
Achamos que esta atividade não é adequada, porque é muito compleya para as crianças.

Figura 279 - Excerto

Neste comentário supõe-se que os participantes notaram um grau de dificuldade elevado nesta tarefa que não se adequa aos alunos do 1.º ciclo do ensino básico, talvez porque eles próprios sentiram dificuldades.

Comentário 2

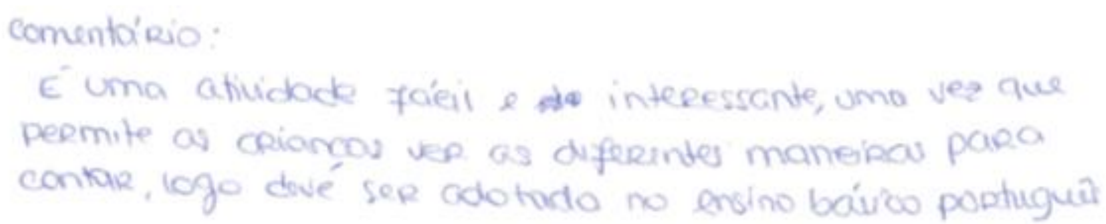

Comentário:
É uma atividade fácil e ~~da~~ interessante, uma vez que permite as crianças ver as diferentes maneiras para contar, logo deve ser adotado no ensino básico português

Figura 280 - Excerto

Neste comentário nota-se que os participantes não observaram um grau de dificuldade elevado, acharam que é uma atividade interessante pelo facto de permitir aprendizagens diversificadas na temática de contagem. Além do mais, propõem que esta tarefa seja incorporada no contexto português como se pode ler no excerto da figura 280.

Comentário 3

Atividade 14
Comentário - Atividade importante para desenvolver o raciocínio matemático

Figura 281 - Excerto

Os participantes valorizaram esta tarefa sobre aquilo que a mesma pode trazer aos alunos na aprendizagem da matemática como se pode ler no excerto da figura 281.

Comentário 4

Comentário:
Não é uma atividade das mais fáceis, adequadas a crianças do 4.º ano do 1.º ciclo

Figura 282 - Excerto

No comentário 4 (figura 282) pode-se perceber o enquadramento desta tarefa na opinião dos participantes e em como acharam que pode ou não ser elevado o grau de dificuldade desta tarefa para os alunos do 4.º ano do 1.º ciclo do ensino básico. Significa que esta tarefa pode ser adequada para os outros alunos dos anos de escolaridade acima do 4.º ano do mesmo ciclo.

Comentário 5

comentário:
Achamos que é uma atividade complexa para crianças, apesar de
ser uma atividade que desenvolve o raciocínio lógico.

Figura 283 - Excerto

No comentário do excerto da figura 283, os participantes acharam que foi uma tarefa com grau de dificuldade médio se este comentário for comparado com o de 1 (figura 279). Isto leva-nos a dizer que esta tarefa pode ser adequada para os alunos do 1.º ciclo do ensino básico contrariamente ao que se pode observar no comentário 5 do excerto da figura 283.

Comentário 6

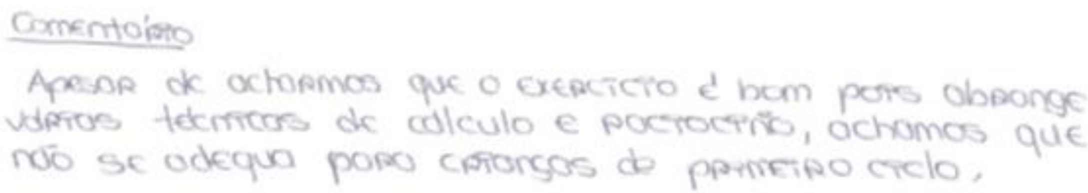

Comentário
Apesar de achamos que o exercício é bom pois abrange vários técnicas de cálculo e proporção, achamos que não se adequa para crianças do primeiro ciclo,

Figura 284 - Excerto

Neste comentário (figura 284) os participantes consideraram que esta tarefa apesar de abranger vários tópicos matemáticos, supõem que não é adequada para os alunos do 1.º ciclo do ensino básico.

Tarefas sobre cestos das mulheres *Nyaneka-nkhumbi*

Atividade 15

Este cesto é um dos muitos que as mulheres *Nyaneka-nkhumbi* fabricam. Como podes ver, contém figuras geométricas e simbolos matemáticos, apesar de, elas não saberem ler nem escrever.

a) Identifica as figuras semelhantes e descreve a possibilidade de se sobreporem.

Figura 285 - Enunciado da tarefa 15

Na resolução desta tarefa os participantes usaram várias estratégias na visualização das figuras, identificaram várias figuras semelhantes, o que resultou em respostas que listamos a seguir.

Resposta 1

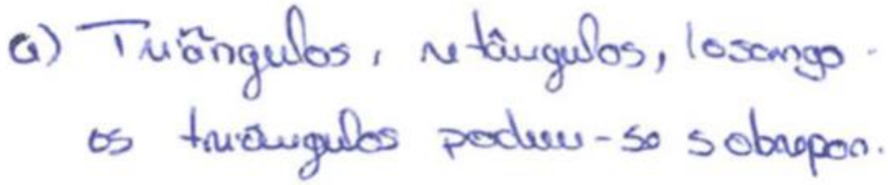
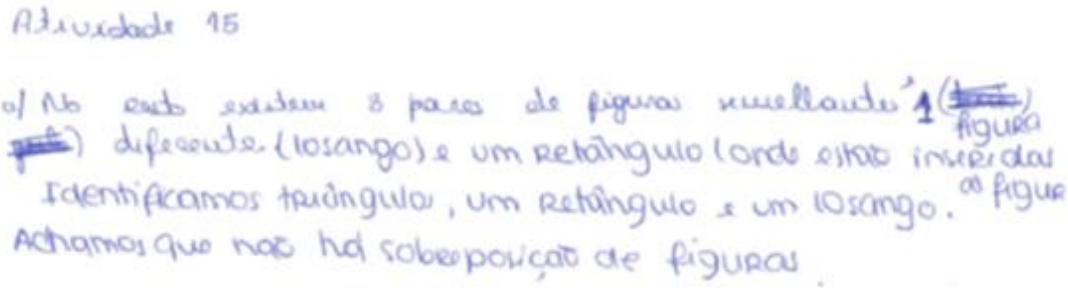

a) Triângulos, retângulos, losango.
os triângulos podem-se sobrepor.

Figura 286 - Excerto

Identificaram três tipos de figuras semelhantes e acharam que os triângulos têm possibilidade de se sobreporem, mas não descreveram como isto pode ser feito (figura 286).

Resposta 2


Atividade 15

a/ No ecrã existem 3 pares de figuras semelhantes 1 figura diferente. (losango) e um Retângulo (onde estão inseridas as figuras
Identificamos triângulo, um Retângulo e um losango.
Achamos que não há sobreposição de figuras.

Figura 287 - Excerto

Nesta resposta os participantes identificaram figuras geométricas semelhantes e não encontraram alguma figura geométrica semelhante com possibilidade de se sobrepor como se pode ler no excerto da figura 287.

Resposta 3

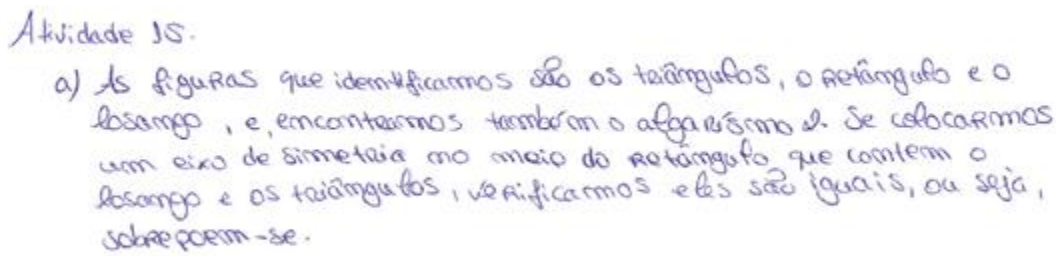

Atividade 15.
a) As figuras que identificamos são os triângulos, o retângulo e o losango, e encontramos também o algarismo 2. Se colocarmos um eixo de simetria no meio do retângulo que contem o losango e os triângulos, verificamos eles são iguais, ou seja, sobrepoem-se.

Figura 288 - Excerto

Os participantes identificaram figuras semelhantes com estratégia de sobreposição diferente da resposta 1, nesta, consideraram que colocar um eixo de simetria é a solução para se obter a sobreposição de figuras geométricas semelhantes como se mostra no excerto da figura 288.

Alguns detalhes

Nesta tarefa os participantes não manifestaram dificuldades na resolução da mesma, acharam que era simples e fácil e supõem a adequação desta tarefa quanto ao ano de escolaridade, como se pode observar no comentário do excerto da figura 289.

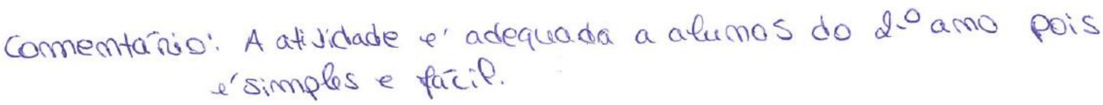
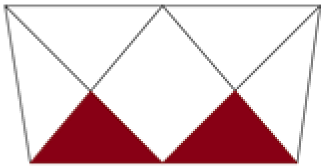

Comentário: A atividade é adequada a alunos do 2.º ano pois é simples e fácil.

Figura 289 - Excerto

Esperava-se, pelo menos, por parte dos participantes que visualizassem as figuras geométricas e indicassem as figuras semelhantes com possibilidade de sobreposição como os triângulos, num modo natural que as figuras aparecem na imagem do cesto da figura 285. As respostas dadas maioritariamente foram satisfatórias quanto ao objetivo desta tarefa.

Atividade 16

O esquema que se segue representa um extrato de uma das figuras geométricas que se observam na imagem acima.



a) Quantas figuras geométricas podes observar de cada tipo de figura?

Figura 290 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 16

Nesta tarefa foram identificadas três respostas que a seguir mostramos.

Primeira

a) observamos triangulos, trapézio e losango.

Figura 291 - Excerto

Na imagem da figura 290 foram identificados três tipos de figuras como se pode ler no excerto da figura 291.

Segunda

a) observamos um trapézio, um losango e seis triângulos

Figura 292 - Excerto

Tal como na primeira resposta da figura 285 os participantes identificaram três tipos de figuras, mas nesta quantificaram cada tipo de figura, como se pode ver no excerto da figura 292.

Terceira

a) Podemos observar na figura um trapézio,
Um losango e um quadrado, vários triângulos

Figura 293 - Excerto

Nesta resposta foram identificadas quatro figuras geométricas quantificadas exceto os triângulos (figura 293).

Alguns detalhes

Nesta tarefa os participantes não manifestaram dificuldades destacáveis. A tarefa foi efetuada numa estratégia explícita e de contagem de figuras baseada na visualização e comparação de figuras. As dificuldades notadas têm a ver com a insistência e paciência de procurar as demais figuras unindo vértices para formar novas figuras. A ausência de etiquetas nos vértices teria contribuído para a dificuldade de identificarem e contabilizarem mais figuras geométricas. Supõe-se ter havido certa confusão de conceito de algumas figuras como o quadrado. A formulação de algumas respostas não corresponderam ao enunciado. A tarefa foi considerada interessante como se pode ver no excerto da figura 294.

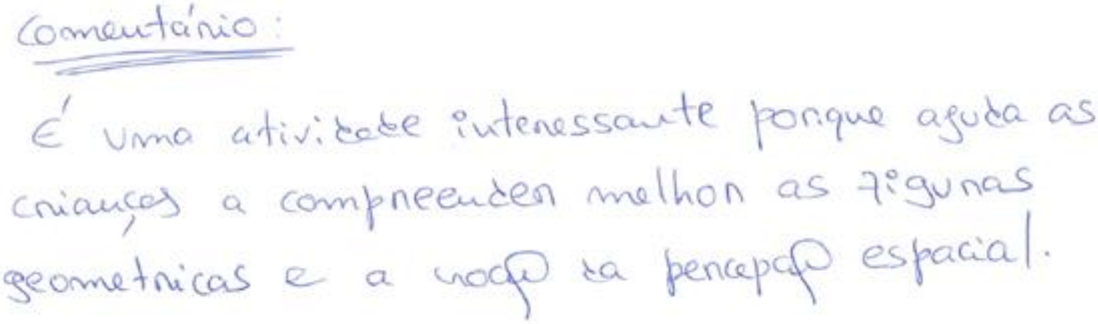

Comentário:
É uma atividade interessante porque ajuda as crianças a compreender melhor as figuras geometricas e a noção da percepção espacial.

Figura 294 - Excerto

Atividade 17

O cesto a seguir apresenta laços que descrevem figuras geométricas de cor bege e castanha.

Imitando como a construtora de cestos fez as figuras geométricas da base ao topo, construimos a figura a seguir apresentada.

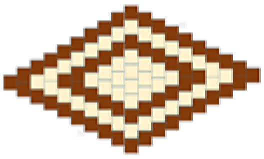


Figura D

a) Diz quantos laços (retângulos) no total formam a figura? Explica como é que contaste.

Figura 295 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 17

Esta tarefa teve cinco tipos de respostas.

Resposta 1

Atividade 17

a) $(1+2+3+4+5+6+7+8+9) \times 2 + 10 = 100$ laços

A figura é simétrica, excluindo o laço central com 10, temos 45 laços para cada lado, sendo que do laço central para o extremo vai decrescendo de 9 para 1.

Figura 296 - Excerto

Nesta resposta a estratégia de contagem baseou-se na visualização da imagem e cálculos com recurso a colunas. Contaram e adicionaram os laços inicialmente da esquerda ou da direita até à 9.ª coluna (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9), multiplicaram por dois, visto que a parte conferida é igual à parte restante, exceto a coluna central. Depois contabilizaram e adicionaram 10 laços da coluna que divide a figura em duas partes iguais totalizando 100 laços (figura 296).

Resposta 2

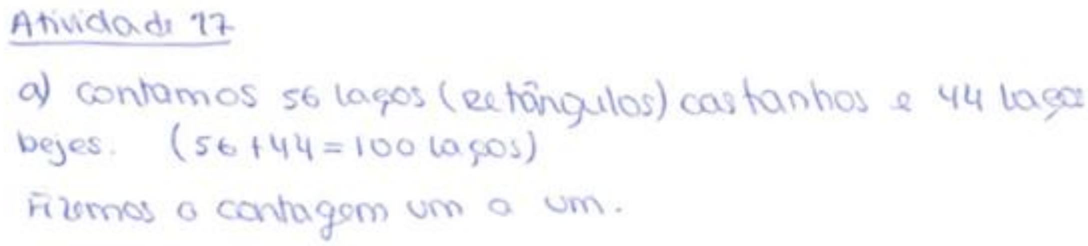

Atividade 17

a) No total tem 100 laços. Multiplicamos 10 por 10.

Figura 297 - Excerto

Para o cálculo do total de laços da imagem da figura 295, os participantes recorreram a estratégia de contagem baseada na visualização da imagem e cálculos com recurso a área de figuras geométricas como se pode ver no excerto da figura 297.

Resposta 3


Atividade 17

a) contamos 56 laços (retângulos) castanhos e 44 laços beges. (56+44=100 laços)

Fizemos a contagem um a um.

Figura 298 - Excerto

Nesta resposta, os participantes optaram pela estratégia de contagem um a um de cada cor com recurso a cálculos o que permitiu resultados favoráveis (figura 298).

Resposta 4

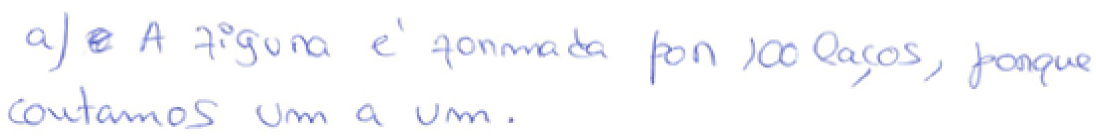

a) A figura é formada por 100 laços, porque contamos um a um.

Figura 299 - Excerto

A estratégia de contagem um a um sem recurso a cálculos foi a opção adotada pelos participantes para esta resposta (figura 299). Apesar desta estratégia ser exaustiva e com maior dispêndio de tempo levou a uma resposta correta.

Resposta 5

Figura 300 - Excerto

Nesta resposta (figura 300), os participantes optaram pela estratégia de contagem baseada no cálculo e na visualização da imagem com recurso a colunas. Contabilizaram e adicionaram os laços coluna a coluna. Esta estratégia parece ser menos exaustiva que a usada na resposta 4.

Quadro 26 - Estratégias adotadas na resolução da 1.ª parte da tarefa 17 (figura 295)

	Estratégia de contagem dos laços				
	Um a um com base		Área de figuras	Parte das colunas com auxílio da adição e da multiplicação	Todas colunas com auxílio da adição
Tipo de resposta	Cores	Sem cores nem operações			
1				X	
2			X		
3	X				
4		X			
5					X

Entre várias estratégias de contagem aplicadas a do cálculo de área de figuras parece-nos ser a mais rápida. Os participantes não tiveram dificuldades destacáveis nesta tarefa.

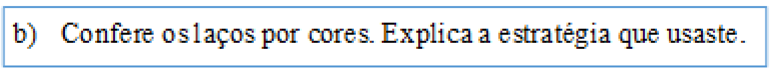

b) Confere os laços por cores. Explica a estratégia que usaste.

Figura 301 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 17

A forma de conferência dos laços de cada cor resultou em várias respostas.

Resposta 1

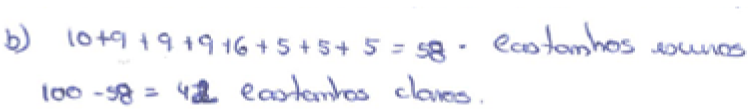

b) 10+9 +9 +9 +6 +5 +5+ 5 = 58 · castanhos escuros
100 - 58 = 42 castanhos claros.

Figura 302 - Excerto

Nesta resposta, a estratégia de contagem foi recursiva. De tal forma que retomaram o total obtido na primeira parte desta tarefa “a)” e subtraíram o total dos laços castanhos-escuros, sem precisarem de conferir os de cor bege. Apesar de ser uma estratégia menos exaustiva, o resultado não é satisfatório.

Resposta 2

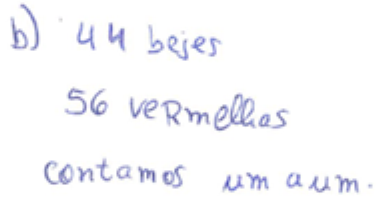

b) 44 bejes
56 veRmellas
contamos um a um.

Figura 303 - Excerto

Os totais apresentados pelos participantes foram obtidos pela estratégia de contagem um a um, como se pode ver no excerto da figura 303.

Resposta 3

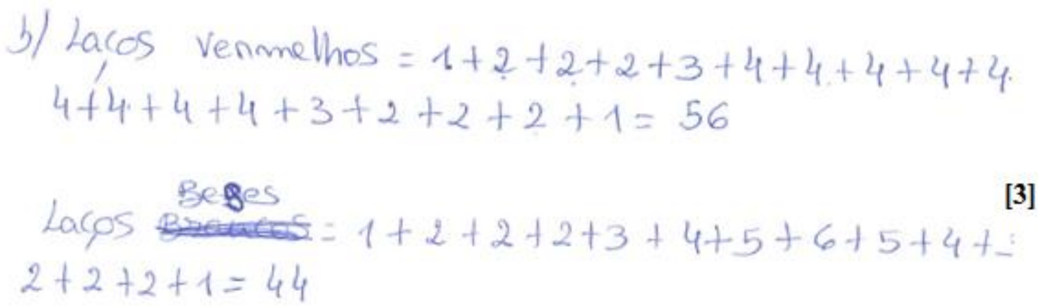
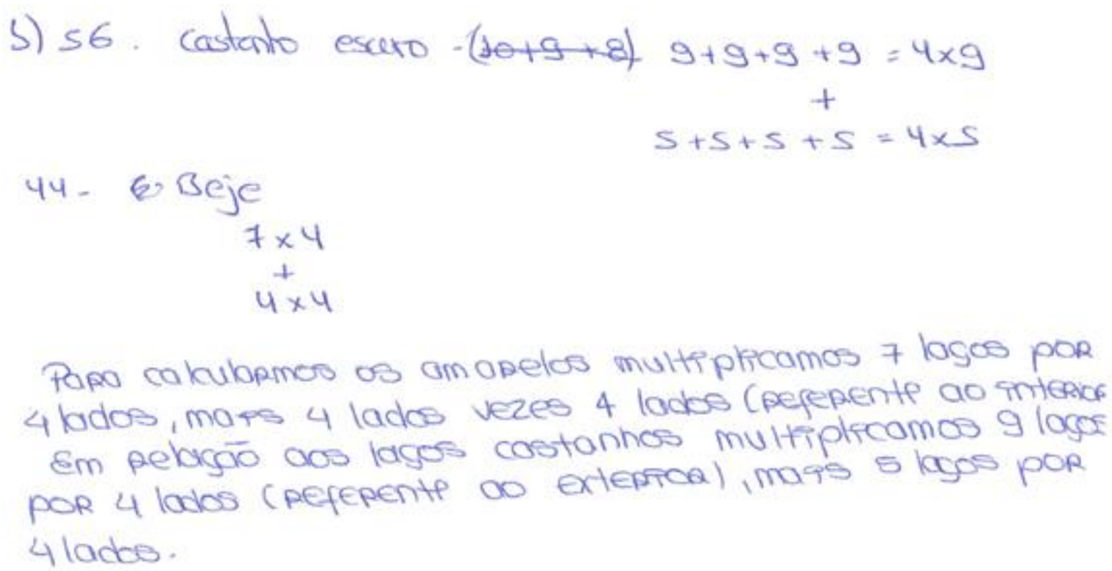

b/ Laços Venmelhos = 1+2+2+2+3+4+4+4+4+4
4+4+4+4+3+2+2+2+1= 56
Beges
Laços ~~Brancos~~ = 1+2+2+2+3+4+5+6+5+4+
2+2+2+1= 44
[3]

Figura 304 - Excerto

Nesta resposta a contagem foi efetuada de coluna a coluna selecionando os laços de cada cor. A expressão dos laços castanhos-escuros identificados como laços vermelhos pelos participantes pode resultar em 2 x (1 + 2 + 2 + 2 + 3 + 4 + 4 + 4 + 4) + 4 e a expressão dos laços beges pode resultar em 2 x (1 + 2 + 2 + 2 + 3 + 4 + 5) + 6, as duas expressões dos laços castanhos e beges correspondem a uma distribuição assimétrica.

Resposta 4


5) 56. castanho escuro - ~~(10+9+8)~~ 9+9+9+9 = 4x9
+
5+5+5+5 = 4x5

44 - 6) Beje
7x4
+
4x4

Para calcularmos os amarelos multiplicamos 7 laços por 4 lados, mais 4 lados vezes 4 lados (referente ao interior
Em relação aos laços castanhos multiplicamos 9 laços por 4 lados (referente ao exterior), mais 5 laços por 4 lados.

Figura 305 - Excerto

A contagem nesta resposta em parte baseou-se no cálculo do perímetro de figuras quadradas em segundo lugar no cálculo da área das mesmas figuras 4 x 4 (figura 305).

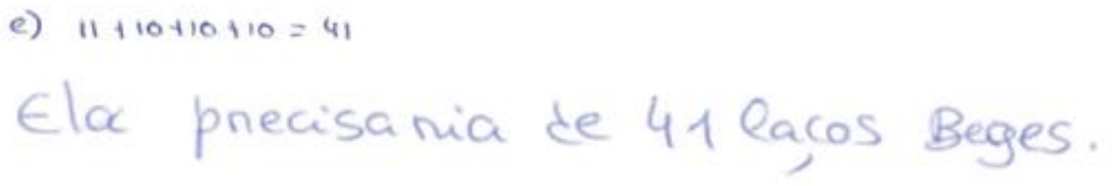
Nesta tarefa os participantes não manifestaram dificuldades na resolução e no cálculo do total dos laços.

c) Se a construtora decidisse pôr mais um cordão de laços de cor bege à volta, quantos laços ela precisaria?

Figura 306 - Enunciado da 3.ª parte da tarefa 17

Para esta tarefa os participantes apresentaram vários resultados que foram influenciados pela estratégia usada pelo grupo.

Resultado 1


e) 11 + 10 + 10 + 10 = 41

Ela precisaria de 41 laços Beges.

Figura 307 - Excerto

Nesta resposta nota-se que os participantes optaram por contar os laços a partir da última borda. Como são quatro lados da borda contaram no primeiro lado 11 laços mais 10 para cada lado dos três restantes o que resultou num resultado incorreto.

Resultado 2

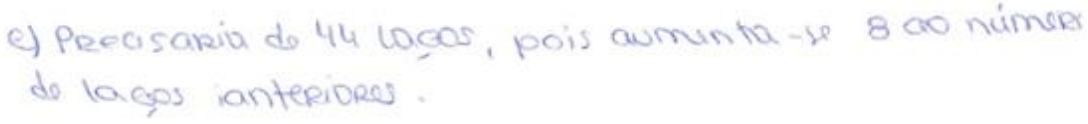
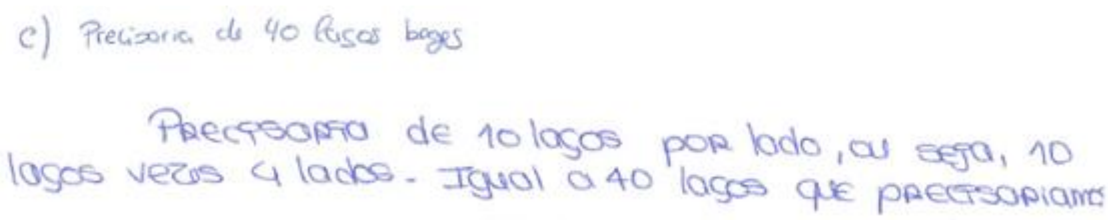

e) Precisaria do 44 laços, pois aumenta-se 8 ao número do laços anteriores.

Figura 308 - Excerto

De facto a menina precisaria de 44 laços tal como se pode ver no excerto da figura 308. Os participantes conjeturaram até que encontraram regularidades de laços o que permitiu obter um resultado esperado. Tal regularidade foi efetuada a partir do perímetro da primeira figura interior (figura 295). Resultando na seguinte sequência

4 – 12 – 20 – 28 – 36 – 44.

Resultado 3


c) Precisaria de 40 laços beges

Precisaria de 10 laços por lado, ou seja, 10 laços vezes 4 lados. Igual a 40 laços que precisariam

Figura 309 - Excerto

Nesta resposta os participantes apresentaram um total de 40 laços bege que a menina precisaria caso decidisse pôr mais uma borda de laços bege. O mesmo total foi calculado pelo método do perímetro de um quadrado o que resultou na resposta menos esperada.

Houve dificuldades na resolução desta tarefa. O conceito de perímetro teria influenciado nos procedimentos e consequentemente nos resultados menos esperados.

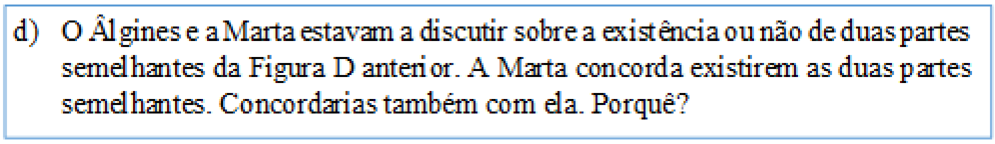

d) O Âlgines e a Marta estavam a discutir sobre a existência ou não de duas partes semelhantes da Figura D anterior. A Marta concorda existirem as duas partes semelhantes. Concordarias também com ela. Porquê?

Figura 310 - Enunciado da 4.ª parte da tarefa 17

Os participantes foram unânimes ao concordarem com a Marta. Diferenciaram na argumentação. Uns acham que são partes semelhantes e simétricas e outros acham que apesar de serem semelhantes não formam simetria. Eis os argumentos.

Primeiro


d) Sim, se traçarmos um eixo de simetria da figura (ou vários)

Figura 311 - Excerto

Neste argumento (figura 311), acharam que tem de se criar um eixo de simetria para existirem as duas partes semelhantes.

Segundo

d) Sim, se considerarmos a coluna que tem 10 laços como o eixo de simetria
então, as duas imagens que estão em lados opostos à coluna são semelhantes

Figura 312 - Excerto

Nesta (figura 312), os participantes acharam que as duas partes semelhantes na figura apresentada são identificáveis a partir da coluna do centro da figura com dez laços.

Terceiro

d) considerando que figuras semelhantes são figuras geometricamente
iguais e não simétricas qualquer reta que passe pelo ponto [illegible]
lo centro la figura divide a figura em 2 semelhantes.

Figura 313 - Excerto

Para este, os participantes afirmaram que existem sim, partes semelhantes, mas não simétricas (figura 313).

Alguns detalhes

Esta tarefa foi comentada pelos participantes, como se apresentam os comentários a seguir.

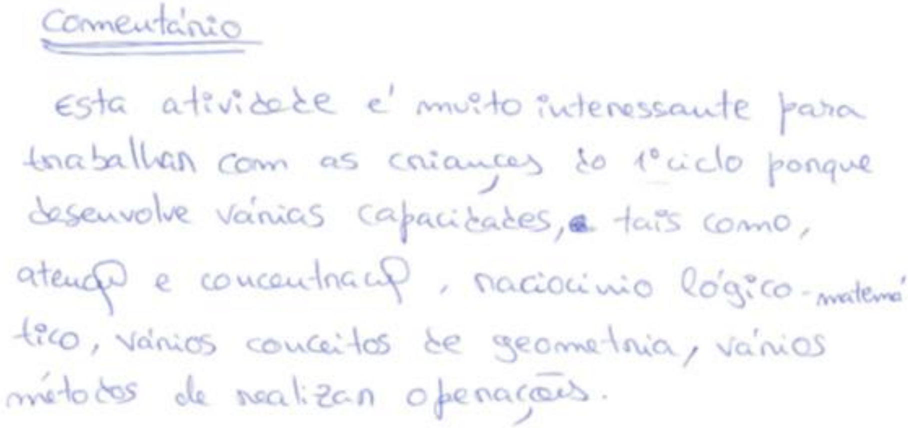
Comentário 1

Comentário:
É uma atividade fácil, adequada a alunos do 3.º ano do 1.º ciclo.

Figura 314 - Excerto

Neste comentário os participantes consideraram que esta tarefa é fácil e adequada para os alunos do 3.º ano do 1.º ciclo do ensino básico, como se pode ler no excerto da figura 314.

Comentário 2


Comentário

Esta atividade é muito interessante para trabalhar com as crianças do 1º ciclo porque desenvolve várias capacidades, tais como, atenção e concentração, raciocínio lógico-matemático, vários conceitos de geometria, vários métodos de realizar operações.

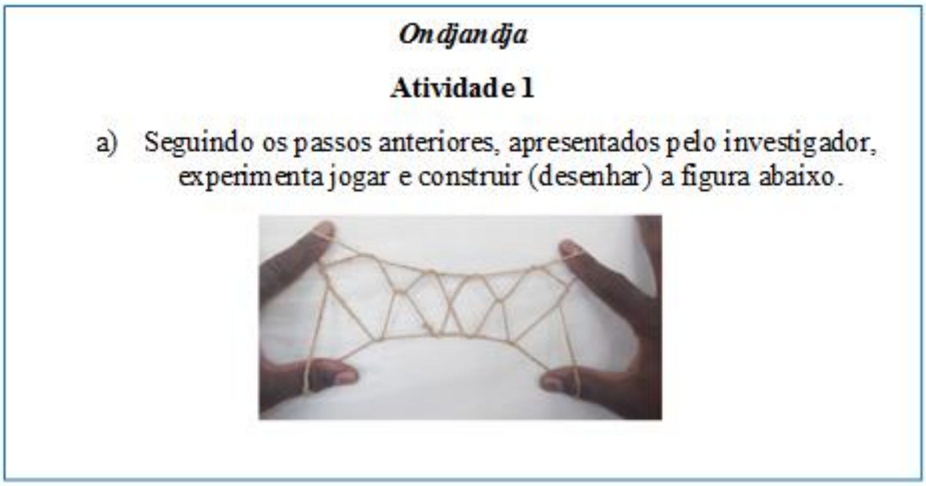
Figura 315 - Excerto

Os participantes não só enquadraram esta tarefa quanto ao nível de escolaridade como no primeiro comentário, mas consideraram como sendo uma atividade muito interessante, o facto de se poder explorar várias temáticas matemáticas que podem ter um impacto positivo no desenvolvimento racional dos alunos como se pode ler no comentário do excerto da figura 315.

Grupo B

Tal como no grupo A, os participantes do grupo B realizou as tarefas com dedicação e entrega ao trabalho. Realizaram as mesmas atividades, embora por insuficiência de tempo não fizessem as tarefas sobre cestos da mulher *Nyaneka-nkhumbi*. Este facto, apesar de tudo, não impediu uma análise geral dos dois grupos (A e B) quanto às suas reações sobre as tarefas apresentadas.

Tarefas sobre o jogo de *ondjandja*



Ondjandja

Atividade 1

a) Seguindo os passos anteriores, apresentados pelo investigador, experimenta jogar e construir (desenhar) a figura abaixo.

Figura 316 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 1

Os participantes começaram por receber as cordas que serviram de material de apoio para esta tarefa. Tal como as tarefas foram apresentadas pelo investigador no grupo A, de igual modo se procedeu com o grupo B. Seguindo os passos apresentados pelo investigador, experimentaram jogar e construíram (desenharam) dois tipos de esquemas de *ondjandja* (figuras 317 e 318).

Esquema 1

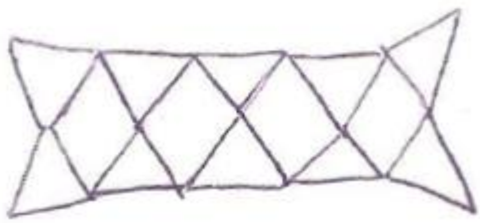


Figura 317 - Esquema de *ondjandja*

Esquema 2

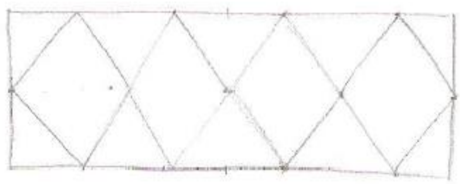


Figura 318 - Esquema de *ondjandja*

b) Sem repetir as figuras geométricas semelhantes, diz quantas podes observar.

Figura 319 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 1

Quanto a esta tarefa o grupo B apresentou 5 tipos de respostas:

Primeiro

b) Triângulos, losangos, trapézios e hexágonos.

Figura 320 - Excerto

Os participantes identificaram quatro tipos de figuras geométricas baseadas no esquema 1, numa estratégia recorrente à visualização de imagens, como se pode ver no excerto da figura 320.

Segundo

Pode observar-se losangos ~~e~~
triângulos, retângulos.

Figura 321 - Excerto

Os participantes tiveram como referência o esquema 1 e observaram três tipos de figuras geométricas como mostra o excerto na figura 321.

Terceiro

b) As figuras geométricas que podemos encontrar são triângulos, trapézios e losangos.

Figura 322 - Excerto

Com base no esquema 1, os participantes observaram três tipos de figuras como se pode ver no excerto da figura 322.

Quarto

b) 2 - TRIÃNGULOS
- LOSANGOS

Figura 323 - Excerto

Com base no esquema 1, os participantes observaram apenas dois tipos de figuras geométricas como se mostra na figura 323.

Quinto

b) Podemos observar 3 figuras: um rétangulo, 4 losangos. 10 triângulos.

Figura 324 - Excerto

Os participantes tiveram como base o esquema 2 (figura 318) e observaram três tipos de figuras geométricas, mas diferentes do tipo referido no terceiro caso anterior como se pode ver no excerto da figura 324.

Alguns detalhes

Apesar dos participantes terem identificado um total de figuras semelhantes considerável no esquema de *ondjandja*, tiveram respostas incompletas. Na visualização do esquema faltou a insistência e a paciência durante a conjetura sobre as figuras geométricas notáveis nos esquemas. Em seguida apresentamos o quadro resumo das respostas desta tarefa.

O quadro 27 é uma caraterização dos esquemas 1 e 2. Teve como base o número de figuras contadas pelos participantes de acordo com o esquema que utilizaram. Foram observados e comparados os esquemas apresentados pelos participantes em relação à imagem dada na figura 316 (*ondjandja*).

Quadro 27 - Síntese dos resultados da tarefa 1 sobre *ondjandja*

Número do esquema	Nº de figuras geométricas contadas pelos participantes	Número de vértices/esquema	Nível de aproximação do esquema à imagem dada
1	4	17	Alto
2	3	17	Baixo

Tarefas sobre contagem gestual

Contagem gestual numérica

Atividade 2

a) Experimenta contar até 12 usando a contagem gestual numérica *Nyaneka-nkhumbi*.

Figura 325 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 2

Todos os participantes conseguiram contar gestualmente, animados e motivados, durante a contagem gestual até 12 com base neste método.

Alguns detalhes

A estratégia foi mista, citavam os nomes das sequências seguidos dos respetivos gestos. Não houve manifestação de qualquer dificuldade em termos de adaptação à contagem gestual.

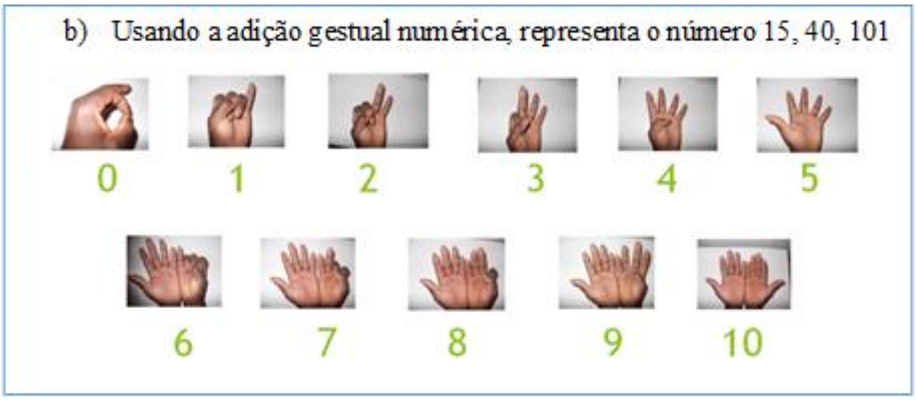


Figura 326 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 2

Nesta tarefa registamos dois tipos de resposta com algumas variantes, como se seguem.

Primeira

b) Para representar o número 15 usando a adição gestual numérica une-se as mãos uma vez (em forma de palma) e depois apenas uma mão com todos os dedos estendidos.
Para o 40 repete-se o procedimento para a representação do número dez, quatro vezes, (ou seja, junta-se as duas mãos em forma de palma e abre-se, repetindo o processo quatro vezes).
Para o número 101, assemelha-se ao procedimento para a representação do número 40, no entanto desta vez repete-se o procedimento 10 vezes e depois representa-se o número 1.

Figura 327 - Excerto

Os participantes optaram por descrever a explicação dos gestos correspondentes a cada número dado (figura 327). Com base na descrição feita para o número 15, duas mãos juntas correspondem a 10 mais uma mão com cinco dedos estendidos. Para o número 40, este é representado gestualmente repetindo quatro vezes as duas mãos juntas. E para o 101 os participantes disseram que se repetem dez vezes as duas mãos juntas mais um gesto de um (figura 327).

Segunda

Os participantes optaram pela resposta ilustrativa através de desenhos de mãos. Nesta opção observamos duas variantes.

Variante 1

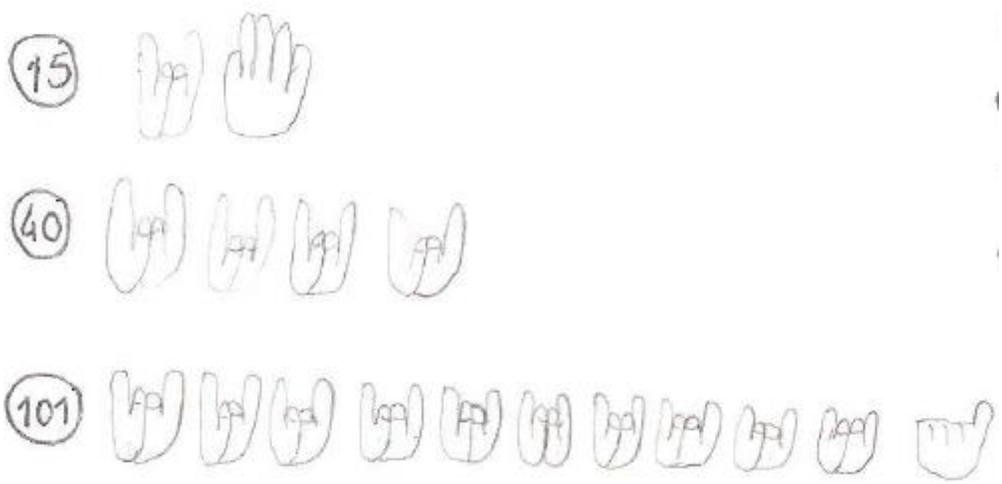


Figura 328 - Representação gestual numérica

Nesta variante foram ilustrados os gestos e indicados os respetivos números dados (figura 328).

Variante 2

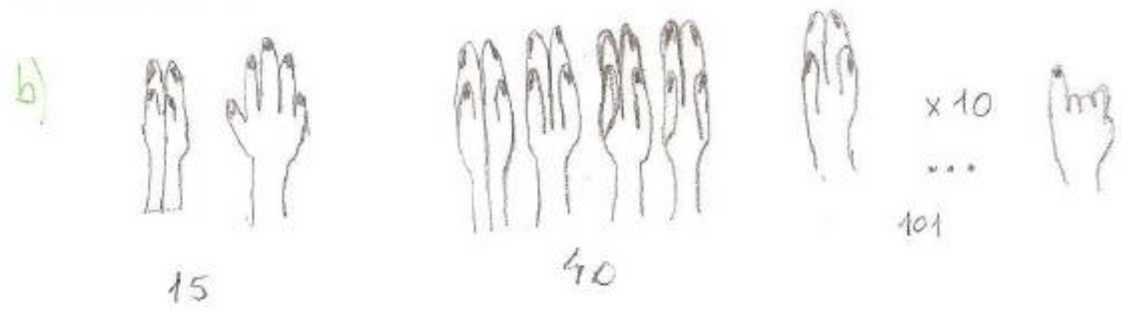


Figura 329 - Representação gestual numérica

Nesta, não só foram ilustrados os gestos e indicados os respetivos números, como também, foi reduzido o volume de imagens na combinação de gestos e de números no sentido de exprimir quantas vezes se devem juntar as duas mãos (figura 329).

Alguns detalhes

Nesta tarefa, os participantes recorreram à estratégia explícita e implícita. Representaram os números por meio de desenhos e descreveram como se podia representar os números dados na tarefa. Esta foi uma das tarefas que despertou interesse nos participantes ao longo desta atividade, não provocou dificuldades destacáveis e consideraram-na como uma forma didática na temática de contagem e conceito de número, como se pode ler no comentário da figura 330.

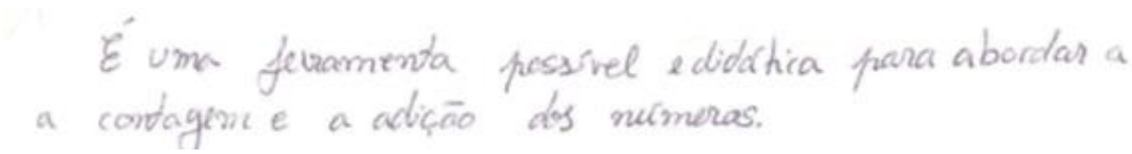

É uma ferramenta possível e didática para abordar a
a contagem e a adição dos números.

Figura 330 - Excerto

Tarefas sobre *owela*

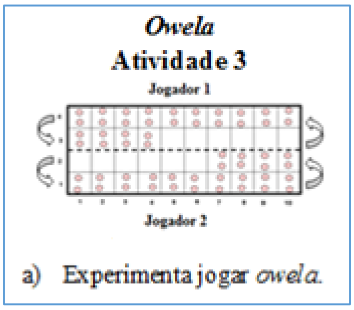


Figura 331 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 3

Todos os participantes experimentaram jogar com base nas regras do jogo (figura 332). Para além das regras do jogo, serviram de recurso de orientação o esquema do quadro de *owela* esquematizado no quadro branco, o fluxograma e a orientação do investigador tal como aconteceu com o grupo A. O recurso ao esquema do quadro de *owela* no quadro branco serviu para orientar a movimentação dos feijões nos quadros em cartolina. Os participantes manifestaram necessidade de mais tempo para ganharem habilidade. Estavam motivados e interessados no jogo como mostra a figura 332.

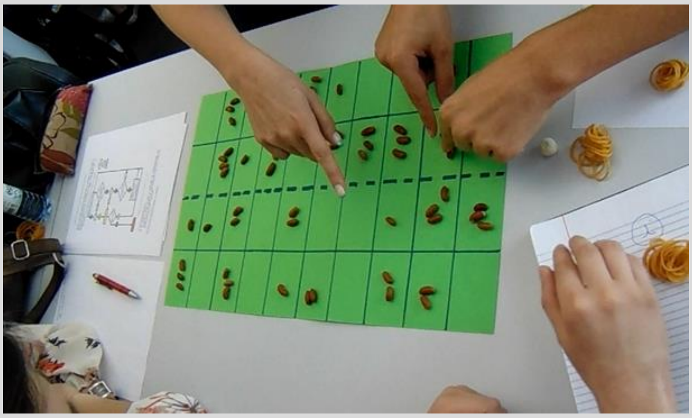


Figura 332 - participantes a jogarem *owela*

b) Se quisesses indicar ao certo a localização das pedrinhas/bolinhas num buraquinho a um dos jogadores de *owela* distante de ti que tenha o quadro de *owela* à frente dele, como o orientarias?

Figura 333 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 3

Nesta tarefa os participantes apresentaram uma estratégia de resolução por ilustração e explicação com três variantes.

Variante 1

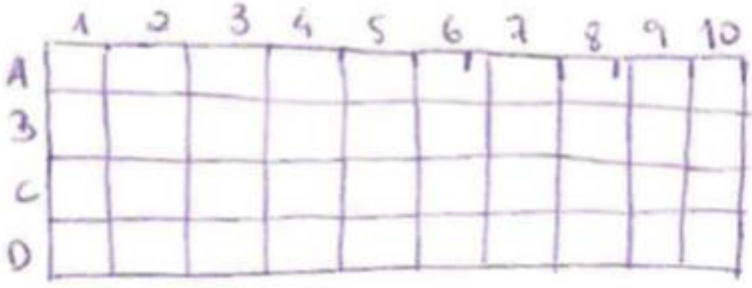


Figura 334 - Quadro ilustrativo de *owela*

Nesta variante os participantes ilustraram um quadro com colunas a que foram atribuídos números e às filas atribuídas letras, tal como se pode observar no desenho da figura 334.
Este desenho seguiu-se de uma explicação tal como se lê no excerto da figura 335.

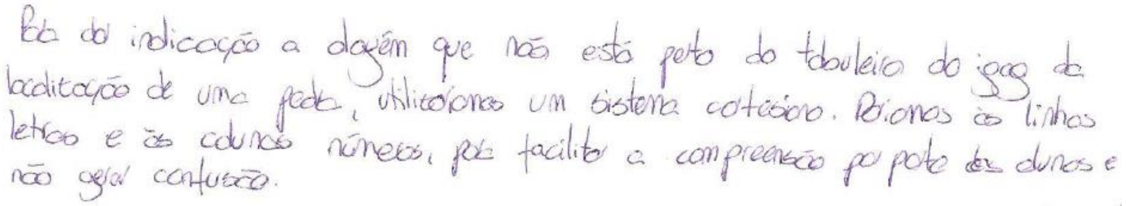

Para dar indicação a alguém que não está perto do tabuleiro do jogo da localização de uma peça, utilizaríamos um sistema cartesiano. Daríamos às linhas letras e às colunas números, para facilitar a compreensão por parte dos alunos e não gerar confusão.

Figura 335 - Excerto

Variante 2

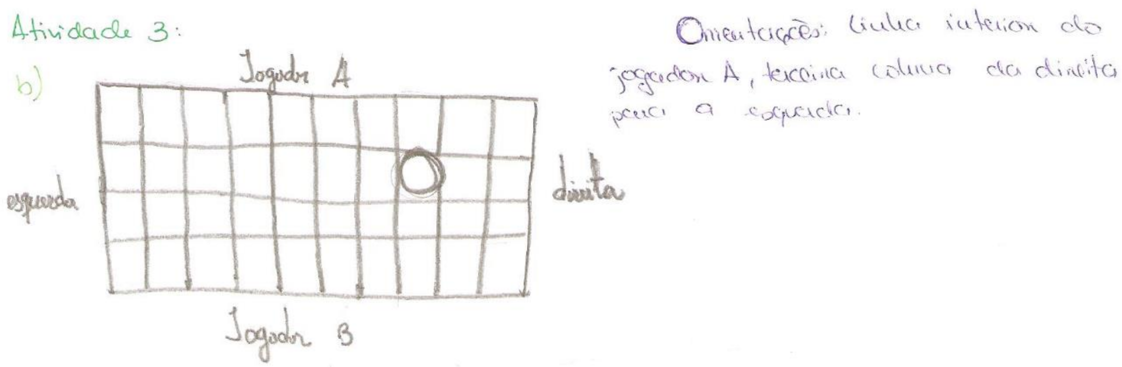


Figura 336 - Quadro ilustrativo de *owela*

Nesta variante os participantes ilustraram um quadro (figura 336) diferente da variante 1 e sinalizaram um buraquinho no quadro. Assim, a orientação dirigida a alguém distante, mas que tivesse um quadro em frente dele, seria feita através da indicação de linhas e colunas com recurso à via de orientação espacial.

Variante 3

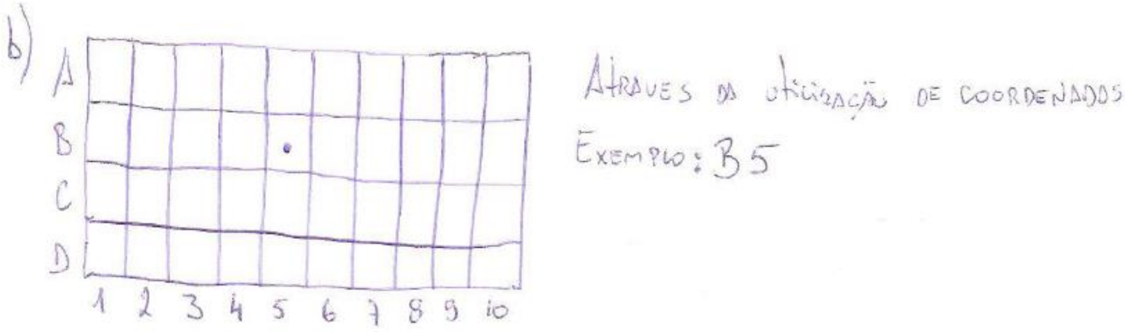


Figura 337 - Quadro ilustrativo de *owela*

Nesta variante nota-se a estratégia de resolução por ilustração de um quadro com colunas enumeradas e linhas etiquetadas com letras como na variante 1. Nesta, os participantes recorreram a uma explicação com recurso a coordenadas e exemplificaram com um par ordenado (B;5), como se pode observar no excerto da figura 337.

Alguns detalhes

As tarefas sobre *owela* apresentaram dificuldades sobretudo na adaptação às regras do jogo. Apesar desta complexidade sentida pelos participantes, estes consideraram que foi uma atividade que permite desenvolver a formulação de estratégias, raciocínio lógico e precisão no ato da localização. São de opinião que essas tarefas podem ser trabalhadas e adaptadas quer em termos de enquadramento em relação ao nível de escolaridade quer ao contexto sociocultural tal como se pode ver no excerto da figura 338.

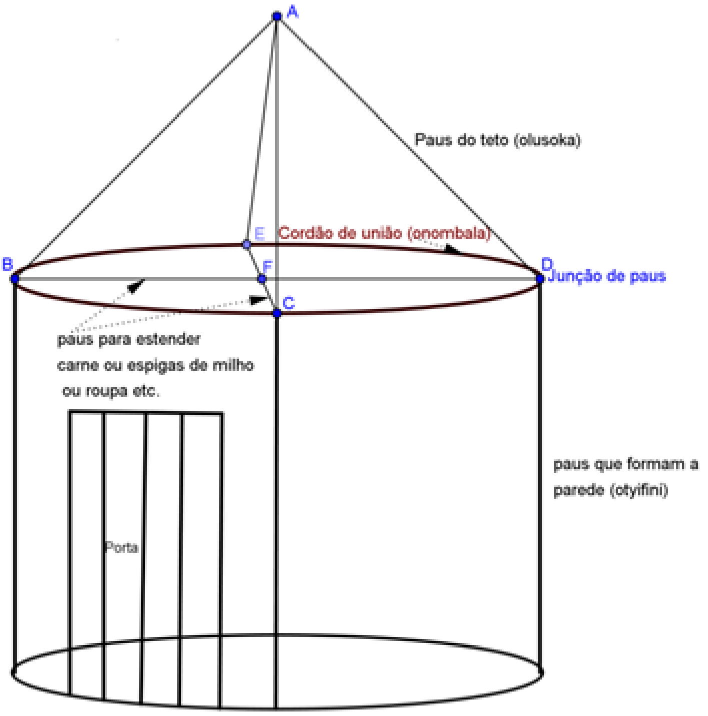
" Uwela ajuda a desenvolver o raciocínio e a estratégia e
por isso pode ser adaptado ao ensino básico português,
no entanto, pode sofrer algumas alterações segundo o
grupo de crianças (por exemplo, nº de linhas).

Figura 338 - Excerto

Tarefas sobre casas de pau-a-pique

Casas de Pau-a-pique
Atividade 4

O professor e os alunos podem observar uma maqueta ou a figura abaixo que representa a casa tradicional dos *Nyaneka-nkhumbi* em construção.



a) Indica as linhas que ligam:
As junções A e B.
As junções E e F
As junções B e D

Figura 339 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 4

Nesta tarefa registamos quatro tipos de respostas.

Resposta 1

a) As junções A e B: A - D - E - B
A - E - B
A - C - B
A - B

As junções E e F: E - F
E - D - F
E - A - C - F
E - B - F

As junções B e D: B - D
B - A - D
B - E - D
B - C - D

Figura 340 - Excerto

Nesta resposta os participantes indicaram algumas linhas que ligam as junções (figura 340).

Resposta 2

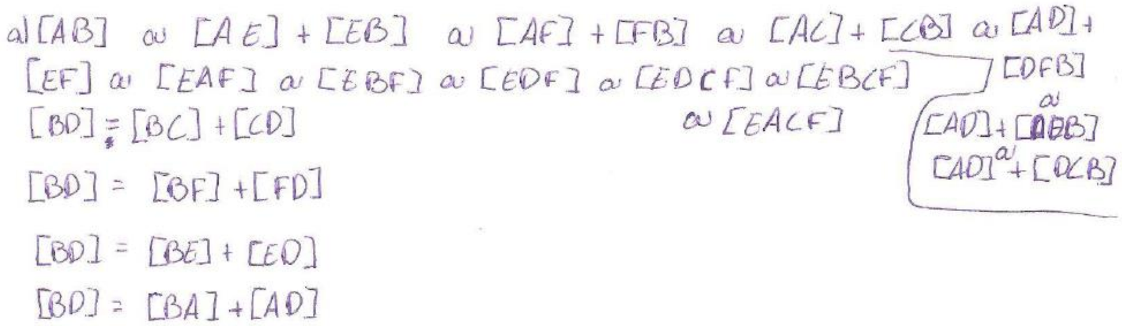


Figura 341 - Excerto

Nesta resposta, para além dos participantes apresentarem algumas linhas que ligam as junções como na resposta 1 desta tarefa, apresentaram também a notação de segmento de reta diferente da resposta 1, como se mostra no excerto da figura 341. Não distinguem segmentos de reta de arcos de circunferência.

Resposta 3

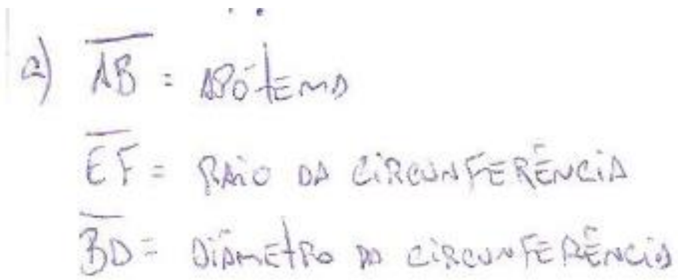


Figura 342 - Excerto

Nesta resposta os participantes caraterizaram as linhas que ligam as junções através do seu comprimento, em vez de as indicar, como se pode ver no excerto da figura 342.

Resposta 4

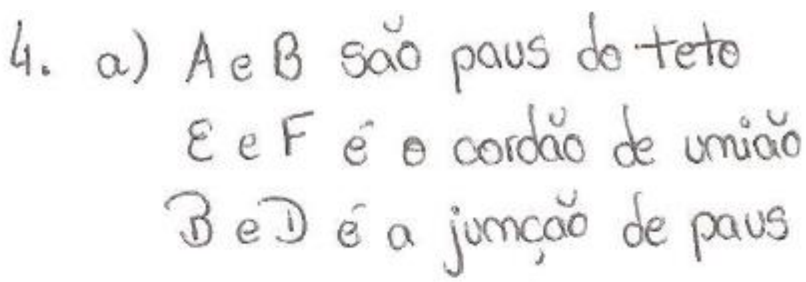


Figura 343 - Excerto

Nesta resposta (figura 343) como na 3, os participantes caraterizaram as linhas que ligam as junções apresentadas na tarefa em vez de as indicar como é solicitado. Os participantes tiveram dificuldades na interpretação do enunciado desta tarefa.

b) Diz se as linhas são do mesmo tipo ou não? Porquê?

Figura 344 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 4

Todos os participantes acertaram como se pode ler no excerto da figura 345. A resolução baseou-se na estratégia explícita com recurso à visualização da imagem.

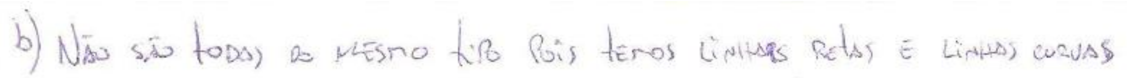

b) Não são todos os mesmo tipo Pois temos linhas Retas E linhas curvas

Figura 345 - Excerto

c) Determina o caminho mais curto e o mais longo de B a D sabendo que $\overline{BE} = \overline{ED}$; $\overline{BF} = \overline{FD}$ e $\overline{BE}$ maior que $\overline{BF}$. Porquê?

Figura 346 - Enunciado da 3.ª parte da tarefa 4

Foram registadas quatro respostas para esta tarefa.

Resposta 1

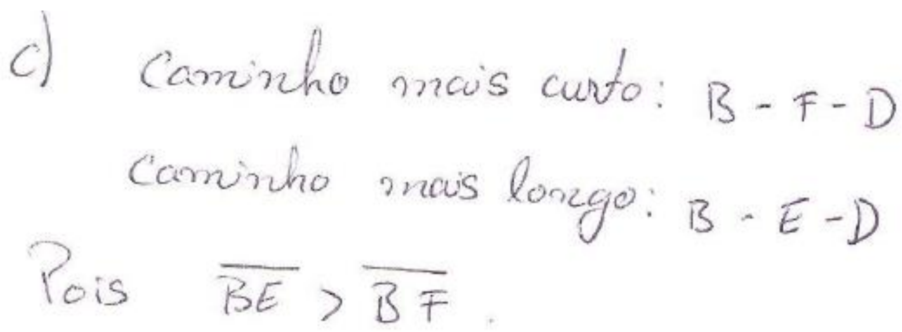

c) Caminho mais curto: B - F - D
Caminho mais longo: B - E - D
Pois $\overline{BE} > \overline{BF}$.

Figura 347 - Excerto

Nesta resposta os participantes indicaram os caminhos como se pode ver no excerto da figura 347. Apesar de existirem outros caminhos longos, esta resposta baseou-se corretamente nos dados fornecidos na tarefa e a estratégia usada por este grupo nesta questão é de tipo raciocínio lógico.

Resposta 2

c) Caminho mais curto = [BFD], porque $\overline{BE} > BF$ e $\overline{BA} > BF$
caminho mais longo = [BAD], porque $\overline{BA} = \overline{BD}$ e $\overline{BA} > \overline{BF}$ e $\overline{BA} > BE$

Figura 348 - Excerto

Os participantes indicaram os caminhos solicitados, mas fora dos dados do enunciado como se pode ver no excerto da figura 348.

Resposta 3

c) ~~BAD~~. B $\rightarrow$ F $\rightarrow$ D

Figura 349 - Excerto

O grupo indicou um caminho (figura 349), mas não especificou se é resposta para o caminho mais curto ou para o caminho mais longo.

Resposta 4

c) O CAMINHO MAIS CURTO É SEMPRE UMA LINHA RETA LOGO É O SEGMENTO DE RETA $\overline{BD}$.
O CAMINHO MAIS LONGO É AQUELE QUE PASSA PELOS PONTOS B, E e D.

Figura 350 - Excerto

Nesta resposta (figura 350), os participantes indicaram os caminhos solicitados e acharam que uma linha reta é sempre um caminho mais curto ($\overline{BD}$). Com esta resposta é provável que os participantes pretendiam dizer que o caminho mais curto é a soma de segmentos $\overline{BF}$ e $\overline{BD}$. Do ponto B para o D, existem vários caminhos compostos de retas que não são caminhos mais curtos. Por outro lado a linha reta nem sempre é um caminho mais curto. Apesar disso, indicaram o caminho mais longo sem explicação.

d) Compara o número de linhas que vai à junção D e o número de linhas que vai à A?

Figura 351 - Enunciado da 4.ª parte da tarefa 4

Nesta tarefa foram registadas 4 respostas. Optaram pela estratégia explícita com recurso à visualização de linhas que incidiam nas junções.

Resposta 1

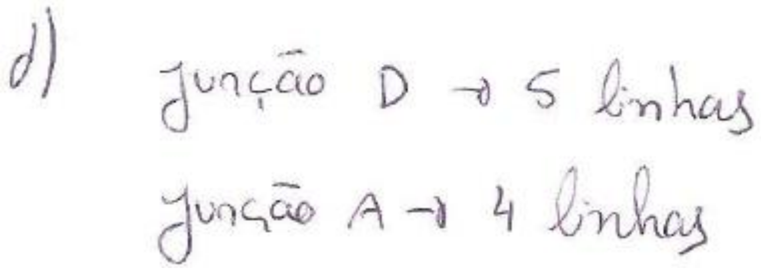

d)
junção D → 5 linhas
junção A → 4 linhas

Figura 352 - Excerto

O grupo indicou corretamente o número de linhas de cada junção indicada, mas não comparou como se pode ver no excerto da figura 352.

Resposta 2

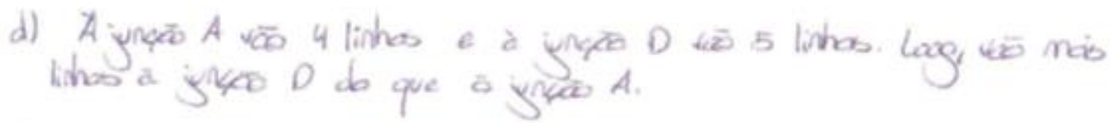

d) À junção A vão 4 linhas e à junção D vão 5 linhas. Logo vão mais linhas à junção D do que à junção A.

Figura 353 - Excerto

Nesta resposta os participantes identificaram e compararam o número de linhas que incidiam em cada junção corretamente como se mostra no excerto da figura 353.

Resposta 3

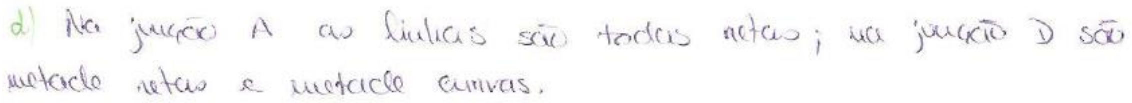

d) Na junção A as linhas são todas retas; na junção D são metade retas e metade curvas.

Figura 354 - Excerto

Os participantes caraterizaram as linhas que ligam as junções sem ser necessário, não identificaram nem compararam o número de linhas incidentes nas junções solicitadas como se pode ver no excerto da figura 354.

Resposta 4

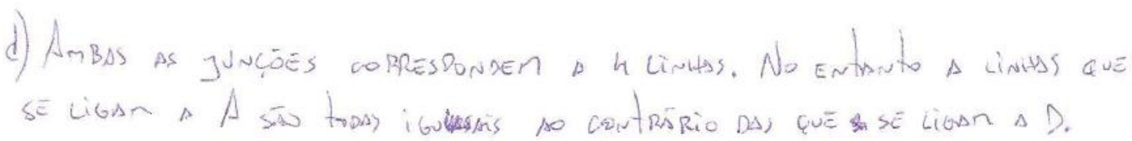

d) Ambas as junções correspondem a 4 linhas. No entanto a linhas que se ligam a A são todas iguais ao contrário das que se ligam a D.

Figura 355 - Excerto

Nesta resposta nota-se que os participantes caraterizaram o número de linhas que incidiram em cada uma das junções dadas em vez de compararem o mesmo número de linhas, como se pode ver no excerto da figura 355.

A dificuldade que os participantes encontraram nesta tarefa supõe-se que tem a ver com uma certa confusão gerada entre comparar e caraterizar as linhas que incidiam nas junções D e A. Por outro lado, as junções etiquetadas e não etiquetadas teriam confundido os participantes na tomada de decisão.

e) Imagina um rato doméstico a percorrer as linhas que vão de B até D, chegará o rato a D sem passar em nenhuma junção? Porquê?

Figura 356 - Enunciado da 5.ª parte da tarefa 4

Observando os resultados apresentados identificamos dois tipos de respostas.

Resposta 1

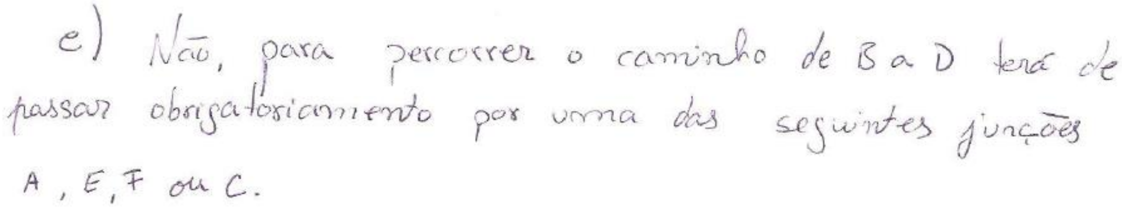

e) Não, para percorrer o caminho de B a D terá de passar obrigatoriamento por uma das seguintes junções A, E, F ou C.

Figura 357 - Excerto

Os participantes negaram que o rato ao fazer o percurso de B a D não o faria sem passar nas junções A, E, F ou C como se pode ver no excerto da figura 357. Se observarmos a figura 339 (maqueta da casa), e tendo em conta o conceito de junção, o rato não teria as únicas junções (etiquetadas) constantes nesta resposta. O rato podia partir de B ou de D e teria passado por baixo descendo e subindo outra vez até à junção indicada.

Resposta 2

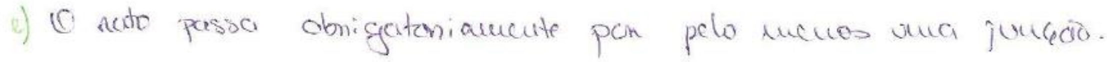

e) O rato passa obrigatoriamente por pelo menos uma junção.

Figura 358 - Excerto

Nesta resposta os participantes não concordaram que o rato ao fazer o percurso de B a D, não o faria sem passar pelo menos numa junção, bem dito, como se mostra no excerto da figura 358.
As dificuldades foram registadas presumivelmente no facto de existirem junções não etiquetadas, o que teria provocado uma certa desatenção nos participantes, achando provavelmente que deveriam considerar apenas junções etiquetadas.
As respostas dadas pelos participantes deste grupo sobre as tarefas de pau-a-pique tiveram um nível de concretização considerável. Apesar disso tiveram dificuldades nas alíneas a) e c). Por

exemplo, na determinação do caminho mais longo de B a D, o grupo ficou atraído por outros caminhos que na verdade, fora das condições dadas no enunciado, são considerados mais longos. Usaram a estratégia explícita e raciocínio lógico com recurso à visualização de itinerários e junções.

Atividade 5

Partindo do facto de se tirar sobre o pau grupos de 2 a 4 de espigas (a ideia consiste em tirar do pau-travessa grupos de 2, 3 e 4 grupos de espigas) de cada vez.

a) De quantas maneiras diferentes pode tirar-se 8 espigas?

Figura 359 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 5

Nesta tarefa registamos dois tipos de respostas.

Resposta 1

a) 2+2+2+2
3+3+2
4+4
4+2+2

4 formas diferentes

Figura 360 - Excerto

Os participantes apresentaram algumas maneiras diferentes de se tirar 8 espigas do pau-travessa, a estratégia de agrupar as espigas associaram à adição, como se pode ver no excerto da figura 360.

Resposta 2

a) 2+2+2+2

2+2+4

2+3+3

4+4

4+2+2

2+4+2

3+2+3

3+3+2

Pode tira-se 8 espigas de 8 maneiras diferentes

Figura 361 - Excerto

Nesta resposta os participantes apresentaram as maneiras diferentes associadas a adição, como se pode ver no excerto da figura 361. Os passos dados foram apresentados de forma implícita, porém os resultados apresentados são favoráveis.

b) Em vez de 8, se forem 4, 5 ou 6 espigas, de quantas maneiras diferentes podem ser tiradas do pau? Explica os resultados passo por passo

Figura 362 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 5

Os participantes apresentaram dois tipos de respostas.

Resposta 1

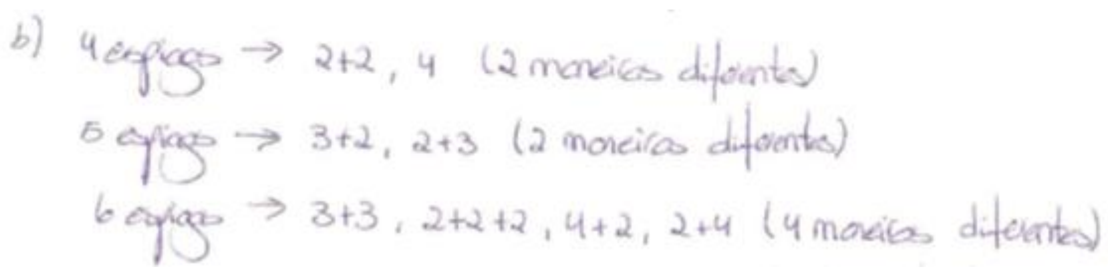


Figura 363 - Excerto

Nesta resposta, os participantes apresentaram os agrupamentos para retirar o número de espigas apresentadas no enunciado (figura 363), o que lhes permitiu contarem as maneiras diferentes de forma clara.

Resposta 2

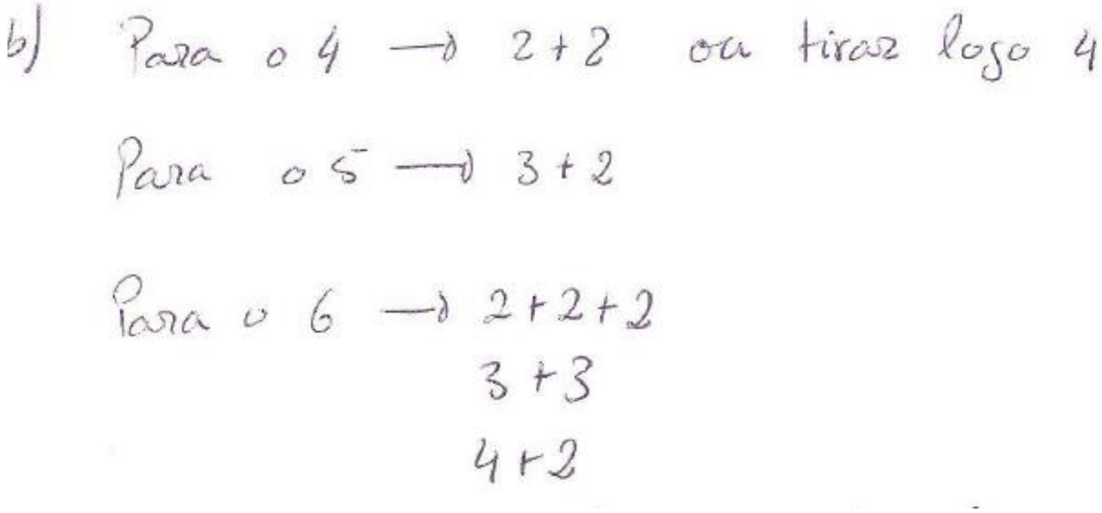


Figura 364 - Excerto

Nesta resposta (figura 364), os participantes apresentaram resoluções parciais corretas para o 4, enquanto que para o 5 e o 6, apesar das resoluções parciais estarem corretas, faltaram outras. Subtenderam a resposta a quantas maneiras diferentes foram retiradas as espigas do pau-travessa para cada caso.

Alguns detalhes

Para esta tarefa de casas de pau-a-pique, tal como no grupo A, os participantes aplicaram a estratégia explícita apoiada na visualização de linhas que incidiram em cada junção. Apesar de se notarem respostas incompletas para alguns casos, as dificuldades não foram realçadas. Pelo contrário, os participantes acharam que é uma tarefa carregada de vários tópicos matemáticos com possibilidade de trabalhar conceitos como o de cálculo combinatório elementar. Os participantes consideraram que é uma tarefa integrável no contexto português de modo que não só pode fluir no saber das crianças portuguesas como pode enriquecê-las no contexto cultural, como se pode ver no comentário do excerto da figura 365.

Esta atividade permite trabalhar o cálculo combinatório de forma elementar. Seria talvez mais fácil para crianças portuguesas do 1º ciclo relacionar as combinações a dados mais próximos da sua realidade e, portanto, mais fácil de imaginar e visualizar. Contudo, com uma aproximação prévia à cultura onde esta atividade se insere e visualização desta situação real pensamos que as crianças portuguesas conseguiriam sem dificuldade compreender e concretizar a atividade, enriquecendo-se também culturalment

Figura 365 - Excerto

Nesta tarefa os participantes não só acharam que é uma tarefa que permite trabalhar vários tópicos matemáticos como também, que seria adequada para os alunos do 1.º ciclo do ensino básico (figura 366).

Esta atividade permite, numa primeira fase, trabalhar a medida, a área e volume e sólidos e figuras geométricas. Esta seria adequada ao 1º ciclo.

Figura 366 - Excerto

Tarefas sobre enfeites de missangas da mulher *Nyaneka-nkhumbi*

Atividade 6

A figura A é um enfeite das Mulheres do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* que o usam em torno do seu cabelo para torná-las mais belas; e a figura B é um esquema da construção do ornamento usado por mulheres do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*.

Figura A

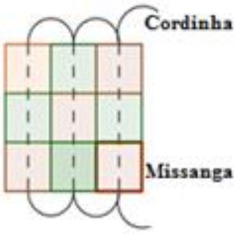


Figura B

Queremos reproduzir esse padrão. Vamos concentrar-nos no retângulo grande e esquecer as pequenas linhas utilizadas para unir as extremidades. Portanto, na figura A temos uma linha vertical azul, em seguida, uma linha vermelha, novamente uma azul e assim por diante. Supõe que queremos reproduzir o padrão usando lápis de cor e papel quadriculado.

a) Imagina um jogo em que alguém tem de reproduzir esse padrão, sem o ver e seguindo as tuas instruções/descrição. Que dirias?

Figura 367 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 6

Os participantes deste grupo apresentaram 3 tipos de resposta.

Resposta 1

a) Definindo uma faixa de altura igual a 10 quadrículas, começaria por pintar uma coluna em azul, depois uma vermelha e de seguida outra em azul.

Depois pintaria na coluna 1 uma quadrícula verde e as restantes vermelhas, na coluna 2 duas quadrículas verdes e as restantes vermelhas e assim sucessivamente até chegar à coluna nº 10 em que seriam 9 quadrículas verdes e uma vermelha.

Depois voltava-se à coluna 1 do "quadrado" seguinte em que seriam 7 amarelas, depois uma vermelha, uma amarela e uma azul, repetindo o processo do quadrado anterior, ou seja, na coluna 10 seria uma amarela, uma vermelha, outra amarela e 7 quadrículas azuis.

Depois pintaria uma coluna inteira amarela, outra vermelha e outra amarela.

De seguida repetiria o processo dos "quadrados" anteriores, ou seja, na coluna 1 pintaria uma quadrícula azul, uma amarela e as restantes vermelha e na coluna 10 seriam 8 quadrículas azuis, uma amarela e outra vermelha.

Figura 368 - Excerto

Os participantes optaram pela estratégia explícita com recurso a limitação de colunas combinadas com as cores do padrão e figuras geométricas como está descrito com detalhes no excerto da figura 368.

Resposta 2

a) Diríamos que devia começar com uma linha vertical com missangas vermelhas, a cada linha vertical seguinte retira-se uma missanga vermelha e acrescenta-se uma missanga verde e assim sucessivamente.

Figura 369 - Excerto

Nesta resposta nota-se que os participantes apresentaram uma explicação e fizeram um desenho para ilustrar a orientação baseada em colunas combinadas com as respetivas cores do padrão como se pode ver no excerto da figura 369.

Resposta 3

c) Através de uma adaptação do jogo "Batalha naval" usando coordenadas que identificam cada quadrícula e à qual deve ser atribuída uma cor.

Figura 370 - Excerto

Na resposta dada pelos participantes nota-se uma orientação que pode ser feita com base na estrutura do jogo chamado "batalha naval", com recurso a coordenadas e cores que correspondem ao ornamento (figura 370).

Alguns detalhes

Esta tarefa não criou dificuldades aos participantes. Acharam que é uma tarefa importante para trabalhar em vários tópicos matemáticos deste nível de escolaridade para o objetivo a que se propõe este estudo. Como se pode ver no comentário da figura 371.

Esta atividade é importante para trabalhar padrões, simetrias, sequências, regras, motricidade fina.

Figura 371 - Excerto

Atividade 7

A *Nyaneka-nkhumbi* constrói estes ornamentos que ligam as missangas em cordas feitas de plantas como é mostrado na figura B anterior.

a) Imagina que estás a falar com uma criança, a qual pretendes que reconstrua o mesmo padrão com o método *Nyaneka-nkhumbi*. Achas que a descrição que fizeste seria adequada para esta situação? Ou talvez deva ser melhorada? De novo supõe que estavas a indicar apenas oralmente e sem a criança ver o esquema, como lhe dirias para ela colocar as missangas na corda?

Figura 372 - Enunciado da 1.ª parte da tarefa 7

As respostas desta tarefa não foram as mesmas, foram registadas duas opiniões.

Opinião 1

Atividade 7.
a) A descrição deveria ser melhorada. A descrição deveria ser adequada ao processo da colocação das missangas nas cordas.

Figura 373 - Excerto

Nesta opinião os participantes acharam que a orientação dada anteriormente na atividade 6, deveria ser melhorada, pois, adequa-se a quem vai colocar missangas na corda, como se mostra no excerto da figura 373.

Opinião 2

a) Pensamos que a descrição que fizemos é adequada e funcionaria também sem a criança ver um esquema.

Figura 374 - Excerto

Os outros participantes consideraram que a indicação dada anteriormente na atividade 6 é adequada para outras modalidades de orientação, como se mostra no excerto da figura 374.

b) Ron Eglash inventou maneiras de fazer padrões usando o que é chamado de *applet*. Acede a http://csdt.rpi.edu/na/loom/blstarter/beadloomstarter.swf e experimenta a aplicação para construíres alguns padrões.

Figura 375 - Enunciado da 2.ª parte da tarefa 7

Nesta tarefa os participantes experimentaram a aplicação do *applet* de Ron Eglash disponível no *link* fornecido para construírem alguns padrões. Acederam ao *link* sem problemas, estiveram envolvidos na criação de diversos padrões como se pode ver na figura 376.

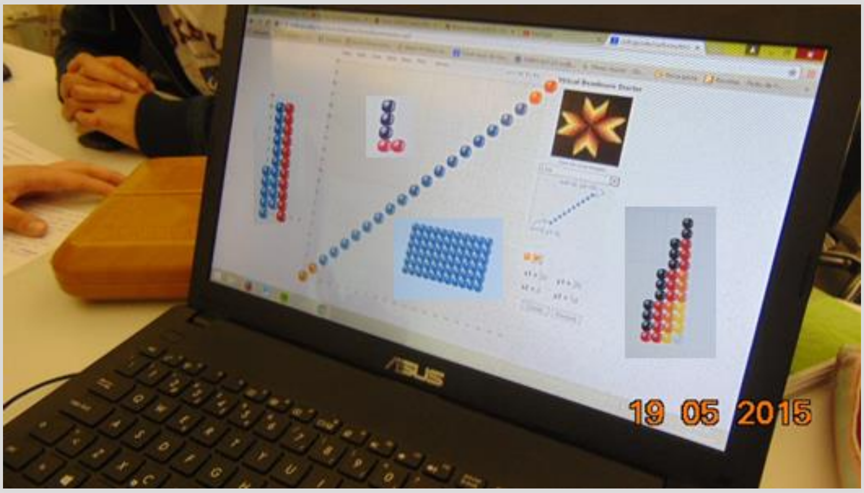


Figura 376 - Padrões criados pelos participantes do grupo B

O grupo adotou a estratégia interativa de natureza ilustrativa e apoiaram-se nas colunas num sistema sincronizado com as coordenadas cartesianas.

c) Imagina que estás a descrever o padrão do ornamento para alguém que vai usar o *applet* de Eglash para construi-lo. Como o descreverias?

Figura 377 - Enunciado da 3.ª parte da tarefa 7

Nesta tarefa os participantes apresentaram dois tipos de resposta.

Primeira

7.ª)C suficiente. Uma vez que, lhes indicaríamos até coluna e a cor da missanga.

Figura 378 - Excerto

Os participantes, nesta resposta, consideraram que a indicação feita na atividade 6 seria suficiente, na medida que indicariam a coluna e a cor estampada no respetivo padrão do ornamento, como se pode ver no excerto da figura 378.

Segunda

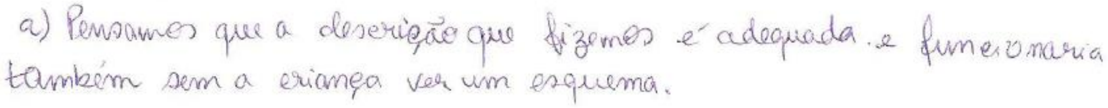

a) Pensamos que a descrição que fizemos é adequada. e funcionaria também sem a criança ver um esquema.

Figura 379 - Excerto

Nesta resposta tal como na primeira, os participantes acharam que a descrição feita por eles na atividade 6 pode servir para esta tarefa, como pode ser adequada até para orientar crianças (figura 379).

Alguns detalhes

Esta tarefa consistia em indicar a alguém que não vê no padrão instruções para o reproduzir, quer pela via de pintar usando o lápis de cor e o papel quadriculado, quer pela via de colocação das missangas na corda ou pela via do applet de Ron Eglash. Nota-se que a partida e a chegada são iguais. As três vias de reproduzir o padrão partem de um enfeite e tentam reproduzir o mesmo que é à chegada. Nesta mesma vertente tem-se como objetivo ter as mesmas figuras e cores do padrão inicial. Noutra, notam-se as diferenças nos procedimentos, enquanto um é orientado para pintar num papel quadriculado onde há facilidade de usar linhas e colunas ou coordenadas, o outro é orientado na colocação de missangas sem necessidade de coordenadas.

Quadro 28 - Síntese das formas de orientação na reprodução de padrões de enfeites de missangas

	Formas de orientação		
Recursos essenciais na reprodução	Papel quadriculado e lápis de cor	Colocação de missangas na corda	Applet de Ron Eglash
Colunas e linhas	Sim	Sim	Sim
Figuras	Sim	Sim	Sim
Orientação espacial	Não	Sim	Não
Coordenadas	Sim	Não	Sim
Cores	Sim	Sim	Sim
Tempo	+/-	+	-

Com este quadro pretendemos mostrar as diferentes formas de orientação dada na reprodução de enfeites de missangas efetuadas pelos participantes com base nas necessidades de recursos essenciais no ato de reprodução dos mesmos padrões. Quadro este que pode ajudar na escolha da forma de orientação desejada tendo em conta itens que consideramos importantes, como por exemplo, o dispêndio de tempo na hora da orientação.

8.2 - Análise comparativa sobre os resultados dos grupos A e B

Pretendemos com esta secção fazer uma análise comparativa dos resultados apresentados pelos grupos A e B. A análise comparativa que efetuamos não abrange todas as tarefas apresentadas. Esta análise focaliza-se essencialmente em três aspetos principais, a saber: primeiro a estratégia de resolução da tarefa, segundo o nível de concretização das respostas e terceiro a dificuldade tida ao longo da resolução das tarefas tal como já nos referimos na introdução deste texto. Neste aspeto, consideramos os comentários feitos pelos participantes.

Tarefa sobre *ondjandja*

Nesta tarefa, os grupos (A e B) experimentaram jogar tendo alcançado maioritariamente o penúltimo passo do jogo. Um elemento do grupo A foi persistente e conseguiu atingir o último passo do jogo. Houve coincidência de respostas exceto o número de esquema deste jogo, enquanto o A apresentou 3, o B apresentou 2, semelhantes aos do A. Quanto ao número de figuras geométricas semelhantes sem repetir as mesmas na contagem, o grupo B identificou 4 tipos de figuras e o A, 3. Os grupos teriam feito mais quanto a isso, se não se fixassem somente nas figuras geométricas semelhantes regulares. As dificuldades sentidas foram comuns para os grupos, a adaptação da corda aos dedos, a manipulação da corda e seguimento dos passos do jogo. O tempo foi outro fator que não permitiu fazer mais do que aquilo que se fez. Alcançaram o pretendido.

Tarefas sobre a contagem gestual numérica

Estas tarefas foram das que mais cativaram os participantes, atraíram maior interação, maior concretização e com menor grau de dificuldade apresentado. Os grupos (A e B) contaram com gestos os números indicados eficientemente, demonstraram nas fichas das atividades os gestos associados à adição e à multiplicação. Para alguns poucos casos não foram explícitos na apresentação das imagens associadas à adição e à multiplicação que ilustravam os números dados. Por exemplo, não explicitaram nem com os símbolos nem com a escrita, para dizerem o que se fez com este gesto. Mas pode-se entender implicitamente a relação desenho e número, por exemplo, como se ilustra na figura 380.

Figura 380 - Excerto

Por outro lado, foi notória a existência de gestos praticados informalmente pelos participantes que diferem ligeiramente dos gestos apresentados na sessão sobre esta tarefa, tal como um deles afirmou durante uma das sessões “nós cá mostramos o contrário desta representação numérica apresentada.” Durante as atividades nesta tarefa, a professora da turma acrescentou dizendo “mesmo os nossos meninos pequeninos, quando lhes perguntamos quantos anos têm, uns dizem ter três, outros terem quatro, mostrando os deditos”.

Tarefas sobre o *owela*

Nestas tarefas, inicialmente todos jogaram segundo as regras do jogo. Estavam organizados em grupos de 3 a 4 elementos à volta de uma quadrícula de *owela* de 4 x 10 feita com uma cartolina. Apoiaram-se na orientação do investigador através do desenho da quadrícula feito no quadro branco, para além do fluxograma constante na ficha de atividades. Via-se ânimo e vontade de jogarem em ambos os grupos. Tal como o *ondjandja*, o *owela* despertou interesse por parte dos participantes quer de um, quer de outro grupo. As estratégias usadas pelos grupos não se diferenciaram muito. Usaram a esquematização e a codificação das colunas e linhas com números ou letras do esquema da quadrícula, a combinação desenho-explicação apoiada em colunas e linhas ou em coordenadas. Excluindo as dificuldades notadas na adaptação às regras do jogo, as tarefas sobre *owela* não ofereceram dificuldades destacáveis. As tarefas foram consideradas significativas para o objetivo deste estudo. No entanto alguns, poucos, elementos do grupo não fizeram um enquadramento desta tarefa quanto à adequação em relação ao nível de escolaridade, mantendo-se na neutralidade como se pode ver no excerto da figura 381.

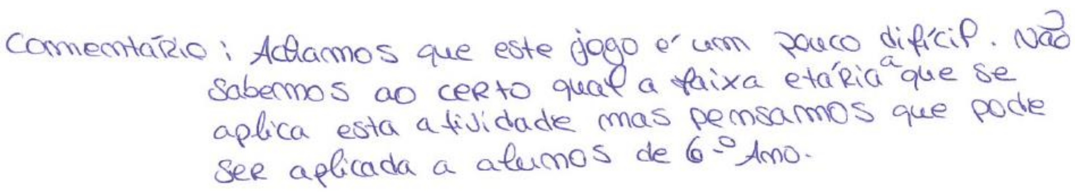

Comentário: Achamos que este jogo é um pouco difícil. Não sabemos ao certo qual a faixa etária que se aplica esta atividade mas pensamos que pode ser aplicada a alunos de 6.º Ano.

Figura 381 - Excerto

Tarefas sobre casas de pau-a-pique

A primeira parte destas tarefas tem a ver com itinerários, conceitos sobre linhas, tipos de linhas, caminhos e junções. Os grupos responderam satisfatoriamente às tarefas, embora numa ou noutra não tenham conseguido atingir os resultados esperados. Por exemplo, na comparação de número de linhas que incidiam nas junções, o grupo A teve uma resposta em que indicou exatamente o número de cada junção, mas não comparou, questão essa que constava no enunciado. Do mesmo modo aconteceu com o grupo B.

Na segunda parte destas tarefas fundamentadas no raciocínio e cálculos, os grupos reagiram maioritariamente bem às tarefas, exceto em algumas poucas respostas. Por exemplo, o grupo B na primeira parte da tarefa 5 registou 4 das 8 maneiras diferentes como se podem tirar 8 espigas de um pau-travessa em grupos de 2 a 4. Enquanto o grupo A registou 6 das 8 respostas possíveis.

Tarefas sobre enfeites de missangas

O tema sobre enfeites de missangas abarcou muitas tarefas comparativamente com os temas das outras tarefas. Analisando as partes que compõem este tema, na primeira parte, pretendia-se explorar as estratégias usadas na orientação de alguém que não esteja a ver o enfeite usando papel quadriculado e lápis de cor ou construindo o próprio enfeite colocando as missangas na corda ou usando o *applet* de Ron Eglash. Nas três modalidades, constatamos que na resolução desta tarefa ambos os grupos (A e B) usaram essencialmente a estratégia explícita, visualizando as imagens com recurso a colunas, linhas e coordenadas combinadas com as respetivas cores que formavam as figuras do enfeite. A segunda parte deste tema e o seguinte foram trabalhados sem o grupo B. Os participantes do grupo A calcularam o perímetro, áreas de figuras totais e parciais, trabalharam a simetria de figuras, apesar de terem atingido positivamente as respostas esperadas, tiveram algumas dificuldades de menor calibre.

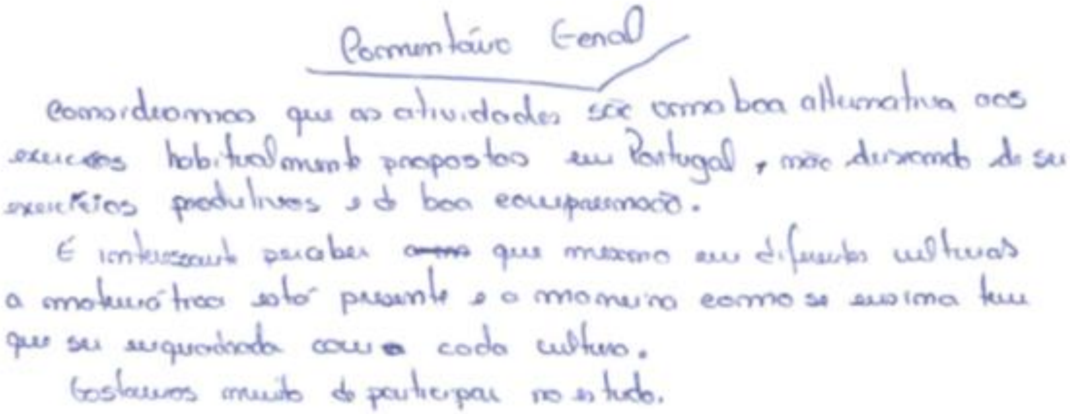
Tarefas sobre cestos

Embora o grupo B não tenha resolvido estas tarefas deixamos aqui uma síntese das reações do grupo A. Para este tema os participantes do grupo A resolveram todas as tarefas com algumas dificuldades na identificação das figuras semelhantes com possibilidade de se sobreporem, assim como na identificação do total de cada tipo de figura do esquema do cesto. Apontaram algumas figuras, mas não passaram de 6 figuras de cada tipo. A maior atenção foi centrada nas figuras geométricas regulares. Na última parte desta temática apresentaram uma diversidade de estratégias trabalhando as áreas, perímetros, números pares e ímpares, sequências, regularidades, trabalharam na adição, multiplicação, divisão dos números, duplicação baseada nas imagens semelhantes, quadrado dos números etc. As respostas dadas foram satisfatórias em relação ao esperado.

Comentários gerais dos participantes

Ao longo das atividades os participantes dos dois grupos (A e B) resolveram as tarefas satisfatoriamente, emitiram comentários sobre as atividades que a seguir apresentamos.

Comentário 1


Comentário Geral

Consideramos que as atividades são uma boa alternativa aos exercícios habitualmente propostos em Portugal, não deixando de ser exercícios produtivos e de boa compreensão.

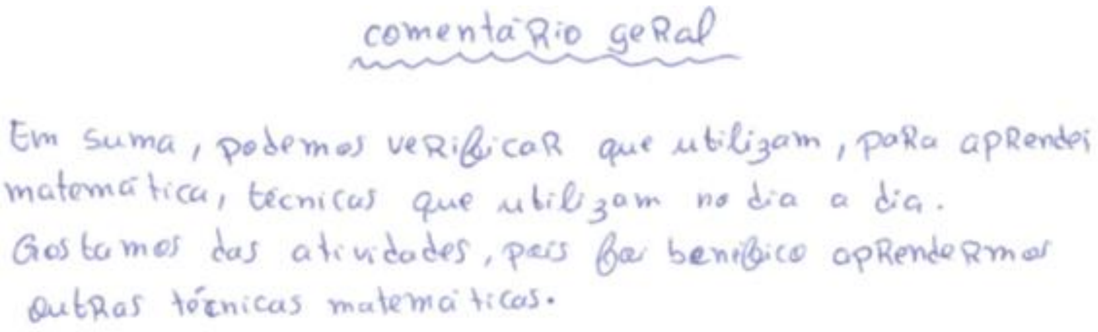
É interessante perceber ~~como~~ que mesmo em diferentes culturas a matemática está presente e a maneira como se ensina tem que ser adequada com ~~a~~ cada cultura.

Gostamos muito de participar no estudo.

Figura 382 - Excerto

O grupo neste comentário considerou que as tarefas apresentadas podem ser uma alternativa para o contexto português, não só pelo facto de serem compreensíveis, como poderem ser produtivas no processo de ensino e de aprendizagem da matemática. Admitem que a prática de várias matemáticas em contextos culturais diferentes pode ser incorporada/entrecruzada. Manifestaram muito gosto em terem sido parte deste estudo, como se pode ler no comentário do excerto da figura 382.

Comentário 2

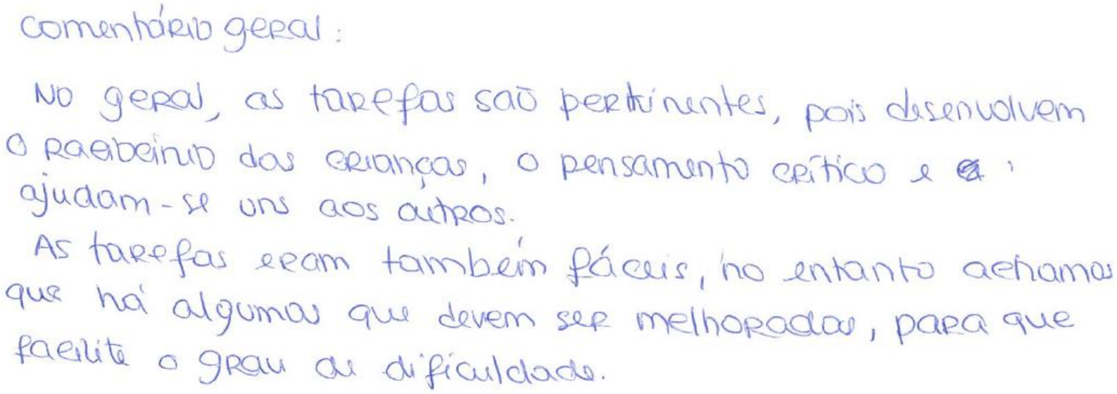

comentário geral

Em suma, podemos verificar que utilizam, para aprender matemática, técnicas que utilizam no dia a dia.
Gostamos das atividades, pois foi benifico aprendermos outras técnicas matemáticas.

Figura 383 - Excerto

Neste comentário verifica-se que os participantes reconheceram uma matemática demonstrada nas tarefas apresentadas. Não só gostaram das atividades como afirmaram que foi um benefício ter aprendido outras técnicas de fazer matemática como se mostra no excerto da figura 383.

Comentário 3


comentário geral:

No geral, as tarefas são pertinentes, pois desenvolvem o raciocínio das crianças, o pensamento crítico e ajudam-se uns aos outros.
As tarefas eram também fáceis, no entanto achamos que há algumas que devem ser melhoradas, para que facilite o grau de dificuldade.

Figura 384 - Excerto

No comentário da figura 384, os participantes acharam que as tarefas são pertinentes, embora existam algumas que se apresentaram fáceis, existem outras que devem ser melhoradas quanto ao grau de dificuldade para os alunos do 1.º ciclo do ensino básico.

Comentário 4

Comentário geral:
A maior parte das atividades são fáceis e adequadas a alunos do 1º ciclo. São atividades diferentes do que os alunos estão habituados. Não mudaríamos as atividades, a não ser a atividade do jogo com os feijões que achamos muito complicada.

Figura 385 - Excerto

Os participantes consideraram que nem todas as tarefas são fáceis e adequadas para o 1.º ciclo do ensino básico, mas a maioria destas tarefas são. Afirmaram que as tarefas apresentadas são diferentes em relação às do contexto português. Por outro lado, o facto de *owela* ter sido muito complicado na adaptação de aprendizagem, sugeriram que as tarefas sobre o jogo referido sejam melhoradas para o nível que se propõem, como se pode ler no excerto da figura 385.

Comentário 5

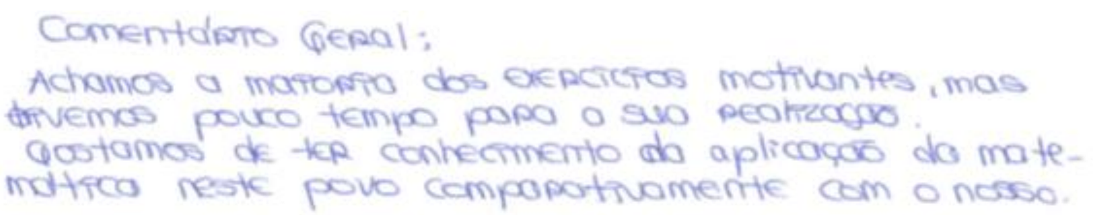
Comentário geral:

Na nossa opinião, todas as atividades abordadas foram bastante interessantes e didáticas. Porque através delas trabalhamos vários conceitos de matematica, para um bom sucesso dos alunos e acima de tudo desenvolver as capacidades das crianças. São atividades lúdica e favorecem a motivação dos alunos.

Figura 386 - Excerto

Neste comentário (figura 386), os participantes fizeram uma avaliação geral das tarefas apresentadas e consideraram que todas foram bastante interessantes e didáticas. Apontaram vários motivos entre os quais foram lúdicas de algum modo, podem cativar os alunos e com possibilidade de desenvolver vários conceitos matemáticos para o sucesso dos alunos.

Comentário 6

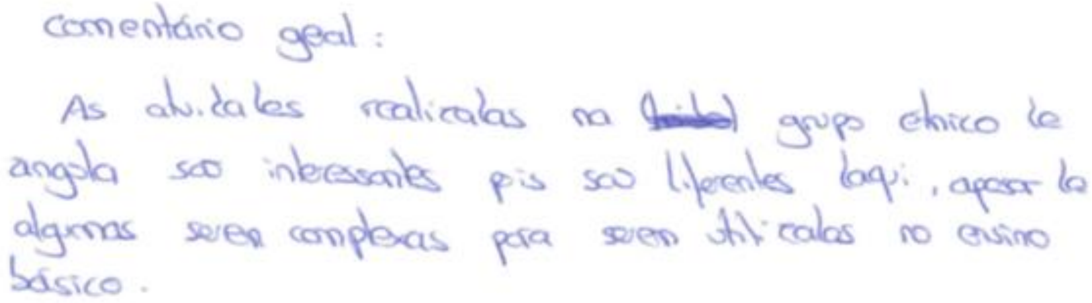


Comentário Geral:
Achamos a maioria dos exercícios motivantes, mas tivemos pouco tempo para a sua realização.
Gostamos de ter conhecimento da aplicação da matemática neste povo comparativamente com o nosso.

Figura 387 - Excerto

Nesta resposta (figura 387), para além dos participantes destacarem aquilo que já foi comentado nos excertos anteriores, verifica-se que os participantes consideraram que o tempo concedido ao longo da realização das atividades não foi suficiente.

Comentário 7



comentário geral:
As atividades realizadas no grupo étnico de angola são interessantes pois são diferentes daqui, apesar de algumas serem complexas para serem utilizadas no ensino básico.

Figura 388 - Excerto

Tal como os participantes comentaram nos excertos anteriores, que as tarefas apresentadas foram interessantes, neste comentário, os participantes acharam que algumas tarefas eram complexas e não se adequam a alunos do 1.º ciclo do ensino básico, como se mostra no excerto da figura 388.

Em síntese os comentários dos participantes mostraram que se trata de tarefas significativas, relevantes e interessantes para vários contextos socioculturais. Indicaram que essas tarefas eram maioritariamente adequadas para o 1.º ciclo do ensino básico, apesar de se notar um certo ceticismo para alguns casos em que acharam complexas para o nível de escolaridade básico.

CAPÍTULO IX

ANÁLISE DOS DADOS DO INQUÉRITO DE OPINIÕES SOBRE TAREFAS

Neste capítulo apresentamos a análise das opiniões emitidas pelos participantes deste estudo através do inquérito por questionário sobre as tarefas aplicadas.

9.1 - Análise dos dados do inquérito

A análise que se pretende tem a ver com a aplicação de um inquérito de 22 questões sobre as tarefas numa escala de 1 a 6 que cada participante colocou em frente de cada questão conforme o grau de concordância com cada uma. À escala correspondem os valores de julgamento a seguir: 1 (discordo completamente); 2 (discordo bastante); 3 (discordo); 4 (concordo); 5 (concordo bastante); 6 (concordo completamente). O inquérito foi entregue a cada um dos participantes no fim da última sessão da resolução das tarefas. O inquérito por questionário aplicado foi preenchido pela maioria dos participantes de cada grupo.

Objetivo da análise

A análise que se pretende fazer sobre as tarefas construídas com base nos artefactos do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* no contexto de formação de professores, tem como finalidade saber o quanto são significativas para os alunos do 1.º ciclo do ensino básico no contexto, primeiro, das comunidades *Nyaneka-nkhumbi* onde as tarefas se inserem, segundo, no contexto fora das comunidades *Nyaneka-nkhumbi* onde haja ou não comunidades multiculturais. No primeiro caso, pretende-se valorizar a cultura e promover a educação matemática ao nível local e no segundo caso, pretende-se divulgar e expandir os valores culturais ricos de saberes e de saberes-fazer inéditos.

Cientificidade de análise

É científico recolher dados, tratá-los e analisá-los usando os métodos estatísticos.

A análise de dados do inquérito tem como base principal as medidas estatísticas como a média, o desvio padrão e a mediana que serviram de ferramentas para analisar a tendência das opiniões dos participantes sobre as questões apresentadas no inquérito. As questões do inquérito foram compiladas em quadros e analisadas uma a uma de acordo com as opiniões dos participantes de cada grupo.

Como foram compilados os dados do inquérito?

Tendo em conta a escala de 1 a 6 que correspondeu aos valores de julgamento dos participantes sobre cada uma das 22 questões propostas, registamos as frequências de cada valor da escala. Totalizamos as mesmas frequências e compilamos os dados em quadros. No processo de compilar os dados recorremos essencialmente ao programa *Excel* que nos permitiu flexibilizar e automatizar os dados tabulados nos quadros.

A análise dos dados

Com base nos valores da média, do desvio padrão e da mediana calculados para cada questão constante no inquérito aplicado aos grupos A e B, tivemos em conta os valores médios da escala de 1 a 6 (1,5; 2,5; 3,5; 4,5 e 5,5) que corresponderam respetivamente às opiniões "discordo completamente", "discordo bastante", "neutro", "concordo bastante" e "concordo completamente". Conforme a variação da média (M) em relação ao desvio padrão (δ) de cada questão, fomos determinando o valor médio da escala que se ajustava/aproximava ao intervalo da variação referida, para sabermos a tendência das opiniões dos participantes de cada grupo. A base de análise para todos os casos teve em conta essencialmente o valor médio da escala que designamos por tipo de questão conforme os quadros de cada questão adiante apresentados.

Observamos que foi complicado determinar, para certos casos, o valor médio da escala que se ajustava/aproximava no intervalo da variação da média em relação ao desvio padrão de algumas questões. Encontramos casos em que a determinação do valor médio da escala se aproximava de dois valores. O valor da mediana em relação ao intervalo serviu-nos de outro recurso de análise para enquadrar a tendência de opiniões dos participantes. Embora a mediana não revele muito quanto à fiabilidade dos dados em relação à média da tendência de opiniões emitidas. As tendências das opiniões dos participantes foram alvo de breves comentários na visão do investigador deste trabalho.

A seguir iniciamos a apresentação da análise dos dados de opiniões dos grupos A e B sobre cada uma das questões apresentadas no inquérito.

Questão 1 - O grau de dificuldade das tarefas apresentadas é adequado para as crianças que frequentam o 3.º ano de escolaridade.

Quadro 29 - Análise de opiniões dos grupos A e B sobre a questão 1 (Q1)

	Q1	
Escala	Grupo A	Grupo B
1		
2		1
3	7	4
4	13	8
5	3	3
6		
Total das frequências (N)	23	16
Média (M)	3,82608696	3,8125
DVP (δ)	0,20226843	0,32617188
Mediana (Md)	4	4
Tipo de questão	3,5	3,5

Observando os dados do quadro 29 e com base nos dados do grupo A, o valor médio da escala (3,5) foi obtido através da determinação do valor médio da escala, mais próximo do intervalo da variação da média em relação ao desvio padrão M-δ (3,62381853) e M+δ (4,02835539), para o grupo B, o valor médio da escala (3,5), foi obtido de maneira análoga, M-δ (3,48632813) e M+δ (4,13867188).

O valor médio da escala (3,5) para os dois grupos, mostra-nos que a tendência de opiniões dos participantes é neutra. Essa tendência de opiniões dos participantes indica, para este caso, que o grau de dificuldade das tarefas apresentadas tanto pode ser adequado para as crianças que frequentam o 3.º ano de escolaridade como pode não ser. Nesta tendência de opiniões, os participantes manifestaram ideias de que lhes parece haver algumas crianças que frequentam o

3.º ano de escolaridade que são capazes de resolver as tarefas propostas. Ao mesmo tempo, parece-lhes que algumas crianças que frequentam esse ano não são capazes.

Apesar dos dados apontarem para a neutralidade, analisando os dados do quadro 29 para ambos os grupos a mediana (4) e a média (3,8), indicam-nos que a opinião dos participantes tende ligeiramente a concordar com a questão em análise.

Questão 2 - Estas tarefas são adequadas para todas as crianças que frequentam o 1.º ciclo do ensino básico.

Quadro 30 - Análise de opiniões dos grupos A e B sobre a questão 2 (Q2)

	Q2	
Escala	Grupo A	Grupo B
1	1	1
2		3
3	15	7
4	3	3
5	3	1
6	1	1
Total das frequências (N)	23	16
Média (M)	3,434783	3,1875
DVP (δ)	0,514178	0,701172
Mediana (Md)	3	3
Tipo de questão	3,5	3,5

A partir dos dados do quadro 30 e com base nos dados do grupo B, o valor médio da escala (3,5) foi obtido como na questão anterior M-δ (2,920605) e M+δ (3,94896) e para o grupo B, o valor médio da escala (3,5), foi obtido da mesma maneira como no A, M-δ (2,486328) e M+δ (3,888672).

Pelos dados que podemos observar no quadro 30, os participantes dos grupos A e B tiveram a mesma tendência de opiniões. Se observarmos o valor médio da escala (3,5) que corresponde a esta questão, este mostra que os participantes foram indiferentes. A tendência de opiniões dos participantes não afirmou que estas tarefas são adequadas para todas as crianças que frequentam o 1.º ciclo do ensino básico nem discordou. Conforme a tendência das opiniões para esta questão tanto podem todas as crianças que frequentam o 1.º ciclo do ensino básico serem capazes de resolver as tarefas propostas como podem não ser. É complicado saber para que lado vai o favoritismo. Significaria que no conjunto das tarefas apresentadas existe uma variedade de tarefas que dependendo da adequação de cada uma das tarefas pode ou não adequar-se às crianças que frequentam o 1.º ciclo do ensino básico.

Observando o valor da mediana (3) para os dois grupos, este enquadra-se no intervalo da variação da média em relação ao desvio padrão, a tendência de opiniões dos participantes nesta questão continua a tender para a neutralidade. Apesar disso a média dos dois grupos indica uma ligeira aproximação para discordar com a questão em análise.

Questão 3 - Estas tarefas são fáceis para futuros professores do ensino básico.

Quadro 31 - Análise de opiniões dos grupos A e B sobre a questão 3 (Q3)

	Q3	
Escala	Grupo A	Grupo B
1		
2		
3		1
4	13	9
5	6	6
6	4	
Total das frequências (N)	23	16
Média (M)	4,608696	4,3125
DVP (δ)	0,293006	0,169922
Mediana (Md)	4	4
Tipo de questão	4,5	4,5

Procedeu-se como na questão anterior, o valor médio da escala (4,5) que corresponde a esta questão, para o A, foi obtido com base no intervalo M-δ (4,31569) e M+δ (4,901701) e para o B a partir do intervalo M-δ (4,142578) e M+δ (4,482422), (quadro 31).

Do quadro 31 e observando o valor médio da escala (4,5) constatamos que as opiniões dos participantes tendem a concordar bastante, quer as opiniões do grupo A, quer as do grupo B. Tal tendência de opiniões dos participantes nesta questão equivale a dizer que as tarefas são fáceis para os futuros professores do ensino básico, mas não são completamente fáceis para os mesmos professores. Na base da tendência de opiniões é provável existirem algumas tarefas que não são completamente fáceis. O ser fácil ou muito fácil das tarefas, Estanqueiro (2010, pp. 15-16) afirmou que "as tarefas muito fáceis também não são cativantes, mobilizadoras. O «facilitismo» produz no aluno aborrecimento e a sensação desagradável de que foi subestimado nas suas capacidades. Neste caso, ele ficará desmotivado e deixará de se esforçar."

As tarefas podem ser fáceis, mas nem sempre são fáceis para todos, se tivermos em conta que uma tarefa deve apresentar um desafio por natureza. Importante é que uma tarefa tenha questões de tipo: como fazer, por onde começar e como começar, no fim da atividade poder dar um ah! É nesta conquista que os participantes de atividades se vão sentir felizes, por terem descoberto e construído o caminho por si. Caso contrário, deixa de ser tarefa e passa a ser uma mera reprodução daquilo que se aprendeu na aula anterior.

É fundamental neste aspeto que o professor/orientador de tarefas contextualize devidamente as tarefas propostas para que dê uma linha de pensamento para quem faz, é preciso dar dicas ao aluno para caminhar confiantemente.

Ao contrário, se o aluno não recebe dicas da tarefa, vai fazer a mesma na inocência e caminhar no "escuro". Nisto, o que se pode esperar não é mais senão quedas inesperadas, desastres incalculáveis, como por exemplo, pode trazer ao participante o desconforto e o desânimo de prosseguir a tarefa. Pode trazer um desaire de nunca mais o participante gostar de fazer matemática, por exemplo.

A tendência desta opinião dos participantes quanto a esta questão faz parte daquilo que esperávamos quando projetamos o estudo.

Questão 4 - Estas tarefas são interessantes, mas complexas.

Quadro 32 - Análise de opiniões dos grupos A e B sobre a questão 4 (Q4)

	Q4	
Escala	Grupo A	Grupo B
1		
2		
3	1	1
4	10	11
5	8	1
6	4	3
Total das frequências (N)	23	16
Média (M)	4,652174	4,375
DVP (δ)	0,330813	0,367188
Mediana (Md)	5	4
Tipo de questão	4,5	4,5

Observando o quadro 32 e com base nos dados dos grupos A e B, o valor médio da escala (4,5) foi obtido respetivamente como nas questões anteriores M-δ (4,321361) e M+δ (4,982987); M-δ (4,007812) e M+δ (4,742188).

As opiniões dos participantes do grupo A quanto a esta questão tendem a concordar bastante, tal como as opiniões dos participantes do grupo B (quadro 32). Esta concordância dos participantes quer dizer que estas tarefas foram interessantes, mas complexas. Perante essas opiniões quanto aos objetivos deste estudo pode-se notar o interesse dos participantes. O cunho das atividades cativou-lhes interesse. A complexidade das tarefas não lhes retirou o interesse. Pode-se notar por parte dos participantes a entrega ao trabalho de fazer as atividades para em seguida opinarem sobre a proporcionalidade da complexidade das tarefas não só para si como também para os alunos do ensino básico a quem são destinadas. Pelo nível de escolaridade dos participantes, e a maneira como participaram nas sessões de atividades notou-se de facto uma grande motivação, empenho e dedicação. Esta tendência de opinião pode ser fruto daquilo que constatamos ao longo das sessões.

Questão 5 - Estas tarefas são adequadas somente para alunos a partir do 5.º ano de escolaridade.

Quadro 33 - Análise de opiniões dos grupos A e B sobre a questão 5 (Q5)

	Q5	
Escala	Grupo A	Grupo B
1		1
2	3	2
3	11	13
4	7	
5	2	
6		
Total das frequências (N)	23	16
Média (M)	3,347826	2,75
DVP (δ)	0,330813	0,15625
Mediana (Md)	3	3
Tipo de questão	**3,5**	**2,5**

Observando o quadro 33 e com base nos dados do grupo A, o valor médio da escala (3,5) foi obtido através da determinação do valor médio da escala, mais próximo do intervalo da variação da média em relação ao desvio padrão M-δ (3,017013) e M+δ (3,678639), para o grupo B, o valor médio da escala (2,5), foi obtido pela aproximação neste intervalo M-δ (2,59375) e M+δ (2,90625).

Os dados do quadro 33 anterior refletem que as opiniões dos participantes dos grupos A e B eram diferentes no valor médio da escala, onde no grupo A as opiniões tenderam para o neutro (3,5) e no grupo B as opiniões tenderam para o discordo bastante (2,5), (quadro 33).

A tendência das opiniões do grupo A mostra que as tarefas tanto podem ser adequadas somente para alunos a partir do 5.º ano de escolaridade como podem não ser. Isto dito por outras palavras, é provável que haja outras turmas com alunos não só a partir do 5.º ano de escolaridade que são capazes de resolver as tarefas, como pode ter outras com alunos a partir de outros anos de escolaridade que consigam resolver as tarefas propostas. Apesar do grupo não manifestar uma tendência clara quanto a esta questão, a média (3,347826) e a mediana (3) mostram que as opiniões deste grupo tendem à contradição. Os dados do grupo B indicam que a opinião dos participantes deste grupo quanto à questão em análise é bastante diferente. Esta tendência de opinião traduz que os participantes deste grupo acham que as tarefas apresentadas não são adequadas somente para alunos a partir do 5.º ano de escolaridade, é provável que sejam adequadas para outros alunos de anos de escolaridade mais baixos. Se observarmos os valores da média (2,75) e da mediana (3) do grupo B, estes indicam que as opiniões deste grupo tendem à discordância nesta questão.

Embora se note divergência de opiniões entre os participantes dos grupos A e B sobre esta questão, há uma ligeira tendência de convergir na discordância que as tarefas apresentadas não são adequadas somente para alunos a partir do 5.º ano de escolaridade.

Questão 6 - As tarefas aplicadas são importantes somente para o grupo étnico *Nyaneka- - nkhumbi.*

Quadro 34 - Análise de opiniões dos grupos A e B sobre a questão 6 (Q6)

	Q6	
Escala	Grupo A	Grupo B
1	6	5
2	6	6
3	9	5
4	2	
5		
6		
Total das frequências (N)	23	16
Média (M)	2,304348	2
DVP (δ)	0,453686	0,3125
Mediana (Md)	2	2
Tipo de questão	2,5	**1,5 ou 2,5**

Observando os dados do quadro 34 e com base nos dados do grupo A, o valor médio da escala (2,5) foi obtido através da determinação do valor médio da escala, mais próximo do intervalo da variação da média em relação ao desvio padrão M-δ (1,850662) e M+δ (2,758034). Para o grupo B, o valor médio da escala (1,5 ou 2,5), foi obtido também da mesma maneira como no A, M-δ (1,6875) e M+δ (2,3125).

Analisando os dados do quadro 34 sobre a questão acima, constatamos que os participantes dos grupos A e B são ligeiramente divergentes embora vão no mesmo sentido. Se tivermos em conta os valores médios da escala (2,5) para A e (1,5 ou 2,5) para B, verificamos que as opiniões dos participantes do grupo A tendem para discordar bastante nesta questão. As opiniões dos participantes do grupo B tanto tendem para discordar bastante (2,5) como tendem para discordar completamente (1,5).

Não se sabe até que ponto, talvez os desníveis académicos dos grupos influenciaram esta tendência de opiniões tanto para um grupo como para o outro. Seja como for os dados recolhidos, ilustram a tendência mais forte dos grupos sobre esta questão. Em síntese, podemos dizer que, quer os participantes do grupo A, quer os do B tendem para convergir na opinião de que, não é verdade que as tarefas aplicadas são importantes somente para o grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*, mas também podem ser importantes para outros grupos étnicos.

Questão 7 - Resolver estas tarefas seria importante para outras comunidades angolanas diferentes do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*.

Quadro 35 - Análise de opiniões dos grupos A e B sobre a questão 7 (Q7)

	Q7	
Escala	Grupo A	Grupo B
1		
2		
3	1	1
4	9	9
5	9	4
6	4	2
Total das frequências (N)	23	16
Média (M)	4,695652	4,4375
DVP (δ)	0,323251	0,310547
Mediana (Md)	5	4
Tipo de questão	4,5	4,5

Observando os dados do quadro 35 e com base nos dados do grupo A, o valor médio da escala (4,5) foi obtido através da determinação do valor médio da escala, mais próximo do intervalo da variação da média em relação ao desvio padrão M-δ (4,372401) e M+δ (5,018904) e para o grupo B, o valor médio da escala (4,5), procedeu-se do mesmo modo como no A, M-δ (4,126953) e M+δ (4,748047).

Os dados do quadro 35 mostram que as opiniões dos participantes dos grupos A e B sobre a questão em análise tendem a concordar bastante (4,5). Por outras palavras, os participantes dos grupos A e B concordaram bastante que resolver as tarefas apresentadas, seria importante para outras comunidades angolanas diferentes do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*. Entre os dois grupos participantes há uma ligeira diferença de concordância se observarmos os valores da média e da mediana de cada grupo. Enquanto as opiniões do grupo A tendem para concordar bastante M (4,695652) e Md (5) para o grupo B as opiniões tendem para concordar simplesmente M (4,4375) e Md (4).

Questão 8 - Resolver estas tarefas seria importante para outras comunidades de países lusófonos.

Quadro 36 - Análise de opiniões dos grupos A e B sobre a questão 8 (Q8)

	Q8	
Escala	Grupo A	Grupo B
1		
2		
3		
4	11	7
5	11	6
6	1	3
Total das frequências (N)	23	16
Média (M)	4,565217	4,75
DVP (δ)	0,166352	0,28125
Mediana (Md)	5	5
Tipo de questão	4,5	4,5

Dos dados do quadro 36 e com base nos dados do grupo A, o valor médio da escala (4,5) foi obtido através da determinação do valor médio da escala, mais próximo do intervalo da variação da média em relação ao desvio padrão M-δ (4,398866) e M+δ (4,731569), para o grupo B, o valor médio da escala (4,5), foi obtido da mesma maneira como no A, M-δ (4,46875) e M+δ (5,03125).

Os dados do valor médio da escala (4,5) do quadro 36 para os grupos A e B, indicam-nos que a tendência de opiniões dos participantes de ambos os grupos converge. Isto traduz que resolver as tarefas apresentadas, seria importante para outras comunidades de países lusófonos. Esta unanimidade de opiniões dos participantes, da qual somos apologistas, pode ser, talvez, em parte do reflexo de serem parte da lusofonia. Por outro lado, pode ter a ver com o grau de compreensão do valor destas para o grupo em si, como para outras comunidades fora desta.

Questão 9 - Resolver o conjunto destas tarefas traduzidas para outras línguas seria importante para o ensino da matemática noutros países.

Quadro 37 - Análise de opiniões dos grupos A e B sobre a questão 9 (Q9)

	Q9	
Escala	Grupo A	Grupo B
1		
2		
3		
4	11	8
5	11	5
6	1	3
Total das frequências (N)	23	16
Média (M)	4,565217	4,6875
DVP (δ)	0,166352	0,294922
Mediana (Md)	5	4,5
Tipo de questão	4,5	4,5

Explicitando os dados do quadro 37 e com base nos dados do grupo A, o valor médio da escala (4,5) foi obtido através da determinação do valor médio da escala, mais próximo do intervalo da variação da média em relação ao desvio padrão M-δ (4,398866) e M+δ (4,731569), para o grupo B, o valor médio da escala (4,5), foi obtido da mesma maneira como no A, M-δ (4,392578) e M+δ (4,982422).

Analisando os mesmos dados do quadro acima, podemos perceber que o valor médio da escala (4,5) equivale a concordar bastante, é igual para os grupos A e B. O que nos leva a dizer que as opiniões dos participantes dos grupos referidos tendem a concordar bastante que resolver o conjunto das tarefas apresentadas traduzidas para outras línguas seria importante para o ensino da matemática noutros países. As opiniões dos participantes nesta questão talvez tivessem em conta a história da matemática como ciência e outros aspetos que se prendem com o saber e saber-fazer de cada povo e cultura. Com justa razão pode ter esta tendência de opiniões dos participantes sobre esta questão. É uma constatação que cada povo lida nas suas atividades diárias com conhecimentos matemáticos que podem ter diferença no procedimento, mas semelhança no resultado. Porque não incentivar a aprendizagem das estratégias de resolução de outros povos e cultura? Porque não aprender outras matemáticas não conhecidas para melhor ensinar e educar uma matemática quase universal? E porque não explorar o melhor destas e incorporá-lo noutras matemáticas?

Questão 10 - Nas comunidades portuguesas é possível explorar tarefas adequadas para crianças destas comunidades.

Quadro 38 - Análise de opiniões dos grupos A e B sobre a questão 10 (Q10)

	Q10	
Escala	Grupo A	Grupo B
1		
2		
3	2	
4	17	8
5	3	4
6	1	4
Total das frequências (N)	23	16
Média (M)	4,130435	4,75
DVP (δ)	0,187146	0,34375
Mediana (Md)	4	4,5
Tipo de questão	4,5	4,5

Com base no quadro 38 e considerando os dados do grupo A, o valor médio da escala (4,5) foi obtido através da determinação do valor médio da escala, mais próximo do intervalo da variação da média em relação ao desvio padrão M-δ (3,943289) e M+δ (4,31758), para o grupo B, o valor médio da escala (4,5), foi obtido através da determinação do valor médio da escala, mais próximo do intervalo da variação da média em relação ao desvio padrão M-δ (4,40625) e M+δ (5,09375)

O valor médio da escala para os dois grupos A e B é igual. Quer dizer a tendência de opiniões dos participantes dos grupos A e B converge na ideia de que nas comunidades portuguesas é possível explorar tarefas adequadas para crianças destas comunidades. Apesar desta tendência de opiniões dos dois grupos, observa-se um ligeiro afastamento de opiniões quanto ao grau de concordância sobre esta questão. O grupo A apresenta a M (4,130435) próxima da Md (4) e o grupo B a M (4,75) próxima da Md (4,5) (quadro 38). Isto transmite que o grupo A concorda menos que o grupo B. Não teria influenciado o nível académico neste aspeto na emissão de opiniões quanto a essa ligeira diferença? Apesar de todos os grupos optarem pela opinião de bastante concordância sobre a questão, é também notável alguma incerteza de concordância completa de alguns participantes.

Questão 11 - O conjunto de tarefas apresentado não provoca gosto de aprender matemática.

Quadro 39 - Análise de opiniões dos grupos A e B sobre a questão 11 (Q11)

	Q11	
Escala	Grupo A	Grupo B
1	2	6
2	13	2
3	7	8
4	1	
5		
6		
Total das frequências (N)	23	16
Média (M)	2,304348	2,125
DVP (δ)	0,236295	0,429688
Mediana (Md)	2	2,5
Tipo de questão	2,5	2,5

Do quadro 39 e com base nos dados do grupo A, o valor médio da escala (2,5) foi obtido através da determinação do valor médio da escala, mais próximo do intervalo da variação da média em relação ao desvio padrão M-δ (2,068053) e M+δ (2,540643), para o grupo B, o valor médio da escala (2,5), foi obtido como no A, M-δ (1,695313) e M+δ (2,554688).

Dos dados do quadro 39, o valor da média da escala (2,5) para esta questão é igual para os dois grupos. A tendência de opiniões dos participantes dos mesmos grupos sobre esta questão é bastante discordante. Tal que não é verdade que o conjunto de tarefas apresentado não provoca gosto de aprender matemática. Observando os dados por cada grupo a tendência das duas medidas de tendência central, M (2,304348) e Md (2) para o grupo A, verifica-se que as opiniões dos participantes deste grupo tendem ligeiramente para uma mera discordância o que nos pode levar a dizer que entre o conjunto de tarefas é provável que haja algumas tarefas, que provoquem menos gosto de aprender matemática. Ao passo que para o grupo B a M (2,125) e a Md (2,5) as opiniões dos participantes tendem a discordar bastante.

Questão 12 - Inserir as tarefas no processo de ensino e aprendizagem de matemática seria preservar e valorizar a cultura local e enriquecer a ciência.

Quadro 40 - Análise de opiniões dos grupos A e B sobre a questão 12 (Q12)

	Q12	
Escala	Grupo A	Grupo B
1		
2		
3	3	1
4	12	7
5	4	4
6	4	4
Total das frequências (N)	23	16
Média (M)	4,391304	4,6875
DVP (δ)	0,42344	0,419922
Mediana (Md)	4	4,5
Tipo de questão	4,5	4,5

Observando os dados do quadro 40 e com base nos dados do grupo A, o valor médio da escala (4,5) foi obtido através da determinação do valor médio da escala mais próximo do intervalo da variação da média em relação ao desvio padrão M-δ (3,967864) e M+δ (4,814745), para o grupo B, o valor médio da escala (4,5), foi obtido como no A, M-δ (4,267578) e M+δ (5,107422).

O valor médio da escala nesta questão é igual para os grupos A e B. Essa tendência de opiniões dos participantes de ambos os grupos em ser bastante concordante, converge em dizer que inserir as tarefas no processo de ensino e de aprendizagem da matemática seria preservar e valorizar a cultura local e enriquecer a ciência. Neste grau de concordância notou-se uma ligeira diferença nos dois grupos. As opiniões do grupo A tendem a uma mera concordância M

(4,391304) e Md (4). Ao passo que para o B as opiniões tendem a concordar bastante M (4,6875) e Md (4,5) (quadro 40).

Questão 13 - O jogo de *Ondjandja* pode motivar crianças e até adultos a aprender matemática.

Quadro 41 - Análise de opiniões dos grupos A e B sobre a questão 13 (Q13)

	Q13	
Escala	Grupo A	Grupo B
1		
2		
3	5	
4	8	9
5	4	3
6	6	4
Total das frequências (N)	23	16
Média (M)	4,478261	4,6875
DVP (δ)	0,603025	0,357422
Mediana (Md)	4	4
Tipo de questão	4,5	4,5

Analisando os dados do quadro 41 e com base nos dados do grupo A, o valor médio da escala (4,5) foi obtido do mesmo modo como na questão anterior M-δ (3,875236) e M+δ (5,081285), para o grupo B, para determinar o valor médio da escala (4,5), procedeu-se como no A, M-δ (4,330078) e M+δ (5,044922). O valor médio da escala é bastante concordante tanto no grupo A como no B. Essa tendência de opiniões dos participantes dos grupos referidos converge em dizer que o jogo de *ondjandja* pode motivar crianças e até adultos para aprender matemática. Esse denominador comum de opiniões dos participantes dos grupos em concordar bastante com a questão em análise, como se constata nas médias dos grupos M (4,478261) e M (4,6875), pode-nos levar a dizer que a interação dos participantes com o jogo de *ondjandja* durante as atividades das tarefas apresentadas teria provocado uma dose considerável de motivação. O outro indicador de análise é o valor da mediana (4) dos dois grupos que faz parte do intervalo, embora se note um afastamento ligeiro da mediana do grupo B no mesmo intervalo, o mesmo valor da mediana enquadra-se no intervalo referido. O que nos leva a dizer que a tendência de opiniões dos participantes é bastante concordante com a questão apresentada.

Questão 14 - As tarefas apresentadas foram motivantes, em particular os temas sobre os jogos.

Quadro 42 - Análise de opiniões dos grupos A e B sobre a questão 14 (Q14)

	Q14	
Escala	Grupo A	Grupo B
1		
2		
3	2	
4	9	8
5	10	6
6	2	2
Total das frequências (N)	23	16
Média (M)	4,521739	4,625
DVP (δ)	0,298677	0,242188
Mediana (Md)	5	4,5
Tipo de questão	4,5	4,5

Observando o quadro 42 e com base nos dados do grupo A, o valor médio da escala (4,5) foi obtido através da determinação do valor médio da escala, mais próximo do intervalo da variação da média em relação ao desvio padrão M-δ (4,223062) e M+δ (4,820416), enquanto para o grupo B, o valor médio da escala (4,5), foi obtido pela aproximação neste intervalo M-δ (4,382813) e M+δ (4,867188).

O valor médio da escala (4,5) indica que a tendência de opiniões dos grupos A e B é bastante concordante. Essa tendência de opiniões dos participantes dos grupos referidos converge em dizer que as tarefas apresentadas foram motivantes, em particular os temas sobre os jogos. Os dados de ambos os grupos mostram-nos um equilíbrio no grau de concordância. Essa tendência de opiniões junta-se e conjuga-se com a tendência das opiniões dos participantes da questão anterior, em como os jogos são efetivamente motivantes neste contexto.

Questão 15 - Todas as tarefas apresentadas criaram motivação nos alunos porque foram novidades.

Quadro 43 - Análise de opiniões dos grupos A e B sobre a questão 15 (Q15)

	Q15	
Escala	Grupo A	Grupo B
1		
2		
3	4	2
4	10	5
5	7	4
6	2	5
N	23	16
Média (M)	4,304348	4,75
DVP (δ)	0,36673	0,53125
Mediana (Md)	4	5
Tipo de questão	4,5	4,5

Observando os dados do quadro 43 e com base nos dados do grupo A, o valor médio da escala (4,5) foi obtido através da determinação do valor médio da escala, mais próximo do intervalo da variação da média em relação ao desvio padrão M-δ (3,937618) e M+δ (4,671078), para o grupo B, o valor médio da escala (4,5), foi obtido pela aproximação neste intervalo M-δ (4,21875) e M+δ (5,28125).

Analisando os dados do quadro 43 constatamos que o valor médio da escala (4,5) é igual para os grupos A e B. Essa tendência de opiniões dos participantes dos dois grupos em ser bastante concordante, significa que todas as tarefas apresentadas criaram motivação nos alunos porque foram novidade. Essa tendência deixou uma reserva, o facto de não concordar completamente pode se dar o caso que houve algumas tarefas apresentadas que criaram menos motivação nos participantes das atividades talvez, porque não foram tanta novidade.

Questão 16 - As tarefas apresentadas não deviam ser usadas no ensino e aprendizagem da matemática.

Quadro 44 - Análise de opiniões dos grupos A e B sobre a questão 16 (Q16)

	Q16	
Escala	Grupo A	Grupo B
1	6	6
2	7	5
3	8	5
4	2	
5		
6		
Total das frequências (N)	23	16
Média (M)	2,26087	1,9375
DVP (δ)	0,444234	0,341797
Mediana (Md)	2	2
Tipo de questão	2,5	**1,5 ou 2,5**

Os dados do quadro 44 e com base nos dados do grupo A, o valor médio da escala (2,5) foi obtido através da determinação do valor médio da escala, mais próximo do intervalo da variação da média em relação ao desvio padrão M-δ (1,816635) e M+δ (2,705104), para o grupo B, o valor médio da escala (1,5 ou 2,5), foi obtido pela aproximação neste intervalo, M-δ (1,595703) e M+δ (2,279297).

Analisando os dados do quadro 44 sobre a questão acima, verificamos que os participantes dos grupos A e B são ligeiramente divergentes, mas vão no mesmo sentido, se tivermos em conta os valores médios da escala (2,5) para A e (1,5 ou 2,5) para B. Verificamos que as opiniões dos participantes do grupo A tendem para discordar bastante nesta questão. Já as opiniões dos participantes do grupo B tanto tendem para discordar bastante (2,5) como tendem para discordar completamente (1,5).

Quer os participantes do grupo A quer os do B tendem a convergir na opinião de que, não é verdade que as tarefas apresentadas não deviam ser usadas no ensino e aprendizagem da matemática. Apesar desta tendência, os dados das opiniões dos participantes do grupo B indicam-nos uma negação mais acentuada que no grupo A, se compararmos a média M (2,26087) de A e a M (1,9375) de B (quadro 44).

Questão 17 - Não se aprende nada de matemática com as tarefas apresentadas.

Quadro 45 - Análise de opiniões dos grupos A e B sobre a questão 17 (Q17)

	Q17	
Escala	Grupo A	Grupo B
1	13	9
2	6	3
3	3	4
4	1	
5		
6		
Total das frequências (N)	23	16
Média (M)	1,652174	1,6875
DVP (δ)	0,374291	0,357422
Mediana (Md)	1	1
Tipo de questão	1,5	1,5

Do quadro 45 anterior e com base nos dados do grupo A, o valor médio da escala (1,5) foi obtido através da determinação do valor médio da escala, mais próximo do intervalo da variação da média em relação ao desvio padrão M-δ (1,277883) e M+δ (2,026465), para o grupo B, o valor médio da escala (4,5), foi obtido pela aproximação neste intervalo M-δ (1,330078) e M+δ (2,044922).
O valor médio da escala (1,5) relativamente a esta questão é igual para os grupos A e B. Essa tendência de opiniões dos participantes dos dois grupos em ser completamente discordante, converge em dizer que é extremamente reprovável que não se aprende nada de matemática com as tarefas apresentadas. Pelo menos aprende-se alguma coisa de matemática com estas tarefas. Esta tendência de opiniões ilustra-nos que as tarefas apresentadas tendem a ser significativas na aprendizagem de matemática. Não só podem ser aplicáveis com ou sem adaptações conforme os contextos. Esta tendência de opiniões é concordante com as respostas às questões 9, 11, 12, 13 e 16, quanto à aprendizagem da matemática.

Questão 18 - Seria bom introduzir no curso de formação de professores uma unidade curricular que tenha a ver com a etnomatemática (estudos sobre a matemática em contextos culturais diversos).

Quadro 46 - Análise de opiniões dos grupos A e B sobre a questão 18 (Q18)

	Q18	
Escala	Grupo A	Grupo B
1		1
2		
3	1	
4	13	8
5	6	3
6	3	4
Total das frequências (N)	23	16
Média (M)	4,478261	4,5
DVP (δ)	0,298677	0,75
Mediana (Md)	4	4
Tipo de questão	4,5	4,5

Analisando os dados observáveis no quadro 46 e com base nos dados do grupo A, o valor médio da escala (4,5) foi obtido através da determinação do valor médio da escala, mais próximo do intervalo da variação da média em relação ao desvio padrão M-δ (4,179584) e M+δ (4,776938), para o grupo B, o valor médio da escala (4,5), foi obtido pela aproximação neste intervalo M-δ (3,75) e M+δ (5,25).

Os dados do quadro 46 sobre esta questão mostram-nos que o valor médio da escala (4,5) que se enquadra com esta questão é igual para os grupos A e B. Essa tendência de opiniões dos participantes dos grupos A e B em ser bastante concordante, converge em dizer que seria bom introduzir no curso de formação de professores uma unidade curricular que tenha a ver com a etnomatemática. Esta temática não é só sugestiva para o estudo sobre a matemática em contextos culturais diversos, tal como ilustram os dados sobre opiniões, como também para valorizar e expandir conhecimentos matemáticos praticados por povos de diferentes culturas. Por outro lado, seria uma preparação de profissionais que vão poder agir com propriedade e competência em contextos multiculturais em particular para os grupos considerados minoritários e desfavorecidos. Seria um princípio de humanização e socialização dos alunos e uma educação para uma convivência harmoniosa para todos.

Questão 19 - Durante a realização de tarefas o professor não deve dar resposta, deve deixar o aluno chegar à resposta por ele.

Quadro 47 - Análise de opiniões dos grupos A e B sobre a questão 19 (Q19)

	Q19	
Escala	Grupo A	Grupo B
1		
2		
3		
4	9	4
5	8	7
6	6	5
Total das frequências (N)	23	16
Média (M)	4,869565	5,0625
DVP (δ)	0,31758	0,279297
Mediana (Md)	5	5
Tipo de questão	4,5	**4,5 ou 5,5**

Observando os dados do quadro 47 e com base nos dados do grupo A, o valor médio da escala (4,5) foi obtido através da determinação do valor médio da escala, mais próximo do intervalo da variação da média em relação ao desvio padrão M-δ (4,551985) e M+δ (5,187146), para o grupo B, o valor médio da escala (4,5 ou 5,5), foi obtido através da determinação do valor médio da escala, mais próximo do intervalo da variação da média em relação ao desvio padrão M-δ (4,783203) e M+δ (5,341797).

Analisando os dados do quadro 47 sobre a questão acima, constatamos que os participantes dos grupos A e B são ligeiramente divergentes embora vão no mesmo sentido. Se tivermos em conta os valores médios da escala (4,5) para A e (4,5 ou 5,5) para B. Verificamos que as opiniões dos participantes do grupo A tendem para concordar bastante nesta questão. Já as opiniões dos participantes do grupo B tanto tendem para concordar bastante (4,5) como tendem para concordar completamente (5,5).

Quer os participantes do grupo A, quer os do B tendem à convergência de opiniões de que é recomendável que durante a realização de tarefas o professor não deve dar resposta, deve deixar o aluno chegar à resposta por ele. O grupo B reforça que não só é recomendável como também é extremamente recomendável tal prática na realização das tarefas visando atingir os objetivos que se pretendem com a tarefa. O não dar resposta pelo professor, não inibe que o professor não dê dicas precisas para direcionar o aluno na atividade com tarefas. O aluno ao resolver as tarefas sempre que solicitar ou manifestar esclarecimento de dúvidas é digno de ser apoiado e motivado para avançar no meio de dificuldades que pode encontrar.

Questão 20 - Para a aplicação de tarefas matemáticas em sala de aula é necessário que o professor as domine primeiro.

Quadro 48 - Análise de opiniões dos grupos A e B sobre a questão 20 (Q20)

	Q20	
Escala	Grupo A	Grupo B
1		
2		
3		
4	2	1
5	4	5
6	17	10
Total das frequências (N)	23	16
Média (M)	5,652174	5,5625
DVP (δ)	0,200378	0,185547
Mediana (Md)	6	6
Tipo de questão	5,5	5,5

Os dados do quadro 48 parecem ser particulares se compararmos com os dados dos quadros anteriores. O tipo do valor médio da escala (5,5) para os grupos A e B, salta à vista. O valor médio da escala (5,5), para o grupo A, foi obtido através da determinação do valor médio da escala, mais próximo do intervalo da variação da média em relação ao desvio padrão M-δ (5,451796) e M+δ (5,852552) e para o grupo B, o valor médio da escala (5,5), foi obtido pela aproximação neste intervalo M-δ (5,376953) e M+δ (5,748047).

Os dados do quadro 48 mostram que a tendência das opiniões dos participantes dos grupos A e B é completamente concordante (vide valores médios da escala (5,5)) Essa tendência de opinião é completamente convergente que para a aplicação de tarefas matemáticas em sala de aula é necessário que o professor as domine primeiro. O domínio de conteúdos por parte do professor faz parte da sua competência profissional para explicar ao aluno as temáticas programadas para a aula. Neste contexto, exige que o investigador se familiarize com o contexto onde as tarefas estão inseridas, de forma que esteja à altura de responder às eventuais dúvidas que possam surgir ao longo da realização das tarefas.

Questão 21 - As tarefas matemáticas devem ser aplicadas apenas para crianças das comunidades em que as mesmas (tarefas) estão inseridas.

Quadro 49 - Análise de opiniões dos grupos A e B sobre a questão 21 (Q21)

	Q21	
Escala	Grupo A	Grupo B
1	5	9
2	3	1
3	13	6
4	2	
5		
6		
Total das frequências (N)	23	16
Média (M)	2,521739	1,8125
DVP (δ)	0,429112	0,451172
Mediana (Md)	3	1
Tipo de questão	**2,5**	**1,5**

Observando os dados do quadro 49 e com base nos dados do grupo A, o valor médio da escala (2,5) foi obtido através da determinação do valor médio da escala, mais próximo do intervalo da variação da média em relação ao desvio padrão M-δ (2,092628) e M+δ (2,950851), do mesmo modo, o valor médio da escala (1,5) do grupo B, foi obtido pela aproximação neste intervalo M-δ (1,361328) e M+δ (2,263672).

Os dados do quadro 49 anterior refletem que as opiniões dos participantes dos grupos A e B sobre esta questão, são diferentes no valor médio da escala, onde no grupo A as opiniões dos participantes tendem para o discordar bastante (2,5) e no grupo B as opiniões tendem para o discordar completamente (1,5) com a questão em análise.

A opinião do grupo A traduz que as tarefas matemáticas não devem ser aplicadas apenas a crianças das comunidades em que as mesmas (tarefas) estão inseridas, mas também onde as tarefas não estejam inseridas.

Da opinião do grupo B entende-se que as tarefas matemáticas devem ser aplicadas a crianças das comunidades de qualquer contexto onde estejam ou não inseridas.

Uma das atenções a ter em conta quanto à aplicação das tarefas matemáticas, quer estejam ou não inseridas na comunidade é a contextualização das tarefas, colocando os participantes em ocorrência do contexto das tarefas onde estejam inseridas. Isto ajuda os participantes a realizarem as tarefas com cabeça erguida e pode permitir fazer um raciocínio lógico na ligação de saberes e saberes-fazer matemáticos culturais com a matemática.

Questão 22 - A aplicação de tarefas adequadas aos alunos desperta o gosto pela matemática.

Quadro 50 - Análise de opiniões dos grupos A e B sobre a questão 22 (Q22)

	Q22	
Escala	Grupo A	Grupo B
1		
2		
3	2	
4	6	1
5	8	7
6	7	8
Total das frequências (N)	23	16
Média (M)	4,869565	5,4375
DVP (δ)	0,448015	0,185547
Mediana (Md)	5	5,5
Tipo de questão	**4,5**	**5,5**

Observando os dados do quadro 50 e com base nos dados do grupo A, o valor médio da escala (4,5) foi obtido através da determinação do valor médio da escala, mais próximo do intervalo da variação da média em relação ao desvio padrão M-δ (4,42155) e M+δ (5,31758), para o grupo B, o valor médio da escala (5,5), foi obtido pela aproximação neste intervalo M-δ (5,251953) e M+δ (5,623047).

Para esta questão o valor médio da escala diferenciou-se entre os grupos. O valor médio da escala do grupo A corresponde a concordo bastante e para o B corresponde a concordo completamente. Isto significa que as opiniões dos participantes do grupo A convergiram em dizer que a aplicação de tarefas adequadas aos alunos desperta o gosto pela matemática. Já a tendência das opiniões dos participantes do grupo B ilustra-nos que é crucial a aplicação de tarefas adequadas aos alunos para despertar o gosto pela matemática.

Síntese geral da análise dos dados do inquérito

Na análise de dados, questão por questão, relativamente à tendência das opiniões dos participantes dos dois grupos, em muitos casos, houve convergência de respostas, nomeadamente nas questões seguintes: 1, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18 e 20 conforme o grau de concordância baseada em valores médios da escala anteriormente referidos. Os casos particulares ocorreram com as questões 5, 6, 16, 19, 21 e 22 com maior divergência de tendência de opiniões nas questões 6, 16 e 19. Por exemplo, na questão 6 houve duas tendências do valor médio da escala (1,5 ou 2,5) para o grupo B e para o A (2,5) (quadros 34, 44 e 47).

Na análise dos dados do inquérito organizamos as questões sobre tarefas em 5 categorias:

1- A exploração sobre adequação das tarefas;
2- Importância das tarefas para as comunidades;
3- Reação emocional dos participantes às tarefas;
4- As estratégias de aplicação das tarefas;
5- Reforma curricular de matemática.

Na primeira categoria constam as questões 1, 2, 3, 5 e 10 que visavam explorar as opiniões dos participantes sobre a adequação ou não das tarefas apresentadas. Tal adequação tem a ver com: o grau de dificuldade das mesmas em relação aos alunos que frequentam o 3.º ou 5.º anos de escolaridade do 1.º ciclo do ensino básico (questões 1 e 5); o grau de dificuldade das mesmas em relação a todos os alunos que frequentam o 1.º ciclo do ensino básico (questão 2); o grau de dificuldade das tarefas com os participantes (questão 3) e com a exploração de tarefas para crianças/alunos de uma comunidade específica (questão 10).

Nesta categoria, a tendência das opiniões para a maioria das questões apontam para a neutralidade (3,5) (questões 1, 2 e 5). Estas questões, no enquadramento da análise geral, são das poucas que fazem parte da neutralidade ou seja são dos poucos casos particulares, como por exemplo a questão 5 com dois valores médios da escala (3,5 ou 2,5).

Na segunda categoria, sobre a importância das tarefas apresentadas para a comunidade local ou geral, fazem parte as questões 6, 7, 8, 9, 16 e 17. Quanto à finalidade de saber a importância ou não das tarefas apresentadas verifica-se que todas estas questões tiveram uma reação positiva por parte dos participantes na perspetiva deste estudo.

Na terceira categoria, pretendíamos saber o grau de interesse e motivação das tarefas apresentadas perante os participantes e o seu impacto no processo de ensino e aprendizagem da matemática. Inclui as questões 4, 11, 13, 14, 15 e 22. A reação dos participantes foi unânime quanto a estas questões. As opiniões mostram que os participantes concordaram bastante que as tarefas foram interessantes e desafiantes (questão 4). As tarefas apresentadas foram consideradas como criadoras do gosto pela aprendizagem da matemática (questões 11 e 22), em particular as tarefas sobre jogos (*ondjandja* e *owela)* (questão 13). As mesmas opiniões ilustram que as tarefas apresentadas criam interesse e motivação nos alunos na aprendizagem da matemática (questões 13, 14 e 15).

Na quarta categoria constam as questões 19, 20, 21 e 22. Nesta categoria tínhamos a finalidade de saber o grau de concordância quanto às estratégias de aplicação das tarefas. Verificamos que as opiniões dos participantes foram bastante favoráveis ao dizer que as respostas às tarefas são da responsabilidade do aluno enquanto o professor assume o papel diretivo (questão 19). Em contrapartida o professor deve dominar as tarefas primeiro (questão 20). As tarefas não devem ser meramente aplicadas no ambiente das comunidades onde as mesmas estão inseridas, mas em vários contextos culturais (questão 21). Por outro lado, a aplicação de tarefas adequadas ou não pode influenciar positiva ou negativamente no interesse e na motivação dos alunos na aprendizagem da matemática (questão 22). Esta categoria foi a única com uma tendência de opiniões dos participantes completamente concordante (questão 20).

Na quinta categoria sobre a reforma curricular da matemática, pretendemos juntar nesta categoria de questões, aquelas que se focalizam na proposta de melhorar o processo de ensino e de aprendizagem da matemática. Fazem parte as questões 12 e 18. Neste contexto propor a inserção de tarefas no processo de ensino e de aprendizagem da matemática seria enriquecer a ciência e em particular preservar e valorizar a cultura local (questão 12). A inserção de tarefas implica a reformulação de currículos de matemática (questão 18). As opiniões dos participantes são bastante concordantes com as questões desta categoria (quadros 40 e 46).

A unanimidade registada nas opiniões dos participantes em quase todas as questões revela-nos que as tarefas aplicadas foram relevantes e são aplicáveis a alunos do 1.º ciclo do ensino básico de vários contextos culturais. Quer em Angola onde a comunidade do grupo étnico é maioritária, quer em Portugal onde se verifica que há muitos emigrantes, constituindo uma comunidade multicultural com atenção neste aspeto.

De forma geral a análise da tendência de opiniões dos participantes sobre as questões do inquérito indica-nos que os objetivos preconizados com este estudo foram alcançados.

CAPÍTULO X

DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

Neste capítulo pretende-se compatibilizar/contrabalançar as grandes temáticas deste estudo, referidas inicialmente (etnomatemática e educação matemática) e os novos resultados obtidos neste estudo. Começamos por uma síntese do mesmo, relembrando as questões de investigação e objetivos que orientaram a investigação. Seguem-se a discussão e conclusões sobre o estudo etnomatemático (subestudo I) e sobre o estudo de educação matemática em contexto (subestudo II). De seguida apresentamos recomendações destinadas a investigadores em etnomatemática e em educação matemática, professores e, eventualmente, decisores políticos. Terminamos com algumas sugestões de trabalhos de investigação futuros e indicamos limitações que encontramos no decorrer deste estudo.

10.1 - Síntese do estudo

As questões de investigação que nortearam este estudo (capítulo I) foram:

(i) Que elementos (etno)matemáticos podemos identificar em artefactos e atividades próprias do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*?

(ii) Existirão tarefas criadas no contexto cultural *Nyaneka-nkhumbi* que sejam adequadas a situações de sala de aula de outros contextos culturais?

Materializadas através dos seguintes objectivos:

1- Análise e reconstrução de elementos matemáticos da tradição do povo *Nyaneka-nkhumbi*.

2- Construção de tarefas para a educação matemática que usem a tradição do povo *Nyaneka-nkhumbi* como contexto cultural integrador.

3- Testagem destas tarefas junto de professores e futuros professores no sentido de verificar a sua adequabilidade em situação de sala de aula do 1.º ciclo do ensino básico.

Na procura de atingir os objetivos estabelecidos e de responder às questões de investigação formuladas, apoiámo-nos em estudos realizados por vários autores quer na identificação e caraterização dos elementos (etno)matemáticos (capítulo II), quer na revisão de estudos de educação matemática que utilizam aspetos etnomatemáticos abordados por vários autores focados na aprendizagem e na formação de professores, para além de outros focos de investigação matemática adjacentes a este, como por exemplo a construção de recursos didáticos (capítulo III). Alicerçados nos estudos salientados no capítulo II, identificámos em artefactos e atividades próprias do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* elementos (etno)matemáticos (capítulo V). A partir desta recolha e análise de dados construímos tarefas para a educação matemática (capítulo VI) que foram testadas junto de professores angolanos (capítulo VII), em Angola e de futuros professores portugueses, em Portugal, no sentido de verificarem a adequabilidade em situação de sala de aula do 1.º ciclo do ensino básico/primário. A metodologia utilizada foi mista. O *design* da investigação envolveu estudos predominantemente qualitativos (estudo etnográfico) e uma componente quantitativa, cujos dados foram recolhidos através de um inquérito por questionário (capítulo IV). A análise dos dados recolhidos, quer nas entrevistas gravadas em áudio e vídeo e nas notas de campo, quer nas produções de participantes e nas respostas ao inquérito (capítulos VIII e IX), permitiu concluir que os objetivos deste estudo foram alcançados, o que detalhamos em seguida.

10.2 - Discussão

Com esta secção pretende-se discutir os dados deste estudo, como estádio preliminar para a resposta às questões de investigação, bem como para a elaboração de recomendações e sugestões de novas vias de investigação.

10.2.1 - Sobre o estudo etnomatemático

Nesta subsecção vai-se abordar a discussão sobre o estudo etnomatemático realizado junto da cultura *Nyaneka-nkhumbi*.

Sobre os artefactos

O estudo da matemática imbuída na arte dos grupos e povos permite-nos indagar e saber com mais profundidade as técnicas utilizadas pelos mesmos, não só na funcionalidade dos artefactos, mas também para avaliar a capacidade dos manufaturadores.

A ideia de estudarmos os artefactos dos *Nyaneka-nkhumbi* condiz com o pensamento de Paulus Gerdes pois foi ele que, desde logo em 1985, concebeu um método para "descongelar" o pensamento geométrico usado para a produção de artefactos, sendo que o investigador aprende, em primeiro lugar, as técnicas de fabricação sobreviventes (por exemplo, as técnicas de entrelaçamento) de produtos de trabalhos tradicionais como esteiras, cestos, etc. e, em cada fase do processo de fabricação, ele pergunta-se que aspetos de natureza geométrica desempenham um papel importante para se chegar à fase seguinte, permitindo assim a descoberta de pensamento geométrico "escondido" (ou "congelado") (Gerdes, 2012c).

Portanto, o "congelamento" dos saberes e saberes-fazer dos *Nyaneka-nkhumbi* reside no facto de, desde o simples pensar do construtor *Nyaneka-nkhumbi* até às técnicas engendradas na construção de casas que não se apresentam em forma escrita, foram quase cinco séculos abafados por colonizadores (Zaslavsky, 1999). Considerando que as práticas matemáticas dos *Nyaneka-nkhumbi*, e não só, também de outros povos subalternizados, em particular dos africanos, nada era dito e nem podiam ser ensinados formalmente na escola.

Sobre os enfeites. Os enfeites enquadram-se com outros estudos referidos (Estermann, 1960), ainda que, alguns sejam muito simples e, em alguns casos, as simetrias não sejam rigorosas.

Quando observamos os desenhos geométricos que decoram as fitas da cabeça da mulher *Nyaneka-nkhumbi* verificamos vulgarmente simetrias, facto coincidente com as "tatuagens dos *Yao* e dos *Makonde* do Norte de Moçambique que são bilateralmente simétricos." (Gerdes, 1991a, p. 89).

As manifestações de pensamento para manufaturarem as fitas da cabeça da mulher, as figuras geométricas para pirogravar objetos de uso, quer para os homens, quer para as mulheres, entre outras, transmitem-nos ideias variadíssimas no campo da ciência, embora outras culturas não aceitem com abertura as habilidades técnicas aplicadas nestas atividades como sendo matemática. Também neste ponto, a nossa opinião coincide com a do especialista na área Gerdes (1991, 2007a) ao afirmar que ao observarmos as formas e padrões geométricos dos objetos tradicionais como cestos, esteiras, potes, casas, armadilhas de pesca, tais formas e padrões refletem experiência e sabedoria acumuladas. Constitui não só conhecimento biológico e físico acerca dos materiais que são usados, mas também conhecimento matemático. Conhecimento que tem a ver com as propriedades e relações dos círculos, ângulos, retângulos, quadrados, pentágonos e hexágonos regulares, cones, pirâmides, cilindros e de outros.

É defendido por vários autores que há uma matemática nos artefactos e nas atividades dos grupos sociais e que é transmitida de geração em geração, no círculo de cada cultura. Relativizando os saberes matemáticos não divulgados, "congelados" ou "escondidos", são tidos hoje como informais pelas culturas dominantes (Knijinik, 2004). Na verdade e na visão das culturas locais não são informais, tais formas e padrões são legitimados, ensinados e aprendidos de geração em geração para manter a sua sobrevivência e continuidade.

Sobre os cestos. Tal como se verifica por estudos já realizados, a cestaria é uma arte comum aos povos de África, entre outros. No entanto, a variedade de objetos construídos, a sua função e o processo de fabrico varia.

Do estudo efetuado por Gerdes (2007a, 2007b) sobre cestaria africana ressalta o "hexágono-emblema" numa perspetiva mais além, ao identificar o entrecruzamento de tiras formando três furos. Este autor compara do mesmo modo a matemática, a cultura e a educação que se entrecruzam (Gerdes, 2007a).

A etnomatemática identificada nos cestos da mulher *Nyaneka-nkhumbi* enquadra-se em vários estudos realizados por diversos autores que investigaram a cestaria (Kuoni, 2003; Gerdes, 2007b, 2011c; Vieira et al., 2008). Entre várias figuras pirogravadas nos cestos é frequente ver um tipo de quadrado a que Gerdes (2011a) chamou "quadrado dentado" ou "estrela" e do qual calculou a área que denominou de Pitágoras africano.

Os cestos da mulher *Nyaneka-nkhumbi* são ligeiramente diferentes em relação aos estudos que consultámos quer pelo formato, quer pelo material usado na construção e pela finalidade de uso. As simetrias verificadas nas figuras dos artefactos *Nyaneka-nkhumbi* assemelham-se a algumas simetrias estudadas em vários lugares do mundo (Gerdes, 2007b, 2014c).

Quanto aos tópicos matemáticos que identificamos nos saberes e saberes-fazer dos *Nyaneka-nkhumbi*, aplicados à educação matemática, concorrem com os estudos realizados por Gerdes (2011a) sobre cestos "muzua" de Moçambique.

Sobre as casas de pau-a-pique. A etnomatemática evidente na construção de casas tradicionais dos *Nyaneka-nkhumbi* está carregada de muitos conhecimentos matemáticos profícuos para atividades educativas matemáticas dentro e fora da sala de aula (Dias et al., 2015).

Os conhecimentos matemáticos referidos no capítulo V e explorados a partir das práticas culturais dos *Nyaneka-nkhumbi*, podem ser frutíferos para o contexto de formação e não só, quer ao nível local onde os *Nyaneka-nkhumbi* vão sentir-se familiarizados com conhecimentos matemáticos, quer ao nível global onde os *Nyaneka-nkhumbi* estiverem inseridos em sociedades multiculturais, facto que acontece por exemplo em Portugal (Moreira, 2008).

O estudo que apresentámos sobre as casas tradicionais dos *Nyaneka-nkhumbi* faz eco com os estudos feitos por Zaslavsky (1999). Os focos de conhecimentos matemáticos apresentados sobre as casas, quer na estrutura, quer na exploração de conhecimentos envolvidos na construção, têm alguns aspetos comuns com outros estudos efetuados em África.

As práticas matemáticas dos *Nyaneka-nkhumbi*, quando ensinadas, sobretudo no contexto local, ainda que não só aí, podem incentivar o gosto pela aprendizagem da matemática e retenção de conceitos básicos sem ambiguidade. Os conhecimentos matemáticos, em particular os geométricos aplicados na edificação das casas de pau-a-pique, motivam-nos para esmiuçarmos cada vez mais a relação que pode coabitar entre a matemática praticada pelo grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*, neste aspeto, e a matemática "formal ou convencional", ensinada e vigente nas instituições ou estabelecimentos de ensino contemporâneos.

A intenção de identificar e explorar ideias matemáticas que estão "congeladas" no processo de construção de casas de pau-a-pique dos *Nyaneka-nkhumbi*, para além de preservar esses saberes e saberes-fazer, também se prende com o interesse na criação de tarefas no contexto do 1.º ciclo do ensino básico e de formação de professores referida por vários autores, por exemplo, em Zaslasvsky (1999) e Barta et al. (2014).

Sobre as armadilhas. Ao longo da nossa pesquisa sobre armadilhas (Dias et al., 2015) e do contacto que tivemos com os elementos do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*, notou-se um deslize ligeiro da prática cultural, se não mesmo esquecimento parcial.

Muitos fatores contribuíram negativamente para a débil prática cultural, nomeadamente: a modernização de algumas práticas culturais; a interdição da caça furtiva e a diminuição, se não mesmo extinção, de algumas espécies animais; a invasão da civilização de outros povos; e a anulação de hábitos e costumes dos autóctones.

Nota-se uma desvalorização e estigma de práticas culturais deste grupo étnico. A escola muitas vezes age de maneira a excluir os saberes e saberes-fazer das vivências dos alunos, centrando o processo unicamente nos saberes académicos.

Uma das nossas preocupações é a de, também nas aulas de matemática, formar o aluno para que seja um cidadão crítico e consciente, respeitando e valorizando a sua cultura, sabendo nós que não é possível alcançar esses objetivos agindo de maneira isolada da sua vivência sociocultural.

Tentamos focalizar-nos em sítios onde podíamos obter as armadilhas pesquisadas. A prática de armadilhas tem sido menos usual, porque há uma interdição de caça furtiva por parte do governo local e com isso, o temor às punições e represálias por parte dos caçadores *Nyaneka-nkhumbi*. Por parte dos entrevistados, notou-se uma curiosidade de aprender e de fazer renascer as velhas práticas de armadilhas. Quando falamos dos conhecimentos matemáticos envolvidos em armadilhas, os entrevistados ficaram perplexos e manifestaram interesse em saber mais da matemática. Por vezes, replicavam: "Isto também vale!?".

Os vários conhecimentos notáveis em armadilhas são aplicáveis noutras áreas da ciência, por exemplo, na física.

Sobre os jogos

O grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* pratica até hoje jogos tradicionais tal como o *ondjandja* e o *owela* para além de outros jogos importados de outras culturas. Os jogos são divertidos e contêm conhecimentos variadíssimos para o ensino e para a educação da matemática, particularmente para crianças do ensino básico. Este aspeto confirma o que carácter lúdico e útil ao ensino da matemática defendido por Moreira (2004). Partilhamos também as ideias de Cruz

(2007, p. 183) ao concluir que "os jogos de estratégia contribuem de forma articulada para o desenvolvimento de diversas capacidades matemáticas ao mesmo tempo que permitem a criação de pontos de partida para actividades de investigação muito ricas".

Sobre o *ondjandja*. As figuras geométricas representadas no *ondjandja* constituem uma parte de várias figuras geométricas de jogo de corda estudadas por Jayne (1962).

O estudo de *ondjandja* assemelha-se ao estudo realizado por Gerdes (2011a) sobre jogos africanos que têm a ver com o jogo de corda semelhante ao que as meninas moçambicanas praticam. A ideia é competir entre elas para mostrarem, não só, a destreza de saber e saber-fazer o jogo de corda, mas também, provar qual das meninas é capaz de mostrar novas figuras geométricas. O *ondjandja* enquadra-se nos vários estudos feitos em África.

O *ondjandja* apresentado por nós (capítulo VI), apesar de ser monocorda, é um dos jogos muito fértil no estudo de polígonos. A representação de figuras geométricas diversas com a corda monolinear no *ondjandja* mostra um saber e saber-fazer que nos pode interessar quer no campo de diversão meramente dito, quer na imaginação e maquinação inteligente na construção de figuras geométricas.

Os artifícios aplicados no processo do jogo produzem várias figuras geométricas comuns e não comuns, conhecidas e provavelmente pouco conhecidas, ensinadas ou pouco ensinadas na escola 'quase universal' (QU), respetivamente.

As figuras geométricas que exploramos no *ondjandja* são semelhantes e outras diferentes das que foram estudadas no jogo de puzzles por Gerdes (2008a). O jogo de puzzles apresenta um ponto fixo no processo da movimentação das peças, enquanto o ponto de esquema de *ondjandja* não é notório como também não é determinante no processo da movimentação/construção das figuras geométricas.

As propostas pedagógicas de Gerdes (2008a) no jogo de puzzles podem ser válidas para o contexto de *ondjandja*. Quer as peças do puzzle apresentadas por Gerdes (2008a), quer as várias figuras geométricas que apresentamos no capítulo VI não são as únicas. Haverá outras não "descongeladas".

Sobre o *owela*. O *owela* enquadra-se em vários trabalhos desenvolvidos por Gerdes (1993c) nas suas obras sobre os desenhos na areia com o grupo étnico *Tchokwe* (Angola), tais saberes são “(…) importante[s] na transmissão de conhecimentos e valores sociais e culturais duma geração para outra” (Gerdes, 2007a, p. 148).

O *owela*, tal como o *soro*, é um jogo africano que requer estratégias, raciocínio e cálculo mental. Os dois tipos de jogos diferem não só pelas regras como também pelo período em que são praticados. No caso do *owela* é jogado pelos *Nyaneka-nkhumbi* depois dos trabalhos do campo normalmente à tarde, ao contrário do jogo dos *'shona'* que é praticado pelas crianças à noite ao lado da fogueira (Zaslavsky, 1999).

O *owela* praticado pelo grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* associa-se a tantos tipos de jogos referidos, em Zaslavsky (1999), por“(…) playing on a Four-Row Board”. O *owela* é um jogo comparado aos que esta autora faz referência.

Apesar de terem a mesma estrutura em termos de tabuleiro ou buraquinhos criados no chão, as regras do *owela* diferem do conjunto dos jogos de tabuleiro. Vejamos, enquanto para *owela* a condição suficiente para um adversário perder é não ter capacidade de distribuir pedrinhas quer para se reorganizar, quer para capturar pedrinhas do adversário, para o jogo referido por Zaslavsky (1999) vencer ou perder tem a ver com a posição das pedrinhas, se estão na fila interior ou na fila exterior.

Autores relatam que os jogos constituem um pêndulo importante no ensino. Zaslavsky (1999), Bell e Conelius (1988), Gerdes (2008a), Palhares (2008a) e tantos outros, apologistas da etnomatemática, defendem a possibilidade de criar tarefas a partir de práticas culturais de jogos. Independentemente da complexidade do jogo, Ponte (2005) reforça que “(…) seja qual for a sua natureza, um jogo pode ter importantes potencialidades para a aprendizagem, especialmente se o professor souber valorizar os respectivos aspectos matemáticos.” (p. 11).

Nestas práticas lúdicas nota-se um saber e saber-fazer matemático admirável, enriquecedor no cômputo cultural local e quiçá na multiculturalidade geral. Muitos autores enaltecem os conhecimentos matemáticos que podem ser identificados e extraídos do jogo de corda (Jayne, 1962).

Esperamos que os estudantes, investigadores e professores possam fomentar mais estudos/investigações para que da vertente lúdica se possa explorar várias temáticas matemáticas e não só. O estudo desta temática junta-se às demais já realizadas. A nossa expectativa é que esse foco possa servir de ponto de partida para mais estudos e investigações do género, em particular para o grupo alvo deste estudo.

Sobre o sistema de numeração

Do estudo que realizamos sobre a contagem dos *Nyaneka-nkhumbi*, notou-se que a contagem predominante nesta comunidade não está formalizada, consequentemente não é ensinada nas escolas formais. O grupo alvo do nosso estudo até hoje não partilha uma contagem gestual uniforme como noutros sistemas de contagem definidos e ensinados na escola "quase universal" a exemplo de vários países com sistemas de numeração formalizados

A forma de contagem gestual, por exemplo, difere dentro dos subgrupos (variantes) do grupo *Nyaneka-nkhumbi*, até dentro de cada subgrupo.

Tal diferença é evidente no quadro sobre a contagem gestual do número três com crianças *Nyaneka-nkhumbi* (capítulo V). As crianças e os adultos da comunidade *Nyaneka-nkhumbi* contam tal como as crianças dessa comunidade que entrevistamos contaram, gestualmente com auxílio dos dedos até três por indicação do investigador, sem o terem aprendido nem uma vez na escola "quase universal" estando em harmonia com o que é defendido em Barros e Palhares (1997).

Urge a necessidade de formalizar um sistema de contagem gestual mais elaborado de tal forma que possa obedecer a regras tal como se faz noutros sistemas de numeração abordados no capítulo III.

Apesar dos *Nyaneka-nkhumbi* não possuírem um sistema de contagem formalizado possuem um sistema de numeração, devidamente constituído e praticado até hoje. O estudo que realizamos traz à tona o sistema de numeração iniciado no mestrado (Dias, 2011). No estudo atual constam entre várias propostas a adição e a subtração gestual para as crianças dos primeiros anos de escolaridade. O sistema de numeração dos *Nyaneka-nkhumbi* em forma escrita parece ser novo. Não constitui apenas um instrumento para o ensino e a aprendizagem da matemática na língua local, para este grupo étnico torna-se um orgulho a sua divulgação e por outro lado respeito e valorização desta prática cultural. Estas ideias foram defendidas por Fernández (2004), Gerdes, (1993c) e tantos outros autores. Não só poderá permitir a compreensão da matemática "QUC" na sua própria língua como também irá alavancar o gosto pela matemática e o sucesso escolar (Moreira, 2008). A contagem em si está presente nas atividades dos homens desde longos anos (Cebolo & Oliveira, 2007) estes autores afirmam que "(...) a forma como contamos obedece a um conjunto de regras que nos permitem construir todos os números" (p. 83). O sistema de numeração dos *Nyaneka-nkhumbi* junta-se a vários sistemas de numeração estudados a nível do mundo por Zaslavsky (1996, 1999).

É importante incorporar o sistema de numeração no programa e no currículo de matemática, em particular de Angola, onde a maioria desta comunidade se insere. Recentemente foram institucionalizadas as línguas nacionais de Angola para serem oficialmente ensinadas (Ponto 2 do art.º 9.º (Língua) do N.º 13/2001 de 31 de dezembro sobre a Lei de Bases do Sistema de Educação da República de Angola)[33].

Com base neste Decreto-lei, o sistema de numeração dos *Nyaneka-nkhumbi* pode ser proposto no programa e currículos de matemática do ensino primário.

Em Angola, apesar da taxa de analfabetismo estar a reduzir, tal esforço ainda é exíguo[34]. Pensar em propor programas e currículos que integrem o sistema de numeração *Nyaneka-nkhumbi*, seria contribuir para baixar a taxa de analfabetismo que assola um número considerável de crianças e jovens daquele país.

A fechar. Os estudos etnomatemáticos sobre artefactos, jogos e sistemas de numeração do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* de Angola enquadram-se nos estudos efetuados em África, mas também em vários outros pontos do mundo como na América, na Ásia e na Europa, efetuados por autores como D'Ambrósio, Gerdes, Palhares, Barta, Zaslavsky entre tantos outros.

Os artefactos do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* constituem um objeto de estudo quer pela sua inventariação para memória futura, quer pela procura de aspetos matemáticos neles "escondidos".

As investigações científicas realizadas por vários autores testemunham que a África, tal como no passado, tem contribuído grandemente para o mundo da ciência. Esperamos que com o renascimento das culturas 'congeladas' durante séculos se poderá contribuir ainda mais para o contexto local e global.

[33] http://planipolis.iiep.unesco.org/upload/Angola/Angola_Lei_de_educacao.pdf

[34] http://www.unicef.org/infobycountry/files/UNICEF_Angola_AR2010-port.pdf

A investigação científica sobre os conhecimentos matemáticos em África tem vindo a evoluir positivamente, à medida que os governos têm abraçado a ideia de renascer, explorar, valorizar e expandir as suas culturas, quer institucionalmente quer financeiramente.

Caberá aos investigadores matemáticos e investigadores da etnomatemática apresentarem projetos plausíveis que convençam os gestores de governos para adjudicarem projetos e programas. É importante expandir desde o endógeno para que a sociedade, alunos, pais e encarregados de educação saibam e se envolvam no programa de estudo da etnomatemática.

Os saberes e saberes-fazer matemáticos envolvidos no processo da manufaturação dos artefactos dos *Nyaneka-nkhumbi* permitem conciliá-los com a matemática QUC. Verificamos que é possível identificar temas de matemática elementar, e não só, nos enfeites, cestos, armadilhas, casas tradicionais, jogos e sistemas de numeração que possibilitam criar tarefas no contexto de sala de aula.

Renascer as velhas práticas dos saberes e saberes-fazer dos *Nyaneka-nkhumbi*, constitui um estímulo para os autóctones e grande curiosidade para os outros povos de outras culturas. Desvendar e expandir os tais saberes para as gerações é contribuir para a ciência.

10.2.2 - Sobre etnomatemática e educação matemática

É possível proporcionar aos alunos grande satisfação quando o professor busca conteúdos relacionados com o seu quotidiano, para que se sintam motivados e percebam a importância da matemática como mecanismo de transformação da realidade.

Hoje em dia, em quase todo o mundo, vive-se numa multiculturalidade sem precedente que exige reformular currículos. É uma exigência social de extrema necessidade efetuar estudos que visem abranger todos, sem estigma de origem ou qualquer discriminação.

Ainda hoje, o papel da etnomatemática em contexto de sala de aula e as experiências que daí advêm são ainda apontadas pela literatura como pouco esclarecedoras quanto ao modo como têm vindo a ser implementadas e quanto ao significado da Matemática poder ser perspetivado sob um ponto de vista etnomatemático (Rivera & Becker, 2007).

Dados os avanços significativos alcançados pela etnomatemática na educação matemática torna-se importante continuar a incentivar o desenvolvimento de estudos sobre a etnomatemática na escola. Comprender a etnomatemática pode ajudar os professores a lidar com a diversidade cultural, por um lado e com grupos homogéneos, por outro. É necessário fornecer ferramentas aos professores que lhes permitam interpretar a matemática cultural local e saber utilizá-la ao serviço da aprendizagem da Matemática. Sob o ponto de vista mundial a etnomatemática surge como um desafio na preparação dos jovens, futuros gestores do processo de ensino e de aprendizagem.

Este estudo não permitiu apenas o ensino vinculado à matemática que se interessa pela cultura do grupo *Nyaneka-nkhumbi*, mas também procurou desenvolver um senso crítico que valoriza as diversas formas de conhecimento e eleva a auto-estima do grupo, promovendo, dessa forma, a criatividade e a dignidade da identidade cultural.

Somos apologistas em promover e difundir os saberes e saberes-fazer matemáticos de grupos, classes sociais, profissionais, etc., sobretudo, para as sociedades multiculturais. Há necessidade de implantar o ensino para todos, ideia defendida e divulgada pelas Nações Unidas (UNESCO, 1993).

A integração de aspetos culturais do quotidiano nos currículos contribui para um entendimento da Matemática, o que pode incentivar a predisposição para estabelecer conexões com significado e, consequentemente para uma compreensão da matemática (Adam, Alangui & Barton, 2003; Bishop, 2005 e Zaslavsky, 2002).

Com o estudo efetuado esperamos ter dado contributos para a concretização de alguns aspetos desta problemática.

As tarefas e o seu interesse ao nível local e ao nível global. Relativamente ao grupo PNN (constituído por cinco professores angolanos), o estudo permitiu verificar que tal como acontecia com os professores indígenas formados com a colaboração de Eduardo Sebastiani Ferreira (Ferreira, 1994), os professores locais reconhecem a importância de partir da cultura e tradição das crianças para as levar a aprender a matemática escolar ocidental. Foram, no entanto, mais longe, defendendo que este tipo de tarefas pode ser usado em diferentes contextos angolanos, mas também junto de outras comunidades quer aí existam elementos *Nyaneka-nkhumbi* quer não. Referem ainda o interesse na partilha da cultura e tradição entre os vários povos.

Os grupos A e B corroboram estas opiniões. Consideram que as tarefas são adequadas para aplicar às crianças *Nyaneka-nkhumbi*, a crianças de outros grupos étnicos angolanos, a crianças de outros países lusófonos e ainda a crianças de comunidades portuguesas radicadas noutros países. Foram ainda mais longe ao concordarem que estas tarefas poderiam ser traduzidas e resolvidas por crianças de outras línguas.

Estes participantes reconheceram que a aplicação destas tarefas pode contribuir para preservar e valorizar a cultura local e enriquecer a ciência. De modo semelhante, os alunos da região de Trás-os-Montes e Alto Douro que participaram num outro projeto (Costa et al., 2008) e nos estudos de investigação (Costa et al., 2011a; 2011b) aperceberam-se de aspetos da sua cultura e tradições que desconheciam e que passaram a valorizar mais.

Algumas das tarefas foram consideradas mais motivantes para aprender matemática do que outras, foi o caso dos jogos, o que não surpreende tendo em conta as caraterísticas lúdicas e a sua relação com a matemática (Moreira, 2004; Almeida, 2007). Embora, em geral, seja considerado que por o contexto ser novidade, as tarefas são motivadoras.

Grau de dificuldade. Da lista mais extensa de tarefas criadas e apresentadas ao grupo PNN, os professores consideraram algumas com nível de dificuldade desajustado ao 1.º ciclo do ensino básico de Angola. A maioria foi considerada adequada, principalmente, a alunos a partir da 3.ª classe, embora em alguns casos, dependendo dos alunos e do modo como o professor gerisse a implementação das tarefas, poderiam ser abordadas com crianças mais novas. Foi confirmado pelos professores do grupo PNN que as tarefas se enquadram nos objetivos do programa oficial do 1.º ciclo do ensino básico/primário angolano. Relativamente à dificuldade sentida pelo professor, nas sessões constatou-se que algumas tarefas causaram algum desconforto aos professores.

Lembramos que o conjunto de tarefas apresentado aos grupos A e B já teve em conta as reações dos professores do grupo PNN, isto é, as tarefas consideradas mais complexas e desadequadas ao nível de escolaridade foram retiradas.

Os grupos A e B tenderam a concordar que o grau de dificuldade e que as tarefas são adequadas para crianças que frequentem o ensino básico, a partir do 3.º ano de escolaridade, embora considerem que pode haver crianças que possam não ser capazes de as resolver. Relativamente à sua experiência na resolução das mesmas, constataram-se algumas dificuldades, tendo considerado que as tarefas são fáceis, embora algumas envolvam um certo grau de complexidade.

Consideramos estes resultados positivos, por as tarefas serem consideradas com nível de dificuldade adequado, interpretando esta qualidade no sentido que Estanqueiro (2010, pp.15-16) lhe dá, isto é, não serem tão fáceis que se tornem aborrecidas e desinteressantes e serem suficientemente difíceis para serem mobilizadores.

Recomendações de implementação. Aspetos a que os professores do grupo PNN deram muito realce e que foram corroborados pelos participantes dos grupos A e B, foi a necessidade do professor dominar os assuntos, as temáticas culturais (por exemplo saber jogar bem os jogos) e as estratégias de resolução dos problemas (em particular dos mais abertos), bem como a sua capacidade de dinamizar/gerir o trabalho dos alunos. Por exemplo, não dar as respostas, mas ir dando pistas que ajudem o aluno a chegar à solução tal como sugere Polya (1945/2003). Estes aspetos da formação profissional de professores são discutidos e considerados fundamentais em Ponte, (2012). Inclusivamente os participantes sugeriram que seria relevante a formação dos professores na área da etnomatemática e da sua ligação com a educação matemática.

A fechar. De uma maneira geral todos os participantes deste trabalho envolveram-se na experiência matemática cultural conseguindo realizar as tarefas propostas com sucesso, ainda que em algumas tenham manifestado dificuldade, por não estarem familiarizados com os processos de resolução ou com o contexto cultural.

O trabalho com aspetos culturais da matemática suscitou curiosidade e mostrou ser do agrado dos participantes pelo entusiasmo revelado.

Os participantes deixaram boas impressões sobre as tarefas aplicadas e notou-se o envolvimento dos grupos nas atividades apresentadas. O inquérito feito aos participantes é outro indicador que aponta nesse sentido.

Os participantes, quer os professores angolanos – que conheciam o contexto cultural – quer os futuros professores portugueses – para quem todo o contexto cultural foi uma novidade – atribuíram significado matemático às ideias "escondidas" em vários artefactos apresentados nas tarefas à medida que se envolveram nas mesmas.

Vejamos por exemplo que quando observaram as imagens evidentes quer nos enfeites de missangas, quer nos cestos das mulheres *Nyaneka-nkhumbi*, reconheceram e identificaram vários conhecimentos matemáticos associados à matemática académica.

A implementação das tarefas neste estudo etnomatemático não apareceu meramente como um novo conteúdo ou contexto nesta área de investigação, mas antes como uma valorização do reconhecimento matemático deste grupo étnico que, por sua vez, permitiu estabelecer conexões matemáticas revestidas de maior significado para os participantes e não só.

Parece-nos que as finalidades transversais patentes nos programas de matemática para o 1.º ciclo do ensino básico, quer português, quer angolano sobre as tarefas implementadas, foram alcançados positivamente (capítulos VIII e IX deste trabalho), na medida em que os participantes foram quase unânimes nas suas respostas, tanto nas respostas dadas nas produções resultantes das atividades sobre as tarefas, como na tendência das opiniões dos participantes nas respostas ao inquérito por questionário aplicado, deixando claro que as tarefas se adequam, principalmente, a alunos a partir da 3.ª classe /3.º ano de escolaridade.

Os resultados produzidos com base na análise dos dados das produções escritas e nas respostas ao inquérito por questionário indicam que as tarefas podem ser significativas para os alunos do I ciclo do ensino básico do contexto angolano, bem como para os do contexto português e mesmo de outros contextos com alguma diversidade cultural, em particular o dos africanos.

As tarefas propostas e aplicadas levaram-nos a perceber que as atividades proporcionaram momentos de muita expectativa, na medida em que os participantes desconheciam os temas que foram abordados, justamente porque por um lado não fazem parte do seu contexto cultural (no caso dos portugueses) e por outro pela maneira como foram preparados e apresentados (no grupo A e no grupo dos professores angolanos). As tarefas elaboradas sobre casas tradicionais mostraram-se ser das mais desafiantes para os participantes deste trabalho.

Concluímos que os resultados das entrevistas, das produções e do inquérito dos participantes foram congruentes entre eles na sua maioria, mesmo em contextos diferentes de recolha de dados. Sem pôr em causa as conclusões de outros observadores, a análise dos dados permitiu-nos concluir que os objetivos concebidos para este estudo, foram alcançados satisfatoriamente.

As tarefas propostas, para contexto de sala de aula, trabalhando conteúdos matemáticos através da exploração de jogos, casas tradicionais, enfeites das mulheres e cestos das mulheres

Nyaneka-nkhumbi, foram consideradas pelos participantes no estudo, maioritariamente aplicáveis não só a alunos do 1.º ciclo do ensino básico do contexto angolano, como para outros contextos multiculturais, em particular o português.

Renascer uma prática cultural é revitalizar uma cultura, é valorizar numa perspetiva de explorar os diversos conhecimentos científicos que estão "escondidos". Esses conhecimentos precisam de ser desvendados, de ser contextualizados e aproveitados para o contexto de sala de aula. Gerdes (2007a) afirma "Todos os povos têm o direito de poder aprender e usufruir do saber acumulado e de poder contribuir para o seu enriquecimento." (p.157).

10.3 - Conclusão

Em relação à primeira questão de investigação, o capítulo V contém, em nosso entender, um acervo rico de elementos etnomatemáticos de artefactos e atividades próprias do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* que com esta investigação pudemos identificar.

Nos enfeites e cestos das mulheres *Nyaneka-nkhumbi*, nas casas de pau-a-pique e nas armadilhas construídas pelos homens deste grupo e nos jogos e sistemas de numeração usados por todos fica patente a existência de saberes e saberes-fazer que envolvem noções de geometria plana (figuras geométricas, transformações do plano, simetrias e frisos) e no espaço (sólidos geométricos), de medida (comprimentos e perímetro, área, volume e relações entre estas medidas), de padrões e regularidades, de contagens e de estratégias de resolução de problemas (funcionamento de armadilhas, organização de espaços, jogos, etc.) ao nível da matemática elementar que é abordada no ensino básico português e angolano. Foram ainda identificados aspetos com potencial para abordar matemática a níveis mais elevados, como a noção de probabilidade.

Quanto à segunda questão de investigação deste estudo, as tarefas criadas no contexto cultural *Nyaneka-nkhumbi* foram significativas quer para o contexto dos alunos do 1.º ciclo do ensino básico da comunidade *Nyaneka-nkhumbi*, quer para outros contextos socioculturais incluindo Portugal onde se realizou parte deste estudo.

Os comentários dos participantes do grupo PNN foram importantes na medida em que serviram de ponto de referência para o refinamento das tarefas e para a elaboração do inquérito por questionário. A experiência profissional acumulada destes professores do contexto angolano foi uma mais-valia para a reflexão e a discussão sobre as tarefas e sua implementação (capítulo VII).

Também os resultados obtidos através das produções resultantes da resolução das tarefas e das respostas ao inquérito (capítulo IX) a partir da participação dos grupos A e B foram de relevância para a consecução dos objetivos a que nos propusemos.

Da análise dos resultados dos participantes dos grupos A e B concluímos que os resultados obtidos foram congruentes e mostraram que se trata de tarefas significativas, relevantes e interessantes para vários contextos socioculturais (Estanqueiro 2010; Moreira, 2008; Gerdes, 2012c). Tal como permite afirmar que essas tarefas são, maioritariamente, adequadas para o 1.º ciclo do ensino básico, apesar de se notar um certo ceticismo nos casos em que as acharam complexas para este nível de escolaridade.

10.4 - Recomendações

O professor ao planificar o trabalho com tarefas deve ter consciência da necessidade de promover o estabelecimento da relação entre o currículo, o *background* e o *foreground* dos alunos. Por outras palavras fazer uma conexão entre a etnomatemática e a matemática incentivando desta maneira a aprendizagem da matemática com significado.

A consecução deste objetivo não é fácil para o professor, como verificámos pelas afirmações dos participantes, quer os professores angolanos, quer os futuros professores portugueses, os quais apelaram à implementação da etnomatemática (e sua ligação com a educação matemática) em disciplinas dos cursos de formação (inicial e/ou contínua) de professores para o ensino básico. Em Portugal e não só, a etnomatemática também poderia ser implementada nos cursos de formação para outros contextos, como Angola, onde a cultura se identifica com as tarefas aplicadas e que afinal pode abranger outros grupos étnicos de Angola e de países lusófonos onde a cultura e a língua facilita a comunicação nos processos de ensino e de aprendizagem.

As tarefas que apresentamos neste trabalho podem ser uma das fontes de inspiração para outros estudos e para a aplicação em sala de aula de matemática. Estas são adaptáveis noutros contextos de diversidade ou não cultural, cabendo a cada professor moderar a aplicação das mesmas com base na situação concreta em que se apresentam.

Os vários conhecimentos matemáticos levantados para este estudo podem ser plenamente aproveitados para contextualizar conteúdos didáticos propiciando assim a assimilação ativa destes conhecimentos e, consequentemente, mostrar uma matemática muito mais prazerosa de ser estudada.

Sobre jogos

Os jogos apresentados neste trabalho proporcionaram vários elementos pedagógicos válidos na educação matemática (Gerdes 2011b; Gomes, 2007)

A prática de determinados jogos de estratégia são recomendáveis e constituem um meio de desenvolvimento de competências úteis para os processos de ensino e de aprendizagem da matemática.

Por exemplo, nas tarefas sobre o *ondjandja* (capítulo VI) foi apresentado um esquema do *ondjandja* do qual foram extraídas várias figuras geométricas menos comuns que não são as únicas. Tal como no passado os heróis da matemática desenvolveram o estudo sobre as figuras geométricas regulares habituais como triângulos, retângulos, losangos, quadrados, hexágonos, pentágonos e circunferências, com várias aplicações na vida do Homem, de igual modo as figuras geométricas não comuns, criadas e apresentadas por nós e outras por explorar no esquema do *ondjandja*, podem tornar-se comuns, atribuindo nome a cada uma delas e estudando as suas propriedades. Estas figuras não comuns podem inspirar os artesãos na construção de objetos manipuláveis para crianças, os fabricadores de tecidos ao estampá-los ou na construção civil em termos de configuração de edifícios entre outros.

As tarefas apresentadas (capítulo VI) na temática de *ondjandja* podem servir de fonte de inspiração de várias tarefas associadas a uma pedagogia integradora tal como os desafios apresentados por Gerdes (2014c) na sua obra "*Geometria Sona de Angola. Explorações educacionais e matemáticas de desenhos africanos na areia: Um estudo em cultura e educação matemática (Vol 2).*"

Os jogos de tabuleiro como o *owela* são indicados como potenciadores de grandes benefícios para o desempenho dos alunos em matemática.

Seria desejável para o *owela* pensar em criar algo semelhante ao que Ron Eglash fez na criação do *applet* utilizável na construção de padrões de enfeites de missangas no contexto do ensino e aprendizagem da matemática.

No trabalho com o *owela* apresentamos um fluxograma de regras deste jogo da nossa autoria que pode ser usado na informática, como por exemplo na introdução da programação. O fluxograma referido pode contribuir para conceber o *owela* em versão informática.

Sobre casas tradicionais de pau-a-pique

As tarefas sobre casas tradicionais dos *Nyaneka-nkhumbi*, por exemplo a descoberta das linhas/caminhos que ligam uma junção à outra, para além de incutir ideias sobre grafos, pode servir de desafio para descobrir um padrão válido usado que permite mostrar todas as linhas/caminhos sem falhar nenhum. Este desafio tem uma larga aplicação na temática das tecnologias de informação e comunicação, na maneira como os motores de busca de conteúdos processam a pesquisa na *internet*, na maneira como as chamadas telefónicas são processadas e encaminhadas para os destinatários quase sem falha. Entre várias aplicações que teríamos citado concluímos que as tarefas sobre as casas tradicionais de pau-a-pique dos *Nyaneka-nkhumbi* podem permitir à educação matemática, para crianças e adultos, variadíssimas aplicações na vida prática.

Sobre sistemas de numeração

É notório que a numeração desde sempre foi uma necessidade imprescindível para as crianças e adultos de forma espontânea ou não. Neste trabalho, na contagem gestual das crianças investigadas espontaneamente, verificamos o descompasso na mostragem dos gestos correspondentes ao número três (capítulo V). Tal como está uniformizada a contagem gestual de outros povos como a dos *Kamba* e a dos *Taita* ambos do Quénia, sugere-se o mesmo com as crianças das comunidades *Nyaneka-nkhumbi* e não só, estender para outras sociedades onde tal necessidade se faça sentir. Para tal emerge a necessidade de definir corretamente uma pedagogia que encaminhe o uso do sistema de contagem gestual uniformizado para este contexto.

Sobre armadilhas

Constatou-se que a prática da caça tradicional no seio dos *Nyaneka-nkhumbi* tem diminuído gradualmente, por causa da interdição das autoridades locais. Notam-se nas armadilhas apresentadas saberes e saberes-fazer matemáticos interessantes para a educação matemática. Importa fazer renascer a construção de armadilhas e valorizar a tradição dos caçadores *Nyaneka-nkhumbi*, tal como foram reconstruídas, preservadas e inventariadas as tradições do *Tchokwe* do nordeste de Angola (Gerdes, 2011a, 2014c) para memória das jovens gerações.

Na etnomatemática um dos focos centrais é a análise das tradições sem histórias escritas.

Ao renascer as armadilhas e as técnicas nelas usadas, não só podem ser valorizadas, como também, podem servir de fonte de inspiração para as várias aplicações. É recomendável promover a educação da prática da caça tradicional organizada como forma de incentivo às antigas práticas. Hoje, vários países organizam caça seletiva em épocas apropriadas do ano. Nesta prática pode-se identificar jovens com tendência de valência de inteligência como aconteceu com o jovem jogador do *soro* referido por Zaslavsky (1999).

Sugerimos que é tempo de "descongelar", não só os conhecimentos matemáticos envolvidos em artefactos, jogos, casas tradicionais como também "descongelar" a mente "colonizadora" ou "colonizada". Os registos das entrevistas são testemunho que quando entrevistado um antigo praticante da caça dizia "isto [estudo de armadilhas] também vale!?

O processo da prática da caça exige habilidades e envolve raciocínio para atingir os objetivos inerentes a esta prática. Como tal é uma área fértil de conhecimentos matemáticos. Portanto, recomenda-se um estudo mais aprofundado sobre outras atividades e armadilhas não referidas neste estudo.

A fechar. Defendemos que é desejável que as investigações futuras sobre as técnicas usadas pelas mulheres *Nyaneka-nkhumbi*, na manufaturação de enfeites, de cestos, de panelas de barro e os métodos usados nas conjeturas de lances de jogos quer *owela* quer *ondjandja* fossem como afirma Zaslavsky (1999) "(...) *one method used by social scientists to trace the history of African peoples is to investigate their style of playing this game [of bao]* " (p. 129).

É, ainda, recomendável que as investigações etnomatemáticas com o grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* prossigam de modo a "descongelar" cada vez mais os conhecimentos matemáticos "escondidos" e muitos deles extinguidos e em via de extinção (Dias et al., 2015).

As investigações etnomatemáticas neste sentido podem contribuir grandemente para educação matemática inclusiva que vise valorizar todos e criar um ambiente mais prazeroso, de paz e de harmonia.

10.5 - Sugestões de futuras investigações

É extremamente importante o investigador perceber as técnicas, habilidades e fases de construção que envolvem quer as casas tradicionais, jogos e artefactos dos *Nyaneka-nkhumbi*, quer outros trabalhos tradicionais suscetíveis de investigação etnomatemática.

Seria interessante estudar a aplicação das tarefas que criámos a alunos do 1.º ciclo do ensino básico para verificar as suas reações quanto, por exemplo, ao grau de dificuldade que podem ter na sua resolução. Importa também experimentá-las em vários contextos socioculturais. Isto permitiria saber que tipo de dificuldades os alunos iriam evidenciar? Que erros eram mais comuns? O que influenciaria o desempenho dos alunos ao longo das atividades? Estas e outras questões podem servir como ponto de partida para futuras investigações.

As tarefas apresentadas não são as únicas, é possível criar e explorar outras, testando-as junto de professores e alunos, tanto para o ensino da matemática como para outras áreas da ciência como física, etnografia, antropologia e história da matemática.

Segundo as opiniões dos participantes, algumas das tarefas criadas e apresentadas não se adequavam aos alunos do 1.º ciclo do ensino básico. Sugerimos que essas tarefas sejam adaptadas a outros níveis de escolaridade e posteriormente testadas junto de professores e/ou alunos.

Os artefactos apresentados nos resultados deste estudo (capítulo V) encerram várias aplicações no contexto de sala de aula de matemática. Podem ser usados para a elaboração de tarefas para o 1.º ciclo do ensino básico, bem como podem ser exploradas com alunos de outros níveis de escolaridade e/ou de outros contextos.

No caso das armadilhas, estas são ricas em conhecimentos matemáticos, mas também de física. Parece ser um tema com (etno)conhecimentos interessantes para esta área de investigação. Por exemplo, pode-se investigar na *eliva* qual a velocidade quando a pedra cai no momento de prender a presa. Como o caçador imaginou e construiu as armadilhas de tal forma que a probabilidade de falhar é quase nula. Que propriedades terão as varas utilizadas que servem de mola impulsionadora? O que têm as armadilhas em comum, no modo como a presa a aciona ao tocar em certos pontos da mesma?

Tal como foram explorados os artefactos para a educação matemática por vários autores (Gerdes, 2014c; Palhares, 2008a; Barta et al., 2014; Zaslavsky, 1999) de igual modo apresentamos tarefas relacionadas com enfeites da mulher com vários tópicos matemáticos (capítulo VI deste trabalho) que podem ser replicadas com outros grupos de futuros professores e de professores, bem como de alunos, quaisquer uns deles de diferentes culturas.

Tal como acontecera com a expansão da matemática do ocidente para o resto do mundo, a nossa pretensão não foi somente fazer renascer a cultura *Nyaneka-nkhumbi* em si, mas também perceber as técnicas nelas envolvidas, para que possam ser usadas cada vez mais no contexto de sala de aula.

D'Ambrósio (1985, p. 45 em Gerdes 1991) exorta a necessidade de se alargar a compreensão do que é a matemática, devido a ainda haver uma certa tendência de alguns matemáticos menosprezarem a chamada matemática informal ou implícita.

A não contemplação dos conhecimentos culturais trazidos pelos alunos de fora da escola e impregnados na cultura dos mesmos pode dificultar a compreensão da matemática, aspeto que o professor deve ter em consideração, pelo que são necessários mais estudos que avaliem das vantagens (e desvantagens) da utilização de uma educação matemática contextualizada culturalmente. No caso do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* são ideias que gostaríamos de vir a poder desenvolver.

É aceitável pensar-se que, sem a influência dos colonizadores, estes povos poderiam ter vindo a desenvolver os seus saberes e quiçá alcançar níveis consideráveis comparativamente com as culturas dominantes. A este respeito, Gerdes registou o seguinte: "Os estudantes redescobrem eles mesmos este importante Teorema [de Pitágoras] e conseguem prová-lo. Um dos estudantes observa: 'Não tivesse Pitágoras – ou alguém antes dele – descoberto este teorema, nós tê-lo-íamos descoberto…'." (Gerdes, 1991, p. 73).

As consequências da colonização deixaram sequelas (Zaslavsky, 1999) provocando o esquecimento e desconhecimento dos saberes dos seus ancestrais. Chegou ao ponto de desprestigiar conhecimentos natos e originários da sua cultura, insinuando que praticar a cultura local significaria atraso ou recuo no tempo e no espaço.

Outra possibilidade é partir da recolha etnomatemática que efetuámos junto do povo *Nyaneka-nkhumbi* e olhar esses dados no sentido de criar resultados matemáticos novos tal como Gerdes apresenta, por exemplo, sobre os sona em (1993b), sobre meioquadrados em (2008) e sobre matrizes cíclicas em (2011d).

Com este estudo estaríamos a prestar um contributo no âmbito da dinâmica evolutiva dos saberes e saberes-fazer da matemática, quer para com os grupos étnicos locais, quer para vários grupos, classes e outros povos do mundo.

O estudo efetuado traz vários contributos científicos desde a descrição etnográfica e antropológica das mulheres *Nyaneka-nkhumbi* até à aplicação à educação matemática. Estamos confiantes que este trabalho servirá de material de apoio para os alunos, os investigadores e os professores. Por outro lado, podemos crer que os conhecimentos científicos produzidos servirão como base de investigação, não só, para o campo da etnocultura e educação matemática, assunto a que se propôs este trabalho, como poderá servir às outras áreas da ciência.

10.6 - Limitações

No âmbito do percurso do nosso trabalho de pesquisa tivemos limitações, entre as quais a demográfica e a bibliográfica.

Quanto à primeira limitação referida, insere-se no contacto que efetuamos com os *Nyaneka-nkhumbi* que atingiu apenas as variantes linguísticas maioritárias deste grupo étnico, nomeadamente os *Quipungu*, os *Handa,* os *Muíla,* os *Nkhumbi* e os *Nyaneka.* Ainda assim a população alvo deste estudo foi alcançada, podendo satisfazer os objetivos do mesmo ao nível desejável.

A segunda limitação tem a ver com a bibliografia referenciada que foi reduzida em termos do grupo alvo deste estudo. Não encontramos estudos etnográficos recentes que retratassem os *Nyaneka-nkhumbi*. Também neste sentido pensamos que este estudo etnomatemático sobre o grupo *Nyaneka-nkhumbi* valeu por si só ao revalorizar a cultura em si, embora esperemos que contribua, gradualmente, para a biblioteca dos conhecimentos matemáticos universais.

Também é de referir que algumas dificuldades burocráticas angolanas conjugadas com a duração dos períodos de tempo em que o investigador esteve em Angola para efetuar a recolha de dados inviabilizaram, por exemplo, a recolha fotográfica no Museu Regional da *Huíla* no *Lubango*.

Em Portugal, a escolha dos participantes portugueses e os tempos de duração das sessões de implementação das tarefas foi condicionada pela disponibilidade dos docentes e pela limitação de horários das aulas. Gostaríamos de ter aplicado as tarefas dando mais tempo para os participantes as resolverem com mais calma.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abrantes, P., Ferreira, C., & Oliveira, H. (1996). Matemática para Todos: investigações na sala de aula. Em P. Abrantes, L. Leal & J. P. Ponte (Orgs.), *Investigar para aprender matemática* (pp.165-172). Lisboa: Grupo "Matemática para Todos – investigações em sala de aula" e APM.

Adam, S., Alangui, W., & Barton, B. (2003). A comment on Rowlands and Carson 'Where would formal academic mathematics stand in a curriculum informed by ethnomathematics? A critical review'. *Educational Studies in Mathematics*, *52*(3), 327-335.

Aires, L.M. (2010). *Uma história de Matemática – Dos primeiros Agricultores a Alan Turing, dos Números ao Computador.* Lisboa: Edições Sílabo.

Akker, J., Gravemeijer, K., McKenney, S., & Nieveen, N. (2006). Introducing Educational Design Research. Em S.V.D. Akker, K. Gravemeijer, S. McMenney & N. Nieveen (Eds.), *Educational Design Research* (pp. 3-7). London: Rortledge.

Almeida, E. (2007). *Geometria através do corpo/movimento: impacto de uma proposta de intervenção transdisciplinar na aprendizagem da geometria no 1.º Ciclo do Ensino Básico* (Tese de mestrado não publicada). Universidade de Trás-os- -Montes e Alto Douro, Portugal.

Almeida, J.F., & Pinto, J.M. (1975). *A investigação nas ciências sociais* (3.ª edição). Lisboa: Editorial Presença, Lda.

Alves, M. (2007). *Como escrever tese e monografias: Um roteiro passo a passo* (2.ª edição, revista e atualizada). Rio de Janeiro: Campus/Elsevier.

Banks, J. (1989). *Multicultural Education: Issues and Perspectives.* Boston: Allyn and Bacon.

Bardin, L. (2007). *Análise de conteúdo.* Lisboa: Edições 70 (reimpressão).

Barros, M.G., & Palhares, P. (1997). *Emergência da Matemática no jardim-de- -infância*. Porto: Porto Editora.

Barta, J., Eglash, R., & Barkley, C. (2014). *Math is a verb. Activities and lessons from cultures around the world*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Barton, B. (2008). Prefácio. Em P. Palhares (Coord.), *Etnomatemática – Um Olhar sobre a Diversidade Cultural e a Aprendizagem Matemática* (pp. 7-10). Ribeirão: Edições Húmus.

Benítez, L. (2014). *Educar e aprender com valores: Contos e atividades para animação da leitura, educação para a cidadania, ética e moral.* Madrid: Bookout.

Bishop, A., & Goffree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. Em B. Christiansen, A.G. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on Mathematics Educacion* (pp. 307-365). Dordrecht: Reidel.

Bishop, A. (1999). *Enculturación Matemática. La Educación Matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Editorial Paidós.

Bishop, A. (2005). *Aproximación sociocultural a la educación matemática*. Colombia: Universidad del Valle.

Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., & Timóteo, M.C. (2013). Programa e Metas Curriculares: Matemática do Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.

Bogoshi, J., Naidoo, K., & Webb, J. (1988). The oldest mathematical artefacto. *The Mathematical Gazette*, *71*, 294.

Botas, D., & Moreira, D. (2013). A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática – um estudo no 1.º ciclo. *Revista Portuguesa de Educação*, *26*(1), 253-286.

Brannen, J. (1992). *Mixing methods: qualitative and quantitative research.* Aldershot: Avebury.

Brun, J. (1996). *Didáctica das Matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget.

Carmo, H., & Ferreira, M. M. (1998). *Metodologia de investigação. Guia para auto aprendizagem*. Lisboa: Universidade Aberta.

Carvalho, J.E. (2009). *Metodologia de trabalho científico. «Saber-fazer» da investigação para dissertação e teses* (2.ª edição). Lisboa: Escola Editora.

Carraher, T., & Schiliemann, A. L. (1988). *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo: Cortez.

Costa, B., Tenório, T., & Tenório, A. (2014). A Educação Matemática no contexto da Etnomatemática Indígena Xavante: um jogo de probabilidade condicionada. *Bolema*, *28*(50):1-16.

Catarino, P., Costa, C., & Nascimento, M.M.S. (2014a). A Note on Alto Douro's Wine Coopers's ϕ. *International Mathematical Forum*, *9*(4), 183-188.

Catarino, P., Costa, C., & Nascimento, M.M.S. (2014b). Etnomatemática de um artefacto de latoaria do nordeste transmontano português: a almotolia. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *7*(1), 126-154.

Cebolo, V., & Oliveira, M. (2007). Sistemas de numeração e bases numéricas. Em A. Gomes (Coord.), *Mat1C – Desafios à Matemática. Programa de formação contínua em Matemática para Professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico* (pp. 83-91). Braga: Universidade do Minho - Instituto da Criança.

Chassot, A. (2003). *Educação conSciência*. Santa Cruz do Sul: Edunisc.

Christiansen, B., & Walter, G. (1986). Task and activity. Em B. Christiansen, A.G. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on Mathematics Educacion* (pp. 243-307). Dordrecht: Reidel.

Ciari, B. (1979). *Técnicas de Educação - práticas de ensino*. Lisboa: Editora Estampa, Lda.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research Methods in Education* (6.ª edição). New York: Taylor & Francis e-library.

Costa, C., Catarino, P., & Nascimento, M.M.S. (2008a). Tanoeiros em Trás-os-Montes e Alto Douro: saberes (etno)matemáticos. Em P. Palhares (Coord.), *Etnomatemática: Um olhar sobre a Diversidade Cultural e a Aprendizagem Matemática* (pp. 193-233). Ribeirão: Edições Húmus.

Costa, C., Catarino, P., & Nascimento, M.M.S. (2008b). Latoeiros em Trás-os-Montes e Alto Douro: saberes (etno)matemáticos. Em P. Palhares (Coord.), *Etnomatemática: Um olhar sobre a Diversidade Cultural e a Aprendizagem Matemática* (pp.235-264). Ribeirão: Edições Húmus.

Costa, C., Catarino, P., & Nascimento, M.M.S. (2011). The alto douro "wine coopers' pi". Em A. Isman & C. Reis (Eds.), *Proceedings of the International Conference on New Horizons in Education – INTE2011* (pp. 780-784). Guarda: Instituto Politécnico da Guarda.

Costa, C., Nascimento, M.M.S., & Catarino, P. (2008). *E se a Matemática transformasse a minha terra na "capital do universo"? (singela homenagem ao algebrista José Morgado Júnior, natural de Pegarinhos)*. Vila Real: Ciência Viva.

Costa, C., Nascimento, M.M.S., Catarino, P., & Fernandes, R. (2011a). Trabalhando os jugos em Trás-os-Montes e Alto Douro. *Quadrante*, *19*(1), 93-114.

Costa, C., Nascimento, M.M.S., Catarino, P., & Fernandes, R. (2011b). The yoke: (ethno)materials for math classes. Em E. Barbin, M. Kronfellner & C. Tzanakis (Eds.), *Proceedings of the 6th European Summer University in History and Epistemology in Mathematics Education* (pp. 553-561). Viena: Verlag Holzhausen GmbH.

Costa, M.J. (2000). A Matemática na África. Em M.F. Estrada, C. Sá, J. Queiró, M.C. Silva & M.J. Costa (Orgs.), *História da Matemática* (pp. 191-218). Lisboa: Universidade Aberta.

Coutinho, C.P. (2014). *Metodologia de investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Práticas* (2.ª edição). Coimbra: Almedina, S.A.

Cruz, O. (2007). Jogos de estratégia. Em A. Gomes (Coord.), *Mat1C – Desafios à Matemática. Programa de formação contínua em Matemática para Professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico* (pp. 183-186). Braga: Universidade do Minho - Instituto da Criança.

Damazio, A. (2004). Especificidades conceituais de matemática da atividade extrativa do carvão. Em Morey, B.B. (Ed.). *Coleção Introdução à Etnomatemática* (Vol. 1). Natal: UFRN.

D'Ambrósio, U. (1985). *Sociocultural bases for mathematics education*. Campinas: Unicamp.

D'Ambrósio, U. (1993). Etnomatemática: um programa. *Educação Matemática em Revista*, *1*(1), 5-11.

D'Ambrósio, U. (2001a). *Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica.

D'Ambrósio, U. (2001b).What is ethnomathematics, and how can it help children in schools?. *Teaching Children Mathematics 7*(6) [Versão electrónica].

D'Ambrósio, U. (2004). Etnomatemática e Educação. Em G. Knijnik, F. Wanderer & C.J. Oliveira (Orgs.), *Etnomatemática. Currículo e formação de professores* (pp. 39-52). Santa Cruz do Sul – RS: EDUNISC.

D'Ambrósio, U. (2008). Globalização, educação multicultural e o programa etnomatemática. Em P. Palhares (Coord.), *Etnomatemática – Um Olhar sobre a Diversidade Cultural e a Aprendizagem Matemática* (pp. 24-46). Ribeirão: Edições Húmus.

D'Ambrósio, U. (2014). Las bases conceptuales del Programa Etnomatematica. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *7*(2), 100-107.

De Deus, A.F., Xavier, C.C., Teixeira, E.P., & SÁ, S.L. de. (2006). A construção de saberes na matemática e a experiência social. *Revista Presença Pedagógica*, *12*(70), 23-35.

Demo, P. (1995). *Metodologia científica em ciências sociais* (3.ª edição revista e ampliada). São Paulo: Atlas.

Dias, D. (2011). *Ensaio etnomatemático sobre o grupo étnico Nyaneka-nkhumbi do sudoeste de Angola* (Tese de mestrado não publicada). Universidade do Porto, Portugal.

Dias, D., & Costa, C. (2011). Ethnomathematic essay on ornaments of south-western Angola *Nyaneka-nkhumbi* women. Em A. Isman & C. Reis (Eds.), *Proceedings of the Internacional Conference on New Horizons in Education – INTE2011* (pp. 428-434). Guarda: Instituto Politécnico da Guarda.

Dias, D., Costa, C., & Palhares, P. (2013). Ethnomathematic of the southwestern Angola *Nyaneka-nkhumbi* ethnic group and its application to mathematics education. *Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)*, *23*, Supplemento n.º 1, 498-507.

Dias, D., Costa, C., & Palhares, P. (2015). Sobre as casas tradicionais de pau-a-pique do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi,* do Sudoeste de Angola. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 8*(1), 10-28.

Dias, D., Palhares, P., & Costa, C. (2015). Os saberes matemáticos em armadilhas dos caçadores *Nyaneka-nkhumbi* do sul de Angola. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *8*(2), 326-340.

Diaz, R.P. (1995). The mathematics of nature: The canamayté quadrivertex. *ISGEm Newsletter, 11*(1), 5-12.

Duarte, C.G. (2004). Implicações curriculares a partir de um olhar sobre o "mundo da construção civil". Em G. Knijnik, F. Wanderer & C.J. Oliveira (Orgs.), *Etnomatemática. Currículo e formação de professores* (pp. 183-202). Santa Cruz do Sul – RS: EDUNISC.

Estanqueiro, A. (2010). *Boas práticas na educação. O papel dos professores*. Lisboa: Editorial Presença.

Estermann, C. (1960). *Etnografia do sudoeste de Angola* (Vol. 2, 2.ª ed.). Lisboa: Tipografia Minerva.

Estermann, C. (1970). *Penteados, adornos e trabalhos das muílas*. Lisboa: Junta de Investigações do Ultramar.

Ferreira, E.S. (1994). A importância do conhecimento etnomatemático indígena na escola dos não-índios. *Em Aberto (Brasília)*, *14* (62):89-95.

Ferreira, E. S. (2004). Os índios Waimiri-Atroari e a etnomatemática. Em G. Knijnik, F. Wanderer & C.J. Oliveira (Orgs.). *Etnomatemática. Currículo e formação de professores* (pp. 70-88). Santa Cruz do Sul – RS: EDUNISC.

Fernandes, E. (2002). A Matemática das costureiras – "É o pi de noventa…". *Revista Educação e Matemática, 66*, 11-12.

Fernandes, E. (2004). *Aprender matemática para viver e trabalhar no nosso mundo*. (Tese de doutoramento não publicada). Universidade de Lisboa. Portugal.

Fernandes, E., & Matos, J.F. (2008). O lugar da Matemática numa Comunidade de Prática de Serralharia. Em P. Palhares (Coord.). *Etnomatemática: Um olhar sobre a Diversidade Cultural e a Aprendizagem Matemática* (pp. 265-290). Ribeirão: Edições Húmus.

Fernandez, E. L. (2004). As matemáticas da tribo europeia: um estudo de caso. Em G. Knijnik, F. Wanderer & C.J. Oliveira (Orgs.), *Etnomatemática. Currículo e formação de professores* (pp. 124-138). Santa Cruz do Sul – RS: EDUNISC.

Freire, J.C.S. (2014). *Quando bons Professores conseguem Excelentes resultados*. Rio de Janeiro: Wak Editora.

Gerdes, P. (1991). C*ultura e o despertar do pensamento geométrico*. Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Gerdes, P. (1993a). *Geometria Sona. Reflexões sobre uma Tradição de Desenho em Povos da África ao Sul do Equador* (vol. I). Moçambique: Instituto Superior Pedagógico.

Gerdes, P. (1993b). *Geometria Sona. Reflexões sobre uma Tradição de Desenho em Povos da África ao Sul do Equador* (vol. II). Moçambique: Instituto Superior Pedagógico.

Gerdes, P. (1993c). *A numeração em Moçambique: contribuição para uma reflexão sobre cultura, língua e educação matemática*. Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Gerdes, P. (1997). *Vivendo a Matemática: Desenhos da África*. São Paulo: Editora Scipione, Lda.

Gerdes, P. (2007a). *Etnomatemática – Reflexões sobre matemática e diversidade cultural.* Ribeirão: Edições Húmus.

Gerdes, P. (2007b). *OTTHAVA. Fazer cestos e geometria na cultura Makhuva do Nordeste de Moçambique*. Nampula: Universidade Lúrio.

Gerdes, P. (2008a). *Jogos e puzzles de meioquadrados.* Maputo: Editora Girafa.

Gerdes, P. (Coord.) (2008b). *Numeração em Moçambique. Contribuição para uma reflexão sobre a cultura, língua e educação matemática* (2.ª ed.). Morrisville, NC: Lulu.com. https://stores.lulu.com/pgerdes.

Gerdes, P. (2011a). *Pitágoras Africano: Um estudo em cultura e educação matemática*. Morrisville, NC: Lulu.com. https://stores.lulu.com/pgerdes.

Gerdes, P. (2011b). *Mundial de futebol e de trançados*. Morrisville, NC: Lulu.com. https://stores.lulu.com/pgerdes.

Gerdes, P. (2011c). *Mulheres, Cultura e Geometria na África Austral: Sugestões para a pesquisa*. Morrisville, NC: Lulu.com. https://stores.lulu.com/pgerdes.

Gerdes, P. (2011d). *Da etnomatemática a arte-*design *e matrizes cíclicas*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.

Gerdes, P. (2012a). *Etnogeometria. Cultura e o despertar do pensamento geométrico.* Morrisville, NC: Lulu.com. https://stores.lulu.com/pgerdes.

Gerdes, P. (2012b). *Lusona recreações geométricas de África. Problemas e soluções*. Morrisville, NC: Lulu.com. https://stores.lulu.com/pgerdes.

Gerdes, P. (2012c). *Etnomatemática. Cultura, Matemática, Educação – Colectânea de Textos 1979-1991.* Morrisville, NC: Lulu.com. https://stores.lulu.com/pgerdes.

Gerdes, P. (2014a). *Ciência Matemática.* Belo Horizonte: Instituto Superior de Tecnologias e Gestão (ISTEG).

Gerdes, P. (2014b). *Geometria Sona de Angola*. *Explorações educacionais e matemáticas de desenhos africanos na areia*. Morrisville, NC: Lulu.com. https://stores.lulu.com/pgerdes.

Gerdes, P. (2014c). *Geometria Sona de Angola. Explorações educacionais e matemáticas de desenhos africanos na areia: Um estudo em cultura e educação matemática* (Vol. 2). Morrisville, NC: Lulu.com. https://stores.lulu.com/pgerdes.

Gerdes, P. (Ed.) (2014d). Explorations in Ethnomathematics and Ethnoscience in Mozambique. Maputo: Instituto Superior Pedagógico de Moçambique.

Giongo, I.M. (2004). Etnomatemática e práticas da produção de calçados. Em G. Knijnik, F. Wanderer & C.J. Oliveira (Eds.). *Etnomatemática: Currículo e Formação de Professores* (pp. 203-218). Santa Cruz do Sul: EDUNISC.

Gravemeirjer, K., & Cobb, P. (2006). Design research from a learning design perspective. Em J. Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney & N. Nieveeen (Eds.) *Educational Design Research* (pp. 17-51). London: Routledge.

Guimarães, C.R., & Cabral, S.A.J. (1997). *Estatística*. Lisboa: McGraw-Hill.

Halmenschlager, V.L.S. (2001). *Etnomatemática uma experiência educacional*. São Paulo. Selo Negro.

Ifrah, G. (1985). *Les Chiffres ou L' Histoire d'une Grande Invention* (2.ª ed.). Paris: Éditions Robert Laffont.

Jaramillo, D. (2011). La educación matemática en una perspectiva sociocultural: tensiones, utopías futuros posibles. *Revista Educación y Pedagogia*, *23*(59), 13-36.

Jarman, C. (1974). *Evolução da vida*. São Paulo: Universidade de São Paulo.

Jayne, C.F. (1962). *String Figures and How to Make Them.* A Study of Cat's – Cradle in Many Lands. New York: Dover Publications, Inc.

Katz, V. (1993). *A History of Mathematics*. New York: Harper Collins College Publishers.

Knijnik, G. (1998). Ethonomatematics and the Brazialian Landless people moviment's pedagogical principles. Em C. Oliveiras (Ed.), *Ethnomatematics and mathematic educations: building an equitable future. First International Congress on Ethnomathematics* (CD-ROM). Granada: University of Granada.

Knijnik, G. (2004). Etnomatemática e educação no movimento sem terra. Em G. Knijnik, F. Wanderer & C.J. Oliveira (Orgs.), *Etnomatemática. Currículo e formação de professores* (pp. 219-238). Santa Cruz do Sul – RS: EDUNISC.

Knijnik, G., Wanderer, F., & Oliveira, C.J. (Orgs.) (2004). *Etnomatemática. Currículo e formação de professores.* Santa Cruz do Sul – RS: EDUNISC.

Kuoni, B. (2003). *Cestería Tradicional Ibérica*. Barcelona: Ediciones del Aguazul.

Latas, J. (2011). *O reconhecimento e a exploração da Matemática cultural: uma abordagem etnomatemática com alunos do 7.º ano de escolaridade* (Tese de mestrado não publicada). Universidade de Évora. Portugal.

Lave, J. (2002). Do lado de fora do supermercado. Em Ferreira, M.L., *Ideias matemáticas de povos culturalmente distintos* (pp. 65-98). São Paulo: Global.

Levine, M.D., Berenson, L.M., & Estephan, D. (2000). *Estatística teórica e aplicações usando microsoft® excel em português*. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos.

Lins, R., & Gimenez, J. (1997). Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI: Campinas: Papyrus.

Lima, J.I.S., Nascimento C.J., & Campos P.P. (2014). A etnomatemática em uma sala de aula da EJA: A experiência de três alunos a respeito da cubação da terra. Em *Anais do Encontro de Ensino Pesquisa e Extensão* (pp. 1-15). (Vol.8, N.º 8). Recife: Faculdade de Senac.

Martin, B. (1988). Mathematics and social interests. *Seach*, *19*, 209-214.

Ponte, J.P., Serrazina, L., Guimarães, H.M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Martins, M.E., & Oliveira, P.A. (2007). Programa de Matemática do Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.

Melo, R. (2005). 'Nyaneka-Nkhumbi": uma carapuça que não serve aos Handa, nem aos Nyaneka, nem aos Nkhumbi. *Cadernos de Estudos Africanos*, *7-8*, 2004/2005, 157 - 178.

Merriam, S. (1988). *Case study Research in Education*. São Francisco: Josey-Bass.

Ministério da Educação de Angola (2006). *Programa de Matemática do Ensino Primário*. Luanda: Ministério da Educação.

Monteiro, C., Costa, C.M. e Costa, C. (2004). Competências matemáticas à saída da formação inicial. Em A. Borralho, C. Monteiro & R. Espadeiro (Orgs.), *A Matemática na formação do professor* (pp. 167-196). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação. Secção de Educação e Matemática.

Moreira, D. (2004). O jogo na Matemática e na Educação. Em D. Moreira & I. Oliveira (Coords.), *O Jogo e a Matemática* (pp. 55-87). Lisboa: Universidade Aberta.

Moreira, D. (2008). Educação e matemática para a sociedade multicultural. Em P. Palhares (Coord.), *Etnomatemática – Um olhar sobre a diversidade cultural e a Aprendizagem da Matemática* (pp. 47-65). Ribeirão: Edições Húmus.

Moreira, D., & Oliveira, I. (2003). *Iniciação à matemática no jardim de infância,* Lisboa: Universidade Aberta.

Morgado, L.M.A. (1993). *Ensino da aritmética. Perspectiva construtivista*. Coimbra: Livraria Almeida.

Morris, D. (1998). *Os Sexos Humanos: Uma História Natural do Homem e da Mulher*. Lisboa: Terramar.

Nascimento, M.M.S., Catarino, P., & Costa, C. (2009) [2010]. Douro, poema geométrico: vertente de sentido matemático. *Revista de Letras*, *2*(9), 271-283.

Oliveira, M.C. de, (2006). *Os cirurgiões também pensam.* Braga: Papelmunde, SMG.

Palhares, P. (Coord.) (2008a). *Etnomatemática – Um olhar sobre a diversidade cultural e a Aprendizagem da Matemática*. Ribeirão: Edições Húmus.

Palhares, P. (2008b). A Etnomatemática um desafio para os nossos dias. Em P. Palhares, (Coord.), *Etnomatemática – Um olhar sobre a diversidade cultural e a Aprendizagem da Matemática* (pp. 11-21). Ribeirão: Edições Húmus.

Palhares, P. (2010). Studying artefacts in order to find out people´s ways of thinking mathematically. Em *Procedings of the Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education – Mathematics in different settings* (pp. 323-327). Belo Horizonte: International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Palhares, P. (2012). Mathematics Education and Ethnomathematics - A connection in need of reinforcement. *REDIMAT – Journal of Research in Mathematics Education*, *1*(1), 79-92.

Patton, M. Q. (1990). *Qualitative evaluation and research Methods*. California: Sage.

Pereira, I., Coelho, E., Costa, C., & Mourão-Carvalhal, I. (2013). Variáveis Preditoras do Desenvolvimento Intelectual de Crianças Sinalizadas com Dificuldades de Aprendizagem. Em I. M. Carvalhal, E. Coelho, J. Barreiros & O. Vasconcelos (Eds.), *Estudos em Desenvolvimento Motor da Criança VI*. Vila Real: UTAD.

Peres, P., & Pimenta, P. (2011). *Teorias e práticas de B – Learning.* Lisboa: Edições Sílabo.

Pires, E. (2008). *Um estudo de etnomatemática: A matemática praticada pelos pedreiros* (Tese de mestrado não publicada). Universidade Aberta. Portugal.

Polya, G. (2003). *Como resolver problemas: um aspecto novo do método matemático*. (L. Moreira, Trad.). Lisboa: Gradiva. (Original publicado em 1945).

Ponte, J.P. (2005). Gestão curricular em Matemática. Em GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Reichardt C.S., & Cook, T.D. (1986). *Métodos cualitativos y cuantitativos em investigación evaluativa*. Madrid: Morata.

Reis, E., Melo, P. Andrade, R., & Calapez, T. (1997). *Estatística aplicada* (Vol. 1). Lisboa: Edições Sílabo.

Reis, E., Melo, P. Andrade, R., & Calapez, T. (2001). *Estatística aplicada* (Vol. 2). (4.ª ed.). Lisboa: Edições Sílabo.

Rivera, F., & Becker, J. (2007). Ethnomathematics in the global episteme: quo vadis? Em B. Atweh et al. (Eds.), *Internationalisation and globalisation in Mathematics and Science Education* (pp. 209-225). Dordrecht: Springer.

Rosa, M. (2010). *A mixed-methods study to understand the perceptions of high-school leaders about ELL students: The case of mathematics* (Tese de doutoramento não publicada). California State University. USA.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2008). *Pop: A study of the ethnomathematics of globalization using the sacred Mayan Mat Pattern.* Em B. Atwech et. al (Eds), Internationalisation and Globalisation in Mathematics and Science Education (227-246). New York: Springer Science + Business Media B.V.

Rotman, B. (1993). *Ad infinitum. The Ghost in Turing's machine. Taking god out of mathematics and putting the body back in Stanford*. Stanford. University Press.

Salta, E., & Catarino, P. (2014). Práticas etnomatemáticas de agricultores do Douro: das vinhas ao olival. *Acta Scientiae (Canoas)*, *16*(3):422-444.

Santos, B.S. (2000). *A crítica da razão indolente. Contra o desperdício da experiência.* Porto: Edições Afrontamento.

Silva, E.S. (1995). *Jogos de Quadrícula do Tipo Mancala com especial incidência nos praticados em Angola*. Lisboa: Instituto de Investigação Científica Tropical.

Simon, M. (1995). Reconstructing mathematics pedagogic from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, *26*(2), 114-145.

Sousa, F., Palhares, P., & Sarmento, M. (2008). Calafates na Baía de Câmara de Lobos. Em P. Palhares (Coord.), *Etnomatemática: Um olhar sobre a Diversidade Cultural e a Aprendizagem Matemática* (pp. 157-191). Ribeirão: Edições Húmus.

Sousa, F., Palhares, P., & Oliveras, M. L. (2015). Raciocínio proporcional e resolução de problemas em contextos piscatórios portugueses. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *8*(2):76-104.

Stake, R. E. (2012). *A arte da investigação com estudos de caso* (3.ª ed). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Szilágyi, J., Clemente, D.H., & Sarama J. (2013). Young children's undestandings of length a learning trajectory. *Jounal for Research in Mathematics Education. 44* (3), 581-620.

Teresi, D. (2002). *Lost Discoveries: The ancient roots of modern science – from the Babylonians to the Maya*. New York, NY: Simon & Schulster.

UNESCO (1993). *Declaração de Nova Delhi sobre Educação para Todos*. Acedido em http://unesdoc.unesco.org/images/0013/001393/139393por.pdf.

Vieira, L. (2006). *Etnomatemática – estudo de elementos geométricos presentes na cestaria* (Tese de Mestrado não publicada). Universidade do Minho – Instituto de Estudos da Criança, Portugal.

Vieira, L., Palhares, P., & Sarmento, M. (2008). Etnomatemátcia: estudo de elementos geométricos presentes na cestaria. Em P. Palhares (Coord.), *Etnomatemática: Um olhar sobre a Diversidade Cultural e a Aprendizagem Matemática* (pp. 291-315). Ribeirão: Edições Húmus.

Vilela, P. (2012) A Etnomatemática nos lenços dos namorados. (Tese de mestrado não publicada). Universidade do Minho – Instituto de Estudos da Criança, Portugal.

Welkowitz, J., Ewen, R.B., & Cohen, J. (1982). *Introductory Statistics for the behavioral sciences* (3.ª ed.). New York: Academic Press.

Wenger, H. L. (1998). Examples and results of teaching middle school mathematics from an Ethnomathematical Perspective. Em C. Oliveiras (Ed.)*, Ethnomatematics and mathematic educations: building an equitable future. First International Congress on Ethnomathematics* (CD-ROM). Granada: University of Granada.

Zabala, A. (1998). *A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre: ArtMed.

Zaslavsky, C. (1996). The multicultural math classroom: bringing in the world. Portsmouth, NH: Heinemann.

Zaslavsky, C. (1999). *Africa counts. Numbers and Pattern in African Cultures* (3.ª ed.). Chicago: Lawrence Hill Books.

Zaslavsky, C. (2002, Fevereiro). Exploring world cultures in math class. *Educational Leadership*, 66-69 [Versão eletrónica].

ANEXOS

Anexo 1

Carta explicativa do estudo aos participantes e declaração de consentimento informado

CARTA EXPLICATIVA DO ESTUDO AOS PARTICIPANTES e
DECLARAÇÃO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

O meu nome é Domingos Dias, sou estudante do Doutoramento em Ciências da Educação - ramo de Educação Matemática do Instituto de Educação da Universidade do Minho em Braga. Gostaria de convidá-lo(a) a participar num estudo que estou a desenvolver, para a minha tese de Doutoramento, que tem como principais objetivos - estudar a etnomatemática do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* do Sudoeste de Angola e aplicá-la no contexto de formação na educação matemática quer ao nível de Portugal, quer ao nível de Angola.
A informação recolhida neste estudo poderá, no futuro, ajudar a integração e/ou incorporação destas informações nos currículos e programas de sociedades multiculturais lá onde seja necessário.
A escolha de participar ou não no estudo é voluntária. O presente estudo não acarreta qualquer risco, não trazendo também qualquer vantagem direta para os que nele participarem.
As gravações e anotações a recolher serão tratadas de forma anónima e confidencial, sendo conservados à responsabilidade do estudante Domingos Dias.
Os resultados do estudo serão apresentados no âmbito da apresentação da tese de Doutoramento em Ciências da Educação na especialidade de Educação Matemática, nunca sendo os participantes identificados de forma individual.

O Doutorando

Domingos Dias
____

Reconheço que os procedimentos de investigação descritos na carta acima me foram explicados e que todas as minhas questões foram esclarecidas de forma satisfatória. Compreendo igualmente que a participação no estudo não acarreta qualquer tipo de vantagens e/ou desvantagens potenciais.
Fui informado(a) que tenho o direito a recusar participar e que a minha recusa em fazê-lo não terá consequências para mim. Compreendo que tenho o direito de colocar qualquer questão relacionada com o mesmo, agora e durante o desenvolvimento do estudo. Compreendo que sou livre de abandonar o estudo sem ter de fornecer qualquer explicação a qualquer momento.
Assim, declaro que aceito participar nesta investigação, com a salvaguarda da confidencialidade e anonimato e sem prejuízo pessoal de cariz ético ou moral.

O(a) Aluno(a)

____, ____ / ____ / 2015

Anexo 2

Ficha de tarefas aplicada aos futuros professores do ensino básico

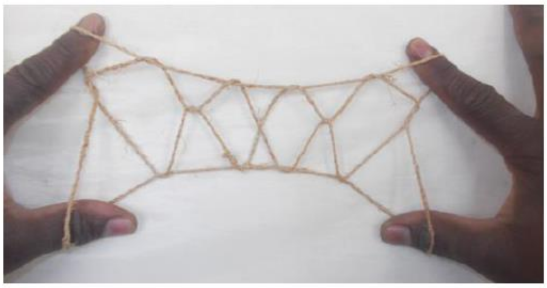
Após a leitura e resolução de cada atividade proposta, coloca-te no papel de futuro professor e escreve um comentário sobre a adequação de cada uma para o ensino básico português, justificando a tua opinião. O que dizes? Como melhorar esta proposta?

Aula 1

Ondjandja

Atividade 1

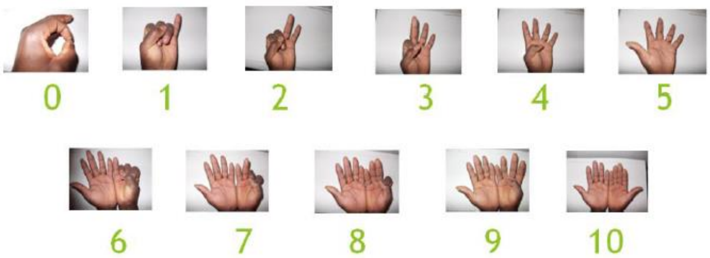
a) Seguindo os passos anteriores, apresentados pelo investigador, experimenta jogar e construir (desenhar) a figura abaixo.
b) Sem repetir as figuras geométricas semelhantes, diz quantas podes observar.



Contagem gestual numérica

Atividade 2

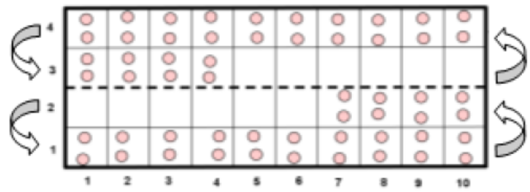
a) Experimenta contar até 12 usando a contagem gestual numérica *Nyaneka-nkhumbi*.
b) Usando a adição gestual numérica, representa o número 15, 40, 101



Owela

Atividade 3

Jogador 1



Jogador 2

Regras do jogo

1- **Formação**: O formador do *owela* pode recorrer à equação[1] y = 2x +2 onde y representa o número de colunas que se pretende formar; o coeficiente 2 de x representa o número de duas pedrinhas ou bolinhas com as quais são preenchidos os buraquinhos, inicialmente; x representa o número de buraquinhos a preencher na fila interior de cada jogador, x ≠ 0, a constante 2 representa o número de colunas vazias e obrigatórias a contar do último buraquinho preenchido das filas interiores; e as linhas são 4 para toda e qualquer formação, (ver figura de *owela* acima). Quanto maior for o número de colunas no ato da formação no chão ou no tabuleiro, maior pode ser o número de jogadores para ambos os lados. Por exemplo, nesta variante de jogo de tabuleiro existe *owela* de 10, de 12,…, de n colunas.

2- **Posicionamento dos jogadores**: São dois adversários no mínimo, um de cada lado das filas externas. Cada adversário (equipa) pode juntar-se a um número de jogadores necessários, dependendo da extensão do jogo.

3- **Início do jogo**: Normalmente pode começar qualquer jogador. O jogador que decidir começar, retira as duas últimas pedrinhas ou bolinhas da fila interior do seu lado e distribui-as.

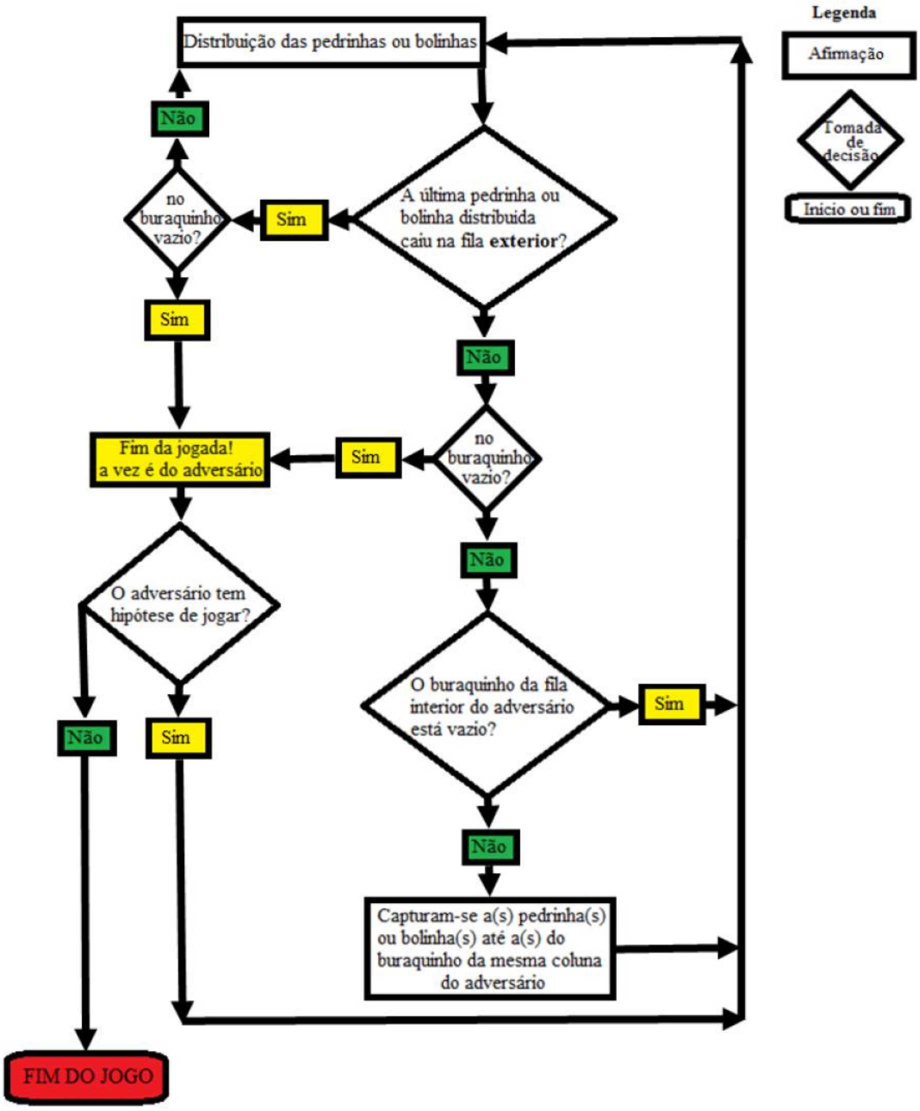
4- **Movimentação de pedrinhas/bolinhas:** A distribuição de pedrinhas ou bolinhas é feita uma a uma nos buraquinhos sem pular nenhum buraquinho nem saltar para o lado do adversário. Como é óbvio uma única pedrinha ou bolinha no buraquinho não se distribui. Ao distribuir, se a última pedrinha ou bolinha cair num buraquinho sem pedrinha, aí termina a jogada, a vez de jogar passa para o outro adversário. Se cair (a última bolinha a distribuir) num buraquinho que tenha pelo menos uma pedrinha ou bolinha, vai depender. Se for na fila exterior junta-se-lhe, retiram-se e continua-se com a distribuição conforme foi dito anteriormente. Se for na fila interior, depende, caso no buraquinho do adversário da mesma coluna localizada na fila interior estiver vazio, então, continua-se com a distribuição conforme foi dito anteriormente;

5- **Captura de pedrinhas/bolinhas**: Se a última pedrinha ou bolinha a distribuir cair num buraquinho da fila interior tiver pelo menos uma pedrinha ou bolinha e ao mesmo tempo no buraquinho do adversário da fila interior tiver pelo menos uma

[1] Da autoria do Investigador deste trabalho (Dias, 2011).

pedrinha ou bolinha, captura(m)-se a(s) pedrinha(s) ou bolinha(s) do adversário, até aquela(s) que estiver(em) no buraquinho da mesma coluna do adversário. A distribuição continua, exceto se a última pedrinha ou buraquinho cair num buraquinho vazio.

Resumimos a movimentação de *owela* no fluxograma[2] seguinte:



Fluxograma de owela jogado pelos *Nyaneka-nkhumbi de Angola (Dias, 2011)*

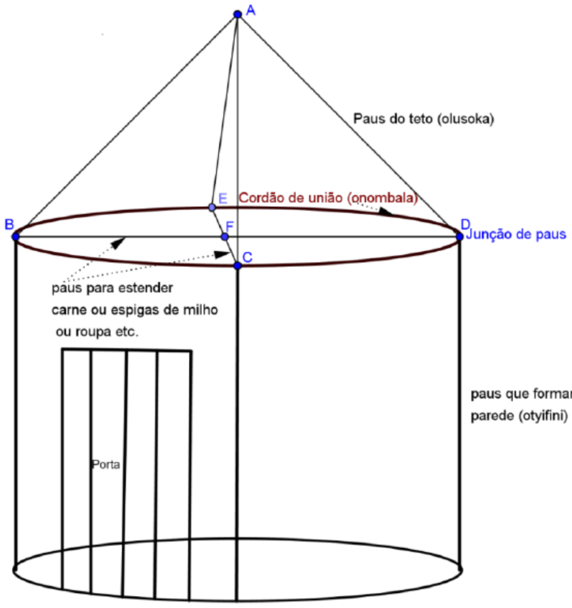
a) Experimenta jogar *owela*.
b) Se quisesses indicar ao certo a localização das pedrinhas/bolinhas num buraquinho a um dos jogadores de *owela* distante de ti que tenha o quadro de *owela* à frente dele, como o orientarias?

[2] Da autoria do Investigador deste trabalho, aos 22/03/2015.

Casas de Pau-a-pique

Atividade 4

O professor e os alunos podem observar uma maqueta ou a figura abaixo que representa a casa tradicional dos *Nyaneka-nkhumbi* em construção.



a) Indica as linhas que ligam:
   As junções A e B.
   As junções E e F
   As junções B e D
b) Diz se as linhas são do mesmo tipo ou não? Porquê?
c) Determina o caminho mais curto e o mais longo de B a D sabendo que $\overline{BE} = \overline{ED}$; $\overline{BF} = \overline{FD}$ e $\overline{BE}$ maior que $\overline{BF}$. Porquê?
d) Compara o número de linhas que vai à junção D e o número de linhas que vai à A?
e) Imagina um rato doméstico a percorrer as linhas que vão de B até D, chegará o rato a D sem passar em nenhuma junção? Porquê?

Atividade 5

Partindo do facto de se tirar sobre o pau grupos de 2 a 4 de espigas (a ideia consiste em tirar do pau-travessa grupos de 2, 3 e 4 grupos de espigas) de cada vez.

a) De quantas maneiras diferentes pode tirar-se 8 espigas?
b) Em vez de 8, se forem 4, 5 ou 6 espigas, de quantas maneiras diferentes podem ser tiradas do pau? Explica os resultados passo por passo.

Após a leitura e resolução de cada atividade proposta, coloca-te no papel de futuro professor e escreve um comentário sobre a adequação de cada uma para o ensino básico português, justificando a tua opinião. O que dizes? Como melhorar esta proposta?

Aula 2

Atividade 6

A figura A é um enfeite das Mulheres do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* que o usam em torno do seu cabelo para torná-las mais belas; e a figura B é um esquema da construção do ornamento usado por mulheres do grupo étnico *Nyaneka- nkhumbi*.

Figura A

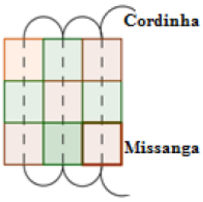


Figura B

Queremos reproduzir esse padrão. Vamos concentrar-nos no retângulo grande e esquecer as pequenas linhas utilizadas para unir as extremidades. Portanto, na figura A temos uma linha vertical azul, em seguida, uma linha vermelha, novamente uma azul e assim por diante. Supõe que queremos reproduzir o padrão usando lápis de cor e papel quadriculado.

a) Imagina um jogo em que alguém tem de reproduzir esse padrão, sem o ver e seguindo as tuas instruções/descrição. Que dirias?

Atividade 7

A *Nyaneka-nkhumbi* constrói estes ornamentos que ligam as missangas em cordas feitas de plantas como é mostrado na figura B anterior.

a) Imagina que estás a falar com uma criança, a qual pretendes que reconstrua o mesmo padrão com o método *Nyaneka-nkhumbi*. Achas que a descrição que fizeste seria adequada para esta situação? Ou talvez deva ser melhorada? De novo supõe que estavas a indicar apenas oralmente e sem a criança ver o esquema, como lhe dirias para ela colocar as missangas na corda?

b) Ron Eglash inventou maneiras de fazer padrões usando o que é chamado de *applet*.

Acede a http://csdt.rpi.edu/na/loom/blstarter/beadloomstarter.swf

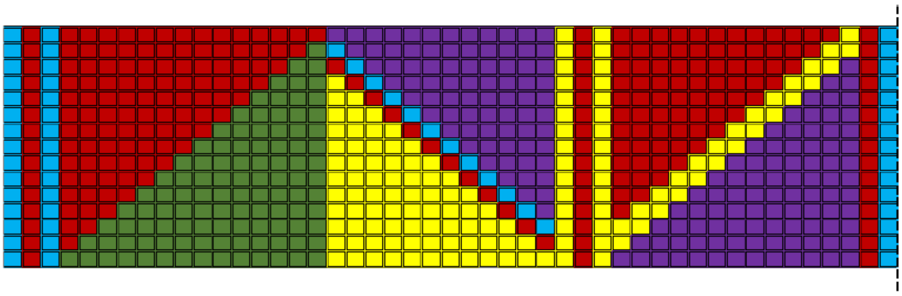
e experimenta a aplicação para construíres alguns padrões.

c) Imagina que estás a descrever o padrão do ornamento para alguém que vai usar o *applet* de Eglash para construí-lo. Como o descreverias?

Atividade 8

Observa a figura a baixo, escolhe uma figura geométrica e calcula o respetivo perímetro. Explica a estratégia a usar.

Sugestão: Considera uma missanga como unidade de medida.



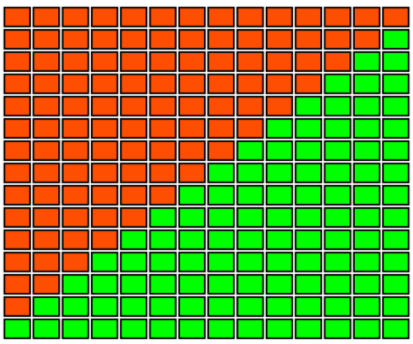
Atividade 9

Tem em conta a figura anterior a linha, do lado direito, a tracejado representa a linha de simetria de reflexão do artefacto.

a) Quantas missangas serão necessárias para terminar este artefacto?
   Explica como chegaste à resposta.
b) Quantas missangas, de cada cor, há no artefacto (no da imagem ou no total)?

Atividade 10

Na imagem seguinte, temos uma parte do artefacto



6

a) Quantas missangas tem, no total, a imagem anterior?
Explica como encontraste o número de missangas.
b) Quantas missangas tem de cada cor?
Explica como encontraste o número de missangas.
c) A partir dos resultados obtidos nas questões anteriores, consegues encontrar uma maneira, rápida e eficaz, de contar o número de missangas de cada cor?

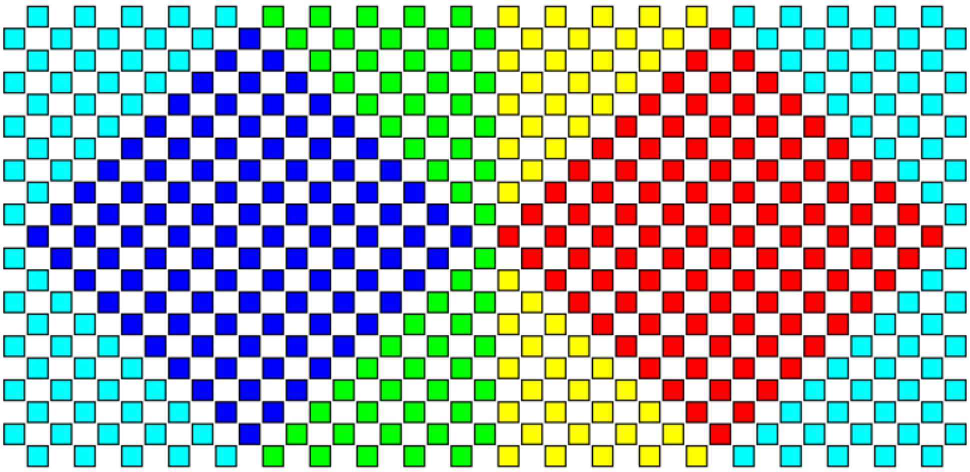
Atividade 11

Uma menina do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* está a construir um artefacto semelhante ao anterior, para colocar na cabeça e segurar o cabelo, mas com um menor número de missangas em cada coluna. Observa a imagem.

a) A menina vai usar o mesmo número de missangas de cada cor?
Justifica a tua resposta.
b) Quantas missangas, de cada cor, vai usar?
Explica como chegaste ao resultado.
c) Se a menina usar 228 missangas, quantas missangas de cada cor vai usar?

Atividade 12

Na imagem seguinte, vemos uma parte de uma banda de colocar na cabeça.



a) Quantas missangas tem a parte vermelha?

Explica como encontraste o número de missangas vermelhas.

Atividade 13

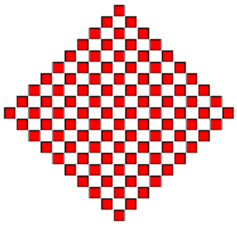
Um menino disse que a parte a azul-escuro da figura anterior tinha mais de 100 missangas.

a) Concordas com o menino?

Justifica a tua resposta.

Atividade 14

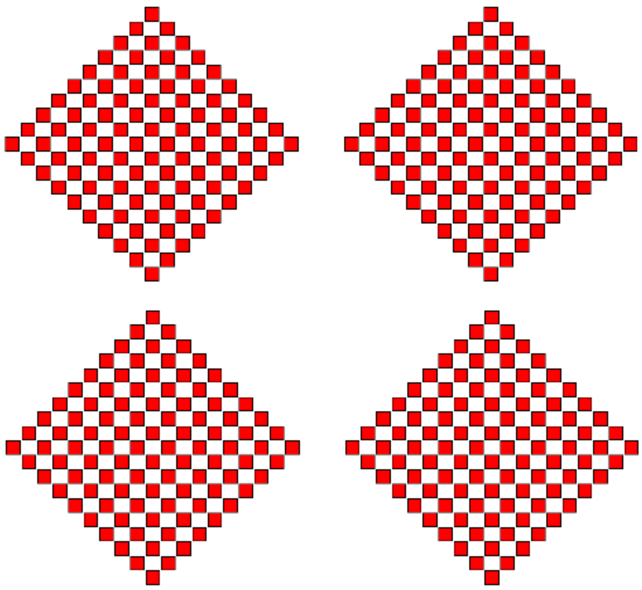
As missangas vermelhas da banda foram retiradas e colocadas na imagem seguinte.



O Artur, o Berto, o Carlos e o Dário contaram o número de missangas de maneiras diferentes. As expressões seguintes traduzem o modo como contaram.

- Artur: 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 100
- Berto: 4 x (1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 5) = 4 x 25 = 100
- Carlos: 4 x 9 + 4 x 7 + 4 x 5 + 4 x 3 + 4 x 1 = 36 + 28 + 20 + 12 + 4 = 100
- Dário: 10 x 10 = 100

a) Descobre o modo como cada um pensou. Rodeia as imagens seguintes, seguindo a maneira de contar de cada menino.



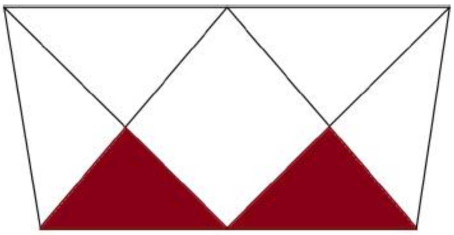
Atividade 15

Este cesto é um dos muitos que as mulheres *Nyaneka-nkhumbi* fabricam. Como podes ver, contém figuras geométricas e símbolos matemáticos, apesar de, elas não saberem ler nem escrever.

a) Identifica as figuras semelhantes e descreve a possibilidade de se sobreporem.

Atividade 16

O esquema que se segue representa um extrato de uma das figuras geométricas que se observam na imagem acima.



a) Quantas figuras geométricas podes observar de cada tipo de figura?

Atividade 17

O cesto a seguir apresenta laços que descrevem figuras geométricas de cor bege e castanha.

Imitando como a construtora de cestos fez as figuras geométricas da base ao topo, construímos a figura a seguir apresentada.

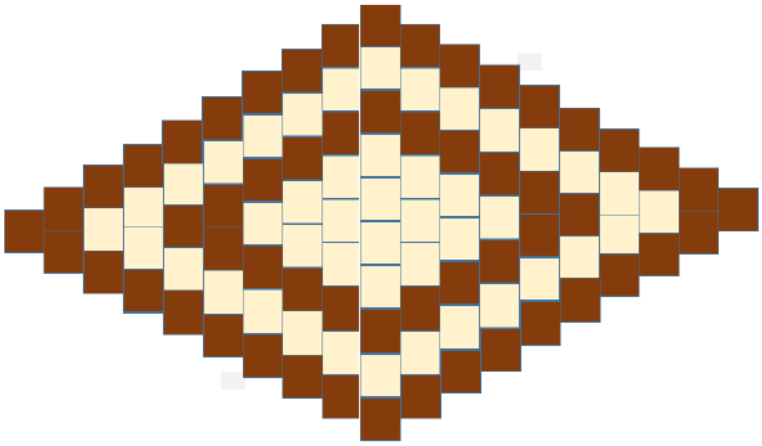


Figura D

a) Diz quantos laços (retângulos) no total formam a figura? Explica como é que contaste.

b) Confere os laços por cores. Explica a estratégia que usaste.

c) Se a construtora decidisse pôr mais um cordão de laços de cor bege à volta, quantos laços ela precisaria?

d) O Âlgines e a Marta estavam a discutir sobre a existência ou não de duas partes semelhantes da Figura D anterior. A Marta concorda existirem as duas partes semelhantes. Concordarias também com ela. Porquê?

Obrigado pela tua participação.

Votos de sucesso acadêmico

Universidade do Minho em Braga, aos 24 de Março de 2015.

O Doutorando

Domingos

pombadias@hotmail.com

Anexo 3

PowerPoint sobre as tarefas apresentadas

PRÁTICAS CULTURAIS

Aula 1

2 horas

Distribuição de tempo por temáticas

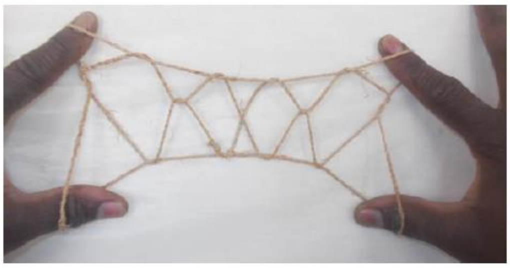
Apresentação (5 min), Jogo de *Ondjandja* (40 min), contagem gestual numérica (15 min), jogo de *Owela* (30 min) e casas de pau-a-pique (30 min)

Tema 1

Ondjandja

- O que é?

Ondjandja

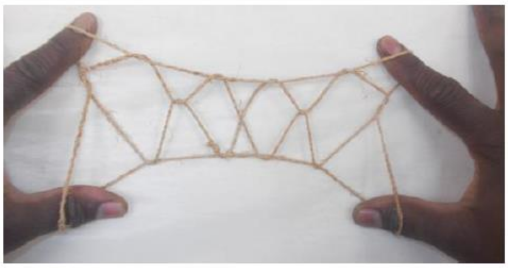


Ondjandja

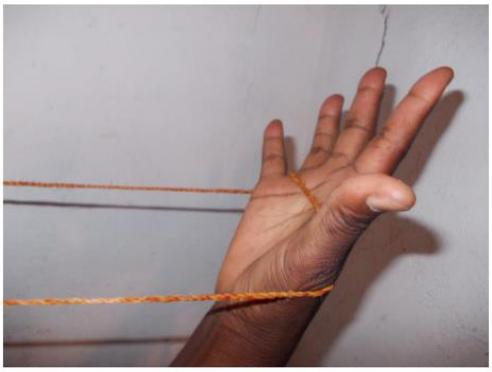
De onde é?

Ondjandja

Diz com quantas linhas fechadas o *Nyaneka-nkhumbi* fez esta figura. Explica? Como se joga?

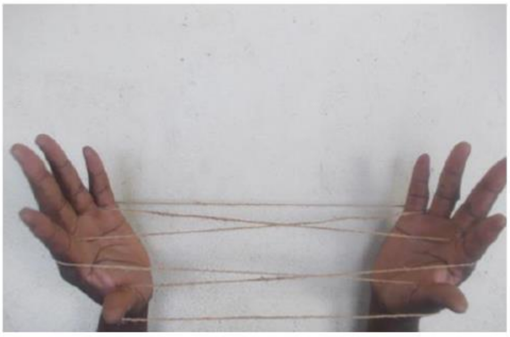


1ª posição de ondjandja

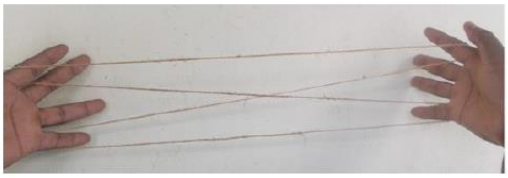


2ª posição de ondjandja

3ª posição de ondjandja

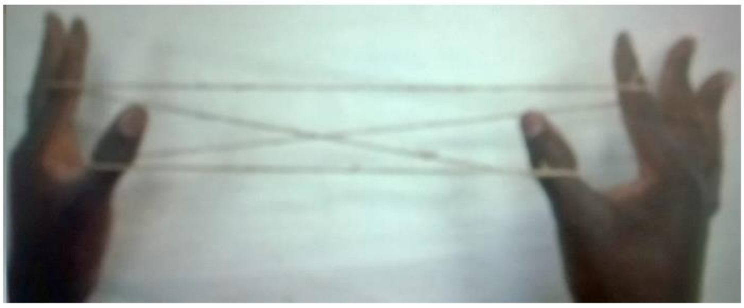


4ª posição de ondjandja

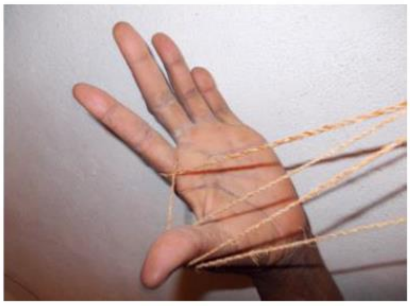


5ª posição de ondjandja

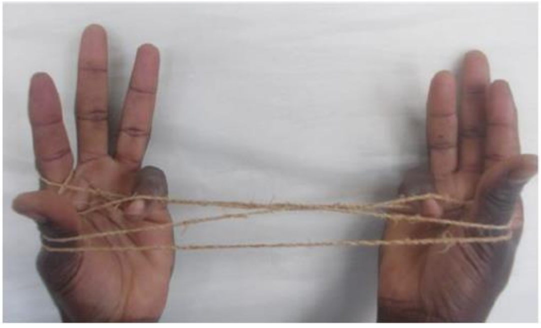
6ª posição de ondjandja



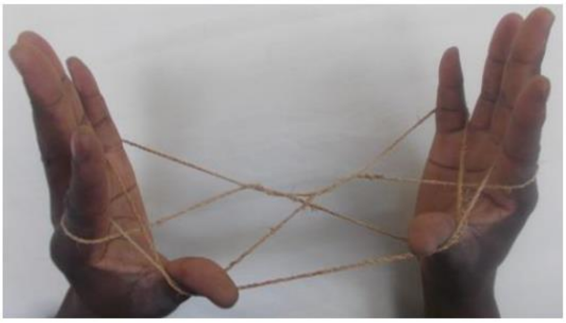
7ª posição de ondjandja



8ª posição de ondjandja

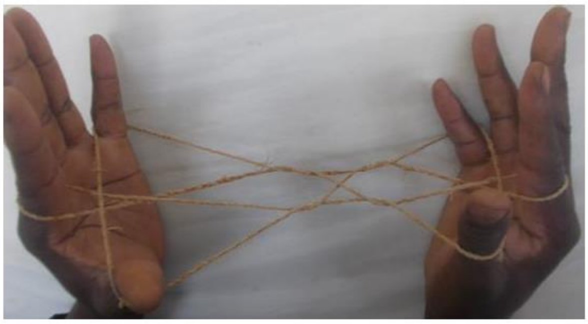


9ª posição de ondjandja



10ª posição de ondjandja

11ª posição de ondjandja

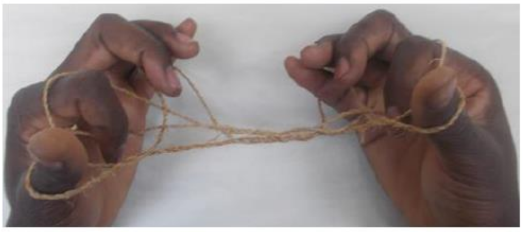


12.ªA posição de *ondjandja*

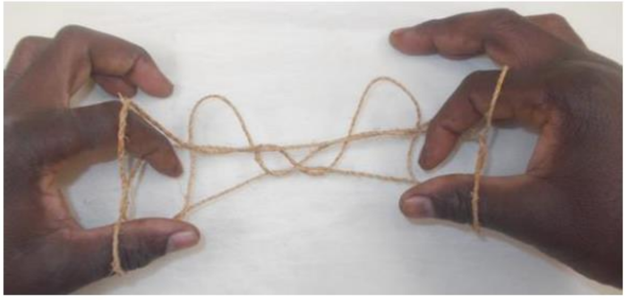
12.ªB posição de ondjandja

13ª posição de ondjandja

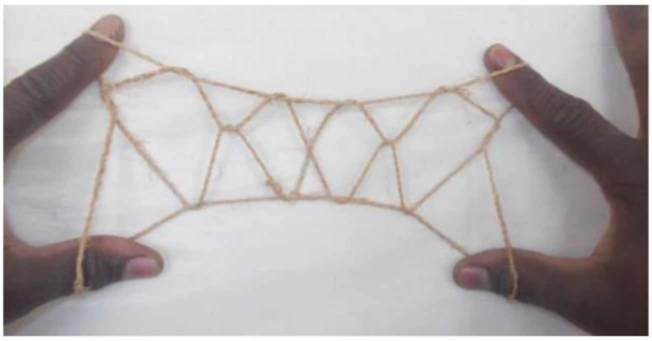
14ª posição de ondjandja



15ª posição de ondjandja

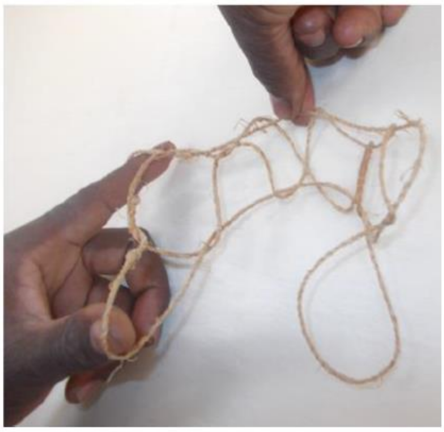


16ª e última posição de ondjandja



c.q.d.

Como desfazer com rapidez e facilidade?



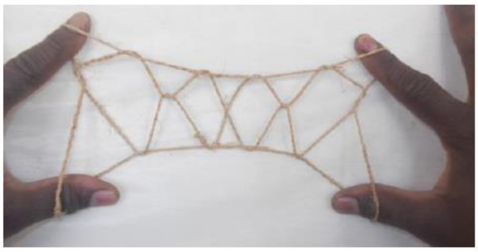
Do meio a meio

Se entendeste os passos dados repete

Atividade 1

a) Seguindo os passos anteriores, apresentados pelo investigador, experimenta jogar e construir (desenhar) a figura abaixo.

b) Sem repetir as figuras geométricas semelhantes, diz quantas podes observar.



Tema 2

Contagem gestual numérica dos *Nyaneka-nkhumbi*

- O que é?

Contagem Gestual numérica dos *Nyaneka-nkhumbi*

Atividade 2

a) Experimenta contar até 12 usando a contagem gestual numérica *Nyaneka-nkhumbi*.

b) Usando a adição gestual numérica, representa o número 15, 40, 101

0 1 2 3 4 5

6 7 8 9 10

Tema 3

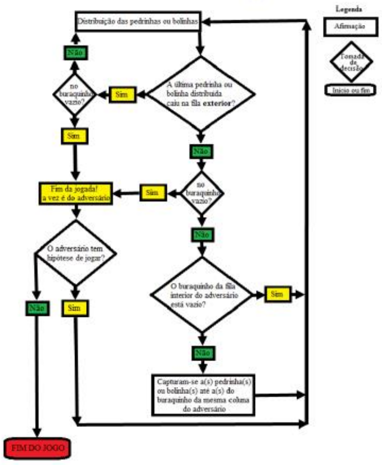
Jogo de *owela*

- O que é?

Regra do jogo *owela*

- **Formação do jogo:** (no chão ou na madeira) obedece a equação $y = 2x + 2$; as bolinhas/pedrinhas são postas, inicialmente, duas a duas, nos buraquinhos; deixando duas colunas de buraquinhos vazios entre o último buraquinho da fila interior preenchido dos dois jogadores.
- **Posicionamento e número de jogadores:** um jogador de cada lado (equipa) pode se associar mais de um jogador, dependendo do comprimento (colunas) do jogo. As duas linhas seguidas uma externa e outra interna de cada lado pertencem à uma equipa.
- **Início do jogo:** normalmente, levantam-se as 2 bolinhas do último buraquinho da fila interior do lado de quem joga e são distribuídas 1 a 1 sem pular nenhum buraquinho.
- **Movimentação de bolinhas:** sentido anti-horário. Uma bolinha no buraquinho não se distribui exceto quando se juntar outra bolinha. Se a última bolinha distribuída cair num buraquinho vazio para-se a jogada e a vez passa para o adversário. Se no buraquinho tiver pelo menos uma, ai depende, se for na fila exterior junta-se-lhe, retiram-se e distribuem-se segundo a regra de distribuição já anunciada. Essa regra acontece também na fila interior se o buraquinho interior do adversário estiver vazio. Caso contrário, segue-se a captura de bolinhas.
- **Captura de bolinhas:** **Condições necessárias:** o jogador só captura as bolinhas do adversário se no seu buraquinho interior onde cair a última bolinha distribuída ter, pelo menos, uma bolinha, simultaneamente, ter, pelo menos, uma bolinha, no buraquinho interior do adversário, implicando, caso tenha, a captura da (s) outra (s) bolinha (s) do buraquinho exterior da mesma coluna. O objetivo é capturar o máximo de bolinhas para deixar o adversário sem hipótese de jogar. Criando estratégias para o adversário não fazer ciclos.
- **Fim do jogo:** perde o jogo o jogador sem hipótese de distribuir as bolinhas

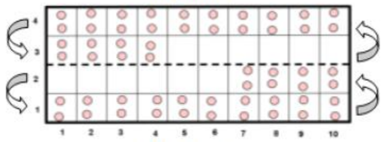
Fluxograma de *owela*



Fluxograma de owela jogado pelos *Nyaneka-nkhumbi de Angola (Dias, 2011)*

Jogo de *owela*

Jogador 1



Jogador 2

Atividade 3

a) Experimenta jogar.

b) Se quisesses indicar ao certo a localização das pedrinhas /bolinhas num buraquinho a um dos jogador de owela distante de ti que tenha o quadro de *owela* à frente dele, como o orientarias?

Tema 4

Casas de Pau-a-pique

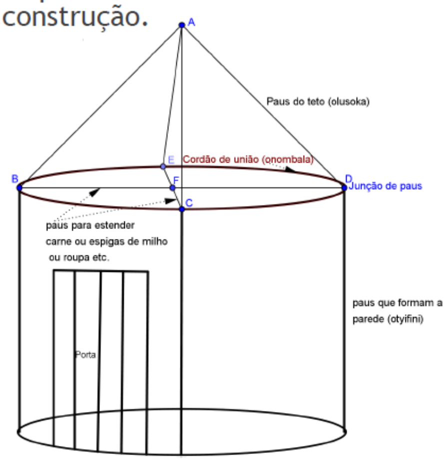
- O que é?

Casas de Pau-a-pique

Divisões da casa de pau-a-pique (vista vertical)

Atividade 4

- O professor e os alunos podem observar a maqueta ou a figura abaixo que representa a casa tradicional dos *Nyaneka-nkhumbi* em construção.



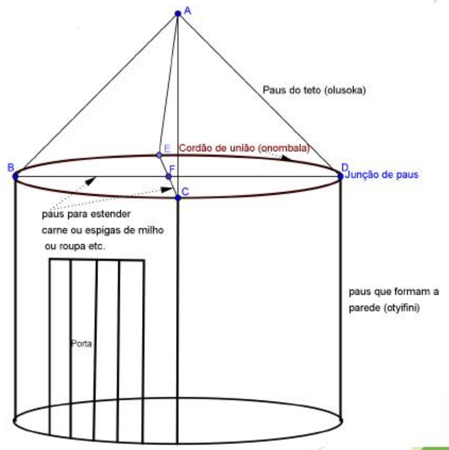
a) Indica as linhas que ligam:

- As junções A e B.
- As junções E e F
- As junções B e D

b) Diz se as linhas são do mesmo tipo ou não? Porquê?

c) Determina o caminho mais curto ou mais longo de B a D sabendo que $\overline{BE}$ = $\overline{ED}$; $\overline{BF}$ = $\overline{FD}$ e $\overline{BE}$ maior que $\overline{BF}$. Porquê?

- d) Compara o número de linhas que vai à junção D e o número de linhas que vai à A?
- e) Imagina um rato doméstico a percorrer as linhas que vão de B até D, chegará o rato a D sem passar em nenhuma junção? Porquê?



Atividade 5

Partindo do facto de se tirar sobre o pau grupos de 2 a 4 de espigas de cada vez.

a) De quantas maneiras diferentes pode tirar-se 8 espigas?

b) Em vez de 8, se forem 4; 5 ou 6 espigas, de quantas maneiras diferentes podem ser tiradas do pau? Explica os resultados passo por passo.

Aula 2

2 horas

Distribuição de tempo por temáticas

Sobre missangas (1h15), Cestos (25 min) e Inquérito (20 min)

Tema 5

Sobre enfeites da mulher *Nyaneka-nkhumbi*

Diferentes enfeites da mulher *Nyaneka-nkhumbi*

Missanga

Atividade 6

A figura A é um enfeite das Mulheres do grupo étnico *Nyaneka - Nkhumbi que o* usam em torno do seu cabelo para torná-las mais belas;
e a figura B é um esquema da construção proveniente do ornamento usado por mulheres do grupo étnico *Nyaneka - Nkhumbi*.

Figura A

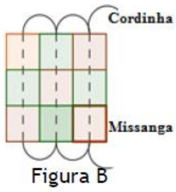


Figura B

Queremos reproduzir esse padrão. Vamos concentrar-nos no retângulo grande e esquecer as pequenas linhas utilizadas para unir as extremidades. Portanto, na figura A temos uma linha vertical azul, em seguida, uma linha vermelha, novamente uma azul e assim por diante.

Supõe que queremos reproduzir o padrão usando lápis de cor e papel quadriculado.

Figura A

a) Imagina um jogo em que alguém tem de reproduzir esse padrão, sem o ver e seguindo as tuas instruções/descrição. Que dirias?

Atividade 7

O *Nyaneka-Nkhumbi* constrói estes ornamentos que ligam as missangas em cordas feitas de plantas como é mostrado na figura B.

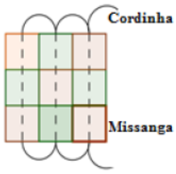


Figura B

a) Imagina que estás a falar com uma criança, a qual pretendes que reconstrua o mesmo padrão com o método *Nyaneka-Nkhumbi*. Achas que a descrição que fizeste seria adequada para esta situação? Ou talvez deve-se ser melhorado? De novo supõe que estavas a indicar apenas oralmente e sem a criança ver o esquema como lhe descreverias para colocar as missangas na corda?

b) Ron Eglash inventou maneiras de fazer padrões usando o que é chamado de *applet*.

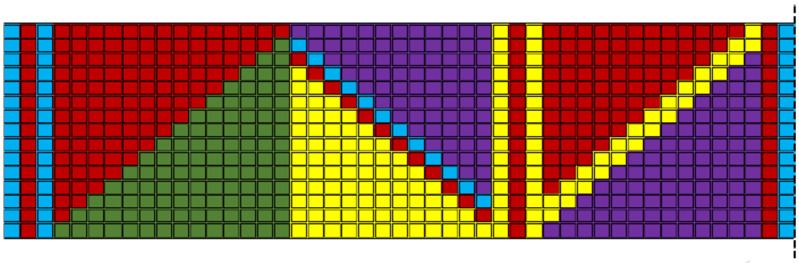
- Acede a
  http://csdt.rpi.edu/na/loom/blstarter/beadloomstarter.swf
  e experimenta a aplicação para construíres alguns padrões.

- c) magina que estás a descrever o padrão do ornamento para alguém que vai usar o *applet* de Eglash para construí-lo. Como o descreverias?

Atividade 8

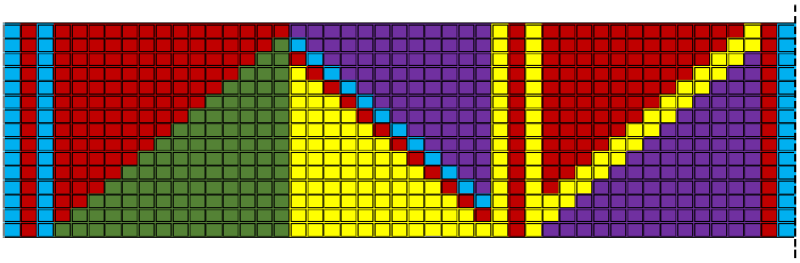
Observa a figura a baixo, escolhe uma figura geométrica e calcula o respetivo perímetro. Escolhe a estratégia a usar.

Sugestão: Considera uma missanga como unidade de medida.



Atividade 9

A linha, do lado direito, a tracejado representa a linha de simetria de reflexão do artefacto.

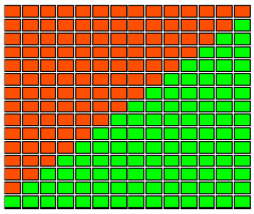


a) Quantas missangas serão necessárias para terminar este artefacto? Explica como chegaste à resposta.

b) Quantas missangas, de cada cor, há no artefacto (no da imagem ou no total)?

Atividade 10

Na imagem seguinte, temos uma parte do artefacto



a) Quantas missangas tem, no total, a imagem anterior? Explica como encontraste o número de missangas.

b) Quantas missangas tem de cada cor? Explica como encontraste o número de missangas.

c) A partir dos resultados obtidos nas questões anteriores, consegues encontrar uma maneira, rápida e eficaz, de contar o número de missangas de cada cor?

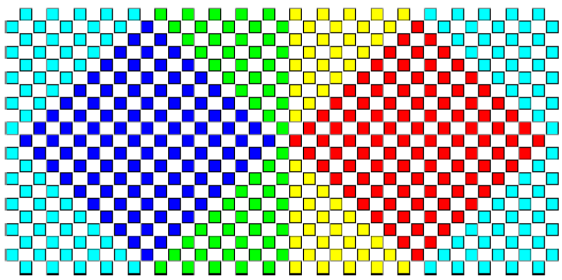
Atividade 11

Uma menina do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* está a construir um artefacto semelhante ao anterior, para colocar na cabeça e segurar o cabelo, mas com um menor número de missangas em cada coluna. Observa a imagem.

a) A menina vai usar o mesmo número de missangas de cada cor? Justifica a tua resposta.
b) Quantas missangas, de cada cor, vai usar? Explica como chegaste ao resultado.
c) Se a menina usar 228 missangas, quantas missangas de cada cor vai usar?

Atividade 12

Na imagem seguinte, vemos uma parte de uma banda de colocar na cabeça.



a) Quantas missangas tem a parte vermelha? Explica como encontraste o número de missangas vermelhas.

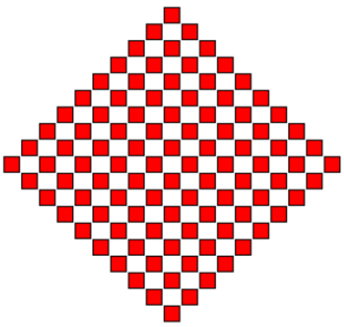
Atividade 13

Um menino disse que a parte a azul-escuro da figura anterior tinha mais de 100 missangas.

a) Concordas com o menino?
Justifica a tua resposta.

Atividade 14

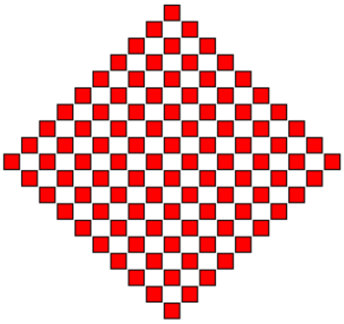
As missangas vermelhas da banda foram retiradas e colocadas na imagem seguinte.



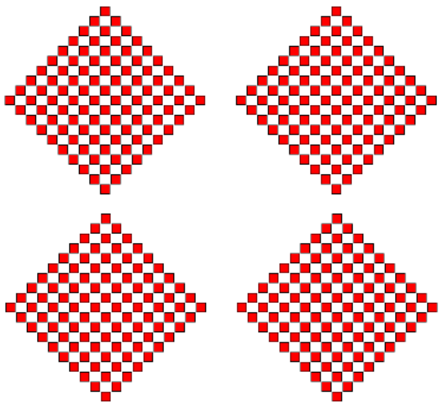
O Artur, o Berto, o Carlos e o Dário contaram o número de missangas de maneiras diferentes.

As expressões seguintes traduzem o modo como contaram.

Artur → $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 100$
Berto → $4 \times (1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 5) = 4 \times 25 = 100$
Carlos → $4 \times 9 + 4 \times 7 + 4 \times 5 + 4 \times 3 + 4 \times 1 = 36 + 28 + 20 + 12 + 4 = 100$
Dário → $10 \times 10 = 100$



a) Descobre o modo como cada um pensou. Rodeia as imagens seguintes, seguindo a maneira de contar de cada menino.



Tema 6

Cestos das mulheres *Nyaneka-nkhumbi*

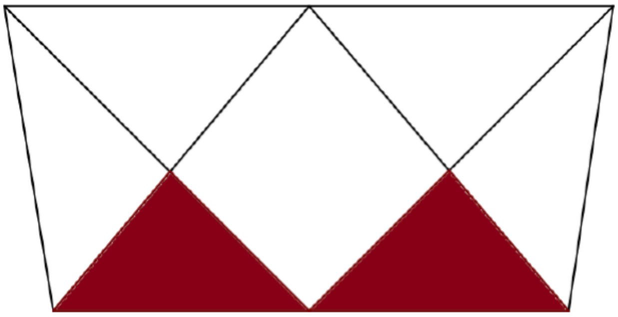

Atividade 15

Este cesto é um dos muitos que as mulheres *Nyaneka-nkhumbi* fabricam. Como podes ver, contém figuras geométricas e símbolos matemáticos, apesar de, elas não saberem ler nem escrever.

a) Identifica as figuras semelhantes e descreve a possibilidade de se sobreporem.

Atividade 16

O esquema que se segue representa um extrato de uma das figuras geométricas que se observam na imagem acima.

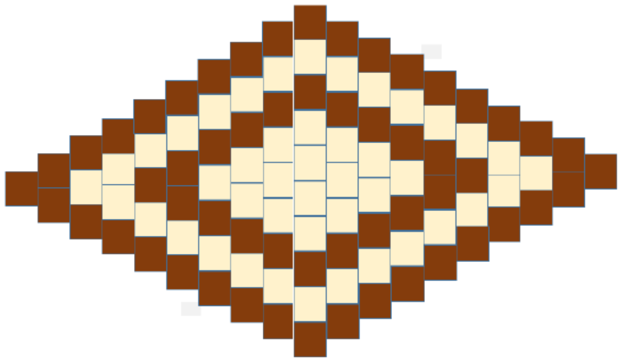


Quantas figuras geométricas podes observar de cada tipo de figura?

Atividade 17

O cesto a seguir apresenta laços que descrevem figuras geométricas de cor bege (branca) e castanhas.

Imitando como a construtora de cestos fez as figuras geométricas da base ao topo, construímos a figura a seguir apresentada,



a) Diz quantos laços (retângulos) no total formam a figura? Explica como é que contaste.

b) Confere os laços por cores. Explica a estratégia que usaste.

c) Se a construtora decidisse pôr mais um cordão de laços de cor bege a volta, quantos laços ela precisaria?

d) O Âlgines e a Marta estavam a discutir sobre a existência ou não de duas partes semelhantes da Figura D anterior. A Marta concorda existirem as duas partes semelhantes. Concordarias também com ela. Porquê?

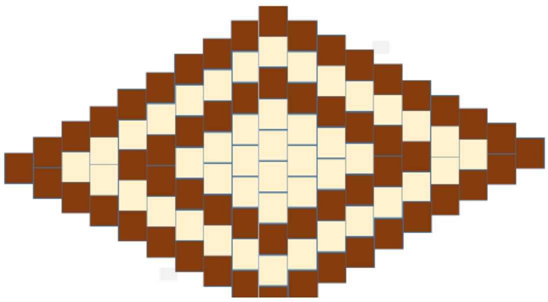


Figura D

Inquérito sobre as tarefas

Fim

Obrigado!

Anexo 4

Inquérito de opiniões sobre as tarefas

INQUÉRITO DE OPINIÃO SOBRE TAREFAS

Nas afirmações seguintes, coloque no retângulo um número na escala de 1 a 6, conforme o seu grau de concordância com cada afirmação:

1 (discordo completamente); 2 (discordo bastante); 3 (discordo); 4 (concordo); 5 (concordo bastante); 6 (concordo completamente)

- O grau de dificuldade das tarefas apresentadas é adequado para as crianças que frequentam o 3.º ano de escolaridade.

- Estas tarefas são adequadas para todas as crianças que frequentam o 1.º ciclo do ensino básico.

- Estas tarefas são fáceis para futuros professores do ensino básico.

- Estas tarefas são interessantes, mas complexas.

- Estas tarefas são adequadas somente para alunos a partir do 5.º ano de escolaridade.

- As tarefas aplicadas são importantes somente para o grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*[i].

- Resolver estas tarefas seria importante para outras comunidades angolanas diferentes do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi*.

- Resolver estas tarefas seria importante para outras comunidades de países lusófonos.

- Resolver o conjunto destas tarefas traduzidas para outras línguas seria importante para ensino da matemática noutros países.

- Nas comunidades portuguesas é possível explorar tarefas adequadas para crianças destas comunidades.

- O conjunto de tarefas apresentado não provoca gosto de aprender matemática.

- Inserir as tarefas no processo de ensino e aprendizagem de matemática seria preservar e valorizar a cultura local e enriquecer a ciência.

- O jogo de *Ondjandja*[ii] pode motivar crianças e até adultos para aprender a Matemática.

- As tarefas apresentadas foram motivantes, em particular os temas sobre os jogos.

- Todas as tarefas apresentadas criaram motivação nos alunos porque foram novidades.

- As tarefas apresentadas não deviam ser usadas no ensino e aprendizagem da matemática.

- Não se aprende nada de matemática com as tarefas apresentadas.

- Seria bom introduzir no curso de formação de Professores uma unidade curricular que tenha a ver com a etnomatemática (estudos sobre a matemática em contextos culturais diversos).

- Durante a realização de tarefas o professor não deve dar resposta, deve deixar o aluno chegar à resposta por ele.

- Para a aplicação de tarefas matemáticas em sala de aula é necessário que o professor as domine primeiro.

- As tarefas matemáticas devem ser aplicadas apenas para crianças das comunidades em que as mesmas (tarefas) estão inseridas.

- A aplicação de tarefas adequadas aos alunos desperta o gosto pela matemática.

Este inquérito não tem carácter avaliativo, é de cariz exploratório, portanto, para investigação científica.

Obrigado pelas suas opiniões

Votos de bom aproveitamento académico.

Domingos Dias, doutorando da Universidade do Minho em Braga, sob orientação dos Senhores: Professor Doutor Pedro Palhares e Professora Doutora Cecília Costa

---

[i] Grupo étnico da comunidade do sul de Angola (África austral).
[ii] Nome (em *Nyaneka-nkhumbi*) de um pardal, alcunhado ao jogo de corda.

Anexo 5

Guião de entrevista

Guião de entrevista enviado a Joaquim Tavares (tavaresjoaquim567@gmail.com), irmão do autor, a 5.7.2015.

1- Como é feita a construção das casas de uma família *Nyaneka-nkhumbi*?
2- As regras de construção das casas são as mesmas até hoje?
3- Como estão estruturadas as casas de uma família *Nyaneka-nkhumbi* no quintal?
4- Qual é a função de cada parte/casa no cerco do quintal?
5- Há um número determinado de casas de uma família *Nyaneka-nkhumbi*?
6- Como está compartimentada uma casa?
7- Quem tem legitimidade de habitar nas casas de uma família *Nyaneka-nkhumbi*?
8- Tem outras construções fora do cerco do quintal? Se sim, a quantos metros mais ou menos fica cada uma delas e porquê?
9- Como é distribuído o trabalho entre os membros de uma família *Nyaneka-nkhumbi*?
10- Como é distribuída a herança?
11- Tem algumas outras considerações à volta desta conversa que tivemos?

Por favor, agradeceria gravar em áudio e tirar fotografias às casas. Peço-lhe a descrição da estrutura completa das casas (*eumbo*) de uma família *Nyaneka-nkhumbi*, se puder fazer o esquema numa folha, descrevendo as áreas e casas que compõem o *eumbo,* depois digitalizar e me enviar, seria bom. O objetivo desta entrevista é para alargar a parte da minha tese sobre a etnografia dos *Nyaneka-nkhumbi*.

Braga, aos 05 de Julho de 2015

O investigador

Domingos Dias

Anexo 6

Ficha de tarefas usada por 5 Professores angolanos (PNN)

ANEXO

Caro Leitor está perante uma (e*tnomatemática*) praticada pelo grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* do sul de Angola (África austral).

Criámos várias propostas de tarefas para o contexto de sala de aula para o ensino primário. Em seguida pode ler e estrear um jogo de pouco tempo mas divertido. E mais adiante encontrará vários desafios que vale do que nunca experimentar.

Sessão[35] (S) de tarefas (T)

S1T1

Sobre *ondjandja*

Ondjandja[36] é um jogo de corda monolinear que os *Nyaneka-nkhumbi* praticam em particular as mulheres e crianças, durante o período de afugentar os pássaros que se alimentam de massango[37] quer no campo quer na eira.

Figura[38] 1 *Ondjandja* (pássaro de tipo pardal)

Sigamos os passos do jogo, quiçá para aprendermos como se faz, apreciarmos as belezas e conhecimentos matemáticos que envolvem o jogo.

[35] Consideramos sessão a realização de tarefa (s) pelos alunos durante dois tempos letivos (90 minutos).
[36] O termo *ondjandja* exprime o nome de um pássaro de tipo pardal (ver Figura 1) o qual os *Nyaneka-nkhumbi* atribuíram-no ao jogo
[37] Cereal de tipo cevada do prato típico dos *Nyaneka-nkhumbi* serve de recurso para acudir a fome nas épocas de crise alimentar dadas as quilocalorias que contém, pouca quantidade pode servir para muita gente.
[38] Foto tirada pelo autor, *Ondjiva*-Angola a 15.09.2012

O jogo é realizado sincronizando as duas mãos.

Na primeira posição do *ondjandja* representa o primeiro movimento dos pássaros a partir das árvores.

1º Passo

A corda passa em duas mãos entre os dedos indicador e polegar e os dedos mínimo e anelar, ver figura 2.

Figura[39] 2 1ª posição do jogo

2º Passo

É a continuidade do movimento de *ondjandja*, ver figura 3

Neste passo, o dedo indicador da esquerda ou da direita captura o laço da palma da mão visível na primeira posição, ver figura 2

[39] Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012

Figura[40] 3 2ª posição do jogo

Podemos imaginar dois extremos do jogo vistos em duas mãos. Por um lado, uma das mãos representa os pássaros a pousarem em árvores para repousarem ou para uma paragem estratégica quando afugentados pelos espantalhos[41]. Por outro lado, a outra mão representa os pássaros a pousarem em culturas para se alimentarem de massango. Fazendo um movimento recíproco árvores-culturas vice-versa.

3º Passo

Tem a ver com a translação dos pássaros de um lado para outro subentende-se a movimentação simétrica dos pássaros.
Observemos a figura 4

[40] Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012
[41] Entendemos por espantalhos neste momento as pessoas que afugentam os pássaros ou uma estátua que desempenha o mesmo papel dos humanos.

Figura[42] 4 3ª posição do jogo

Quando aparece o espantalho próximo dos pássaros têm a tendência de se espalharem ordenadamente no campo ou lavra, eles voam para as árvores e enquanto não haver nada que espanta os pássaros voltam a pousar as culturas. Assim, continua o movimento até a hora do repouso.

Por outro lado, podemos interpretar que os pássaros têm a tendência de se espalharem ordenadamente no campo ou em árvores ou em culturas de massango.

Percebe-se que a medida que se vai jogando há uma alternância automática de nós[43] de uns dedos para outros. Quanto maior for o número de nós, maior é o número de linhas de cordas.

4º Passo

Neste passo, os dedos polegares largam os laços, ficando a corda aos indicadores e mínimos, conforme ilustra a figura 5

[42] Foto tirada pelo autor em Ondjiva (Angola), a 02.08.2012

[43] Denominamos nós a cada dedo encaixado pela corda incluindo os nós por cruzamento de linhas de corda aparentes no meio das duas mãos.

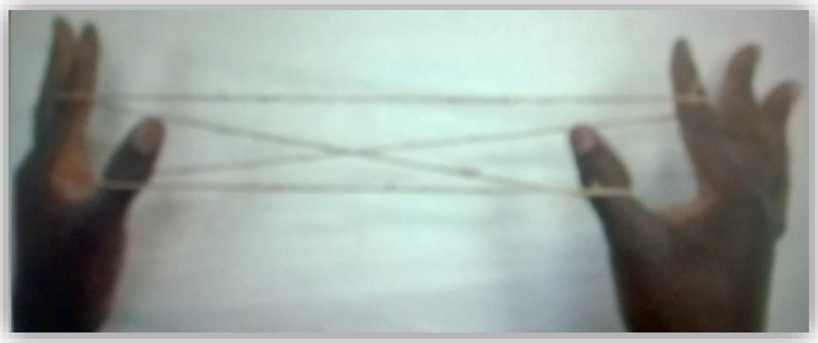
Figura[44] 5 4ª posição do jogo

5º Passo

Os dedos polegares capturam a linha externa dos mínimos por baixo das linhas, consecutivamente, ver figura 5 e automaticamente soltam-se a corda nos mínimos ficando nos polegares e indicadores, ver figuras 6 e 7.

Figura[45] 6 5ª posição do jogo

[44] Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012
[45] Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02/08.2012



Figura[46] 7 6ª posição do jogo

6º Passo

O passo a seguir tem a ver com a concentração dos pássaros no extremo do campo de lavoura, supondo que os pássaros voam do interior para fora do campo ou porque estão saciados ou porque suspeitam uma ameaça qualquer, ficam na posição privilegiada de escaparem dos espantalhos. A figura 8 ilustra a descrição que acabamos de frisar.

Figura[47] 8 7ª posição do jogo

[46] Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012
[47] Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012

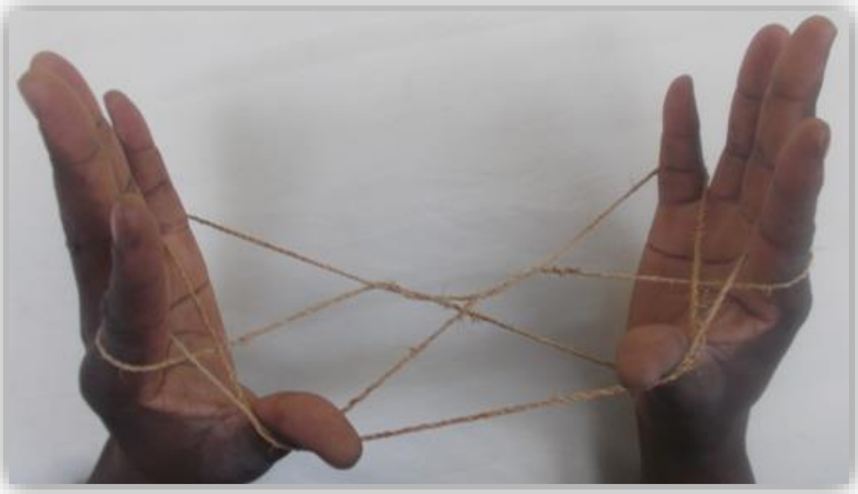
7º Passo

Os mínimos capturam a linha da corda interior dos polegares, ver figura 8. Pode-se entender que os pássaros observam calma e tranquilidade na área, começando a nova investida às culturas.

Figura[48] 9 8ª posição do jogo

A fase deste passo resulta a fase a seguir, ver figura 10

[48] Foto tirada pelo autor em Ondjiva (Angola) a 02.08.2012



Figura[49] 10 9ª posição do jogo

8º Passo

Os polegares soltam a corda ficando tal como ilustra a figura 11. Aqui, é o ponto de equilíbrio do jogo. O facto de o sol resplandecer fortemente na hora 12, os pássaros são obrigados a sossegarem-se pousando sobre as árvores. Os espantalhos aproveitam o intervalo que os pássaros fazem para descansarem ou ausentarem-se do campo de culturas. Apesar de todas as fases do jogo apresentarem simetrias, nesta, o apresentador do *ondjandja* afrouxa o ritmo e faz uma pausa. Dizendo que *ondjandja* pausou (*yaomba*).

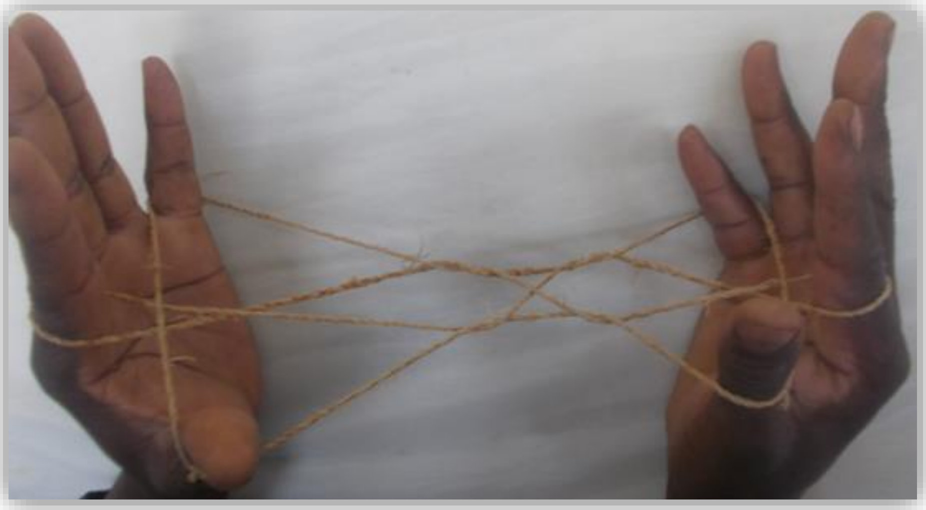
Figura[50] 11 10ª posição do jogo

[49] Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012
[50] Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012

9º Passo

Os polegares capturam a linha interior dos mínimos passando por cima de outras linhas.

Nesta fase, crê-se que os pássaros começam a nova jornada, saindo das árvores para as culturas, pulando de galho a galho, ver figura 12.



Figura[51] 12 11ª posição do jogo

A corda exterior do indicador é levantada e encaixada ao polegar, ver figura 13,

[51] Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012

Figura[52] 13 12ª posição do jogo

Em seguida, o primeiro laço encontrado sobre os polegares, é solto, ver figura 13.

[52] Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012

Figura[53] 13 12Aª posição do jogo

Resultando desta feita, a fase seguinte, ver figura 14.

Figura[54] 14 13ª posição do jogo

[53] Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02/08.2012

Os dedos indicadores apoiam-se na linha intermédia, ver figura 15.

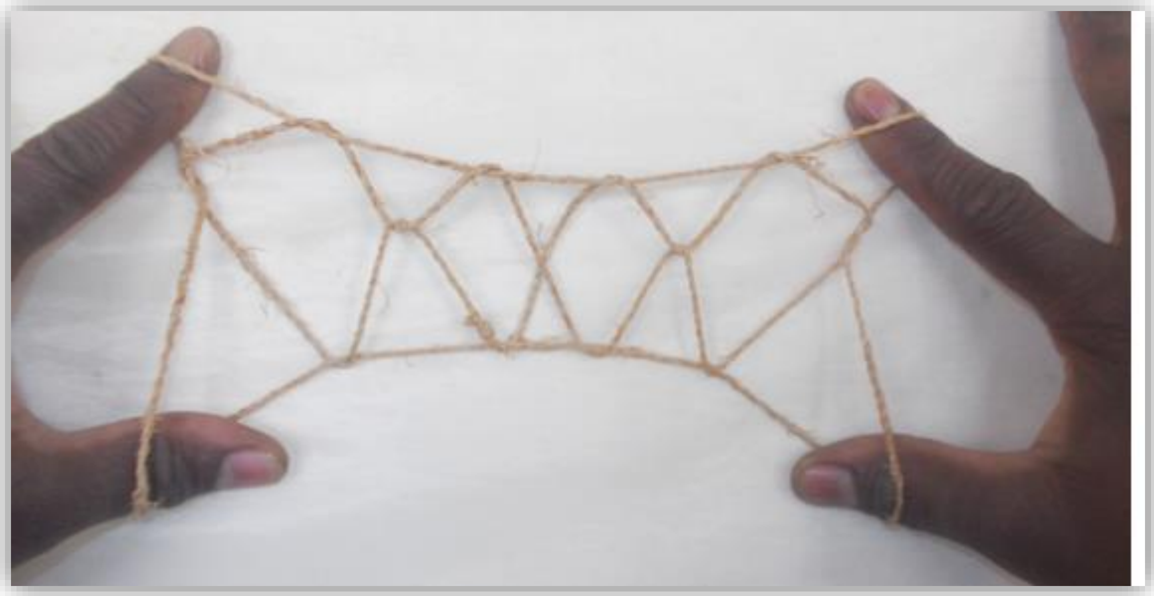
Figura[55] 15 14ª posição do jogo

Giram-se ligeiramente as mãos para baixo esticando e alargando os indicadores e os polegares e estica-se o *ondjandja* pouco e pouco formando finalmente a parte encantadora do *ondjandja*. Observa-se triângulos, losângulos e outras figuras geométricas, como pode-se observar a figura 16

O final do jogo subentende-se que os pássaros estão mais organizados, mais sossegados e descansados logicamente no fim do dia.

.

[54] Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012
[55] Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012



Figura[56] 16 15ª posição do jogo

Chegado ao fim do jogo urge a necessidade de desfazê-lo.

Para desfazer *ondjandja* sem grande dificuldade ao desenrolá-lo, coloca-se o *ondjandja* no chão ou por cima das coxas e segura-se as linhas das duas cordas externas do centro vertical do *ondjandj*a, ver figura 17.

[56] Foto tirada pelo autor em Ondjiva (Angola) a 02.08.2012

Figura[57] 17 16ª posição do jogo

Seguidamente puxa-se a corda esticando-a ligeiramente, ver figura 18.

[57] Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012

Figura[58] 18 17ª posição do jogo

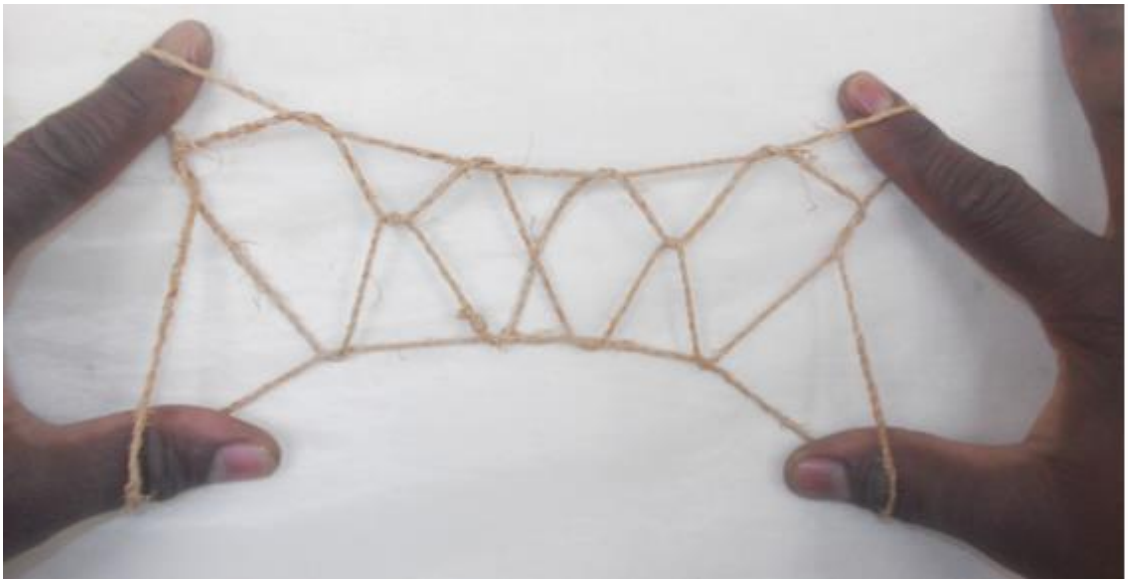
Formando desta feita, uma linha monolinear fechada livre de nós ou vértices, ver figura 19.

Figura[59] 19 18ª posição do jogo

Acreditamos que depois de ter lido atentamente os passos do jogo de corda (*ondjandja),* o entendeu com certeza. Agora começa o desafio que antes anunciamos.

Observa cuidadosamente a figura que representa o jogo de corda denominado *ondjandja* praticado pelos *Nyaneka-nkhumbi,* um dos povos do sul de Angola na Africa austral.

[58] Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola), a 02.08.2012
[59] Foto tirada pelo autor em *Ondjiva* (Angola) a 02.08.2012



a) Seguindo os passos anteriores, experimenta fazer a figura acima.
b) Sem repetir as figuras geométricas semelhantes, diga quantas podes observar.
c) Diz com quantas linhas fechadas o N*yaneka-nkhumbi* fez esta figura. Explica.

S2T2

A imagem seguinte, reproduz parte de um ornamento usado pelas mulheres do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi.* Este artefacto, em que cada retângulo representa uma missanga, é usado para colocar em volta da cabeça para prender o cabelo e como ornamento.

O que é uma missanga?

Como podes ver a figura a seguir

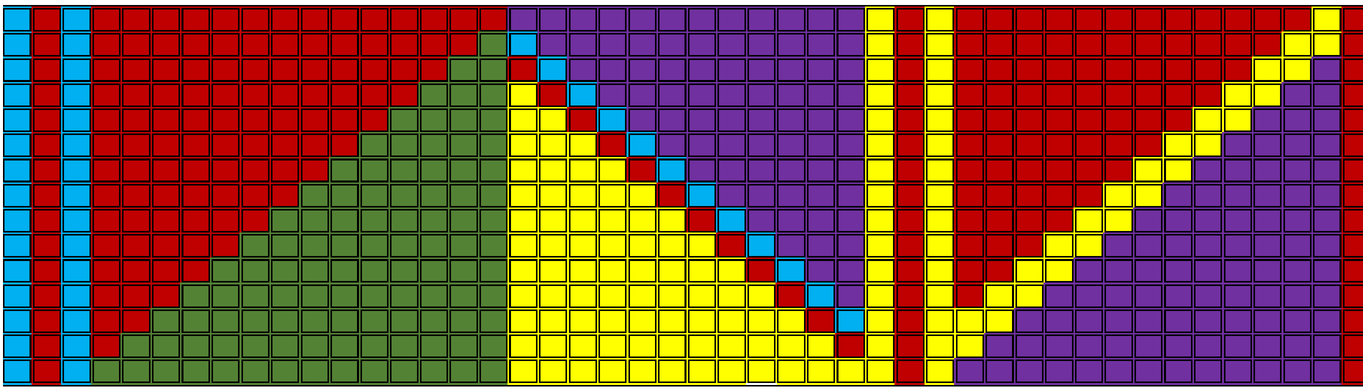
Figura[60] - Missangas

---

60 https://www.google.pt/search?q=missanga&es_sm=122&biw=1067&bih=531&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ei=eSVBVM3JC9DdateEgrAE&ved=0CAYQ_AUoAQ#facrc=_&imgdii=_&imgrc=RF8c2N9BPy-56M%253A%3BOODeeWVAKzWp7M%3Bhttp%253A%252F%252Fwww.maispousadas.com.br%252Fimagens%252Fpousadas%252Frj%252Fparaty%252F3843%252Fpousada-missanga-

Uma missanga é um pequeno objeto de várias formas com um furo central por onde é introduzido um fio ou uma corrente, para fim decorativo formando acessórios como colares, pulseiras, enfeites entre outras coisas.

A linha, do lado direito, a tracejado representa a linha de simetria de reflexão do artefacto.



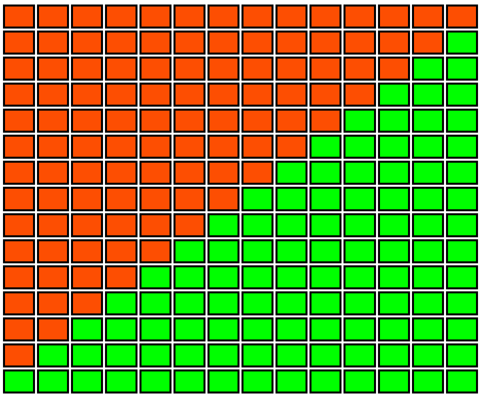
a) Quantas missangas serão necessárias para terminar este artefacto?
   Explica como chegaste à tua resposta.

b) Quantas missangas, de cada cor, há no artefacto (no da imagem ou no total)?

14.jpg%3Bhttp%253A%252F%252Fwww.maispousadas.com.br%252Fpousadas-em-paraty-rj%252Fpousada-missanga.html%3B440%3B292; 20h38 de 17.10.2014

S2T3

Na imagem seguinte, temos uma parte do artefacto.



a) Quantas missangas tem, no total, a imagem anterior?

Explica como encontraste o número de missangas.

b) Quantas missangas tem de cada cor?

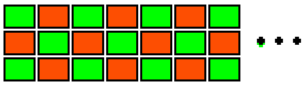
Explica como encontraste o número de missangas.

c) A partir dos resultados obtidos nas questões anteriores, consegues encontrar uma maneira, rápida e eficaz, de contar o número de missangas de cada cor?

S3T4

Uma menina do grupo étnico *Nyaneka-nkhumbi* está a construir um artefacto semelhante ao anterior, para colocar na cabeça para segurar o cabelo, mas com um menor número de missangas em cada coluna. Observa a imagem.

A menina vai usar, exatamente, 225 missangas e vai seguir sempre o mesmo padrão.



a) A menina vai usar o mesmo número de missangas de cada cor? Justifica a tua resposta.

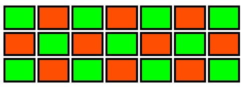
b) Quantas missangas, de cada cor, vai usar?

Explica como chegaste ao resultado.

c) Se a menina usar 228 missangas, quantas missangas de cada cor vai usar?

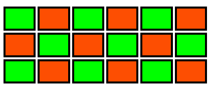
S3T5

Observa a imagem seguinte.



a) Quantas simetrias de reflexão encontras na imagem?

b) E se retirarmos uma coluna de missangas.



Quantas simetrias de reflexão encontras?

S3T6

A menina tem 330 missangas, das quais metade são azuis e as restantes são amarelas. Ela quer construir uma banda com 3 missangas de *largura* (como no modelo anterior).

a) Quantas missangas terá de *comprimento*, se seguir o mesmo padrão? Explica como chegaste à tua resposta.

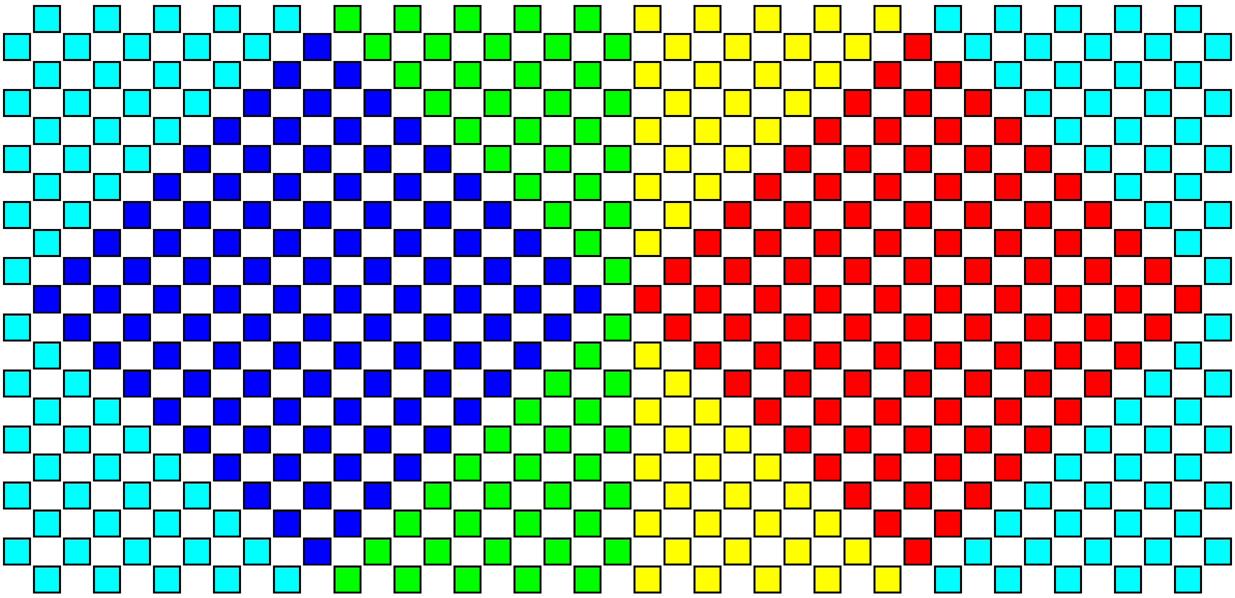
S4T7

A menina tem 330 missangas, das quais um terço são azuis e as restantes são amarelas. Ela quer construir uma banda com 3 missangas de *largura* (como no modelo anterior), começando por ter na primeira coluna duas missangas azuis e uma amarela.

a) Quantas missangas terá no máximo de *comprimento*, se seguir o mesmo padrão?
Explica como chegaste à tua resposta.

S4T8

Na imagem seguinte, vemos uma parte de uma banda de colocar na cabeça.



a) Quantas missangas tem a parte vermelha?
Explica como encontraste o número de missangas vermelhas.

S4T9

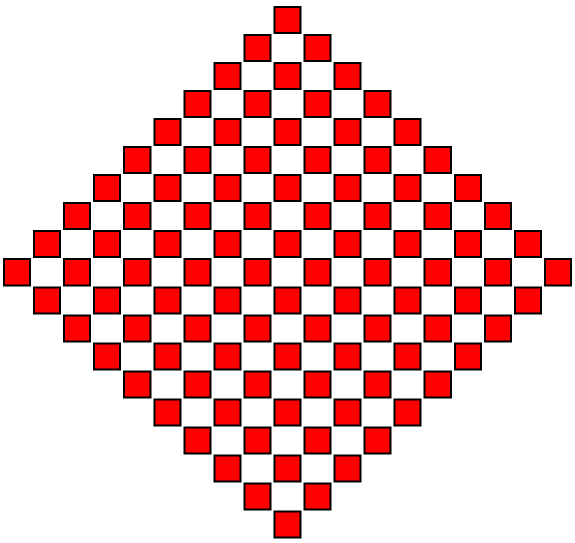
Um menino disse que a parte a azul-escuro tinha mais de 100 missangas.

a) Concordas com o menino?

Justifica a tua resposta.

S5T10

As missangas vermelhas da banda foram retiradas e colocadas na imagem seguinte.



O Artur, o Berto, o Carlos e o Dário contaram o número de missangas de maneiras diferentes.

As expressões seguintes traduzem o modo como contaram.

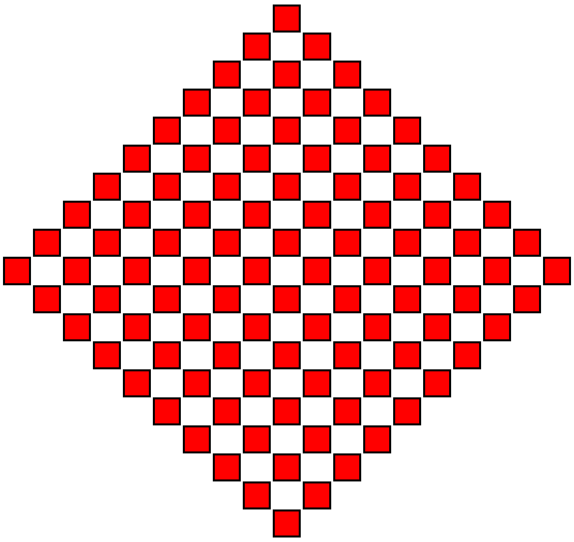
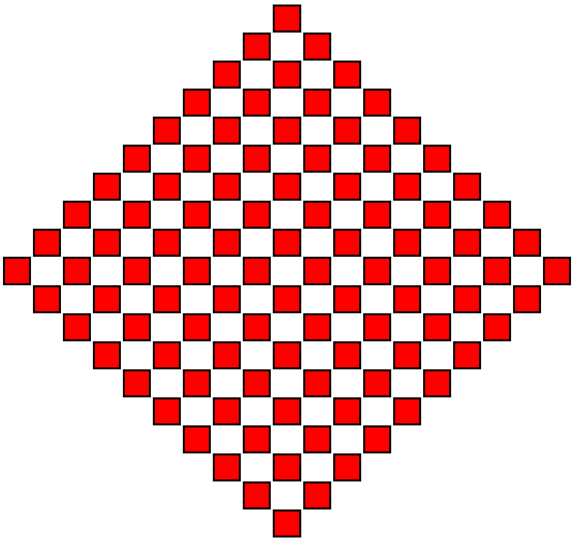
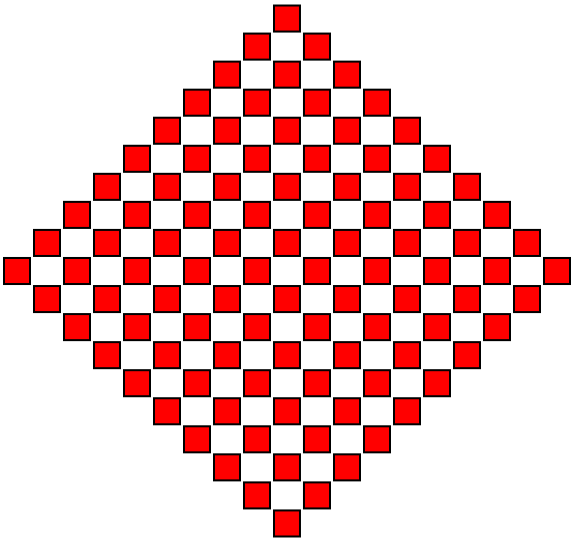
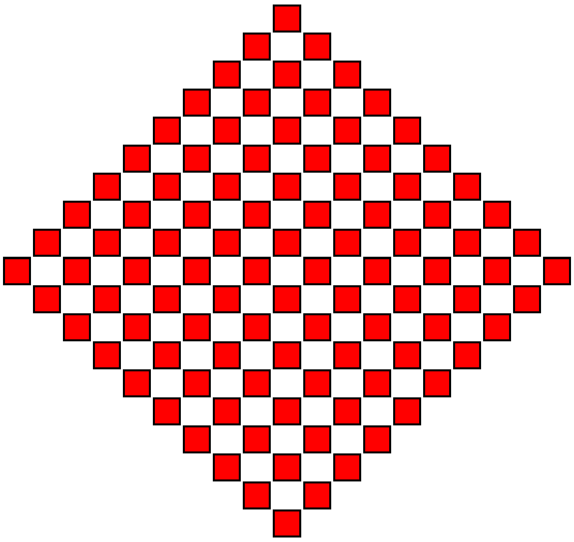
Artur → 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 100

Berto → 4 x (1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 5) = 4 x 25 = 100

Carlos → 4 x 9 + 4 x 7 + 4 x 5 + 4 x 3 + 4 x 1 = 36 + 28 + 20 + 12 + 4 = 100

Dário → 10 x 10 = 100

a) Descobre o modo como cada um pensou. Rodeia as imagens seguintes, seguindo a maneira de contar de cada menino.

S5T11

Observa a seguinte sequência.

$1 + 2 + 1 = 4$

$1 + 2 + 3 + 2 + 1 = 9$

$1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1 = 16$

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 25$

…

a) Consegues encontrar a soma de

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$

sem efetuares qualquer operação escrita?

Explica como chegaste à tua resposta.

S6T12

Segundo o Programa de matemática do ensino primário vigente em Angola e parte em Portugal, propomos para esta tarefa como:

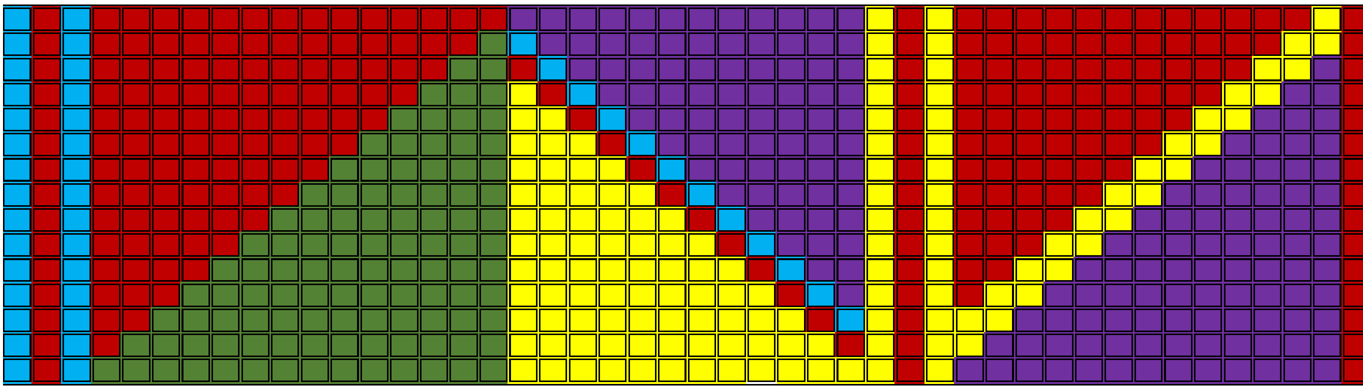
Finalidade: Desenvolver a capacidade de utilizar a matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real; Capacidade de comunicar matemática e Desenvolver a capacidade de resolver problemas.

Tema: Geometria

Subtema: Figuras geométricas planas

Tal como já conceituamos nas sessões anteriores, um enfeite da mulher *Nyaneka-nkhumbi* é um artefacto manufaturado de uma linha monolinear e de missangas de tamanhos e cores variados. Habitualmente, o enfeite é amarrado na cabeça ou na cintura da mulher para se embelezar.

Observa as figuras geométricas do enfeite da mulher *Nyaneka-nkhumbi*.



a) Identifica as figuras geométricas notáveis no enfeite.

S6T13

Observa a figura

b) Experimenta girar ou ajustar sobrepondo uma figura mínima da figura 1 para descrever a figura completa que está entre o ponto A e o ponto B. Aponta o jeito que aplicaste.

S6T14

Segundo o Programa de matemática do ensino primário vigente em Angola e em parte Portugal, propomos para esta tarefa como:

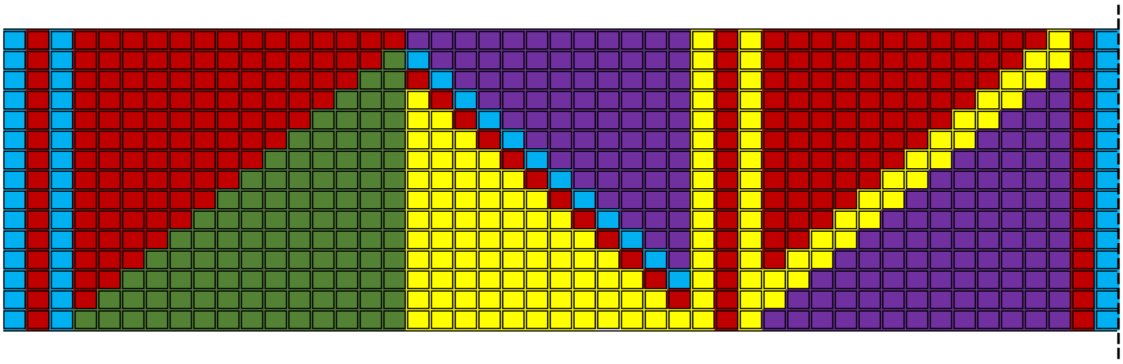
Finalidade: Desenvolver a capacidade de utilizar a matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real e Desenvolver a capacidade de resolver problemas.

Tema: Grandezas

Subtema: Perímetro de alguns polígonos

a) Observa a figura a baixo, escolha uma figura geométrica e calcula o respetivo perímetro. Usa o jeito a seu critério.

Sugestão: Considera uma missanga como unidade de medida.



S7T15

Uma tarefa ilustrativa para implementar em diferentes contextos educacionais.

Pensamos que um grande número de tarefas pode ser concebido para servir fins educacionais.
Um exemplo possível, concebido para promover a comunicação matemática, é dado abaixo. Ele é baseado em figuras A e B.

Sendo A um enfeite das Mulheres do grupo étnico *Nyaneka – Nkhumbi*, Elas usam-no em torno de seu cabelo para torná-las mais belas.
E a B o esquema da construção proveniente do ornamento usado por mulheres do grupo étnico *Nyaneka - Nkhumbi*.

Figura A

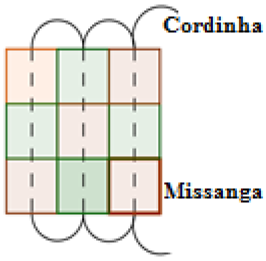


Figura B (Dias & Costa, 2011)

1. Queremos reproduzir esse padrão. Vamos nos concentrar no grande retângulo e esquecer as pequenas linhas utilizadas para unir as extremidades. Portanto, na figura A temos uma linha vertical azul , em seguida, uma linha vermelha , em seguida, uma azul novamente e assim por diante.

a) Suponha que queremos reproduzir o padrão usando lápis de cor em um papel quadrado. Imagine que tu estivesses falando com alguém tentando reproduzi-lo, mas que o ornamento tivesse em sua mão e você tivesse que descrevê-lo a essa pessoa. Estando a telefonar, nesta altura. Como descreverias isso para que a pessoa com quem se comunicas possa reproduzi-lo?

b) O Ny*aneka* - *Nkhumbi* constrói estes ornamentos que ligam as missangas em cordas feitas de plantas como é mostrada na figura B acima.

Agora, imagine que tu estás a falar com um filho, o qual pretendes que reconstrua o mesmo padrão com o método *Nyaneka* - *Nkhumbi*. Tu achas que a forma que o ornamento se apresentava antes seria o suficiente? Ou talvez ele deve ser melhorado? Neste momento, estarias a telefonar com a pessoa que vai colocar as missangas na corda. Como você descreverias isso?

c) Ron Eglash inventou maneiras de fazer padrões usando o que é chamado de um applet.

Acessa http://csdt.rpi.edu/na/loom/blstarter/beadloomstarter.swf, e experimenta a aplicação para a construires alguns padrões.
Agora imagine que você está descrevendo o padrão do ornamento para alguém que vai usar miniaplicativo de Eglash para construí-lo. Como você o descreveria?

S8T16

Segundo o Programa de matemática do ensino primário vigente em Angola e em parte Portugal, propomos para esta tarefa como:

Finalidade: Desenvolver a capacidade de utilizar a matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real; Capacidade de comunicar matemática e Desenvolver a capacidade de resolver problemas.

Tema: Geometria

Subtema: Linhas e curvas; Itinerários (consolidação)

6

O professor e os alunos podem observar a maqueta ou a figura a baixo que representa a casa tradicional dos *Nyaneka-nkhumbi* em construção.

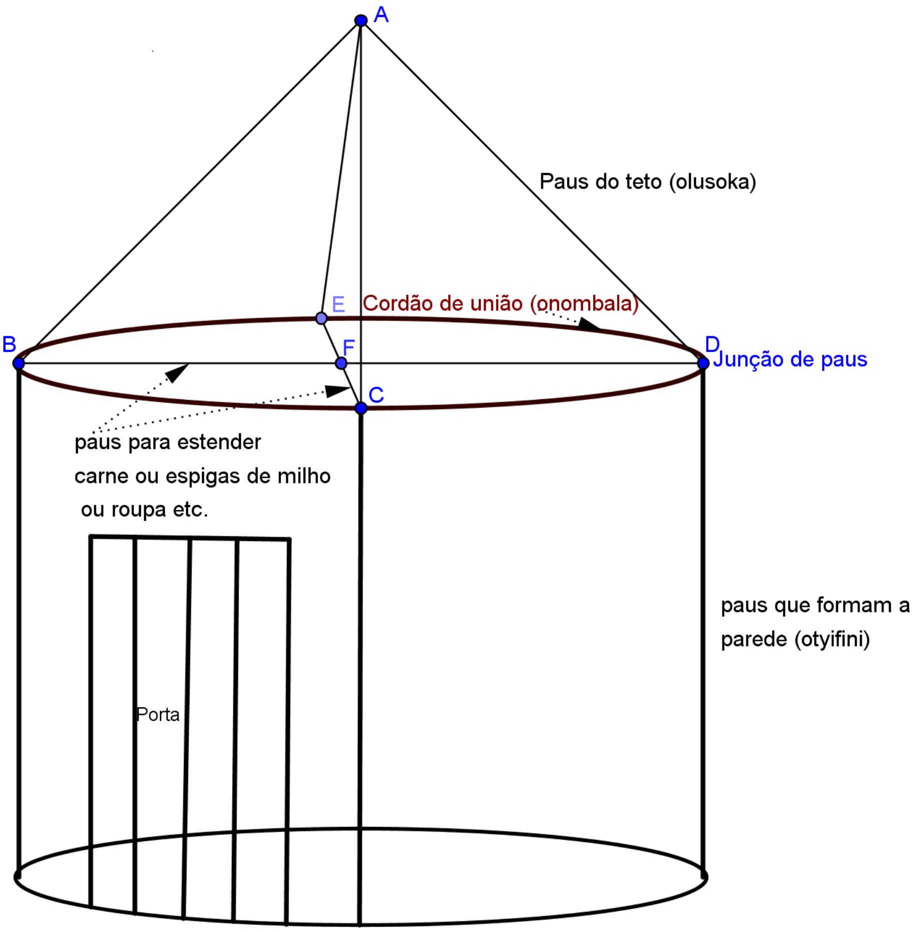


Figura 1[61]- Casa tradicional dos *Nyaneka-nkhumbi* em construção

O professor resume para os alunos a descrição de uma casa tradicional dos *Nyaneka-nkhumbi,* dizendo: A casa tradicional dos *Nyaneka-nkhumbi*, é uma casa fixa no solo e construída de paus (troncos), cordas de cascas de árvores e capim, muitas vezes rebocada de barro por dentro e/ou por fora. Contém uma entrada fechada com porta de paus ou madeira. *Os Nyaneka-nkhumbi* preparam o material, cavam o cabouco põem os paus que formam a parede. Amarram-nos no topo com cordas e paus finos e compridos (*onombala*). Selecionam paus para o teto de comprimento igual que contém forquilhas (*Ononthuei* significa touros). Quatro homens levantam paus (touros), um de cada, posicionando-se em forma de sistema cartesiano retangular, iniciando a formação do teto. Juntam as forquilhas dos quatro touros no topo central da casa e apoiam as bases no topo dos troncos da parede. Depois cobrem os espaços vazios com paus um por um, seguidamente fixam o teto com pelo menos dois cordões de *onombala* um na base e outro no meio do teto. Finalmente cobrem a casa de capim fixando-o com cordas.

[61] Figura de autoria do autor a 08.04.2014

Da figura acima observada, o professor informa que existem junções que estão ligadas com linhas.

Em seguida dá as seguintes tarefas aos alunos.

a) Mostra as linhas que ligam:

- As junções A e B.
- As junções E e F
- As junções B e D

b) Diga se as linhas são do mesmo tipo ou não? Porquê?

c) Escolha, determinando o caminho mais curto ou mais longo de B a D sabendo que BE = ED; BF = FD e BE maior que BF. Porquê

d) Compara o número de linhas que vai à junção D e o número de linhas que vai à A?

e) Imagina um rato doméstico a percorrer as linhas que vão de B até D, chegará o rato em D sem passar em nenhuma junção? Porquê?

S9T17

Segundo o Programa de matemática do ensino primário vigente em Angola e em parte Portugal, propomos para esta tarefa como:

Finalidade: Desenvolver a capacidade de resolver problemas e desenvolver a capacidade de raciocínio.

Tema: Números e operações.

Subtema: Os números de 0 a 30 com as respetivas operações de adição e de subtração (consolidação).

Partindo do facto de se tirar sobre o pau grupos de 2 a 4 de espigas de cada vez.

a) De quantas maneiras diferentes pode-se tirar 8 espigas?

b) Em vez de 8, se forem 4; 5 ou 6 espigas, de quantas maneiras diferentes podem ser tiradas do pau? Aponta os resultados passo por passo.

S8T17

Segundo o Programa de matemática do ensino primário vigente em Angola e parte em Portugal, propomos para esta tarefa como:

Finalidade: Desenvolver a capacidade de utilizar a matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real; Capacidade de comunicar matemática e Desenvolver a capacidade de resolver problemas.

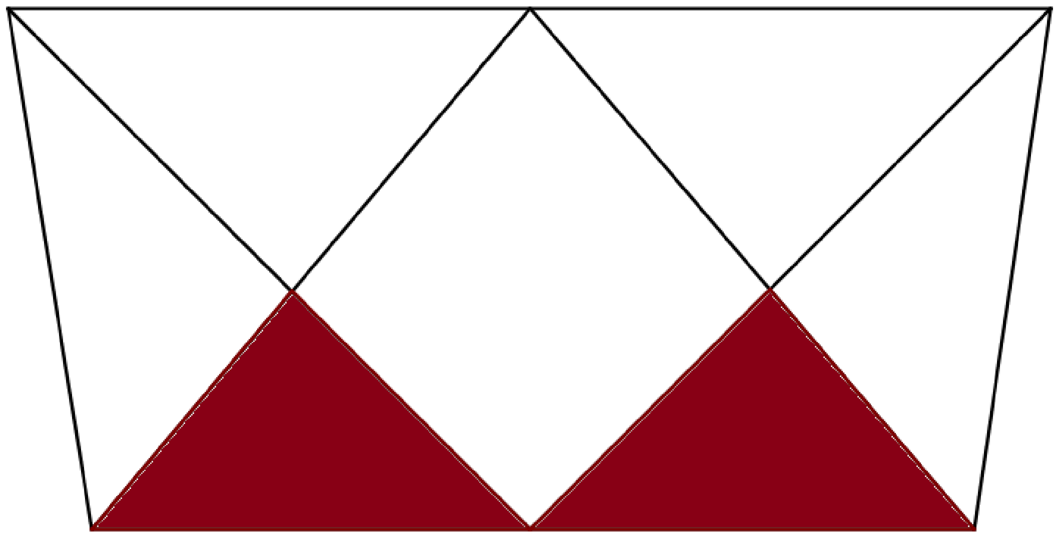
Tema: Geometria

Subtema: Figuras geométricas planas

Esta imagem é uma das muitas que as mulheres *Nyaneka-nkhumbi* fabricam, como pode ver, contém figuras geométricas e símbolos matemáticos, apesar de, elas não saberem ler nem escrever.

a) Idêntica as figuras semelhantes e descreve a possibilidade de se sobreporem.

O esquema que se segue é o extrato de uma das figuras geométricas que se observam na imagem acima.



b) Quantas figuras geométricas podes observar de cada tipo de figura?

Anexo 7

Programa de matemática do I ciclo do ensino Primário angolano

Este anexo está apenas em suporte de versão digital.