

FRANCISCO GOMES TEIXEIRA: O CONCEITO DE RETA TANGENTE NO *CURSO DE ANALYSE INFINITESIMAL*

Catarina Mota, Maria Elfrida Ralha & Maria Fernanda Estrada

CMAT – Centro de Matemática da Universidade do Minho¹

catlexmota@gmail.com

Resumo

Francisco Gomes Teixeira destacou-se como matemático mas também como pedagogo. O seu “Curso” foi utilizado como livro de texto durante vários anos nas Universidades do Porto e de Coimbra e é um exemplo na forma como deve ser composto e revisto um livro de texto. Neste artigo analisaremos a parte relativa ao tratamento dado por Gomes Teixeira ao conceito de reta tangente, explicitando as lições pedagógicas que se podem retirar desse tratamento.

Palavras-chave: Francisco Gomes Teixeira; Reta tangente; manual escolar; história da matemática.

Introdução

Francisco Gomes Teixeira (1851 – 1933) é um dos nomes mais importantes no que concerne ao desenvolvimento da Matemática e do seu ensino em Portugal.

Foi professor na Universidade de Coimbra entre 1874 e 1884 tendo-se transferido nesta altura para a Academia Polytechnica do Porto, onde foi professor e diretor, tendo sido depois professor e reitor da recém-criada Universidade do Porto, em 1911². Durante os anos em que lecionou foi essencialmente responsável pelas disciplinas de Análise, e é enquanto professor de Análise que Gomes Teixeira escreve o seu *Curso de Analyse Infinitesimal*, que daqui em diante referiremos apenas como *Curso*, um livro de texto composto com o objetivo de ser o compêndio adotado para a leção das suas aulas, em substituição de textos de autores estrangeiros, nomeadamente *o Calcul differentiel et integral* de Serret. Deste modo, Gomes Teixeira segue a filosofia defendida nos Estatutos da Universidade de Coimbra, elaborados aquando da reforma pombalina, onde é sugerido que os responsáveis pelas diferentes disciplinas componham compêndios para serem utilizados nas aulas.

¹ Esta investigação foi parcialmente financiada pelos fundos FEDER através do “Programa Operacional Factores de Competitividade – COMPETE” e por fundos Portugueses através da FCT – “Fundação para a Ciência e Tecnologia”, incluída no Projeto PEst – C/MAT/UI0013/2011.

² Alves, 2004, p. 42-57.

Para as Lições elementares pois das ditas Sciencias, não haverá livro fixo, e invariável; pois que nelas se aperfeçoam cada dia muitas coisas, e se inventam outras. Por isso principiarão os Lentes a fazer as Lições pelos Authores, que Eu for servido ordenar provisionalmente. E para o futuro se tomará deliberação na Congregação da Matemática sobre a mudança, que nisso possa haver: Procurando-se sempre que os Tratados, que se houverem de explicar, sejam feitos de um modo conciso, e elementar; e contenham os Methodos mais eficazes, e sublimes, que forem conhecidos;(...)

O Lente, que achar não haver Tratato impresso, no qual se contenham as Sciencias relativas à sua Cadeira, de um modo conforme o espirito destes Estatutos, poderá compô-lo. E sendo aprovado na Congregação, por ele fará as suas lições. (*Do Curso Mathematico*, 1772, p. 164)

O *Curso* terá várias edições, que serão utilizadas ao longo dos anos na leção das cadeiras de Análise/Cálculo, quer na Academia Polytechnica do Porto e na Universidade do Porto, quer na Universidade de Coimbra. Nas sucessivas edições Gomes Teixeira vai alterando/atualizando esta obra, tendo em vista a melhoria científica e pedagógica do seu *Curso*. Estas alterações são evidentes em toda a obra, e em particular no tratamento do conceito de reta tangente, e permitem-nos retirar algumas elações sobre a forma como os manuais escolares devem ser elaborados e revistos assim como sugestões para o ensino da matemática na atualidade.

Curso de Analyse Infinitesimal

O *Curso* é composto por duas partes, *Cálculo Diferencial* e *Cálculo Integral*, publicadas em diferentes alturas e ambas com várias edições. Dada a magnitude da obra debruçar-nos-emos apenas sobre o *Cálculo Diferencial*.

A primeira edição do *Curso – Cálculo Diferencial* foi publicada em 1887, tendo contudo sido precedida por uma pré-edição, no Anuário da Academia Polytechnica do Porto, intitulada *Fragmentos de um Curso d'Analyse Infinitesimal*.

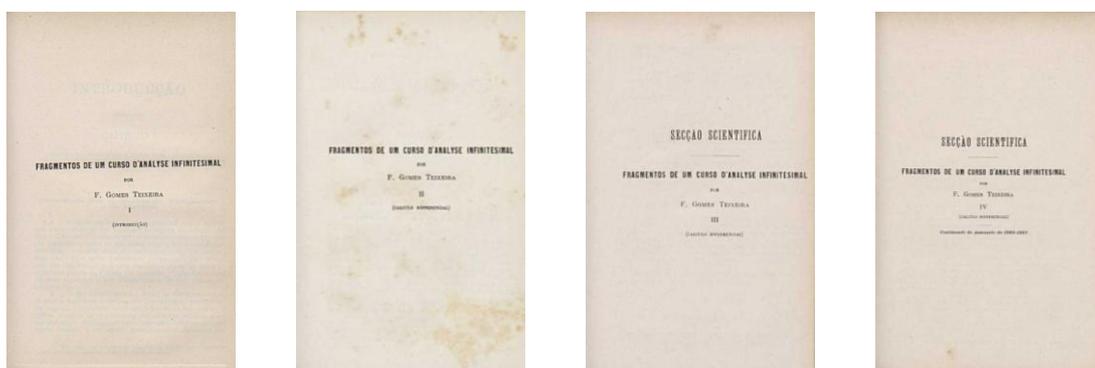


Figura 1: Primeira página dos 4 fascículos dos *Fragmentos*.

Os *Fragmentos*, publicados em 4 fascículos, correspondem, na sua totalidade, à primeira edição do *Curso - Cálculo Diferencial*, sendo possível estabelecer a seguinte relação:

<i>Fragmentos</i>	<i>Curso de Analyse Infinitesimal – Cálculo Diferencial (1ª edição)</i>
1884 – 1885	<i>Introdução</i>
1885 – 1886	<i>Cálculo Diferencial até à página 96</i>
1886 – 1887	Página 97 a 215 (final do capítulo VII) do <i>Cálculo Diferencial</i>
1887 – 1888	Início do capítulo VIII (página 216) até ao final do <i>Cálculo Diferencial</i>

Tabela 1: Relação entre os *Fragmentos* e a 1ª edição do *Curso*.

O *Curso* teve posteriormente mais três edições: 2ª Edição – 1890; 3ª Edição – 1896 e 4ª Edição – 1906. A 4ª edição foi incluída no 3º volume das *Obras Sobre Matemática*, publicadas pela Imprensa da Universidade de Coimbra entre 1904 e 1915 a expensas do Governo Português. Nelas se encontra coligida a maioria dos trabalhos de Gomes Teixeira.

Posteriormente, em 1926, Gomes Teixeira iniciou a escrita do *Manual de Cálculo Diferencial, Extrato do Curso de Analyse Infinitesimal* que daqui em diante referiremos apenas como *Manual*. Segundo o único exemplar que conhecemos, que se encontra no Fundo Antigo da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, esta obra encontra-se inacabada e, segundo uma nota manuscrita que se encontra na página de rosto, seria uma obra não divulgada ao grande público, mas que revela as preocupações pedagógicas de Gomes Teixeira.

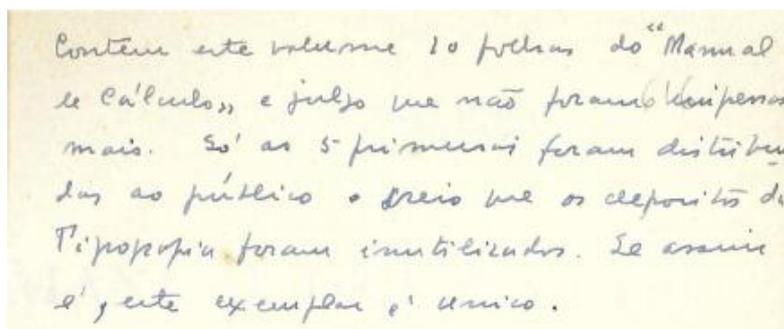


Figura 2 – Nota manuscrita na folha de rosto do *Manual de Cálculo Diferencial*³.

Gomes Teixeira apresenta no início deste manual o motivo pelo qual o escreve, numa advertência ao leitor.

Êste volume contém a doutrina essencial para um primeiro estudo do Cálculo Diferencial a fazer nas cadeiras de Análise das faculdades de ciências ou congêneres das outras escolas superiores.

Para um estudo mais amplo, pode recorrer-se ao volume primeiro do meu Curso de Análise infinitesimal, tomo III das minhas obras sobre matemática. (Teixeira, F. G., 1926, p. 5)

Este *Manual* apresenta uma estrutura ligeiramente diferente da das quatro edições do *Curso* na introdução, apresentando contudo a mesma estrutura e os mesmos conteúdos que a quarta edição nos capítulos dedicados ao cálculo diferencial.

O *Curso* de Gomes Teixeira foi considerado, a nível nacional e internacional, um dos melhores tratados de análise existentes. De facto, em Portugal, o seu mérito foi reconhecido com a atribuição do Prémio D. Luiz pela Academia das Ciências de Lisboa. A nível internacional várias foram as recensões positivas a esta obra, como a publicada por Pierpont no *Bulletin of the American Mathematical Society*.

Ao usar este livro, senti-me permanente triste por a língua portuguesa não ser mais conhecida no nosso país. De outra maneira, esta obra admirável sobre o Cálculo gozaria uma popularidade generalizada entre nós. O seu autor, o distinto diretor da Academia Polytechnica do Porto, foi consistentemente bem-sucedido na difícil tarefa de seleção de entre o imenso material disponível. O modo de apresentação não deixa nada a desejar. O estilo é lícido e elegante, e em toda a obra há a marca refrescante duma mente original. Em muitas passagens o autor incorporou partes dos seus extensos e valiosos escritos sobre o assunto. No que diz respeito ao rigor, parece-nos que o Professor Teixeira foi

³ Contém este volume 10 folhas do “Manual de Cálculo” e julgo que não foram impressas mais. Só as cinco primeiras foram distribuídas ao público e creio que os depósitos da Tipografia foram inutilizados. Se assim é, este exemplar é único.

muito feliz na escolha da justa medida. O excessivo rigor Weierstrassiano foi sensatamente evitado; ao mesmo tempo, o autor prestou a devida atenção a este assunto. Alguma falha ocasional será seguramente corrigida em edições posteriores. No seu conjunto a obra impressionou-nos tão favoravelmente, que a veríamos traduzida para inglês de preferência a qualquer outra que conheçamos. É deplorável confessar que a língua inglesa não possui hoje uma obra desta craveira sobre o cálculo. (Pierpont, 1899, p. 483)

Também em Espanha foram muitas as críticas favoráveis a esta obra, como por exemplo a de Gascó, publicada no *Archivo de Mathematicas* (Valencia).

Esta magistral obra distingue-se vantajosamente [sic] da grande maioria das publicações matemáticas que diariamente aparecem. Toda ela respira individualidade e manifesto domínio da matéria, características que por si só bastariam para torna-la recomendável. Valoriza também o trabalho do sábio professor português a claridade com que estão expostas todas as teorias, a originalidade com que muitas de elas são apresentadas e a abundância de referências a trabalhos próprios (...)

As condições brevemente indicadas fazem com que o Curso de Analyse do Sr. Teixeira seja uma das pouquíssimas obras que figuram na primeira linha entre as muitas que sobre o mesmo assunto foram publicadas no último quarto de século. (D. L. Gascó, 1897, in Alves, 2004, p. 1434)

O *Curso* foi utilizado como livro de texto para a disciplina de Calculo diferencial e integral na Academia Polytechnica do Porto entre os anos letivos de 1885-1886 e 1909-1910⁴. Para os anos letivos seguintes não existe informação oficial sobre os livros utilizados. Contudo, pelos anos 50 do século XX esta obra era recomendada e seguida pelos professores na Universidade do Porto. Na Universidade de Coimbra⁵, o *Curso* foi o manual adotado para a cadeira de Calculo diferencial e integral no ano letivo 1890-1891 tendo-se mantido como livro de texto pelo menos até ao ano letivo 1903 – 1904⁶.

Dado o valor científico e didático desta obra, a sua análise torna-se ainda hoje uma valiosa fonte de conhecimento e inspiração.

⁴ Anuario da Academia Polytechnica do Porto.

⁵ Anuario da Universidade de Coimbra.

⁶ Nos anuários dos anos letivos seguintes não existe informação sobre os manuais adotados para as cadeiras do curso de matemática.

O conceito de reta tangente

O conceito de reta tangente é um conceito de reconhecida importância na Matemática, quer pelo seu interesse na Geometria, quer pela sua relação com o cálculo diferencial.

Gomes Teixeira debruça-se sobre este conceito no seu *Curso*, havendo contudo várias alterações no tratamento dado ao longo das diferentes edições.

Nas 4 edições do *Curso*, assim como no *Manual*, o conceito de reta tangente é abordado no final do Capítulo I, da parte relativa ao Cálculo Diferencial. A definição de reta tangente apresenta diferenças nas quatro edições do *Curso* e no *Manual*, como podemos verificar na seguinte tabela, embora a figura de referência seja sempre a mesma.

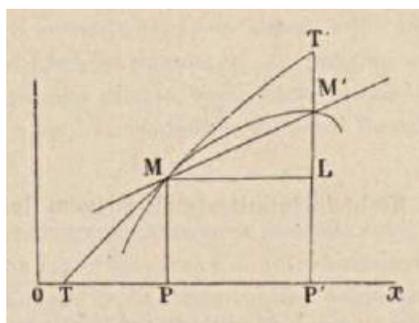


Figura 3 - Ilustração do conceito de reta tangente no *Curso* e no *Manual*.

1 ^a Edição (1887)	Consideremos uma recta MM' que corte uma curva em dois pontos, e suponhamos que o segundo ponto M' se aproxima indefinidamente do primeiro M . A recta vae gyrando em roda do primeiro ponto, e, se o seu coefficiente angular tender para um limite determinado, MM' tenderá também para uma posição determinada correspondente MT . A esta linha chama-se <i>tangente</i> à curva no ponto M , que é portanto o <i>limite para que tende a secante MM' quando M' se aproxima indefinidamente de M.</i> (Teixeira, 1887, p. 10)
---------------------------------	---

<p>2ª e 3ª Edições (1890 e 1896)</p>	<p>Consideremos uma recta MM' que corte uma curva em dois pontos, e suponhamos que, quando o segundo ponto M' tende para M, a recta tende para um limite determinado, isto é, para um limite MT' que é sempre o mesmo qualquer que seja a série de pontos pelos quaes passa M' quando se aproxima de M. A esta recta MT' chama-se <i>tangente</i> à curva no ponto M. (Teixeira, 1890, p. 107)</p>
<p>4ª Edição (1906)</p>	<p>Consideremos uma recta MM' que corte uma curva em dois pontos, e suponhamos que, quando o segundo ponto M' tende para o limite M, a recta tende para um limite MT', e que este limite é único, qualquer que seja a série de pontos pelos quaes passa M' quando se aproxima de M. A esta recta MT' chama-se <i>tangente</i> à curva no ponto M. (Teixeira, 1906, p. 109)</p>
<p><i>Manual de Cálculo Diferencial</i> (1926)</p>	<p>Consideremos uma recta MM', que corte uma curva em dois pontos M e M', e suponhamos que, quando o segundo ponto M' tende para o limite M, a recta tende para um limite MT', e que este limite é único, qualquer que seja a série de pontos pelos quaes passa M', quando se aproxima de M. A esta recta MT' chama-se <i>tangente</i> à curva no ponto M. (Teixeira, 1926, p. 86)</p>

Tabela 2 - Definição de reta tangente nas diferentes edições do *Curso*.

Note-se que, ao longo das diferentes edições, a noção de limite vai-se tornando cada vez mais explícita, nomeadamente a unicidade do limite que apenas é apresentada deste modo a partir da 4ª edição. Saliente-se também que a referência intuitiva à reta a girar em torno do ponto M apenas se encontra presente na primeira edição. Na nossa opinião, a omissão deste facto nas edições seguintes tem como objetivo tornar a definição menos intuitiva. Note-se também o cuidado na evolução da linguagem de modo a eliminar todos os dados desnecessários para que a definição contenha apenas o essencial. No *Manual* Gomes Teixeira destaca os pontos de interseção da secante com a curva, no sentido de clarificar a definição.

Seguidamente Gomes Teixeira deduz a fórmula do coeficiente angular da reta tangente a uma curva de equação $y = f(x)$, obtendo $\tan \theta = \lim \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$, em que θ é a inclinação da reta tangente. A dedução é comum a todas as edições, sem contudo fazer qualquer referência à relação entre este valor e a derivada da função no ponto. Esta relação será apenas apresentada posteriormente aquando do estudo das propriedades do conceito de reta tangente.

Em todas as edições é feita uma breve referência histórica à origem do método das tangentes e do cálculo diferencial. Contudo estas referências vão sendo cada vez mais rigorosas e em maior número com o avanço das edições.

1ª, 2ª e 3ª edições	Este methodo das tangentes é devido a Fermat. (Teixeira, 1887, p. 10)
4ª edição e <i>Manual de Cálculo Diferencial</i>	Foi Descartes quem primeiro considerou as tangentes como limite das posições das secantes, e foi também este grande geómetra quem deu pela primeira vez um método geral para as achar, o qual foi publicado em 1637 na sua celebre <i>Geometria</i> . Outros métodos foram depois empregados, para resolver esta questão, por Fermat, Roberval, Sluse, etc. O método das tangentes que vimos de expor, é o de Fermat, com a forma simples que lhe deu Barrow nas suas <i>Lectiones geometricae</i> , publicadas em 1679. (Teixeira, 1906, p. 109)

Tabela 3 - Observações históricas sobre o método das tangentes.

Note-se o crescente interesse de Gomes Teixeira na história da Matemática assim como na sua utilização no ensino, seguindo os ideais preconizados nos Estatutos da Universidade de Coimbra.

[O mestre] recomendará porém muito aos seus discípulos, que à medida, que forem caminhando no Curso Matemático, se vão instruindo particularmente nela [História]: Mostrando-lhes, que a primeira coisa, que deve fazer quem se dedica a entender no progresso das Matemáticas, é instruir-se nos descobrimentos antecedentes; para não perder tempo em

descobrir segunda vez as mesmas coisas; nem trabalhar em tarefas, e empresas já executadas. (*Do Curso Mathematico*, 1772, p. 170)

Assinale-se ainda que a informação histórica apresentada é precisa e relevante para o tema. Este resumo histórico é desenvolvido no final do Capítulo I com referência aos trabalhos de Newton, Leibniz, Euler, etc.

Gomes Teixeira volta ao estudo do conceito de reta tangente no Capítulo III onde se dedica a estudar as aplicações geométricas das derivadas de primeira ordem das funções reais de variáveis reais.

Este capítulo começa com o estudo das tangentes e normais e somente aqui é feita a referência a que o coeficiente angular da reta tangente é a derivada da função no ponto de tangência. No Capítulo III Gomes Teixeira trabalha com funções definidas de forma implícita; contudo o tratamento é análogo ao que seria efetuado se as funções estivessem definidas explicitamente, utilizando a definição de derivada correspondente.

Gomes Teixeira começa por deduzir a equação da reta tangente à curva de equação $f(x, y) = 0$, equação que é dada por $Y - y = \frac{dy}{dx}(X - x)$, onde (x, y) são as coordenadas do ponto de tangência. Contudo, a partir da 2ª edição, aplica a fórmula da derivada da função implícita obtendo também a equação $\frac{\partial f}{\partial x}(X - x) + \frac{\partial f}{\partial y}(Y - y) = 0$.

No tratamento dado ao conceito de reta tangente as grandes diferenças surgem a partir da 3ª edição, altura em que Gomes Teixeira introduz o estudo das tangentes a curvas definidas por coordenadas polares e por coordenadas homogêneas. Estas últimas tornaram-se mais conhecido com a obra de Julius Plucker e pela sua aplicação à geometria projetiva. Gomes Teixeira mostra conhecer os trabalhos de Plucker e a ele faz várias referências nos seus trabalhos de análise. Utilizando-as no *Curso* torna-as acessíveis aos alunos, o que demonstra a preocupação do matemático português em manter-se a par do desenvolvimento científico e dá-lo a conhecer aos seus alunos.

Também ao nível dos exemplos existem profundas diferenças entre as duas primeiras e as restantes edições.

Na 1ª edição apenas é apresentado um exemplo, que exige uma integração.

Problema II. Achar a curva em que a subtangente é em todos os pontos igual à abcissa com sinal contrário. (Teixeira, 1887, p. 64)

Talvez por não ser um exemplo diretamente relacionado com a determinação de tangentes e envolver uma integração, o que pode ter levantado alguns problemas de entendimento por parte dos alunos, este exemplo não surge em nenhuma das outras edições.

A 2ª edição não apresenta qualquer exemplo sobre a aplicação da teoria das tangentes, facto que é corrigido na 3ª edição onde são apresentados 3 exemplos distintos e que são mantidos na edição seguinte e no *Manual*.

1.º – Por um ponto (a, b) exterior a uma curva dada, tirar tangentes a esta curva. (Teixeira, 1896, p. 178)

2.º – Achar a condição para que a reta $AX + BY + CZ = 0, Z = 1$ seja tangente a uma curva dada. (Teixeira, 1896, p. 179)

3.º – Tirar tangentes comuns a duas curvas dadas. (Teixeira, 1896, p. 179)

Na 4ª edição é acrescentado um novo exemplo que se mantém no *Manual*:

5.º – Procurar o lugar geométrico dos pés das perpendiculares às tangentes a uma curva dada por um ponto fixo. (Teixeira, 1906, p. 168)

Após o estudo de outras propriedades das curvas (concavidade, assíntotas, curvatura) são apresentados três exemplos, parábola, elipse e cicloide, onde se começa por determinar a equação da reta tangente à curva num ponto genérico.

Gomes Teixeira efetuará um estudo semelhante do conceito de reta tangente para curvas no espaço e superfícies.

Do tratamento dado por Gomes Teixeira ao conceito de reta tangente saliente-se o cuidado com o rigor na definição, o cuidado em manter-se atualizado sobre o desenvolvimento científico, a variedade de exemplos sobre as aplicações do conceito, a importância da introdução da história com o rigor e pertinência das informações históricas apresentadas.

Considerações finais

Francisco Gomes Teixeira apresenta no seu *Curso* um tratamento cuidado, rigoroso e metódico do conceito de reta tangente, sem descurar as preocupações didáticas. A forma como trata este conceito difere da forma como ele atualmente é tratado nos manuais da disciplina de Matemática A do ensino secundário. Vejamos:

Definição

Gomes Teixeira apresenta uma definição clara e rigorosa, que abrange todos os casos, permitindo desta forma a formação de uma imagem mental correta do conceito.

Os atuais manuais escolares são por vezes omissos na apresentação da definição de reta tangente, ou apresentam uma definição que torna difícil a aceitação de casos extremos (por exemplo retas tangentes verticais).

Gomes Teixeira, com a sua definição clara e rigorosa deste conceito, torna-se um modelo que os professores podem seguir na sua prática. Desta forma permitir-se-á aos alunos um melhor entendimento do conceito e conseqüentemente uma melhor aplicação deste na resolução de problemas, na sua expressão em diferentes formas ou linguagens, e na sua comunicação com clareza e rigor lógico.

História da matemática

A história da matemática é parte integrante dos programas de Matemática A como tema transversal, sendo a sua importância realçada no programa oficial.

Atividades com uma perspectiva histórica humanizam o estudo da disciplina, mostrando a Matemática como ciência em construção e em constante interação com outras ciências. Proporcionam também excelentes oportunidades para pesquisa de documentação. A informação sobre a génese e o percurso de um conceito ao longo dos tempos e a sua relação com o progresso da humanidade pode fomentar, ou aumentar, o interesse pelo tema em estudo, ao mesmo tempo que constitui uma fonte de cultura (DES, 2001, p. 12).

A história da matemática é assim um dos temas abordados tanto por Gomes Teixeira no seu *Curso* como pelos atuais manuais escolares.

Gomes Teixeira inclui notas históricas no desenvolvimento do Curso, com referências precisas a autores e obras pertinentes para o tema em questão, encaminhando o leitor para uma investigação mais profunda, caso assim o entenda. Apresenta o conceito de reta tangente e a sua relação com a derivada no ponto de tangência seguindo a cronologia da descoberta (em primeiro lugar apresenta a definição de reta tangente e só depois a sua relação com o conceito de derivada).

Gomes Teixeira pode servir de exemplo a seguir no que concerne à inserção da história nos manuais escolares. Os apontamentos históricos devem ser encarados como parte integrante dos conteúdos e não como observações/notas à margem. Devem também ser precisos, rigorosos e contendo informação que permita um verdadeiro aprofundamento do tema por professores/alunos interessados.

Resolução de problemas

A resolução de problemas é um dos temas transversais dos programas de matemática A do ensino secundário.

Sempre que possível, e no desenvolvimento do programa são indicadas oportunidades para isso, os estudantes devem ser envolvidos em atividades de natureza investigativa genérica ou ligada a problemas de interesse histórico. A introdução e o desenvolvimento de todos estes temas é facilitador do “desenvolvimento da linguagem e do simbolismo para comunicar ideias matemáticas” de modo que os estudantes “reflitam sobre, e clarifiquem, o seu pensamento matemático no que diz respeito às noções e relações matemáticas, formulem definições matemáticas e expressem generalizações descobertas através de investigações (...)”.(DES, 2001, p. 21).

Deste modo, faz todo o sentido que se utilize o conceito de reta tangente na resolução de problemas diversos que permitam ao aluno a aquisição de diferentes capacidades.

Parte dos manuais escolares apresenta notas históricas na margem ou como introdução/final de capítulo, referindo apenas alguns matemáticos, sem indicação da verdadeira importância do seu trabalho para o tema em questão. Apresentam também pouca informação sobre as obras de referência no assunto. Por vezes o conceito de derivada é apresentado conjuntamente com conceito de reta tangente, sem ser feita uma clara distinção entre os dois.

Gomes Teixeira apresenta exemplos diversos e distintos relacionados com o conceito de reta tangente: determinação de retas tangentes a curvas por um ponto da curva; determinação de retas tangentes a curvas por pontos fora da curva; determinação de condições para que uma reta seja tangente a uma curva dada; determinação de retas tangentes comuns a duas curvas, etc.

Os manuais escolares apresentam, na sua generalidade, exercícios/problemas repetitivos e restritos no que concerne ao desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas, nomeadamente: determinação da equação da reta tangente num ponto de uma curva; determinação da reta tangente a uma curva de modo a que a tangente seja paralela ou perpendicular a uma reta dada; verificação se uma reta dada é tangente a uma curva dada; análise da relação entre o declive/inclinação da reta tangente e o valor da derivada no ponto de tangência.

Embora os exercícios/problemas que surgem nos manuais escolares atuais tenham interesse e devam ser explorados, o conceito de reta tangente permite a realização de tarefas investigativas com os alunos que permitam a mobilização de outras capacidades e conhecimentos. Por exemplo, podem ser realizadas tarefas envolvendo a: determinação da equação da reta tangente ao gráfico de uma função por pontos que não pertencem ao gráfico; determinação das condições para que uma reta seja tangente ao gráfico de uma função; determinação de retas tangentes a curvas históricas (como, por exemplo, as cónicas).

Em nossa opinião, a obra de Francisco Gomes Teixeira pode e deve servir de inspiração para os professores e alunos de matemática do século XXI, permitindo-lhes alargar horizontes, esclarecer dúvidas assim como fornecer pistas sobre “novas” formas de tratar “velhos” conceitos.

Referências bibliográficas

- “Do Curso Mathematico” (1772). *Estatutos da Universidade de Coimbra* (vol. 3, p. 141-221). Lisboa: Na Regia Officina Typografica.
- Alves, M. G. (2004). *Francisco Gomes Teixeira: o homem, o cientista, o pedagogo*. Braga: Universidade do Minho.
- ANNUARIO DA ACADEMIA POLYTECHNICA DO PORTO (1881 – 1910). Porto: Typographia Central.
- ANNUARIO DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA (1890 – 1904). Coimbra: Imprensa da Universidade.
- TEIXEIRA F. G. (1887). *Curso de Analyse Infinitesimal, Calculo Diferencial*. Porto: Typographia Occidental.
- TEIXEIRA F. G. (1890). *Curso de Analyse Infinitesimal, Calculo Diferencial, 2.^a ed.* Porto: Typographia Occidental.
- TEIXEIRA F. G. (1896). *Curso de Analyse Infinitesimal, Calculo Diferencial, 3.^a ed.* Porto: Typographia Occidental.
- TEIXEIRA F. G. (1906). *Curso de Analyse Infinitesimal, Calculo Diferencial, 4.^a ed.* In *Obras sobre Mathematica* (Vol. III). Coimbra: Imprensa da Universidade.
- TEIXEIRA F. G. (1926). *Manual de Cálculo Diferencial, Extrato do Curso de Análise Infinitesimal*. Porto: Tip. da Enciclopédia Portuguesa, Lda.