Desenvolvimento Curricular e Didática

Conflitos semióticos na resolução de uma tarefa de testes de hipóteses de alunos do ensino superior politécnico

Gabriela Gonçalves
Instituto Superior de Engenharia do Porto
gmc@isep.ipp.pt

José António Fernandes
Universidade do Minho
jfernandes@ie.uminho.pt

Maria Manuel Nascimento
Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro
mmsn@utad.pt

Resumo

Neste artigo estudam-se os conflitos semióticos experimentados por 223 alunos da Licenciatura de Engenharia Informática, do Instituto Superior de Engenharia do Porto, no ano letivo 2012-2013, na resolução de um problema envolvendo testes de hipóteses para a média. Usando como modelo teórico o Enfoque Ontossemiótico do conhecimento e do ensino da matemática, analisaram-se os conflitos matemáticos implícitos nas respostas dos alunos, assim como os objetos e processos matemáticos utilizados, para caracterizar os possíveis conflitos semióticos que conduziram a respostas incorretas. Em termos de resultados, para além da elevada percentagem de alunos que não responderam às questões salienta-se a existência de vários conflitos semióticos associados à formulação das hipóteses e ao cálculo da probabilidade do erro tipo I.

Palavras-chave: Aprendizagem da Estatística; Inferência; Testes de Hipóteses; Enfoque Ontossemiótco.

Abstract

In this article we study the semiotic conflicts experienced by 223 students degree in Computer Engineering, at Institute of Engineering from Porto, during 2012-2013 in solving a problem involving hypothesis tests for the mean. Using the theoretical model Ontosemiotic Approach for the knowledge and teaching of mathematics, we analyzed the implicit mathematical conflicts in the answers of students, as well as objects and mathematical processes used to characterize the possible semiotic conflicts that led to wrong answers. In terms of results, in addition to the high percentage of students who did not answer the questions, we highlight the existence of several semiotic conflicts associated with the formulation of hypotheses and the calculation of the probability of type I error.

Indagatio Didactica, vol. 6(4), dezembro 2014 ISSN: 1647-3582

Keywords: Statistics Learning; Inference; Hypothesis Tests; Ontosemiotic Approach; Higher Education.

Resumen

En este artículo se estudian los conflictos semióticos en la resolución de un problema relacionado con las pruebas de hipótesis para la media en una muestra de 223 estudiantes de Ingeniería Informática del Instituto Superior de Engeñaría de Porto, durante el curso académico 2012-2013. Usando como marco teórico el Enfoque Ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática, se analizan los conflictos matemáticos implícitos en las respuestas de los estudiantes, así como los objetos y procesos matemáticos usados para caracterizar los posibles conflictos semióticos que condujeron a respuestas incorrectas en la resolución de dicho problema. En términos de resultados, además del alto porcentaje de estudiantes que no respondió a las preguntas, se destaca la existencia de varios conflictos semióticos asociados con la formulación de hipótesis y el cálculo de la probabilidad del error de tipo I.

Palabras clave: Aprendizaje de la Estadística; Inferencia; Contraste de Hipótesis; Enfoque Ontosemiótco; Educación Superior.

Introdução

A estatística nos dias de hoje é uma ferramenta indispensável para qualquer pessoa que necessita de analisar informação para a tomada de decisões diárias, seja no seu trabalho ou na sua vida pessoal. Atualmente valoriza-se cada vez mais a rapidez e a agilidade das informações, onde é constante o avanço tecnológico no uso de computadores que processam grandes quantidades de dados num “piscar de olhos”.

A Estatística é cada vez mais usada no campo da engenharia, seja através do seu raciocínio ou, mais especificamente, das suas metodologias. Ela assume-se cada vez mais como uma ferramenta de suporte à investigação científica em engenharia, como atestam as revistas e publicações nesta área, que estão cada vez mais repletas de informação estatística. Assim, a Estatística é um tema imprescindível para o currículo de um engenheiro. Segundo Olivo (2008), um engenheiro, na sua vida profissional, irá deparar-se com a análise de dados e a realização de inferências estatísticas a partir de conjuntos de dados.

Em Portugal, a inferência estatística, embora seja abordada no programa de Matemática Aplicada às Ciências Sociais (Ministério da Educação, 2001), com base em intervalos de confiança, é um tema abordado quase exclusivamente nas unidades curriculares de Estatística dos cursos do ensino superior.

Relativamente ao ensino da inferência estatística, mais concretamente aos testes de hipóteses, a nível internacional existem já bastantes trabalhos nesta área, mas em Portugal é uma área pouco trabalhada em termos de investigação. Trata-se de um tema que envolve muitos conceitos abstratos e relações entre eles, tais como distribuição amostral, nível de significância, valor de prova, etc. No nosso país, na literatura científica aparecem poucos estudos nesta área, apesar de constituir um tópico relevante para a compreensão de boa parte da literatura científica e técnica em várias áreas do conhecimento, como a engenharia, as ciências, a matemática e as ciências sociais.

Indagatio Didactica, vol. 6(4), dezembro 2014 ISSN: 1647-3582

Apesar da sua relevância, ao nível do ensino é um tema em que os alunos apresentam muitas dificuldades na compreensão dos conceitos envolvidos. (Rodríguez, 2006; Sebastiani, 2010; Vallecillos, 1996; Vallecillos, Batanero & Godino, 1992; Vera, Díaz & Batanero, 2011). Essas dificuldades e a quase inexistência de estudos em Portugal justificam a realização de mais investigação nesta temática. Nesse sentido, alguns autores afirmam que se deve continuar a investigar as dificuldades que os alunos apresentam na compreensão da inferência estatística (e.g., Henriques, 2011; Sebastiani, 2010; Sebastiani & Viali, 2011; Vera, Díaz & Batanero, 2011).

Assim, neste trabalho temos como objetivo estudar os conflitos semióticos, entendidos como discrepâncias entre os significados institucional e pessoal (Godino & Batanero,1994), experimentados por 223 alunos do ensino superior politécnico na resolução de um problema de testes de hipóteses para a média. Tendo como base o modelo teórico Enfoque Ontossemiótico do conhecimento e do ensino da matemática (e.g., Godino & Batanero, 1998; Godino, Batanero & Font, 2008), realizámos uma análise semiótica das resoluções dos alunos, identificando e classificando diferentes conflitos semióticos relacionados com o conhecimento do campo de problemas a que pertence o problema proposto, envolvendo a compreensão das propriedades das hipóteses e o reconhecimento dos objetos matemáticos que intervêm na aplicação de um teste de hipóteses e na definição do erro do tipo I.

Referencial Teórico

Antecedentes

Uma das principais dificuldades na compreensão de um teste de hipóteses está associada ao nível de significância. A interpretação incorreta mais habitual é a troca dos termos da probabilidade condicionada na definição de nível de significância α (probabilidade do erro do tipo I, que é a probabilidade de rejeitar a hipóteses nula sendo verdadeira), considerando-se como sendo a probabilidade da hipótese nula ser verdadeira, tendo-se tomado a decisão de rejeitá-la (Birnbaum, 1982; Haller & Kraus, 2002; Lecoutre, 2006; Lecoutre, Lecoutre & Poitevineau, 2001; Vallecillos, 1995). Relativamente ao conceito de hipótese, o primeiro erro é confundir a hipótese de investigação com uma das hipóteses estatísticas, a hipótese nula ou a hipótese alternativa. Por outro lado, é também frequente que os alunos e investigadores confundam a hipótese nula com a hipótese alternativa (Vallecillos, 1995). As dificuldades que os alunos demonstram na compreensão do conceito de hipótese têm sido objeto de diversos trabalhos de investigação, das quais destacamos alguns.
Vallecillos e Batanero (1997) realizaram um estudo sobre as dificuldades de compreensão de alunos universitários em alguns conceitos-chave dos testes de hipóteses, tais como: nível de significância; hipótese nula e alternativa; parâmetro estatístico e a interpretação (lógica) de um teste de hipóteses. Para tal, entrevistaram 7 alunos universitários do 2.º ano do curso de Medicina, tendo-lhes sido pedida também a resolução de dois problemas de teste de hipóteses. O estudo evidenciou que os alunos, embora tivessem conhecimento de que a hipótese nula deve ser formulada com o objetivo de ser rejeitada, dificilmente conseguiram enunciá-la de modo correto e todos eles cometeram erros que evidenciavam o facto de não terem compreendido a relação entre a distribuição de probabilidade, as regiões de aceitação e o nível de significância.
Sotos, Vanhoof, Noorgate e Onghena (2007) identificaram os principais erros que alunos universitários

Indagatio Didactica, vol. 6(4), dezembro 2014 ISSN: 1647-3582

cometem em relação aos testes de hipóteses através da análise das respostas dos alunos. Segundo eles, as abordagens aos testes de hipóteses podem causar confusão na interpretação dos resultados pois muitas dessas abordagens misturam as perspetivas de Neyman-Pearson e de Fisher (divergentes nesta etapa). Os autores também detetaram que, além desta influência metodológica, os conceitos que não são compreendidos são causadores de erros, destacando-se as dificuldades dos alunos em compreender o significado das hipóteses nula e alternativa, a natureza condicional do nível de significância, a interpretação do valor de p, a lógica dos testes de hipótese, a avaliação da significância estatística.

Vera, Díaz e Batanero (2011) realizaram um estudo consistindo na análise das respostas de 224 alunos da Licenciatura de Psicologia da Universidade de Huelva a uma pergunta aberta, na qual os alunos tinham de formular as hipóteses para um problema de teste de hipóteses. Usando como marco teórico o Enfoque Ontossemiótico do conhecimento matemático (Godino, Batanero & Font, 2008), analisaram-se os conhecimentos matemáticos implícitos nas respostas através dos objetos e processos matemáticos utilizados, e tendo em vista caracterizar quer as respostas adequadas quer os conflitos semióticos. Através da análise efetuada, em termos de conflitos semióticos, verificou-se que os alunos confundiram o teste bilateral com o unilateral (10,3%), reconheceram incorretamente um teste de comparação de médias para modelar o problema (12,9%), enunciaram uma hipótese alternativa pontual (7,7%), definiram hipóteses não complementares (8,7%), enunciaram as hipóteses em função da estatística amostral (28,6%) e confundiram a estatística amostral com o parâmetro correspondente à média da população (25%). Assim, nesse estudo destaca-se que o conflito mais frequente consistiu na confusão entre estatística e parâmetro, seguindo-se o não reconhecimento de que a estatística é uma variável aleatória, tendo os alunos também evidenciado dificuldades em formular as hipóteses e identificar a população a que tinham de aplicar a inferência, bem como em diferenciar entre testes unilaterais e bilaterais.

Marco Teórico

No presente estudo recorremos ao Enfoque Ontossemiótico (EOS) do conhecimento e do ensino da matemática, que Godino e colaboradores têm vindo a desenvolver (e.g., Godino & Batanero, 1994; Godino, Batanero & Font, 2008), para analisar as resoluções dos alunos.

No EOS assume-se a complexidade dos entes matemáticos, sendo estabelecida uma ontologia de objetos matemáticos primários, a qual permite uma análise detalhada e abrangente das práticas mobilizadas nos processos de resolução de problemas: *situações-problema* – aplicações extramatemáticas, exercícios, problemas, ações que induzem uma atividade matemática (problemas de comparação de duas ou mais populações, de estimação de parâmetros ou de tomada de decisões); *linguagens* – termos, expressões, notações, gráficos que se utilizam para representar os dados de um problema (os símbolos usados para denotar os parâmetros μ e σ ou as hipóteses nula, H_0, e alternativa, H_1); *conceitos* – formulações introduzidas mediante definições e descrições (população e amostra, estatística e parâmetro, região crítica e região de aceitação); *propriedades* (proposições) – enunciados sobre relações ou propriedades dos conceitos que se utilizam para resolver problemas matemáticos (as hipóteses nula e alternativa são complementares); *procedimentos* – algoritmos, operações, técnicas de cálculo que os alunos aplicam para a resolução do problema (os cálculos que os alunos têm de efetuar para definir a região crítica e a região de aceitação); *argumentos* – enunciados usados para justificar ou explicar a outra pessoa

Indagatio Didactica, vol. 6(4), dezembro 2014 ISSN: 1647-3582

as proposições e procedimentos ou a solução dos problemas, que podem ser dedutivos, formais ou informais.

Na atividade matemática intervêm combinações destes objetos primários, criando-se configurações de objetos, e diferentes processos matemáticos envolvendo esses objetos, descritos nas suas duas facetas duais: *pessoal-institucional*, consoante emerge das práticas de uma pessoa ou de um grupo de pessoas que partilham o mesmo tipo de situações-problema; *ostensivo-não ostensivo*, na medida em que podem ser usados nas práticas públicas a partir das suas representações ou imaginados ou pensados independentemente das suas representações; *extensivo-intensivo*, ao poderem referir-se a um caso específico ou a uma classe mais geral; *unitário- sistémico*, ao serem usados como entidades unitárias ou como sistemas; *expressão-conteúdo*, que constituem o antecedente e consequente de funções semióticas.

As funções semióticas, entendidas como relações entre conjuntos, envolvem três componentes: *expressão*, que constitui o objeto inicial ou significante; *conteúdo*, que é o objeto final ou significado; e *regra de correspondência*, que é o código interpretativo que regula a relação entre expressão e conteúdo. Ora esta dualidade *expressão – conteúdo* permite realizar análises semióticas *a priori*, como etapa prévia de análise didático-matemática do estudo de um conteúdo matemático tendo em vista um interpretante potencial, e *a posteriori*, quando a análise incide sobre as produções escritas dos alunos. Em qualquer dos casos podem-se confrontar os significados dos conteúdos das funções semióticas com os significados institucionais de referência. Ora, nesse processo de comparação, a verificação de discrepâncias entre esses significados, ou seja, entre os significados institucional e pessoal (Godino & Batanero, 1994), conduz à identificação de conflitos semióticos. No caso do presente estudo realizou-se uma análise semiótica das respostas dos alunos a um problema de testes de hipóteses, tratando-se, portanto, de uma análise *a posteriori* orientada pelos objetos e processos matemáticos antes referidos.

Metodologia

Neste texto estudam-se as dificuldades de alunos do ensino superior politécnico na resolução de uma tarefa de teste de hipóteses para a média (Figura 1). Para tal, efetuaram-se análises semióticas das resoluções escritas dos alunos recorrendo ao Enfoque Ontossemiótico (Godino, Batanero & Font, 2008).

> A quantidade média de um determinado medicamento colocado num recipiente no processo de enchimento é de 20 g e supõe-se que a quantidade em cada recipiente é aproximada por uma distribuição normal com desvio padrão de 0,5. Para controlo de qualidade são escolhidos aleatoriamente 25 recipientes e pesados os seus conteúdos.
>
> Considera-se que o processo está fora de controlo quando a média amostral $\bar{x}$ é menor ou igual a 19,8 g ou maior ou igual a 20,2 g.
>
> *a)* Enuncie as hipóteses nula e alternativa para testar o processo de controlo.
>
> b) Calcule a probabilidade do erro tipo I.

Figura 1. Enunciado da tarefa proposta aos alunos.

Indagatio Didactica, vol. 6(4), dezembro 2014 ISSN: 1647-3582

O problema aqui analisado faz parte de um questionário, constituído por um total de 12 perguntas sobre testes de hipóteses, aplicado aos alunos do 1.º ano que frequentavam a disciplina de Matemática Computacional (MATCP), no ano letivo 2012-2013, do curso de Engenharia Informática do Instituto Superior de Engenharia do Porto. Dos 263 alunos que frequentavam a disciplina, responderam ao questionário 223 nas suas aulas teórico-práticas da disciplina de MATCP, na presença dos respetivos docentes, e os alunos dispuseram de 1 hora e 30 minutos para responder, o que se revelou um tempo suficiente. Destes alunos, apenas 22 eram do sexo feminino.

A resolução deste problema foi realizada na última aula do semestre (junho de 2013), por escrito e sem consulta, imediatamente depois da lecionação dos testes de hipóteses nas aulas. A abordagem do tema realizou-se ao longo de 1 aula teórica e 2 aulas teórico-práticas, cada uma com a duração de 2 horas, onde os alunos acompanharam o professor e tiveram a oportunidade de resolver exercícios e problemas para consolidação dos conceitos usando papel e lápis e, esporadicamente, o software R.

Depois de recolhidos os dados, foi feita uma análise qualitativa através de um processo de comparação de respostas semelhantes entre si e recorrendo ao Enfoque Ontossemiótico do conhecimento e do ensino da matemática (Godino, Batanero & Font, 2008), especialmente no que respeita aos aspetos relacionados com a questão dos conflitos semióticos, de forma a podermos chegar a uma categorização, cujas categorias são apresentadas na próxima secção.

Conflitos semióticos nas resoluções dos alunos

Nesta secção descrevem-se os conflitos semióticos exibidos pelos alunos nas respostas incorretas.

Conflitos semióticos na formulação das hipóteses (questão a)

Formular as hipóteses corretamente, não indicando o valor do parâmetro a testar

Estes alunos utilizam a simbologia adequada para a formulação das hipóteses, interpretam corretamente que se trata de um teste bilateral para a média da população, reconhecem que as hipóteses devem ser complementares, mas não indicam na formulação o valor do parâmetro a testar. Na Tabela 1 mostra-se um exemplo desta situação.

Indagatio Didactica, vol. 6(4), dezembro 2014 ISSN: 1647-3582

Tabela 1 — Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Formulação das hipóteses e seleção do tipo de teste: $H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0$	-O aluno lê o enunciado (processo de interpretação) e identifica corretamente que o parâmetro a testar é a média populacional (particulariza ao problema os conceitos de parâmetro, população e média amostral). -Identifica corretamente o problema como sendo um teste de hipóteses para a média (reconhece um campo de problemas). -Reconhece que se trata de um teste de hipóteses bilateral (reconhece um subtipo dentro do campo de problemas anterior). -Conflito ao não identificar o valor hipotético a atribuir ao parâmetro (particularização de um conceito). -Descrimina entre hipótese nula e alternativa (reconhece as propriedades matemáticas associadas e particulariza para o problema). -Expressa as hipóteses em notação adequada (linguagem). -Reconhece que a hipótese nula é pontual (aplica uma propriedade), expressa-a mediante uma igualdade (processo de representação), também reconhece que a hipótese nula é incompatível com a que se quer provar (propriedade) e que as hipóteses devem ser complementares.

Formular um teste de hipóteses para a comparação de médias de populações diferentes

Nesta categoria colocamos os alunos que usaram uma notação correta tanto para a hipótese nula como para a alternativa, mas escolheram um teste de hipóteses bilateral como se tivessem de comparar médias populacionais, apesar de só haver uma população nos dados. Usaram como parâmetros a média amostral para cada uma das supostas populações. Como podemos ver no exemplo da Tabela 2, o aluno faz uma interpretação incorreta do enunciado, assumindo que existem duas populações, ou seja, confundindo a amostra com uma outra população. Associado ao conflito anterior, o aluno confunde também a média amostral com a média de uma segunda população. Este resultado também foi o apresentado por Schuyten (1991) na sua investigação, que indica que os alunos confundem as várias situações em que se aplica um mesmo conceito de inferência (no problema o conceito de média aplica-se em duas situações diferentes: em média amostral e populacional). Como consequência do que foi referido, o aluno confunde o campo de problemas, formulando um teste de hipóteses sobre a diferença de médias. A notação da formulação das hipóteses apresentada pelo aluno para esta situação é adequada e a discriminação da hipótese nula como sendo pontual e a hipótese alternativa como aquela que se quer provar também. Além disso, o conjunto de valores suposto nas hipóteses cobre o espaço paramétrico (as hipóteses são complementares).

Indagatio Didactica, vol. 6(4), dezembro 2014 ISSN: 1647-3582

Tabela 2 — Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Formulação das hipóteses e seleção do tipo de teste: $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ $H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$	-O aluno faz uma interpretação incorreta do enunciado, assumindo que existem duas populações (processo incorreto de interpretação). -Um primeiro conflito é a confusão entre população e amostra. Tomam o intervalo em que a média amostral se situa como sendo a média populacional, assumindo o limite inferior para a população μ_1 e o limite superior para a população μ_2 (confusão de conceitos). -Outro conflito relacionado com o anterior consiste em confundir a média amostral, que é uma estatística amostral, com uma segunda média populacional, que seria um parâmetro (descriminação inadequada de conceitos). -Emerge um novo conflito ao confundir o teste de hipóteses adequado (teste de hipóteses para a média de uma população) com outro inadequado (teste de hipóteses para a diferença de médias de duas populações) (confusão do campo de problemas). -O aluno discrimina a hipótese nula como pontual (aplica uma propriedade) e a hipótese alternativa como aquela que quer provar (propriedade). Formula hipóteses complementares que se referem ao espaço paramétrico (particularização de uma propriedades e descriminação de conceitos). -A notação para as hipóteses e para a igualdade/desigualdade é adequada (expressão e particularização de conceitos.

Formular dois testes de hipóteses unilaterais para a média, considerando a mesma hipótese nula nos dois e diferentes hipóteses alternativas

Nesta categoria agrupamos os alunos que, tendo estabelecido corretamente a hipótese nula, especificaram dois testes de hipóteses distintos, ou seja, estes alunos aplicaram um teste de hipóteses unilateral à esquerda e um unilateral à direita. Nos dois testes estabeleceram a mesma hipótese nula, de tipo pontual. Os alunos reconheceram o parâmetro a testar, mas erraram o valor sobre o qual se baseia a conjetura. Na Tabela 3 mostra-se um exemplo deste tipo de resposta. Apesar do aluno reconhecer o parâmetro populacional, não interpreta corretamente o enunciado, e aparece um primeiro conflito ao usar a média amostral para enunciar a hipótese alternativa. Um segundo conflito surge ao confundir a interpretação "a média amostral é menor ou igual a 19,8 g ou maior ou igual a 20,2 g" com o teste que tem de utilizar, o que o leva a optar por dois testes de hipóteses, um unilateral à esquerda e outro unilateral à direita.

Indagatio Didactica, vol. 6(4), dezembro 2014 ISSN: 1647-3582

Tabela 3 — Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Formulação das hipóteses e seleção do tipo de teste: Teste 1 $H_0 : \mu = 20$ $H_1 : \mu \leq 19,8$ Teste 2 $H_0 : \mu = 20$ $H_1 : \mu \geq 20,2$	-O aluno lê o enunciado (processo de interpretação) e identifica corretamente que o parâmetro a testar é a média de uma população (particulariza ao problema os conceitos de parâmetro, amostra e média amostral). -Identifica corretamente o problema como sendo um teste de hipóteses para a média (reconhece um campo de problemas). -Um primeiro conflito resulta da confusão entre população e amostra (confusão de conceitos). -Um segundo conflito está relacionado com o anterior e resulta da confusão da média amostral com a média da população (descriminação inadequada de conceitos). -Também emerge um terceiro conflito porque não percebe que tipo de teste deve utilizar (confusão de campo de problemas). -Aparece outro conflito ao confundir o teste adequado (teste de hipóteses bilateral para a média de uma população) com outro inadequado (teste de hipóteses unilateral para a média de uma população). -Tudo isto causa outro conflito ao formular dois testes de hipóteses para o mesmo problema (confusão de campo de problemas). -Reconhece que a hipótese nula é pontual (aplica uma propriedade), expressa mediante uma igualdade (processo de representação), reconhece que a hipótese nula é incompatível com a que se quer provar (propriedade) e que as hipóteses devem ser complementares.

Formular dois testes de hipóteses unilaterais para a média considerando diferentes valores do parâmetro em cada um deles

Nesta categoria classificam-se todos os alunos que estabeleceram ambas as hipóteses usando o valor da média amostral. Podemos ver da análise apresentada na Tabela 4 que o aluno não foi capaz de interpretar corretamente o enunciado do problema e nem estabelecer o teste adequado, o que mostra que não sabe o que é um teste de hipóteses. Formula as hipóteses nula e alternativa de forma complementar, cobrindo o espaço paramétrico e usa notação adequada, mas não é capaz de identificar o valor populacional a partir do enunciado.

Desenvolvimento Curricular e Didática

Indagatio Didactica, vol. 6(4), dezembro 2014 ISSN: 1647-3582

Tabela 4 — Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Formulação das hipóteses e seleção do tipo de teste: Teste 1 $H_0 : \mu = 19,8$ $H_1 : \mu \leq 19,8$ Teste 2 $H_0 : \mu = 20,2$ $H_1 : \mu \geq 20,2$	-O aluno lê o enunciado (processo de interpretação) e identifica corretamente que o parâmetro a testar é a média de uma população. -Identifica corretamente o problema como sendo um teste de hipóteses para a média de uma população (reconhece um campo de problemas). -Um primeiro conflito é a confusão entre população e amostra (confusão de conceitos). -Um segundo conflito está relacionado com o anterior e consiste em confundir a média amostral com a média da população (descriminação inadequada de conceitos). -Outro conflito é assumir o valor do limite inferior (Teste1) onde está situada a média amostral como sendo o valor hipotético (processo incorreto de interpretação). -O mesmo acontece no Teste 2 ao assumir o limite superior onde está situada a média como sendo o valor hipotético (processo incorreto de interpretação). -Conflito também ao não perceber que tipo de teste deve utilizar (confusão de campo de problemas). -Aparece outro conflito ao confundir o teste adequado (teste de hipóteses para a média bilateral) com outro inadequado (teste de hipóteses unilateral para a média). -Tudo isto causa outro conflito ao formular dois testes de hipóteses para o mesmo problema (confusão de campo de problemas). -Reconhece que a hipótese nula é pontual (aplica uma propriedade), expressa-a mediante uma igualdade (processo de representação); reconhece que a hipótese nula é incompatível com a que se quer provar (propriedade) e que as hipóteses devem ser complementares.

Formular a hipótese alternativa através do intervalo em que se situa a média

Nesta categoria agrupamos os alunos que, tendo usado uma notação correta para a hipótese nula, formularam a hipótese alternativa através do intervalo em que se situa a média populacional. Estes alunos identificaram que se trata de um teste para a média, reconhecem que o parâmetro a testar é a média de uma população e que tem de ser pontual, mas mostraram que não entenderam o conceito de teste de hipóteses ao formular a hipótese alternativa com as estimativas da média sob a forma de intervalo. Na Tabela 5, mostra-se um exemplo deste tipo de resposta.

Indagatio Didactica, vol. 6(4), dezembro 2014 ISSN: 1647-3582

Tabela 5 — Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Formulação das hipóteses e seleção do tipo de teste: $H_0 : \mu = 20$ $H_1 : 19,8 \leq \mu \leq 20,2$	-O aluno lê o enunciado (processo de interpretação) e identifica corretamente que o parâmetro a testar é a média (particulariza ao problema os conceitos de parâmetro, amostra e média amostral). -Identifica corretamente o problema como sendo um teste de hipóteses para a média (reconhece um campo de problemas). -Um primeiro conflito consiste na confusão entre população e amostra (confusão de conceitos). -Um segundo conflito está relacionado com o anterior e consiste em confundir a média amostral com a populacional (descriminação inadequada de conceitos). -Um terceiro conflito surge ao não perceber que tipo de teste deve utilizar (confusão de campo de problemas). -Outro conflito surge ao assumir que na hipótese alternativa a média se situa num determinado intervalo (confusão de campo de problemas). -Na sequência do quarto conflito surge um último conflito ao não reconhecer a complementaridade das hipóteses nula e alternativa. -Reconhece que a hipótese nula é pontual (aplica uma propriedade) e expressa-a mediante uma igualdade (processo de representação).

Formular as hipóteses (nula e alternativa) através de intervalos em que se situa a média

Nesta categoria classificam-se todos os alunos que definem as hipóteses da média da população através de intervalos. Estes alunos utilizam uma simbologia errada para ambas as hipóteses, embora o parâmetro (média da população) escolhido seja o correto. Na Tabela 5 apresenta-se um exemplo desta categoria. Podemos ver da análise apresentada em que o aluno não foi capaz de interpretar corretamente o enunciado do problema e a partir dele estabelecer o teste adequado, o que mostra que não sabe o que é um teste de hipóteses.

Tabela 6 — Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Formulação das hipóteses e seleção do tipo de teste: $H_0 : 19,8 < \mu < 20,2$ $H_1 : 19,8 > \mu > 20,2$	-O aluno identifica corretamente que o parâmetro a testar é a média da população (processo de interpretação). -Identifica corretamente o problema como sendo um teste de hipóteses para a média da população (reconhece um campo de problemas). -Um primeiro conflito é a confusão entre população e amostra (confusão de conceitos). -Um segundo conflito decorre do anterior e consiste em confundir a média amostral com a média da população (descriminação inadequada de conceitos). -Novo conflito surge ao não perceber que tipo de teste deve utilizar (confusão de campo de problemas). -Um último conflito resulta de assumir nas hipóteses que a média se situa num determinado intervalo (confusão de campo de problemas).

Indagatio Didactica, vol. 6(4), dezembro 2014 ISSN: 1647-3582

Outras respostas

Nesta categoria incluem-se respostas sem sentido, designadamente, formular a hipótese nula com o sinal "≤" ou "≥", formular hipóteses que não cobrem o espaço paramétrico, o parâmetro a estudar não é a média da população, estabelecer o teste unilateral para a média de uma população e para a diferença de médias de duas populações.

Em síntese, os erros observados neste grupo de alunos para este problema consistem na interpretação errada do enunciado ao assumirem a utilização de dois testes de hipóteses para a resolução deste problema e o uso do valor do parâmetro amostral para enunciar as hipóteses.

Uma vez identificados e exemplificados os conflitos semióticos resultantes das resoluções dos alunos, na Tabela 7 apresentam-se as frequências e percentagens de respostas para cada uma das categorias.

Da Tabela 7 observamos que a resposta mais frequente é a da categoria respostas corretas (39,5%), estes alunos foram capazes de interpretar o enunciado, identificar o campo de problemas, reconhecer o valor hipotético do parâmetro e formular as hipóteses adequadas com notação correta.

Tabela 7 — Frequência (percentagem) de respostas de cada categoria

Categoria	Frequência (%)
Respostas corretas	88 (39,5)
Formular as hipóteses corretamente, não indicando o valor do parâmetro a testar	5 (2,2)
Formular um teste de hipóteses para a comparação de médias de populações diferentes	11 (4,9)
Formular dois testes de hipóteses unilaterais para a média, considerando a mesma hipótese nula nos dois e diferentes hipóteses alternativas	12 (5,4)
Formular dois testes de hipóteses unilaterais para a média considerando diferentes valores do parâmetro em cada um deles	24 (10,8)
Formular a hipótese alternativa através do intervalo em que se situa a média da população	7 (3,1)
Formular as hipóteses (nula e alternativa) através de intervalos em que se situa a média de uma população	5 (2,2)
Outras Respostas	26 (11,7)
Não respostas	45 (20,2)
Total	223 (100)

Apesar de muitos alunos responderem corretamente à questão proposta, é preocupante o número de alunos que não responde (20,2%). Esta situação pode dever-se ao fato de este tema ser o último a ser lecionado e, como tal, os alunos ainda não terem tido tempo suficiente para explorar e estudar o tema.

A percentagem de respostas na categoria denominada *outras respostas* (11,7%) pode-se considerar que é elevada uma vez que estes alunos mostram que não perceberam o conceito de teste de hipóteses ou então têm uma compreensão muito incipiente.

Desenvolvimento Curricular
e Didática

Indagatio Didactica, vol. 6(4), dezembro 2014 ISSN: 1647-3582

Um outro grupo de alunos (10,8%) formula dois testes de hipóteses para a questão proposta, estes alunos mostram que não entenderam o enunciado ou não sabem o que é um teste de hipóteses.

Um outro grupo (5,4%), tal como o anterior, também formula dois testes de hipóteses, mas estes alunos mantêm agora o valor da média da população em ambos os testes.

Finalmente, existe um grupo de alunos que formula a hipótese alternativa com a média amostral situada num dado intervalo (3,1%) ou formulam ambas as hipóteses também com a média amostral situada no intervalo (2,2%). Aqui também estamos perante um conjunto de alunos que parece não saber o que é um teste de hipóteses.

Conflitos semióticos no cálculo da probabilidade do erro tipo I (questão b)

Considerar que o valor da probabilidade do erro tipo I é igual a 5%

Nesta categoria classificam-se todos os alunos que definem que a probabilidade do erro tipo I é igual a 5%. Estes alunos utilizam a simbologia adequada, ou seja, indicam corretamente a fórmula do erro tipo I, mas erram quando dizem que o valor dessa probabilidade é igual ao nível de significância de 5%. Na Tabela 8 ilustra-se um exemplo deste tipo de resposta.

Tabela 8 — Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Cálculo do erro tipo I: $\alpha = 5\%$ $P(\text{erro tipo I}) = \alpha$	-O aluno lê o enunciado e identifica corretamente que tem que calcular o erro tipo I (processo de interpretação). -Reconhece que tem que calcular a probabilidade do erro tipo I (aplica uma propriedade). -Conflito ao afirmar que o valor da probabilidade é igual a 5%. -Um segundo conflito está relacionado com o anterior e consiste em não interpretar corretamente os dados do enunciado que o levam ao cálculo da probabilidade (particularização incorreta de uma propriedade). -Usa notação adequada para representar a probabilidade do erro tipo I (linguagem).

Indicar corretamente a fórmula da probabilidade do erro tipo I sem completar os cálculos

Nesta categoria agrupamos todos os alunos que indicaram corretamente a fórmula da probabilidade do erro tipo I, mas não efetuaram os cálculos. Estes alunos identificaram corretamente que a média amostral tem que ser menor ou igual a 19,8 g e maior ou igual a 20,2 g, mostrando-o através da $RC_{x} = \left]-\infty;19{,}8\right] \cup \left[20{,}2;+\infty\right[$. No entanto, quando vão fazer o cálculo das probabilidades utilizam o sinal "<" em vez de "≤" e ">" em vez de "≥", pelo que emerge um conflito. Na tabela 9 podemos ver um exemplo que ilustra esta situação.

Indagatio Didactica, vol. 6(4), dezembro 2014 ISSN: 1647-3582

Tabela 9 — Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Cálculo do erro tipo I Região crítica: $RC_x = \left]-\infty;19,8\right] \cup \left[20,2;+\infty\right[$ $\alpha = P(\text{erro tipoI}) = P(\text{rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ verdadeira})$ Se H_0 é verdadeira, logo $\mu = 20$ e $\overline{x}_{H_0} \sim N\left(20, \frac{0,5^2}{25}\right)$. Então $\alpha = P\left(\overline{x}_{H_0} \in RC_z\right) =$ $P\left(\overline{x}_{H_0} < 19,8\right) + P\left(\overline{x}_{H_0} > 20,2\right)$	-O aluno identifica que a média amostral é menor ou igual a 19,8 g ou maior ou igual a 20,2 g (processo de interpretação). -Identifica a região crítica (particularização de conceito). -Reconhece que tem que efetuar o cálculo da probabilidade do erro tipo I (aplica uma propriedade). -Usa notação adequada para representar a probabilidade do erro tipo I (linguagem e conceito). -Identifica corretamente a região onde se situa a média amostral (particularização de um conceito). -Um conflito surge pelo facto de não indicar no cálculo das probabilidades o sinal "$\leq$" e "$\geq$" (particularização incorreta de uma propriedade).

Indicar corretamente a fórmula da probabilidade do erro tipo I sem calcular corretamente o seu valor

Estes alunos indicam corretamente a fórmula da probabilidade do erro tipo I, mas quando têm que efetuar esse cálculo não o sabem fazer. Os alunos não sabem traduzir do enunciado a informação necessária para identificar a região crítica onde se rejeita a hipótese nula para assim poderem efetuar o cálculo da probabilidade do erro tipo I, conduzindo aqui a um conflito semiótico. Também surge um outro conflito ao não saberem que o desvio padrão tem que ser dividido pela raiz quadrada do tamanho da amostra (número de recipientes). Na Tabela 10 mostra-se um exemplo que ilustra esta situação.

Indagatio Didactica, vol. 6(4), dezembro 2014 ISSN: 1647-3582

Tabela 10 — Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Cálculo do erro tipo I: $P(\text{rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ verdadeira}) =$ $P(19{,}8 \le \bar{x}_0 \le 20{,}2) = P(\bar{x}_0 \le 20{,}2) - P(\bar{x}_0 \le 19{,}8) =$ $\phi\left(\frac{20{,}2-20}{0{,}5}\right) - \phi\left(\frac{19{,}8-20}{0{,}5}\right) = \phi(0{,}4) - \phi(-0{,}4) =$ $0{,}6554 - 0{,}3446 = 2$	-O aluno identifica corretamente que tem que calcular o erro tipo I (processo de interpretação). -Reconhece que tem que calcular a probabilidade do erro tipo I (aplica uma propriedade). -Usa notação adequada para representar a probabilidade do erro tipo I (linguagem e conceito). -Conflito que surge ao não saber identificar a região crítica onde se situa a hipótese nula (particularização incorreta de um conceito). -Aparece outro conflito ao dividir por 0,5 na fórmula para calcular o Erro tipo I em vez de $0{,}5/\sqrt{25}$ (particularização incorreta de um conceito).

Calcular a estatística do teste para dois valores

Os alunos fazem uma interpretação incorreta do enunciado, aparecendo aqui um conflito semiótico (processo incorreto de interpretação). Estes alunos respondem à questão pedida mostrando apenas os resultados da estatística do teste para dois valores porque a média amostral, como se diz no enunciado, é menor ou igual a 19,8 g ou maior ou igual a 20,2 g (particularização de um conceito), sem tirarem qualquer conclusão. Podemos concluir que estes alunos não percebem o conceito de erro tipo I, uma vez que nem mostram a fórmula de cálculo dessa probabilidade. Mostramos a seguir um exemplo deste tipo de erro:

$$Z_o = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{19{,}8-20}{0{,}5/\sqrt{25}} = -2$$

$$Z_o = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{20{,}2-20}{0{,}5/\sqrt{25}} = 2$$

Indicar corretamente a fórmula do cálculo da probabilidade do erro tipo I, mas quando vão calcular o valor da probabilidade esquecem-se de dividir por $\sigma/\sqrt{n}$

Estes alunos utilizam a simbologia adequada mas na fórmula de cálculo da probabilidade do erro tipo I esquecem-se que o desvio padrão da média amostral tem que ser divido pela raiz quadrada do tamanho da amostra (aqui o número de recipientes), fazendo com que isso afete o valor da probabilidade, ou seja, estes alunos não tiveram em conta a distribuição estatística nem o tamanho da amostra. Na Tabela 11 mostra-se um exemplo desta situação.

Indagatio Didactica, vol. 6(4), dezembro 2014 ISSN: 1647-3582

Tabela 11 — Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Cálculo do erro tipo I: Região crítica: $RC_{\bar{x}} =]-\infty; 19,8] \cup [20,2; +\infty[$ $\alpha = P(\text{erro tipoI}) =$ $P(\text{rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ verdaddeira}) =$ $= P(x \le 19,8) + P(x \ge 20,2) = \phi\left(\frac{19,8-20}{0,5}\right) +$ $+1-\phi\left(\frac{20,2-20}{0,5}\right) = \phi(-0,4) + 1 - \phi(0,4) =$ $= 0,3446 + 1 - 0,6554 = 0,6892$	-O aluno identifica que a média amostral é menor ou igual a 19,8 g e maior ou igual a 20,2 g (processo de interpretação). Identifica a região crítica (particularização de conceito). -Reconhece que tem que efetuar o cálculo da probabilidade do erro tipo I (aplica uma propriedade). -Usa notação adequada para representar a probabilidade do erro tipo I (linguagem e conceito). -Identifica corretamente a região onde se situa a média amostral (particularização de um conceito). -Conflito ao não saber calcular o desvio padrão da média amostral usado para calcular a probabilidade do Erro tipo I, $\sigma/\sqrt{n}$ (particularização incorreta de um conceito).

Outras respostas

Nesta categoria incluem-se respostas sem sentido, em que se calcula o valor da estatística de teste para diferença de médias ou o erro tipo II, utiliza o desvio padrão como sendo 0,01 e indica como resposta a formulação das hipóteses nula e alternativa.

Resumindo, os erros observados neste grupo de alunos consistem em considerar o valor da probabilidade do erro tipo I ser igual a 5%, não completarem o cálculo da probabilidade, não saberem calcular o valor da probabilidade quando a média amostral se situa num determinado intervalo.

Depois de exemplificados os tipos de conflitos semióticos resultantes das resoluções dos alunos, na Tabela 12 apresentam-se as frequências e percentagens de respostas para cada uma das categorias.

Da Tabela 12 observamos que a resposta mais frequente, com 39,5%, é a da categoria "Não respostas", o que é uma percentagem bastante elevada. Estes alunos não apresentam qualquer resposta o que pode dever-se, ao facto de os alunos ainda não terem compreendido o conceito uma vez que lecionado no final do semestre e, portanto, houve pouco tempo para a sua consolidação pelos alunos.

Indagatio Didactica, vol. 6(4), dezembro 2014 ISSN: 1647-3582

Tabela 12 — Frequência (percentagem) de respostas de cada categoria

Categoria	Frequência (%)
Respostas corretas	10 (4,5)
Considerar que o valor da probabilidade do erro tipo I é igual a 5%	43 (19,3)
Indicar corretamente a fórmula da probabilidade do erro tipo I sem completar os cálculos	19 (8,5)
Indicar corretamente a fórmula da probabilidade do erro tipo I sem calcular corretamente o seu valor	14 (6,3)
Calcular a estatística do teste para dois valores	10 (4,5)
Indicar corretamente a fórmula do cálculo da probabilidade do Erro tipo I, mas quando vão calcular o valor da probabilidade esquecem-se que de dividir por $\sigma / \sqrt{n}$	5 (2,2)
Outras Respostas	34 (15,2)
Não respostas	88 (39,5)
Total	223 (100)

Dos resultados obtidos, salienta-se a pequena percentagem de alunos que resolveu corretamente a questão (4,5%) e aqueles que, apesar indicarem corretamente a fórmula do cálculo da probabilidade do Erro tipo I, não completaram os cálculos (8,5%). Esta situação também foi detetada no estudo realizado por Vallecillos e Batanero (1997). Em menor percentagem (6,3%) aparece a categoria em que os alunos indicam corretamente a fórmula do cálculo da probabilidade do erro tipo I, mas não o calculam corretamente.

Um considerável número de alunos (19,3%) acha que o valor da probabilidade do erro tipo I é igual ao nível de significância (5%).

Finalmente, uma considerável percentagem de alunos (15,2%) não foi capaz de interpretar corretamente o enunciado para responder à questão, parecendo que estes alunos não adquiriram a noção do conceito erro tipo I.

Conclusões

Da análise realizada, conclui-se que na formulação de hipóteses os conflitos mais frequentes são relativos às respostas sem sentido (11,7%), seguida da formulação de dois testes de hipóteses para a média populacional (10,8%). Tal como relatam os estudos de Vallecillos e Batanero (1997) e Sebastiani e Viali (2011), também aqui se constatou que os alunos cometem erros quando enunciam as hipóteses a partir do contexto do problema. Os alunos não compreendem que num teste de hipóteses são testados valores hipotéticos de parâmetros populacionais e também não formulam a hipótese nula com o objetivo de ser rejeitada. Esta dificuldade, também apontada por Bady (1979), resulta da forte tendência das pessoas para procurar informações que verifiquem a hipótese ao invés de tentar refutá-la.

Relativamente ao cálculo da probabilidade do erro tipo I, o conflito mais frequente resultou de os alunos o identificarem com o nível de significância (19,3%). Como aconteceu no estudo de Vallecillos e Batanero (1997), estes alunos acharam que o valor da probabilidade em questão não se pode calcular porque é um valor que o investigador escolhe para realizar o teste de hipóteses.

Indagatio Didactica, vol. 6(4), dezembro 2014 ISSN: 1647-3582

Também neste estudo e no de Vallecillos e Batanero (1997) os alunos que efetuaram o cálculo da probabilidade do Erro tipo I (nível de significância), utilizando a definição (2,2%), cometeram o mesmo erro de tipificação: dividir por 0,5 em vez de $0{,}5/\sqrt{25}$, isto é, não souberam que se tratava do desvio padrão da média amostral.
Finalmente, em termos globais, salienta-se em todas as questões percentagens consideráveis de alunos que apresentaram respostas sem sentido ou que não responderam.
Comparativamente com os estudos aqui revistos, no presente estudo destaca-se a identificação de conflitos semióticos decorrentes das produções dos alunos nas várias perguntas propostas para um problema sobre testes de hipóteses para a média de uma população. Especificamente, na formulação das hipóteses, verificou-se que um número significativo de alunos formulou as hipóteses corretamente, já para o cálculo da probabilidade do erro tipo I verificou-se que os alunos indicam corretamente a fórmula mas depois erram o cálculo da probabilidade.
Tal como Vallecillos e Batanero (1997), podemos concluir que os alunos, em geral, cometem erros que evidenciam a não compreensão da relação entre distribuição de probabilidade, as regiões de aceitação e o nível de significância. Além disso, logo após a lecionação também parecem não compreender o conceito de estatística de teste, confundindo a estatística amostral e parâmetro da população.
As dificuldades dos alunos, que resultam dos erros detetados nesta investigação podem estar relacionados com a metodologia de ensino adotada e também, por ser o último tema a ser lecionado no semestre, pelo pouco tempo de exploração nas aulas e de estudo por parte dos alunos. Perante as dificuldades verificadas e os constrangimentos referidos impõe-se ajudar os alunos na construção do seu raciocínio inferencial, começando, como propõe Rossman (2008), pela exploração de atividades informais de inferência antes de se iniciar a aprendizagem formal dos testes de hipóteses.
Em consequência dos resultados obtidos neste estudo, esperamos que outros investigadores se motivem a prosseguir a análise das dificuldades dos alunos na inferência estatística e a propor ações que contribuam para uma melhor aprendizagem dos variados conceitos a ela associados.

Referências bibliográficas

Bady, J. (1979). Students' understanding of the logic of hypothesis testing. *Journal of Research in Science Teaching*, 16(1), 61-65.

Birnbaum, I. (1982). Interpreting statistical significance. *Teaching Statistics*, 4, 24-27.

Godino, D., & Batanero, C. (1998). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority área of research in mathematics education. In A. Sierpinska & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education a research domain: A search for identy* (pp. 177-195). Dordrecht: Kluwer.

Godino, D., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 14*(3), 325-355.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2008). Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, *10*(2), 1-32.

Indagatio Didactica, vol. 6(4), dezembro 2014 ISSN: 1647-3582

Haller, H., & Krauss, S. (2002). Misinterpretations of significance: a problem students share with their teachers? *Methods of Psychological Research*, 7(1), 1-20.

Henriques, A. (2011). Dificuldades na compreensão de intervalos de confiança: um estudo com alunos universitários. In *Actas do XXII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (XXII SIEM). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Lecoutre, B. (2006). Training students and researches in Bayesian methods for experimental data analysis. *Journal of Data Science, 4*, 207-232.

Lecoutre, B., Lecoutre, P., & Pointevineau, J. (2001). Uses, abuses and misuses of significance tests in the scientific community: Won´t the Bayesian choice be unavoidable? *International Statistical Review*, 69, 399-418.

Ministério da Educação (2001). *Programa de Matemática Aplicada às Ciências Sociais*. Lisboa: Autor.

Olivo, E. (2008). *Significado de los intervalos de confianza para los estudiantes de ingeniería en México*. Tese de doutoramento, Universidad de Granada, Granada, Espanha.

Rodríguez, I. (2006). Estudio teórico y experimental sobre dificuldades en la comprensión del contraste de hipóteses en estudantes universitários. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 19, 162-168.

Rossman, A. (2008). Reasoning about informal statistical inference: One statistician's view. *Statistics Education Research Journal, 7*(2), 5-19.

Schuyten, G. (1991).Statistical thinking in psychology and education. In D. Vere-Jones (Eds.), *Proceeding of the Third International Conference on Teaching Statistics* (pp. 486-490). Voorburg, Netherlands: International Statistical Institute.

Sebastiani R., & Viali, L. (2011).Teste de hipóteses: uma análise dos erros cometidos por alunos engenharia. *Bolema*, 24(40), 835-854.

Sebastiani R. (2010). *Análise de erros em testes de hipóteses: um estudo com alunos de engenharia*. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Católica, Rio Grande do Sul, Brasil.

Sotos, C., Vanhoof, S., Noortgate W., & Onghena P. (2007). Student's misconceptions of statistical of inference: a review of the empirical evidence from research on statistics education. *Educational Research Review*, 2, 98-113.

Vallecillos, A. (1995). Comprensión de la lógica del contraste de hipótesis en estudiantes universitarios. Recherches *en Didactique des Mathématiques*, *15*(3), 53-81.

Vallecillos, A. (1996). *Inferencia estadística y enseñanza: un análisis didáctico del contraste de hipótesis estadísticas*. Recife: Comares.

Vallecillos, A. (1999). Some empirical evidences on learning difficulties about testing hypotheses. *International Statistical Institute, 52nd Session*. Universidad de Granada, Departamento de

Indagatio Didactica, vol. 6(4), dezembro 2014 ISSN: 1647-3582

Didáctica de la Matemática. Granada, Spain.

Vallecillos, A., Batanero, C., & Godino, J. D. (1992). Student`s understanding of the significance level on statistical tests. In W. Geesling & K. Graham (Eds.), *Proceedings of the XVII Conference on the Psychology of Mathematics Education*, *4* (pp.271-378). Universidad de Valencia. Spain.

Vallecilos, A., & Batanero, C. (1997). Conceptos activados en el contraste de hipótesis estadísticas y su comprensión por estudiantes universitarios. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 17*(1), 29-48.

Vera, O., Díaz, C., & Batanero C. (2011). Dificultades en la formulación de hipótesis estadísticas por estudiantes de Psicología. *Unión*, *27*, 41-61.