

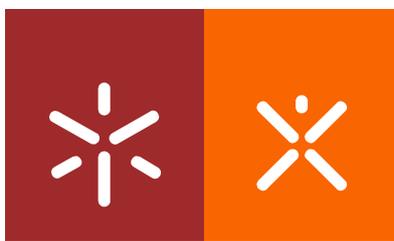


Universidade do Minho
Instituto de Educação

Ana Sofia Alves Ferreira

**A representação gráfica no ensino e na
aprendizagem da Estatística: um estudo
com alunos do 10.º ano de escolaridade**

Outubro de 2012



Universidade do Minho
Instituto de Educação

Ana Sofia Alves Ferreira

**A representação gráfica no ensino e na
aprendizagem da Estatística: um estudo
com alunos do 10.º ano de escolaridade**

Relatório de Estágio
Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do
Ensino Básico e no Ensino Secundário

Trabalho realizado sob orientação do
Doutor Floriano Augusto Veiga Viseu

Outubro de 2012

DECLARAÇÃO

Nome: Ana Sofia Alves Ferreira

Endereço Eletrónico: anasofia29.10@gmail.com

Telemóvel: 919833187

Número do Bilhete de Identidade: 13509234

Título do Relatório:

A representação gráfica no ensino e na aprendizagem da Estatística: um estudo com alunos do 10.º ano de escolaridade

Supervisor:

Doutor Floriano Augusto Veiga Viseu

Ano de conclusão: 2012

Mestrado em ensino de Matemática no 3.º ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário

É AUTORIZADA A REPRODUÇÃO INTEGRAL DESTES RELATÓRIOS APENAS PARA EFEITOS DE INVESTIGAÇÃO, MEDIANTE DECLARAÇÃO ESCRITA DO INTERESSADO, QUE A TAL SE COMPROMETE.

Universidade do Minho ___/___/___

Assinatura: _____

AGRADECIMENTOS

Ao Doutor Floriano Augusto Veiga Viseu, meu supervisor, pela sua disponibilidade e interesse demonstrado em todos os momentos de desenvolvimento deste projeto, pelas suas sugestões e críticas pertinentes.

À Dra. Maria José Vaz da Costa, minha orientadora, pelos seus conselhos relativos à intervenção pedagógica e pela partilha de experiências.

À Escola por permitir a elaboração e concretização deste projeto e aos alunos pela sua colaboração e disponibilidade em colaborar ao longo do ano de estágio.

À Cátia, minha amiga e colega de estágio, pela partilha de ideias e pela presença em todos os momentos de indecisão no desenvolvimento deste projeto.

À minha família, em especial aos meus pais pela força e apoio prestados ao longo desta fase da minha formação, e ao meu namorado pelo olhar sempre crítico e pela revisão dos textos presentes neste relatório.

A REPRESENTAÇÃO GRÁFICA NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DA ESTATÍSTICA: UM
ESTUDO COM ALUNOS DO 10.º ANO DE ESCOLARIDADE

Ana Sofia Alves Ferreira

Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário

Universidade do Minho, 2012

RESUMO

O presente estudo teve como principal objetivo analisar o contributo das representações gráficas no ensino e na aprendizagem de Estatística de alunos do 10.º ano de escolaridade. Para concretizar este objetivo estabeleceram-se as seguintes questões de investigação: (1) Como professores de Matemática veem as representações gráficas no ensino de Estatística do 10.º ano? Que tratamento tem estas representações no manual escolar do aluno? (2) Que capacidades e conhecimentos adquirem os alunos no estudo de Estatística através das representações gráficas? Que dificuldades sentem os alunos na representação e interpretação da informação de um gráfico estatístico? (3) Que perspetivas têm os alunos sobre o ensino-aprendizagem de conteúdos estatísticos através das representações gráficas? (4) Que constrangimentos senti no ensino de Estatística do 10.º ano através das representações gráficas? Para dar resposta a estas questões recorreu-se a diversos métodos de recolha de dados: um teste diagnóstico, realizado antes da intervenção pedagógica, dois questionários (um direcionado aos alunos e outro aos professores da escola), análise documental (planos de aula, reflexões das aulas e portfólios dos alunos), gravações das aulas com ênfase no projeto e entrevistas semiestruturadas a seis alunos da turma, depois da intervenção pedagógica.

A análise de dados permite concluir que os professores inquiridos, embora tendam a deixar o ensino da Estatística para as últimas aulas do ano letivo, valorizam as representações gráficas no ensino de tópicos deste tema. Estas representações são evidenciadas pelo manual escolar do aluno na explanação dos diferentes tópicos. O ensino e a aprendizagem de tópicos estatísticos através de representações gráficas potenciaram alguns momentos de discussão, comparação e interpretação da informação veiculada nas mesmas. Estas atividades revelaram a capacidade da maioria dos alunos de *ler os dados* contemplados em representações gráficas, enquanto uma minoria manifestou capacidade de *ler entre os dados*. Tais resultados podem dever-se ao número diminuto de aulas atribuídas ao tema de estatística, o que indicia refletir-se nas dificuldades que alguns alunos revelaram de trabalhar alguns tópicos estatísticos através das representações gráficas, como por exemplo na escolha adequada da escala e na comparação de representações gráficas sem os eixos numerados. Os resultados obtidos neste estudo evidenciam a necessidade de proporcionar aos alunos experiências semelhantes à desenvolvida para lhes permitir desenvolver capacidades de interpretação e avaliação crítica da informação disponível na sociedade.

THE GRAPHICAL REPRESENTATION OF THE STATISTICS TEACHING AND LEARNING: A STUDY
WITH 10TH GRADE STUDENTS

Ana Sofia Alves Ferreira

Master's in Mathematics teaching in the third cycle of Basic Education and on the
Secondary Education.

Universidade do Minho, 2012

ABSTRACT

The present study had as main objective the contribution of the graphical representations analysis in the Statistics teaching and learning of the 10th grade students. For this objective concretization, it was needed the establishment of the following investigation questions: (1) How do teachers assume the graphical representations in the Statistics teaching on the 10th grade? How are these representations assumed in the student's school book? (2) Which are the capabilities and acquirements of students in terms of the Statistics study through graphical representations? What are the students' difficulties when talking about interpretation of information in a statistical graphic? (3) What are the students' prospects about the teaching-learning of the statistical contents through the graphical representations? (4) What were the constraints felt by me in the statistical teaching on the 10th grade concerning the graphical representations? For the answering of these questions there was the necessity to resort to several methods of data collection: a diagnostic test, made before the pedagogical intervention, two questionnaires (one directed to students and the other to school teachers) document analysis (lesson plans, classes reflections and students' Portfolios) recording of classes with emphasis in the project and semi structured interviews to six students of the class, after the pedagogical intervention. The data analysis allows the conclusion that, although the respondent teachers tend to leave the statistics teaching to the last classes of the school year, they give importance to the graphical representations in the teaching of these theme topics. These representations are evident on the student's school book because of the different topics explanation. The teaching and learning of statistical topics through the graphical representations have potentiated some discussion moments, comparison and information interpretation conveyed in them. These activities favored the development of the majority of students' capacity of reading the data. Some students reveal difficulties when working some statistical topics through these representations, for example the choosing of the appropriate scale and the comparison of graphical representations without the numbered axes.

The obtained results in this study put in evidence the necessity to provide to students similar experiences to that developed; the capability of interpreting and evaluating critically the available information in the society.

ÍNDICE

DECLARAÇÃO.....	ii
AGRADECIMENTOS	iii
RESUMO	v
ABSTRACT	vii
ÍNDICE DE TABELAS	xi
ÍNDICE DE FIGURAS.....	xi
ÍNDICE DE QUADROS.....	xiv
CAPÍTULO 1	1
INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Tema, objetivo e questões do estudo.....	1
1.2. Pertinência do Estudo	3
1.3. Estrutura do relatório.....	4
CAPÍTULO 2.....	5
ENQUADRAMENTO CONTEXTUAL E TEÓRICO	5
2.1. Enquadramento contextual.....	5
2.1.1. Caraterização da Escola	5
2.1.2. Caraterização da Turma	6
2.2. Enquadramento Teórico	8
2.2.1. O ensino da estatística em Portugal	8
2.2.2. As representações gráficas no ensino e na aprendizagem de Estatística	10
2.3. Estratégias de intervenção.....	17
2.3.1. Metodologias de ensino e de aprendizagem.....	18
2.3.2. Estratégias de avaliação da ação	21
CAPÍTULO 3.....	25
INTERVENÇÃO	25
3.1. Antes da Intervenção.....	25
3.1.2. Manual Escolar	25
3.1.2. Perceções de professores de matemática sobre a utilização das representações gráficas no ensino de Estatística do 10.º ano de escolaridade	31
3.1.3. Conhecimentos prévios dos alunos sobre conceitos estatísticos.....	40

3.2.	Durante a Intervenção	47
3.2.1.	O ensino e a aprendizagem de Estatística com ênfase nas representações gráficas	47
3.3.	Depois da Intervenção.....	64
3.3.1.	Apreciação geral da turma sobre a estratégia desenvolvida	64
CONCLUSÕES, RECOMENDAÇÕES E LIMITAÇÕES		73
4.1.	Conclusões	73
4.1.1.	Como professores de Matemática veem as representações gráficas no ensino de Estatística do 10.º ano? Que tratamento tem essas representações no manual escolar do aluno?	73
4.1.2.	Que capacidades e conhecimentos adquirem os alunos no estudo de Estatística através das representações gráficas? Que dificuldades sentem os alunos na representação e interpretação da informação de um gráfico estatístico?.....	75
4.1.3.	Que perspectivas têm os alunos sobre o ensino-aprendizagem de conteúdos estatísticos através das representações gráficas?	77
4.1.4.	Que constrangimentos senti no ensino de Estatística do 10.º ano através das representações gráficas?	78
4.2.	Implicações para o ensino e a aprendizagem.....	79
4.3.	Limitações e Recomendações.....	80
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....		81
ANEXOS		85
ANEXO 1		87
ANEXO 2		88
ANEXO 3		89
ANEXO 4		91
ANEXO 5		94
ANEXO 6		96

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1- Distribuição das idades dos alunos	6
Tabela 2- Desempenho dos alunos ao longo do ano letivo	7
Tabela 3- Orientações dos programas de Matemática de diferentes anos para o ensino de Estatística.....	9
Tabela 4- Resultados de alunos do 12.º ano sobre os conceitos de média, mediana e moda. (Boaventura & Fernandes, 2004, p. 117).....	13
Tabela 5- Dificuldades e erros na leitura, construção e interpretação de gráficos estatísticos....	15
Tabela 6- Distribuição dos alunos pelos respetivos grupos	21
Tabela 7- Frequência absoluta das formas explícitas de organização da informação estatística contempladas no manual escolar.....	26
Tabela 8- Frequência absoluta das formas implícitas de organização da informação estatística sugeridas nas tarefas do manual escolar.....	27
Tabela 9- Frequência absoluta das tarefas que contemplam o desenvolvimento da capacidade de literacia estatística nos alunos segundo os diferentes níveis de compreensão estabelecidos por Curcio (1989).....	29
Tabela 10- Representações gráficas que suscitem mais dificuldades aos alunos (n=12).....	39
Tabela 11- Preocupações que os professores inquiridos referem ter quando abordam conteúdos estatísticos através de representações gráficas (n=12)	39
Tabela 12- Materiais didáticos utilizados pelos professores nas aulas de Estatística (n=12)	40
Tabela 13- Síntese da intervenção pedagógica	47
Tabela 14- Tipos de resposta dos alunos relativamente ao papel das representações gráficas no tratamento de conceitos estatísticos (n=58)	62
Tabela 15- Tipos de resposta apresentadas pelos alunos sobre possíveis mudanças da estratégia desenvolvida (n=58)	63
Tabela 16- Representações gráficas que suscitem mais dificuldades aos alunos	69

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Disposição das salas de aula onde decorreu a intervenção pedagógica.	7
Figura 2. Exemplo ilustrativo das propostas presentes no manual escolar, na secção <i>Para Praticar</i> , que veiculam a informação através de representações gráficas.....	28
Figura 3. Exemplo ilustrativo das tarefas de escolha múltipla presentes na secção <i>Para Praticar</i>	28
Figura 4. Exemplo do tipo de tarefas predominantes nas margens do manual escolar.....	29
Figura 5. Gráfico que representa os anos de serviço docente dos professores inquiridos.	31
Figura 6. Respostas dadas pelos professores P_6 e P_{10}	32
Figura 7. Resposta dada pelo professor P_4	33
Figura 8. Resposta dada pelo professor P_1	33
Figura 9. Gráfico que ilustra o número de aulas que os professores utilizam para o ensino de Estatística.....	33
Figura 10. Resposta dada pelo professor P_6	34
Figura 11. Resposta dada pelo professor P_4	35
Figura 12. Respostas dadas pelos professores P_3 e P_1	35
Figura 13. Respostas dadas pelos professores P_{12} e P_6	36
Figura 14. Resposta dada pelo professor P_{12}	37
Figura 15. Resposta dada pelo professor P_4	38
Figura 16. Respostas dadas pelos professores P_1 e P_3	38
Figura 17. Resposta dada pelo aluno A16.	42
Figura 18. Resposta dada pelo aluno A8.	43
Figura 19. Resposta dada pelo aluno A9.	43
Figura 20. Resposta dada pelo aluno A3.	45
Figura 21. Resposta dada pelo aluno A4.	46
Figura 22. Resposta dada pelo aluno A13.	46
Figura 23. Resposta dada pelo aluno A6.	46
Figura 24. Resolução apresentada pelo aluno A7.	50

Figura 25. Resposta dada pelo aluno A13.	52
Figura 26. Resposta dada pelo aluno A2.	54
Figura 27. Ilustração dos diferentes tipos de associação entre variáveis.	55
Figura 28. Explicação da professora da determinação da reta de regressão.	56
Figura 29. Resposta dada pelo aluno A6.	58
Figura 30. resposta dada pelo aluno A18.	60
Figura 31. Resposta dada pelo aluno A16.	68
Figura 32. Respostas dadas pelos alunos A7 e A12.	69
Figura 33. Respostas dadas pelos alunos A23, A3 e A4.	70
Figura 34. Resposta dada pelo aluno A13.	71
Figura 35. Respostas dadas pelos alunos A23, A21 e A6.	71

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1- Frequência das considerações dos professores inquiridos relativamente às finalidades e à importância que atribuem à Estatística em comparação com outros temas (n=12)	32
Quadro 2- Gestão curricular relativamente ao tema de Estatística (n=12)	34
Quadro 3- Frequência das estratégias de ensino referidas pelos professores inquiridos (n=12). 36	
Quadro 4- Dificuldades apontadas pelos professores inquiridos no ensino e na aprendizagem de Estatística (n=12)	37
Quadro 5- Objetivos das questões do teste diagnóstico e os respetivos níveis de compreensão estabelecidos por Curcio (1989)	40
Quadro 6- Distribuição das respostas dos alunos no teste diagnóstico (n=22).	41
Quadro 7- Percentagem de alunos segundo as opções de resposta relativamente ao trabalho de grupo nas aulas de Estatística.....	65
Quadro 8- Percentagem de alunos segundo as opções de resposta relativamente à utilização da calculadora gráfica	65
Quadro 9- Percentagem de alunos segundo as opções de resposta relativamente às representações gráficas no ensino e na aprendizagem de conceitos estatísticos	66
Quadro 10- Percentagem de alunos segundo as opções de resposta relativamente às capacidades/conhecimentos desenvolvidos	66
Quadro 11- Análise por desempenho e pelas respostas do alunos relativamente ao trabalho de grupo nas aulas de Estatística.....	67
Quadro 12- Análise por desempenho e pelas respostas do alunos relativamente às capacidades/conhecimentos desenvolvidos nas aulas de Estatística.....	68

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Neste capítulo, dividido em três secções, apresenta-se o tema, as finalidades, o objetivo e as questões de investigação do projeto. Além disso, é referida a pertinência do estudo e uma breve descrição da estrutura do relatório.

1.1. Tema, objetivo e questões do estudo

O tema deste estudo incide sobre a representação gráfica no ensino e na aprendizagem da Estatística com alunos do 10.^o ano de escolaridade. A escolha deste tema deve-se, por um lado, à minha experiência enquanto aluna e, por outro lado, à importância da representação gráfica na sistematização e apresentação de informação sobre os mais variados assuntos. Na minha experiência de aluna no ensino básico, o tema de Estatística era 'menosprezado' em relação a outros temas matemáticos ao ser abordado nos últimos dias do ano letivo com pouca profundidade a partir da realização de trabalhos sobre um dado assunto escolar. Adquiri algumas noções estatísticas — tais como moda, média e mediana —, assim como adquiri o conhecimento de formas de apresentar a informação — tais como em tabelas e gráficos. Mais tarde, no ensino secundário, aprofundei estes conteúdos através da resolução de um conjunto de exercícios, também no final do ano letivo, o que me permitiu adquirir mais a capacidade de ser capaz de aplicar fórmulas estatísticas do que dotar a compreensão do significado dos conceitos estatísticos. Os processos de cálculo e de memorização sobrepuseram-se ao desenvolvimento desta capacidade. A forma como aprendi Estatística parece dever-se à pouca importância que alguns professores dão a este tema. Um estudo realizado pela APM (1998) dá conta que um número considerável de professores defende que o tema de Estatística deve ser reduzido na sua importância curricular no ensino secundário. A razão destes resultados pode dever-se a fatores de formação dos professores sobre este tema, assim como à integração recente da Estatística no currículo da disciplina de Matemática. Atualmente, este tema ganhou relevância na organização curricular por fazer parte dos programas de Matemática de todos os ciclos escolares e por o conhecimento estatístico ser utilizado em diversas áreas disciplinares. As

recomendações atuais para o ensino deste tema apontam para o desenvolvimento de atividades que fomentem nos alunos a capacidade de interpretação, discussão e uma posição crítica perante a informação disponível que diariamente nos aparece nos mais diversos formatos.

Uma forma de promover a compreensão dos conceitos matemáticos, em geral, e dos conceitos estatísticos, em particular, é através da articulação das diferentes representações desses conceitos. No caso da Estatística, a representação gráfica pode ser entendida como um recurso que permite tratar e analisar informação. Na sociedade atual, todos os dias somos confrontados com informação sob a forma de tabelas, gráficos de barras, gráficos circulares, entre outros, sobre os quais é necessário analisar, interpretar e compreender a informação neles contida. Para raciocinar estatisticamente torna-se necessário que os alunos compreendam a análise de dados e a critiquem, o que para o NCTM (2007) são aptidões necessárias para que se tornem cidadãos informados. As representações gráficas fazem parte de estratégias que pretendem concretizar estes objetivos.

Com este estudo pretendo analisar o contributo das representações gráficas no ensino e na aprendizagem de Estatística de alunos do 10.º ano de escolaridade. Procuo compreender como os alunos representam e interpretam a informação veiculada num gráfico estatístico, que dificuldades apresentam e de que forma a aprendizagem de Estatística segundo esta metodologia pode ser concretizada. Como tal, pretendo responder às seguintes questões:

- Como professores de Matemática veem as representações gráficas no ensino de Estatística do 10.º ano? Que tratamento tem estas representações no manual escolar do aluno?
- Que capacidades e conhecimentos adquirem os alunos no estudo de Estatística através das representações gráficas? Que dificuldades sentem os alunos na representação e interpretação da informação de um gráfico estatístico?
- Que perspetivas têm os alunos sobre o ensino-aprendizagem de conteúdos estatísticos através das representações gráficas?
- Que constrangimentos senti no ensino de Estatística do 10.º ano através das representações gráficas?

O 10.º ano de escolaridade parece-me ser um ano pertinente para abordar estas questões pelo facto de os alunos serem confrontados com representações gráficas diferentes e mais complexas que nos anos letivos anteriores.

1.2. Pertinência do Estudo

A maioria da informação presente em jornais, revistas e artigos científicos é apresentada sob a forma de gráficos e espera-se que os alunos sejam capazes de desenvolver a capacidade de interpretar e analisar criticamente a informação. Segundo Curcio (1989), as representações em forma de gráficos “providenciam um meio para comunicar e classificar dados” (p. 1). Se estas capacidades foram desenvolvidas, faz todo o sentido referir que “um gráfico, tal como uma imagem, vale mais que mil palavras” (Peerce & Janvier citados por Tairab & Al-Naqbi, 2004, p. 127). Caso contrário, podemos facilmente ser iludidos e fazer erradas interpretações. É importante, como é definido no programa de Matemática do 10.^o ano (Ministério da Educação, 2001), que o estudo da Estatística permita ao aluno melhorar a sua capacidade para avaliar afirmações de carácter estatístico. Para além das capacidades transversais de resolução de problemas, raciocínio e comunicação, as representações gráficas também são um contributo essencial na aprendizagem de Estatística, na medida em que manipular dados estatísticos exige necessariamente uma forma de os representar (Martins & Ponte, 2010).

São frequentes os erros e as dificuldades dos alunos em conceitos estatísticos, no entanto “cometer erros ou dizer as coisas de modo imperfeito ou incompleto não é um mal a evitar, é algo inerente ao próprio processo de aprendizagem” (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999, p. 27). Vários estudos revelam a existência de dificuldades dos alunos relativamente a conceitos básicos da Estatística, que surgem usualmente relacionadas com a análise, interpretação gráfica e generalização da informação contida num gráfico (Curcio, 1987) e, também, na tomada de decisão sobre a representação gráfica que melhor se adequa à amostra de dados em causa. Na opinião de Carvalho (2009), a escolha por uma ou outra forma de representação confere aos gráficos um poder imenso, pois facilmente induz o aluno desprevenido em erro, sendo por isso necessário que desenvolva não só competências que ajudem a compreender e a interpretar informação, mas também, que desenvolva a capacidade de espírito crítico e de observação.

Em suma, o desenvolvimento deste projeto incidiu no ensino e na aprendizagem de conceitos estatísticos tendo por base diferentes representações gráficas que permitem evidenciar os significados desses conceitos e analisar as dificuldades dos alunos na forma como apresentam e interpretam a informação representada. Com esta estratégia procurei dar importância a problemas que envolvessem contextos reais para perceber de que forma os

alunos conferem utilidade aos conceitos que foram desenvolvidos ao longo da minha intervenção pedagógica.

1.3. Estrutura do relatório

Este relatório está dividido em quatro capítulos, pelo que se apresenta uma breve descrição de cada um. No primeiro capítulo – Introdução – é feito o enquadramento do estudo realizado, onde se refere o tema, objetivo e questões de investigação. Além disso, a pertinência deste estudo é também mencionada neste capítulo onde são referidas as razões que estiveram na base desta escolha à luz da literatura e, por fim, a estrutura do relatório.

No segundo capítulo – Enquadramento Contextual e Teórico – caracterizam-se a escola e a turma onde este projeto de desenvolveu. Apresentam-se a fundamentação teórica deste projeto e alguns estudos realizados a nível nacional e internacional, que se enquadram com esta temática. E, delineiam-se as metodologias de ensino e aprendizagem e as estratégias de avaliação da ação.

No terceiro capítulo – Intervenção Pedagógica – apresenta-se e analisa-se o processo de intervenção pedagógica segundo momentos diferenciados: antes, durante e depois dessa intervenção. Antes da intervenção apresenta-se uma análise do manual escolar do aluno, relativamente à atenção dada às representações gráficas no ensino da Estatística; as perceções dos professores de matemática sobre esta temática e, ainda, os conhecimentos prévios dos alunos sobre conceitos estatísticos. Durante a intervenção ilustra-se o ensino e a aprendizagem dos conceitos estatísticos através da articulação de representações gráficas e a apreciação dos alunos sobre a estratégia delineada. Depois da intervenção pedagógica, apresenta-se a apreciação geral da turma sobre a estratégia desenvolvida através de um questionário e de uma entrevista.

No quarto capítulo – Conclusões, Limitações e Recomendações – apresentam-se e problematizam-se os resultados obtidos através das questões de investigação delineadas. Por fim, apontam-se algumas limitações e recomendações para projetos futuros.

CAPÍTULO 2

ENQUADRAMENTO CONTEXTUAL E TEÓRICO

Este capítulo tem por finalidade explicitar o contexto onde este projeto foi desenvolvido, com referência para a Escola, com particular destaque, para a turma em causa e, ainda, à luz da literatura fundamentar as metodologias e estratégias utilizadas na concretização deste projeto.

2.1. Enquadramento contextual

Este subcapítulo destina-se à caracterização da Escola e da Turma onde se desenvolveu o Projeto de Intervenção Pedagógica e Supervisionada.

2.1.1. Caracterização da Escola

A escola secundária onde este estudo foi realizado situa-se na cidade de Guimarães e está integrada numa zona com um nível populacional considerado, tendo como oferta formativa os cursos de formação geral, profissional, recorrente e um centro de novas oportunidades, pelo que todos os anos recebe alunos, quer do meio urbano quer dos meios rurais mais próximos.

A escola, no seu Projeto Educativo, apresenta um conjunto de princípios e valores pela qual se rege tendo como principal objetivo o sucesso dos alunos. Desses princípios e valores definidos destaco o desenvolvimento de “um ensino assente na inovação, na experimentação e no recurso a novas metodologias e tecnologias” e a oferta de “um ensino de qualidade que prepare os alunos para a Vida, facilitando o prosseguimento de estudos, a inserção no mercado de trabalho e na Sociedade, enquanto cidadãos ativos e responsáveis” (p. 6). De referir que na *Avaliação Externa Das Escolas* esta escola foi definida com *Muito bom* em todas as dimensões que o Ministério se propõe a avaliar exceto na “Capacidade de autorregulação e melhoria da escola” que foi definida com *Bom*.

A escola dispõe de infraestruturas modernas e está equipada com novas tecnologias, uma vez que na maioria das salas de aulas existe um projetor multimédia, um computador e ligação à internet. Por outro lado, é característica da escola desenvolver e promover atividades e projetos

diversificados em parceria com as instituições locais mostrando uma visão abrangente do currículo nacional, ilustrando a preocupação de desenvolver nos alunos o espírito crítico, responsabilidade e a convivência democrática.

Relativamente aos docentes, trata-se de um corpo bastante estável e com experiência profissional, uma vez que 88% dos professores (n=170) fazem parte do quadro da escola. Em particular, o departamento de Matemática é formado por 23 professores. Estes, pelo que pude perceber trocam ideias e alguns materiais, como fichas de trabalho e materiais manipuláveis. A partilha de experiências é evidente entre os professores o que enriquece a prática letiva de cada um.

2.1.2. Caracterização da Turma

A turma onde implementei o meu projeto é da área Científico-Humanístico de Ciências e Tecnologias pertencente a uma escola secundária da cidade de Guimarães e, no ano letivo 2011/2012, encontra-se no 10.º ano de escolaridade. Esta turma inicialmente era composta por 25 alunos, 18 raparigas e 7 rapazes, com um aluno que apresentava necessidades educativas especiais. No entanto, ao longo do 1.º e 2.º períodos, duas alunas foram transferidas para outras escolas, uma aluna de nacionalidade brasileira integrou a turma e o aluno com necessidades educativas especiais faleceu. Foi um momento que marcou esta fase da minha formação. Deste modo, a turma ficou constituída por 23 alunos, 17 raparigas (74%) e 6 rapazes (26%), com idades compreendidas entre os 14 e os 16 anos (Tabela 1):

Tabela 1- Distribuição das idades dos alunos

Idades	Número de alunos	Percentagem de alunos
14	1	4%
15	20	87%
16	2	9%

A idade média dos alunos da turma é de 15 anos, o que traduz a idade dos alunos que tiveram um percurso escolar sem retenções. Pela caracterização socioeconómica da turma, constato que nove alunos (39.1%) referem ter dificuldades na disciplina de Matemática e cinco alunos (21.7%) referem-na como a disciplina preferida.

No período de observação das aulas, antes da minha prática pedagógica, apercebi-me que os alunos eram bastante empenhados e trabalhadores, mas também um pouco irrequietos e faladores entre pares. Apesar desta característica, tratava-se de uma turma pouco participativa, na medida que normalmente apenas um grupo reduzido de alunos colocava questões na sala de aula e quando o faziam era de forma tímida. Apercebi-me que se sentiam mais confortáveis quando não tinham de explicar os seus raciocínios para a turma. Em termos relacionais, era uma turma com grande espírito de grupo desde o início do ano letivo, o que eu não esperava que acontecesse ‘rapidamente’ pelo facto de os alunos serem quase todos provenientes de escolas diferentes.

Relativamente ao desempenho dos alunos, podemos verificar na tabela 2 que se tratou de uma turma com desempenho positivo e crescente ao longo do ano letivo.

Tabela 2- Desempenho dos alunos ao longo do ano letivo

	1.º Período (\bar{x})	2.º Período (\bar{x})	3.º Período (\bar{x})
Turma	12.47	12.78	12.97
Feminino	11.75	12.00	12.25
Masculino	14.50	15.00	15.00

Em termos comparativos das médias das classificações obtidas pelos rapazes e pelas raparigas, constata-se que os rapazes tiveram melhor desempenho na disciplina de Matemática em todos os períodos letivos. De referir que em média, quer as raparigas quer os rapazes tiveram ao longo do ano um desempenho positivo crescente.

Relativamente ao espaço físico, as aulas decorreram em duas salas, com dimensões e disposição identificas, como é a seguir ilustrado:

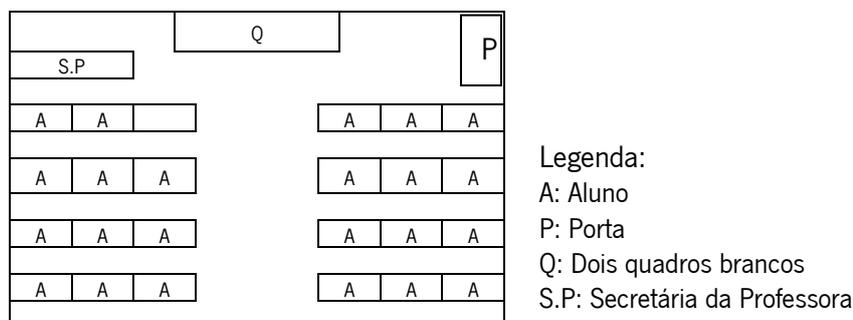


Figura 1. Disposição das salas de aula onde decorreu a intervenção pedagógica.

Como se pode verificar, os alunos estavam dispostos em filas de três, e apenas existia um corredor central na sala que permitia que o professor se deslocasse no interior da mesma. Entre as diversas filas existia pouco espaço porque a sala era pequena pelo que os alunos estavam próximos uns dos outros, facilitando a troca de ideias e, também, a conversa entre pares.

2.2. Enquadramento Teórico

Este subcapítulo destina-se à fundamentação teórica do projeto desenvolvido à luz da literatura, descrevem-se as metodologias e as estratégias de avaliação da ação desenvolvidas.

2.2.1. O ensino da estatística em Portugal

A Estatística é tida como uma disciplina relativamente recente pelo que se torna “possível fazer um acompanhamento retrospectivo de muitos dos seus desenvolvimentos, como por exemplo, o aparecimento e a generalização do ensino da Estatística” (Branco, 2000, p. 10). A importância dada ao ensino da Estatística em Portugal nem sempre foi a mesma e muito menos consensual entre professores. No entanto, a Estatística assume-se com “forte especificidade face aos outros tópicos do currículo” (Ponte & Fonseca, 2001, p. 7). Ponte e Fonseca (2001) referiram-no pela importância que atribuem à Estatística na sociedade atual devido à sua enorme expressão na atividade social e em muitos domínios do conhecimento – nas ciências sociais e humanas – pelo que a Escola deve desempenhar um papel fundamental na formação dos alunos, em geral, e em Literacia Estatística, em particular. O termo Literacia Estatística definido por Gal (2002) requer: (i) a capacidade de interpretar e avaliar criticamente a informação estatística a partir de diferentes fontes e utilizando diferentes conhecimentos; e (ii) a capacidade de discutir ou comunicar as reações a determinada informação estatística e as preocupações relativamente à razoabilidade das conclusões apresentadas. Para Martins e Ponte (2010) a Literacia Estatística deve permitir a cada cidadão resolver problemas que lhes diz respeito e que muitas vezes são apresentados pelos meios de comunicação social, onde a resolução dos mesmos apela a conhecimentos estatísticos. Referindo que interpretar gráficos, taxas de desemprego, taxas relativas à evolução de doenças são alguns exemplos que reforçam a necessidade do cidadão ter uma educação em Estatística.

O movimento responsável pela introdução da Estatística nas escolas portuguesas surge nos anos 60 (Carvalho & César, 2001). Esta introdução da Estatística como tema da Matemática foi primeiramente introduzida no ensino secundário e, posteriormente nos programas do 2.º e 3.º ciclos do ensino básico, à semelhança do que acontece noutros países. Com a publicação da Lei de Bases do Sistema educativo, em 1986, foi necessário uma reforma curricular pelo que os programas de Matemática sofreram alterações, nomeadamente na organização dos temas, no seu desenvolvimento e nas metodologias utilizadas (Ministério da Educação, 1997). Analisando os mesmos verifica-se que a Estatística foi ganhando o seu ‘espaço’ como tema a desenvolver no ensino secundário, em particular no 10.º ano de escolaridade, tal como é ilustrado na seguinte tabela:

Tabela 3- Orientações dos programas de Matemática de diferentes anos para o ensino de Estatística

Ensino Secundário	Total de aulas da disciplina de Matemática	% de aulas para o tema da Estatística
Programa de Matemática de 1991	92	19.6%
Programa de Matemática de 1997	92	21.7%
Programa de Matemática de 2002	51	29.4%

Por observação da tabela 3 verifica-se um aumento, em termos percentuais, do número de aulas para lecionar o tema de Estatística. No entanto, este aumento não nos esclarece sobre a forma como o ensino deste tema sofreu alterações ao longo dos anos. Ponte e Fonseca (2000) consideram que mesmo com as alterações que o currículo de Matemática foi sofrendo, a Estatística “parece ser ainda um tema marginal do currículo, facilmente relevável para segundo plano” (p. 179). Em 2000, estes autores desenvolveram um trabalho com o objetivo de comparar o ensino da Estatística em Portugal com as recomendações mais recentes da literatura internacional. Nesse trabalho utilizaram três documentos curriculares oficiais: os programas de Matemática portugueses dos diversos anos de ensino; o *National Curriculum for Maths* inglês e o documento *Principles and standars for school mathematics: working draft*. Ponte e Fonseca (2000) concluíram que o único nível de ensino português que apresenta uma comparação mais equilibrada em relação aos outros dois países é o ensino secundário. Os autores afirmam que o currículo de Estatística em Portugal precisa de uma revisão profunda, para que este tema se integre devidamente no currículo. Porém, consideram que a educação em

Estatística é fundamental para todos os cidadãos para que possam ser elementos ativos e informados na sociedade:

É preciso ultrapassar definitivamente a noção que a Estatística se reduz a umas tantas formas de representar dados em gráficos e tabelas e à execução de certos cálculos para determinar a média ou o desvio-padrão. A Estatística, encarada como um domínio de conceptualização dos processos de recolha, análise e interpretação de dados constitui uma interface fundamental entre a Matemática e a realidade, indispensável numa verdadeira educação para a cidadania e para a intervenção ativa nas mais diversas atividades (p. 194).

O que se pretende é que a forma de ensinar Estatística seja repensada, que se proponham aos alunos tarefas diversificadas, que se promovam interações horizontais (aluno/aluno) e não apenas interações verticais (professor/aluno) (César & Sousa, 2000), procurando o envolvimento ativo do aluno no seu processo de aprendizagem. Este projeto procurou pôr em prática e desenvolver as indicações acima referidas, para que os alunos fossem um elemento ativo nas aulas de Estatística e, para que, o seu sentido crítico fosse desenvolvido no decorrer das mesmas.

2.2.2. As representações gráficas no ensino e na aprendizagem de Estatística

Além do currículo de Matemática incidir numa Matemática relevante e com conseqüente articulação ao longo dos anos de escolaridade espera-se que prepare os alunos para a resolução de problemas na escola, em casa ou no trabalho (NCTM, 2007). Sendo a nossa sociedade cada vez mais complexa e “mais dependente de gráficos para comunicar os mais variados tipos de informação, compreende-se que seja necessário que os alunos desenvolvam competências que os ajudem a compreendê-la” (Carvalho, 2009, p. 23). As representações gráficas podem ser consideradas como o processo pelo qual os cidadãos podem estabelecer relações entre dados e inferir informação através da construção e interpretação das mesmas (Monteiro & Ainley, 2003). Pelo que se torna necessário que a escola prepare os alunos nesse sentido permitindo-lhes experiências onde o seu sentido crítico seja explorado.

Algumas das finalidades da disciplina de Matemática, no ensino secundário, referem que os alunos devem

desenvolver a capacidade de usar a Matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real” e que se espera que o ensino desta disciplina contribua “para o desenvolvimento da existência de uma consciência crítica e interventiva em

áreas como o ambiente, a saúde e a economia entre outras, formando para uma cidadania ativa e participativa (Ministério da Educação, 2002, p. 3).

Em particular, é fundamental com o estudo da Estatística que o aluno possa desenvolver capacidades “para avaliar afirmações de caráter estatístico, fornecendo-lhes ferramentas apropriadas para rejeitar quer certos anúncios publicitários quer notícias” (Ministério da Educação, 2002, p. 29). Daí resulta a importância da articulação das representações gráficas no ensino e na aprendizagem de conceitos estatísticos, que para Pires e Martins (2009) devem fazer parte do trabalho dos alunos.

Uma forma de desenvolver a capacidade de Literacia Estatística é através de atividades com tarefas que apresentem diferentes representações com distintos graus de complexidade. Curcio (1989) estabeleceu níveis distintos de compreensão para o desenvolvimento desta capacidade:

Nível 1: *Ler os dados*: leitura literal da representação em causa; compreensão da escala e das unidades de medida; resposta a questões imediatas por observação da representação gráfica; identificar e classificar variáveis em estudo;

Nível 2: *Ler entre os dados*: interpretação e organização da informação patente na representação; construção de diferentes representações; compreender e aplicar as propriedades das medidas de tendência central e de dispersão; explicar o significado de valores obtidos; estabelecer comparações entre os dados e respetivas representações dos mesmos; extrair informação de um gráfico e recorrer a conhecimentos matemáticos prévios;

Nível 3: *Ler além dos dados*: extrapolação, previsão ou inferência a partir da informação contida no tipo de representação em causa; capacidade de colocar questões.

O primeiro nível requer uma leitura literal do gráfico, ou seja, é necessário que o aluno faça uma leitura dos dados representados, não sendo necessário alguma interpretação dos mesmos mas apenas a capacidade de responder a questões imediatas. Carvalho (2009) refere que as tarefas realizadas na sala de aula que se integram neste nível de compreensão apresentam um baixo nível cognitivo.

O segundo nível de compreensão requer do aluno uma interpretação e organização da informação fornecida pelo gráfico. É necessária a capacidade de extrair informação de um gráfico, encontrar relações nos dados e compará-los, podendo recorrer a conhecimentos matemáticos prévios. Por outras palavras, este nível exige a compreensão de gráficos e a possibilidade de fazer algumas inferências simples. Carvalho (2009) refere que neste nível é

necessário que o aluno seja capaz de “comparar quantidades ao mesmo tempo que recorre a outros conceitos e capacidades, que lhe permitem identificar as relações matemáticas presentes num gráfico” (p. 25).

O terceiro nível exige a extrapolação, previsão ou inferência a partir da representação gráfica para responder a questões implícitas. Pretende-se que o aluno extraia a totalidade de informação contida nos dados e que seja capaz de colocar questões sobre os mesmos. Pelo facto de cada vez mais a Estatística ser “utilizada de forma perversa para influenciar a opinião pública acerca de determinadas matérias ou para representar a suposta qualidade e eficácia de produtos comerciais” (NCTM, 2007, p. 52) que se torna fundamental que os alunos atinjam este nível de compreensão. Isto permite, segundo Branco e Martins (2002), “a cada um de nós resolver com ligeireza e segurança um rol de problemas que nos dizem diretamente respeito ou que nos são apresentados frequentemente pelos *media* e cuja resolução apela a conhecimentos e raciocínio estatísticos” (p. 13). O que muitas vezes acontece é que os *media* procuram influenciar a nossa opinião e, por vezes, até distorcer a realidade, pelo que é constante a necessidade do pensamento estatístico em termos sociais (Watson, 1997). Pires e Martins (2009) defendem que os alunos devem ter consciência que “a interpretação, comunicação e análise crítica dos resultados” bem como “modos diferentes de apresentar as conclusões podem alterar a mensagem dos resultados” (p. 4). Para evitar situações constrangedoras torna-se importante desenvolver competências de Literacia Estatística, visto que um cidadão “bem informado, vive melhor e pode contribuir de forma esclarecedora para uma sociedade mais justa” (Branco & Martins, 2002, p. 13). Por outro lado, Watson (1997) refere que a aplicabilidade que a Estatística tem em relação a outros temas da Matemática pode servir de motivação para os alunos na aprendizagem da mesma, podendo o professor tirar partido da sua aplicabilidade recorrendo a tarefas que ilustrem problemas atuais.

Embora a Estatística seja um tema recente tem sido alvo de alguns estudos quer com alunos quer com professores. Alguns desses estudos apontam para a existência de dificuldades dos alunos relativamente a conceitos básicos da Estatística, que surgem usualmente relacionadas com a análise, interpretação gráfica e generalização da informação contida num gráfico (Curcio, 1987). O estudo PISA 2003 dá conta que os alunos portugueses apresentam dificuldades em responder a questões que envolvam a leitura de gráficos, o que pode dever-se a estratégias de ensino que não envolvam os alunos a trabalhar frequentemente com diferentes

representações gráficas, não adquirindo, assim, capacidades que lhes permita a compreensão da informação contida num gráfico.

Um outro estudo foi realizado por Boaventura e Fernandes (2004), em que participaram 181 alunos do 12.º ano de três escolas secundárias, com o objetivo de perceber as dificuldades dos alunos em conceitos estatísticos, nomeadamente média, mediana e moda. Da análise dos dados recolhidos, esses autores organizaram numa tabela, que é a seguir apresentada, as situações mais problemáticas sobre a compreensão destes conceitos, ilustrando em cada uma delas o grau de insucesso dos alunos.

Tabela 4- Resultados de alunos do 12.º ano sobre os conceitos de média, mediana e moda. (Boaventura & Fernandes, 2004, p. 117)

Estadística	Questão	Insucesso	Conteúdo
Média	1a)	2.2%	Cálculo da média simples
	2	55.8%	Cálculo da média ponderada
	4	89.0%	Leitura de gráfico e aplicabilidade da média
	5a)	40.3%	Cálculo e propriedades da média
	5b)	42.0%	“ “ “ “ “
	7a)	12.7%	Propriedades da média
	7b)	14.9%	“ “ “
	7c)	37.6%	“ “ “
	7d)	52.5%	“ “ “
	7e)	6.1%	“ “ “
	9a)	42.0%	Significado da média
Mediana	1b)	48.1%	Cálculo da mediana Compreensão conceptual Significado da mediana
	4	87.3%	Leitura de gráfica e aplicabilidade da mediana
	6a)	34.3%	Propriedades da mediana
	6b)	27.1%	“ “ “
	6c)	29.3%	“ “ “
	6d)	17.7%	“ “ “
	9b)	77.4%	Significado da mediana
Moda	1c)	12.7%	Cálculo da moda
	4	51.9%	Moda em caracteres qualitativos
	9c)	18.8%	Significado da moda
Média, Mediana e Moda	3	81.8%	Aplicação das estatísticas
	8a)	99.4%	Localização das estatísticas em gráficos
	8b)	99.4%	“ “ “ “ “
	8c)	89.0%	“ “ “ “ “

Verifica-se que os alunos apresentam grandes dificuldades na leitura de gráficos e na aplicabilidade da média e da mediana (questão 4) e na localização das estatísticas em gráficos (questão 8). Dando maior atenção às questões que recorriam a representações gráficas para veicular informação, Boaventura e Fernandes (2004) concluíram que

na questão 4, em que se pedia para determinar, caso fosse possível, o valor de cada uma das medidas, em dados apresentados através de um gráfico e relativos a um atributo qualificativo (...), ofereceu grandes dificuldades para uma grande percentagem de alunos, observando-se uma percentagem de insucesso de 89.0%, para a média, 87,3% para a mediana e 51,9 % para a moda (p. 117).

Neste estudo, foi possível concluir que os alunos revelam dificuldades em trabalhar com a noção de média ponderada e que a mediana foi a medida de tendência central que mais gerou dificuldades nos alunos, seguida da média e da moda, respetivamente. Carvalho e César (2001), num estudo que realizaram com alunos do 7.º ano de escolaridade de duas escolas de Lisboa também concluíram que os mesmos demonstraram mais dificuldades em utilizar e compreender as propriedades da mediana em relação à média.

Em particular, relativamente a estudos realizados com alunos no mesmo nível de ensino dos alunos envolvidos na intervenção pedagógica, Aoyama (2006) desenvolveu um trabalho com 175 alunos, dos quais 80 eram do 10.º ano de escolaridade com o intuito de classificar as respostas dos alunos em diferentes níveis de interpretação de uma representação gráfica. Foram definidos cinco níveis, segundo uma hierarquia de complexidade crescente. Os níveis apresentados por Aoyama (2006) foram os seguintes:

- Nível 1: *Idiossincrático*: Neste nível, os alunos não são capazes de ler valores e características comuns na informação contida numa representação gráfica;
- Nível 2: *Leitura básica de um gráfico*: Neste nível os alunos são capazes de ler e reconhecer tendências na informação veiculada numa representação gráfica, no entanto não são capazes de as justificar relativamente ao contexto do problema;
- Nível 3: *Racional/Literal*: A este nível os alunos são capazes de fazer o que anteriormente foi referido e, ainda, apresentam competências para explicar significados segundo um dado contexto. Todavia, a este nível não apresentam competências para sugerir interpretações alternativas ou discutir sobre a veracidade da informação apresentada ou de resultados obtidos;
- Nível 4: *Crítico*: Os alunos questionam a veracidade dos resultados e avaliam a informação fornecida em função do contexto do problema ou situação em causa;
- Nível 5: *Hipotético e Modelação*: No último nível de interpretação da informação contida numa representação gráfica os alunos são capazes de construir as

suas próprias hipóteses explicativas ou modelos. Os alunos quando atingem este nível de interpretação deixam de ser meros leitores de informação.

Aoyama (2006) concluiu com este estudo que, no Japão, os alunos majoritariamente apresentam capacidades e conhecimentos relativos ao segundo e terceiro níveis. Para a autora os restantes níveis superiores são fundamentais, devendo a Escola investir na Educação Estatística dos mesmos, para que a capacidade de interpretação seja desenvolvida. Só assim os alunos são capazes de avaliar criticamente a informação com que são confrontados todos os dias através, dos meios de comunicação social.

Morais (2010) realizou um estudo com 180 alunos do 9.º ano de escolaridade de um agrupamento de escolas do distrito de Braga com o intuito de compreender a realização dos alunos na resolução de tarefas incidindo na construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos. A informação do estudo referido foi recolhida através da aplicação de um teste. De referir que a amostra considerada estava igualmente distribuída em relação ao género. Relativamente à construção de gráficos estatísticos, Morais (2010) concluiu que de um modo geral os alunos utilizaram vários tipos de gráficos nas respostas às questões colocadas, embora um número considerável de alunos não produziu qualquer tipo de gráficos nas três questões colocadas. No que diz respeito à leitura e interpretação de gráficos estatísticos, Morais (2010) concluiu que no nível 1 (*ler os dados*) os alunos revelaram poucas dificuldades, o que já não aconteceu quando deparados com questões de nível 2 (*ler entre os dados*) e 3 (*ler além dos dados*), sendo mais evidentes os erros e as dificuldades dos alunos, tal como se ilustra na seguinte tabela:

Tabela 5- Dificuldades e erros na leitura, construção e interpretação de gráficos estatísticos

Apresentação de gráficos desajustados dos dados apresentados
Marcação ou ausência de escala nos gráficos
Determinação de classes com diferentes amplitudes
Omissão dos rótulos nos eixos, títulos e legendas
Marcação dos pontos coordenados na construção de um gráfico de linhas
A não observação de todos os elementos do gráfico
Leitura dos dados
Conceito de percentagem

Perante as dificuldades manifestadas pelos alunos no seu estudo, Morais (2010) defende “a necessidade de alguma intervenção no processo de ensino e aprendizagem da Estatística, no que diz respeito à construção, leitura e interpretação de gráficos” (p. 139). Para a autora, essa intervenção “deve ajudar a desenvolver um tipo de ensino que contribua para um maior conhecimento do conceito de gráfico e dos seus elementos, bem como da compreensão dos mesmos” (p. 139).

Além dos estudos apresentados, que incidiram no aluno, Quintas, Oliveira e Ferreira (2009) realizaram um estudo destinado a professores sobre as perspetivas e práticas dos professores de Matemática, do ensino secundário, relativamente ao ensino e aprendizagem de Estatística. Participaram no estudo cerca de 90% dos professores de Matemática, que recentemente lecionaram ou lecionam a disciplina de matemática no 10.º ano de escolaridade, pertencentes à Direção Regional de Educação do Norte (DREN). Um dos objetivos deste estudo foi procurar compreender as práticas de ensino da Estatística dos professores de Matemática no ensino secundário. Verificou-se, relativamente às atividades promovidas no desenvolvimento deste tema, que a resolução de problemas (90%), de exercícios (89%) e a análise de vários tipos de gráficos (89%) são as atividades mais referidas como *sempre* ou *quase sempre* utilizadas nas aulas pela maioria dos professores. Relativamente aos materiais/recursos didáticos utilizados pelos professores inquiridos, estes referiram maioritariamente que utilizam *muito* ou *bastante* diversos manuais escolares e de forma muito menos expressiva a utilização de *sites* de Estatística (35%) e de jornais e revistas (18%) na planificação das aulas de Estatística.

De referir o estudo desenvolvido por Fernandes, Alves, Machado, Correia e Rosário (2009) onde foram selecionadas quatro professoras de matemática, duas que essencialmente lecionam no 3.º ciclo do ensino básico e duas no ensino secundário, com o objetivo de procurar averiguar quais as semelhanças e diferenças entre as práticas de ensino e de avaliação do tema de Estatística em relação aos outros temas matemáticos do currículo. O método de recolha de informação utilizado foi a entrevista semiestruturada a cada uma das professoras intervenientes no estudo. De referir que as professoras intervenientes têm no mínimo 12 anos e no máximo 20 anos de serviço docente. Os autores constataram que duas das professoras preferem lecionar outros temas da Matemática em relação ao tema de Estatística, referindo que vão de encontro com a opinião dos alunos, uma vez que os mesmos “revelam uma clara preferência pelo tema da Estatística, destacando-se, para tal, a sua natureza prática, a sua utilidade e consequente

motivação para o seu estudo e o facto de se tratar de um tema fácil de aprender” (p. 69). Incidindo no ensino de Estatística, o trabalho de grupo, o tipo de tarefas e os materiais didáticos utilizados pelas professoras no ensino da mesma diferem do ensino dos outros temas da Matemática. Relativamente à avaliação da Estatística, os autores verificaram ser evidentes diferenças em relação aos outros temas da Matemática, apontando que todas as professoras atribuem maior peso ao trabalho de grupo, mas uma das professoras envolvidas no estudo menciona que sente dificuldades em avaliar os alunos através do trabalho de grupo. A mesma referiu que o trabalho de grupo é o meio para avaliar em pouco tempo o tema de Estatística. Em suma, Fernandes, Alves, Machado, Correia e Rosário (2009) concluíram “por um lado, que as professoras que participaram no estudo demonstram conhecer as orientações relevantes relativas ao ensino e à avaliação em Estatística, e, por outro, revelem algumas dificuldades e limitações na implementação dessas orientações” (p. 70). Os autores reforçam a necessidade ou o aprofundamento da formação dos professores em Estatística.

Os estudos apresentados salientam por um lado a necessidade de criar momentos desafiantes aos alunos, para que desenvolvam a capacidade de Literacia Estatística e, por outro, que os professores necessitam de formação em Estatística mais abrangente, não a encarando como um tema inferior da Matemática para que esta não seja desvalorizada e o seu ensino não seja meramente técnico.

2.3. Estratégias de intervenção

Estratégias de ensino que visam a aprendizagem de todos os alunos (NCTM, 2007) requerem do professor estratégias diversificadas e uma reflexão constante sobre a sua prática. Refletir sobre as nossas ações, conhecimentos e tomadas de decisão envolve “a crítica sobre como estamos a perceber, pensar, julgar e agir (...) bem como sobre as razões do porquê de termos feito o que fizemos” (Saraiva & Ponte, 2003, p. 7). As estratégias de ensino utilizadas recaíram sobre o ensino da Estatística, sendo esse tema encarado como uma oportunidade para se desenvolver “um ensino diferente daquele que é implementado noutros temas da disciplina de Matemática, nomeadamente pela possibilidade de promover o trabalho de equipa, a autonomia, o sentido crítico e o exercício de uma cidadania esclarecida” (Fernandes, Alves, Machado, Correia & Rosário, 2009, p. 52).

2.3.1. Metodologias de ensino e de aprendizagem

Neste subcapítulo apresentam-se as metodologias de ensino e de aprendizagem que guiaram a implementação deste projeto tendo por base a dinâmica que pretendia que existisse na sala de aula. Deste modo, o papel do professor e do aluno, o tipo de tarefas e o formato de ensino predominante na intervenção pedagógica foram as preocupações centrais da mesma.

Papel do professor e do aluno

Na implementação deste projeto desempenhei diferentes papéis dependendo do momento da aula em causa, uma vez que era mais ativa nos momentos de consolidação de conceitos do que no trabalho dos alunos, nas discussões geradas, na síntese final e na realização das tarefas. Nos momentos em que os alunos resolviam as tarefas em grupo, procurei desempenhar um papel de moderadora dos seus trabalhos, para que os alunos pudessem desenvolver as suas atividades de aprendizagem o menos dependente possível da minha atividade. Nos momentos de síntese e discussão com a turma procurei colocar questões que envolvessem os alunos, encorajando os mesmos “a pensar, a questionar, a resolver problemas e a discutir as suas ideias, estratégias e soluções” (NCTM, 2007, p. 19).

Quanto ao papel do aluno procurei que fosse central na dinâmica da sala de aula, incidindo na relação do conhecimento prévio com a aprendizagem de conhecimento novo, uma vez que considero que o aluno desenvolve uma aprendizagem significativa se tiver a oportunidade de recorrer e utilizar os conhecimentos que anteriormente adquiriu. Segundo o NCTM (2007), a compreensão de conceitos matemáticos poderá ser modelada ao longo da escolaridade desde que o aluno tenha um papel ativo nas tarefas desenvolvidas na sala de aula. As orientações atuais do programa de Matemática incidem na importância de existir uma participação ativa e responsável de todos os intervenientes na gestão e no processo de ensino e aprendizagem (Ministério da Educação, 2002).

Tarefas

A escolha das tarefas a constar em cada plano de aula é particularmente relevante. Segundo Ponte et al. (1997), as tarefas têm diferentes potencialidades considerando necessário que estas propiciem ao aluno experiências diversificadas e interessantes. A diversidade de

tarefas que o professor tem ao seu dispor no momento da planificação de uma aula desafia a sua capacidade de as escolher criteriosamente para que emanem os objetivos definidos no programa de Matemática, segundo o qual o professor “deve propor ao aluno um conjunto de tarefas de extensão e estilo variáveis (...) de modo que, no conjunto, reflitam equilibradamente as finalidades do currículo” (Ministério da Educação, 2002, p. 13). Ponte (2005) classifica os diferentes tipos de tarefas conforme o seu grau de desafio e de abertura. Na minha intervenção recorri a algumas tarefas com grau de desafio e de abertura reduzidos, os exercícios, nos momentos de consolidação de conhecimentos e aplicação prática dos novos conceitos (Ponte, 2005). Também utilizei alguns problemas, tarefas com grau de abertura reduzido mas de desafio elevado, uma vez que a resolução de problemas é um dos temas transversais contemplados no programa de Matemática e pelo facto de terem um contexto real. Carvalho (2009) considera que as tarefas estatísticas devem recorrer a situações do dia a dia para motivar os alunos e para que os mesmos possam atribuir significados aos conhecimentos que adquirem. Além disso, recorri a tarefas com grau de abertura e de desafio elevados, tarefas de exploração para envolver o aluno na construção do seu próprio conhecimento, uma vez que “é muitas vezes mais eficaz, em termos de aprendizagem, que eles descubram um método próprio para resolver uma questão do que esperar que eles aprendam o método do professor” (Ponte, 2005, p. 9).

Em suma, na minha intervenção pedagógica procurei desenvolver um ensino exploratório com o intuito de potenciar o desenvolvimento da capacidade dos alunos de elaborarem estratégias de resolução das tarefas propostas, desafiando-os a “explicar e justificar o seu raciocínio. Deste modo, ao justificar os seus raciocínios de maneira lógica, o aluno torna-se também numa autoridade na sala de aula” (Ponte & Serrazina, 2009, p. 4). Ao atribuir especial importância à atividade dos alunos, procurei estruturar as planificações das aulas que lecionei de modo a valorizar o que o aluno diz e faz (Viseu, 2009), promovendo momentos de resolução de problemas, discussão e desenvolvimento da autonomia e capacidade crítica do mesmo.

Além do grau de desafio e de abertura da tarefa, a utilização de recursos tecnológicos na resolução das mesmas foi um fator tido em conta ao longo da intervenção. As tecnologias utilizadas nas aulas foram a calculadora gráfica e o computador para permitirem aos alunos fazer de forma correta e eficiente a construção de gráficos e respetiva visualização e, ainda, libertá-los de cálculos morosos (NCTM, 2007). Fernandes, Carvalho e Ribeiro (2007) consideram

que “o recurso a novas tecnologias permite libertar os alunos de tarefas rotineiras, deixando-lhes mais tempo para explorar, visualizar e interagir” (p. 35). Além de libertar o aluno de tarefas rotineiras, Ponte (1991) refere que o uso da tecnologia permite ao professor incidir no que nos diz o gráfico e ao aluno procurar, justificar e explicar o que acontece num gráfico para além de uma mera leitura do mesmo. Por outro lado, o uso da calculadora na aprendizagem de Estatística pode ajudar o aluno na medida em que o “poder gráfico das ferramentas tecnológicas possibilita o acesso a modelos que são poderosos, mas que muitos alunos são incapazes ou não estão dispostos a realizar de modo independente” (NCTM, 2007, p. 27). Pretendi, desta forma, enriquecer e melhorar a aprendizagem dos alunos ao promover a discussão entre eles e o professor sobre os gráficos obtidos e as conclusões que daí podem resultar. No programa de Matemática é considerado indispensável o uso de calculadoras gráficas, o que torna importante que os alunos não se limitem a transcrever o que visualizam mas que interpretem e descrevam os raciocínios utilizados.

Em suma, a escolha das tarefas deve desafiar “a capacidade didática do professor a fim de motivar todos os alunos a aprender com sucesso” (Viseu, 2009, p. 49) e a articulação entre as diferentes representações dos conceitos estatísticos para elevar os índices de assimilação e acomodação do conhecimento destes conceitos.

Trabalho de grupo

Nas aulas que lecionei organizei as atividades dos alunos, exceto as referentes aos momentos de avaliação, em grupo. Optei por organizar os alunos em grupos por duas razões distintas: (1) a Estatística é um tema que permite a discussão entre os alunos e estes podem e devem tirar partido das vantagens de trabalhar em equipa. Segundo Martins e Ponte (2010), o trabalho grupal permite “desenvolver uma dinâmica em aula em que todos os alunos têm oportunidade de apresentar o seu trabalho, de o ver questionado pelos outros alunos e também de questionar o trabalho dos seus colegas” (p. 16); (2) os alunos não trabalharam neste formato de ensino ao longo do ano, podendo desta forma proporcionar-lhes uma experiência diferente daquela que lhes é mais ‘familiar’. Os grupos formados eram heterogéneos, pois alunos com diferentes capacidades, ritmos e dificuldades podem interagir e desenvolver capacidades uns com os outros. A tabela seguinte exemplifica a distribuição dos alunos pelos respetivos grupos:

Tabela 6- Distribuição dos alunos pelos respetivos grupos

Grupos:	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
Alunos:	A1 e	A3, A4 e	A6, A7 e	A9, A10	A12, A13	A15, A16	A18, A19	A21, A22
Ai	A2	A5	A8	e A11	e A14	e A17	e A20	e A23

Castro e Ricardo (citados por Gonçalves, 2011) consideram que a dimensão de um grupo pode variar entre quatro a oito elementos. No entanto pela análise da tabela 6 verifica-se que os grupos eram formados por três elementos, com exceção do grupo I que era formado por dois elementos. Isto deve-se ao facto da sala ser bastante pequena, o que não possibilitava a formação de grupos maiores e, também, porque se os grupos fossem maiores poderia gerar mais ruído na turma e mais dificuldade da minha prática em gerir as atividades de cada grupo.

Todos os alunos podem desenvolver novas capacidades através do trabalho de grupo, ajudar os colegas pode ser útil aos melhores alunos ao permitir-lhes observar processos conhecidos e refletir sobre eles a um nível cognitivo superior. Para isso, é preciso que a ajuda não se limite a dar informações, mas envolva explicação e discussão. A ajuda pode também beneficiar os alunos com dificuldades desde que estes reconheçam a sua necessidade e tenham oportunidade de usar, de facto, as explicações recebidas (Matos & Serrazina, 1996). Cabe ao professor desenvolver estratégias para que todos os elementos de um dado grupo se (co)responsabilizem pelo trabalho desenvolvido no grupo e que, quando solicitados, sejam capazes de explicar as suas resoluções.

2.3.2. Estratégias de avaliação da ação

Para poder avaliar o impacto da minha intervenção pedagógica utilizei diferentes métodos de recolha de dados. Os instrumentos utilizados foram um teste diagnóstico de tópicos de Estatística, questionários, gravações de todas as aulas lecionadas com ênfase no projeto, o portefólio de grupo e entrevistas.

Teste diagnóstico de Estatística. O teste diagnóstico de Estatística (anexo 3) foi um instrumento utilizado antes da intervenção pedagógica, com o intuito de compreender quais os conhecimentos prévios dos alunos sobre conceitos estatísticos que tinham sido aprendidos no ensino básico. O mesmo era formado por quatro questões, sendo abordadas diferentes representações gráficas ao longo do mesmo para perceber de que forma os alunos tinham

desenvolvido capacidades para ler, interpretar e avaliar informação contida em gráficos já estudados em anos anteriores. Por outro lado, o mesmo permitiu aos alunos terem noção dos seus conhecimentos, daquilo que estava esquecido e que era necessário relembrar.

Questionários. Neste estudo foram utilizados dois questionários como instrumentos de recolha de informação mas com públicos-alvo distintos, um direcionado aos alunos da turma e outro direcionado a todos os professores do departamento de Matemática da escola onde este projeto foi desenvolvido. O questionário dirigido aos professores de Matemática (anexo 4) foi realizado antes da intervenção pedagógica com o objetivo de compreender quais as perceções dos mesmos relativamente ao ensino da Estatística, com particular ênfase na importância que atribuem ao ensino deste tema, nas estratégias e materiais didáticos utilizados, nas dificuldades sentidas no ensino e na aprendizagem de tópicos estatísticos e, ainda, nas preocupações/cuidados dos professores quando contemplam as representações gráficas na abordagem de tópicos estatísticos. As questões deste questionário eram maioritariamente de resposta aberta para que os professores pudessem expressar a sua opinião, sem que a mesma fosse condicionada por um conjunto de opções.

O questionário dirigido aos alunos (anexo 5) foi realizado no final da intervenção pedagógica com a propósito de conhecer as perceções dos mesmos acerca da estratégia desenvolvida, sobretudo sobre a utilização das representações gráficas no ensino e na aprendizagem de Estatística no 10.^o ano de escolaridade. Este questionário era formado por dois grupos, o primeiro grupo com questões de resposta fechada e o segundo grupo com cinco questões de resposta aberta. Em cada questão do primeiro grupo teriam de escolher cinco opções, seguindo a tipologia da escala de Likert: DT – Discordo totalmente, D – Discordo, C – Concordo e CT – Concordo Totalmente. Nas questões do segundo grupo, pedia-se aos alunos que justificassem as suas ideias, que comentassem e se posicionassem face a uma dada afirmação, para poder compreender se os mesmos desenvolveram capacidades para criticar informação e expressar a sua opinião face a um determinado assunto.

Este instrumento foi utilizado por ser passível de ser colocado a um número de pessoas considerável e, de forma anónima, poder obter as opiniões das mesmas. Mas, antes da sua implementação passou por uma fase de validação, sendo validado por alguns professores, que incidiram os seus comentários na alteração da ordem das questões e na extensão do questionário.

Gravações. As aulas referentes à concretização do meu projeto foram gravadas, sendo que, para tal, foi efetuado um pedido de autorização tanto ao Diretor da Escola (anexo 1) como aos Encarregados de Educação (anexo 2), elementos mais próximos dos intervenientes neste estudo. Segundo o NCTM (2007) estas as gravações de aulas fazem parte de uma técnica de avaliação que deve ser utilizada pelos professores uma vez que as conversas que ocorrem durante a aula poderão orientar possíveis mudanças e, além disso, permitem ao professor refletir sobre as decisões que foram tomadas no decorrer da aula. Estas gravações permitiram-me transcrever diálogos gerados nas discussões com a turma e, ainda, utilizar algumas imagens do quadro para ilustrar certos momentos das aulas.

Para a gravação das aulas recorreu-se a uma câmara de filmar, que foi colocada no fundo da sala e direcionada para o quadro com o intuito de não influenciar o comportamento e o trabalho dos alunos. No entanto, nas primeiras aulas gravadas os alunos mostraram alguma timidez em participar e, por vezes, receio em ir ao quadro quando solicitados para explicar as suas resoluções para a turma. Posteriormente, foram-se esquecendo da mesma, passando a demonstrarem um comportamento muito semelhante ao das restantes aulas do ano letivo.

Entrevista. Após a análise do questionário colocado à turma tornou-se pertinente realizar uma entrevista semiestruturada (anexo 6), depois da intervenção pedagógica, pelo facto de procurar compreender o porquê de algumas das respostas dadas pelos alunos, no sentido de ter uma melhor perceção das suas opiniões de forma mais detalhada. No entanto, pela natureza qualitativa que orienta a análise da minha ação, ao traduzir-se na compreensão dos significados dos diferentes intervenientes na sala de aula (Bodgan & Biklen, 1994), optei por seleccionar seis dos alunos da turma. Esta decisão prende-se com o facto de o final da minha intervenção pedagógica coincidir com o final do ano letivo pelo que seria complicado conseguir que todos os alunos se deslocassem à escola para poder realizar a entrevista. Como tal, optei por seleccionar seis alunos segundo o seu desempenho na disciplina de Matemática ao longo do ano letivo. Dois dos alunos entrevistados tiveram ao longo do ano letivo classificações entre 8 e 13 valores, dois entre 14 e 17 valores e, por fim, dois com classificações superiores a 17 valores.

Bodgan e Biklen (1994) consideram que a entrevista é um instrumento que permite compreender os pontos de vista dos entrevistados e quais as justificações para os mesmos. Por outro lado, estes autores referem que as entrevistas em grupo podem permitir uma maior

proximidade, neste caso, entre a professora e os alunos entrevistados e o contexto em que os mesmos se inserem.

Antes da entrevista, os alunos tiveram acesso ao guião da mesma para terem conhecimento das questões que lhes seriam colocadas e para que pudessem refletir um pouco sobre cada uma delas. Além disso, todas as entrevistas foram realizadas depois da avaliação da disciplina de Matemática, para que os alunos compreendessem que a mesma não teria qualquer influência na sua classificação. No início de cada entrevista, tive o cuidado de perguntar aos alunos se a mesma poderia ser gravada, sendo mantida uma conversa pouco formal para que estes não se sentissem intimidados em exporem a sua opinião. Tive a preocupação de não interromper o discurso dos alunos para que a minha ação não condicionasse a opinião dos mesmos.

As entrevistas foram gravadas e transcritas no mesmo dia em que foram realizadas, para que não se perdessem detalhes e para que não se tornasse uma transcrição difícil pelo facto de ser mais do que um aluno entrevistado ao mesmo tempo (Bodgan & Biklen, 1994). A informação retirada das entrevistas foi cruzada com a informação obtida através do questionário.

Análise documental. A análise de documentos complementa a informação recolhida por outros instrumentos referidos e utilizados no desenvolvimento deste projeto. Os documentos analisados foram: (i) os planos de aula, das aulas lecionadas com ênfase no projeto; (ii) reflexões redigidas antes e depois de cada intervenção de ensino, com o intuito de me fazer pensar e questionar sobre a planificação e a concretização de cada aula; (iii) os portefólios de cada grupo; e (iv) registos pontuais, efetuados por mim e pela minha colega de estágio durante a minha intervenção pedagógica. E, além destes, foram consultados alguns documentos oficiais da escola para uma maior integração no contexto escolar em questão.

Como para o desenvolvimento deste estudo era fundamental analisar as atividades dos alunos nas aulas lecionadas, nomeadamente os seus processos de resolução às tarefas propostas, achei pertinente proceder à elaboração de um portefólio de grupo. Cada grupo teve a responsabilidade de no final da intervenção pedagógica, numa data combinada com os mesmos, entregar o seu portefólio, que consistiu numa coleção organizada dos trabalhos produzidos (Menino & Santos, 2004), sendo definido com os alunos o que era necessário incluir no mesmo.

CAPÍTULO 3

INTERVENÇÃO

A análise da minha intervenção pedagógica compreende três momentos diferenciados: antes, durante e depois dessa intervenção, que de seguida se apresentam segundo o que resultou das atividades desenvolvidas em cada um destes momentos.

3.1. Antes da Intervenção

No momento que antecedeu a minha ação pedagógica com uma turma do 10.^o ano de escolaridade, procurei compreender os contextos ‘mais próximos’ da minha intervenção na escola. Como tal, considerei pertinente compreender as práticas de ensino dos professores de Matemática relativamente ao tema de Estatística e, além disso, efetuar uma análise do capítulo de Estatística do manual escolar do aluno, recurso didático que utilizaram ao longo do ano letivo. Desta forma, procurei indagar a atenção que é dada às representações gráficas no ensino do tema de Estatística deste ano escolar por parte: (i) do manual escolar do aluno; (ii) dos professores da escola onde desenvolvi a minha prática pedagógica; e (iii) das respostas que os alunos deram a um teste de diagnóstico.

3.1.2. Manual Escolar

Como as estratégias de ensino e de aprendizagem podem ser influenciadas pelo que o manual escolar veicula, analisei o capítulo de Estatística do manual escolar selecionado na escola onde realizei a minha prática pedagógica. Pretendi assim averiguar de que forma o manual escolar contribui para promover a capacidade de Literacia Estatística – compreender se através das atividades propostas o aluno desenvolve competências para ler, interpretar e avaliar criticamente a informação presente nas mesmas (Gal, 2002) – com recurso a diferentes representações dos conceitos estatísticos e, também, quais as representações que prevalecem no manual escolar em causa. Esta análise torna-se pertinente dada a importância que o manual escolar parece ter na prática letiva de um professor. Porém, este artefacto didático não deve ser

exclusivo e deve incentivar o recurso a outras fontes de informação, contribuindo desta forma para o processo de aquisição de competências do aluno (Morgado, 2004).

O manual escolar em causa apresenta uma estrutura clara, em todos os temas presentes permite ao aluno uma consulta simples, tira partido de algumas cores, que destacam a informação e contém um conjunto de ilustrações, desde imagens de situações reais – que ilustram, por exemplo, pessoas a praticar desporto – a gráficos que tornam o manual escolar mais apelativo ao olhar do aluno. Na parte central são apresentados os diversos conteúdos do tema com exemplos ilustrativos e, no final de cada tópico, algumas tarefas de desenvolvimento das aprendizagens sobre os mesmos. Nas margens das folhas são propostas tarefas de aplicação direta do que se aprende na explanação dos conteúdos teóricos, sob a forma de exercícios e problemas. No final de cada tema existe uma secção, designada *Para Praticar*, com diversas propostas que abarcam todos os conteúdos tratados.

As diferentes formas de organizar a informação presente nas tarefas apresentadas pelo manual escolar surgem de forma explícita e implícita nas mesmas, isto é, umas tarefas utilizam formas de organização da informação estatística que apresentam explicitamente e outras tarefas pedem aos alunos o recurso a formas de organização da informação apresentada nas mesmas de forma implícita:

Tabela 7- Frequência absoluta das formas explícitas de organização da informação estatística contempladas no manual escolar

	Parte central		Margens	Final do tema
	Teoria	Tarefas	Tarefas	<i>Para Praticar</i>
Tabelas	42	21	21	16
Gráficos de linhas	3	3	3	4
Histogramas	12	6	4	3
Gráficos circulares	3	3	1	3
Diagramas de caule-e-folhas	3	3	3	0
Diagramas de extremos e quartis	1	2	2	9
Diagramas de dispersão	6	0	3	0
Gráficos de barras	9	5	8	10

Da análise das diferentes tarefas apresentadas pelo manual no tema de Estatística, constata-se que a informação é veiculada predominantemente através de tabelas e, entre os gráficos, de histogramas e gráficos de barras (Tabela 7).

Tabela 8- Frequência absoluta das formas implícitas de organização da informação estatística sugeridas nas tarefas do manual escolar

	Parte central		Margens	Final do tema
	Teoria	Tarefas	Tarefas	<i>Para Praticar</i>
Tabelas	-	8	7	6
Gráficos de linhas	-	1	1	2
Histogramas	-	4	3	2
Gráficos circulares	-	0	0	0
Diagramas de caule-e-folhas	-	1	0	0
Diagramas de extremos e quartis	-	3	0	0
Diagramas de dispersão	-	3	2	2
Gráficos de barras	-	0	1	0

Da análise das diferentes tarefas apresentadas pelo manual no tema de Estatística, constata-se que maioritariamente suscitam aos alunos a construção de tabelas, histogramas e diagramas de dispersão (Tabela 8). De referir que o gráfico de barras, forma de organizar informação predominante na apresentação da informação estatística presente no manual escolar apenas uma vez é sugerida ao aluno a construção dessa representação gráfica.

Relativamente à secção *Para Praticar*, esta é composta por trinta e sete tarefas das quais sete são de escolha múltipla. As tarefas referidas apresentam graus de abertura e desafio variáveis. A título de exemplo, a tarefa a seguir apresentada, é segundo Ponte (2005) considerada um problema, tem um grau de abertura reduzido mais apresenta um grau de desafio elevado:

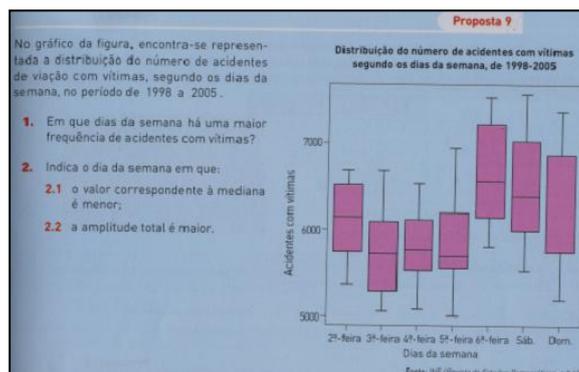


Figura 2. Exemplo ilustrativo das propostas presentes no manual escolar, na secção *Para Praticar*, que veiculam a informação através de representações gráficas.

Como se pode verificar, a proposta apresentada recorreu a diagramas de extremos e quartis para representar a informação e, além disso, os alunos para resolverem o problema precisam de estabelecer comparações entre os diferentes gráficos, o que aumenta o grau de dificuldade da proposta.

Considerando as sete tarefas de escolha múltipla referidas, 57% não recorrem a formas de organizar a informação, como se ilustra com a seguinte tarefa:

4. A Joana obteve, na escala de 0 a 20, as seguintes classificações em seis das sete disciplinas que frequenta: 15, 12, 18, 12, 14 e 17.

Se o valor exacto da média das sete classificações é 15, então pode concluir-se que a classificação da disciplina que falta é:

(A) 15; (B) 16; (C) 18; (D) 17.

Figura 3. Exemplo ilustrativo das tarefas de escolha múltipla presentes na secção *Para Praticar*.

Todavia, este tipo de análise não permite compreender o propósito com que cada uma delas é utilizada e que nível de compreensão requer. Para cada componente de análise acima referida na tabela, faço uma análise mais específica para se conseguir averiguar que nível de compreensão exige ao aluno segundo os níveis de compreensão estabelecidos por Curcio (1989). Para esse fim, elaborei a seguinte tabela com o intuito de perceber que níveis de compreensão deve o aluno atingir se o professor se cingir na sua prática às tarefas propostas pelo manual escolar. Desta forma, pretendi, após a análise da tabela, problematizar se o manual escolar contribui para o desenvolvimento da capacidade crítica do aluno.

Tabela 9- Frequência absoluta das tarefas que contemplam o desenvolvimento da capacidade de literacia estatística nos alunos segundo os diferentes níveis de compreensão estabelecidos por Curcio (1989)

	Parte central	Margens	Final do tema
Níveis de compreensão	Tarefas	Tarefas	<i>Para Praticar</i>
<i>Ler os dados</i> (nível 1)	0	3	2
<i>Ler entre os dados</i> (nível 2)	6	19	17
<i>Ler além dos dados</i> (nível 3)	0	0	0
<i>Ler os dados e ler entre os dados</i>	8	15	15
<i>Ler entre os dados e ler além dos dados</i>	0	0	2
<i>Ler os dados, ler entre os dados e ler além dos dados</i>	4	0	1

Por observação da tabela, depreende-se que as tarefas propostas na parte central, nas margens e na secção *Para Praticar* têm em vista diferentes propósitos. No que concerne às tarefas das margens, consegue-se perceber que se destina a tarefas de aplicação dos conhecimentos aprendidos, em que são exigidos níveis de compreensão com grau de complexidade baixo (Ponte, 2005). Predominam as questões explícitas, a construção isolada de diferentes representações gráficas, o cálculo de medidas de tendência central e de dispersão, como exemplifica a seguinte proposta:

42. Um prédio é constituído por 56 apartamentos com as seguintes características:

Tipo	Área (m ²)	N.º de apartamentos
T0	55	5
T1	80	10
T2	95	23
T3	112	7
T4	180	13

Considera a distribuição das áreas dos 56 apartamentos e indica:

42.1 a moda e a mediana;
 42.2 os 1.º e 3.º quartis;
 42.3 a média das áreas dos apartamentos.

Figura 4. Exemplo do tipo de tarefas predominantes nas margens do manual escolar.

A tarefa apresentada exemplifica o tipo de tarefas que predominam nas margens do manual ao longo do tema de Estatística, verificando-se que a exploração do significado dos conceitos estudados e dos valores obtidos é praticamente nula. No entanto, o professor que utilizar o manual escolar na sua prática letiva pode recorrer a alguns destes exercícios uma vez que algumas tarefas podem ser enunciadas de forma explícita, numa fase inicial, para que o professor possa suscitar o interesse do aluno (Ponte, 2005).

Relativamente às tarefas que aparecem na parte central, o nível de compreensão *ler além dos dados* tem alguma expressão, mostrando desta forma que essas tarefas desempenham no manual escolar do aluno um papel diferente das tarefas das margens. No entanto, este nível aparece de forma 'tímida' em detrimento de ser mais explorado, visto que os temas abordados nas tarefas são atuais e, conseqüentemente, de possível interesse para os alunos, podendo estes manifestar um olhar crítico sobre os mesmos se forem incentivados. Como refere o NCTM (2007), o interesse dos alunos deve ser alimentado e apoiado para que tenham a oportunidade de se superarem a si mesmos. Todavia, mesmo que o professor recorra a tais tarefas presentes no manual escolar pode modificá-las para que o nível de compreensão mais elevado seja contemplado e atingido pelos alunos. O professor procedendo desta forma, além de promover momentos interessantes para que o aluno se desenvolva enquanto cidadão crítico na sociedade, está também a ser um construtor do currículo e a encarar o manual escolar não como um instrumento a seguir 'à risca', mas como um recurso didático que pode ser conjugado com outros (Morgado, 2004).

Por fim, a secção *Para Praticar*, que engloba tarefas de todos os conteúdos abordados ao longo do tema, apresenta tarefas semelhantes às tarefas das margens. A diferença reside no facto do último nível de compreensão aparecer com pequena expressão, e já nas últimas propostas da secção.

Considerando as tarefas da parte central, das margens e as presentes na secção *Para Praticar* do manual escolar, e procurando possíveis relações, foco o facto de em nenhum dos casos mencionados existirem tarefas que procurem desenvolver no aluno capacidades de literacia estatística referentes ao nível 3; *ler além dos dados*, quando os outros níveis surgem frequentemente ao longo do tema. Ainda em termos de comparação, é grande a expressividade de questões que exigem do aluno a capacidade de *ler entre os dados* em todos os casos referidos, mas a componente crítica é pouco explorada, poucas vezes é pedido aos alunos que

justifiquem as suas respostas, que interpretem no contexto do problema os valores obtidos e, ainda, que estabeleçam comparações e relações entre diferentes representações gráficas (Carvalho, 2009).

3.1.2. Perceções de professores de matemática sobre a utilização das representações gráficas no ensino de Estatística do 10.º ano de escolaridade

O ensino de Estatística, assim como qualquer outro tema do programa de Matemática, depende da forma como o professor o encara, lhe confere utilidade e importância (Saraiva & Ponte, 2003). Considerando este pressuposto, procurei compreender de que forma os professores de Matemática veem o ensino de Estatística e a utilização das representações gráficas nesse ensino através de um questionário (anexo 4). Dos vinte e três professores de Matemática da escola que lecionam no ensino secundário somente doze se disponibilizaram a entregar as suas respostas. Os professores que responderam ao questionário são maioritariamente do sexo feminino (70%), têm pelo menos 10 anos de serviço docente, o que permite inferir que a maior parte deles tem muita experiência profissional (Figura 5), e são Profissionalizados do Quadro de Escola/Agrupamento, à exceção de um professor que é Profissionalizado Contratado.

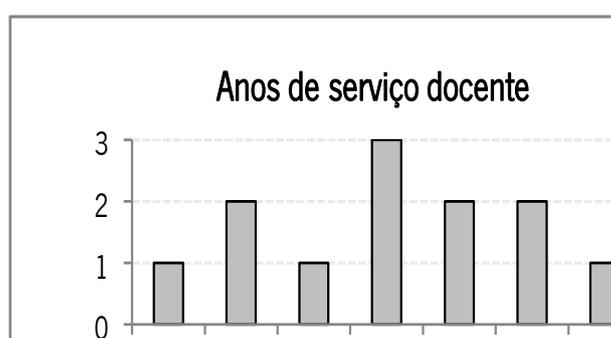


Figura 5. Gráfico que representa os anos de serviço docente dos professores inquiridos.

Dos professores inquiridos, quatro lecionam os três anos do ensino secundário, um o 10.º e o 11.º anos, quatro lecionam no 10.º ano, dois lecionam no 11.º ano e um no 12.º ano de escolaridade.

Relativamente ao tema de Estatística os professores foram questionados sobre a importância que atribuem ao ensino da mesma. As respostas dadas pelos professores foram esquematizadas no quadro seguinte por categorias:

Quadro 1- Frequência das considerações dos professores inquiridos relativamente às finalidades e à importância que atribuem à Estatística em comparação com outros temas (n=12)

Categorização das respostas	Ensino da Estatística		
	Finalidades	Importância	Em relação aos outros temas do programa
Utilidade prática	5	1	-
Instrumento de interpretação e intervenção no dia-a-dia	2	2	1
Preocupação com temas contemplados nos exames nacionais	-	-	5
Interpretação da informação transmitida nos <i>media</i>	2	1	1
Desenvolver o espírito crítico e capacidade de tirar conclusões nos alunos	3	-	-
Organização de dados e leitura de gráficos	2	1	-
Pouco interessante e pouco desafiante	-	2	1
Todos os temas são igualmente importantes	-	5	1
Falta de tempo	-	-	2

As finalidades mais apontadas pelos professores sobre o ensino da Estatística incidem na sua utilidade prática e no desenvolvimento do espírito crítico e capacidades que permitam aos alunos tirar conclusões, tal como ilustram as seguintes afirmações:

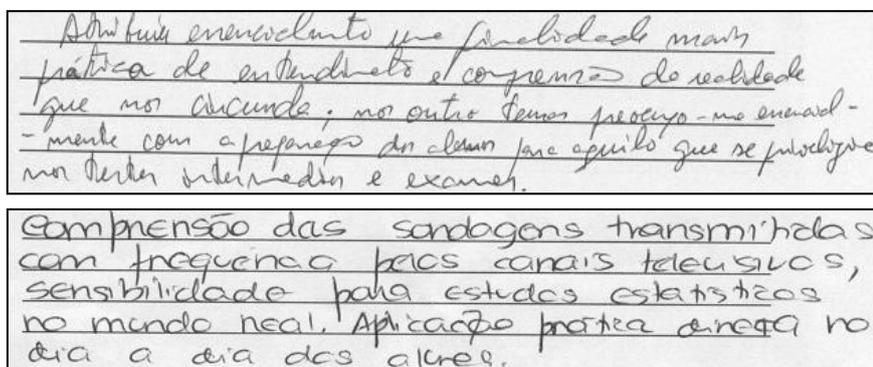


Figura 6. Respostas dadas pelos professores P_6 e P_{10} .

A referência à utilidade prática da Estatística permite aos alunos uma maior compreensão da informação onde todos os dias ‘tropeçamos’, nomeadamente nos *media*.

As preocupações com a falta de tempo e os exames nacionais são evidenciadas e estão presentes no dia-a-dia dos professores, condicionando a forma como estes lecionam a Estatística. Este tema não costuma a ser contemplado nos exames pelo que muitas vezes é lecionado, como referido pelo professor P₁₀, com uma certa “ligeireza”.

Relativamente à importância atribuída à Estatística, os professores consideram que a Estatística não se destaca em relação aos outros temas que integram o programa de Matemática do 10.º ano de escolaridade, como exemplifica a seguinte resposta:

Atribuo a mesma importância que os outros temas pois considero que os alunos necessitam de competências cada vez mais fortes em todas as áreas qualitativas da sociedade, incluindo a compreensão de estatística..

Figura 7. Resposta dada pelo professor P₄.

Para dois professores, a Estatística é um tema pouco interessante e pouco desafiante, como ilustra a seguinte resposta:

Acho um tema pouco interessante e pouco importante comparado com outros temas.
Acho que é um exagero o número de aulas dedicadas a este tema.

Figura 8. Resposta dada pelo professor P₁.

A importância que cada professor dá ao tema da Estatística reflete-se no número de aulas que atribuem para lecionar os conceitos estatísticos (Figura 9).



Figura 9. Gráfico que ilustra o número de aulas que os professores utilizam para o ensino de Estatística.

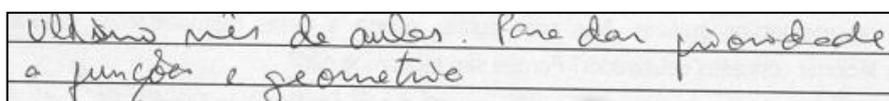
Dos professores inquiridos, metade utilizam de 10 a 13 aulas para lecionar conceitos estatísticos e nenhum dos professores refere utilizar menos de seis aulas para o ensino dos mesmos. Menos de seis aulas é um número que não favorece uma aprendizagem significativa dos conceitos estatísticos ou de qualquer outro tema da Matemática.

Tendo em conta o tempo que cada professor estabelece na sua planificação ao ensino de Estatística, achei importante compreender em que altura do ano costuma lecioná-la e que importância curricular lhe atribui (Quadro 2).

Quadro 2- Gestão curricular relativamente ao tema de Estatística (n=12)

Tipo de respostas	Gestão curricular	
	Quando é lecionada a Estatística	Importância Curricular
Leciono o tema de Estatística no 3.º período	12	-
Redução na importância curricular	-	6
Necessidade de desenvolver capacidades importantes no processo de ensino-aprendizagem	-	2
Importância curricular reduzida por causa da preparação dos alunos para os exames nacionais	-	2
Importância curricular reduzida devido à extensão do programa de Matemática	-	2

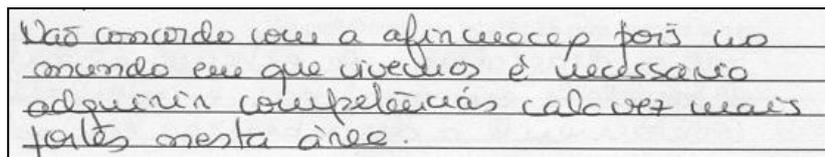
Os professores referem lecionar o tema de Estatística no 3.º período, pelo que alguns deles especificam concretamente a altura, como é exemplificado com a seguinte resposta:



Ultimo mês de aulas. Para dar prioridade a funções e geometria

Figura 10. Resposta dada pelo professor P₆.

Evidencia-se a preocupação com os temas que são mais contemplados nos exames nacionais. Relativamente à importância curricular da Estatística no ensino secundário, verifica-se que 50% dos professores inquiridos consideram que esta deve ser reduzida. Os restantes não concordam com a redução na importância curricular da Estatística no ensino secundário, mencionando as capacidades que o ensino de Estatística permite desenvolver nos alunos e que são úteis para os mesmos no seu dia-a-dia, como salienta a seguinte afirmação:

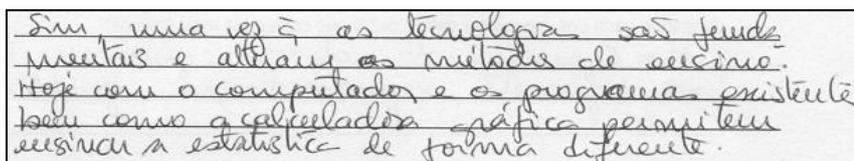


Não concordo com a afirmação pois no mundo esse que vivemos é necessário adquirir competências cada vez mais fortes nesta área.

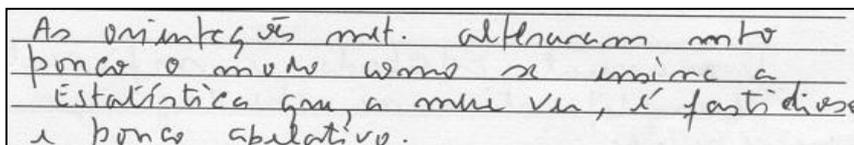
Figura 11. Resposta dada pelo professor P_4 .

Procurando compreender se existe alguma relação entre a importância curricular que o professor atribui ao tema da Estatística e a sua experiência profissional, verifiquei que, na amostra considerada, essa relação não existe, ou seja, independentemente do número de serviço docente os professores referiram que a Estatística deveria ser reduzida na sua importância curricular.

Considerando orientações metodologias do atual programa de matemática, procurei perceber se essas orientações vieram alterar a forma como os professores ensinam a Estatística. Novamente é dispar a opinião dos professores inquiridos, como se constata com respostas dadas pelos professores P_3 e P_1 :



Sim, uma vez q as tecnologias são fundamentais e alteram os métodos de ensino. Hoje com o computador e os programas existentes hoje como o calculadora gráfica permitem ensinar a estatística de forma diferente.



As orientações met. alteram muito pouco o modo como se ensina a Estatística que, na minha via, é fastidioso e pouco apelativo.

Figura 12. Respostas dadas pelos professores P_3 e P_1 .

O professor P_1 mostra desvalorizar a Estatística em comparação com os outros temas da Matemática, não apresentando uma sugestão ou um recurso para que esta se revele apelativa para os alunos. As orientações metodológicas do programa são como a palavra indica apenas orientações que o professor deve considerar, no entanto é necessário que o professor adapte o currículo prescrito ao contexto e às características da sua turma.

Questionados sobre a forma como lecionam o tema de Estatística, os professores apontam uma variedade de estratégias (Quadro 3).

Quadro 3- Frequência das estratégias de ensino referidas pelos professores inquiridos (n=12)

Tipos de resposta	Tarefas	Recursos	Organização das atividades
Utilização de tarefas que desenvolvam a interpretação e espírito crítico dos alunos	1	-	-
Elaboração de um projeto (trabalho de campo)	5	-	-
Apresentação oral de trabalhos	-	-	1
Atividades de caráter interdisciplinar	2	-	-
Explicação de conteúdos e realização de exercícios	1	-	-
Trabalho de grupo	-	-	5
Problemas de aplicação à realidade	3	-	-
Utilização da calculadora gráfica e computador	-	3	-
Utilização de informação proveniente dos <i>media</i>	-	1	-

O trabalho de grupo é frequentemente utilizado pelos professores nas aulas de Estatística. Além disso, alguns deles referem que problemas do quotidiano, presentes em notícias ou jornais, são fundamentais no ensino da mesma, como ilustram as seguintes respostas:

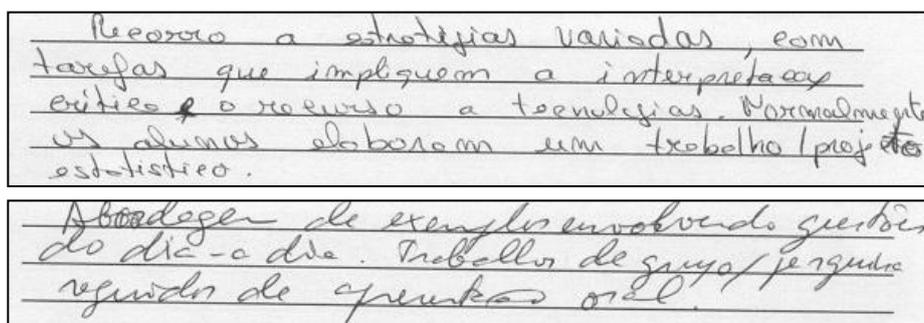


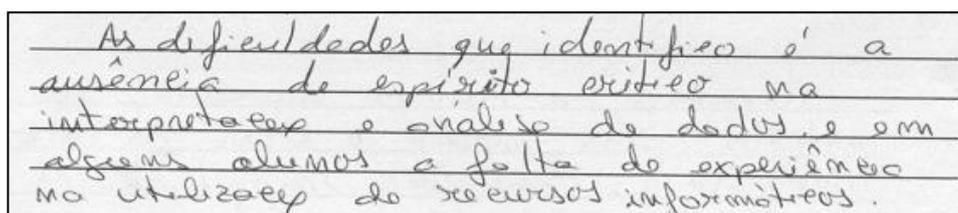
Figura 13. Respostas dadas pelos professores P₁₂ e P₆.

Depreende-se a preocupação de desenvolver nos alunos a capacidade de defender os seus trabalhos, explicar os seus raciocínios para a turma, desenvolvendo competências essenciais para a formação pessoal dos mesmos. Tais atividades permitem ao aluno desempenhar uma função mais ativa nas atividades desenvolvidas, dentro e fora da sala de aula (Boaventura & Fernandes, 2004). Porém, nem sempre se torna possível desenvolver este tipo de atividades na sala de aula, devido a certas dificuldades que os professores sentem quer nas suas atividades de ensino, quer nas atividades dos alunos (Quadro 4).

Quadro 4- Dificuldades apontadas pelos professores inquiridos no ensino e na aprendizagem de Estatística (n=12)

Dificuldades sentidas			
Ensino de Estatística	Frequência	Aprendizagem de Estatística	Frequência
Exploração teórica dos conceitos	1	Manipulação algébrica	3
A falta de tempo	4	Representação gráfica que melhor se adequa a uma dada distribuição	4
O cansaço e a desmotivação dos alunos	2	Interpretação de conceitos (mediadas de tendência central e de dispersão)	2
Tema pouco apelativo	1	Nada a assinalar	5
Ausência de espírito crítico nos alunos	3		
Utilização de Recursos tecnológicos	1		

Relativamente às dificuldades sentidas no ensino de Estatística, os professores salientam a ausência de espírito crítico dos alunos na interpretação e análise dos dados, tal como refere o professor P₁₂:



As dificuldades que identifiquei é a ausência de espírito crítico na interpretação e análise de dados, e em alguns alunos a falta de experiência na utilização de recursos informáticos.

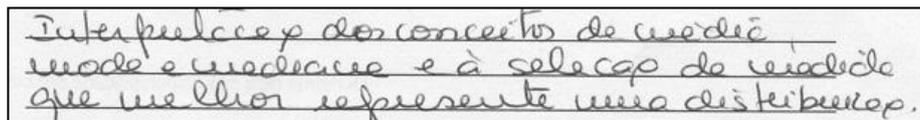
Figura 14. Resposta dada pelo professor P₁₂.

De referir, que os professores que mencionaram a ausência de espírito crítico dos alunos, remeteram as dificuldades da sua prática para os alunos e as suas capacidades. Se os alunos que frequentam o 10.º de escolaridade apresentam ausência de espírito crítico isso pode dever-se ao facto dos professores não explorarem situações na sua prática para que essas capacidades possam ser desenvolvidas.

Para além destas dificuldades que tendem a não favorecer o ensino de Estatística, também se evidencia a falta de tempo para lecionar este tema, o que poderá dever-se ao lugar que ocupa na planificação anual do 10.º ano, muitas das vezes tratado nos últimos dias do ano letivo (Fernandes, Alves, Machado, Correia & Rosário, 2009). Só assim se percebe a referência que dois professores fazem ao cansaço e à desmotivação dos alunos. Se o ano escolar está

prestes a terminar para quê estudar os tópicos de um tema se a classificação à disciplina já está praticamente definida?

Quanto às dificuldades mais frequentes nos alunos, destacam-se a manipulação algébrica e a escolha da representação gráfica que melhor se adequa à distribuição em causa, como exemplifica a resposta do professor P_4 :

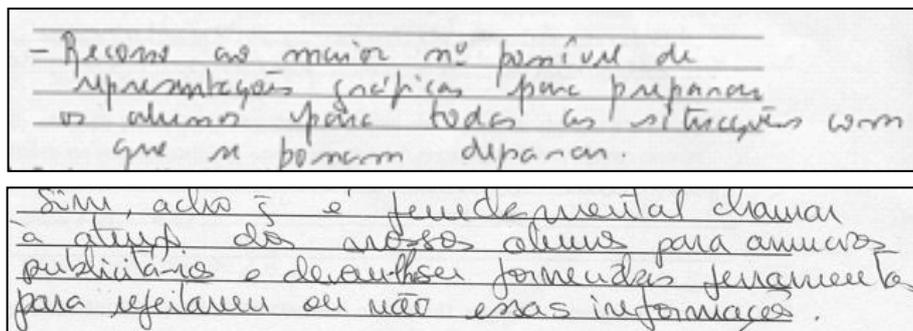


Interpretação dos conceitos de moda e mediana e à seleção da variedade que melhor represente uma distribuição.

Figura 15. Resposta dada pelo professor P_4 .

As dificuldades passam pela interpretação dos conceitos e do tipo de dados em causa. Não basta que o aluno seja capaz de aplicar uma determinada fórmula a um conjunto de dados se não for capaz de interpretar o valor obtido à luz do problema (Carvalho, 2009).

Questionados sobre possíveis estratégias de ensino que possam contribuir para ultrapassar algumas das dificuldades expressas, alguns dos professores inquiridos recorrem a diferentes representações gráficas de situações do quotidiano para evidenciar aos alunos o significado e a utilidade dos conceitos estatísticos que aprendem, como referem os professores P_1 e P_3 :



- Preciso ao menos no nível de representações gráficas para preparar o aluno para todas as situações com que se possam deparar.

Sim, acho é fundamental chamar a atnção dos nossos alunos para anúncios publicitários e de outras formas para perceberem se não essas informações.

Figura 16. Respostas dadas pelos professores P_1 e P_3 .

Torna-se visível a preocupação dos professores em preparar os alunos para ler e interpretar informação com que se possam deparar, estando veiculada em diversas representações gráficas, como é o caso de grande parte da informação transmitida pelos meios de comunicação social. Tendo em conta as diferentes representações gráficas, o diagrama de caule-e-folhas e o diagrama de extremos e quartis são os que suscitam mais dificuldades aos alunos (Tabela 10):

Tabela 10- Representações gráficas que suscitam mais dificuldades aos alunos (n=12)

Representações gráficas que suscitam dificuldades aos alunos	N.º de respostas
Diagrama de caule-e-folhas	3
Diagrama de extremos e quartis	3
Gráfico circular	2
Nenhuma	5

A dificuldade em trabalhar com o gráfico circular deve-se ao cálculo de percentagens e à representação dos diferentes setores (Carvalho, 2009). Em relação ao diagrama de extremos e quartis, os professores apontam dificuldades na compreensão do significado de quartil.

Relativamente às preocupações e/ou cuidados que os professores costumam ter no ensino de Estatística, destaca-se a preocupação com o rigor científico na construção das diferentes representações gráficas e a importância em discutir a adequação de cada uma dessas representações em determinado estudo estatístico (Tabela 11):

Tabela 11- Preocupações que os professores inquiridos referem ter quando abordam conteúdos estatísticos através de representações gráficas (n=12)

Preocupações/Cuidados quando se contemplam representações gráficas na abordagem de conteúdos estatísticos	N.º de respostas
Rigor científico na construção das representações gráficas	6
Leitura e interpretação correta dos dados	3
Discussão das limitações de cada representação gráfica	3
Representação gráfica mais adequada ao estudo estatístico em causa	4

Os cuidados referentes ao rigor e à clareza que uma representação gráfica deve refletir tendem a dever-se à facilidade com que podem distorcer a informação que transmite.

O manual escolar, material didático que todos os alunos podem utilizar, dentro e fora da sala de aula, é frequentemente utilizado pelo professor para lecionar qualquer tema matemático. Para os professores inquiridos, o manual escolar adotado na sua escola contempla as diferentes representações gráficas no tratamento de grande parte dos conceitos estatísticos, com menor ênfase para o diagrama de caule-e-folhas e o pictograma, o que já não acontece com o gráfico de barras. A importância que as representações gráficas têm no ensino de Estatística é sustentada pelo tipo de materiais didáticos que os professores utilizam na sua prática docente (Tabela 12).

Tabela 12- Materiais didáticos utilizados pelos professores nas aulas de Estatística (n=12)

Materiais didáticos	N.º de respostas
<i>Power Point</i>	3
<i>Sites</i> de Estatística (INE, ALEA, etc.)	5
Recursos tecnológicos (calculadora gráfica, <i>Geogebra</i> , <i>Excel</i>)	6
Artigos dos <i>media</i> (Jornais, Revistas, etc.)	4
Outros manuais escolares	1

Entre os materiais didáticos, os recursos tecnológicos são os mais utilizados pelos professores ao lecionar os conteúdos estatísticos. Os artigos retirados de jornais e revistas também são referidos como partes dos materiais mais utilizados, o que conferem utilidade aos conhecimentos adquiridos na interpretação, compreensão e aplicação do que se aprende em situações do contexto real.

3.1.3. Conhecimentos prévios dos alunos sobre conceitos estatísticos

As respostas que os alunos (n=22) deram a um teste diagnóstico permitiram-me aperceber os seus conhecimentos sobre conceitos estatísticos aprendidos em anos anteriores, com especial atenção para a forma como interpretavam e tratavam dos dados provenientes de representações gráficas. O teste diagnóstico era formado por quatro questões, com objetivos e níveis de compreensão distintos:

Quadro 5- Objetivos das questões do teste diagnóstico e os respetivos níveis de compreensão estabelecidos por Curcio (1989)

Questões	Objetivos	Níveis de compreensão
Q1	Distinguir variáveis qualitativas de quantitativas, contínuas e discretas; Identificar a representação gráfica que melhor se adequa à variável em causa;	<i>Ler os dados</i> <i>Ler entre os dados</i>
Q2	Interpretar a informação contida no gráfico; Calcular os valores das medidas de tendência central;	<i>Ler entre os dados</i> <i>Ler para além dos dados</i>
Q3	Compreender a influência da escala presente na elaboração de gráficos;	<i>Ler entre os dados</i>
Q4	Calcular a média de um conjunto de dados de uma distribuição; Compreender e aplicar as propriedades da média e da mediana; Compreender e determinar a média ponderada;	<i>Ler entre os dados;</i>

De uma forma geral, a maioria dos alunos revela dificuldades em distinguir variáveis qualitativas de quantitativas, contínuas e discretas (Q1) e não revela dificuldades em interpretar a informação contida num gráfico (Q2). No entanto, revelam dificuldades em atingir o terceiro nível de compreensão estabelecido por Curcio (1989), uma vez que nenhum aluno foi capaz de intuitivamente determinar o primeiro e terceiro quartis (Q2.3). Os alunos também revelaram dificuldades em comparar gráficos que veiculam a mesma informação mas que aparentemente são diferentes por influência da escala utilizada (Q3) e, ainda, em compreender e determinar a média ponderada (Q4).

Quadro 6- Distribuição das respostas dos alunos no teste diagnóstico (n=22).

Questões	Q1			Q2			Q3	Q4		
	(A)	(B)	(C)	2.1)	2.2)	2.3)	3	4.1)	4.2)	4.3)
Tipo de resposta										
Correta	13	14	17	21	11	0	11	15	8	1
Parcialmente correta	0	0	0	0	9	2	5	0	8	0
Incorreta	3	2	1	1	1	1	6	5	3	8
Não-responde	6	6	4	0	1	19	0	2	3	14

Para averiguar se os alunos distinguem variáveis qualitativas de quantitativas, contínuas e discretas e se identificavam a representação gráfica que melhor se adequa a cada variável recorri à seguinte questão (Q1):

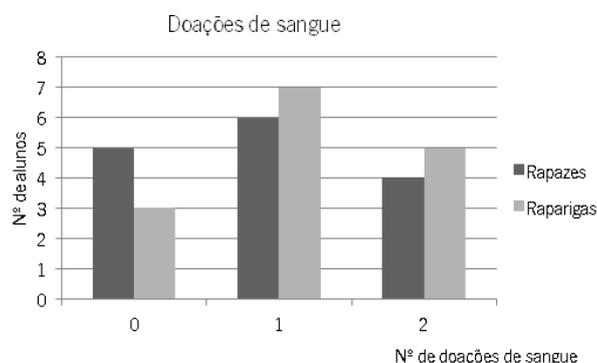
Questão 1. Considera as seguintes variáveis estatísticas:

- (A) “Número de desempregados numa cidade”.
- (B) “Nota na disciplina de matemática”.
- (C) “Cor dos olhos de uma turma”

Para cada uma das variáveis estatísticas apresentadas, indica justificando, o tipo de gráfico que melhor se adequa para a sua representação.

A maioria dos alunos identificou de forma correta a representação adequada às variáveis estatísticas contempladas nas opções. Relativamente à interpretação da informação contida num gráfico de barras, os alunos não mostraram dificuldades em interpretar a informação bem como no cálculo das medidas de tendência central, nomeadamente a média, moda e mediana. Mas, já não manifestaram o mesmo desempenho na determinação do primeiro e terceiro quartis (Q2):

Questão 2. Numa Universidade, realizou-se um estudo sobre o número de alunos de uma turma que já doaram sangue. O gráfico que se segue mostra o número de doações de sangue dos alunos.



2.1. Das seguintes afirmações, indica a afirmação verdadeira, apresentando uma justificação que te leva a rejeitar cada uma das outras afirmações.

- (A) 30% dos alunos nunca doaram sangue.
- (B) 30% dos alunos doaram sangue duas vezes.
- (C) 65% dos alunos doaram sangue mais do que uma vez.
- (D) 75% dos alunos doaram sangue menos do que duas vezes.

2.2. Considerando o número de doações de sangue das raparigas, determina a média, moda e a mediana da distribuição.

2.3. Enquanto a mediana divide a amostra em duas partes iguais, determina os valores para os quais a amostra fique dividida em 4 partes iguais?

Na interpretação da informação apresentada na tarefa, apenas um aluno selecionou, de forma incorreta a opção (C) e sem apresentar qualquer justificação, não me permitindo, assim, compreender quais as suas dificuldades. Os restantes alunos apresentaram uma resposta correta, apresentando uma justificação similar à do aluno A16:

Nº total de alunos = 30 (C) Aqui é 30% e não 65%. (mesmo caso do 9)

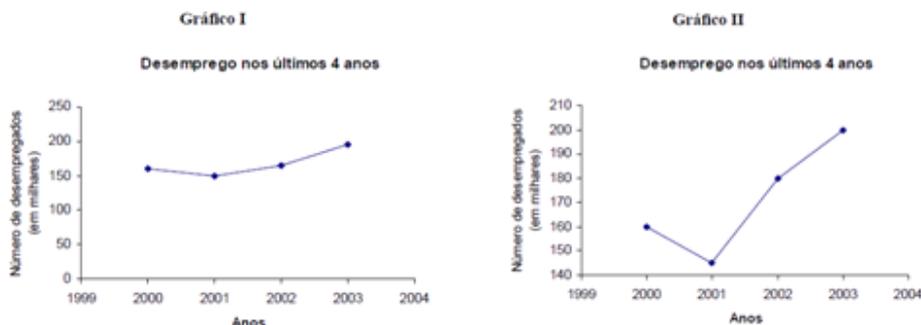
(A) $\left\{ \begin{array}{l} \frac{30}{8} = \frac{100}{x} \Rightarrow u = 27\% \\ \text{Não doaram} \end{array} \right.$ (D) $\left\{ \begin{array}{l} 21 - x \\ 30 - 100 \\ u = 70\% \end{array} \right.$

(B) $\left\{ \begin{array}{l} 30 - 100 \\ 9 - x \\ u = 30\% \end{array} \right.$

Figura 17. Resposta dada pelo aluno A16.

Na determinação das medidas de tendência central da distribuição dada, metade da turma não respondeu corretamente. Destes, um aluno não respondeu, outro apresenta uma resposta incorreta e nove apresentam uma resposta parcialmente incorreta. A resposta incorreta foi dada pelo aluno A8, como a seguir se ilustra:

Questão 3. O seguinte par de gráficos mostra a mesma informação. No entanto, apresentam uma imagem diferente. Supõe que um deles foi apresentado pelo governo e outro pela oposição.



Qual dos gráficos foi utilizado pelo governo? E qual deles foi utilizado pela oposição? Justifica a tua resposta.

De referir que metades dos alunos responderam de forma correta, apresentando uma justificação válida e coerente sobre o gráfico que seria escolhido quer pelo governo quer pela oposição, como ilustram as seguintes respostas dadas pelos alunos A2 e A13, respetivamente:

O gráfico I foi utilizado pelo governo, porque tem a intenção de não dar a entender tanto a gravidade da situação, por isso a escala utilizada é maior. Por outro lado, o gráfico II é utilizado pela oposição para dramatizar mais a situação, para chocar mais as pessoas. A escala utilizada é menor.

O facto do eixo dos yy ser mais específico no gráfico II, choca mais os leitores, destacando o que parece ser um aumento mais repentino do desemprego. Logo deverá ser utilizado pela oposição e o gráfico I pelo governo.

Estes alunos interpretaram a informação contida em cada gráfico e, além disso, pelas justificações apresentadas se compreende que procuraram uma justificação plausível para cada representação gráfica em causa.

As respostas parcialmente corretas, embora os alunos identifiquem a representação escolhida quer pelo governo quer pela oposição, deveram-se à ausência de qualquer justificação para essa mesma escolha. Considerando as seis respostas incorretas, é de referir que cinco dessas respostas incidiam simplesmente na escolha do gráfico usado quer pelo governo quer pela oposição, ou seja, não apresentavam qualquer justificação do raciocínio utilizado. Todavia, a outra resposta incorreta captou a minha atenção pelo facto do aluno apresentar um olhar crítico diferente dos restantes colegas e diferente daquilo que era espectável por mim. A resposta foi a seguinte:

○ *opção utilizar - gráfico II faz da os para uma melhor parte de 1 escala de
 desambig no fim, enquanto que a opção utilizar o gráfico II ~~para~~ ~~porque~~ porque
 que mostra que a opção III a escolha mais adequada*

Figura 20. Resposta dada pelo aluno A3.

Este aluno não refere explicitamente a influência da escala na elaboração da representação gráfica, mas implicitamente depreende-se que o aluno percebe que ambas transmitem a mesma informação.

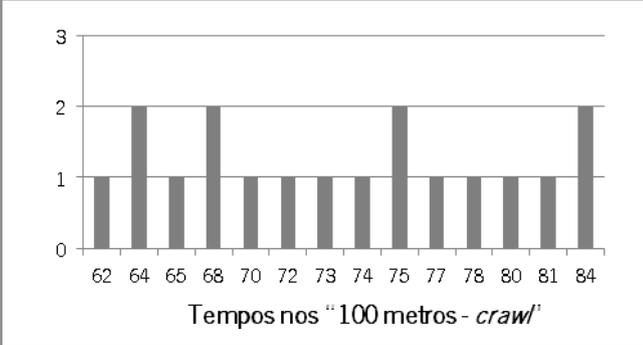
Por fim, a última questão incidia sobre as medidas de tendência central e algumas das suas propriedades:

Questão 4. Na escola da Joana há o Clube de Natação, de que ela faz parte. Na última sessão, o professor dinamizador do clube fez o registo dos tempos, em segundos, nos “100 metros – *crawl*”.

4.1. São apurados para uma prova os alunos que fizeram o tempo igual ou inferior ao tempo médio feito pelo grupo. Quantos alunos vão participar na prova?

4.2. Do ponto de vista dos alunos qual seria mais vantajosa a utilização da média ou a da mediana? Justifica a tua resposta.

4.3. Sabe-se que a média dos tempos efetuados pelos 15 alunos do Clube de Natação que fazem os 150 metros -*crawl* é 86 segundos. Qual é o tempo médio dos alunos que praticam os 100 e os 150 metros -*crawl*.

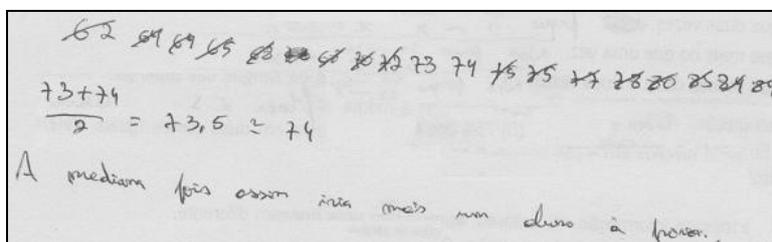


Tempo (s)	Frequência
62	1
64	2
65	1
68	2
70	1
72	1
73	1
74	1
75	2
77	1
78	1
80	1
81	1
84	2

Relativamente ao cálculo da média, os alunos que responderam à questão calcularam-na corretamente. A dificuldade surgiu em compreender o critério para participar na prova, uma vez que apenas quinze alunos referiram corretamente que participariam na prova nove alunos. Os restantes referiram dez alunos, isto porque consideraram o tempo igual ou superior ao tempo médio feito pelo grupo, e não era isso o pedido, verificando-se um erro de interpretação do enunciado.

Quanto à compreensão e aplicação das propriedades da média e da mediana, dezasseis alunos referiram de forma correta que era mais vantajoso utilizar o valor da mediana como critério em oposição ao valor da média, no entanto apenas oito das respostas foram

consideradas corretas, uma vez que as restantes não apresentavam qualquer justificação. A título de exemplo apresento a seguinte resposta:



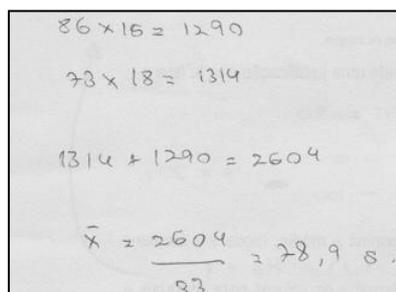
62 59 69 65 73 74 75 77 78 80 85 84 89

$$\frac{73+74}{2} = 73,5 \approx 74$$

A mediana foi assim isto mais um aluno a fazer.

Figura 21. Resposta dada pelo aluno A4.

O cálculo da média ponderada suscitou dificuldades aos alunos, uma vez que mais de metades dos alunos não responderam à questão. Dos nove alunos que responderam à questão, apenas um apresentou uma resposta correta, como é ilustrado:



$$86 \times 15 = 1290$$

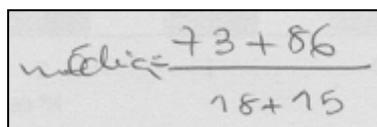
$$73 \times 18 = 1314$$

$$1314 + 1290 = 2604$$

$$\bar{x} = \frac{2604}{83} = 28,9 \text{ s.}$$

Figura 22. Resposta dada pelo aluno A13.

Este aluno foi o único a ter a noção de média ponderada. As respostas incorretas incidiam no cálculo da média dos tempos efetuados em cada uma das provas sem que fosse contabilizado o número de alunos praticantes das mesmas. Entre essas respostas, um dos alunos procedeu da seguinte forma:



$$\text{média} = \frac{73 + 86}{18 + 15}$$

Figura 23. Resposta dada pelo aluno A6.

Com esta resposta, embora que incorreta, percebe-se que o aluno teve a noção de que era necessário contabilizar o número total de alunos que praticam os 100 e os 150 metros - *crawl*. As dificuldades apresentadas pelos alunos nesta questão podem dever-se ao facto de estarem habituados a calcular as medidas de tendência central em distribuições cujo valores são fornecidos, não sendo necessário pensar e raciocinar sobre as mesmas e as suas propriedades.

3.2. Durante a Intervenção

Este momento da intervenção pedagógica consistiu na lecionação de um conjunto de aulas (6) referentes ao tema da Estatística, com o propósito de explorar a representação gráfica nas atividades de ensino e de aprendizagem dos tópicos deste tema.

3.2.1. O ensino e a aprendizagem de Estatística com ênfase nas representações gráficas

A minha intervenção pedagógica decorreu durante seis aulas, todas com duração de noventa minutos, onde lecionei os conteúdos estatísticos do 10.º ano como se ilustra com a seguinte tabela:

Tabela 13- Síntese da intervenção pedagógica

Aula (A_i)	Conteúdos estatísticos
A_1, A_2	Medidas de Localização. Revisão de Conceitos
A_3	Medidas de dispersão com dados simples: amplitude, desvio-médio, variância e desvio-padrão
A_4	Medidas de dispersão com dados agrupados
A_5	Distribuições Bidimensionais
A_6	Aplicação de noções estatísticas

Nestas aulas, os conteúdos estatísticos foram tratados através de tarefas de natureza exploratória recorrendo a informação veiculada em representações gráficas. Os alunos trabalharam em grupo em todas as aulas. No início de cada aula distribuía as fichas de trabalho pelos grupos com as tarefas da aula. Dava algum tempo aos mesmos para as resolverem, para posteriormente, ser apresentada a resolução de um dos grupos, no quadro, e respetiva discussão com a turma. Estas tarefas 'exigiam' dos alunos a utilização dos seus conhecimentos estatísticos prévios para a aprendizagem de novos conceitos estatísticos. As tarefas do manual escolar foram maioritariamente utilizadas como trabalho de casa e, ainda, para os alunos que terminavam as tarefas da ficha de trabalho antes do final da aula. Deste modo, o manual escolar era utilizado dentro e fora da sala de aula com propósitos distintos, dentro da sala de aula para os alunos resolverem um maior número de tarefas e, fora da sala de aula, para estudarem e resolverem exercícios de aplicação dos conceitos aprendidos nas respetivas aulas.

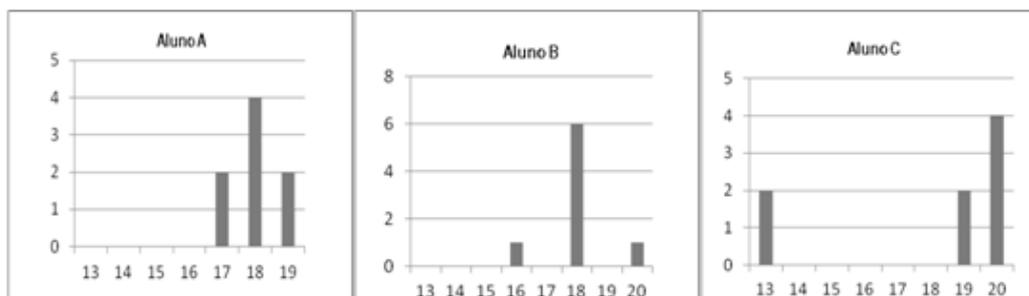
Para ilustrar a minha intervenção, o trabalho e o envolvimento dos alunos no decorrer da estratégia implementada, descrevo os momentos mais significativos de três das aulas lecionadas: A_3 , A_5 e A_6 . E, ainda, serão apresentadas e analisadas as apreciações dos alunos sobre a estratégia delineada.

Momentos referentes à Aula 3

Nesta aula a primeira tarefa proposta aos alunos veiculava a informação através de gráficos de barras, para que os alunos determinassem as medidas de dispersão e interpretassem os seus significados:

Tarefa: À PROCURA DO MELHOR ALUNO

Todos os anos, numa determinada escola é escolhido como melhor aluno aquele que tiver melhor média nas suas classificações às diferentes disciplinas. No último ano destacaram-se três alunos cujas classificações se apresentam nos seguintes gráficos:



1. Dos três alunos seleccionados qual é, para ti, o melhor? Justifica a tua resposta.
2. Um júri, composto por um grupo de professores de diferentes disciplinas, decidiu escolher para vencedor o aluno que obteve classificações mais concentradas em torno da média. Para tal, determinou os desvios de cada classificação em relação à média e em seguida determinou a média aritmética desses desvios. Como ajudar o júri a escolher o aluno vencedor?

Com esta tarefa pretendia que, em consequência das respostas dos alunos, durante a discussão com a turma, se discutisse sobre a amplitude e o comportamento dos dados em relação à média, como exemplifica o seguinte diálogo:

Professora: Quem quer explicar aos colegas como resolveu a primeira questão?

A5: Eu calculei a média de cada um.

Professora: Que valores obtiveram para a média?

Turma 18, o mesmo nos três casos.

Professora: Então como podemos concluir qual o melhor?

A5: Como deu 18 em todos, eu fui pela forma do gráfico e vi a concentração à volta do 18. Portanto tem de ser o aluno A.

Professora: Todos perceberam? Obtiveram uma resposta parecida?
(Ninguém respondeu)

Professora: Sabem-me dizer qual é a amplitude das classificações no aluno A, no B e no C? Como calculamos a amplitude?

A13: É a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo.

Professora: Então A13 qual é a amplitude das classificações do aluno?

A13: 2.

Professora: A12 e das classificações do aluno B?

A12: 4.

Professora: A9 e do aluno C??

A9: 7.

Professora: Aquilo que o A5 tentou explicar teve por base a amplitude. O aluno A é o que tem menor amplitude das classificações. Também podemos ver de outra forma, pelo comportamento do gráfico, vemos que no aluno A as classificações são muito mais próximas/concentradas em relação à média que nos outros casos. E em relação aos outros dois alunos, qual acham que seria o pior?

Turma: O aluno C.

Professora: Que valor acham que está a 'estragar'?

Turma: 13.

Após este diálogo com os alunos, dei algum tempo aos grupos para procederem à resolução da tarefa e, como se compreende pelo diálogo apresentado, tive de colocar algumas questões para que os alunos avançassem na resolução da mesma. Enquanto os alunos discutiam a melhor forma de resolver a tarefa, 'circulei' pela sala, o que me permitiu averiguar que à menor dificuldade me solicitavam a ajuda, o que revela alguma insegurança e falta de autonomia por parte dos alunos. Relativamente às representações gráficas, os alunos revelaram compreender qual a dimensão da amostra e, intuitivamente, foram introduzindo a noção de desvio-padrão pelo comportamento dos gráficos apresentados. A representação gráfica utilizada, o gráfico de barras, não era uma representação nova para os alunos, pelo que os mesmos aplicaram os conhecimentos que em anos anteriores adquiriram, sobre como extrair a informação contida no gráfico e como calcular a dimensão da amostra, mostrando capacidades de compreensão que se enquadram no nível 1: *ler os dados*, sugerido por Curcio (1989).

A última questão da tarefa proposta gerou algumas dificuldades aos alunos. Dei-lhes algum tempo para a resolverem e, posteriormente, escolhi um aluno para ir ao quadro apresentar e explicar a resolução realizada pelo seu grupo:

	desvios ($n_i - \bar{x}$)								média
Aluno A	-1	-1	0	0	0	0	1	1	0
Aluno B	-2	0	0	0	0	0	0	2	0
Aluno C	-5	-5	1	1	2	2	2	2	0

Figura 24. Resolução apresentada pelo aluno A7.

Professora: Prestem atenção à explicação do A7.

A7: Para calcular a média dos desvios somei-os e dividi pelo total que é 8.

Professora: Explica aos teus colegas porque é que o primeiro desvio da tabela é -1?

A7: Porque a média é 18 e o desvio é o valor que vai até ao 18.

Professora: A questão perguntava como ajudar o júri a escolher o vencedor, mas como a média dos desvios foi a mesma isto ajuda o júri?

Turma Não!

Professora: Então alguém sabe dizer o que podemos fazer para ajudar o júri?

A6: Pela amplitude.

A19: Isso já fizemos antes.

(fez-se algum silêncio)

Professora: O que podemos fazer?

A17: Podemos pôr os desvios ao quadrado que já não se anulam.

Professora: Certo, é isso mesmo. Então se fizermos dessa forma diz lá A17 que valores obtemos?

A17: 0.5, 1 e 8.5.

Professora: Então agora podemos ou não concluir qual o aluno selecionado?

A16: Podemos, foi o aluno A.

Professora: Certo, foi o aluno A porque foi o que obteve menor média dos desvios ao quadrado. Esta fórmula que acabamos de usar chama-se variância.

Partindo da explicação, fui colocando algumas questões para envolver os alunos na discussão, o que nem sempre se tornou possível, uma vez que a maioria dos alunos mostrava alguma timidez em participar, em expor a sua opinião e explicar de que forma pensou para resolver o problema. Por vezes, a 'cultura' instituída na turma não me ajudava a desempenhar o meu papel de mediadora do trabalho dos alunos, existindo a necessidade de intervir, colocando questões, por vezes, direcionadas para que fosse criada alguma discussão na turma e conseqüente envolvimento dos alunos. Mesmo quando se envolviam as respostas dadas pelos alunos eram curtas e normalmente sem uma justificação das suas respostas. Como a prática pedagógica não é uma realidade estática, mas dinâmica e em constante mudança, retirei ilações

desta aula e, o desafio passava por compreender de que forma devia gerir a aula e como fazer com que os alunos se envolvessem mais ativamente nas discussões.

Após a definição da variância, era objetivo desta aula que também fosse definido o conceito de desvio-padrão:

Professora: Se não pensarmos em classificações, que era o caso, imaginemos que eram as alturas dos alunos, em cm. Se calculássemos a média em que unidades viria expressa?

Turma Em cm.

Professora: E se calculássemos a variância?

Turma ...

Professora: E então? O que fizemos para obter a média dos desvios ao quadrado?

A17: Tivemos que elevar ao quadrado.

A16: Então a variância vem em cm^2 !

Professora: Viria nas mesmas unidades que os valores da amostra?

A16: Não, a amostra é em cm.

Professora: Então não comparamos valores com unidades diferentes. O que fazemos é considerar a raiz quadrada da variância para vir expressa nas mesmas unidades que os valores da nossa distribuição. Chamamos à raiz quadrada da variância desvio-padrão e representa-se por s . Alguma questão?

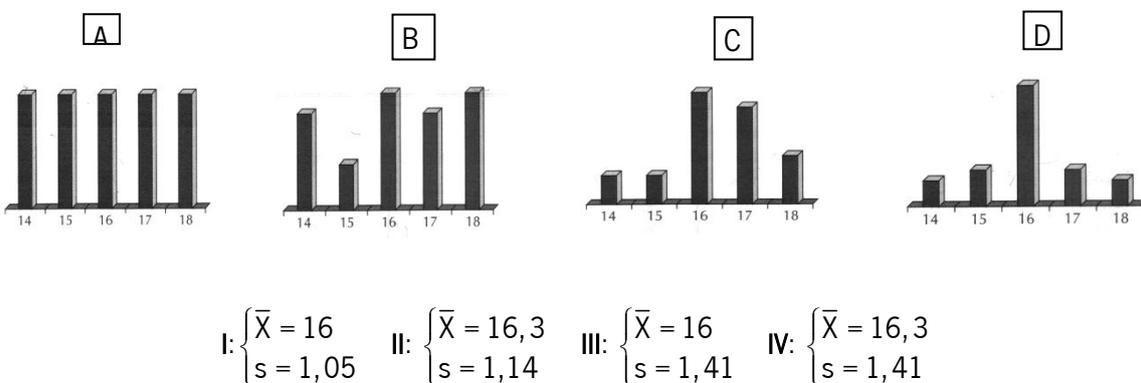
Turma: Não.

Professora: A variância e o desvio-padrão são medidas de dispersão e o desvio-padrão é a medida mais utilizada porque é expressa nas mesmas unidades dos valores da variável.

Foi utilizada uma nova variável para ser mais explícito que a variância se expressa em unidades distintas dos valores que assumem qualquer variável que se considere. Para salientar esta transformação, analisei com os alunos a diferença entre relacionar a variação das alturas das pessoas com a altura média de uma dada amostra em cm ou em cm^2 .

Depois de resolvida uma tarefa de consolidação e aplicação dos conceitos aprendidos, sendo veiculada a informação numa representação gráfica distinta, o diagrama de caule-e-folhas, os alunos resolveram uma tarefa com um grau de complexidade mais elevado:

Os gráficos representam as distribuições das idades dos elementos que constituem quatro grupos de uma colónia de férias. Faz corresponder a cada gráfico um dos seguintes pares de valores:



Os gráficos de barras apenas apresentam um dos eixos numerados e, para além disso, para a resolução da tarefa os alunos teriam de estabelecer comparações entre as representações gráficas apresentadas. Deste modo, com esta tarefa pretendia compreender se os alunos, por visualização do comportamento dos dados representados nos gráficos, seriam capazes de estabelecer comparações e tirar conclusões acerca da média e do desvio-padrão. A capacidade de compreensão exigida para a realização desta tarefa enquadra-se no nível 2: *ler entre os dados*, definido por Curcio (1989). Pedi a um aluno para resolver a tarefa no quadro e explicar o seu raciocínio para a turma:

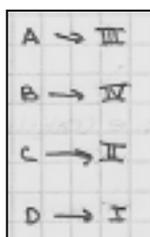


Figura 25. Resposta dada pelo aluno A13.

Professora: Estejam atentos que o A13 vai explicar o seu raciocínio.

A13: Há dois gráficos que têm média 16, logo tem de ser o gráfico A e D, vemos isso se formos anulando de um lado e do outro no gráfico. Como o gráfico A em relação ao D possui maior frequência absoluta em todos os valores dos desvios podemos dizer que é menos regular e, portanto, o desvio-padrão será maior. Logo o A para o III e o D para o I. Depois para o B o C é da mesma forma.

Professora: Porque é que no gráfico B e no C a média é 16.3 e não poderia ser, por exemplo, 15.5?

A13: Porque temos mais valores à direita da média do que à esquerda.

Este aluno foi capaz de explicar a forma como o grupo resolveu a tarefa e, embora tenha explicado o raciocínio utilizado para estabelecer comparações, a sua resposta escrita no quadro não incluía explicação alguma. Nestes momentos de partilha coletiva, procurei incutir nos alunos hábitos para explicarem oralmente à turma como tinham chegado às conclusões apresentadas. Nota-se que os alunos não estão habituados a escrever, quer no caderno quer no quadro, o seu raciocínio e os procedimentos a que recorrem. No entanto, este grupo não mostrou dificuldades na interpretação e comparação da informação contida na representação gráfica, denotando, capacidades de compreensão referentes ao nível 2: *ler entre os dados* (Curcio, 1989).

Momentos referentes à Aula 5

Optei por colocar momentos referentes à aula 5 uma vez que os conceitos estatísticos desta aula eram novos e a abordagem dos mesmos implicava a aprendizagem das características de uma nova representação gráfica — diagrama de dispersão —, visto que o tópico desta aula incidia sobre as distribuições bidimensionais. Para que os alunos pudessem compreender a existência de associação entre duas variáveis propôs-lhes a seguinte tarefa:

O queijo, proveniente do leite, é um alimento rico em cálcio. No entanto, é necessário não abusar, já que, de um modo geral, é um alimento muito calórico e a maior parte das vezes rico em gordura. Na tabela seguinte apresentam-se, para vários tipos de queijo, a quantidade de gordura e o número de calorias, por cada 100 gramas de queijo:

- 1.1. Representa num referencial cartesiano o conjunto de pares ordenados (X,Y) , em que X e Y representam, respetivamente, a quantidade de gordura e o número de calorias. Da análise do gráfico o que observas?
- 1.2. Na representação gráfica dos pontos de uma distribuição bidimensional podes determinar o centro de gravidade que é definido pelas médias de cada uma das variáveis. Determina as coordenadas desse ponto e representa-o no gráfico.
- 1.3. Com recurso à calculadora, determina a expressão da reta que melhor se ajusta aos pontos da distribuição dada. Representa essa reta no gráfico que elaboraste.
- 1.4. Qual o número de calorias de um queijo com 28g de gordura?

Alimento (100g)	Gordura (X_i)	Calorias (Y_i)
Queijo Brie	20	263
Queijo Camembert	23	313
Queijo Ilha	26	357
Queijo de Azeitão	25	309
Queijo de Évora	34	412
Queijo de Serpa	26	330
Queijo de Tomar	27	305
Queijo Flamengo 20%	8	185
Queijo flamengo 30%	14	246
Queijo flamengo 45%	23	315
Queijo fresco	21	265
Queijo Gorgonzola	37	407
Queijo Parmesão	28	401
Queijo Roquefort	32	371
Queijo Suiço	29	357

Um aluno leu o enunciado da tarefa para a turma, pois previa que os alunos pudessem colocar alguma questão sobre a forma como representariam o conjunto de pares ordenados, sendo os valores assumidos por cada variável consideravelmente distintos. Como previsto, os alunos tiveram dificuldades em relação à escolha da escala:

- A7: Dá para fazer na máquina?
Professora: Dá, mas também quero que façam o gráfico no caderno.
A10: Não consigo fazer o gráfico.
Professora: Em relação à escala para os eixos, alguém teve alguma dificuldade?
A6: Sim, para o eixo dos yy.
Professora: Vamos usar a mesma escala nos dois eixos?
Turma Não.
A9: Podemos por de 50 em 50?
Professora: Podem, ou de 30 em 30, por exemplo, o que acharem mais adequado à variável em causa.

Esta dificuldade apresentada parece estar diretamente relacionada com a leitura do gráfico, onde a compreensão da escala e das unidades de medida são consideradas por Curcio (1989) como capacidades necessárias no nível 1: *ler os dados*. No entanto, nesta tarefa a compreensão da escala era fundamental para que os alunos a conseguissem resolver.

Ao longo da aula, pelo facto das tarefas apresentadas terem um contexto aplicado a situações do quotidiano, os valores de cada uma das variáveis, por vezes, eram muito próximos até à segunda casa decimal o que dificultava a construção do diagrama de dispersão. Achei importante propor-lhes tarefas com assuntos do quotidiano para que conferissem utilidade às atividades que estavam a desenvolver. Dado algum tempo para a construção do diagrama de dispersão, um aluno apresentou-o da seguinte forma:

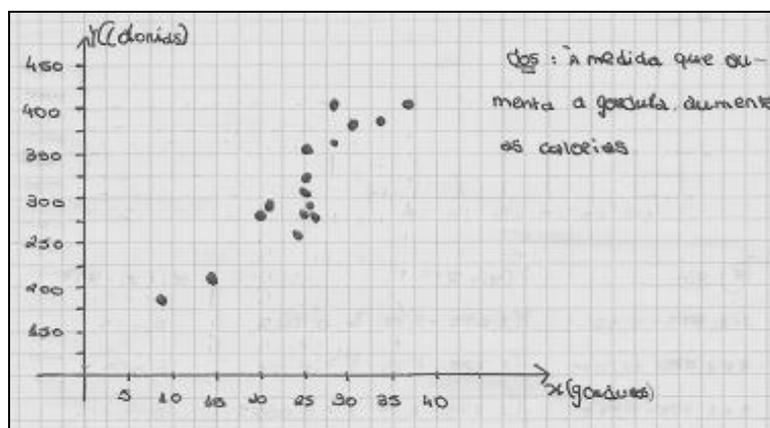


Figura 26. Resposta dada pelo aluno A2.

Para serem discutidos e explorados o sinal e a intensidade da correlação existente entre as variáveis projetei um conjunto de diagramas de dispersão que ilustravam diferentes tipos de associação entre variáveis:



Figura 27. Ilustração dos diferentes tipos de associação entre variáveis.

Professora: Temos aqui alguns exemplos, vocês acham que há alguma relação entre estas duas variáveis? (a professora estava a apontar para o diagrama, cujos pontos parecem formar uma circunferência)

A9: Não.

Professora: Porquê A9?

A9: Porque à medida que os valores de x aumentam os valores do y nem sempre aumentam ou diminuem, não há um padrão.

Professora: Certo, e aqui por exemplo, acham que há uma relação forte ou fraca entre as variáveis em comparação com o gráfico elaborado na resolução da tarefa? (a professora estava a apontar para o primeiro diagrama, do seu lado)

Turma: Forte.

Professora: E neste caso acham que é forte? (a professora estava a apontar para segundo diagrama da primeira coluna, do seu lado)

A9: É forte decrescente.

Professora: Certo, mas a relação não se caracteriza assim. No primeiro gráfico o que acontece?

A9: Há medida que uma variável aumenta a outra também aumenta.

Professora: E no outro gráfico?

A6: Há medida que os valores de uma variável aumentam os da outra diminuem.

Professora: Então no primeiro caso dizemos que temos uma relação positiva e no outro caso uma relação negativa. E, relativamente ao segundo, acham que é uma relação tão forte como no primeiro gráfico?

Turma: Não.

Professora: Se imaginarmos uma reta, a distância dos pontos a uma possível reta que se ajuste aos pontos é menor que neste caso (a professora estava a apontar para o segundo diagrama da segunda coluna e para o primeiro diagrama da terceira coluna). Alguém tem alguma questão? (silêncio)

Professora: E agora considerando os restantes gráficos o que acham que podemos dizer sobre a relação entre as variáveis?
A6 Não têm relação.
Professora: Nesse caso dizemos que não têm relação ou que têm uma relação nula. Todos perceberam?
Turma Sim.

Seguiu-se o momento mais complicado de gerir da aula, uma vez que o barulho dos alunos foi notório. O momento referido incidiu na explicação da determinação e representação da reta de regressão com a calculadora gráfica, que gerou algum ruído devido à diversidade de marcas de calculadoras gráficas, o que obrigou a dar explicações individuais sobre o funcionamento da calculadora que cada um tinha. Por outro lado, a minha inexperiência pode também ter condicionado este momento menos conseguido da aula, uma vez que me fui apercebendo que estava a explicar os procedimentos a efetuar com a calculadora gráfica num ritmo elevado, que conjugado com a diversidade de calculadoras gráficas dificultava o acompanhamento de todos os alunos. Além das razões apontadas, penso que é importante que os alunos conjuguem a tecnologia com o papel e o lápis, isto porque não pretendia que os alunos utilizassem simplesmente a calculadora como um fim, mas como um meio útil e com potencialidades a utilizar na resolução da tarefa, com o intuito de procurar melhorar a aprendizagem dos alunos (NCTM, 2007). Foi portanto pedido aos alunos que depois de determinada a reta de regressão através da calculadora a representassem no caderno e escrevessem a sua expressão algébrica.

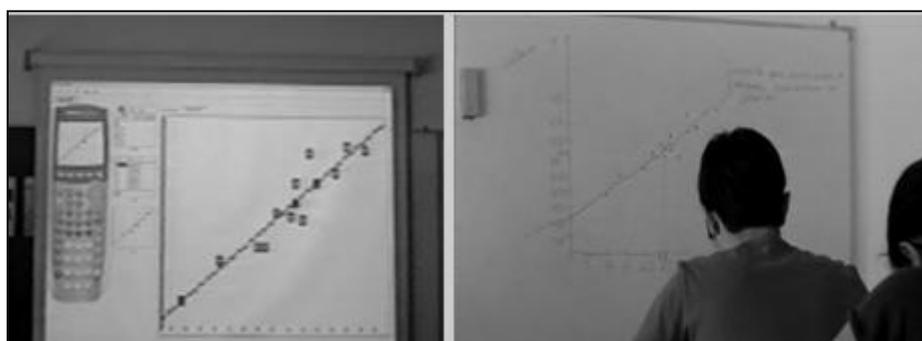


Figura 28. Explicação da professora da determinação da reta de regressão.

Com a projeção da reta de regressão, os alunos constataram que a melhor reta que se ajustava aos pontos representados não os incluía a todos, o que me permitiu debater o significado do coeficiente de correlação e dos parâmetros devolvidos pela calculadora gráfica.

Momentos referentes à Aula 6

Esta aula foi a última da intervenção pedagógica pelo que o tópico da mesma incidia na aplicação de noções estatísticas, com o objetivo de analisar e discutir a informação estatística apresentada em gráficos. Nesta aula, os alunos tinham a informação de cada tarefa veiculada em representações gráficas distintas, sendo elas o diagrama de dispersão, gráfico de linhas e histograma.

A primeira tarefa proposta aos alunos nesta aula tinha por objetivo mostrar a importância das representações gráficas, nomeadamente do diagrama de dispersão:

Introduz os seguintes conjuntos de dados na calculadora gráfica, de modo que a variável x esteja em L1 e as variáveis y de L2 a L5. Colocar x_2 em L6.

x	Y_2
10	8.04
8	6.95
13	7.58
9	8.81
11	8.33
14	9.96
6	7.24
4	4.26
12	10.84
7	4.82
5	5.68

x	Y_3
10	9.14
8	8.14
13	8.74
9	8.77
11	9.26
14	8.10
6	6.13
4	3.100
12	9.13
7	7.26
5	4.74

x	Y_4
10	7.46
8	6.77
13	12.74
9	7.11
11	7.81
14	8.84
6	6.08
4	5.39
12	8.15
7	6.42
5	5.73

X_2	Y_5
8	6.58
8	5.76
8	7.71
8	8.84
8	8.47
8	7.04
8	5.25
19	12.50
8	5.56
8	7.91
8	6.89

1. Para cada um dos casos, determina os parâmetros da reta de regressão e calcula o coeficiente de correlação. Regista os valores com aproximação à milésima. Que têm em comum?
2. Efetua o gráfico de dispersão de cada uma das distribuições. Parece-te que a correlação descreve bem o que se passa em cada caso?

Os alunos para resolverem a primeira questão recorreram à calculadora gráfica:

Professora: Já todos responderam à primeira questão?

Turma:

Professora: Então a que conclusões chegaram?

A21: É tudo igual.

Professora: Explica lá isso melhor...

A9: Os valores de a, b e c são aproximadamente iguais.

Professora: Todos obtiveram essa resposta?

A11: Não!

Foi possível compreender, ao 'circular' pela sala, que os alunos não tiveram dificuldades em colocar os valores de cada variável em cada uma das listas. Por vezes, enganavam-se a escrever os valores associados às variáveis, gerando valores distintos dos pretendidos, ficando a tarefa sem significado. De referir, que alguns alunos pensaram estar a resolver erradamente a tarefa por terem obtido parâmetros da reta de regressão e do coeficiente de correlação com valores aproximadamente iguais em todas as distribuições. Considero que isto demonstra pouca confiança nas suas produções pelo que procurei incentivá-los a defender e explicar aquilo que pensaram ou fizeram mesmo que não estejam corretos.

Alguns alunos apresentaram no quadro os quatro diagramas de dispersão para facilitar a discussão e a comparação dos mesmos para se extraírem as respetivas conclusões.

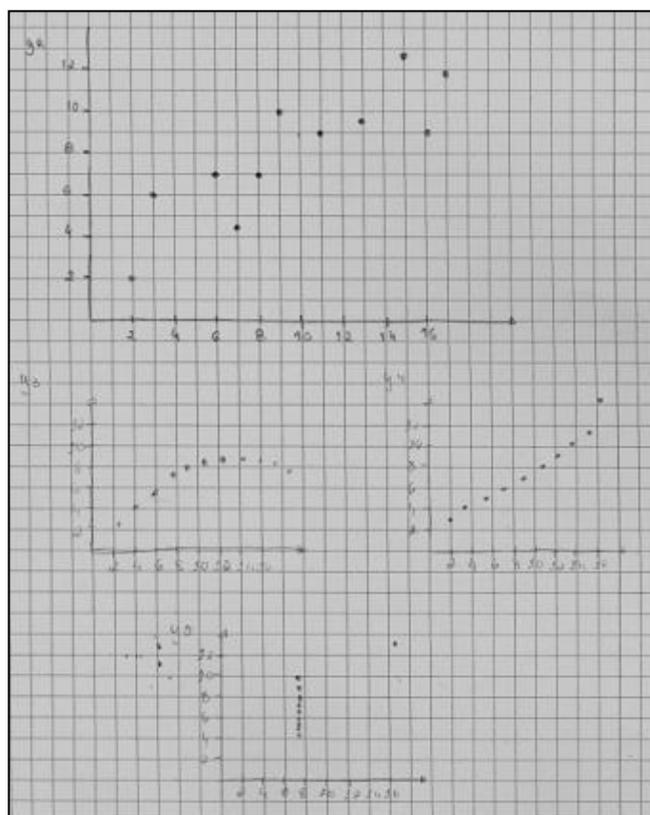


Figura 29. Resposta dada pelo aluno A6.

Professora: Então pelos resultados da questão anterior esperavam que os diagramas de dispersão fossem assim?

Turma: Não!

Professora: Não? Porquê?

Turma: ...

Professora: Prestem lá atenção, olhando para o diagrama de dispersão, que tipo de correlação temos no caso 4?

A7: Nula.

Professora: E nesse caso qual era o coeficiente de correlação?

A7: 0.817.

Professora: Esperávamos que acontecesse o quê?

A10: Esperávamos que fossem todas iguais.

Professora: O quê? Os tipos de correlações?

A7: Sim.

Professora: Neste caso, como disseram nem sequer existia correlação, sendo ela nula. Considerando agora o caso 3, será mais próximo do que esperávamos ou não?

A6: Sim!

Professora: Porque é que o coeficiente de correlação não é 1?

Turma: Por causa do último valor!

Professora: Pode, por exemplo, ser um erro cometido no registo dos dados. É necessário registar todos os valores com precisão. Qual o tipo de correlação entre estas duas variáveis?

A6: Positiva forte.

Professora: Correto. E agora para este diagrama de dispersão?

A6: Esse parece uma curva.

A22: Esses pontos não se dispõem segundo uma reta mas segundo uma parábola.

Professora: Não é uma correlação linear mas uma correlação quadrática. Esta tarefa era para que percebessem que é importante recorrermos ao diagrama de dispersão para percebermos o tipo de correlação entre as variáveis.

A22: Pois, só pelo valor do r dizíamos que tínhamos o mesmo tipo de correlação em todos os casos.

Na discussão com a turma, procurei colocar questões para que os alunos estabelecessem comparações entre o valor que obtiveram para o coeficiente de correlação e o respetivo diagrama de dispersão. Os alunos que se envolveram na discussão mostraram compreender o tipo de correlação existente entre as várias variáveis em causa e que o valor obtido para o coeficiente de correlação nem sempre permite concluir de forma correta o tipo de correlação existente.

De seguida, resolveram outra tarefa que tinha como objetivo mostrar aos alunos que é importante desenvolvermos capacidades que nos permitam interpretar a informação contida num gráfico para que não sejam facilmente iludidos.

O gráfico seguinte foi produzido por uma revista com o intuito de ser ilustrado o desempenho comparativo entre duas taxas de juros. Consideras que a imagem publicada pela revista traduz uma comparação real e explícita do desempenho de cada uma das taxas de juros?
Justifica a tua resposta.



Para tal recorreu-se a uma publicação dos meios de comunicação social para enfatizar o facto de os *media* recorrerem a diferentes representações gráficas para ilustrar argumentos jornalísticos e que podem usá-los para dissimular certos aspetos dos dados (Ainley, 2001).

Pelo que pude compreender, enquanto ‘circulava’ pelos grupos, os alunos não mostraram dificuldades na leitura e interpretação do gráfico de linhas, sendo desenvolvidas capacidades estabelecidas no nível 2: *ler entre dados*, definido por Curcio:

Não, porque a revista quer mostrar que a taxa nominal sobe mais do que a taxa real, quando na realidade o que acontece é o contrário, a taxa real.

Figura 30. resposta dada pelo aluno A18.

Professora: Toda a gente concorda? Olhando para o gráfico porque acham que o A18 obteve aquela resposta?

Turma: ...

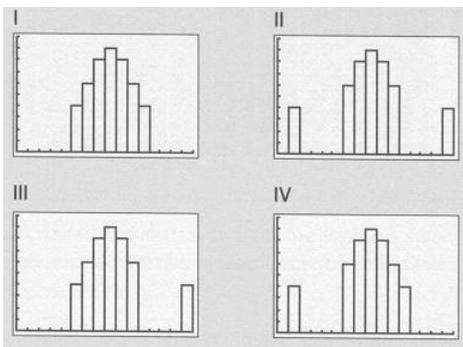
Professora: Prestem atenção!

A12: Porque vemos no gráfico que ao fim de quatro meses a taxa real aumenta quase para o dobro da taxa nominal.

Professora: Com esta tarefa pretendia que compreendessem que devemos estar atentos àquilo que lemos porque um leitor distraído olhava para o gráfico e não pensava duas vezes. A ideia é que percebam de que forma devemos ler e interpretar os gráficos que nos aparecem nas revistas, como o exemplo.

Como se verifica procurei chamar a atenção dos alunos sobre a importância de aprenderem um conjunto de competências que lhes permita fora da sala de aula, analisar, interpretar e avaliar a veracidade da informação veiculada em diferentes representações.

Por fim, procurando compreender se os alunos desenvolviam capacidades de compreensão referentes ao nível 3: *ler além dos dados*, definido por Curcio, propus-lhes a seguinte tarefa. Com esta tarefa pretendida compreender de que forma os alunos eram capazes de estabelecer comparações entre representações gráficas, nomeadamente entre histogramas, e entre as respetivas medidas de localização central e de dispersão. Por outro lado, esta tarefa permitia compreender de que forma os alunos aprenderam esses conceitos estatísticos, pois era necessário interpretar os conceitos de média, mediana e desvio-padrão para que fosse possível compará-los.

<p>1. Observa os histogramas:</p> <p>1.1. Qual a relação entre as dimensões das distribuições?</p> <p>1.2. Qual a relação entre a média e a mediana em cada histograma?</p> <p>1.3. Estabelece uma relação de ordem entre os desvios-padrão das diferentes distribuições. Explica o teu raciocínio.</p>	
---	---

Enquanto os grupos resolviam a tarefa foi notório que a maior parte dos alunos estabeleceu uma escala comum a todos os histogramas mostrando a necessidade de terem os eixos numerados para lhes ajudar na comparação. Alguns alunos não necessitaram de numerar os eixos dos histogramas.

Professora: Todos obtiveram as mesmas conclusões que o vosso colega?

A21: Eu não consegui fazer a alínea 1.3.

Professora: Prestem lá atenção que o Inácio vai explicar como pensou.

A13: O desvio-padrão é tanto maior como maiores forem os desvios em relação à média. No primeiro histograma temos o menor desvio-padrão porque os valores estão mais próximos da média. O segundo e terceiro histograma têm o mesmo desvio-padrão pensando por compensação. O quatro é o que tem maior desvio-padrão porque é o que apresenta valores mais afastados da média.

A21: Obrigado A13 já percebi.

Professora: Alguém quer colocar mais alguma questão?

Turma: ...

Professora: Ninguém tem nenhuma dúvida na alínea 1.2.)?

Turma: Não!

Professora: Então todos me sabem explicar porque é que a média não é igual à mediana no terceiro e quarto histograma?

A6: No terceiro histograma porque tem valores mais afastados à direita, o que faz com que a mediana seja maior que a média. E no quarto, ao contrário porque é para a esquerda.

Como esperava que esta tarefa suscitasse algumas dúvidas, após a explicação da resolução do aluno, tornou-se pertinente que fosse este a procurar dissipar as dúvidas que surgiram. As dificuldades residiram no estabelecimento de uma relação de ordem entre a média e a mediana em cada um dos histogramas.

Apreciação dos alunos à estratégia delineada

No final de cada uma das aulas apresentadas, os alunos redigiam um comentário apreciativo referindo a sua opinião sobre o papel das representações gráficas no tratamento de conceitos estatísticos e sobre o que poderia ser alterado em cada uma das aulas. Os comentários eram redigidos numa folha que era entregue juntamente com a ficha de trabalho e que no final da aula, um aluno escolhido ao acaso recolhia. Optou-se por ser um aluno a recolher para que os alunos se sentissem mais confortáveis para expressar a sua opinião.

Para facilitar a análise de todas as respostas dadas (n=58) pelos alunos ao longo da intervenção, recorreu-se às tabelas a seguir apresentadas.

Tabela 14- Tipos de resposta dos alunos relativamente ao papel das representações gráficas no tratamento de conceitos estatísticos (n=58)

O papel das representações gráficas no tratamento de conceitos estatísticos

Tipos de resposta	% de respostas
Permitem analisar melhor os dados por estarem organizados;	16%
Permitiram mais facilmente aprender alguns conceitos (média, desvio-padrão,...)	41%
Facilita-nos o pensamento	3.4%
Maior compreensão dos conceitos por estar a situação ilustrada no gráfico	5.2%
Ajudam na confirmação dos resultados	3.4%
O diagrama de dispersão permitiu perceber o tipo de correlação corretamente	7%
Extraír resultados de forma mais direta	3.4%
Interpretar os dados	10.4%
Comparar medidas de localização central e de dispersão sem as calcular através de gráficos	6.8%
Não responde	3.4%

Os alunos conferem vários tipos de utilidade às representações gráficas estudadas na aprendizagem de conceitos estatísticos. De referir que 41% dos alunos consideram que as representações gráficas permitiram compreender com mais profundidade os conceitos estatísticos abordados. Curiosamente, mencionam a média, conceito estatístico em que não deveriam ter dificuldades visto ter sido aprendido em anos anteriores. Por outro lado, considero importante focar o facto de alguns alunos (7%) afirmarem recorrer às representações gráficas para confirmação de resultados e fundamental na interpretação da informação contidas nas mesmas (10.4%). Num nível de compreensão superior é de salientar que aproximadamente 7% dos alunos referem que estabeleciam comparações entre representações gráficas, sendo capazes de extrair conclusões acerca das medidas de tendência central e de dispersão através da leitura e interpretação da informação veiculada nas mesmas.

Tabela 15- Tipos de resposta apresentadas pelos alunos sobre possíveis mudanças da estratégia desenvolvida (n=58)

O que poderia ser alterado na estratégia desenvolvida	
Tipos de resposta	% de respostas
Não fazia alterações	52%
Mais tempo para resolver as tarefas	17%
Maior rapidez na resolução e correção das tarefas, para serem feitas mais tarefas	18.6%
A professora explicar as resoluções no quadro em vez de o pedir aos alunos	10.4%
A professora não precisa de esperar que alguém diga que não percebeu, deve explicar mesmo antes de surgirem as dúvidas	2%

Relativamente ao que poderia ser alterado na estratégia desenvolvida, mais de metade dos alunos (52%) não refere qualquer alteração. No entanto, não quer isso dizer que concordem com a estratégia desenvolvida, podem não se sentirem confortáveis em expressar a sua opinião ou não o quererem fazer.

Por observação das aulas, apercebi-me que na turma existiam ritmos de trabalho muito diferentes, o que é possível confirmar com as respostas dos alunos, uma vez que 17% dos alunos afirmam que era necessário mais tempo para resolverem as tarefas, enquanto 18.6% dos alunos referem precisamente o oposto.

Por fim, considero pertinente mencionar os 10.4% dos alunos que afirmam que a professora não deve pedir aos alunos para explicar os seus processos de resolução mas que deve acontecer o oposto. Perante este tipo de resposta é possível compreender o tipo de metodologia que o aluno prefere, uma aula de caráter mais expositivo onde o professor desempenha um papel mais ativo nas atividades a desenvolver na sala de aula. Possivelmente, as resistências colocadas à estratégia desenvolvida podem residir no facto dos alunos não estarem familiarizados com este tipo de estratégia. Em suma, a 'cultura' instituída na turma foi um elemento que dificultou a implementação da estratégia delineada, o que, nem sempre, permite que o aluno seja um elemento interventivo na sala de aula e que conferisse importância ao seu envolvimento na realização das atividades propostas.

3.3. Depois da Intervenção

Depois da intervenção pedagógica, era fundamental compreender as perceções dos alunos através de um questionário e de uma entrevista. Com o questionário, pretendi ter uma apreciação global da turma sobre a estratégia desenvolvida e com a entrevista compreender aspetos mais pontuais sobre a opinião de alguns alunos da turma.

3.3.1. Apreciação geral da turma sobre a estratégia desenvolvida

Os alunos, principais intervenientes no processo de ensino e de aprendizagem, devem poder expressar a sua opinião acerca da sua aprendizagem, da estratégia adotada pelo professor e possíveis críticas à mesma (Branco, 2000). Como tal, considerei pertinente compreender a perceção que os alunos da turma ($n=23$) têm sobre o ensino-aprendizagem de conteúdos estatísticos através de diferentes representações gráficas.

No questionário, o primeiro grupo era de resposta fechada pelo que optei por analisar as respostas em causa segundo quatro dimensões: (i) o trabalho de grupo; (ii) a calculadora gráfica na aprendizagem de Estatística; (iii) as representações gráficas no ensino e na aprendizagem de Estatística; e (iv) as capacidades/conhecimentos desenvolvidos na aprendizagem de Estatística. O Quadro 7 explicita as respostas dadas pelos alunos sobre o trabalho de grupo nas aulas de Estatística.

Quadro 7- Percentagem de alunos segundo as opções de resposta relativamente ao trabalho de grupo nas aulas de Estatística

Trabalho de grupo	DT/D	I	C/CT	\bar{x}
O trabalho de grupo permitiu-me discutir sobre possíveis formas de resolver as tarefas.	-	4%	96%	4.43

A maioria dos alunos (96%) concorda que o formato de ensino utilizado lhes permitiu discutir sobre as tarefas propostas e sobre os possíveis processos de resolução das mesmas.

Relativamente à utilização da calculadora gráfica nas atividades de aprendizagem de Estatística, apenas 4% dos alunos consideram que não recorreram à mesma para comparar resultados obtidos de forma analítica. Todavia, todos os alunos referiram que a calculadora gráfica foi um instrumento útil na aprendizagem de conceitos estatísticos e a maioria afirma que a calculadora foi um instrumento que permitiu a construção e visualização das representações gráficas utilizadas nas aulas de Estatística.

Quadro 8- Percentagem de alunos segundo as opções de resposta relativamente à utilização da calculadora gráfica

A calculadora gráfica na aprendizagem de Estatística	DT/D	I	C/CT	\bar{x}
A calculadora gráfica permitiu-me visualizar diferentes representações gráficas de uma forma rápida.	-	9%	81%	4.37
Recorri à calculadora gráfica para comparar resultados obtidos.	4%	4%	92%	4.30
A calculadora gráfica favoreceu a minha aprendizagem de conceitos estatísticos.	-	-	100%	4.5

Os alunos consideram que apreciaram aprender os conceitos estatísticos através das representações gráficas. A maioria dos alunos (83%) considera que os gráficos utilizados nas tarefas propostas suscitaram o seu interesse em aprender Estatística. Relativamente à utilidade conferida às representações gráficas, a maioria (96%) dos alunos afirma que estas lhes permitiram representar e comparar conjuntos de dados (Quadro 9).

Quadro 9- Percentagem de alunos segundo as opções de resposta relativamente às representações gráficas no ensino e na aprendizagem de conceitos estatísticos

As representações gráficas no ensino e na aprendizagem de conceitos estatísticos	DT/D	I	C/CT	\bar{x}
Gostei de aprender conceitos estatísticos através das representações gráficas.	-	-	100%	4.5
As tarefas propostas na aula a partir de gráficos suscitaram o meu interesse pela Estatística.	-	17%	83%	4.24
As representações gráficas ajudaram-me a representar e comparar dados.	-	4%	96%	4.43

Por fim, a última dimensão de análise incide nas capacidades/conhecimentos desenvolvidos pelos alunos nas aulas de Estatística, como é ilustrado no seguinte quadro:

Quadro 10- Percentagem de alunos segundo as opções de resposta relativamente às capacidades/conhecimentos desenvolvidos

Capacidades/Cohecimentos desenvolvidos na aprendizagem de Estatística	DT/D	I	C/CT	\bar{x}
Sou capaz de construir qualquer representação gráfica estudada.	4%	4%	92%	4.30
Aprendi a interpretar corretamente a informação contida num gráfico.	-	13%	87%	4.30
Desenvolvi competências que me permitem avaliar a veracidade da informação veiculada num gráfico.	-	13%	87%	4.30

Constata-se que 92% dos alunos se sentem capazes de construir qualquer representação gráfica. No entanto, 4% dos alunos discorda da afirmação, o que parece informar que alguns alunos sentem dificuldades na construção de representações gráficas. Por outro lado, grande parte dos alunos (87%) compreende que o estudo de Estatística lhes permitiu desenvolver capacidades para avaliar a veracidade da informação veiculada num gráfico.

Após esta análise, achei pertinente proceder a outro tipo de análise relacionando-a com o desempenho dos alunos no terceiro período letivo. Para isso, considerei três níveis de desempenho: baixo (8 a 13 valores), médio (14 a 17 valores) e alto (18 a 20 valores). Relativamente às perceções dos alunos sobre o trabalho de grupo, verifica-se que as mesmas são consideravelmente distintas tendo em conta o grau de desempenho dos mesmos.

Quadro 11- Análise por desempenho e pelas respostas do alunos relativamente ao trabalho de grupo nas aulas de Estatística

Trabalho de grupo	Desempenho					
	Baixo		Médio		Alto	
	\bar{x}	s	\bar{x}	s	\bar{x}	s
O trabalho de grupo permitiu-me discutir sobre possíveis formas de resolver as tarefas.	4.29	0.45	4.19	0.39	3.8	0.4

São ($\bar{x} = 4.29$) os alunos com baixo desempenho na disciplina de Matemática que atribuíram maior utilidade ao trabalho de grupo, nomeadamente pelo facto de permitir discutir sobre diferentes formas de resolver as tarefas, comparativamente com os restantes alunos da turma, com médio e alto desempenho. De referir que em média ($\bar{x} = 3.8$) os melhores alunos da turma na disciplina de Matemática foram os que conferiram menor importância ao facto de o trabalho de grupo lhes permitir discutir sobre as atividades desenvolvidas com os colegas. Estes resultados mostram que os alunos com mais dificuldades privilegiam o trabalho de grupo, para poderem discutir as suas resoluções com os colegas e colocarem questões aos mesmos, numa linguagem que lhes é mais próxima. O que vai ao encontro das respostas dadas pelos alunos à entrevista, uma vez que os alunos com médio e alto desempenho apontaram o trabalho de grupo como algo que poderia ser alterado na estratégia desenvolvida. Estes referiram que preferem trabalhar individualmente nas aulas de Matemática. As justificações prenderam-se com o barulho gerado pelos grupos, “eu não gosto do trabalho de grupo porque me distraio mais e estou mais na conversa do que se estivesse a trabalhar sozinha”, resposta dada pelo aluno A6. No entanto, mesmo preferindo trabalhar individualmente o aluno A7 referiu que “a interação com os grupos foi positiva, captando a nossa atenção”.

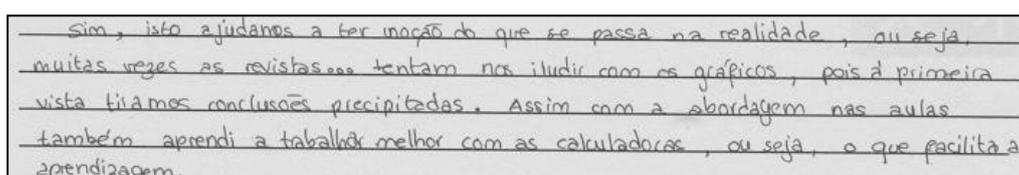
Relacionando as capacidades/conhecimentos desenvolvidos com o desempenho da turma, verifica-se que em média ($\bar{x} = 4.29$) os alunos com baixo desempenho reconheceram a validade da estratégia utilizada pelo que consideram que desenvolveram capacidades para interpretar de forma correta a informação veiculada num gráfico, dentro e fora da sala de aula. Este resultado mostra que os alunos com menor desempenho na turma se envolveram nas atividades desenvolvidas ao longo das aulas de Estatística.

Quadro 12- Análise por desempenho e pelas respostas do alunos relativamente às capacidades/conhecimentos desenvolvidos nas aulas de Estatística

Capacidades/Conhecimentos desenvolvidos na aprendizagem de Estatística	Desempenho					
	Baixo		Médio		Alto	
	\bar{x}	s	\bar{x}	s	\bar{x}	s
Sou capaz de construir qualquer representação gráfica estudada.	3.86	0.35	3.91	0.67	4.2	0.4
Aprendi a interpretar corretamente a informação contida num gráfico.	4.14	0.64	3.91	0.51	4.4	0.49
Desenvolvi competências que me permitem avaliar a veracidade da informação veiculada num gráfico.	4.29	0.45	3.82	0.39	4.2	0.4

Por observação do Quadro 12, relativamente à capacidade de construir qualquer representação gráfica estudada verificamos que em média ($\bar{x} = 3.86$; $\bar{x} = 3.91$; $\bar{x} = 4.2$), mas sem grande discrepância, as dificuldades dos alunos diminuem conforme o seu grau de desempenho.

O segundo grupo do questionário consistia em cinco questões de resposta aberta pois considero fundamental saber a opinião dos alunos sobre a estratégia utilizada para compreender o impacto da minha intervenção no ensino-aprendizagem de conceitos estatísticos através de representações gráficas. Relativamente às vantagens, as respostas a seguir apresentadas ilustram as vantagens apontadas pelos alunos:



Sim, isto ajudamos a ter noção do que se passa na realidade, ou seja, muitas vezes as revistas... tentam nos iludir com os gráficos, pois a primeira vista tiramos conclusões precipitadas. Assim com a abordagem nas aulas também aprendi a trabalhar melhor com as calculadoras, ou seja, o que facilita a aprendizagem.

Figura 31. Resposta dada pelo aluno A16.

Este aluno além considerar a calculadora gráfica como instrumento que facilita a aprendizagem matemática foi capaz de conferir utilidade aos conceitos estatísticos pela forma como foram abordados, isto é, as tarefas utilizadas ao longo das aulas sucessivamente recorriam a problemas e assuntos do quotidiano, e por vezes as representações gráficas utilizadas eram retiradas de notícias.

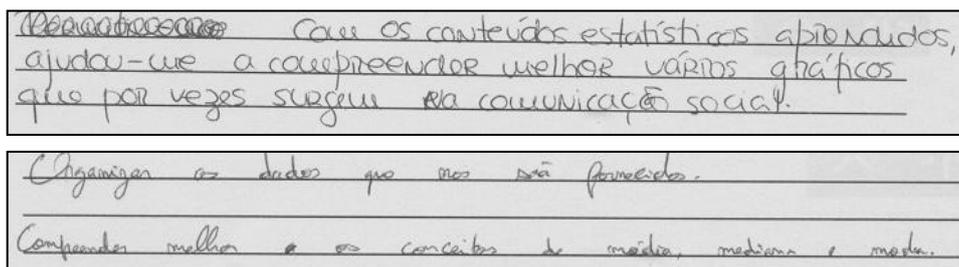


Figura 32. Respostas dadas pelos alunos A7 e A12.

Estes alunos referem novamente a importância de terem trabalhado os conceitos estatísticos através de diferentes representações gráficas e como isso contribuiu para a compreensão de conceitos estatísticos aprendidos em anos anteriores. Em relação às desvantagens, os alunos mencionam o tempo que é necessário para construir as diferentes representações gráficas, pois referem que para serem feitas com rigor e a uma escala adequada é necessário algum tempo.

Como foram estudadas várias representações gráficas, considerei fundamental perceber em quais os alunos sentiram mais dificuldades.

Tabela 16- Representações gráficas que suscitam mais dificuldades aos alunos

Representações gráficas que suscitaram mais dificuldades	% de respostas
Diagrama de extremos e quartis	30%
Diagrama de dispersão	22%
Gráfico circular	9%
Histograma	9%
Nenhuma das representações gráficas estudadas	26%
Não responde	4%

As dificuldades apresentadas são direcionadas para a construção de um diagrama de dispersão (22%) devido à necessidade de marcar os pares ordenados num referencial. Isto vai ao encontro das dificuldades explicadas pelos alunos aquando a realização da entrevista, uma vez que os alunos com baixo desempenho referiram o diagrama de dispersão pelas seguintes razões: “como têm duas variáveis são mais complexos” e “como os pontos a marcar no

referencial eram muito próximos era mais difícil construir corretamente o gráfico”, respostas dadas pelos alunos A14 e A8. Isto prende-se com o facto de ter recorrido a tarefas com assuntos do quotidiano pelo que os valores não eram exatos e, dependendo do problema, por vezes bastante próximos até à segunda casa decimal. Considero que apesar de ter causado algumas dificuldades na construção do mesmo, foi importante para compreenderem o conceito de correlação que fossem abordados temas de possível interesse para os alunos, para que estes se sentissem mais motivados. Relativamente ao gráfico circular, 9% dos alunos referiram que este se tornou complicado de construir pelo facto de terem de recorrer ao transferidor e pela utilização de valores em percentagem. Por fim, o gráfico que mais suscitou dificuldades nos alunos foi o diagrama de extremos e quartis (30%) e como justificação para isso mencionam a dificuldade de calcular analiticamente os quartis.

Diariamente somos confrontados com as mais diversas representações gráficas nos meios de comunicação social para nos transmitirem informação, pelo que procurei perceber se as aulas de Estatística contribuíram para ajudar os alunos a compreender essa informação, para que sejam cidadãos informados na nossa sociedade. De seguida são apresentadas as respostas de alguns alunos que mostram a forma como as aulas de Estatística contribuíram para a sua formação:

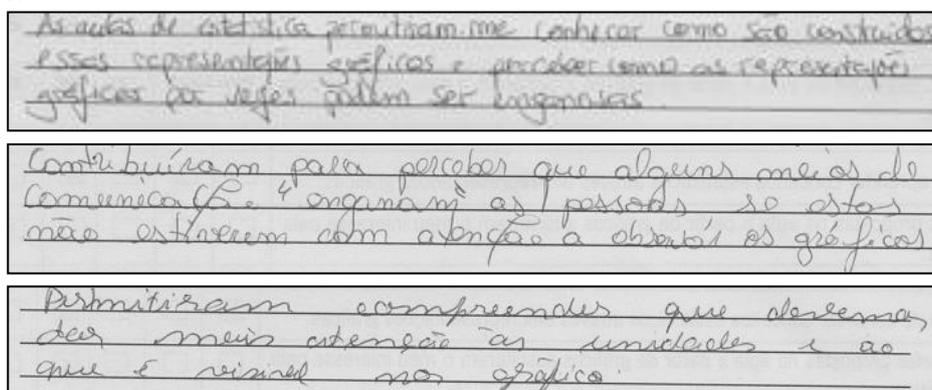
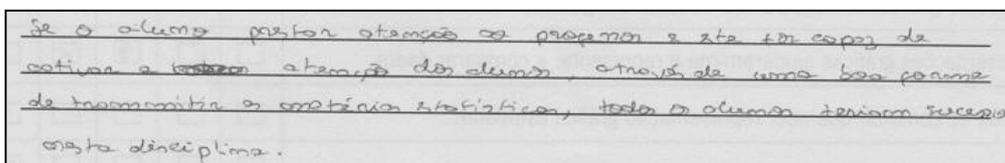


Figura 33. Respostas dadas pelos alunos A23, A3 e A4.

Perante as respostas apresentadas é possível perceber a importância que os alunos atribuíram às aulas de Estatística por se sentirem mais capazes de ler determinado gráfico numa notícia que capte a sua atenção, a que detalhes devem estar atentos e que compreender um gráfico não basta ‘retirar’ a informação que está explícita no mesmo, mas que é necessário uma leitura e interpretação cuidadas. Através da entrevista foi possível reforçar que os alunos compreenderam a importância da estratégia delineada na aprendizagem da Estatística uma vez

que os alunos A7 e A9 afirmaram que “nos jornais há muita informação que às vezes está em gráficos e nem sempre é aquilo que parece, com a Estatística aprendemos a analisar melhor os gráficos” e “a Estatística tem muito a ver com os gráficos, se não soubermos analisá-los não somos capazes de compreender muita informação que vemos”, respetivamente.

Durante a minha intervenção pedagógica procurei que a atividade do aluno fosse central no decorrer da aula, procurando que este fosse participativo e não dependesse do professor na realização das tarefas, mas que discutisse os obstáculos/dificuldades no seio do grupo. Como tal, procurei saber a opinião dos alunos sobre esta forma de ‘estar’ numa aula de matemática. As opiniões foram bastantes diferentes, uma vez que nem todos os alunos concordam com esta estratégia, como é exemplificado com a seguinte resposta:

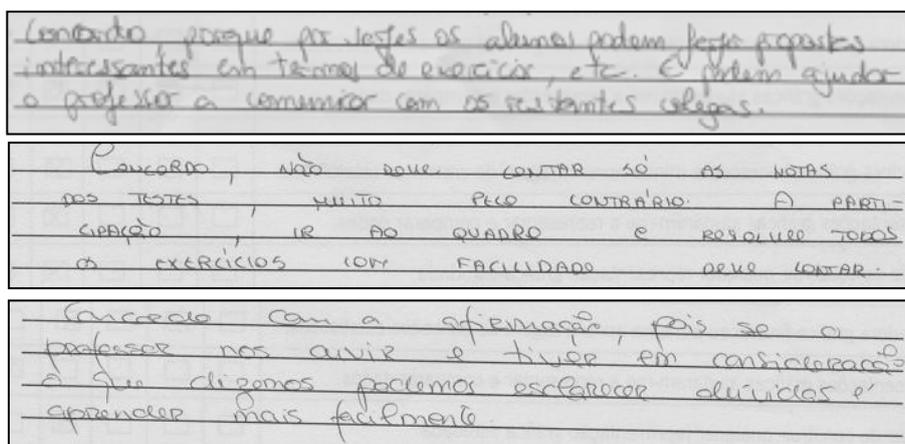


Se o aluno prestar atenção ao professor e ele for capaz de captar a atenção dos alunos, através de uma boa forma de transmitir as conteúdos estatísticos, todos os alunos terão sucesso nesta disciplina.

Figura 34. Resposta dada pelo aluno A13.

Este aluno demonstra uma visão mais expositiva do ensino e aprendizagem na aula de Matemática e com a qual se identifica. Tal pode ser explicado pelo facto de ser a prática letiva que mais prevaleceu ao longo da sua formação escolar, pelo que quando deparado com uma estratégia distinta crie algumas ‘resistências’.

Tendo em conta as respostas dos alunos que concordam com esta estratégia para o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa, estes apresentam algumas justificações interessantes, das quais destaco as seguintes:



Concordo porque ao veres os alunos podem fazer perguntas interessantes em termos de exercício, etc. E podem ajudar o professor a comunicar com os restantes colegas.

Concordo, não deve contar só as notas nos testes, muito pelo contrário. A participação, ir ao quadro e resolver todos os exercícios com facilidade deve contar.

Concordo com a afirmação pois se o professor nos ouvir e tiver em consideração a que dizemos podemos esclarecer dúvidas e aprender mais facilmente.

Figura 35. Respostas dadas pelos alunos A23, A21 e A6.

Estes alunos valorizam a sua atividade na sala de aula, referindo que a avaliação não deve incidir apenas nos testes. Não esperava que os melhores alunos focassem este aspeto, no entanto, parece-me importante que o aluno tenha noção que a avaliação é mais do que a atribuição de uma nota, que devemos ser elementos ativos nas atividades desenvolvidas na aula e que é fundamental que isso seja considerado pelo professor.

Em suma, existem na turma diferentes perspetivas sobre o que é ensinar e aprender matemática. Cabe ao professor criar estratégias diversificadas e adequá-las quanto possível ao perfil da turma

CAPÍTULO 4

CONCLUSÕES, RECOMENDAÇÕES E LIMITAÇÕES

Neste capítulo apresentam-se as principais conclusões deste estudo, tendo em conta as questões de investigação definidas, o suporte teórico elaborado e a estratégia delineada ao longo da intervenção pedagógica. Por último, apresentam-se as implicações para o ensino e aprendizagem deste estudo na Educação Estatística, as limitações encontradas ao longo deste estudo e, ainda, algumas recomendações para trabalhos futuros.

4.1. Conclusões

Nesta secção dá-se resposta às questões de investigação do projeto tendo como referência os dados obtidos e as referências teóricas consultadas.

4.1.1. Como professores de Matemática veem as representações gráficas no ensino de Estatística do 10.º ano? Que tratamento tem essas representações no manual escolar do aluno?

A análise da informação recolhida sobre as perceções dos professores de Matemática da escola onde este projeto foi implementado permitiu-me compreender melhor um dos contextos 'mais próximos' da minha intervenção na escola. O grupo de professores inquiridos são maioritariamente do sexo feminino (70%) e, relativamente aos anos de serviço de docência, são professores com experiência profissional considerável ($\bar{x} \approx 20$ anos). Os professores inquiridos costumam lecionar o tema de Estatística no 3.º período letivo durante 10 a 13 aulas. Este número reduzido de aulas na leção dos conceitos estatísticos reflete a importância que dão ao tema, uma vez que metade dos professores inquiridos considera que o mesmo deve ser reduzido na sua importância curricular. Igual posição manifestaram os professores do estudo realizado por Fernandes, Alves, Machado, Correia e Rosário (2009). A desvalorização que alguns professores dão à aprendizagem da Estatística na formação do aluno tende a contrariar as recomendações metodológicas e os objetivos gerais contemplados no programa de Matemática A do ensino secundário. Essa desvalorização poder-se-á dever à ausência, no exame nacional do 12.º ano, de questões sobre conceitos estatísticos, o que indicia levar alguns professores de

Matemática a investir mais nos temas que tradicionalmente são mais contemplados no exame, como, por exemplo, é o caso das Funções e da Geometria.

Relativamente às representações gráficas no ensino de Estatística do 10.^o ano de escolaridade, os professores inquiridos referiram algumas preocupações/cuidados quando as contemplam na abordagem de conteúdos estatísticos, tais como o rigor científico na construção das representações gráficas (50%), a representação gráfica que mais se adequa ao estudo estatístico em causa (33%) e a leitura e interpretação correta dos dados (25%). A importância que os professores atribuem às diferentes representações gráficas pode dever-se à diversidade de recursos didáticos que podem utilizar nas suas aulas, para além do manual escolar do aluno. Os recursos mais apontados pelos professores foram a calculadora gráfica, *Geogebra* e a folha de cálculo (50%), *sites* de Estatística (INE, ALEA) (42%) e artigos dos *media* (33%). A utilização de artigos dos *media* pode ser explicada por uma certa preocupação dos professores em conferir utilidade aos conhecimentos adquiridos e, ainda, promover o desenvolvimento da capacidade de interpretação e avaliação de situações de contexto real. Apenas um dos professores referiu utilizar outros manuais escolares, o que vai de encontro aos resultados obtidos por Quintas, Oliveira e Ferreira (2009), que concluem que os professores envolvidos no seu estudo maioritariamente utilizam diversos manuais escolares para o ensino de Estatística e somente um número pouco expressivo menciona a utilização de recortes provenientes de jornais e revistas. O facto de os professores referirem recorrer com frequência a diversos manuais pode ilustrar uma certa dependência deste recurso didático (Viseu, Fernandes & Gonçalves, 2009) ou, por outro lado, ser justificado pelo seu fácil acesso.

As dificuldades de aprendizagem dos alunos relativas às representações gráficas são também apontadas pelos professores, mencionando que os alunos apresentam dificuldades com o diagrama de caule-e-folhas, o diagrama de extremos e quartis e o gráfico circular. Considerando o diagrama de caule-e-folhas, Pereira-Mendoza e Dunkels (1989) referem que os alunos têm dificuldades em posicionar e compreender os valores atribuídos ao caule e às folhas. Relativamente ao gráfico circular, a dificuldade é apontada pelo facto de ser necessário trabalhar com o conceito de percentagem, resultado que também é apontado por Carvalho (2009) e Morais (2010).

O tratamento que as representações gráficas têm no manual escolar pode sustentar-se pelo tipo de capacidades de literacia estatística que procura que o aluno desenvolva com a

realização das tarefas propostas no mesmo. De referir que o manual escolar em causa privilegia tarefas que visam desenvolver no aluno capacidades referentes ao nível 1 e 2, *ler os dados* e *ler entre os dados*, sugeridos por Curcio (1989). O último nível definido por Curcio (1989), nível 3: *ler além dos dados*, apresenta-se com uma expressão pouco significativa, não existindo uma tarefa no manual que vise desenvolver especificamente capacidades referentes ao nível 3, isto é, capacidades para extrair a totalidade da informação veiculada numa representação gráfica e do aluno ser capaz de olhar de forma crítica para a mesma. Curcio (1987) aponta para dificuldades dos alunos nomeadamente na interpretação gráfica e na generalização da informação contida numa representação gráfica, o que pode explicar-se pela ausência de tarefas colocadas aos mesmos que visem desenvolver neles essas capacidades. Isto vai ao encontro dos resultados obtidos por Morais (2010), que concluiu que quanto maior o nível de compreensão mais erros e dificuldades os alunos evidenciam.

4.1.2. Que capacidades e conhecimentos adquirem os alunos no estudo de Estatística através das representações gráficas? Que dificuldades sentem os alunos na representação e interpretação da informação de um gráfico estatístico?

Antes da intervenção pedagógica, com a análise do desempenho a um teste diagnóstico, os alunos revelam alguns conhecimentos de conceitos estatísticos estudados em anos anteriores, tais como a leitura e interpretação da informação contida em gráficos de barras, a compreensão da influência da escala na leitura de um gráfico, especificamente num gráfico de linhas. Revelam ainda a compreensão de algumas das propriedades da média e da mediana. A forma como leem e interpretam informação veiculada por gráficos revela que os alunos apresentam capacidades de literacia estatística associadas aos níveis 1 e 2 sugeridos por Curcio (1989). Alguns alunos demonstram dificuldades associadas ao nível 2: *ler entre os dados* e a maioria deles demonstra dificuldades associadas ao nível 3: *ler além dos dados*. Este tipo de resultados poder-se-á dever à forma como ao longo da sua escolaridade os alunos aprenderam os conceitos estatísticos. Se os alunos aprenderam os conceitos estatísticos através de procedimentos de mecanização e aplicação de fórmulas, a dimensão relativa à interpretação fica aquém do que é necessário, o que vai ao encontro dos resultados obtidos no estudo PISA (2003).

Durante a intervenção pedagógica, os alunos foram sendo capazes de: (i) estabelecer comparações, por observação e interpretação da informação veiculada nas representações gráficas, entre as medidas de tendência central e de dispersão; (ii) interpretar a informação veiculada em diferentes representações gráficas, essencialmente em histogramas, gráficos de barras, gráficos de linhas e diagramas de dispersão; (iii) analisar criticamente o valor do coeficiente de correlação obtido em comparação com o diagrama de dispersão associado; e (iv) avaliar criticamente a informação veiculada numa representação gráfica e concluir sobre a sua veracidade. Estes resultados refletem que os alunos desenvolvem capacidades se tiverem oportunidade de desenvolver as suas aprendizagens através de uma estratégia de ensino que atribua especial atenção à sua atividade e à justificação e explicação do seu ponto de vista sobre a veracidade da informação veiculada nas representações gráficas.

À semelhança das tarefas propostas no teste diagnóstico, os alunos durante a intervenção pedagógica foram questionados sobre a veracidade da informação veiculada em diferentes representações gráficas. O que se verificou foi que, ao contrário do sucedido no teste diagnóstico, a maioria dos alunos não mostrou dificuldades na resolução dessas questões.

Depois da intervenção pedagógica os alunos foram questionados sobre que capacidades/conhecimentos consideravam ter adquirido ao longo da intervenção. A maioria deles considerou-se capaz de construir qualquer representação gráfica estudada (92%) e de avaliar a veracidade da informação contida num gráfico, o que é exemplificado com a seguinte afirmação de um aluno: “muitas vezes nas notícias via gráficos que não conhecia e não compreendia, agora acho que sou menos iludido porque já conheço mais gráficos e as suas características”. Algo que merece alguma reflexão é o facto de serem os alunos com menor desempenho na disciplina de Matemática ao longo do ano que, em média, referiram desenvolver capacidades/conhecimentos na aprendizagem dos conceitos através de representações gráficas. Provavelmente, estes alunos mostraram-se mais interessados ao longo das aulas, mesmo tendo este tema um peso pouco significativo na sua classificação final. Isto poderá explicar-se pelo facto dos alunos terem trabalhado em grupo, o que terá motivado os alunos com menor desempenho na participação e na discussão das atividades desenvolvidas. Tal como referem Matos e Serrazina (1996), os alunos com mais dificuldades podem beneficiar do trabalho de grupo, fundamentalmente quando os grupos são heterogéneos.

As dificuldades dos alunos na interpretação e representação da informação em representações gráficas prenderam-se essencialmente com o tipo de escala adequada a cada situação e em comparar gráficos de barras que não tivessem os eixos numerados. Embora os alunos se considerem capazes de construir qualquer representação gráfica, alguns deles referiram que o diagrama de dispersão (22%) e o diagrama de extremos e quartis (30%) são as representações gráficas mais complicadas para os mesmos. As representações gráficas referidas pelos alunos são aquelas que aprenderam durante este ano letivo o que pode indiciar que o tempo utilizado para a aprendizagem dos novos conteúdos estatísticos não foi suficiente para que os alunos se sentissem capazes de construir sem dificuldades as representações referidas. O que remete para a necessidade de não desvalorizar o ensino e a aprendizagem deste tema

4.1.3. Que perspetivas têm os alunos sobre o ensino-aprendizagem de conteúdos estatísticos através das representações gráficas?

Durante a intervenção pedagógica, os alunos apresentaram, no final de cada aula, as suas apreciações sobre a estratégia delineada. Dessas apreciações emerge a importância que os alunos dão às representações gráficas na interpretação dos dados (10.4%), na análise dos dados pela forma como estão organizados (16%) e na melhor compreensão de alguns conceitos (como por exemplo, média e o desvio-padrão) (41%).

Depois da intervenção pedagógica, independentemente do desempenho à disciplina de Matemática, os alunos mencionam que gostaram de aprender os conceitos estatísticos através das representações gráficas (100%) e afirmam que as representações gráficas os ajudaram a comparar a informação (96%). Os alunos referem o contributo das representações gráficas para comparar informação, uma vez que, durante a intervenção pedagógica, resolveram um conjunto de tarefas que procurava desenvolver nos mesmos a capacidade de extrair conclusões acerca das medidas de tendência central e de dispersão por comparação das diferentes representações gráficas. Por exemplo, os alunos comparavam medidas de tendência central e de dispersão e, ainda, estabeleciam uma relação de ordem entre as mesmas através da leitura e interpretação da informação veiculada em representações gráficas, sem o seu cálculo.

Para além de os alunos apresentarem uma opinião favorável sobre a utilização das representações gráficas no ensino e na aprendizagem de Estatística também compreenderam a sua utilidade e aplicabilidade a situações do quotidiano, tal como exemplifica a afirmação de um

aluno: “percebemos que devemos estar atentos à escala utilizada no gráfico e ao tipo de gráfico em causa para não cairmos em ‘armadilhas’ que possam existir”. Isto reflete a preocupação inerente à estratégia desenvolvida de procurar que os alunos, através da resolução de tarefas do quotidiano e, por vezes, recorrendo a informação retirada dos meios de comunicação social, pudessem verificar que a Estatística é um tema da Matemática com aplicação a diversas situações da vida real. Tal como referem Friel, Curcio e Bright (2001), o contexto é um fator importante na interpretação da informação contida nas representações gráficas, uma vez que o facto de estarem a questionar-se sobre situações reais pode provocar níveis mais elevados de compreensão.

Uma forma de procurar compreender as perceções dos alunos sobre a estratégia desenvolvida passou por questioná-los sobre o que consideravam que podia ser alterado nas aulas seguintes. As suas opiniões variam conforme o ritmo de trabalho dos alunos. Para alguns alunos (17%) era necessário mais tempo para resolver as tarefas, enquanto para outros (18.6%) a resolução e a discussão sobre a correção das tarefas deveriam ser feitas com maior rapidez para serem resolvidas mais tarefas nas aulas. Alguns dos alunos com ritmo de trabalho mais lento referiram que a construção de representações gráficas acarreta o seu tempo na resolução das tarefas, como evidencia a seguinte afirmação: “como pedia para fazer muitas representações gráficas na aula e nós queríamos fazê-las com rigor precisávamos de mais tempo”. Além de ser importante que os alunos compreendam que uma representação gráfica deve ser construída com rigor, o tempo que referem para a sua construção pode dever-se à falta de hábito na construção de gráficos.

4.1.4. Que constrangimentos senti no ensino de Estatística do 10.º ano através das representações gráficas?

Ao longo dos diversos momentos da minha intervenção pedagógica senti algumas dificuldades referentes à minha prática e às características da turma. Incidindo na minha prática, as dificuldades estiveram relacionadas com a seleção das tarefas que pretendia utilizar para que correspondessem aos objetivos definidos, que permitissem aos alunos utilizar os seus conhecimentos prévios para a aprendizagem de novos conhecimentos e que nesse processo a informação estivesse veiculada através de representações gráficas. Por vezes, não foi fácil conjugar estas intenções porque algumas das tarefas foram modificadas/alteradas para

corresponder ao propósito deste estudo. Considero que este constrangimento me permitiu ganhar alguma experiência e a compreender realmente que é fundamental que se conjuguem diversas fontes de informação e se adapte a informação recolhida conforme os objetivos de cada aula. Com este tipo de atividade o professor não é simplesmente um consumidor do currículo mas procura ser um elemento ativo e construtor da sua prática.

Este projeto desenvolveu-se numa turma com uma identidade forte e, por vezes, resistente a mudanças. O que quero com isto dizer é que por vezes a 'cultura' instituída na turma não me permitia desenvolver a estratégia delineada da melhor forma, uma vez que os alunos mostravam alguma resistência em participar, expor as suas ideias e em justificar os raciocínios efetuados na resolução das tarefas. Alguns alunos (11%) referiram que é função do professor explicar as resoluções no quadro e não do aluno. Este facto nem sequer permitia que as discussões tivessem grandes intervenções por parte dos alunos e quando tal acontecia eram os melhores alunos da turma que o faziam. Como refere Ponte (2005), a própria turma necessita de fazer uma aprendizagem coletiva sobre como devem intervir numa discussão e o quanto podem influenciar o rumo dos acontecimentos na sala de aula, deste modo a voz do professor deixa de ser predominante e gera-se um maior equilíbrio de participação entre os alunos e o professor.

Considero que as dificuldades mais centradas no meu papel de professora se poderiam dissipar com a experiência que poderia adquirir se tivesse oportunidade de lecionar um maior número de aulas seguindo a mesma estratégia. Relativamente às características da turma, estas poderiam ser alteradas se os alunos tivessem oportunidade de estar inseridos em projetos desta natureza com alguma frequência, o que poderia modificar as suas perceções sobre o que é ensinar e aprender Matemática e qual deve ser o papel do professor e do aluno neste processo.

4.2. Implicações para o ensino e a aprendizagem

As conclusões deste estudo evidenciam a necessidade de uma abordagem distinta da Estatística por parte dos professores para que o ensino da mesma não seja meramente técnico, permitindo ao aluno desenvolver capacidades de literacia estatística para se tornar um cidadão ativo e esclarecido na sociedade em que se insere (Ponte & Fonseca, 2000). No entanto, para que este tipo de capacidades se desenvolva é também necessário que os professores disponibilizem um maior número de aulas para o ensino e a aprendizagem deste tema.

Relativamente ao tipo de estratégia desenvolvida, considero que algumas das resistências apresentadas pela turma ao longo da intervenção se pudessem dissipar se os alunos quando frequentassem o 10.º ano de escolaridade já tivessem tido oportunidade de experimentar um ensino menos expositivo e mais centrado nas suas atividades e no seu grau de envolvimento nas mesmas. Como tal, considero que em cada nível de ensino, se fossem implementadas estratégias semelhantes à desenvolvida neste estudo, os alunos realizariam uma aprendizagem mais significativa em qualquer tema da Matemática e não apenas na Estatística.

4.3. Limitações e Recomendações

Um estudo desta natureza apresenta algumas limitações que se prendem com o contexto em que o mesmo foi desenvolvido. Por um lado, esta intervenção pedagógica teve lugar nas últimas aulas do ano letivo, pelo que o tempo confinado ao ensino deste tema foi reduzido e limitado o que condicionou a planificação das atividades a desenvolver pelos alunos. Tal como refere Carvalho (2009), “construir um gráfico, interpretar informação que contém ou inferir relações para além do que é imediato constatar por uma simples leitura é um processo que exige tempo” (p. 34).

Por outro lado, o facto de a turma não estar familiarizada com a estratégia delineada no estudo dos conceitos estatísticos fez com que as discussões geradas na sala de aula não fossem tão ricas quanto pretendia. Os alunos não estavam habituados a discutir sobre as formas de resolver as tarefas nem a explicar as mesmas quando as apresentavam no quadro. É fundamental que os alunos compreendam que a produção de uma resposta implica a apresentação dos passos dados e a explicação da origem dos mesmos (Carvalho, 2009).

Como recomendações para estudos futuros aconselho que se valorize mais o trabalho dos alunos na exploração dos conceitos estatísticos através das representações gráficas e recorrendo a tarefas de contexto real e se possível com recortes dos *media*, para motivar os alunos na realização das atividades e para que reconheçam a aplicabilidade da Estatística no dia-a-dia. Por outro lado, Friel, Curcio e Bright (2001) consideram fundamental que os professores melhorem os seus conhecimentos sobre as representações gráficas e que reflitam sobre as estratégias mais adequadas para contribuir para uma melhor aprendizagem dos alunos sobre as mesmas. Pelo que se recomenda um investimento na formação dos professores nesta área.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Ainley, J. (2001). Transparency in graphs and graphing tasks: An iterative design process. *Journal of Mathematical Behavior*, 19, 365–384.
- Aoyama, K. (2006). *Investigating a hierarchy of students' graph interpretation*. Acedido em 23 de agosto, 2012, de http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/6C2_AOYA.pdf
- APM (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e a aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM.
- Boaventura, M. G., & Fernandes, J. A. (2004). Dificuldades de alunos do 12^º ano nas medidas de tendência central. O contributo dos Manuais Escolares. In J. A. Fernandes, M. V. Sousa, & S. A. Ribeiro (Orgs.), *Ensino e aprendizagem de probabilidades e estatística: atas do Encontro Nacional de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 103-126). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Branco, J. (2000). Estatística no secundário. O ensino e os seus problemas. *Jornal de Matemática Elementar*, 1990, 10-18.
- Branco, J., & Martins, M. E. G. (2002). Literacia Estatística. *Educação matemática*, 69, 9-13.
- Carvalho, C., & César, M. (2001). Interações entre Pares e Estatística: Contributos para o estudo do conhecimento instrumental e relacional. *Quadrante*. 10(1), 3-27.
- Carvalho, C. (2009). Reflexões em torno do ensino e da aprendizagem da estatística: O exemplo dos gráficos. In J. A. Fernandes, F. Viseu, M. H. Martinho, & P. F. Correia (Orgs.), *Atas do II encontro de probabilidades e estatística na escola*. Braga: Centro de Investigação em Educação.
- César, M., & Sousa, R. S. (2000). Estatística e interações sociais: Jura que não vai ser (só) uma aventura!. In C. Loureiro, O. Oliveira, & Brunheira (Orgs.), *Ensino e aprendizagem da estatística* (pp. 195-211). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de

- Professores de Matemática, Departamentos de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Curcio, F. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematical Education*, 1(5), 382-393.
- Curcio, F. (1989). *Developing graph comprehension: Elementary and middle school activities*. Reston: NCTM.
- Fernandes, J. A., Alves, M. P., Machado, E. A., Correia, P. F., & Rosário, M. A. (2009). Ensino e avaliação das aprendizagens em Estatística. In J. A. Fernandes, M. H. Marinho, F. Viseu, & P. F. Correia (Orgs.), *Atas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 52-71). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Fernandes, J. A., Carvalho, C., & Ribeiro, S. A. (2007). Caracterização e implementação de tarefas estatísticas: um exemplo no 7ºano de escolaridade. *Revista Zetetiké*, 15(28), 27-61.
- Friel, S., Curcio, F., & Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Gonçalves, M. I. M. (2011). *Aprendizagem dos modelos de grafos, por alunos de MACS do 11.º ano, através do trabalho de projeto*. (Tese de Mestrado, Universidade do Minho)
- Martins, M. E. G., & Ponte, J. P. (2010). *Organização e Tratamentos de Dados*. Lisboa: ME-DGIDC.
- Matos, M., & Serrazina, M. L. (1996). *Didática da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Menino, H., & Santos, L. (2004). Instrumentos de avaliação das aprendizagens em matemática. O uso do relatório escrito, do teste em duas fases e do portefólio no 2º ciclo do ensino básico. *Actas do XV SIEM* (Seminário de Investigação em Educação Matemática) (pp. 271-291). Lisboa: APM.
- Ministério da Educação (1997). *Matemática – Programas 10.º, 11.º e 12.º anos*. Lisboa: Autor.
- Ministério da Educação (2002). *Programa de Matemática A- 10.º ano*. Lisboa: autor.
- Monteiro, C., & Ainley, J. (2003). *Developing Critical Sense in Graphing*. Acedido em 4 de julho, 2012, de <http://fibonacci.dm.unipi.it/~didattica/CERME3>.
- Morgado, J. (2004). *Manuais escolares: Contributo para uma análise*. Porto: Porto Editora.

- NCTM (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: IIE e APM.
- Morais, P. C. C. (2010). *Construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos por alunos do 9.º ano de escolaridade*. (Tese de Mestrado, Universidade do Minho)
- Pereira- Mendoza, L., & Dunkels, A. (1989). Stem-and-leaf plots in the primary grades. *Teaching Statistics*, 17, 2-6
- Pires, M. V., & Martins, C. (2009). Estatística – Desenvolvimento curricular e tecnologias: Algumas questões para discussão. In J. A. Fernandes, M. H. Marinho, F. Viseu, & P. F. Correia (Orgs.), *Atas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 1-7). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2009). O novo programa de Matemática: Uma oportunidade de mudança. *Educação e Matemática*, 105, 1-6.
- Ponte, J. P., & Fonseca, H. (2000). A Estatística no currículo do ensino básico e secundário. In C. Loureiro, O. Oliveira & Brunheira (Orgs.), *Ensino e aprendizagem da estatística* (pp. 179-211). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática, Departamentos de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Ponte, J. P., & Fonseca, H. (2001). Orientações curriculares para o ensino da Estatística: análise comparativa de três países. *Quadrante*, 10 (1), 93-115.
- Ponte, J. P. (1991). Ciências da Educação, mudança educacional, formação de professores e as novas tecnologias. In A. Nóvoa et al. (Eds.), *Ciências da Educação e Mudança*. Porto: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P., Boavida, A., Graça, M., & Abrantes, P. (1997). *Didáctica da matemática*. Lisboa: DES do ME.
- Quintas, S., Oliveira, H., & Ferreira, R. (2009). Estudo exploratório sobre perspetivas e práticas de professores de matemática, do ensino secundário no domínio do ensino da estatística. In J. A. Fernandes, M. H. Marinho, F. Viseu, & P. F. Correia (Orgs.), *Atas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 1-13). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.

- Saraiva, M., & Ponte, J. P. (2003). O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. *Quadrante*, 12(2), 25-52.
- Tairab, H., & Al-Naqbi, A. (2004). How do secondary school science students interpret and construct scientific graph? *Education Researche*, 38(3), 127-132.
- Viseu, F. (2009). *A formação do professor de Matemática, apoiado por um dispositivo de interação virtual no estágio pedagógico*. Braga: Universidade do Minho.
- Viseu, F., Fernandes, A., & Gonçalves, M. I. (2009). O manual escolar na prática docente do professor de Matemática. In B. D. Silva, L. S. Almeida, A. Barca, & M. Peralbo (Orgs.), *Actas do X Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia* (pp. 3178-3190). Braga: Universidade do Minho.
- Watson, J. M. (1997). Assessing statistical thinking using the media. In I. Gal, & J. B. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistic education* (pp.107-121). Amsterdam: IOS Press.

ANEXOS

ANEXO 1

(Pedido de autorização ao Diretor da Escola)

Exmo. Sr.

Diretor da Escola Secundária _____

Ana Sofia Alves Ferreira, aluna de Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, da Universidade do Minho, encontro-me a realizar o estágio pedagógico na Escola Secundária Francisco de Holanda. No âmbito das atividades de estágio faz parte o desenvolvimento de um ‘Relatório’ sobre a minha prática pedagógica, com características de investigação-ação. O tema que orientará a minha ação pedagógica intitula-se “*A representação gráfica no ensino e na aprendizagem da Estatística: um estudo com alunos do 10.º ano de escolaridade*”. Para poder desenvolver o meu ‘Relatório’ preciso recolher dados através de diferentes métodos. Para usar um desses métodos, gravação em vídeo e/ou áudio de aulas, preciso da autorização da vossa V. Ex.ª. Comprometo-me a usar os dados só para fins académicos, assim como me comprometo a não divulgar o nome da escola e dos alunos. Todos os dados serão confidenciais e só serão usados para evidenciar a experiência de ensino que pretendo realizar, assim como problematizar as estratégias de ensino que forem delineadas. Em causa está, sobretudo, a aprendizagem dos alunos e a minha formação a partir da minha própria prática.

Depois de obter a autorização de V. Ex.ª pretendo pedir aos Encarregados de Educação a autorização para a recolha de registos audiovisuais durante as aulas, informando-os do objetivo do meu estudo e do meu compromisso em manter o anonimato dos alunos e da escola.

Agradeço a atenção dispensada.

Braga, 24 de Outubro de 2011

Com os mais respeitosos cumprimentos.

(Ana Sofia Alves Ferreira)

ANEXO 2

(Pedido de autorização aos Encarregados de Educação)

Exmo. Sr.

Encarregado de Educação

Ana Sofia Alves Ferreira e Cátia Sofia Guimarães Ribeiro, alunas de Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, da Universidade do Minho, encontram-se a realizar o seu estágio pedagógico na Escola Secundária Francisco de Holanda. No âmbito das atividades de estágio faz parte o desenvolvimento de um Relatório sobre a nossa prática pedagógica, com características investigativas. Para podermos desenvolver o Relatório é necessário recolher dados através de diferentes métodos. Para usar um desses métodos, gravação em vídeo de aulas, precisamos da autorização da vossa V. Ex.ª. Comprometemo-nos a usar os dados só para fins académicos, assim como nos comprometemos a não divulgar o nome da escola e dos alunos. Todos os dados serão confidenciais e só serão usados para evidenciar a experiência de ensino que pretendemos realizar, assim como problematizar as estratégias de ensino que forem delineadas. Em causa está, sobretudo, a aprendizagem dos alunos e a nossa formação a partir da prática.

Agradecemos a atenção dispensada.

Braga, 26 de Outubro de 2011

Com os mais respeitosos cumprimentos.

(Ana Sofia Ferreira)

(Cátia Sofia Ribeiro)

ANEXO 3

Teste diagnóstico

NOME: _____ Nº: _____

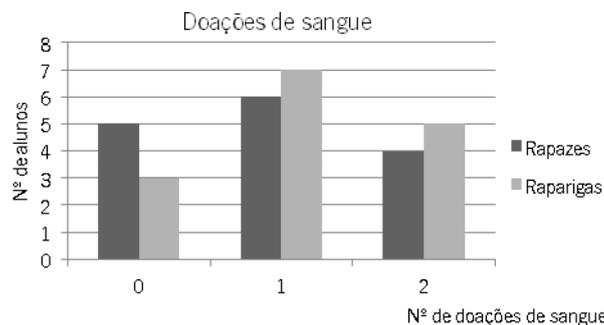
Apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos efetuados e as justificações necessárias.

1. Considera as seguintes variáveis estatísticas:

- (A) “Número de desempregados numa cidade”.
- (B) “Nota na disciplina de matemática”.
- (C) “Cor dos olhos de uma turma”

Para cada uma das variáveis estatísticas apresentadas, indica justificando, o tipo de gráfico que melhor se adequa para a sua representação.

2. Numa Universidade, realizou-se um estudo sobre o número de alunos de uma turma que já doaram sangue. O gráfico que se segue mostra o número de doações de sangue dos alunos.



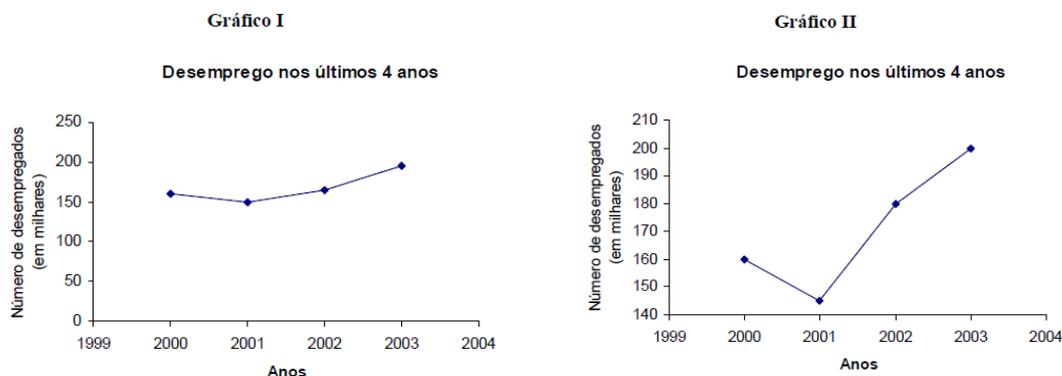
2.1. Das seguintes afirmações, indica a afirmação verdadeira, apresentando uma justificação que te leva a rejeitar cada uma das outras afirmações.

- (A) 30% dos alunos nunca doaram sangue.
- (B) 30% dos alunos doaram sangue duas vezes.
- (C) 65% dos alunos doaram sangue mais do que uma vez.
- (D) 75% dos alunos doaram sangue menos do que duas vezes.

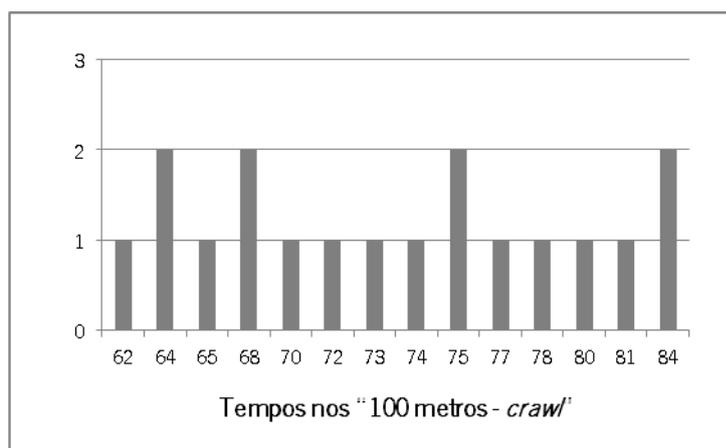
2.2. Considerando o número de doações de sangue das raparigas, determina a média, moda e a mediana da distribuição.

2.3. Enquanto a mediana divide a amostra em duas partes iguais, determina os valores para os quais a amostra fique dividida em 4 partes iguais?

3. O seguinte par de gráficos mostra a mesma informação. No entanto, apresentam uma imagem diferente. Supõe que um deles foi apresentado pelo governo e outro pela oposição. Qual dos gráficos foi utilizado pelo governo? E qual deles foi utilizado pela oposição? Justifica a tua resposta.



4. Na escola da Joana há o Clube de Natação, de que ela faz parte. Na última sessão, o professor dinamizador do clube fez o registo dos tempos, em segundos, nos “100 metros – *crawl*”.



4.1. São apurados para uma prova os alunos que fizeram o tempo igual ou inferior ao tempo médio feito pelo grupo. Quantos alunos vão participar na prova?

4.2. Do ponto de vista dos alunos qual seria mais vantajosa a utilização da média ou a da mediana? Justifica a tua resposta.

4.3. Sabe-se que a média dos tempos efetuados pelos 15 alunos do Clube de Natação que fazem os 150 metros -*crawl* é 86 segundos. Qual é o tempo médio dos alunos que praticam os 100 e os 150 metros -*crawl*.

Bom trabalho!
A professora estagiária, Ana Sofia Ferreira

ANEXO 4



Universidade do Minho
Instituto de Educação

(Questionário dirigido aos Professores)

Caro(a) Professor(a),

No âmbito da unidade curricular Estágio Profissional, do 2.º ano do Mestrado em Ensino da Matemática, pretendo averiguar, através deste questionário, as perceções que os professores de Matemática têm sobre a utilização das representações gráficas no ensino de Estatística do 10.º ano. A informação recolhida será usada somente para fins académicos, comprometendo-me a assegurar o anonimato da mesma.

1. Dados Pessoais

1.1. Sexo: F M

1.2. Anos de serviço docente: _____

1.3. Anos de ensino em que lecciona:

(Caso se verifique, pode indicar mais do que uma opção)

10.º ano _____

11.º ano _____

12.º ano _____

1.4. Situação Profissional:

Professor Profissionalizado do Quadro de Escola/Agrupamento

Professor Profissionalizado do Quadro de Zona Pedagógica

Professor Profissionalizado Contratado

Professor Não Profissionalizado

Outra

2. Ensino de Estatística

2.1. Que finalidades atribui ao ensino da Estatística? Essas finalidades em que diferem do ensino de outros temas matemáticos?

-
-
- 2.2. Para lecionar o tema de Estatística utiliza:
- | | |
|---|--------------------------|
| Menos de 6 aulas (blocos de 90 minutos) | <input type="checkbox"/> |
| 6 a 9 aulas (blocos de 90 minutos) | <input type="checkbox"/> |
| 10 a 13 aulas (blocos de 90 minutos) | <input type="checkbox"/> |
| 14 a 17 aulas (blocos de 90 minutos) | <input type="checkbox"/> |
| Mais de 18 aulas (blocos de 90 minutos) | <input type="checkbox"/> |

- 2.3. Que importância atribui ao tema de Estatística em comparação com os outros temas que integram o programa do 10.º ano? Justifique a sua resposta.

- 2.4. Em que altura do ano letivo costuma lecionar o tema de Estatística? Porquê?

- 2.5. Comente a seguinte afirmação: Um estudo realizado pela APM (1998) dá conta que um número considerável de professores defende que o tema de Estatística deve ser reduzido na sua importância curricular no ensino secundário.

- 2.6. As orientações metodológicas dos programas atuais de matemática vieram alterar a forma como ensina a Estatística? Porque sim ou porque não?

- 2.7. Como leciona o tema de Estatística nas suas aulas de matemática do 10.º ano (estratégias, tipo de tarefas, organização das atividades dos alunos, etc.)?

- 2.8. Enumere algumas das dificuldades mais frequentes ao lecionar a Estatística. Essas dificuldades devem-se a quê?

2.9. Enumere algumas das dificuldades mais frequentes dos alunos na aprendizagem da Estatística. Essas dificuldades devem-se a quê?

2.10. Através dos media somos abordados com informação transmitida em diferentes representações gráficas. Nas suas aulas, recorre a essas representações gráficas para lecionar conceitos estatísticos? Porque sim ou porque não?

2.11. Tendo em consideração as diferentes representações gráficas abordadas na Estatística, quais as que suscitam mais dificuldades nos alunos? Porquê?

2.12. O manual escolar do aluno contempla as diferentes representações gráficas na abordagem de grande parte dos conceitos estatísticos? O que contempla mais (menos)?

2.13. Quando contempla diferentes representações gráficas na abordagem dos conceitos estatísticos, que preocupações/cuidados costuma ter?

2.14. Ao lecionar este tema, a que materiais didáticos, para além do manual escolar do aluno, recorre para enriquecer a sua prática letiva? Porquê?

Obrigada pela sua disponibilidade em colaborar!

ANEXO 5

(Questionário dirigido aos alunos)



Universidade do Minho
Instituto de Educação

Caro(a) Aluno(a),

No âmbito da unidade curricular Estágio Profissional, do 2.º ano do Mestrado em Ensino da Matemática, pretendo averiguar, através deste questionário, as perceções que os alunos da tua turma têm sobre a utilização das representações gráficas no ensino e na aprendizagem de Estatística do 10.º ano. A informação recolhida será usada somente para fins académicos, comprometendo-me a assegurar o anonimato da mesma. Agradeço que respondas a todas as questões. Todas as respostas são válidas.

Das afirmações que se seguem, assinala a que se adequa mais ao teu grau de concordância, atendendo à seguinte escala:

DT: Discordo Totalmente; D: Discordo; I: Indiferente; C: Concordo; CT: Concordo Totalmente.

Afirmações	DT	D	I	C	CT
Gostei de aprender conceitos estatísticos através das representações gráficas.	<input type="checkbox"/>				
As tarefas propostas na aula a partir de gráficos suscitaram o meu interesse pela Estatística.	<input type="checkbox"/>				
O trabalho de grupo permitiu-me discutir sobre possíveis formas de resolver as tarefas.	<input type="checkbox"/>				
A calculadora gráfica permitiu-me visualizar diferentes representações gráficas de uma forma rápida.	<input type="checkbox"/>				
Recorri à calculadora gráfica para comparar resultados obtidos.	<input type="checkbox"/>				
A calculadora gráfica favoreceu a minha aprendizagem de conceitos estatísticos.	<input type="checkbox"/>				
As representações gráficas ajudaram-me a representar e comparar dados.	<input type="checkbox"/>				
Sou capaz de construir qualquer representação gráfica estudada.	<input type="checkbox"/>				
Aprendi a interpretar corretamente a informação contida num gráfico.	<input type="checkbox"/>				
Desenvolvi competências que me permitem avaliar a veracidade da informação veiculada num gráfico.	<input type="checkbox"/>				

1. O ensino de conteúdos estatísticos incidiu na articulação de diferentes representações gráficas. Indica duas vantagens desta estratégia para a tua aprendizagem.

2. O ensino de conteúdos estatísticos incidiu na articulação de diferentes representações gráficas. Indica duas desvantagens desta estratégia para a tua aprendizagem de estatística.

3. Das diferentes representações gráficas utilizadas nas aulas de estatística, quais as que te suscitaram mais dificuldades? Porquê?

4. Os vários meios de comunicação recorrem à representação gráfica para veicular informação. Em que contribuíram as aulas de estatística para te ajudem a compreender essa informação?

5. Comenta a seguinte afirmação: “De acordo com as sugestões metodológicas do programa atual de Matemática do 10.º ano, a aprendizagem de conteúdos matemáticos torna-se significativa se o que o aluno diz e faz na sala de aula for considerado pelo professor”.

Obrigada pela tua colaboração!

A professora estagiária, Ana Sofia Ferreira

ANEXO 6

(Guião da Entrevista)



Universidade do Minho
Instituto de Educação

1. No ensino e na aprendizagem da Estatística recorreu-se a informação veiculada em diferentes representações gráficas. Indica vantagens e desvantagens desta estratégia na aprendizagem de conceitos estatísticos.
2. Sentiste dificuldades na compreensão da informação estatística apresentada através de diferentes representações gráficas?
3. Neste tema, o manual escolar apenas foi utilizado pelos alunos para fazerem os trabalhos de casa e para estudar. Achas que esta estratégia trouxe vantagens ou desvantagens para a tua aprendizagem?
4. Faz uma apreciação crítica à metodologia seguida no ensino e na aprendizagem da Estatística. O que achas que poderia ser alterado? Porquê?
5. Na tua perspetiva qual é a importância da representação gráfica no ensino de conceitos estatísticos?
6. Em que contribuiu para a tua formação o ensino de conteúdos estatísticos a partir de representações gráficas?

