

FERNANDES, J. A., VISEU, F., MARTINHO, M. H. & CORREIA, P. F. (ORGS.) (2013). *ATAS DO III ENCONTRO DE PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA NA ESCOLA*. BRAGA: CENTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO DA UNIVERSIDADE DO MINHO.

O USO DA FOLHA DE CÁLCULO NA CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS ESTATÍSTICOS POR ALUNOS DO 7º ANO

António Pereira de Vasconcelos
Escola Básica de Vila Verde, antvasconce@sapo.pt
José António Fernandes
Universidade do Minho, jfernandes@ie.uminho.pt

Resumo. Este estudo teve como principal objetivo investigar a utilização da folha de cálculo por alunos do 7º ano na construção de gráficos estatísticos, nomeadamente os aspetos que devem ser considerados na sua integração no ensino da construção de gráficos estatísticos, as potencialidades e limitações do seu uso na aprendizagem da construção de gráficos estatísticos. Para tal foi realizado um estudo de natureza qualitativa, em que foi implementada uma intervenção de ensino sobre construção de tabelas de frequências e gráficos estatísticos, privilegiando o trabalho dos alunos em pares e com recurso à folha de cálculo. De entre as razões que favorecem a introdução da folha de cálculo na sala de aula, neste estudo destaca-se a possibilidade de tratar grandes quantidades de informação com ganhos de tempo, a relativa simplicidade do seu manuseamento expressa num conjunto de soluções prontas a usar e a grande apetência dos alunos para explorarem as tecnologias.

Palavras-chave: Construção de gráficos estatísticos, Folha de cálculo; Alunos do 7º ano.

Introdução

Na Educação Estatística a representação de dados, entendida como a capacidade de organização, leitura e interpretação de informações expressas em gráficos e tabelas, tem um lugar relevante na atualidade, sendo que, para Wainer (1992), os gráficos fazem parte integrante do nosso dia-a-dia.

Muitos dos trabalhos desenvolvidos na área da Educação Estatística abordam a leitura e interpretação de gráficos (e.g., Jugkenn & Del Pino, 2009; Morais, 2011; Ribeiro, 2007). Wainer (1992) tece uma crítica pertinente quanto à priorização da leitura e interpretação de gráficos nas pesquisas que vêm sendo realizadas, uma vez que muitas das dificuldades e equívocos relacionados com a capacidade de retirar informações das representações gráficas podem decorrer de uma construção defeituosa. Segundo o autor, caracterizar a capacidade de compreensão de informações apresentadas num gráfico defeituoso é semelhante a caracterizar a capacidade de alguém ler por meio de questões repletas de erros ortográficos.

Há evidências de que a capacidade de compreender gráficos apresenta dificuldades e alguns estudos sugerem que parte dessas dificuldades está relacionada com deficiências na construção de gráficos (Wainer, 1992). Donde, devemos considerar a capacidade de construção de gráficos. Além de tornar os alunos capazes de organizar os dados por meio de gráficos e tabelas, com a construção de gráficos, eles podem tomar consciência das relações existentes, explícita e implicitamente, em cada representação de forma a perceber erros noutras construções.

Por outro lado, o melhor conhecimento dos alunos sobre gráficos contribui para o desenvolvimento da literacia estatística que, em síntese, pode ser entendida como a capacidade de interpretar, avaliar, argumentar e validar informação utilizando corretamente terminologias e conceitos estatísticos, incluindo também crenças, hábitos e atitudes. Nesta perspetiva, para Gal (2002), a literacia estatística envolve duas componentes principais inter-relacionadas: (a) a capacidade de interpretar e avaliar criticamente informação Estatística, argumentos relacionados com dados ou fenómenos estocásticos, e (b) a

capacidade de discutir ou comunicar as suas reações a essa informação estatística, as suas opiniões sobre as implicações desta informação ou as suas preocupações relativamente à razoabilidade das conclusões apresentadas.

Assim, no presente texto investiga-se a utilização da folha de cálculo, por alunos do 7º ano, na construção de gráficos estatísticos, indagando-se acerca da sua integração no ensino, das suas potencialidades e limitações.

1. O uso da tecnologia na aula de Matemática e em Estatística

A rápida evolução da computação nos últimos anos foi um aspeto muito relevante no desenvolvimento da Estatística. O surgimento de computadores cada vez mais potentes resultou no desenvolvimento de novos métodos de análise estatística, particularmente na construção de gráficos e na análise multivariada. Simultaneamente, sendo o computador cada vez mais pequeno e acessível a todos, cada vez mais ele pode ser usado como parte do método de ensino, permitindo aos alunos explorar e estudar dados reais (Hawkins, Jolliffe & Glickman, 1992).

O domínio, pelos alunos, de capacidades em Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) poderá contribuir para uma formação mais sólida. Sendo a escola o lugar privilegiado para a divulgação e a utilização didática e crítica das TIC, torna-se fundamental que os docentes sejam formados e motivados para o uso dessas tecnologias, concebendo-as como instrumentos que devem interagir com os projetos pedagógicos a desenvolver com os alunos.

A utilização das TIC no ensino da Estatística permite uma abordagem com mais significado para os alunos. Para Fernandes e Vaz (1998), o desenvolvimento das novas tecnologias e o aprofundamento da sua utilização na sociedade têm tido ressonância na escola, e concretamente na disciplina de Matemática, sendo as calculadoras científicas, mais utilizadas no ensino básico, as calculadoras gráficas, mais utilizadas no ensino secundário, os computadores, o *software* educativo e a internet as tecnologias mais utilizadas.

Ponte (1997) refere a importância da utilização das novas tecnologias na matemática e no seu ensino, considerando que, embora os professores e os matemáticos tenham demorado a perceber como tirar partido da tecnologia enquanto ferramenta de trabalho, o grande desafio que elas colocam hoje em dia à disciplina de Matemática é saber se esta conseguirá dar um contributo significativo para a emergência de um novo papel da escola ou se continuará a ser a parte mais odiosa do percurso escolar da maioria dos alunos.

Os estudos realizados em Educação Matemática evidenciam vantagens na utilização de tecnologia nas aulas de Matemática e de Estatística em particular. Podem ser destacadas muitas razões para usar as TIC na sala de aula de Matemática. Nesse sentido, Fernandes e Vaz (1998) consideram que promover uma aprendizagem mais profunda e significativa, favorecer uma abordagem mais indutiva e experimental da matemática e desenvolver as aplicações da matemática são vantagens importantes que jogam a favor da utilização das TIC na sala de aula de matemática. Por outro lado, segundo os mesmos autores, a menor ênfase no cálculo e a sua simplificação permitem explorar atividades matemáticas mais profundas e significativas através da abordagem na sala de aula de uma matemática mais realista. Assim, enfatizando múltiplas abordagens e diferentes formas de representação matemática, concretamente no caso da Estatística, o seu uso permite a abordagem de projetos ligados à realidade dos alunos e o tratamento de grandes quantidades de dados, que de outro modo constituiria um trabalho pouco motivador, por ser repetitivo e demorado.

Tradicionalmente, o ensino da Estatística foca-se no domínio de técnicas, como a construção de tabelas de frequência, a construção de gráficos de barras e de setores e o cálculo de índices, como médias e medianas (Ponte & Canavarro, 1997). Segundo estes autores, essas operações são de execução lenta e permitem a realização de um número reduzido de exemplos e, conseqüentemente, a atenção do aluno acaba por se concentrar mais nos aspetos do como fazer do que na interpretação dos

dados. O uso da tecnologia poderá resolver ou atenuar este problema, permitindo uma abordagem da Estatística mais centrada nos aspetos interpretativos.

A importância do uso da tecnologia pelos alunos é reforçada por Ponte (1995), ao elencar várias vantagens, designadamente: relativizar o cálculo e a manipulação simbólica; reforçar a importância da linguagem gráfica e novas formas de representação; facilitar uma maior ênfase, por parte do professor, nas capacidades de ordem superior; e valorizar as possibilidades de realização, na sala de aula, de projetos e atividades de modelação, exploração e investigação.

Também no *Programa de Matemática do Ensino Básico* (Ministério da Educação, 2007) se preconiza que os alunos devem usar recursos tecnológicos – por exemplo, calculadora gráfica ou folha de cálculo – para tratar, organizar e apresentar a informação recolhida.

Ponte (2000) refere que a internet mantém uma presença cada vez mais forte na nossa vida quotidiana. A *World Wide Web* constitui uma “rede de redes”, ligando entre si computadores espalhados pelo mundo, disponibilizando um manancial inesgotável de informações e possibilidades de interação sobre os mais variados assuntos. Entre estes contam-se, naturalmente, muitos com relevância direta para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Numa sociedade baseada cada vez mais na comunicação e na tecnologia, coligir, organizar, descrever, exhibir, interpretar dados e tomar decisões ou fazer previsões com base nessa informação são capacidades importantes a desenvolver (Brocardo & Mendes, 2001).

Seguindo o pensamento de Almeida (2002), tratando-se de um domínio para descrever o real, a Estatística não pode ser ensinada de modo convencional, uma vez que não prepara os alunos para o mundo que os rodeia. A este propósito, Fernandes, Alves, Machado, Correia e Rosário (2009) referem que os educadores acreditam que o uso de dados reais em tópicos de interesse dos alunos (o que não acontece apenas em Estatística) contribui para a sua motivação para aprenderem Estatística.

Salientando várias etapas do desenvolvimento de um projeto estatístico, Machado (2000) defende que para que o aluno seja ele próprio a construir o seu conhecimento, o professor deve: propiciar situações didáticas que permitam a discussão e reflexão sobre os problemas e desenvolver aptidões para construir, ler e interpretar diferentes formas de apresentar os dados; recolher e organizar dados de problemas simples, relacionados com as vivências e interesses dos alunos; e analisar e interpretar os dados estatísticos.

Para além do domínio cognitivo, também no domínio afetivo são reconhecidas vantagens no uso das tecnologias, destacando-se o desenvolvimento do interesse, da persistência, da motivação e de atitudes favoráveis à Matemática e à Estatística. Vários são os estudos que atestam essas vantagens, seja na perceção dos professores (Fernandes, Almeida, Viseu & Rodrigues, 1999), seja na perceção dos próprios alunos (Gonçalves, 2011; Ferreira, 2006).

2. A construção e a complexidade semiótica de gráficos estatísticos

Ao questionar os alunos sobre o que é a Estatística, provavelmente referirão que está relacionada com gráficos e tabelas. Ou seja, a Estatística é percecionada como sendo a organização, leitura e interpretação de informação expressa em gráficos e tabelas. Para Wainer (1992), o uso de gráficos está tão presente no nosso quotidiano que não é possível imaginar o mundo sem eles, sendo que o poder de síntese dos gráficos tem vindo a ser valorizado numa sociedade cada vez mais dependente das imagens e com menos tempo para ler e analisar informação escrita (Silva, 2006). Deste modo vem reforçada a necessidade de desenvolvimento do domínio da linguagem gráfica, até mesmo como fator de inserção social e de cidadania. Ora, tal domínio contribui para a melhoria da capacidade de leitura dos dados representados em gráficos e tabelas, permitindo assim que o leitor consiga interpretar e generalizar as informações neles presentes. O desenvolvimento dessa capacidade a partir de diferentes tipos de gráficos, bem como o estabelecimento de relações entre a linguagem gráfica e as demais formas de representação de dados, proporciona uma evolução da compreensão das pessoas sobre as diferentes formas de representação (Lopes, 2004).

A construção de gráficos está hoje muito facilitada pelo acesso a *software* específico. A facilidade com que é construído um gráfico, ao invés de potenciar um futuro risonho para a representação gráfica,

pode antes contribuir para algumas névoas no horizonte da construção gráfica vindoura. Para Silva (2006) é urgente meditar sobre todo este processo e ter presente que os bons gráficos encorajam o questionamento, mas os maus gráficos escondem mais do que mostram. A opção por uma determinada representação gráfica envolve muitas questões e, de acordo com esta autora, devemos optar não pela escolha que sistematicamente nos pareça melhor mas por aquela que num determinado contexto é a mais conveniente.

Ainda para esta autora, a grande vantagem dos gráficos reside na sua capacidade de contar uma história de forma interessante e atrativa, permitindo compreender rapidamente fenómenos que só com maior dificuldade seriam percebidos de outra maneira.

Encontramos gráficos na imprensa, na internet, em textos, em relatórios, nos manuais escolares, pelo que uma pessoa culta deve ser capaz de compreender a informação expressa nesses gráficos. Para tal, é necessário conhecer os elementos estruturais dos mesmos.

A investigação tem mostrado que a leitura e interpretação da linguagem de um gráfico é uma capacidade complexa, que não se adquire espontaneamente e tão pouco parece alcançar-se facilmente com o ensino (Arteaga, 2011). Para este autor, isto pode ser explicado pelo facto da simplicidade dos gráficos ser só aparente, pois o mais simples dos gráficos pode considerar-se um modelo matemático complexo.

Para Watson (2006), o desenvolvimento de uma boa competência gráfica depende do domínio de diferentes elementos do currículo de matemática, nomeadamente percentagens, frações, proporcionalidade e geometria. Também Ruiz, Arteaga e Batanero (2009) consideram que quando os alunos constroem um gráfico realizam uma série de ações e usam conceitos e propriedades que variam mediante o tipo de gráfico. Daí que a construção de um gráfico acarrete dificuldades específicas ao estar associada à construção de tabelas e ao envolver conceitos matemáticos diversificados, como escalas, origem dos eixos, variável independente e dependente, coordenadas, variáveis discretas e contínuas e distribuição de frequências (Espinell, González, Bruno & Pinto, 2009).

Segundo Kossilyn (1985), um gráfico é constituído pelos seguintes elementos: plano de fundo, que serve de suporte ao gráfico e geralmente é branco; estrutura do gráfico, geralmente constituída pelos eixos cartesianos (mas nem sempre, como acontece nos gráficos circulares), que fornece a informação das variáveis apresentadas e relacionadas; conteúdos pictóricos, que consiste na forma como os dados aparecem representados e transmitidos através do gráfico (linhas, barras, setores circulares,...); e legendas. Já segundo Curcio (1987), um gráfico fica definido pelos seguintes elementos: as palavras que aparecem no gráfico (por exemplo título e legendas, que fornecem a chave para compreender o contexto, as variáveis e as relações expressas no gráfico); o conteúdo matemático subjacente, como conceito de área no gráfico de setores; e os contextos específicos usados em cada tipo de gráfico (por exemplo, o aluno deve saber que num diagrama circular a amplitude do setor é proporcional à frequência).

Um gráfico é mais eficaz quando para obter uma resposta correta a uma questão, o tempo despendido na inspeção do dito gráfico é menor que para outro que represente a mesma informação (Bertin, 1967, citado em Arteaga, 2011). Deste modo, a eficácia de um gráfico está relacionada com a facilidade de obter informação em qualquer das etapas da sua leitura.

Embora sejam vários os autores que analisaram a atividade semiótica na construção e interpretação de gráficos, iremos referir-nos apenas a Arteaga (2011). Este autor observa que em cada um dos passos descritos por Bertin na leitura do gráfico pode identificar-se uma ou várias funções semióticas, definindo-as como uma correspondência entre um antecedente (expressão ou significante) e um conseqüente (conteúdo ou significado) estabelecido por um sujeito. Assim, para ler um gráfico, os alunos têm de realizar várias atividades de tradução entre o gráfico no seu conjunto ou numa parte e o que nele é representado.

Arteaga (2011) define quatro níveis de complexidade semiótica para analisar as produções gráficas, estabelecidos a partir das produções gráficas de futuros professores primários.

Nível 1. Representa apenas valores individuais. Os alunos são incapazes de elaborar análises globais dos dados. Uma análise semiótica deste tipo de gráficos mostra que os conceitos, proposições e procedimentos postos em prática são de menor complexidade do que nas representações que entram com o conjunto de dados da amostra ou população. Este tipo de gráficos só permite um nível de leitura de *extração de dados* ou *ler os dados* (Curcio, 1989), uma vez que trata apenas de valores da variável para um caso particular.

Nível 2. Representa valores individuais da variável. O gráfico permite responder a questões ao nível da *extração de dados*, mas não ao nível da extração de tendências. Este nível de leitura dos gráficos é superior ao nível 1 dado que permite visualizar todos os valores obtidos da variável, chegando-se a perceber a estrutura ou tendência dos dados.

Nível 3. Produz gráficos separados para cada distribuição. Para cada par de variáveis são apresentados dois gráficos. No estudo comparativo de cada par de variáveis, o aluno constrói duas tabelas de frequências e a partir de cada tabela constrói gráficos que representam separadamente cada distribuição. Para cada par de variáveis representa dois gráficos e ao construir os gráficos separados dificulta-se a comparação das variáveis, sobretudo se não usar a mesma escala de representação nos dois gráficos ou se utilizar gráficos de diferentes tipos para cada distribuição.

Nível 4. Produz um gráfico conjunto para cada par de distribuições. O aluno define as distribuições de cada par de variáveis e representa-as conjuntamente num mesmo gráfico, facilitando a sua comparação. O gráfico apresenta maior grau de complexidade ao representar conjuntamente duas variáveis estatísticas. Estes gráficos permitem um nível superior de leitura, designado por análise da estrutura, pois permite comparar tendências e a variabilidade das duas variáveis numa única imagem.

Estabelecendo um paralelismo entre os níveis de leitura de gráficos de Bertin (1967, citado em Arteaga, 2011), posteriormente assumidos por Curcio (1989), e os níveis de construção de gráficos propostos por Arteaga (2011), tem-se: o nível 1 possibilita a extração de dados; o nível 2 permite atingir um nível intermédio, superior à simples extração de dados, sem chegar à extração de tendências; o nível 3 possibilita a extração de tendências e o nível 4 permite a análise da estrutura.

3. Metodologia

Com o presente estudo, de tipo qualitativo, procurou-se dar resposta às três seguintes questões de investigação: 1. Que aspetos devem ser considerados na integração da folha de cálculo no ensino da construção de tabelas e gráficos estatísticos? 2. Quais as potencialidades e limitações do uso da folha de cálculo na aprendizagem da construção de tabelas e gráficos estatísticos? 3. Quais as perceções dos alunos sobre a utilização da folha de cálculo na construção de tabelas e gráficos estatísticos? Neste texto abordam-se apenas as duas primeiras questões de investigação.

O estudo desenvolveu-se através de uma intervenção de ensino com os 26 alunos de uma turma do 7º ano de escolaridade tendo o professor de matemática da turma sido o investigador. A intervenção de ensino consistiu na exploração de seis tarefas sobre o tema Estatística, das quais três se focaram na construção de tabelas de frequências e gráficos estatísticos, sendo que aqui é estudada apenas a última destas tarefas na parte que respeita aos gráficos. A exploração da tarefa decorreu durante um período de 2,5 sessões, cada uma com a duração de 90 minutos.

As tarefas implementadas durante a intervenção de ensino foram organizadas em três fases distintas: (1) apresentação da tarefa; (2) resolução/exploração da tarefa; e (3) apresentação, discussão e síntese da resolução da tarefa. No final realização de cada tarefa os alunos procederam à sua avaliação de forma sistemática e comparável, tendo para o efeito preenchido uma ficha de avaliação da tarefa.

Durante o ensino os alunos trabalharam em pares e com recurso à folha de cálculo. A opção pelo trabalho em pares dos alunos justifica-se pelo facto de se ter seguido uma metodologia de projeto, com a realização de pequenas tarefas encadeadas, o que é compatível com o que é preconizado no *Programa de Matemática do Ensino Básico* (Ministério da Educação, 2007). Além disso, valorizou-se o uso de dados

reais em tópicos de interesse dos alunos por, como refere Fernandes et al. (2009), se acreditar que tal contribui para a sua motivação para aprenderem Estatística. Os pares foram formados seguindo a disposição normal dos alunos na sala de aula e atendendo a que foram os alunos que escolheram os seus lugares na aula de Matemática, houve total concordância e agrado dos alunos pela metodologia seguida na formação dos pares.

A recolha de dados foi efetuada no ano letivo 2011/2012 e realizou-se através da observação direta das aulas, da gravação em vídeo das partes das aulas relativas à apresentação, discussão e elaboração de sínteses da resolução das tarefas, da análise das produções dos alunos, em papel e em formato digital, e da reflexão realizada no final de cada aula pelo professor e alunos. No final da intervenção de ensino foi realizada uma entrevista individual a todos os alunos da turma para conhecer as suas perceções sobre a utilização da folha de cálculo na construção de tabelas e gráficos estatísticos, que não é aqui analisada.

As aprendizagens foram verificadas com base na apresentação, discussão e síntese das resoluções das tarefas pelos pares à turma, bem como através da análise posterior dos registos vídeo das apresentações e dos registos escritos das suas resoluções das tarefas.

Quanto à análise e tratamento dos dados, foi realizada uma descrição geral da aplicação de cada tarefa, do modo como decorreu a intervenção de ensino, foram analisadas as resoluções das tarefas dos alunos, as suas avaliações das tarefas e as suas entrevistas.

4. A exploração da tarefa pelos alunos

Nesta secção apresentam-se os resultados da exploração realizada pelos alunos, trabalhando em pares, na tarefa. Nesta fase do trabalho, embora pudessem pedir esclarecimentos ao professor, os alunos trabalharam de forma autónoma (fases 1 e 2). Numa fase seguinte, que não é tratada neste texto, as resoluções dos alunos eram discutidas no grupo-turma, tendo em vista partilhar diferentes resoluções, ultrapassar erros e responder a dificuldades sentidas e, finalmente, institucionalizar o conhecimento pretendido.

Na tarefa, intitulada “Conhecer melhor os pais dos alunos da turma” era solicitado aos alunos para resolverem cada uma das questões, primeiro, com material de medição, desenho e de escrita e, em seguida, utilizando a folha de cálculo Excel.

Questão 1. Representa os dados referentes às alturas das mães dos alunos através de uma tabela de frequências e de um gráfico apropriado.

Na resposta com material de medição, desenho e de escrita, 38% dos alunos construiu uma tabela de frequências com os dados agrupados em classes, 31% elaborou uma tabela de frequências absolutas e 31% dos alunos não respondeu.

Quanto aos gráficos construídos pelos alunos, 38% elaborou um histograma, 23% construiu um gráfico de barras a partir da tabela das frequências absolutas e 39% não respondeu. A generalidade dos alunos não legendou ou legendou incorretamente os gráficos. Este tipo de erro foi mais comum nas resoluções com material de medição e de desenho.

Na resolução utilizando a folha de cálculo Excel, 46% dos alunos construiu uma tabela de frequências com os dados agrupados em classes, 31% elaborou uma tabela com as frequências absolutas, 8% apresentou uma tabela com a lista de todas as idades e 15% dos alunos não respondeu.

Quanto aos gráficos construídos pelos alunos, 38% dos alunos construiu um histograma, 23% um gráfico de barras com as frequências absolutas, 8% um gráfico de barras a partir dos dados agrupados em classes (barras separadas), 8% um gráfico com todas as idades e 23% dos alunos não construiu qualquer gráfico.

A resposta apresentada na Figura 1, constituída por uma tabela de frequências e por um histograma, construídos pelo par P7, é adequada para responder à questão, apesar de faltarem rótulos

no gráfico e dos valores da frequência relativa e frequência relativa em percentagem não terem sido arredondados.

Alturas	Frequência absoluta	Frequência relativa	Frequência relativa em%
1,50-1,60	14	0,538461538	53,84615385
1,60-1,70	8	0,307692308	30,76923077
1,70-1,80	4	0,153846154	15,38461538
Total	26	1,000000000	100

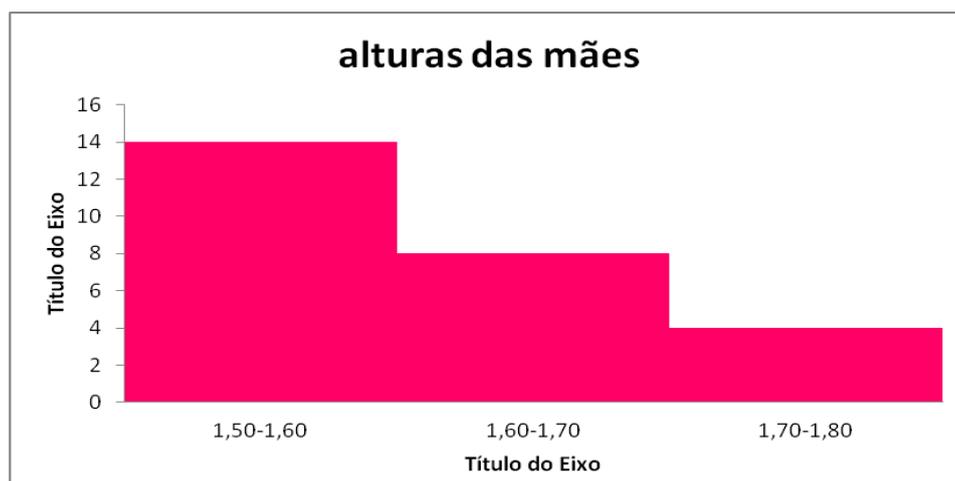


Figura 1. Resolução da questão 1, da tarefa 3, pelo par P7.

Questão 2. Utilizando um gráfico adequado, compara as idades dos pais com as idades das mães dos alunos. Existe alguma tendência na variação entre as idades dos pais e as idades das mães?

Na resposta com material de medição, desenho e de escrita, 23% dos alunos construiu um histograma para as mães e para os pais separadamente, 8% um gráfico de barras adicionadas para os dois sexos, 15% construiu apenas uma tabela de frequências absolutas, 8% construiu, com as duas médias das idades, um gráfico com duas barras, 8% um gráfico de barras com as frequências absolutas e 38% dos alunos não respondeu. Uma percentagem de 61% dos alunos concluiu corretamente que os pais são mais velhos do que as mães. Os restantes nada concluíram a este respeito.

Na resposta a esta questão utilizando a folha de cálculo Excel, 31% dos alunos construiu uma tabela de frequências com os dados agrupados em classes e um histograma por sexo, 31% um gráfico de barras com as frequências absolutas por sexo, 8% um gráfico de barras adicionadas, considerando três classes e comparando as idades dos dois sexos no mesmo gráfico, 8% construiu um gráfico de linhas, com duas linhas, uma por cada sexo, e 8% dos alunos construiu um gráfico de barras, por sexo, com todas as idades. Os restantes alunos não responderam. A percentagem de alunos que indicou uma tendência na variação entre as idades dos pais e as das mães foi de 69%.

Na Figura 2, constituída pela tabela de frequências absolutas para as idades dos pais e das mães e por um gráfico de barras adicionadas, o par P6 apresenta a mesma resposta, agora construída com o auxílio da folha de cálculo.

Idades	Mães	Pais
30 a 40	10	8
40 a 50	15	17
50 a 60	1	1

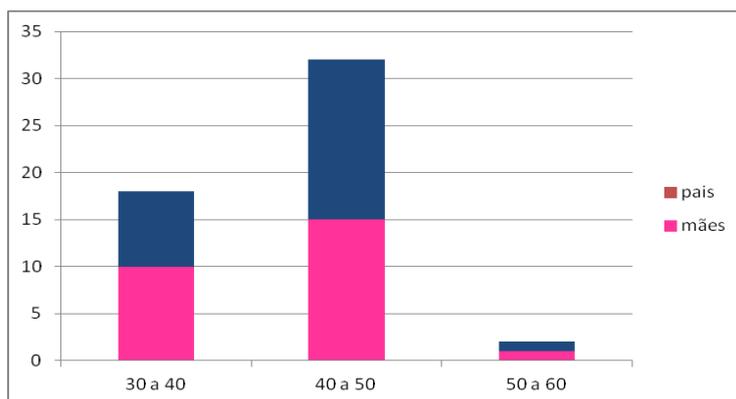


Figura 2. Resolução da questão 2, da tarefa 3, pelo par P6.

Analisando a resposta dada pelo par P13 na resolução representada na Figura 3, constata-se que a representação gráfica encontrada pelo par permite obter uma tendência na variação entre as idades dos pais e as idades das mães, pelo que o gráfico da figura é apropriado para responder à questão formulada aos alunos. A construção de um gráfico em que estejam representadas duas variáveis é uma tarefa de dificuldade acrescida para os alunos, enquadrando-se no nível mais elevado (nível 4) de Arteaga (2011).

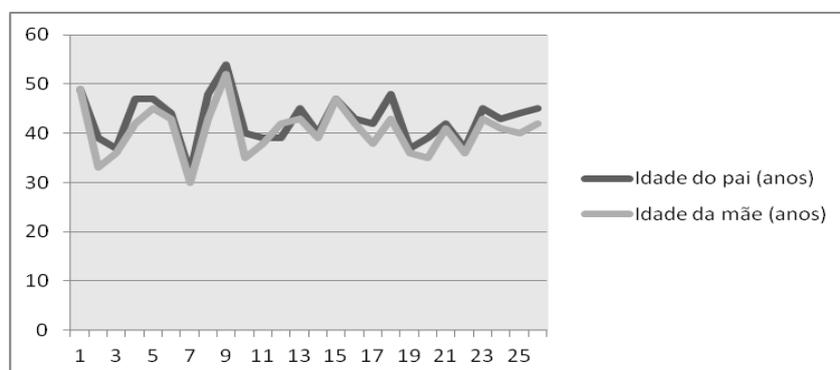


Figura 3. Resolução da questão 2, da tarefa 3, pelo par P13.

Questão 3. Apesar do crescimento de 1 centímetro por década, os dados de 2000 mostram que os homens portugueses continuam a ser os mais baixos da Europa, com uma média de 1,72 metros. A altura média dos espanhóis era de quase 1,74 metros, a dos franceses de quase 1,75 metros, a dos belgas de 1,76 metros, a dos suecos 1,79 metros e a dos holandeses 1,84 metros.

a) *Compara, construindo um gráfico apropriado, as alturas dos pais e das mães dos alunos da turma.*

Na resposta com material de medição, desenho e de escrita, 38% dos alunos construiu uma tabela de frequências absolutas com os dados agrupados em classes e um histograma por sexo, 8% um gráfico de barras por sexo, 8% um gráfico com duas barras com as médias das alturas dos pais e das mães e 8% dos alunos construiu um gráfico de barras agrupadas em classes para pais e mães. Os restantes alunos não responderam.

Na resolução do par P6, representada na Figura 4, surge uma construção gráfica em que os dados foram agrupados em classes, mas não se trata de um histograma pois as barras estão separadas. A leitura e interpretação do gráfico com esta construção gráfica é possível, mas faltam os elementos identificativos do gráfico, nomeadamente título, rótulos e legendas.

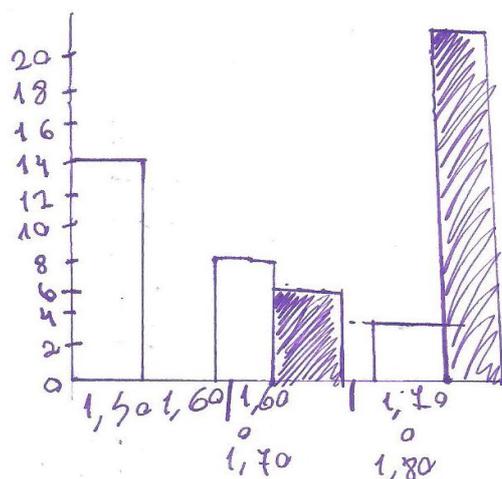


Figura 4. Resolução da questão 3a), da tarefa 3, pelo par P6.

Na resposta utilizando a folha de cálculo Excel, 38% dos alunos construiu uma tabela de frequências absolutas com os dados agrupados em classes e um histograma por sexo, 8% construiu uma tabela de frequências com os dados agrupados em classes e um histograma para pais e mães no mesmo gráfico, 8% construiu um gráfico com duas linhas, uma para os pais e outra para as mães, com todos os dados, 8% construiu um histograma só para as mães e 8% construiu um gráfico de barras, por sexo, com frequências absolutas. Os restantes alunos não respondem.

Reportando à Figura 5, constituída por uma tabela de frequências absolutas das idades dos pais e das mães, com os dados agrupados em classes e por dois histogramas, verifica-se que o par P3 não segue a regra empírica do número de classes aconselhada pelo professor. A resolução da figura responde corretamente à questão formulada, contudo continuam a surgir as falhas nos elementos identificativos dos gráficos. O diferente número de classes adotado para a distribuição das idades das mães e das idades dos pais dificulta a comparação.

3. a			
altura	Mães	altura	Pais
1,50-1,60	14	1,50-1,60	1
1,60-1,70	8	1,60-1,70	6
1,70-1,80	4	1,70-1,80	15
		1,80-1,90	4

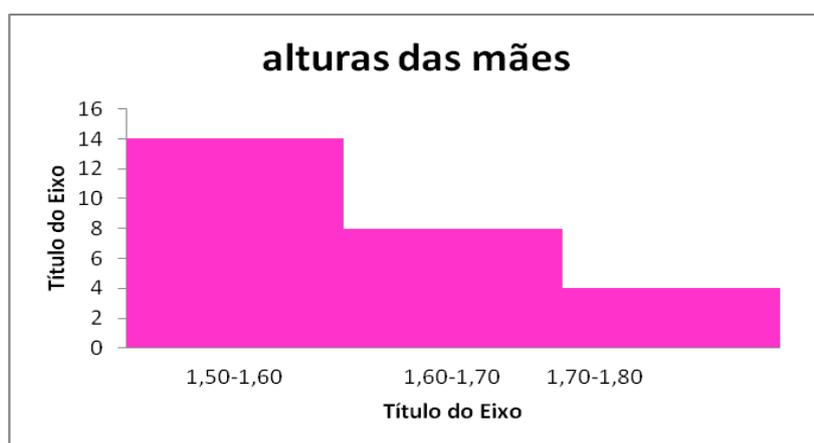




Figura 5. Resolução da questão 3a), da tarefa 3, pelo par P3.

Já na Figura 6, constituída por uma tabela de frequências e um gráfico, está representada a resolução do par P6. A solução encontrada por este par permite obter uma resposta à questão formulada, embora a construção dos histogramas à semelhança dos gráficos de barras adicionadas não seja adequada. A tabela não refere intervalos, mas o par P6 calcula a frequência absoluta, na tabela, de acordo com os intervalos definidos no gráfico.

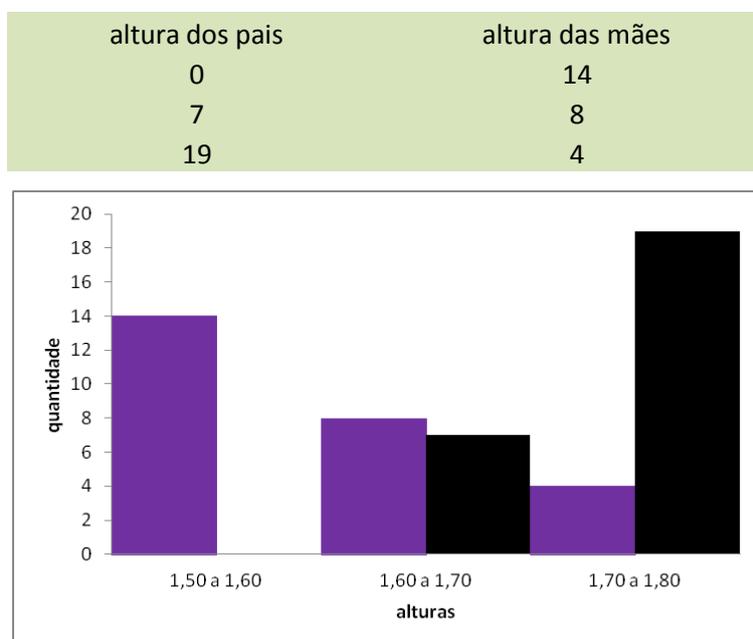


Figura 6. Resolução da questão 3a), da tarefa 3, pelo par P6.

b) Constrói um gráfico que te permita comparar a altura dos pais da turma com a altura dos homens das várias nacionalidades referidas no enunciado da questão. O que se pode concluir?

Na resposta com material de medição, desenho e de escrita, 31% dos alunos construiu um gráfico de barras com as médias das alturas dos homens de cada nacionalidade e com a média das alturas dos pais dos alunos, 8% dos alunos elaborou um gráfico de barras com as médias das alturas dos homens de cada nacionalidade sem considerar a média das alturas dos pais dos alunos da turma, 15% construiu

tabelas de frequências absolutas e 46 % dos alunos não respondeu. Apenas 23% dos alunos concluiu corretamente que os pais dos alunos da turma são os mais baixos.

A resolução do par P7, apresentada na Figura 7, constituída por um gráfico com as médias de alturas dos homens das diferentes nacionalidades responde adequadamente à questão formulada.

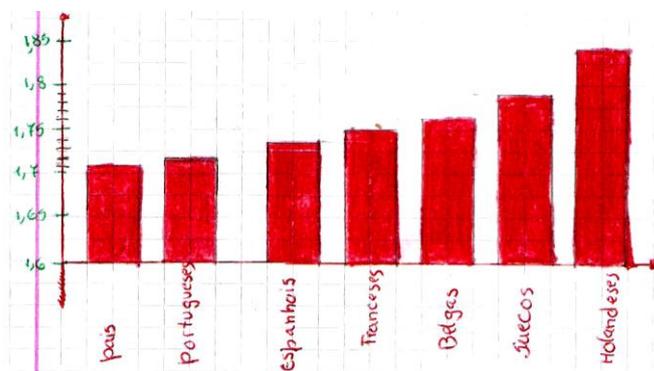


Figura 7. Resolução da questão 3b), da tarefa 3, pelo par P7.

Com a utilização da folha de cálculo Excel, os resultados são semelhantes aos obtidos com material de medição, desenho e de escrita.

Alguns alunos nas suas resoluções não fazem a quebra de escala (o eixo vertical não começa em zero). Os gráficos de barras não devem ter quebra de escala. Contudo, nesta questão, a quebra de escala não levanta problemas, já que os dados representados no gráfico são poucos e permite ao leitor reconhecer com alguma facilidade a existência da quebra de escala e fazer a leitura do gráfico tendo isso em consideração. A resolução do par P3, representada na Figura 8, responde de forma adequada à questão formulada.

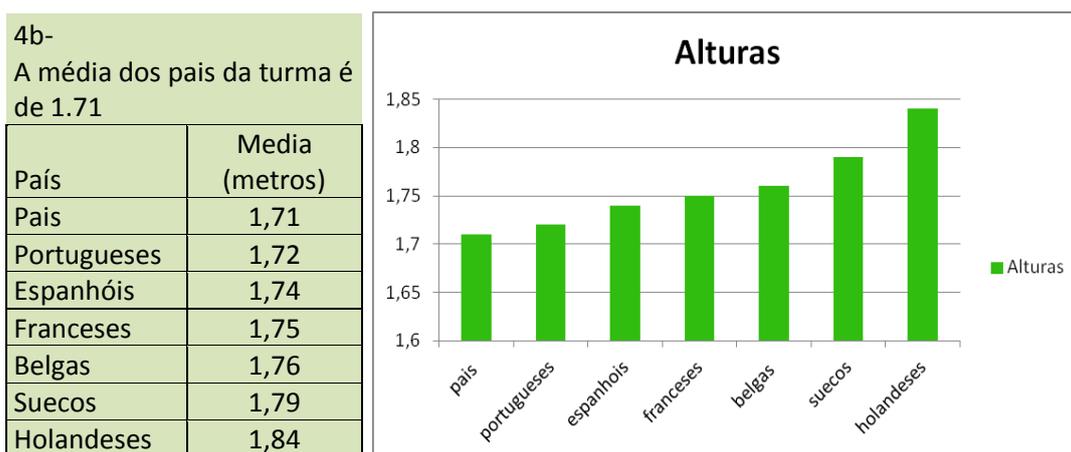


Figura 8. Resolução da questão 3b), da tarefa 3, pelo para P3.

Questão 4. Compara os passatempos preferidos dos pais e das mães recorrendo à construção, em papel e na folha de cálculo Excel, de um ou mais gráficos adequados.

Nesta questão, na resposta com material de medição, desenho e de escrita, 54% dos alunos construiu uma tabela de frequências absolutas e um gráfico de barras, por sexo, com as frequências absolutas, 23% construiu apenas uma tabela de frequências absolutas, por sexo, 8% construiu um gráfico de barras adicionadas com duas barras, representando numa o passatempo mais frequente para os pais e para as mães e na outra os outros passatempos. Os restantes alunos não responderam.

Esta foi uma das questões em que se verificou uma maior diversidade nas produções gráficas dos alunos. A maior parte das resoluções dos grupos de pares de alunos que responderam a esta questão fizeram-no de forma adequada.

Já na resolução representada na Figura 9, o par P6 construiu um gráfico de barras adicionadas com o passatempo preferido e os outros, fazendo a comparação dos passatempos preferidos dos pais com os passatempos preferidos das mães. Embora se possa perder informação com estas representações gráficas, elas podem ser muito úteis ao permitirem a concentração do leitor na informação mais relevante.

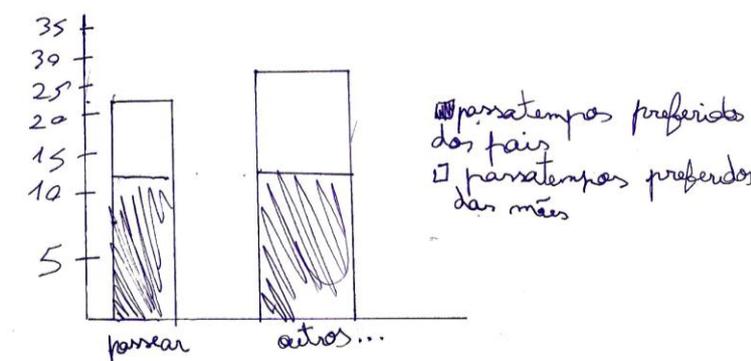


Figura 9. Resolução da questão 4, da tarefa 3, pelo par P6.

Na resolução utilizando a folha de cálculo Excel, 62% dos alunos construiu uma tabela de frequências absolutas e um gráfico de barras, por sexo, com as frequências absolutas, 15% construiu apenas uma tabela de frequências absolutas, por sexo, 8% construiu um gráfico de barras adicionadas com duas barras, representando numa o passatempo mais frequente para os pais e para as mães e na outra os outros passatempos, 4% dois gráficos circulares, por sexo, com as frequências absolutas e 4% um gráfico circular representando apenas os passatempos das mães dos alunos. Os restantes alunos não responderam.

Na resolução representada na Figura 10, constituída por uma tabela com os passatempos preferidos das mães e dos pais e por um gráfico de barras adicionadas, o par P6, encontra uma solução que transmite de uma forma rápida a informação que os alunos consideraram como mais relevante. Contudo há muita informação que se perde.

	Passatempos preferidos das mães	Passatempos preferidos dos pais
12	Passear	11
14	Outros	15

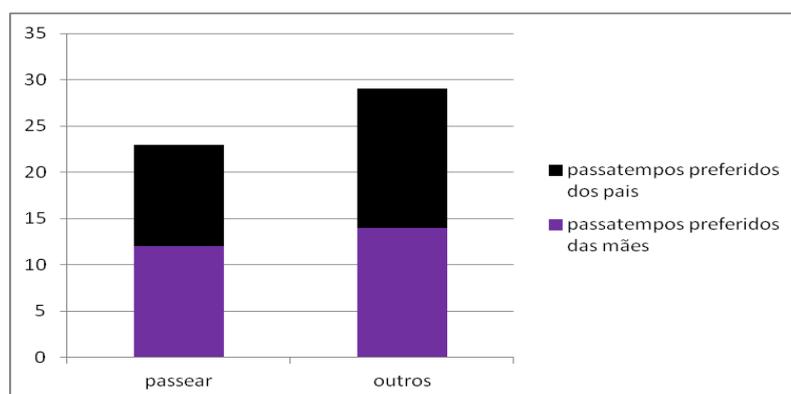


Figura 10. Resolução da questão 4, da tarefa 3, pelo par P6.

Complexidade semiótica dos gráficos produzidos pelos alunos

Nesta tarefa, na aplicação dos 4 níveis de Arteaga (2011) às produções gráficas dos alunos, foram classificadas produções gráficas no nível 4, apesar de a construção gráfica poder não estar correta e poder não pertencer a qualquer categoria de gráfico porque a sua leitura e interpretação permite comparar tendências e a variabilidade das duas variáveis numa única imagem.

Na questão 1, para obter uma resposta adequada os alunos tinham que construir gráficos de nível 2. No caso do uso de material de medição, desenho e de escrita, verificou-se que 39% dos alunos não construiu qualquer gráfico, 15% construiu gráficos de nível 1 e 46% construiu gráficos de nível 2. Ainda nesta questão, mas na resolução utilizando a folha de cálculo Excel, 23% dos alunos não construiu qualquer gráfico, 23% dos alunos construiu gráficos de nível 1 e 54% construiu gráficos de nível 2.

Na resolução representada na Figura 11, o par P12, construiu um gráfico de nível 1 dado que apenas representa parte das idades das mães e não efetuou qualquer redução de dados.

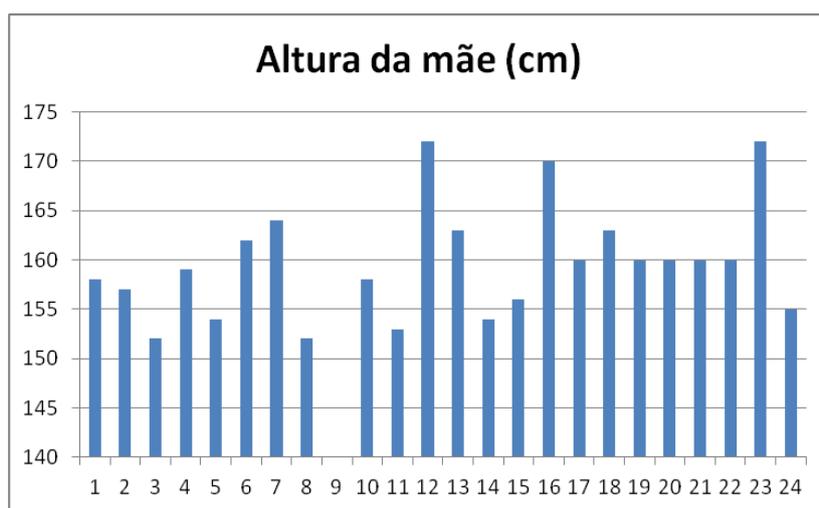


Figura 11. Resolução da questão 1, da tarefa 3, pelo par P12.

Na questão 2, para obter uma resposta adequada os alunos tinham que construir gráficos de nível 4. Quando foi usado material de medição, desenho e de escrita, 53% dos alunos não construiu qualquer gráfico, 8% dos alunos construiu gráficos de nível 2, 23% dos alunos construiu gráficos de nível 3 e 16% construiu gráficos de nível 4. Já na resposta a esta questão, quando foi utilizada a folha de cálculo, 14% dos alunos não construiu qualquer gráfico, 8% dos alunos construiu gráficos de nível 2, 54% dos alunos construiu gráficos de nível 3 e 24% dos alunos construiu gráficos de nível 4.

Quanto à questão 3a), para obter uma resposta adequada os alunos tinham que construir gráficos de nível 4. Quando foi usado material de medição, desenho e de escrita, 38% dos alunos não construiu qualquer gráfico, 46% dos alunos construiu gráficos de nível 3 e 16% construiu gráficos de nível 4. Já no caso da utilização da folha de cálculo, 30% dos alunos não construiu qualquer gráfico, 8% dos alunos construiu gráficos de nível 2, 46% dos alunos construiu gráficos de nível 3 e 16% construiu gráficos de nível 4.

Na resolução representada na Figura 12, o par P1 produziu gráficos de nível 3 pois por cada variável apresenta um gráfico separado. Ao construir os gráficos separados dificulta-se a comparação das distribuições. Todavia, o par P1 ao construir os dois gráficos com o mesmo número de classes e com a mesma amplitude de classe atenua a dificuldade de comparação das duas distribuições.

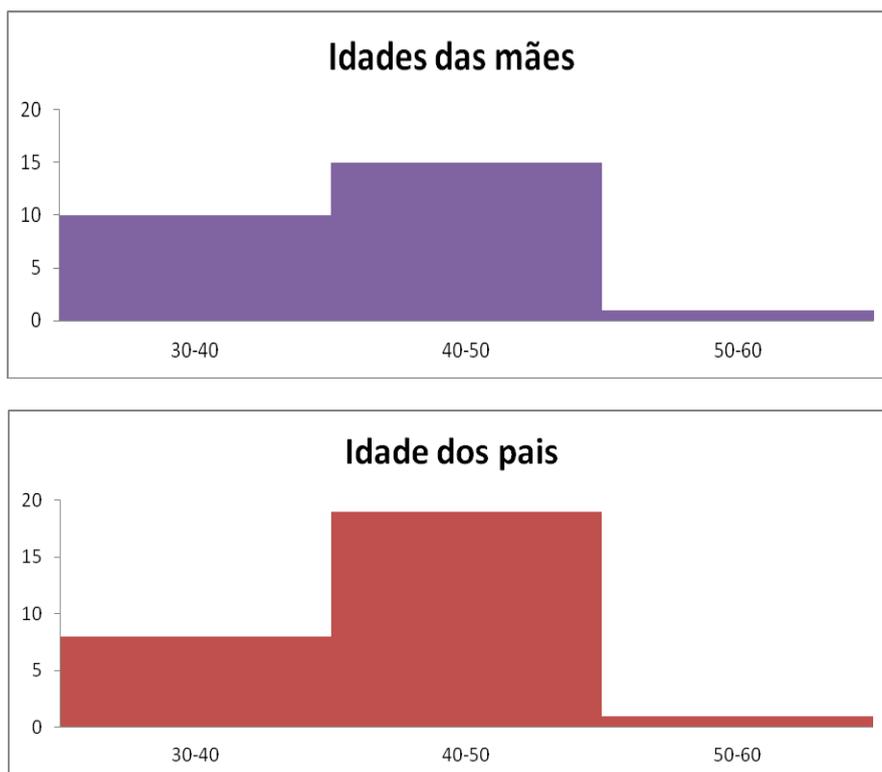


Figura 12. Resolução da questão 1, da tarefa 3, pelo par P1.

Na questão 3b), para obter uma resposta adequada, os alunos tinham que construir gráficos de nível 2. Quando foi usado material de medição, desenho e de escrita, 61% dos alunos não construiu qualquer gráfico, 8% construiu gráficos de nível 1 e 31% gráficos de nível 2. No caso da utilização da folha de cálculo, os resultados foram semelhantes aos obtidos quando foi usado material de medição, desenho e de escrita.

Finalmente, na questão 4, para obter uma resposta adequada, os alunos tinham que construir gráficos de nível 3. No caso da utilização de material de medição, desenho e de escrita, 38% dos alunos não construiu qualquer gráfico, 54% dos alunos construíram gráficos de nível 3 e 8% dos alunos construiu gráficos de nível 4. Já quando foi utilizada a folha de cálculo, 22% dos alunos não produziu qualquer gráfico, 4% produziu gráficos de nível 2, 66% produziu gráficos de nível 3 e 8% produziu gráficos de nível 4.

Dificuldades e erros dos alunos

A escolha da tabela e do gráfico adequados e a falta de títulos, legendas e de rótulos nas tabelas e nos gráficos foram os erros mais habituais. Os erros cometidos pelos alunos na construção de tabelas e gráficos estatísticos com e sem auxílio da folha de cálculo são do mesmo tipo, mas em menor número neste último caso.

Na construção de tabelas e de gráficos estatísticos, foram ainda erros frequentes os de contagem tendo em vista a determinação das frequências absolutas e ausência de arredondamentos nas questões em que os alunos determinaram frequências relativas. É significativo o número de pares que não construiu uma tabela de frequências, limitando-se a copiar os dados e a construir, a partir deles, um gráfico que não acrescentava nada aos dados em bruto.

5. Conclusões

Em termos de resultados, salienta-se a complementaridade da integração da folha de cálculo com o papel e lápis e o trabalho dos alunos em pares, que foram também valorizados pela grande maioria dos alunos. Os alunos responderam em maior número e de forma mais adequada quando utilizaram a folha de cálculo. A motivação proporcionada pela utilização da folha de cálculo, a relativa simplicidade do seu manuseamento, a facilidade com que os alunos ensaiaram soluções e a redução ou eliminação de erros revelaram-se importantes potencialidades da folha de cálculo na aprendizagem da construção de tabelas e gráficos estatísticos. Algumas limitações da folha de cálculo relacionaram-se com os erros na construção de tabelas e gráficos estatísticos que persistiram e as soluções prontas a usar disponibilizadas pela folha de cálculo que podem limitar a criatividade dos alunos.

O recurso à tecnologia e a utilização da folha de cálculo no ensino da estatística, para além de ser recomendado pelo programa de matemática para o ensino básico (Ministério da Educação, 2007), é igualmente defendida por diversos autores em muitos estudos. Neste sentido, Almeida (2002) considera que a Estatística, ao descrever a realidade, não pode ser ensinada de modo convencional, uma vez que não prepara os alunos para o mundo que os rodeia.

A abordagem da Estatística, à luz deste estudo, será um processo que apele ao sentido crítico do aluno, em que ele possa ser autor do seu conhecimento, recomendando-se, por isso, um ensino centrado no aluno, com recurso à tecnologia, até porque esta faz parte integrante da realidade que os rodeia. O software estatístico disponível nem sempre se revela adequado às aplicações didáticas específicas, cabendo ao professor conhecer as potencialidades e limitações do software disponível e selecionar, dentro das opções existentes, o software mais adequado.

Contudo, para além da tecnologia, e tal como estes alunos referiram, continua a haver um papel importante a desempenhar para o trabalho com material de desenho e de medição. Embora a realidade seja cada vez mais tecnológica, os alunos devem tomar consciência de como se trabalhava tradicionalmente a Estatística, dos pormenores do desenho, e dos pormenores que a azáfama tecnológica tem tendência a negligenciar.

Embora seja fundamental o trabalho individual do aluno, na sala de aula e fora dela, o trabalho de pares no tópico Organização e Tratamento de Dados é particularmente importante na resolução de tarefas, permitindo que os alunos troquem impressões entre si, esclareçam dúvidas e partilhem informações. Neste estudo, o trabalho de pares permitiu um constante fluir de informação e fomentou o espírito de ajuda mútua nos alunos, levando à superação de muitas das suas dificuldades. Roa, Correia e Fernandes (2009), numa intervenção de ensino de Combinatória, observaram perceções muito favoráveis dos alunos sobre o trabalho em pequenos grupos ao nível do surgimento de ideias, da sua participação nas tarefas propostas e da superação de dúvidas e dificuldades.

Já o trabalho na base da metodologia de projeto, centrado numa sucessão de pequenas tarefas interligadas e a abordagem de um tema do interesse dos alunos, em que os mesmos participaram ativamente na sua seleção, ajudou na motivação dos alunos para aprenderem estatística dado que, de uma forma simples, os alunos interiorizam o alcance das competências estatísticas que adquiriam.

Uma parte importante das dificuldades sentidas pelos alunos na resolução das tarefas deste estudo relacionava-se com a dificuldade dos alunos em operar com a folha de cálculo. Um contacto mais precoce dos alunos com esta tecnologia poderá contribuir para atenuar este problema. O novo currículo do ensino básico ao colocar no segundo ciclo a disciplina de TIC poderá ser uma via para colmatar algumas das dificuldades evidenciadas pelos alunos no decurso da intervenção de ensino.

O nível da complexidade semiótica do gráfico é um indicador da obtenção de conclusões, bem como da competência gráfica dos estudantes (Arteaga, 2011). Nas questões em que a resposta exigia o nível 4, os alunos atingiram o nível 3 com maior frequência, com ou sem recurso à folha de cálculo, o que está em consonância com os resultados obtidos por Arteaga (2011) no seu estudo com futuros professores primários. Já o número de alunos que não construiu gráficos é superior neste estudo

relativamente aos resultados obtidos por este autor. Por outro lado, globalmente verifica-se que o nível de complexidade semiótica dos gráficos construídos pelos alunos aumenta quando eles utilizam a folha de cálculo.

Referências

- Almeida, M. R. (2002). *Imagens sobre o ensino e a aprendizagem da Estatística*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Arteaga, P. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores*. Tese de doutoramento, Universidade de Granada, Granada, Espanha.
- Brocardo, J., & Mendes, F. (2001). Processos usados na resolução de tarefas estatísticas. *Quadrante*, 10(1), 33-58.
- Curcio, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal For Research in Mathematics Education*, 18(5), 382-393.
- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension: elementary and middle school activities*. Reston, VA: NCTM.
- Espinel, C., González, T., Bruno, A., & Pinto, J. (2009). Las gráficas estadísticas. In L. Serrano (Ed.), *Tendencias actuales de la investigación en Educación Estadística* (pp. 133-156). Melilla: Facultad de Humanidades y Educación.
- Fernandes, J. A. & Vaz, O. (1998). Porquê usar tecnologia nas aulas de matemática? *Boletim da SPM*, n.º 39, 43-55.
- Fernandes, J. A., Almeida, C., Viseu, F. & Rodrigues, A. M. (1999). Um estudo exploratório sobre atitudes e práticas de professores de matemática na utilização de calculadoras. In C. Almeida, J. A. Fernandes, A. M. Rodrigues, A. P. Mourão, F. Viseu & H. Martinho (Orgs.), *Calculadoras gráficas no ensino da matemática* (pp. 1-28). Braga: Departamento de Metodologias da Educação da Universidade do Minho.
- Fernandes, J. A., Alves, M. P., Machado, E. A., Correia, P. F., & Rosário, M. A. (2009). Ensino e avaliação das aprendizagens em Estatística. In J. A. Fernandes, M. H. Marinho, F. Viseu & P. F. Correia (Orgs.), *Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 52-71). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho [CD-ROM].
- Ferreira, E. M. B. (2006). *Ensino e aprendizagem em ambientes geométricos dinâmicos: o tema de geometria do 9.º ano de escolaridade*. Dissertação de Mestrado, Universidade do Minho, Braga, Portugal.
- Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Gonçalves, C. V. P. (2011). *O ensino e a aprendizagem de Estatística com tecnologia: uma experiência no 7º ano de escolaridade*. Relatório de Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, Universidade do Minho, Braga, Portugal.
- Hawkins, A. Jolliffe, F., & Glickman, L. (1992). *Teaching statistical concepts*. Londres: Longman.
- Jungkenn, M. A. T.; & Del Pino, J. C. (2009). Analisando a capacidade de estudantes concluintes do Ensino Fundamental de interpretar informações de gráficos e tabelas. In *Anais do VII Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências*. Belo Horizonte: Associação Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências.
- Kosslyn, S. M. (1985). Graphics and human information processing. *Journal of the American Statistical Association*, 80(391), 499-512.
- Lopes, C. A. E. (2004). Literacia estatística e o INAF 2002. In: M. C. F. R. Fonseca, (Org.), *Letramento no Brasil: habilidades matemáticas: reflexões sobre o INAF 2002* (pp. 187-197). São Paulo: Global Editora.
- Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Autor.

- Morais, P. C. (2011). *Construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos por alunos do 9.º ano de escolaridade*. Dissertação de Mestrado, Universidade do Minho, Braga, Portugal.
- Ponte, J. P. (1995). Novas tecnologias na aula de Matemática. *Educação e Matemática*, 34, 2-7.
- Ponte, J. P. (1997). *As Novas Tecnologias e a Educação*. Lisboa: Texto Editora.
- Ponte, J. P., & Canavarro, A. P. (2007). *Matemática e novas tecnologias*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ribeiro, J. O. (2007). *Leitura e interpretação de gráficos e tabelas: um estudo exploratório com professores*. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil.
- Ribeiro, M. J. B., & Ponte, J. P. (2000). A formação em novas tecnologias e as concepções e práticas dos professores. *Quadrante*, 9(2), 3-26.
- Roa, R., Correia, P. F., & Fernandes, J. A. (2009). Percepciones de los estudiantes de una clase de bachillerato sobre una intervención de enseñanza en Combinatoria. In María Guzmán P. (Coord.), *Arte, Humanidades y Educación: Aportaciones a sus ámbitos científicos* (pp. 323-347). Granada, Espanha: Editorial Atrio.
- Ruiz, B., Arteaga, P., & Batanero, C. (2009). Competencias de futuros profesores en la comparación de datos. In L. Serrano (Ed.), *Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica* (pp. 57-74). Málaga: Gráficas San Pancraccio.
- Silva, A. A. (2006). *Gráficos e mapas: representação de informação estatística*. Lisboa: LIDEL.
- Wainer, H. (1992). Understanding graphs and tables. *Educational Researcher*, 21(1), 14-23.
- Watson, J. M. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.