

# Generación del segundo armónico como técnica de caracterización en metales

## Second harmonic generation as a characterization technique for metals

María F. Sosa<sup>1</sup> y Vicente Salinas-Barrera<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Ingeniería Metalúrgica, Facultad de Ingeniería. Universidad de Santiago de Chile.

<sup>2</sup>Grupo de Investigación en Física Aplicada, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma  
[maria.sosa.o@usach.cl](mailto:maria.sosa.o@usach.cl)

### Resumen

---

El uso de una respuesta acústica no lineal ha sido aceptado como una alternativa prometedora para la evaluación del estado microestructural en sólidos metálicos. La generación del segundo armónico, debido a la propagación de ondas ultrasónicas ha sido utilizada para cuantificar la cantidad de no linealidad en un material. Dado que ésta se atribuye a defectos microestructurales, como la deformación de la red o el movimiento de dislocaciones, la relación entre la no linealidad y el cambio en las propiedades debido a la fatiga, la fluencia, el envejecimiento y el daño térmico, ha sido investigado intensamente. En este artículo se presenta una revisión bibliográfica de trabajos que han estudiado el efecto de los cambios microestructurales sobre la generación de armónicos y en el parámetro no lineal beta. Adicionalmente, se presentan los desafíos en esta materia y los trabajos en curso para afrontar los mismos.

**Palabras Clave:** Generación del segundo armónico; ultrasonido no lineal; parámetro no lineal; acústica.

### Abstract

---

The use of a nonlinear acoustic response has been accepted as a promising alternative for the evaluation of the microstructural state in metallic solids. Second harmonic generation due to ultrasonic wave propagation has been used to quantify the amount of nonlinearity in a material. Since this is attributed to microstructural defects, such as lattice deformation or dislocation motion, the relationship between nonlinearity and the change in properties due to fatigue, creep, aging, and thermal damage has been intensively investigated. This paper presents a literature review of papers that have studied the effect of microstructural changes on harmonic generation and on the nonlinear parameter beta. In addition, the challenges in this area and the ongoing work to address them are presented.

**Keywords:** Nonlinear ultrasonic measurement; second harmonic generation; nonlinear parameter; acoustics.

## Introducción

Las ondas ultrasónicas se han utilizado ampliamente en el campo de los ensayos no destructivos de materiales END. Sin embargo, la mayoría de los métodos ultrasónicos convencionales o también llamados lineales, a pesar de ser muy sensibles a los defectos gruesos (del tamaño de la longitud de onda), son mucho menos sensibles a los defectos de menores dimensiones como las microgrietas o características microestructurales uniformemente distribuidas.

Se ha aceptado ampliamente que la no linealidad del material podría atribuirse a defectos microestructurales, como la deformación de la red o el movimiento de dislocaciones (Jhang *et al.*, 2000). Varios grupos han utilizado la respuesta acústica no lineal de la generación del segundo armónico para cuantificar la cantidad de no linealidad en un material. En este método se excita el material con una señal monoarmónica (una frecuencia fija) desde un emisor; esta onda interactúa con las características no lineales del material y genera una segunda onda armónica del doble de la frecuencia de excitación. Esta respuesta no lineal se cuantifica a través del llamado parámetro no lineal beta ( $\beta$ ), el cual se define formalmente en términos de combinaciones lineales de constantes elásticas de segundo y tercer orden; sin embargo, al ser este parámetro parte de la solución a la ecuación de onda no lineal, se reduce a un factor de proporcionalidad entre la amplitud de primer y segundo armónico, magnitudes que pueden medirse experimentalmente (Matlack, *et al.* 2015).

Los fenómenos como el deslizamiento de dislocaciones, el endurecimiento por precipitación, las transformaciones martensíticas, formación de microgrietas de fatiga, recristalización y crecimiento de grano son algunos de los fenómenos cuyo efecto no lineal se ha evaluado a través de la generación de armónicos. Esta generación armónica surge, por ejemplo, en el movimiento y multiplicación de las dislocaciones, debido a la desviación de la elasticidad a medida que surge la plasticidad (Hikata *et al.*, 1965). Durante el envejecimiento, el efecto no lineal se atribuye al nivel de coherencia matriz-precipitado que se desarrolla por efecto del tiempo y temperatura del tratamiento térmico (Cantrell y Yost, 1997); en el estudio de la formación de microgrietas a fatiga, la no linealidad se relaciona a la formación de estructuras de dislocación complejas caracterizadas por la acumulación de dipolos de dislocación que se desarrollan en los

primeros ciclos a fatiga, generando lugares propicios para la nucleación de microgrietas (Cantrell *et al.*, 2006). Los límites de los granos son discontinuidades de alta tensión localizada y la influencia del crecimiento del tamaño del grano en la no linealidad durante el recocido isotérmico se debe a que estos límites interceptan la trayectoria de propagación de la onda y aumentan la distorsión de la onda ultrasónica (Mini *et al.*, 2015).

A continuación, se encuentra una breve explicación de la obtención del parámetro no lineal a través de la generación del segundo armónico de ondas longitudinales y se hace una revisión de algunos trabajos que estudian el efecto de los cambios microestructurales en el parámetro no lineal beta.

## Obtención del parámetro no lineal mediante la generación de segundo armónico

### Teoría

Asumiendo la propagación de una onda longitudinal a través de un medio isotrópico, la ecuación de movimiento simplificada a una dimensión corresponde a:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \quad (1)$$

Donde  $\rho$  es la densidad del material,  $u$  es el desplazamiento de la partícula,  $\sigma_x$  es el esfuerzo normal en la dirección  $x$  y  $t$  es el tiempo. La ecuación constitutiva del esfuerzo para una no-linealidad cuadrática viene dada por:

$$\sigma_x = \sigma_0 + E_1 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} E_2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \dots \quad (2)$$

Donde  $E_1$  y  $E_2$  son las constantes elásticas de segundo y tercer orden. Al considerar, como suele hacerse en la teoría de las deformaciones infinitesimales, solo las constantes elásticas de segundo orden, sustituyendo (2) en (1) se obtiene la ecuación de onda lineal:

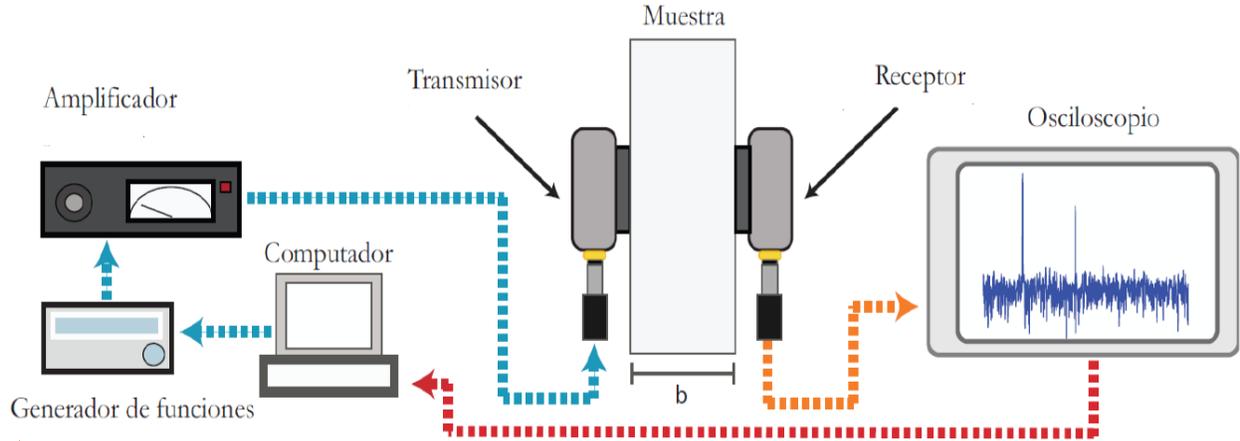


Figura N° 1. Esquema del montaje experimental utilizado para la generación del segundo armónico (Espinoza *et al.*, 2018).

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3)$$

Donde  $c$  es la velocidad de onda longitudinal. La ecuación (3) permite obtener una relación entre las constantes elásticas de segundo orden y las velocidades de propagación de onda a través del sólido. Al considerar las constantes del segundo y tercer orden, es decir, insertando la ecuación (2) en la ecuación (1), se obtiene la ecuación de onda no lineal:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left[ 1 - \beta \frac{\partial u}{\partial x} \right] \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (4)$$

Donde  $\beta$  es el parámetro no lineal y  $c$  es la velocidad de onda longitudinal en el material. Para un material sin deformaciones impuestas,  $\beta$  es equivalente al componente de anarmonicidad de la red y es una función de las constantes elásticas de segundo y tercer orden del material:

$$\beta = \frac{-3c_{111} + c_{1111}}{\sigma_0 + c_{11}} \quad (5)$$

La solución a la ecuación de onda (4) para un frente de onda plano, expresada en forma armónica es la siguiente:

$$u = A_1 \sin(\kappa x - \omega t) + \frac{\beta A_1^2 \kappa^2}{8} \cos(2\kappa x - 2\omega t) + \dots \quad (6)$$

Donde  $\omega = 2\pi f$  es la frecuencia angular de la frecuencia de onda  $f$ ,  $\kappa = \omega/c$  es el número de onda,  $A_1$  es la amplitud del primer armónico y el coeficiente que multiplica al término con coseno es la amplitud del segundo armónico ( $A_2$ ). Reordenando se obtiene una expresión para el parámetro no lineal:

$$\beta = \frac{8A_2}{A_1^2 \kappa^2} \quad (7)$$

### Técnica experimental

Existen diversas formas de obtener experimentalmente el coeficiente no-lineal, algunas investigaciones utilizan interferometría laser (Hurley y Fortunko, 1997; Park *et al.*, 2021) la cual entrega resultados precisos, pero su implementación es costosa y el montaje experimental es altamente sensible a la alineación. El método más robusto de medición es mediante transductores piezoeléctricos en configuración emisor-transmisor.

El protocolo de generación y adquisición de la señal con este método se puede visualizar en la Figura N° 1. Un generador de funciones es utilizado para la

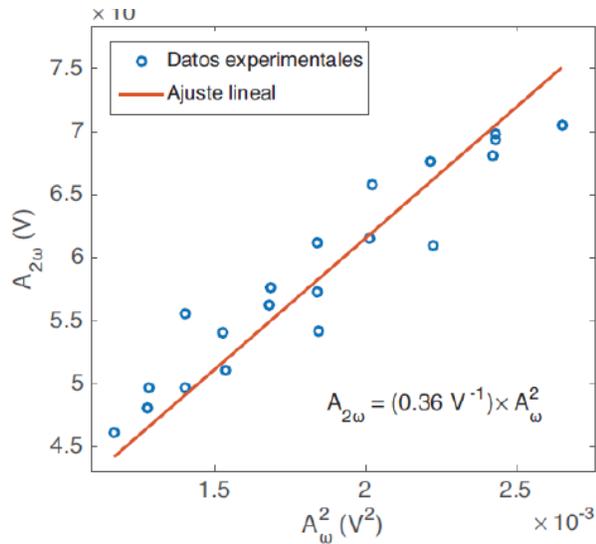


Figura N° 2. Amplitud del segundo armónico ( $A_{2\omega}$ ) vs. amplitud del armónico fundamental al cuadrado ( $A_{\omega}^2$ ) (Espinoza, 2019).

generación de una señal continua de frecuencia única. Dicha señal es amplificada por un amplificador de potencia de alta frecuencia, excitando el transductor emisor, el cual genera la onda que viaja a través de la muestra de un espesor  $b$ ; el receptor capta la respuesta del material y a partir de ella se obtiene su espectro en frecuencias por medio de la transformada rápida de Fourier (FFT por sus siglas en inglés). Tanto la amplitud a la frecuencia fundamental como la del segundo armónico se registran en un ordenador. Este proceso debe ser iterado aumentando en cada paso la amplitud de la onda de excitación, obteniendo medidas del armónico fundamental ( $A_{\omega}$ ) y el segundo armónico ( $A_{2\omega}$ ). Al graficar estas cantidades, de la Figura N° 2 se obtiene  $\beta'$  en unidades  $[1/V]$ :

$$\beta' = \frac{A_{2\omega}}{A_{\omega}^2} \quad (8)$$

Para el cálculo del parámetro no lineal adimensional a través de la ec. (7), la ecuación (8) debe ser transformada de unidades  $[1/V]$  a unidades  $[1/m]$ . Para ello, es requerida la calibración del desplazamiento absoluto de los transductores. Se invita a los lectores a consultar a (Dace *et al.*, 1991) para una mayor explicación sobre el proceso de calibración.

## Aplicaciones

En las últimas décadas se han realizado importantes

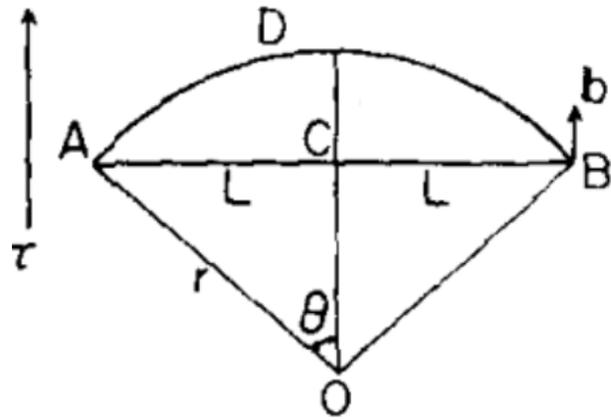


Figura N° 3. Representación esquemática de una dislocación arqueada ADB.  $\tau$ , esfuerzo cortante;  $r$ , radio de curvatura;  $2L$ , longitud del bucle de dislocación;  $b$ , vector de Burgers (Hikata *et al.*, 1965).

trabajos destinados a utilizar la generación de segundo armónico como técnica de detección temprana de daños, relacionando el parámetro no lineal con diferentes características microestructurales.

Granato y Lücke, (1956), desarrollaron una teoría sobre la disminución de la velocidad y el cambio de módulo elástico basado en un tratamiento de dislocaciones como cuerdas elásticas en interacción con ondas elásticas. El modelo (Figura N° 3) considera la dislocación como un segmento de línea anclado entre dos puntos, a una distancia  $2L$ . Estos puntos de anclaje pueden ser límites de grano, otras dislocaciones, o defectos puntuales en el material. Se le aplica entonces, una tensión longitudinal  $\sigma$  que es pequeña pero no nula, con componente de cizallamiento  $\tau$  tal que  $\tau = R\sigma$  donde  $R$  es el factor de cizalle resuelto; esta tensión produce entonces que la dislocación se curve, pero no se rompa. Una onda ultrasónica hace que el segmento de dislocación entre en un modo vibratorio en su modo fundamental, produciendo la distorsión de la onda.

A partir del trabajo de Granato y Lücke, (Hikata *et al.*, 1965; Hikata *et al.*, 1966) considerando en la relación constitutiva, una deformación asociada a las dislocaciones, obtuvieron una ecuación que relaciona el parámetro no lineal con la densidad de dislocaciones en forma Cantrell *et al.*, (1997, 1998) ampliaron la expresión al tomar en cuenta la interacción dislocación-precipitado, donde la evolución del parámetro beta se encuentra relacionada con el grado de ajust-

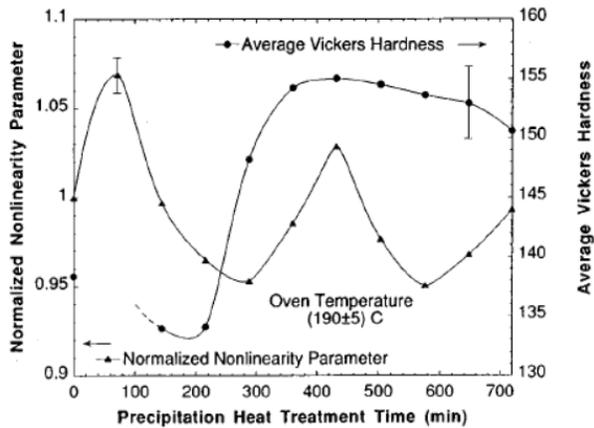


Figura N° 4. Variación del parámetro no lineal y dureza Vickers en función del tiempo de tratamiento térmico para una aleación de aluminio 2024 envejecida a 190°C (Cantrell *et al.*, 1997).

te del precipitado. Esto lo observaron experimentalmente al envejecer artificialmente una aleación Al-Cu, en la cual encontraron un primer máximo en el parámetro no lineal asociado a la formación de precipitados GP (Figura N° 4). Estos *clusters* ricos en soluto, por ser completamente coherentes con la matriz, generan tensiones de ajuste, que al estar distribuidos uniformemente en la aleación tienen un efecto importante en el parámetro no lineal. Posteriormente, con el envejecimiento, los *clusters* más pequeños se disuelven y los átomos de soluto se unen a los más grandes, formando los precipitados  $\theta''$ . Con ellos, se disminuye el número total de zonas de distorsión, y al aumenta el diámetro medio de las partículas, el parámetro no lineal vuelve a alcanzar un máximo en la transición entre  $\theta''$ - $\theta'$ . Por último, producto del sobre envejecimiento, el precipitado pierde completamente la coherencia, llamado ahora precipitado  $\theta$ , generando la disminución del parámetro no lineal.

Cantrell *et al.* (2006), aplicaron el modelo de Nazarov *et al.* (1997), para determinar las contribuciones a la no linealidad durante el proceso de generación de grietas inducidas por fatiga. Durante los primeros ciclos de fatiga, la no linealidad se encuentra dominada por la generación de dislocaciones, que se acumulan en los planos de deslizamiento primario en forma de dipolos de dislocación; estas estructuras se acumulan en regiones denominadas venas, las cuales, posterior al aumento en las tensiones cíclicas,

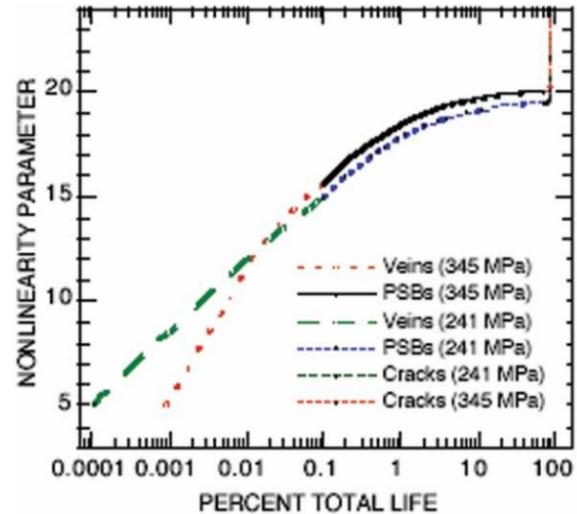


Figura N° 5. Gráfico del parámetro no lineal calculado en función del porcentaje de vida de fatiga total para el níquel policristalino cargado cíclicamente a tensiones de 345 MPa y 241 MPa. El gráfico muestra que independiente de la carga, las etapas de formación de venas y PSB tienen un efecto considerable en el parámetro no lineal (Cantrell *et al.*, 2006).

saturan el material y resultan en bandas de deslizamiento persistentes (PSB). La nucleación de microgrietas se produce principalmente en la intersección de estas bandas con un límite, y aunque la nucleación de microgrietas es sustancial entre el 20-40% de vida a fatiga, las mismas no contribuyen a la no linealidad hasta que la longitud de la grieta alcance un valor crítico, aproximadamente entre el 80-90% de vida a fatiga (Figura N° 5).

Hurley *et al.* (1998), determinaron el parámetro ultrasónico no lineal  $\beta$  y la velocidad de onda longitudinal  $v_L$  para una serie de muestras de acero martensítico en las que variaban el contenido de carbono. Los listones martensíticos contienen tensiones internas asociadas con densidades de dislocación muy grandes y carbono intersticial. Las redes de dislocaciones producen campos de tensión interna de largo alcance que son particularmente fuertes cerca del núcleo de dislocación. Junto con los campos de deformación localmente elevados de los átomos de carbono intersticial, estas tensiones internas crean una relación asimétrica y no lineal entre la tensión y la deformación en las proximidades de las dislocaciones y esta asimetría es la que permite la generación de segundos armónicos por parte de las dislocaciones. De sus resultados, se reporta que  $\beta$  aumenta monótonicamente con el contenido de carbono (Figura N° 6b), al igual que la densidad de dislocaciones, calculada a través del refinamiento de

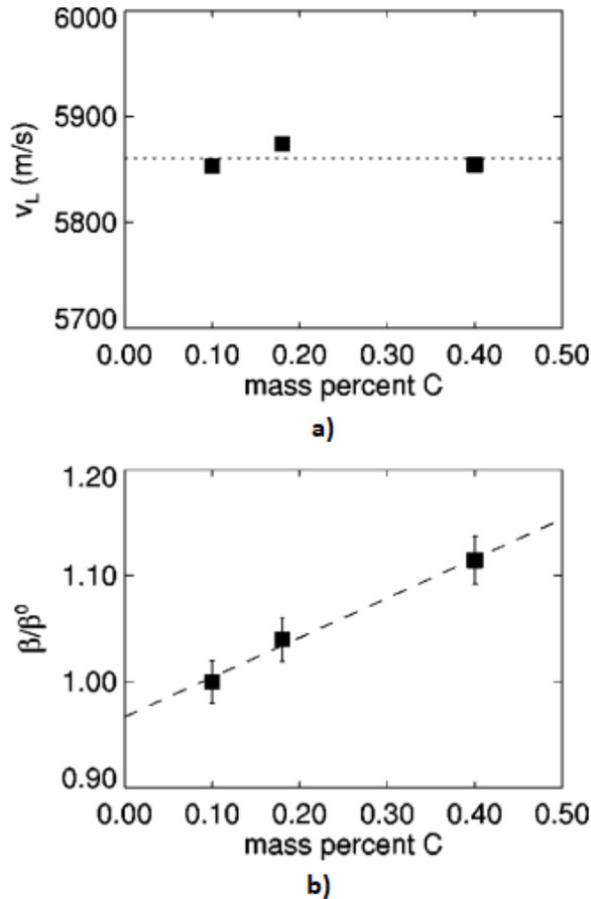


Figura N° 6a) Velocidad ultrasónica longitudinal  $v_L$  en función del contenido de carbono para las probetas de acero templado. La incertidumbre en la velocidad es de  $\pm 6$  m/s. La línea de puntos indica la velocidad media (5586,1 m/s) de las tres muestras, manteniéndose estadísticamente constante. 6b) Parámetro ultrasónico no lineal  $\beta$  para las mismas muestras. El incremento de  $\beta$  es de un 11% de 0.10% C a 0.40% C.

Rietveld. Sin embargo,  $v_L$  permanece prácticamente constante (Figura N° 6a), concluyendo que el parámetro no lineal es más sensible a las variaciones microestructurales que la velocidad de onda longitudinal.

Viswanath *et al.* (2010), relacionaron las propiedades mecánicas de un acero inoxidable AISI 304 con el parámetro no lineal beta bajo diferentes porcentajes de deformación en frío. De sus resultados se destaca el aumento continuo del parámetro no lineal al igual que el límite elástico y la resistencia a la tracción a medida que aumenta la deformación. Sus estudios han sido validados a través de XRD, con la cual se obtiene la densidad de dislocaciones y la fracción volumétrica de la fase martensita ( $\alpha'$ ) para cada

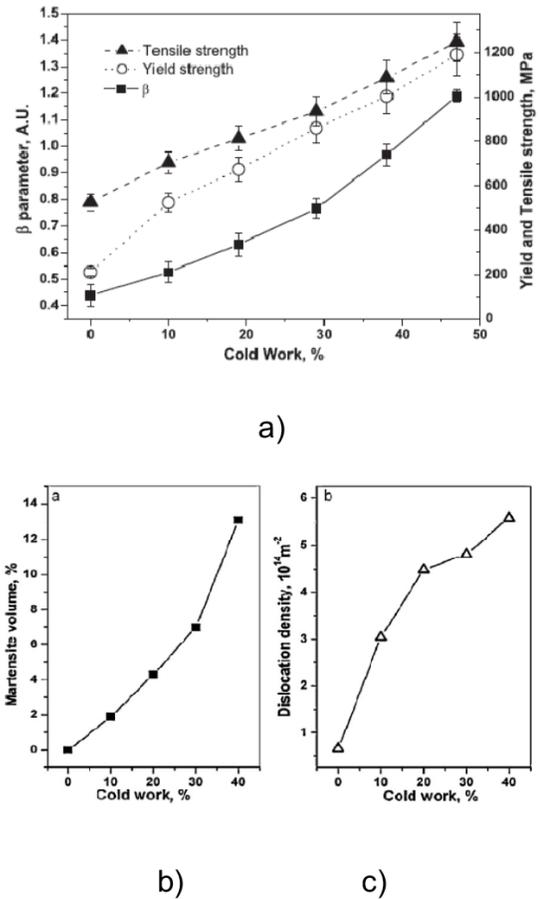


Figura N° 7a) Variación del parámetro no lineal beta, el límite elástico y la resistencia a la tracción; 7b) fracción de volumen de martensita y c) densidad de dislocaciones, en función del porcentaje de deformación (Viswanath *et al.*, 2010).

porcentaje de deformación estudiado (Figura N° 7), lo que permite atribuir la variación del parámetro no lineal con el incremento en la densidad de dislocaciones y la formación de martensita.

Mini *et al.* (2015), investigaron el efecto del tamaño de grano en el parámetro de no linealidad en cobre comercialmente puro sometido a tratamientos térmicos de recocido. Obtiene que el aumento de la no linealidad se le atribuye al aumento del área de los límites del grano y del área de los límites de macla. Por lo tanto, al reducir el tamaño de grano, aumenta la distorsión y, en consecuencia, el valor del parámetro no lineal (Figura N° 8). Dicho efecto fue igualmente estudiado por Li *et al.* (2019), donde muestras de cobre y latón son deformadas en frío y la microestructura es controlada mediante tratamientos térmicos

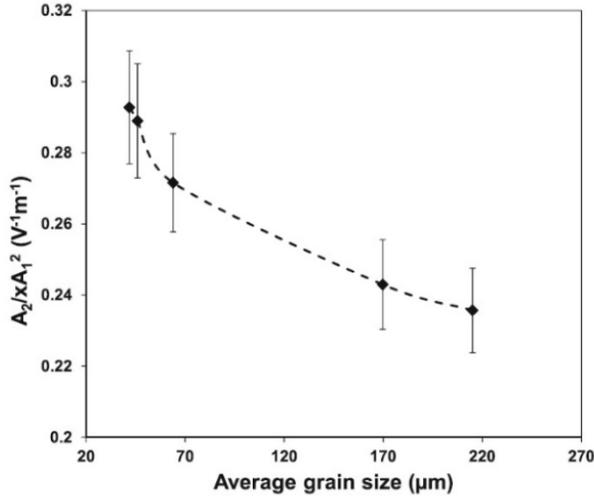


Figura N° 8. Comportamiento de  $A_2/xA_1^2$  con el tamaño medio del grano para las muestras isócronas (Mini *et al.*, 2015).

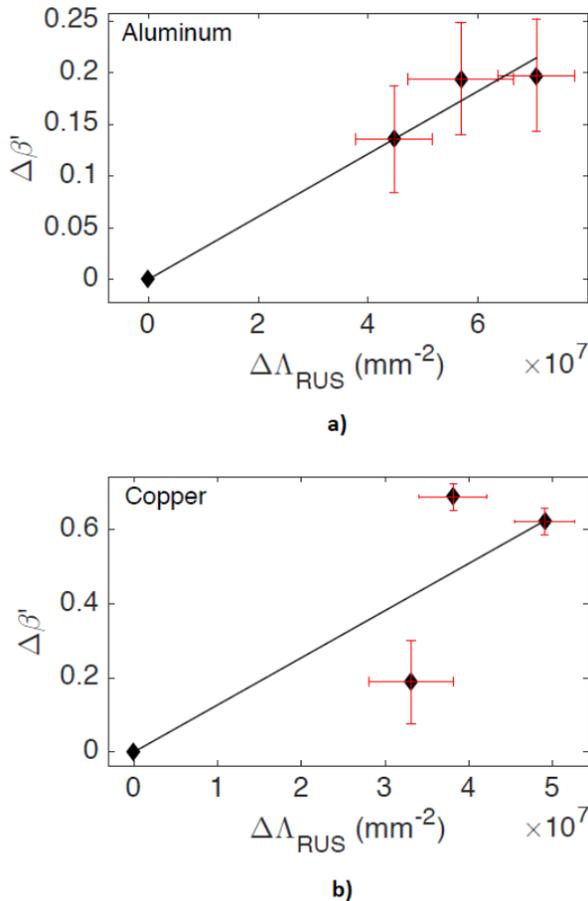


Figura N° 9. Variaciones normalizadas del parámetro acústico no lineal  $\Delta\beta'$ , de cada muestra respecto a la muestra inicial laminada en frío en función de la variación de la densidad de dislocaciones, obtenidas con las medidas lineales. (a) Para el Al,  $\Delta\beta'$  muestra cambios del 14% al 20%; (b) Para el Cu,  $\Delta\beta'$  muestra cambios del 19% al 62%.

de recocido, constatando una evidente disminución de la no linealidad con el aumento del tamaño de grano.

Espinoza *et al.* (2018), midieron la densidad de dislocaciones en muestras de cobre y aluminio deformadas y después tratadas térmicamente, comparando diferentes técnicas ultrasónicas lineales y no lineales, incluyendo entre ellas la medición de generación de armónicos y el cálculo del parámetro beta. Como resultado se obtiene una relación cuantitativa entre la variación del parámetro no lineal beta y la variación en la densidad de dislocaciones (Figura N° 9); esto se corrobora a través de la determinación de la densidad de dislocaciones a partir de datos obtenidos del análisis del perfil de difracción, y a su vez comparado con la relación obtenida por Muriel *et al.*, (2005, 2009) entre la velocidad de propagación de onda y la densidad de dislocaciones, calculado en este trabajo con la técnica de espectroscopía de ultrasonido resonante (RUS). Reportaron finalmente que la variación del parámetro no lineal, en función de la densidad de dislocaciones, es varias veces mayor que las variaciones del parámetro lineal y, por lo tanto, los métodos no lineales son más sensibles que los métodos lineales al ser comparados en los diferentes estados de deformación.

### Desafíos y trabajos futuros

Actualmente, existen algunos factores que limitan la aplicación de la técnica de generación del segundo armónico en el monitoreo de componentes y estructuras en servicio. Entre ellos se encuentra el control de factores altamente dispersivos asociados a las mediciones, como la configuración, calibración, acoplamiento y condición superficial del componente, factores que resultan difíciles de controlar en condiciones reales. Adicionalmente, la técnica tiene limitaciones desde el punto de vista acústico, ya que el espesor mínimo de la muestra está determinado por el tamaño del campo cercano  $N_f$ .

$$N_f = \frac{D^2}{4\lambda}$$

Donde  $D$  es el diámetro del transductor piezoelectrónico y  $\lambda$  es la longitud de onda acústica. En el caso de metales el  $N_f$  es del orden de 2 mm, lo cual no permite evaluar laminas delgadas. En esta línea, se está evaluando extender la técnica a medidas de superficie

utilizando las no linealidades producidas sobre ondas de Rayleigh. Es así como el desarrollo de técnicas de detección sin contacto, como el ultrasonido laser, representa una clara proyección de las mediciones ultrasónicas no lineales a pesar de lo costoso de su implementación y los claros problemas de alineación. En la línea de buscar soluciones de no contacto, se están realizando investigaciones con transductores acústicos electromagnéticos (EMAT por sus siglas en inglés, los cuales actúan por variaciones del campo magnético (Murayama y Yamaguchi, 2005). Por otro lado, además de la evolución de la técnica de medición, es necesario continuar promoviendo la investigación sobre el efecto de los defectos lineales y volumétricos en la distorsión de onda, a fin de lograr el planteamiento y validación de modelos que relacionen la propagación de onda no lineal con los cambios microestructurales distintos a las dislocaciones y con geometrías más complejas, como maclas, bandas de cizalle, entre otras.

De acuerdo con lo descrito anteriormente, los autores de este artículo actualmente están desarrollando un estudio de las contribuciones de las maclas de deformación sobre el parámetro no lineal  $\beta$ . Para ello, una muestra de latón CuZn30 es sometido a deformación en frío a distintos porcentajes de deformación. Se ha analizado mediante la técnica de generación del segundo armónico y validado mediante ensayos destructivos de microscopía y difracción de rayos X.

Los primeros resultados muestran la alta sensibilidad del parámetro no lineal a la formación de maclas de deformación y a la formación de estructura refinada producto de las bandas de corte.

## Conclusiones

Este artículo revisa la técnica de generación del segundo armónico de ondas longitudinales y algunas de las contribuciones microestructurales al parámetro no lineal  $\beta$  que se han estudiado en los últimos años. A través de los diferentes estudios reseñados, se concluye que esta técnica tiene la capacidad de detectar cambios microestructurales en metales, producto de fatiga, procesos de deformación como la laminación, procesos térmicos como el envejecimiento o el recocido o las transformaciones de fase adifusionales, como la formación de martensita.

Si bien es una técnica que augura un futuro prometedor, aún existe un arduo camino a seguir. Se hace necesario continuar con mediciones controladas de tipo laboratorio para comprender mejor la generación del segundo armónico en términos de cambios y efectos microestructurales. Además del desafío que implica la aplicación a nivel industrial, donde las condiciones superficiales y el acceso a componentes es limitado.

## Referencias

- Cantrell J, Yost W. 1997. Effect of precipitate coherency strains on acoustic harmonic generation. *J Appl Phys* 81: 2957. <https://doi.org/10.1063/1.364327>
- Cantrell JH. 2006. Quantitative assessment of fatigue damage accumulation in wavy slip metals from acoustic harmonic generation. *Philos Mag* 86: 1539-1554. <https://doi.org/10.1080/14786430500365358>
- Cantrell JH, Zhang XG. 1998. Nonlinear acoustic response from precipitate-matrix misfit in a dislocation network. *J Appl Phys* 84: 5469-5472. <https://doi.org/10.1063/1.368309>
- Dace GE, Thompson RB, Brasche LJH, Rehbein DK, Buck O. 1991. Nonlinear acoustics, a technique to determine microstructural changes in materials. In: Thompson DO, Chimenti DE. (Eds.) *Review of progress in quantitative nondestructive evaluation*. Plenum Press, New York, USA.
- Espinoza C, Feliú D, Aguilar C, Espinoza-González R, Lund F, Salinas V, Mujica N. 2018. Linear versus nonlinear acoustic probing of plasticity in metals: A quantitative assessment. *Materials* 11: 2217. <https://doi.org/10.3390/ma11112217>
- Espinoza C. 2019. Propagación de ondas acústicas en medios con defectos lineales. Tesis, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

- Granato A, Lücker K. 1956. Theory of mechanical damping due to dislocations. *J Appl Phys* 27: 583e593. <https://doi.org/10.1063/1.1722436>
- Granato A, Lücker K. 1956. Application of dislocation theory to internal friction phenomena at high frequencies. *J Appl Phys* 27: 789e805. <https://doi.org/10.1063/1.1722485>
- Hikata A, Chick BB, Elbaum C. 1965. Dislocation contribution to the second harmonic generation of ultrasonic waves. *J Appl Phys* 36: 229-236. <https://doi.org/10.1063/1.1713881>
- Hikata A, Elbaum C. 1966. Generation of ultrasonic second and third harmonics due to dislocations. *J Phys Rev* 144: 469-477. <https://doi.org/10.1063/1.1722485>
- Hurley DC, Fortunko CM. 1997. Determination of the nonlinear ultrasonic parameter beta using a Michelson interferometer, *Meas Sci Technol* 8: 634. <https://doi.org/10.1088/0957-0233/8/6/009>
- Hurley DC, Balzar D, Purtscher PT, Hollman KW. 1998. Nonlinear ultrasonic parameter in quenched martensitic steels. *J Appl Phys* 83: 4584-4588. <https://doi.org/10.1063/1.367241>
- Jhang KY. 2000. Applications of nonlinear ultrasonics to the NDE of material degradation. *IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control* 47: 540-548. <https://doi.org/10.1109/58.842040>
- Li W, Chen B, Qing X, Cho Y. 2019. Characterization of microstructural evolution by ultrasonic nonlinear parameters adjusted by attenuation factor. *Metals* 9: 271. <https://doi.org/10.3390/met9030271>
- Matlack KH, Kim JY, Jacobs LJ, Qu J. 2015. Review of second harmonic generation measurement techniques for material state determination in metals. *J Nondestruct Eval* 34: 273. <https://doi.org/10.1007/s10921-014-0273-5>
- Maurel A, Pagneux V, Barra F, Lund F. 2005. Wave propagation through a random array of pinned dislocations: Velocity change and attenuation in a generalized Granato and Lücker theory. *Phys Rev B Condens Mater* 72: 17411. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.72.174111>
- Maurel A, Pagneux V, Barra F, Lund F. 2009. Ultrasound as a probe of plasticity? The interaction of elastic waves with dislocations. *Int J Bifurcat Chaos* 19: 2765-2781. <https://doi.org/10.1142/S0218127409024475>
- Mini R, Balasubramaniam K, Ravindran P. 2015. An experimental investigation on the influence of annealed microstructure on wave propagation. *Experimental Mechanics* 55: 1023-1030. <https://doi.org/10.1007/s11340-015-0003-7>
- Murayama R, Yamaguchi K. 2005. *Jpn J Appl Phys* 44: 4385. <https://doi.org/10.1143/JJAP.44.4385>
- Nazarov VE, Sutin AM. 1997. Nonlinear elastic constants of solids with cracks. *J Acoust Soc Am* 102: 3349-3354. <https://doi.org/10.1121/1.4195777>
- Park SH; Kim J, Song DG, Choi S, Jhang KY. 2021. Measurement of absolute acoustic nonlinearity parameter using laser-ultrasonic detection. *Appl Sci* 11: 4175. <https://doi.org/10.3390/app11094175>
- Viswanath A, Purna Chandra Rao B, Mahadevan S, Parameswaran P, Jayakumar T, Raj B. 2010. Nondestructive assessment of tensile properties of cold worked AISI type 304 stainless steel using nonlinear ultrasonic technique. *J Mater Proc Technol* 211: 538-544. <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2010.11>