

Titre: Modélisation et simulation d'une chaîne de broyage de minerais
Title:

Auteur: Guy Cazottes
Author:

Date: 1974

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Cazottes, G. (1974). Modélisation et simulation d'une chaîne de broyage de minerais [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.
Citation: <https://publications.polymtl.ca/10807/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/10807/>
PolyPublie URL:

Directeurs de recherche: Michael P. Polis, & Pierre A. Yansouni
Advisors:

Programme: Maîtrise en ingénierie, option automatique
Program:

MODELISATION ET SIMULATION D'UNE
CHAINE DE BROYAGE DE MINERAIS

par

GUY CAZOTTES

74916

Mémoire présenté en vue de l'obtention d'une
Maîtrise en Ingénierie, option Automatique

Département de Génie Electrique
Ecole Polytechnique
Université de Montréal

25 juin 1974

E C O L E P O L Y T E C H N I Q U E

DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

S O M M A I R E

Thèse de Maîtrise

Thèse de Doctorat

Nom CAZOTTES Prénom GUY

Titre du projet de recherche : MODELISATION ET SIMULATION D'UNE CHAINE

DE BROYAGE DE MINERAIS

Un modèle mathématique a été construit pour une chaîne de broyage de minerais constituée d'un broyeur à boulets suivi d'une classification granulométrique par hydrocyclone. Ce modèle est non linéaire et d'ordre élevé; il sera utilisé pour la simulation du processus et ultérieurement pour une commande numérique multivariable. Afin de simplifier la synthèse du régulateur un modèle d'ordre réduit a été élaboré, puis linéarisé autour d'un point de fonctionnement.

La validité des deux modèles a été établie par comparaison avec des résultats expérimentaux publiés dans la littérature.

Directeurs de thèse M. Polis, P. Yansouni Date Le 25 juin 1974

E C O L E P O L Y T E C H N I Q U E

DEPARTMENT OF ELECTRICAL ENGINEERING

A B S T R A C T

Master Thesis

Ph.D. Thesis

Name CAZOTTES Surname GUY

Title of the thesis : MODELING AND SIMULATION OF CLOSED-LOOP GRINDING
CIRCUIT

A mathematical model has been developed for a closed loop grinding circuit, including a ball-mill and a hydro-cyclone classification. This model is nonlinear and of high order. It can be used for simulation purpose. However, it was intended as a first step toward real time computer control of the grinding process. In order to simplify the design of the digital controller a reduced order model has been derived and linearized around a steady-state point of operation.

The validity of both models has been established against data published in the literature.

Directors of thesis M. Polis, P. Yansouni Date June 25th, 1974

REMERCIEMENTS

J'exprime ma reconnaissance à MM. M. POLIS et P. YANSOUNI pour la collaboration étroite qu'ils m'ont apporté tout au long des travaux. Je souligne l'intérêt qu'a suscité pour moi le domaine de recherche qu'ils m'ont proposé.

J'affirme ma gratitude envers M. DALLAIRE qui m'a aidé à me familiariser avec le processus étudié.

Je remercie Mlle C. GAGNON qui a dactylographié ce rapport.

Enfin, j'exprime toute ma sympathie à tous ceux qui à titre divers m'ont apporté leur contribution, notamment au cours des difficultés de programmation que j'ai rencontrées.

TABLE DES MATIERES

<u>INTRODUCTION</u>	1
<u>I. GENERALITES SUR LE SYSTEME ETUDIE</u>	3
1. DESCRIPTION DU PROCESSUS DE BROYAGE	3
1.1 Caractéristiques générales	3
1.2 Description des éléments de la chaîne	5
1.2.1 Le broyeur	5
1.2.2 Le réservoir	5
1.2.3 Le cyclone	6
1.2.4 Les canalisations	7
2. CARACTERISATIONS DES SPECIFICATIONS ET PROBLEMES POSES PAR LA REGULATION	8
2.1 Régulation classique du processus	8
2.1.1 Les différentes chaînes de régulation	8
2.1.2 Problèmes posés par ces compensations	11
2.2 Objectif à réaliser	12
2.2.1 Classe de processus étudié	12
2.2.2 Conditions d'un bon fonctionnement	13
<u>II. MODELISATION ET SIMULATION</u>	15
1. MODELISATION DU CIRCUIT DE BROYAGE	15
1.1 Introduction	15
1.2 Le broyeur	15
1.2.1 Généralités	15
1.2.2 Détermination de la fonction de distribution	16
1.2.3 Calcul de l'inventaire	20
1.3 Le réservoir	22
1.3.1 Equation de densité	23
1.3.2 Equation du volume	24

1.4 L'hydrocyclone	25
1.4.1 Généralités	25
1.4.2 Détermination de d_{50}	27
1.4.3 La classification	28
1.4.4 Relations complémentaires	30
1.5 Conclusion	31
2. SIMULATION	32
2.1 Introduction	32
2.2 Calcul des paramètres et choix de la méthode	34
2.2.1 Pour le broyeur	34
2.2.2 Pour le cyclone	36
2.2.3 Choix de la méthode	39
2.3 Connexions entre chaque bloc et éléments de retard	40
2.3.1 Couplages et équations correspondantes à chaque élément	40
2.3.2 Simulation des retards de propagation	42
2.4 Programmation et résultats	45
2.4.1 Mise en place sur IBM 360	45
2.4.2 Examen de l'état de régime obtenu	45

<u>III. MODELE LINEARISE DE REGULATION DU PROCESSUS AUTOUR DU POINT DE FONCTIONNEMENT</u>	47
1. INTRODUCTION D'UN MODELE SIMPLIFIE	47
1.1 Généralités	47
1.2 Description du nouveau modèle	48
1.2.1 Equation de distribution pour le broyeur	48
1.2.2 Comportement du cyclone	49
1.3 Simulation du modèle réduit	52
1.3.1 Calcul des paramètres	52
1.3.2 Résultats de la simulation	52

2. LINEARISATION DES EQUATIONS DU MODELE AUTOUR D'UN	
POINT DE FONCTIONNEMENT	53
2.1 Position du problème	53
2.1.1 Définitions de l'état du système et Equations	
de contrainte	53
2.1.2 Principe de la linéarisation	55
2.2 Expression des équations linéarisées	56
2.3 Influence des retards de propagation	59
3. MODIFICATION DU MODELE LINEARISE EN VUE DE LA	
REGULATION	60
3.1 Simplification du modèle	60
3.1.1 Définitions de variables vectorielles	60
3.1.2 Mise sous la forme habituelle	62
CONCLUSION	64
REFERENCES	66
ANNEXE = NOTATIONS	67
ANNEXE 1	68
ANNEXE 2	76
ANNEXE 3	83

INTRODUCTION

Les circuits de broyage de minerai constituent un système complexe dans lequel les phénomènes physiques sont encore imparfaitement connus. Du point de vue automatisation, les précédents travaux ont contribué le plus souvent à la mise en place de régulateurs analogiques classiques.

L'élaboration d'un modèle global du processus fondé sur des résultats expérimentaux s'impose donc pour aborder la synthèse d'une commande par ordinateur. Partant de modèles de description connus, on s'efforce de structurer ceux-ci suivant l'approche classique en automatique des équations d'états.

Le processus de broyage étudié se compose d'un broyeur à boulet suivi d'un hydrocyclone pour la classification du minerai; un recyclage partiel de matière vers l'entrée du broyeur se produit lorsque l'on considère le circuit de broyage dans son ensemble.

Pour un tel processus complexe l'objectif recherché est la régulation autour d'un point de fonctionnement en présence de perturbations, qui sont des variations des caractéristiques, surtout de la dureté, du minerai d'entrée. Le point de fonctionnement optimal peut-être déterminé à partir d'un critère et d'équations de modèle valides sur tout l'espace de variation de l'état du système dont on ne dispose pas encore. Compte tenu de cette limitation, le choix du point de régime ne se fera que d'après des considérations empiriques basées sur l'expérience acquise. La recherche d'un modèle exploitable en vue de la construction d'un régulateur numérique

se fera selon les étapes suivantes:

- Elaboration d'un modèle complet du circuit de broyage à partir de la littérature disponible en Génie Minier.
- Simplification en un modèle réduit similaire au précédent afin de diminuer la complexité du régulateur.
- Linéarisation autour du point de fonctionnement choisi et mise sous la forme standard d'équations d'état.

Les modèles successifs sont simulés sur ordinateur et leur validité est établie par comparaison avec des résultats expérimentaux.

I. GENERALITES SUR LE SYSTEME ETUDIE

1. DESCRIPTION DU PROCESSUS DE BROYAGE

1.1 Caractéristiques générales

Nous allons décrire le fonctionnement global du circuit de broyage par référence à la Fig. 1 qui schématise les divers appareils de la chaîne ainsi que les transferts de matière apparaissant entre eux.

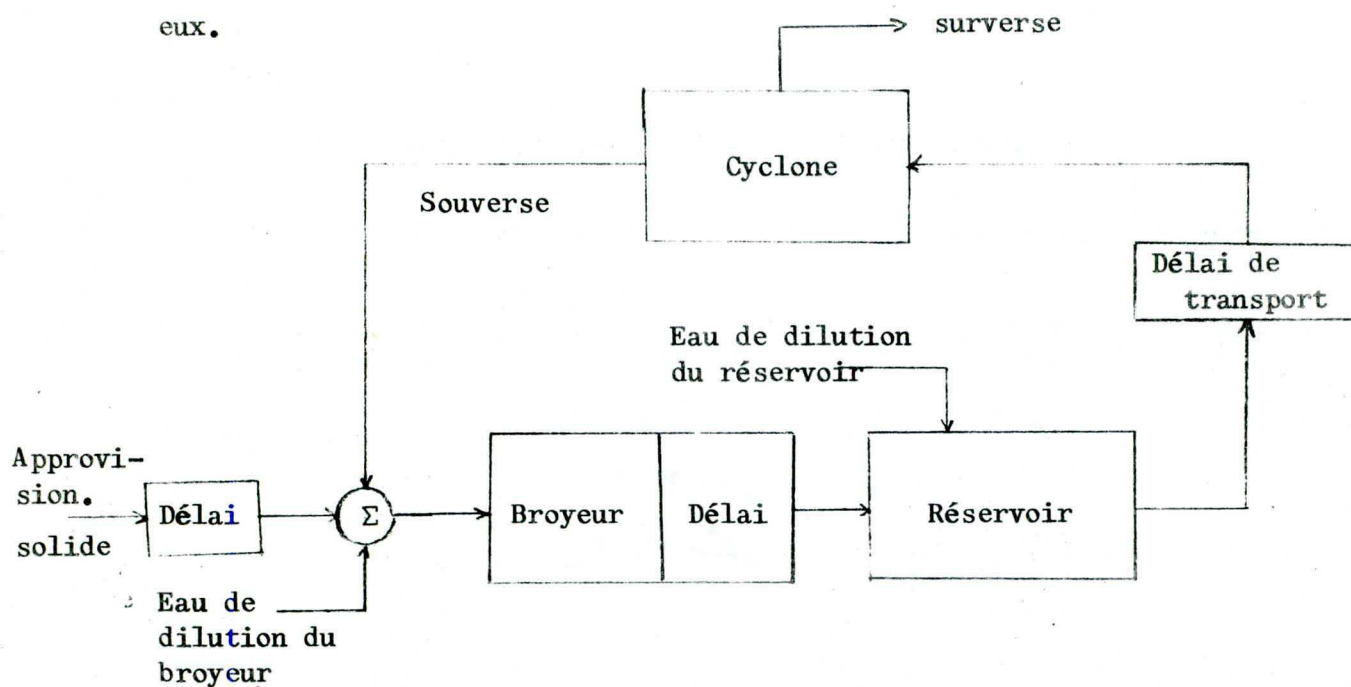


Figure 1:: Schéma bloc du circuit de broyage

Sous forme de schéma-bloc, on peut voir que ce circuit possède une boucle de retour de la sortie vers l'entrée du système. La variable d'entrée la plus importante est l'approvisionnement solide en minerai, la variable de sortie est la quantité de minerai de dimension désirée, obtenue au surverse du cyclone.

Physiquement cet approvisionnement solide est exprimé par un débit solide qui arrive sur la chaîne après un délai de convoyage dans certains cas, à cause de contraintes mécaniques. Nous verrons plus loin que l'utilisation d'un cyclone impose que dans le circuit de broyage, le minerai soit mélangé avec de l'eau; la densité du mélange obtenu étant aussi une variable importante du système, il convient de pouvoir la modifier en divers endroits de chaîne: ceci peut-être réalisé par l'adjonction de deux autres entrées auxiliaires qui sont appelées respectivement eau de dilution du broyeur et du réservoir.

Le mélange eau + minerai appelé pulpe entre dans le broyeur où s'effectue le phénomène de comminution réel; en sortie le minerai va se trouver affiné bien qu'il reste encore des particules de dimension indésirable mais en faible proportion. Le réservoir apparaît comme un élément de transit où s'effectue une sorte d'homogénéisation de la pulpe; la fonction du réservoir n'étant pas fondamentale, il est toutefois indispensable car il permet un découplage quasi total entre sortie broyeur et entrée cyclone du point de vue densité de la pulpe et débit. Son implantation s'impose aussi par des considérations mécaniques de mise en place du processus réel. Une pompe envoie le mélange vers le cyclone à travers une canalisation caractérisée par l'introduction d'un nouveau délai. La mission du cyclone est de séparer le minerai de dimensions désirées vers la sortie, du reste de la pulpe qui circule. Pour un cyclone idéal la partie de minerai ayant des dimensions satisfaisantes sort vers le surverse tandis que le reste est renvoyé vers

l'entrée du broyeur.

Globalement, si le fonctionnement de la chaîne est tel que décrit, l'objectif suivant du circuit de broyage est réalisé: A partir d'un minerai contenant des particules de dimensions quelconques, on réussit à conserver seules les particules dont la dimension est inférieure à un seuil spécifié par l'utilisateur. Le circuit de broyage doit être de plus conçu tel que le débit de minerai produit soit aussi grand que possible. Ceci étant une approche idéale, nous allons voir le comportement réel à travers la description détaillée de chacun des éléments.

1.2 Description des éléments de la chaîne

1.2.1 Le broyeur

Il s'agit d'un broyeur à boulet comportant une grille à la sortie. Le principe de fonctionnement est alors très simple puisqu'il y a écrasement du minerai par la charge de boulets. L'écoulement à travers la grille dépend de la viscosité de la pulpe ce qui permet de contrôler la charge en minerai du broyeur par action sur l'eau de dilution. La propagation de la pulpe suppose l'introduction d'un délai de transport car les dimensions du broyeur ne sont pas négligeables compte tenu de la valeur du débit d'entrée.

1.2.2 Le réservoir

La pulpe à la sortie du broyeur vient se déverser dans le réservoir de dimensions relativement petites. Une pompe à vitesse variable

permet d'envoyer la pulpe à un débit variable arbitraire vers le cyclone. Le flot continu permet de supposer que le mélange est suffisamment agité dans le réservoir pour que la pulpe soit homogène i.e. la densité à la sortie soit égale à celle qui siège dans le réservoir.

1.2.3 Le cyclone

Il a la structure définie à la Figure 2.

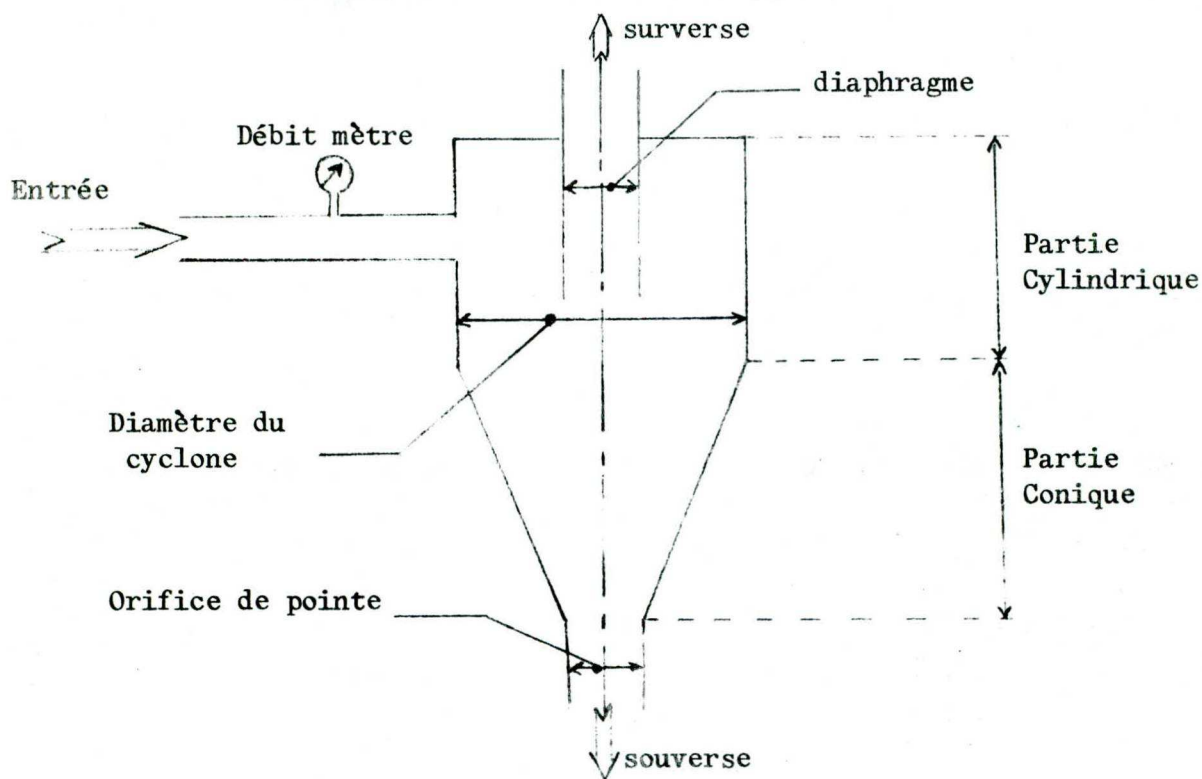


Figure 2: L'Hydrocyclone

L'entrée, mélange de particules solides et d'eau, arrive tangentielle-
ment au cylindre supérieur et un mouvement tourbillonnaire prend
naissance. Ce mouvement de rotation dans le cyclone crée la classifi-
cation des solides sous l'effet de la force centrifuge: Une particule

lourde se dirige vers le cylindre extérieur et sous l'effet de la pesanteur descend naturellement vers le bas. Une particule plus légère restera positionnée près de l'axe et un phénomène d'entraînement par l'eau va la conduire au surverse.

Les performances générales du cyclone dépendront à la fois de ses dimensions propres (ouvertures des diaphragmes) et du débit d'entrée qui est une fonction de la pression d'alimentation et des propriétés physiques de la pulpe.

1.2.4 Les canalisations

Elles introduisent des effets perturbateurs tels que pertes de charges ou délais de transport. Il ne sera tenu compte que du délai dans la canalisation la plus longue du circuit. La propagation à l'intérieur de ces canalisations de la pulpe sera considérée comme étant homogène, i.e., les parties solides et liquides se déplaçant à la même vitesse. Dans ce cas le rapport des débits massiques solide/liquide équivaut au rapport des masses solide/liquide dans une unité de volume donnée.

1.2.5 Les entrées de la chaîne

1.2.5.1 Entrée solide

Le minerai est stocké dans une trémie et l'ouverture d'un diaphragme permet l'écoulement des particules sur un tapis roulant (voir Fig. 3) jusqu'à l'entrée du broyeur. On fait varier le débit en variant l'ouverture du diaphragme. Le délai dans la ligne 1 correspond au temps mis par une particule à se rendre d'une extrémité à l'autre du tapis roulant.

Ce temps de transport peut-être diminué ou annulé en variant le débit par un changement de la vitesse de défilement du tapis roulant.

1.2.5.2 Entrées liquide

L'arrivée de l'eau de dilution est commandable par l'ouverture ou la fermeture des vannes.

Connaissant le fonctionnement général d'un circuit du broyage, on va s'attacher à présent à identifier les variables importantes et à noter les réglages régissant la bonne marche du processus. Cette partie s'inspire des objectifs fixés dans [1] par Freeh, Horst et Adams lors de la mise en place de régulateurs.

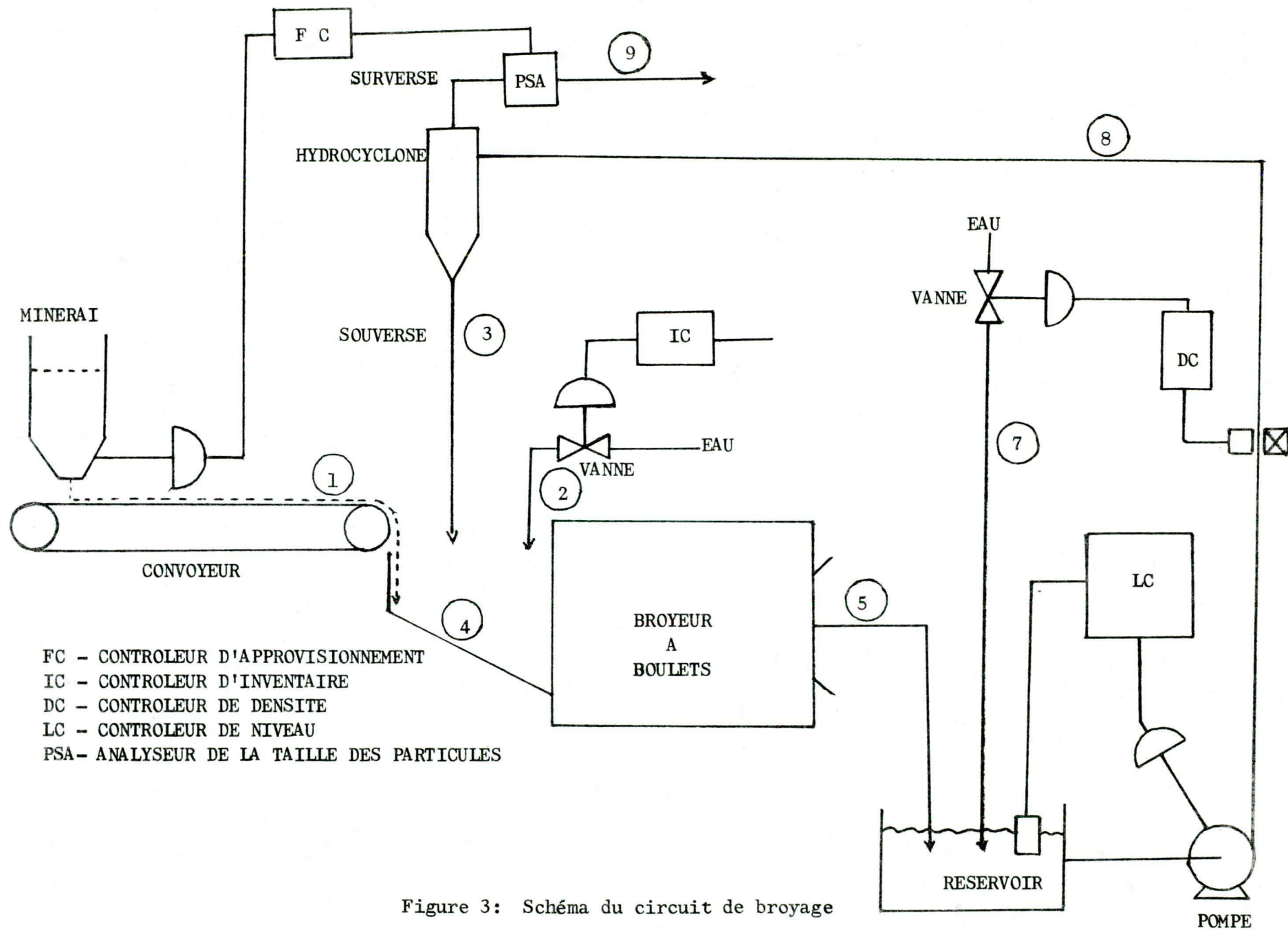
2. CARACTERISATION DES SPECIFICATIONS ET PROBLEMES POSES PAR LA REGULATION

2.1 Régulation classique du processus

La conduite du processus en utilisant des régulateurs analogiques a été réalisée et simulée dans [1]. Comme le processus qu'ils étudient servira de base de comparaison par rapport à nos travaux, nous allons rappeler les principales difficultés qui surgissent à travers cette approche classique.

2.1.1 Les différentes chaînes de régulation

Elles apparaissent sur le schéma global de la Figure 3.



On dispose des quatre boucles décrites ci-dessous:

- i) Contrôle de niveau dans le réservoir avec commande par variation de la vitesse de la pompe ou encore du débit de sortie du réservoir.
- ii) Contrôle de la densité de la pulpe à l'entrée du cyclone avec commande d'ouverture d'une vanne pour l'eau de dilution du réservoir.
- iii) Contrôle de l'uniformité de la production avec commande par variation de débit solide d'approvisionnement de la chaîne.
- iv) Contrôle de l'inventaire du broyeur avec commande d'ouverture d'une vanne pour l'eau de dilution du broyeur. Dans ce cas l'influence de la commande n'est pas évidente par rapport au réglage désiré; néanmoins, le broyeur possédant une grille à sa sortie, le débit de sortie dépend de la dilution de la pulpe et une augmentation de dilution entraîne une diminution de l'inventaire.

Les régulateurs analogiques sont ici du type P.I.D. et l'objectif global à atteindre est de régler les variables à leurs valeurs nominales en présence de perturbations. Celles-ci correspondent toujours à une variation des caractéristiques du minerai à l'entrée. Il peut s'agir soit de variation dans la distribution granulométrique soit plus souvent

de variations de dureté. Cette dernière perturbation est difficilement mesurable et influence toutes les variables du processus de broyage; ses effets doivent être compensés par la régulation.

Nous allons alors étudier les performances générales de ce type de régulation du processus.

2.1.2 Problèmes posés par ces compensations

Supposons une variation en échelon de la dureté du minerai: De façon intuitive, on peut concevoir un broyage de plus longue durée entraînant un débit d'entrée plus lent pour éviter la saturation du broyeur; dans ce cas tous les débits circulant dans le circuit sont plus faibles et le point de fonctionnement choisi peut se trouver perturbé. Les actions des régulateurs à cause de leurs interdépendances peuvent être incohérentes.

De façon plus générale, ces problèmes viennent du fait que les réglages sont effectués indépendamment les uns des autres alors qu'une approche globale de la régulation de tout le système réduirait cet aléa.

Nous pouvons voir les fortes interactions entre les différentes boucles sur quelques exemples:

- Une action sur la vitesse de la pompe pour le réglage de niveau du réservoir perturbe la boucle du contrôle de densité et réciproquement.
- Une action sur le débit d'entrée pour le réglage de la production perturbe la boucle de contrôle d'inventaire.

A partir de ces observations, il est important de noter qu'un algorithme de découplage déterminant à tout instant les valeurs des contrôles améliorerait sensiblement les performances.

2.2 Objectifs à réaliser

Ceux-ci sont définis d'après [1] et ils découlent le plus souvent de considérations empiriques ou intuitives.

Reprenant les travaux de Horst et Freeh [1] à titre de comparaison, il convient avant tout de connaître le système physique avec ses variables importantes du point de vue quantitatif.

2.2.1 Classe de processus étudié

Notre simulation va se référer à un circuit de broyage de type industriel quant à son dimensionnement..

Lors de la modélisation, trois types de variables prenant des valeurs différentes en divers points du circuit vont apparaître fondamentales: Ce sont les débits massiques, les densités et les fonctions de distributions, ces dernières exprimant la répartition des dimensions du minerai sur toute l'échelle possible. Pour notre processus, les débits solides seront de quelques centaines de tonnes par heure, le pourcentage massique de solide par rapport à la pulpe sera compris entre 50% et 100%. Du point de vue dimensions du minerai, on suppose ici que le minerai à broyer n'a pas de particule ayant un diamètre moyen supérieur à 2 mm. Le minerai est du porphyre de cuivre dont la densité approximative par rapport à l'eau est 2.8.

En se référant à la Figure 3, le régime permanent étudié en ce qui concerne les débits et les densités sera décrit par le tableau suivant:

# du flot (encerclé sur la Fig. 3)	Débit solide en Tonnes/ Heure	Débit liquide en Tonnes/ Heure	Densité % de Solide dans la pulpe
1	105	-	100
2	-	31.7	0
3	300	102.2	74.6
4	405	133.9	75.2
5	405	133.9	75.2
7		136.1	0
8	405	270.	60
9	105	167.8	38.5

TABLEAU 1

2.2.2 Conditions d'un bon fonctionnement du circuit

La stabilisation de l'inventaire du broyeur (i.e. la masse stockée à tout instant dans le broyeur) est importante; sa valeur nominale est fixée expérimentalement et est fonction des dimensions de l'appareil. Dans le cas où l'inventaire est trop petit, les débits circulant sont faibles et le circuit n'est pas utilisé à son meilleur rendement; par contre si l'inventaire est trop grand, il y a risque de saturation du broyeur. La valeur nominale choisie ici est de 12 tonnes. D'autres

contraintes physiques sont imposées pour le bon fonctionnement des appareils:

- Limitation du volume de pulpe stocké dans le réservoir à 180 pd^3 pour éviter le débordement.
- Choix d'un débit d'entrée du cyclone composé par 60% de solide pour se situer en un point de fonctionnement habituel du cyclone.

En plus de ces contraintes inhérentes au système, on se fixe une contrainte quant à la qualité du produit de sortie: on s'impose ainsi qu'il y ait moins de 25% de particules du minerai de dimensions supérieures à 75μ au surverse du cyclone.

Avec toutes ces contraintes, il apparaît en outre naturel d'essayer de maximiser la quantité de production satisfaisante c'est-à-dire le débit de particules solides de dimensions inférieures à 75μ au surverse du cyclone. Empiriquement, ce résultat est atteint en augmentant le débit d'alimentation solide tout en restant assez loin de la zone de saturation du circuit.

Connaissant ainsi les principales variables du système, les contraintes imposées et l'objectif à atteindre, on peut à présent construire un modèle mathématique représentant le comportement du processus; ce modèle pourra être ensuite manipulé en vue d'une régulation ou d'une optimisation.

II. MODELISATION ET SIMULATION

1. MODELISATION DU CIRCUIT DE BROUAGE

1.1 Introduction

Nous allons présenter ici un modèle mathématique qui va représenter dans certaines limites le processus réel. Ce modèle doit être conçu en fonction de son utilisation ultérieure; c'est pourquoi nous nous sommes attachés constamment au cours de son élaboration à le simplifier au maximum tout en conservant une bonne approximation du phénomène physique dans une zone de fonctionnement. La description mathématique de chaque élément de la chaîne est tirée de la littérature de Génie Minier: parmi les différents modèles existants nous avons choisis les plus couramment utilisés [2], [3].

Nous présenterons dans ce qui suit, le modèle de chaque élément du circuit successivement en soulignant ses imperfections.

1.2 Le broyeur

1.2.1 Généralités

Lorsqu'on aborde le phénomène de broyage avec une approche probabiliste c'est-à-dire en considérant la probabilité de cassure à une abscisse déterminée puis en généralisant à tout l'espace on aboutit à une équation intégral-différentielle avec des variables infinitésimales d'espace et de temps [6]. Les solutions analytiques de cette équation sont difficiles à obtenir sauf dans des conditions particulières. Une approche

consiste à discrétiser la variable d'espace en "n" dimensions possibles. On aboutit alors à la résolution d'un système de "n" équations différentielles variantes dans le temps dont la solution fournit la fonction de distribution du minerai suivant les différentes dimensions discrètes. Si l'on considère de plus des variations lentes dans les propriétés physiques du minerai du broyeur, ce qui est justifiable, on obtient des équations invariantes dans le temps.

Deux approches distinctes données dans [4] conduisent aux fonctions de répartition désirées à la sortie du broyeur: Dans celle qui est utilisée, le broyeur est assimilé à un "réservoir suffisamment agité" de sorte que l'on peut négliger la distribution des paramètres suivant l'axe du broyeur.

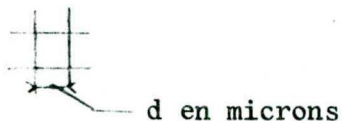
1.2.2 Détermination de la fonction de distribution

Nous appliquons ici les résultats de Horst [2] à notre processus. A titre d'approximation on considère que le solide est composé de particules pouvant être classifiées en 7 dimensions discrètes identifiées par le tableau suivant:

# associée à chaque dim.	i = 1	i = 2	i = 3	i = 4	i = 5	i = 6	i = 7
Dimension en mesh (Tyler)	+8	+14	+28	+48	+100	+200	-200
Dimension en μ	2362	1168	589	295	147	74	74 > . > 0

TABLEAU 2

Concrètement cette discrétisation de la distribution granulométrique peut-être obtenu par le passage des particules à travers des tamis composés de mailles de dimensions spécifiées. Ainsi un chiffre de la 3^{ème} ligne du tableau 2 correspond à l'ouverture "d" de la grille:



Nous citons aussi le dimensionnement en mesh (Tyler) car c'est celui qui est constamment utilisé dans le génie minier.

On définit alors le pourcentage de solide de dimension "i" comme étant la fraction de solide par rapport à l'ensemble qui passe à travers le tamis "i" et ne passe pas à travers le tamis "i+1".

Le phénomène de comminution peut alors se présenter comme le passage des particules d'une dimension donnée à une dimension inférieure de la façon suivante:

Notons: F_e, F_s : les débits à l'entrée et à la sortie du broyeur.

x_{ei}, x_{si} : les pourcentages de dimensions i en entrée et sortie, $i = 1$ à 7.

W : inventaire du broyeur.

Toutes ces variables sont données implicitement à l'instant "t". Représentons le broyage par le schéma suivant:

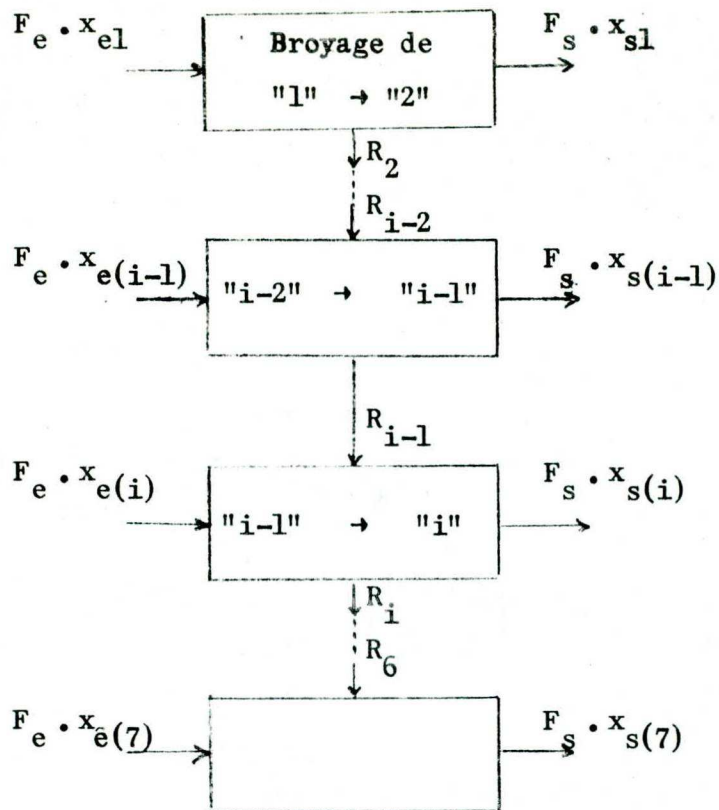


Figure 4

Sur la Figure 4, chaque bloc est associée à l'une des dimensions, ainsi le bloc "i" fait le bilan de ce qui se trouve de dimension "i" à un instant donné: La quantité de particules de dimensions "i" est la somme de ce qui entre $F_e \cdot x_e(i)$ et de ce qui est créé par broyage de la dimension "i-1": R_{i-1} . Une grosse particule se brise en donnant des particules beaucoup plus fines: on suppose que cette cassure correspond au passage successif par toutes les dimensions discrètes entre la taille du début et celle de la fin du broyage considéré.

Ainsi le terme de transfert R_i représente le débit de minerai qui passe de la dimension "i" à "i+1". On peut concevoir intuitivement que ceci est proportionnel à ce qui existe à la dimension "i" dans le broyeur à l'instant considéré soit: $R_i = k_i \cdot W \cdot x_{si}$

Ecrivant un bilan massique sur le bloc "i" on obtient:

Variation de la masse = Débit d'Entrée - Débit de Sortie

$$\frac{d(W x_{si})}{dt} = R_{i-1} + F_e \cdot x_{e(i)} - R_i - F_s \cdot x_{s(i)} \quad (1)$$

$$\text{Or } \frac{d W x_{si}}{dt} = x_{si} \frac{dW}{dt} + W \frac{d x_{si}}{dt} \quad (2)$$

De plus:

$$\frac{dW}{dt} = F_e - F_s \quad (\text{Bilan de masse pour tout le broyeur}) \quad (3)$$

(1), (2) et (3) →

$$x_{si} (F_e - F_s) + \frac{W d x_{si}}{dt} = k_{i-1} W x_{s(i-1)} + F_e \cdot x_{e(i)} - k_i W x_{s(i)} - F_s \cdot x_{s(i)}$$

$$\frac{d x_{si}}{dt} = \frac{F_e}{W} (x_{e(i)} - x_{s(i)}) + k_{i-1} x_{s(i-1)} - k_i \cdot x_{s(i)} \quad (4)$$

En écrivant ceci pour chaque bloc, on déduit que (4) est valide pour $i = 1, \dots, 7$ avec les conditions aux limites particulières:

$$k_{(0)} = 0$$

$$k_{(7)} = 0$$

La fonction de distribution est obtenue en résolvant un système différentiel du type (notation vectorielle)

$$\frac{dx}{dt} = A \underline{x} + B \underline{u} \quad (4a)$$

Il est à noter que A et B ne sont pas des matrices constantes mais le système est néanmoins linéaire en \underline{x} autour d'un point de fonctionnement. La difficulté de cette modélisation réside dans le choix des coefficients " k_i " auxquels on ne peut donner de signification physique immédiate. Cette liste de paramètres sera alors déterminée à partir de mesures en régime permanent sur le processus. Nous verrons lors de la simulation les difficultés qui s'ensuivent. Les équations (4) requièrent aussi la connaissance de l'inventaire W, nous allons la déterminer à partir des variables d'entrée du broyeur.

1.2.3 Calcul de l'inventaire

Des mesures directes fournissent les deux courbes suivantes:

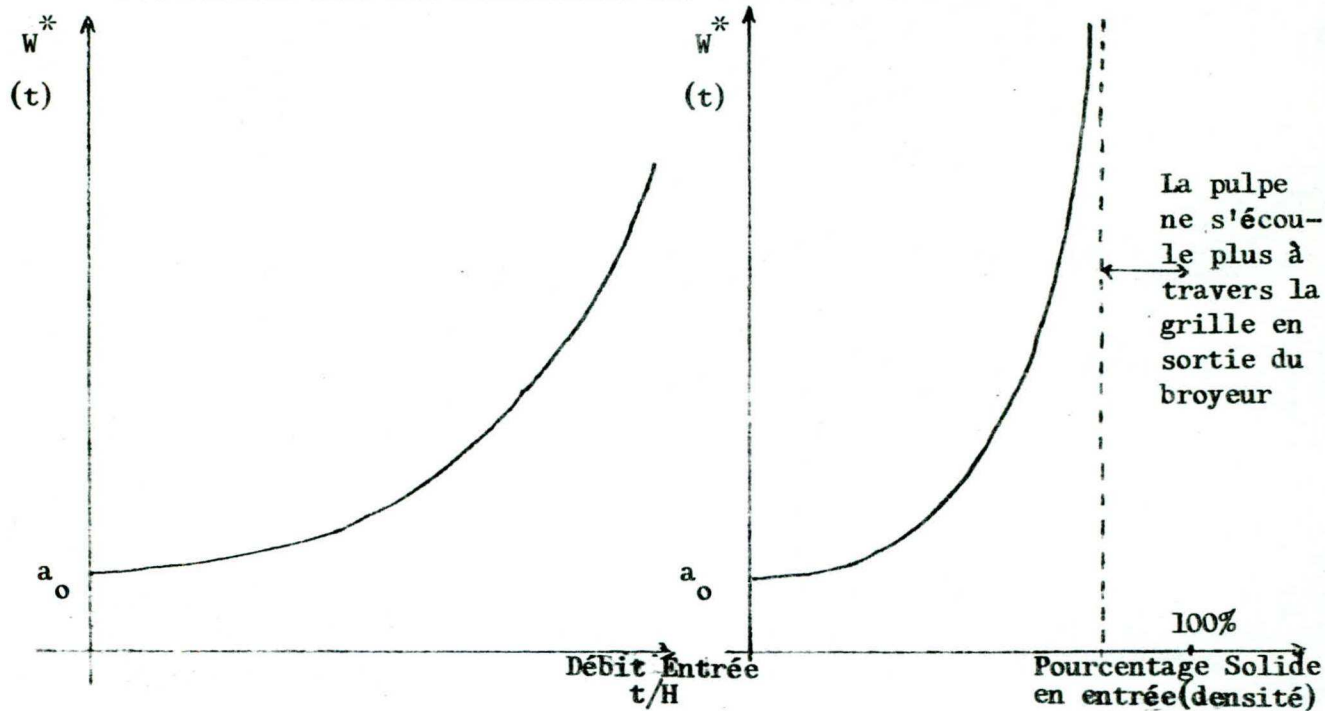


Figure 5

On construit alors l'interdépendance de type suivant:

$$W^* = a_0 + a_1 F_e^a \cdot D_{vs} \cdot \phi_e^c \quad (4b)$$

a_0, a_1, a, c : constantes.

La constante a_0 représente la masse de minerai qui reste accumulée dans le broyeur (à grille) à l'arrêt du circuit.

Avec ϕ_e = Rapport volumétrique entre liquide et solide dans la pulpe.

D_{vs} : Dimension moyenne des particules.

$$D_{vs} = \frac{\sum_{i=1}^7 (D_i)^3 N_i}{\sum_{i=1}^7 (D_i)^2 N_i} = \frac{\text{volume moyen}}{\text{surface moyenne}}$$

D_i : diamètre pour "i".

N_i : nombre de particules "i".

D_{vs} peut se déterminer ainsi:

$$N_i = x_{ei} \cdot N$$

(N : nombre total de particules)

$$D_{vs} = \frac{\sum_{i=1}^7 (D_i)^3 x_{ei}}{\sum_{i=1}^7 (D_i)^2 x_{ei}}$$

W^* représente alors l'inventaire lorsque le régime permanent est atteint.

Le régime transitoire de l'inventaire a été assimilé à un premier ordre après des observations empiriques soit:

$$\tau \frac{dW}{dt} = W^* - W \quad (5)$$

Il est intéressant aussi de connaître le débit solide massique à la sortie du broyeur, il est donné par (3) et (5):

$$F_s = F_e - \frac{W^* - W}{\tau} \quad (6)$$

La densité de la pulpe n'est pas perturbée au passage du broyeur puisqu'on suppose que la propagation du mélange est homogène.

Construit à partir de mesures expérimentales, ce modèle reste valide tant que l'on ne s'éloigne pas trop du point de fonctionnement nominal. Nous verrons au cours de la simulation que ceci constitue un inconvénient important.

1.3 Le réservoir

D'après les généralités, il ressort que l'on doit déterminer ici la densité de la pulpe qui siège à l'intérieur, ainsi que le volume occupé par le mélange à partir de la connaissance du débit d'entrée, de la densité d'entrée et des deux commandes; celles-ci sont l'eau de dilution et le débit de la pompe respectivement l et Q_o (débits volumétriques).

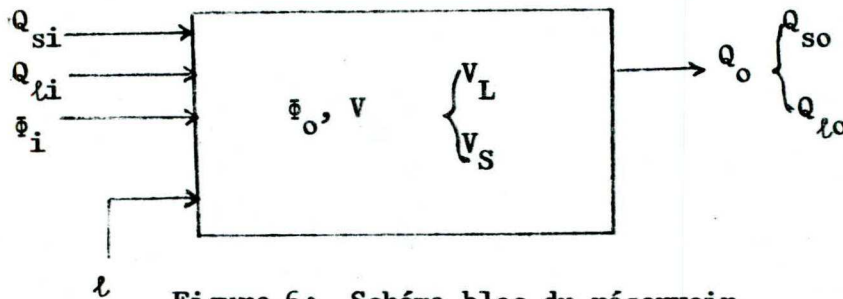


Figure 6: Schéma bloc du réservoir

A présent, on traite la mise en équation en ne considérant que des débits volumétriques.

Soient $Q_{,l}$: Débits
 ϕ : Densité
 V : Volume

indices s : solide i : entrée
 l : liquide o : sortie

La densité de sortie est supposée égale à celle de l'intérieur du réservoir. Par définition, on a: $\phi_o = \frac{V_s}{V_l} = \frac{Q_{so}}{Q_{lo}}$ (propagation homogène).

1.3.1 Equation de densité

$$\begin{aligned} Q_o &= Q_{so} + Q_{lo} = Q_{lo} (\phi_o + 1) \\ &= Q_{so} \left(\frac{1 + \phi_o}{\phi_o} \right) \end{aligned} \tag{7}$$

De même:

$$\begin{aligned} V &= V_s + V_l \\ V &= V_s \left(\frac{\phi_o + 1}{\phi_o} \right) \\ V &= V_l (\phi_o + 1) \end{aligned} \tag{8}$$

Exprimons

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \phi_o &= \frac{d}{dt} \frac{V_s}{V_l} = \frac{\dot{V}_s V_l - \dot{V}_l V_s}{V_l^2} \\ \frac{d}{dt} \phi_o &= \frac{\dot{V}_s}{V_l} - \frac{V_s}{V_l} \frac{\dot{V}_l}{V_l} = \frac{1}{V_l} (\dot{V}_s - \phi_o \dot{V}_l) \end{aligned} \tag{9}$$

$$\text{Or } \dot{V}_s = Q_{si} - Q_{so} = Q_{si} - \frac{\bar{\phi}_o}{1 + \bar{\phi}_o} Q_o \quad (10)$$

$$\dot{V}_\ell = Q_{\ell i} + \ell - Q_{\ell o} = Q_{\ell i} + \ell - \frac{1}{1 + \bar{\phi}_o} Q_o$$

(10) dans (9) →

$$\frac{d\bar{\phi}_o}{dt} = \frac{(\bar{\phi}_o + 1)}{V} [Q_{si} - \bar{\phi}_o (Q_{\ell i} + \ell)] \quad (11)$$

La solution de cette équation différentielle non linéaire conduit au point d'équilibre stable $\bar{\phi}_o = \frac{Q_{si}}{Q_{\ell i} + \ell}$

1.3.2 Equation du volume

Elle se dérive directement de la connaissance des débits volumétriques d'entrée et de sortie de la façon suivante:

$$\frac{dV}{dt} = Q_{si} + Q_{\ell i} + \ell - Q_o \quad (12)$$

Nous avons ainsi exprimé en (11) et (12) les équations fournissant les deux variables désirées; par contre, pour intégrer le réservoir dans le circuit il convient d'exprimer les débits volumétriques d'entrée Q_{si} et $Q_{\ell i}$ à partir du débit massique solide d'entrée et de la densité d'entrée connues.

Posons ρ_L : poids volumique de l'eau

ρ_s : poids volumique du minerai

d : densité du minerai par rapport à l'eau

F_i : Débit solide massique

$$\rho_s = d \rho_L$$

$$Q_{si} = \frac{F_i}{\rho_s} = \frac{F_i}{d \rho_L} \quad (13)$$

$$\phi_i = \frac{Q_{si}}{Q_{ti}} \rightarrow Q_{ti} = \frac{Q_{si}}{\phi_i}$$

$$Q_{ti} = \frac{F_i}{d \rho_L \phi_i} \quad (14)$$

(13) et (14) expriment les correspondances recherchées.

Le modèle du réservoir a été établi à partir d'hypothèses d'homogénéité justifiées puisque le réservoir est de petites dimensions: la validité de la description mathématique reste correcte même pour des changements de régime.

1.4 L'hydrocyclone

Parmi les nombreux modèles, nous avons choisi celui proposé par Lynch [3] qui s'appuie plus sur des données expérimentales que sur des considérations physiques.

1.4.1 Généralités

La fonction de l'hydrocyclone étant d'effectuer une séparation entre les particules suivant leur dimension, on peut visualiser son opération à travers les caractéristiques indicatives suivantes:

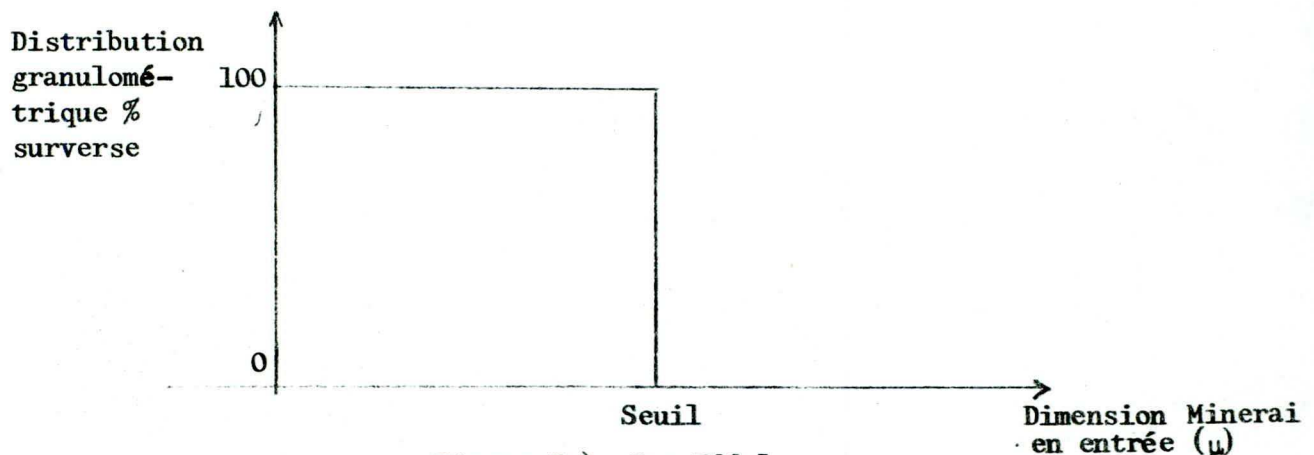


Figure 7a): Cas Idéal

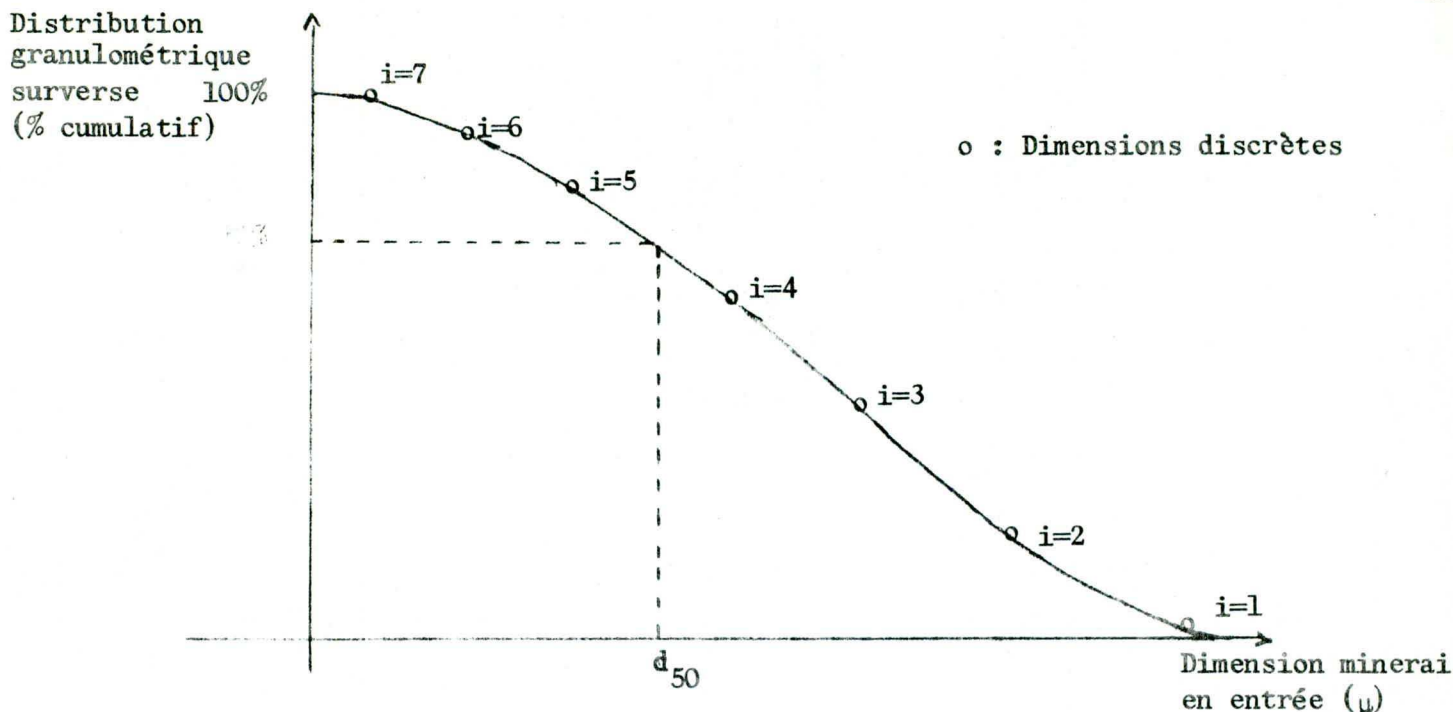


Figure 7b): Cas Réel

Si la classification était parfaite (a), on retrouverait au surverse du cyclone toutes les particules de dimensions inférieures à un seuil choisi arbitrairement. Au contraire, dans le cas réel, la classification est moins rigoureuse et l'on ne peut physiquement empêcher un faible pourcentage de minerai de grande taille de passer au surverse. Sur cette caractéristique (b), les pourcentages notés en ordonnées ne sont pas en échelle linéaire; notre étude se limite aux 7 points de la courbe correspondante aux dimensions **discrètes**. Nous avons pointé la dimension d_{50} pour laquelle 50% de la masse des particules passe au surverse; cette variable est une importante caractéristique du cyclone car sa variation correspond à un déplacement du seuil dans le cas idéal. Physiquement, d_{50} est la dimension pour laquelle on retrouve autant de particules en masse au surverse qu'au ~~surverse~~ sous-verse. Le contrôle de sa valeur est fondamental pour assurer un fonctionnement uniforme du cyclone.

1.4.2 Détermination de d_{50}

Intuitivement, on conçoit que la valeur de d_{50} est reliée à la vitesse à laquelle s'effectue le mouvement de rotation dans l'hydrocylone, ainsi qu'au débit d'eau qui passe au surverse puisque le passage de minerai au surverse se fait par entraînement par l'eau.

On peut caractériser la rotation par la différentielle de pression P existant entre le surverse et l'entrée du cyclone. Cette dernière peut s'exprimer ainsi:

$$P = (Q_i / k_1 \cdot VF \cdot (1 - S_i)^{0.125})^2 \quad (15)$$

où Q_i est le débit volumétrique d'entrée
 S_i est pourcentage solide d'entrée
 VF diamètre du diaphragme (cf Fig. 2)
 k_1 paramètre

La différentielle de pression est reliée au flot d'entrée et à VF , l'ouverture vers le surverse. On suppose ici que la perte de charge dans la conduite entre le réservoir et le cyclone est négligeable vis-à-vis de la perte de charge dans le cyclone.

Le débit d'eau au surverse dépend du débit d'eau en entrée (massique) et de l'ouverture de l'orifice de pointe ainsi:

$$WOF = k_2 + 1.1 W_i - 10 S \quad (16)$$

où W_i : débit massique d'eau en entrée
 S : ouverture de l'orifice de pointe
 k_2 : paramètre
 WOF : Débit d'eau au surverse

A partir de là une expression de d_{50} est donnée par:

$$d_{50} = \exp \left(k_3 + \frac{VF}{2.6} - \frac{S}{3.5} + \frac{P}{10.7} - \frac{WOF}{52} \right) \quad (17)$$

Il est naturel que d_{50} soit aussi une fonction des deux ouvertures du surverse et souverse.

Toutes ces expressions ont été obtenues à partir d'études des courbes expérimentales dont le relevé a été conçu d'après une étude physique du phénomène de classification. Connaissant d_{50} , on peut alors envisager d'étudier les répartitions granulométriques au surverse et souverse.

1.4.3 La classification

On définit un coefficient de répartition de la façon suivante:

Si $d_i = \frac{x_i}{d_{50}}$ où x_i est la dimension discrète en micron considérée;

$$y_{ci} = \frac{e^{\alpha d_i} - 1}{e^{\alpha d_i} + e^{\alpha} - 2} \quad (18)$$

α : paramètre

d_i représente l'écart relatif entre la dimension "i" et la dimension moyenne d_{50} . Le coefficient y_{ci} correspond à la courbe suivante:

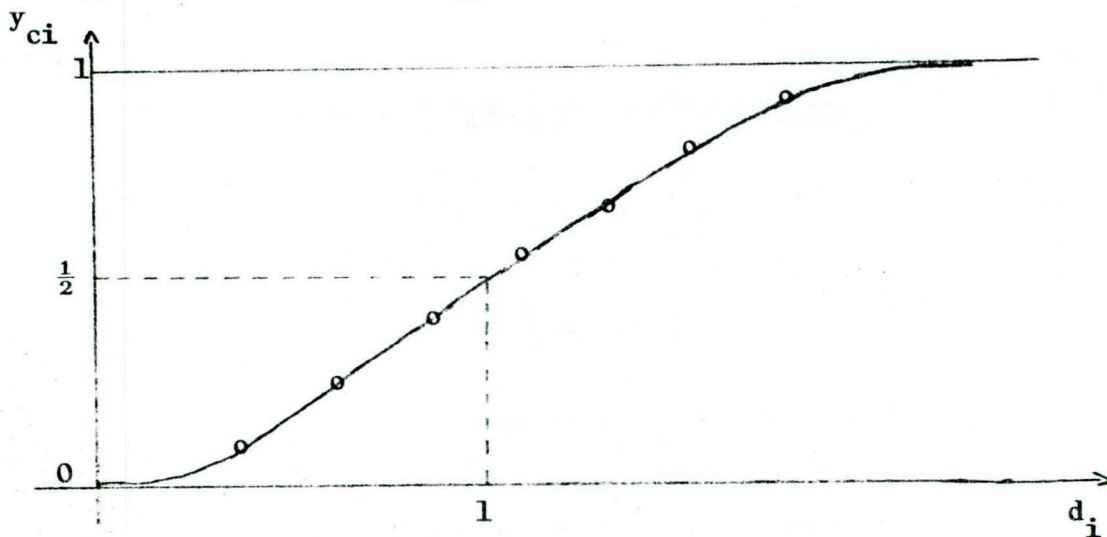


Figure 8

Pour $d_i = 1$ soit $x_i = d_{50}$ on voit que y_{ci} est égal à $1/2$ ce qui est normal d'après la définition de d_{50} .

En fait y_{ci} exprime la portion de dimension "i" de l'entrée se dirigeant vers le sousexe du cyclone. Néanmoins les études expérimentales prouvent qu'il faut corriger ce coefficient en introduisant un facteur de répartition de l'eau:

$$\text{Soit} \quad H = (W_i - WOF) / W_i \quad (19)$$

H exprime la portion de débit d'eau d'entrée passant au sousexe. Ainsi on peut obtenir la répartition du minerai de la façon suivante:

$$F_{ui} = F_i [Y_{ci} (1-H) + H] \quad (20)$$

où F_i : est le débit massique de dimension "i" à l'entrée.

F_{ui} : est le débit massique de dimension "i" au sousexe.

Cette équation (20) montre l'importance du phénomène d'entraînement par l'eau pour les petites dimensions: en effet si $x_i \ll d_{50}$ alors $y_{ci} \rightarrow 0$ et (20) devient $F_{ui} = F_i \times H$: les particules se répartissent alors de la même façon que l'eau. Ceci est concevable car à de très petites dimensions les forces d'entraînement visqueux, proportionnelles à la surface (dimension au carré) deviennent grandes par rapport à la force centrifuge, proportionnelle à la masse ou au volume (dimension au cube).

Nous avons donc décrit ici sommairement les équations du cyclone à l'aide de 4 paramètres k_1, k_2, k_3, α dépendants soit du régime étudié,

soit du minerai. Pour intégrer ces équations dans le circuit de broyage il convient encore de relier les variables introduites ici à celles qui sont connues à la sortie du réservoir.

1.4.4 Relations complémentaires

Exprimons d'abord la relation fonctionnelle entre S_i (pourcentage solide) et ϕ_i . Rappelons les définitions:

$$S_i = \frac{M_s}{M_T} = \frac{\text{masse solide}}{\text{masse totale}} \quad \text{par unité de volume}$$

$$\phi_i = \frac{V_s}{V_L} = \frac{\text{volume solide}}{\text{volume liquide}} \quad \text{par unité de volume}$$

$$M_s = \rho_s V_s$$

$$M_T = \rho_s V_s + \rho_L V_L ;$$

$$S_i = \frac{\rho_s V_s}{\rho_s V_s + \rho_L V_L} = \frac{\frac{\rho_s V_s}{\rho_L V_L}}{\frac{\rho_s V_s}{\rho_L V_L} + 1}$$

$$S_i = \frac{d\phi_i}{d\phi_i + 1} \quad (21)$$

où "d" est la densité.

Expressions des débits massiques solides et liquides à partir du débit volumétrique global:

$$S_i = \frac{M_s}{M_T} = \frac{F_i}{W_i + F_i} \quad (\text{propagation homogène})$$

avec F_i : délit massique solide

W_i : débit massique liquide

Q : débit volumétrique global

$$W_i + F_i = \frac{F_i}{S_i}$$

$$W_i = \frac{F_i}{S_i} - F_i \quad (22)$$

De plus:
$$Q = \frac{W_i}{\rho_L} + \frac{F_i}{\rho_s} \quad (23)$$

(22) et (23) →

$$Q = \frac{W_i}{\rho_L} + \frac{W_i}{\rho_s} \frac{S_i}{1-S_i} = W_i \left(\frac{\rho_s(1-S_i) + \rho_L S_i}{\rho_L \rho_s (1-S_i)} \right)$$

$$W_i = \frac{\rho_L \rho_s (1-S_i)}{\rho_s (1-S_i) + \rho_L S_i} Q \quad (24)$$

$$F_i = W_i \frac{S_i}{1-S_i} \quad (25)$$

(24) et (25) permettent de définir les débits massiques désirés à partir du débit volumétrique global connu par la vitesse de la pompe.

La modélisation du cyclone bien que mathématiquement assez complexe présente l'avantage de s'inspirer des phénomènes physiques. Il est très important de remarquer que le cyclone ne comporte pas d'équations dynamiques car sa dynamique est négligeable devant celle du broyeur par exemple.

1.5 Conclusion

La modélisation qui a été proposée dépend de paramètres supposés constants mais qui effectivement sont fonctions de l'état et du temps. La dépendance par rapport au temps est une perturbation introduite par les variations de qualité du minerai. La dépendance par rapport à l'état

est une nonlinéarité propre aux appareils utilisés. Le modèle ci-dessus ne sera donc valide qu'aux environs d'un point de fonctionnement pour lequel les paramètres doivent être déterminés expérimentalement. Le domaine de validité du modèle peut ensuite être évalué par simulation.

2. SIMULATION

2.1 Introduction

Du point de vue de la simulation, il est intéressant d'étudier les équations de chaque élément de la chaîne séparément puis de regrouper l'ensemble suivant le schéma global de la Figure 9 montrant les variables importantes transitant entre deux blocs.

Sur cette figure chaque variable est indiquée en correspondance avec le numéro de la ligne où elle se trouve, et l'on a pris les notations déjà utilisés suivantes:

F : Débit solide massique en Tonnes/H

x_i : Pourcentage de dimension i en %

ϕ : Rapport des débits solides sur liquides

(massiques) : sans unités

Q : Débit total volumétrique en Gallons US/mn

S : Pourcentage de solide dans la pulpe en %

La simulation du modèle déterminé précédemment nécessite la détermination de paramètres caractéristiques du régime étudié.

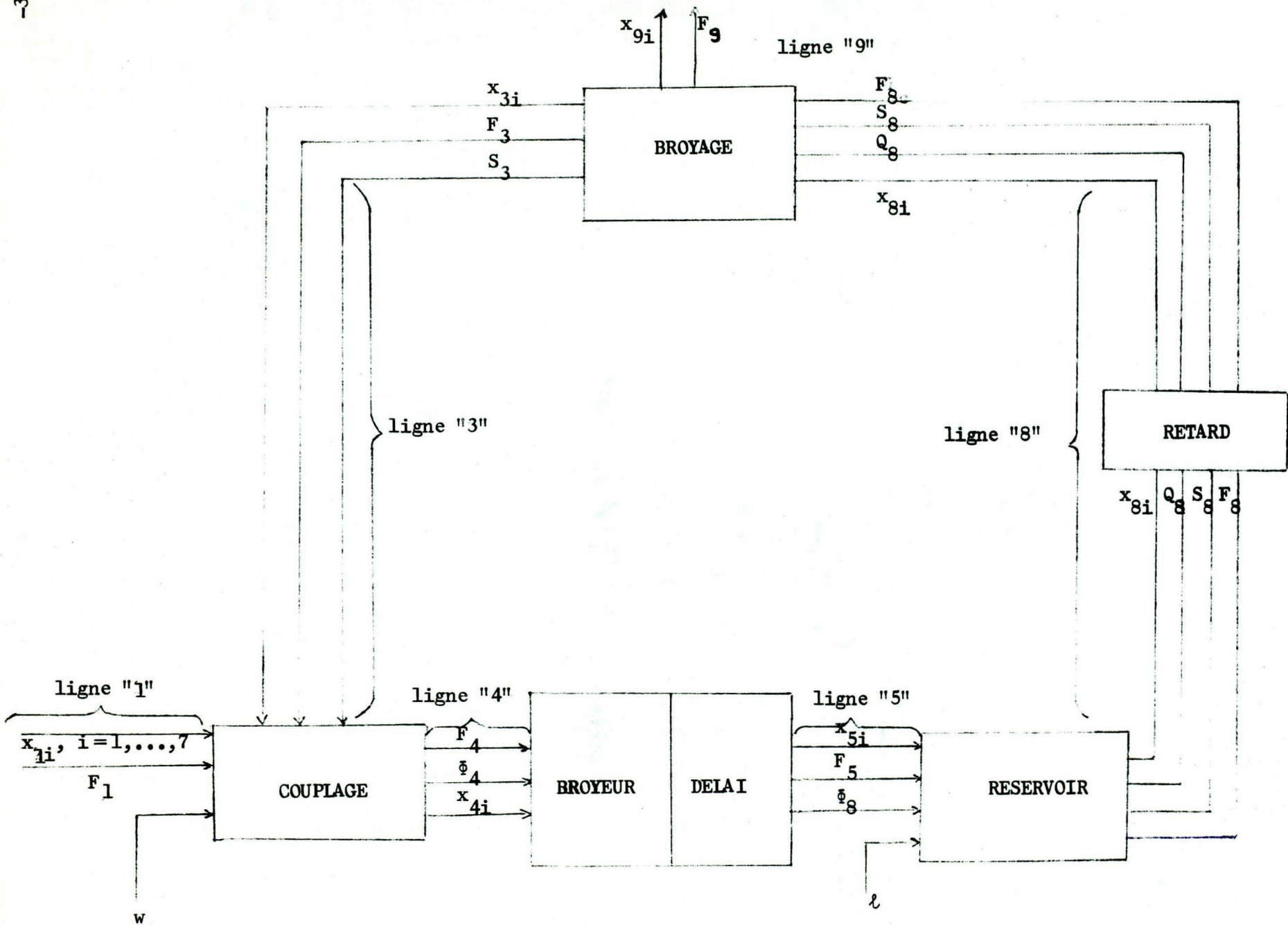


Figure 9

2.2 Calcul des paramètres du modèle et choix de la méthode

2.2.1 Pour le broyeur

Le premier problème est d'évaluer les coefficients de broyage k_i introduits dans (4). Nous avons choisi les valeurs conduisant au régime permanent que l'on désirait donné par le tableau 3 et issues des travaux de Horst [1] en ce qui concerne les distributions granulométriques.

# du flot	i = 1	i = 2	i = 3	i = 4	i = 5	i = 6	i = 7	SOMME
3	0.017	0.056	0.192	0.348	0.209	0.071	0.107	1.000
4	0.028	0.086	0.195	0.290	0.191	0.069	0.141	1.000
5	0.012	0.042	0.143	0.265	0.211	0.107	0.220	1.000
8	0.012	0.042	0.143	0.265	0.211	0.107	0.220	1.000
9	0.000	0.000	0.001	0.030	0.218	0.209	0.209	1.000

TABLEAU 3

Connaissant x_{4i} et x_{5i} en régime si on écrit (4) il vient alors:

$$\frac{F_4}{W} (x_{4i} - x_{5i}) + k_{i-1} x_{5i-1} - k_i x_{5i} = 0 \quad (26)$$

Par procédure itérative, on peut avec (26) calculer les coefficients de broyage. Exemple de calcul:

$$i = 1 \quad k_1 = \frac{F_4}{W} \left(\frac{x_{41} - x_{51}}{x_{51}} \right)$$

$$i = 2 \quad k_2 = \frac{F_4}{W} \left(\frac{x_{42} - x_{52}}{x_{52}} \right) + \frac{k_1 x_{51}}{x_{52}}$$

etc ...

$$k_0 = 0 ; k_1 = 44.9768 \text{ H}^{-1} ; k_2 = 48.1894 \text{ H}^{-1} ; k_3 = 26.4199 \text{ H}^{-1} ;$$

$$k_4 = 17.4391 \text{ H}^{-1} ; k_5 = 18.7047 \text{ H}^{-1} ; k_6 = 24.9053 \text{ H}^{-1} ; k_7 = 0.$$

TABLEAU 4

La convergence vers un état stationnaire du système d'équations (4) est assurée car la matrice A donnée en (4a) est triangulaire et de plus l'élément de la ligne "i" sur la diagonale est: $-k_i - \frac{F_4}{W}$: les valeurs propres sont toutes négatives d'où l'on peut conclure la stabilité du système. Connaissant les valeurs propres λ_i , nous avons directement toutes les constantes de temps associées $\tau_i = \frac{1}{|\lambda_i|} = \frac{1}{k_i + F_4/W}$ (27)

Malgré sa simplicité cette approche ne peut donner des résultats valides que pour de petites variations autour du régime nominal, il apparaît intéressant d'envisager comment se comportent les paramètres k_i lorsque les conditions de fonctionnement changent. Pour une configuration des k_i choisie à un régime on peut tolérer des changements de $\pm 10\%$ dans le débit d'alimentation permettant d'obtenir des distributions granulométriques correctes à $\pm 10\%$. Qualitativement, Horst [2] montre les influences du débit d'entrée F_4 , de l'inventaire W , de la densité ϕ_4 et des distributions x_{4i} , x_{5i} ; la complication du modèle qu'il introduit pour définir de nouveaux coefficients de broyage variables ne semble pas donner des améliorations très significatives. C'est pourquoi nous avons conservé le modèle simple tout en n'excluant pas de trouver la relation fonctionnelle entre les k_i et les variables du système au cours de travaux ultérieurs.

Il est important de remarquer [4] que ces coefficients k_i décrivant

abaques (Fig. 10) pour évaluer la différentielle de pression nominale entre le surverse et l'entrée du cyclone. L'utilisation de cette courbe demande la connaissance du débit volumétrique au surverse.

Connaissant F_g , on peut calculer celui-ci facilement avec les relations (13) et (14)

$$Q_{\text{sol}} = \frac{F_g}{d \rho_L} \quad (\text{débit solide volumétrique})$$

$$Q_{\text{liq}} = \frac{F_g}{d \rho_L \phi_g} \quad (\text{débit liquide volumétrique})$$

$$Q_g = Q_{\text{sol}} + Q_{\text{liq}} \quad (\text{débit total volumétrique})$$

D'après le tableau 1

$$F_g = 105 \text{ T/H}$$

$$\phi_g = 0.224$$

$$d = 2.8$$

$$\rho_L = 0.0042 \text{ T/Gallons US}$$

$$Q_{\text{sol}} = \frac{105}{0.0117} = 900 \text{ Gallons/H}$$

$$Q_{\text{liq}} = \frac{105}{2.8 \cdot 0.0042 \cdot 0.224} = 4000 \text{ Gallons/H}$$

$$Q_g = 4900 \text{ Gallons/H}$$

$$Q_g = 817 \text{ Gallons US/mn.}$$

Il s'ensuit que P nominal à 22 livres/po²

Le débit Q_g qui est un contrôle est fixé à $Q_g = 1650 \text{ Gallons/mn.}$

Capacité et dimension des cyclones

(Cyclone KREBBS)

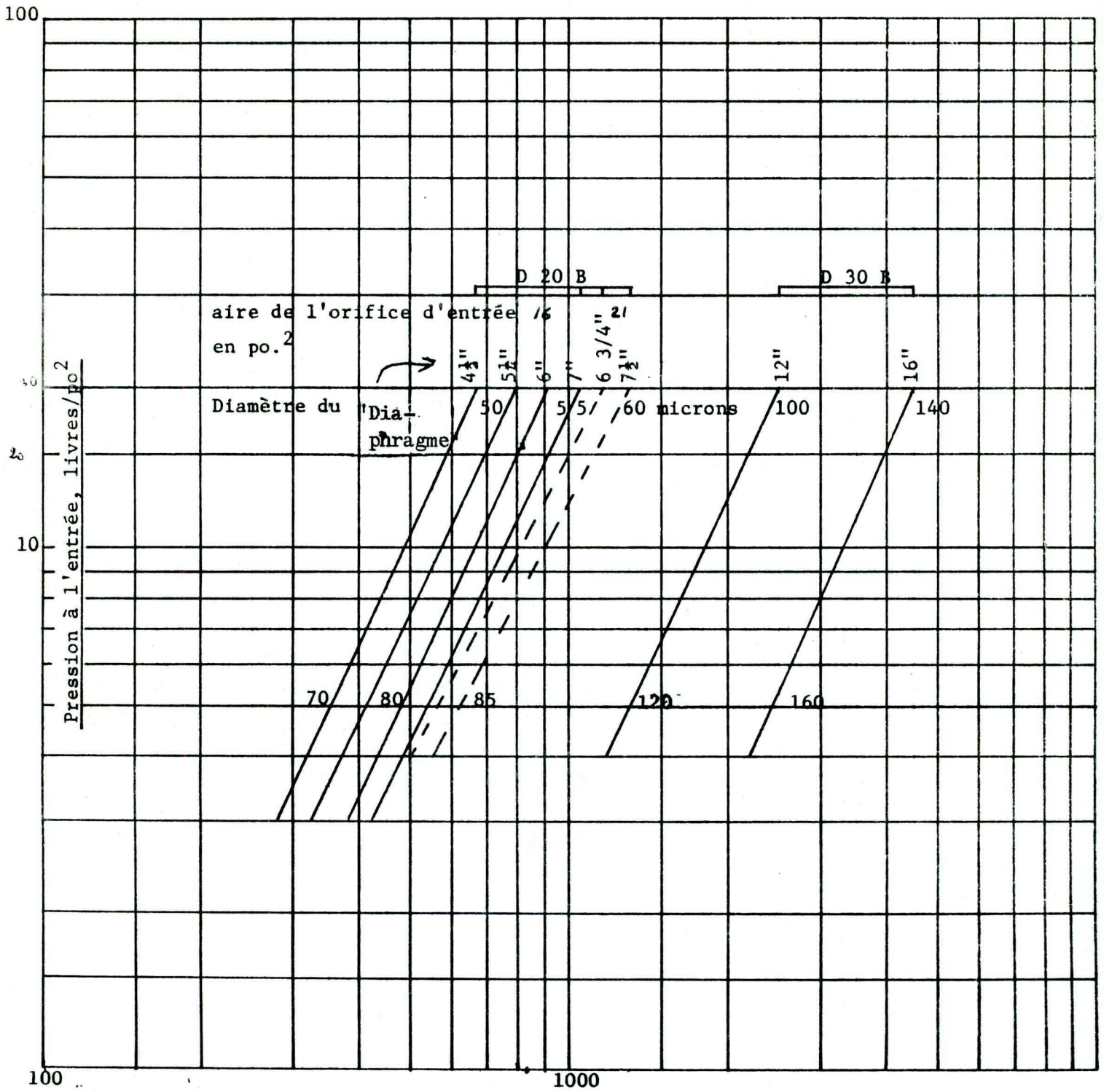


Figure 10

Débit au surverse en gallons américains

On peut par (15) trouver alors k_1 directement:

$$k_1 = 66.5$$

De même k_2 au régime : $k_2 = -93.0$ T/H (de(16))

Les résultats du tableau 3 permettent d'affirmer que d_{50} se trouve près de la dimension $i = 5$ (légèrement supérieur). Par lecture sur le tableau 2 on déduit:

$$d_{50} \sim 150 \mu$$

Il vient alors (17)

$$k_3 = 4.92$$

Par contre, α est une caractéristique du minerai et Lynch [3] préconise de choisir pour le porphyre de cuivre:

$$\alpha = 2.$$

Pour un autre minerai α peut-être déterminé à partir de relevés expérimentaux. Nous avons donc déterminés tous les paramètres correspondants au régime permanent considéré par identification.

2.2.3 Choix de la méthode

La connaissance des paramètres du broyeur fixe la dynamique des équations différentielles (voir (27)). Les constantes de temps du système étant assez élevées, le régime sera atteint au bout d'un temps assez grand. Le processus évoluant lentement une intégration avec la méthode d'Euler suffit quant à la précision. Le pas d'intégration a été choisi très inférieur à la plus petite des constantes de temps ainsi:

$$\tau_{\min} = \frac{1}{\frac{F_4}{W} + k_{i \max}}$$

$$\tau_{\min} = \frac{1}{\frac{405}{42} + 48.19} = \frac{1}{82} = 0.012 \text{ Heure.}$$

On choisit h le pas d'intégration 6 fois plus petit que cette constante de temps minimale du système en boucle ouverte:

$$h = 0.002 \text{ Heure}$$

Pour la résolution des équations différentielles, des conditions initiales réalistes ont été programmées:

$$x_{5i} = x_{1i} \quad V_i = 1, \dots, 7$$

$$V = 100 \text{ Gallons US (dans le réservoir)}$$

$$W = 0 \text{ Tonnes (dans le broyeur)}$$

$$\phi_8 = 1 \text{ (Autant de solide que de liquide dans le réservoir au départ)}$$

2.3 Connexions entre chaque bloc et éléments de retard

2.3.1 Couplages et équations correspondantes à chaque élément

Reprenant les équations de modèle précédentes et introduisant de nouvelles relations de couplage faisant appel à des notions de conservation de matière ou de calcul de densité, on peut alors dresser la liste d'équations à résoudre dans chaque bloc du système de la Figure 9. On exprime alors les sorties de l'élément en fonction de ses entrées sans tenir compte des délais (h = Pas d'intégration)

i) Couplage : addition de l'entrée et des produits recyclés.

$$F_4 = F_1 + F_3$$

$$x_{4i} = (F_{1i} x_{1i} + F_3 x_{3i}) / F_4 \quad \forall i = 1, \dots, 7$$

$$W_3 = F_3 (1 - S_3) / S_3$$

$$S_4 = (F_3 + F_r) / (F_3 + F_1 + w + W_3)$$

$$\phi_4 = \frac{1}{d} \frac{S_4}{(1 - S_4)}$$

ii) Broyeur

$$W^* = a_0 + a_1 F_4^a \text{ DVS } \phi_4^c$$

$$x_{5i} = x_{5i} + h \frac{F_4}{W} (x_{4i} - x_{5i}) + (k_{i-1} x_{5i-1} - k_i x_{5i}) h \quad \forall i$$

$$W = W + h (W^* - W) \frac{1}{\tau}$$

$$F_5 = F_4 - \frac{W^* - W}{\tau}$$

$$\phi_5 = \phi_4$$

iii) Réservoir

$$Q_{S5} = \frac{F_5}{d \rho_L} \quad ; \quad Q_{\ell 5} = \frac{F_5}{d \rho_L \phi_5}$$

$$\phi_8 = \phi_8 + h \left[\frac{\phi_8 + 1}{V} (Q_{S5} - \phi_8 (Q_{\ell 5} + \ell)) \right]$$

$$V = V + h [Q_{S5} + Q_{\ell 5} + \ell - Q_8]$$

$$x_{8i} = x_{5i} \quad ; \quad \forall i$$

iv) Cyclone

$$P = \left[\frac{Q_8}{k_1 VF(1-S_8)^{0.125}} \right]^2$$

$$WOF = k_2 + 1.1 WF - 10 S$$

$$H = (WF - WOF) / WF$$

$$d_{50} = \exp \left(k_3 + \frac{VF}{2.6} - \frac{S}{3.5} + \frac{P}{10.7} - \frac{WOF}{52} \right)$$

$$d_i = \frac{x_i}{d_{50}}$$

$$y_{ci} = \frac{e^{\alpha d_{i-1}}}{e^{\alpha d_i + e^{-\alpha_2}}} ; \quad W_i = F_8 x_{8i}$$

$$W_{ui} = W_i [y_{ci} (1-H) + H]$$

$$F_3 = \sum_{i=1}^7 W_{ui} ; \quad F_9 = F_8 - F_3$$

$$X_{3i} = W_{ui} / F_3 ; \quad X_{9i} = (X_{8i} F_8 - X_{3i} F_3) / F_9$$

$$S_3 = \frac{F_3}{F_3 + H \cdot WF}$$

La programmation de ces équations séquentiellement permet de connaître à chaque instant discret les valeurs des variables importantes du système dans le cas où l'on négligerait les retards.

2.3.2 Simulation des retards de propagation

Pour refléter la réalité nous devons tenir compte de trois délais de transport dans la chaîne:

- Sur le Débit d'approvisionnement

(à cause du tapis roulant)

- Sur le minerai se propageant à l'intérieur du broyeur
- Sur le minerai se propageant dans la conduite entre réservoir et cyclone.

Dans ces deux derniers cas, ayant des débits et des sections (broyeur ou conduites) finis, le mouvement d'une particule se fait alors à une vitesse linéaire telles que le temps mis par une particule pour parcourir la conduite ne peut être négligé.

Ces délais peuvent être exprimés quantitativement pour le circuit de broyage considéré.

- i) Le retard d'approvisionnement est estimé à $\Delta_1 = 1.05 \text{ mn.}$
- ii) La valeur du retard de propagation dans le broyeur peut être approximativement calculée connaissant la masse solide stockée dans le broyeur W^* et le débit solide circulant F_4 . Le rapport $\frac{W^*}{F_4}$ donne le temps de résidence moyen d'une particule à l'intérieur du broyeur qui est aussi le temps de retard

$$\Delta_2 = \frac{W^*}{F_4} = \frac{12}{405} = 0.0296 \text{ H} = 1.78 \text{ mn}$$

- iii) Pour la conduite, nous connaissons son volume V_c et le débit circulant Q_8 alors

$$\Delta_3 = \frac{V_c}{Q_8}$$

$$V_c = 50 \text{ pd}^3$$

$$Q_8 = 1650 \text{ Gallons US/mn.} = 220 \text{ pd}^3/\text{mn.}$$

$$\Delta_3 = 0.23 \text{ mn.}$$

Par rapport à l'intervalle des discrétisation temporelle $h = 0.002 \text{ H}$ nous aurons alors:

$$\Delta_1 = 8 \cdot h$$

$$\Delta_2 = 15 \cdot h$$

$$\Delta_3 = 2 \cdot h$$

Il est à remarquer que le délai Δ_1 peut-être évité si l'on change le mode d'approvisionnement: En effet, si au lieu de varier d'ouverture du diaphragme de la trémie, on laisse celle-ci invariable et on varie la vitesse du tapis roulant, alors le retard n'existe plus. Pour plus de généralité, on a néanmoins conservé Δ_1 dans la simulation. La simulation de ces retards nous contraint de définir de nouvelles variables retardées: ainsi:

$$F_{1R}(t) = F_1(t - \Delta_1) \quad x_{5iR}(t) = x_{5i}(t - \Delta_2) \quad x_{8iR}(t) = x_{8i}(t - \Delta_3)$$

$$F_{5R}(t) = F_5(t - \Delta_2) \quad F_{8R}(t) = F_8(t - \Delta_3)$$

$$\varphi_{5R}(t) = \varphi_5(t - \Delta_2) \quad \varphi_{8R}(t) = \varphi_8(t - \Delta_3)$$

Ces nouvelles variables interviennent dans les équations correspondantes à l'appareil situé immédiatement après le retard considéré.

2.4 Programmation et Résultats (voir Annexe 1)

2.4.1 Mise en place sur IBM 360

La programmation est faite en FORTRAN IV. Le programme est constitué d'une série de modules représentant chacun, un des éléments de la chaîne. Chaque sous-programme a pu être ainsi testé séparément. De plus quelques sous-programmes de conversions entre variables, dont la relation fonctionnelle est générale dans toute la chaîne, ont été générés.

Les notations utilisées dans le programme sont celles qui ont été introduites ici.

Les quatre contrôles ont été choisis à la valeur du régime proposé en [1] dans un premier temps puis on a affecté chacun d'eux séparément d'une variation de $\pm 10\%$ de sa valeur nominale ensuite. Le "listing" du programme est donné en annexe 1.

2.4.2 Examen de l'état de régime obtenu

La convergence de toutes les équations du système requiert environ 300 itérations soit 0.6 Heure = 36 mn. L'effet du rebouclage positif du système augmente la valeur des constantes de temps en boucle fermée par rapport à celles trouvées en boucle ouverte. On a relevé le comportement des variables toutes les 100 itérations soit chaque 12 mn dans le tableau A annexe 1.

Les débits et densités sont présentés pour chaque ligne correspondante à la notation de la Fig. 9 ainsi que les distributions granulométriques. On a noté aussi d'autres variables importantes du système.

Toutes les variables convergent au régime vers leur valeur prévue dans les tableaux 1 et 3 avec une erreur de $\pm 5\%$ environ. Ce régime stationnaire est atteint lorsque le niveau du réservoir se stabilise et les bilans de matière sur tout le circuit sont satisfaits soient $F_9 = F_1$ et $WOF = l + w$.

Un critère de performance a été établi pour introduire quantitativement l'objectif désiré soit d'obtenir le maximum de minerai de dimension inférieur à 75μ au surverse du cyclone.

$$\text{Soit} \quad J = \sum_{i=6}^7 F_9 \cdot x_{9i}$$

Les résultats correspondants à la variation en échelon positif du débit d'alimentation donnent une amélioration du critère ce qui est attendu d'après les résultats expérimentaux. Il est à remarquer que pour des changements du contrôle, l'équilibre entre le débit d'entrée et de sortie du réservoir est rompu et le volume de pulpe dans le réservoir ne se stabilise plus.

III. MODELE LINEARISE DE REGULATION DU PROCESSUS

AUTOUR DU POINT DE FONCTIONNEMENT

1. INTRODUCTION D'UN MODELE SIMPLIFIE

1.1 Généralités

Le modèle développé précédemment introduit la description détaillée du comportement de la distribution du minerai suivant 7 dimensions discrètes. Du point de vue de la régulation, un tel raffinement est inutile puisque seule la dimension de seuil 75μ est intéressante pour caractériser les performances désirées. Dans un but de simplification du modèle [7], on se propose alors d'introduire une discrétisation plus forte en définissant: x_{ℓ} : % du minerai inférieur à 75μ dans la ligne " ℓ "

$1 - x_{\ell}$: % du minerai supérieur à 75μ dans la ligne " ℓ "

Ainsi chaque fois que 7 équations décrivaient l'évolution de la distribution granulométrique, une seule équation sera suffisante dans ce modèle simplifié. Il est évident que cette nouvelle approche, puisqu'on s'éloigne d'autant plus du cas réel où la distribution est continue, doit donner des résultats moins précis mais autour d'un point de fonctionnement, les résultats obtenus sont proches (10% d'erreur) du cas précédent. Dans le cadre d'une régulation autour d'un régime permanent cette simplification est tout a fait justifiée. La dimension du modèle linéarisé se trouvera considérablement réduite ce qui entraîne une diminution équivalente de la dimensionnalité du régulateur numérique. En limitant le nombre de dimen-

sions discrètes du minerai, c'est le nombre d'états qui est réduit et on simplifie la synthèse du régulateur.

1.2 Description du nouveau modèle

Toutes les équations ne concernant pas les distributions granulométriques se trouvent inchangées par rapport à l'approche déjà vue. On reprend ici seulement la détermination de ces distributions dans le broyeur et le cyclone.

1.2.1 Equation de distribution dans le broyeur

On considère le schéma suivant:

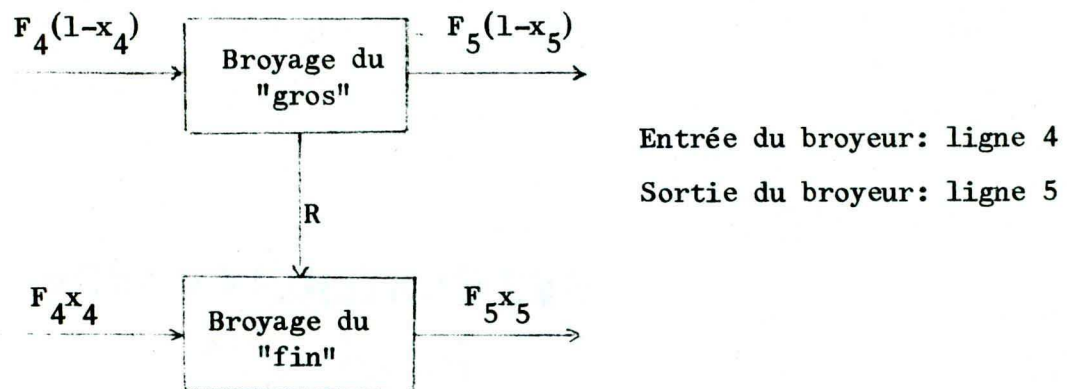


Figure 11

Le broyage du minerai "gros" peut redonner soit du "gros" soit du "fin". Equation de conservation de matière:

$$\frac{d[W x_5]}{dt} = R + F_4 x_4 - F_5 x_5 = x_5 \frac{dW}{dt} + W \frac{dx_5}{dt}$$

$$\frac{dW}{dt} = F_4 - F_5$$

$$R = k W (1 - x_5)$$

$$\frac{dx_5}{dt} = \frac{F_4}{W} (x_4 - x_5) + k (1 - x_5) \tag{30}$$

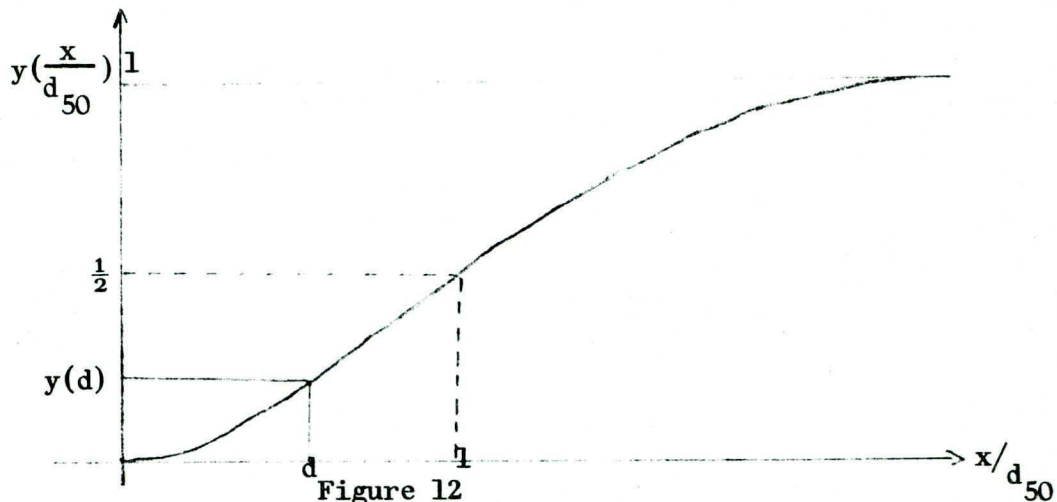
Cette seule équation décrit la fonction de répartition du minerai à la sortie du broyeur autour du seuil 75 μ.

1.2.2 Comportement du cyclone

Comme auparavant on peut calculer d_{50} à partir des dimensions du cyclone et du débit d'entrée. On introduit une variable "d" caractérisant l'écart relatif entre le seuil et d_{50} :

$$d = \frac{\text{SEUIL}}{d_{50}}$$

Si x représente la dimension d'une particule la courbe du coefficient de répartition est:



Plutôt que de définir des coefficients de séparation en prenant des valeurs discrètes comme précédemment, on va choisir deux coefficients moyens suivant les zones d'études:

$$y_1 = \bar{y} \text{ pour } 0 < \frac{x}{d_{50}} < d$$

$$y_2 = \bar{y} \text{ pour } d < \frac{x}{d_{50}} < +\infty$$

On obtiendra ainsi les deux coefficients de répartition pour les deux dimensions discrètes considérées.

$$y_1 = \frac{1}{d} \int_0^d y(u) du \text{ avec } u = \frac{x}{d_{50}}$$

Pour y_2 , il serait nécessaire d'intégrer de "d" à l'infini mais pratiquement dès que $\frac{x}{d_{50}}$ devient assez grand ($>10d$ par exemple), y tend vers 1; la contribution dans le calcul de la moyenne de valeurs de "u" supérieures à cette limite est alors très faible et peut être négligé:

$$y_2 = \frac{1}{10d-d} \int_d^{10d} y(u) du$$

Evaluons l'expression de la primitive: $y(u) du$.

$$y(u) = \frac{e^{\alpha u} - 1}{e^{\alpha u} + e^{\alpha} - 2}$$

Posons $e^{\alpha u} = x$

$$e^{\alpha u} du = dx \rightarrow du = \frac{1}{\alpha x} dx$$

$$P = \int y(u) du = \int \frac{x-1}{x+b} \frac{1}{\alpha x} dx \text{ avec } b = e^{\alpha} - 2$$

$$P(x) = \frac{1}{\alpha} \int \frac{1}{x+b} dx - \frac{1}{\alpha} \int \frac{1}{(x+b)k} dx$$

Les tables d'intégration conduisent directement à:

$$P(x) = \frac{1}{\alpha} \text{Log}(b+x) + \frac{1}{b\alpha} \text{Log} \frac{b+x}{x} \quad (31)$$

Le calcul de cette primitive pour $x=0$, $e^{\alpha d}$, $e^{10\alpha d}$, conduit aux expressions de y_1 et y_2

$$y_1 = \frac{1}{d} [P(e^{\alpha d}) - P(0)] \quad (32)$$

$$y_2 = \frac{1}{10d-d} [P(e^{\alpha 10d}) - P(e^{\alpha d})] \quad (33)$$

Les coefficients de répartition sont alors déterminés dès que l'on connaît le seuil choisi et la valeur de d_{50} .

Reprenant l'équation (20) avec les notations introduites il vient alors:

$$F_3 (1-x_3) = F_8 (1-x_8) [y_2 (1-H) + H] \quad (34)$$

$$F_3 x_3 = F_8 x_8 [y_1 (1-H) + H] \quad (35)$$

(34) + (35) →

$$F_3 = F_8 (1-x_8) [y_2 (1-H) + H] + F_8 x_8 [y_1 (1-H) + H] \quad (36)$$

$$x_3 = \frac{F_8 x_8}{F_3} [y_1 (1-H) + H] \quad (37)$$

Les débits et distributions au ~~sourverse~~ sont déterminés par (36) et (37) à partir de la connaissance du flot d'entrée et de H calculé par (19). Au surverse par équation de conservation de matière on aura:

$$F_9 = F_8 - F_3 \quad (38)$$

$$x_9 = \frac{F_8 x_8 - F_3 x_3}{F_9} \quad (39)$$

Le comportement du cyclone se trouve caractérisé entièrement dans ce cadre simplifié.

1.3 Simulation du modèle réduit (voir Annexe 2)

1.3.1 Calcul des paramètres

On doit déterminer le coefficient de **commutation** k du broyeur: celui-ci sera calculé à partir du régime permanent désiré qui est donné par le tableau 4 (ce dernier est obtenu directement du tableau 3 en considérant la nouvelle discrétisation):

# flot	1	3	4	5	8	9
Pourcentage de minerai de dim < 75 μ	0.299	0.178	0.210	0.327	0.327	0.751

Tableau 4

Par résolution de l'équation du régime correspondant à (30):

$$\frac{F_4}{W} (x_4 - x_5) + k (1 - x_5) = 0 \quad (40)$$

on obtient $k = 5.8865 \text{ H}^{-1}$

Tous les autres paramètres restent inchangées puisque leur valeur ne dépendaient que du minerai étudié ou de la classe de processus.

1.3.2 Résultats de la simulation

Ils sont donnés en Annexe 2, et on peut constater la concordance avec ceux qui ont été acquis précédemment. La dynamique se trouve inchangée puisque la convergence survient après 300 itérations encore.

Ce modèle dont l'ordre se trouve très réduit par rapport au précédent donne des résultats aussi valides et c'est celui qui sera utilisé pour effectuer la régulation du processus.

2. LINEARISATION DES EQUATIONS DU MODELE AUTOUR DU POINT
DE FONCTIONNEMENT

2.1 Position du problème

2.1.1 Définitions de l'état du système et Equations de contrainte

Si l'on ne tient pas compte dans un premier temps des délais de transport, on peut organiser les équations du processus en deux ensembles distincts:

i) Les équations différentielles ou équations d'états.

$$\frac{dx_5}{dt} = \frac{F_4}{W} (x_4 - x_5) + k (1 - x_5) \quad (41)$$

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{W}{\tau} + \frac{W^*}{\tau} \quad (42)$$

$$\frac{d\phi_8}{dt} = \frac{\phi_8 + 1}{V} \left[\frac{F_5}{d\rho_L \cdot 60} - \phi_8 \left(\frac{F_5}{d\rho_L \phi_4 \cdot 60} + \ell \right) \right] \quad (43)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{F_5}{d\rho_L 60} + \frac{F_5}{d\rho_L \phi_4 60} + \ell - Q_8 \quad (44)$$

Le système se compose de 4 états: x_5 , W , ϕ_8 et V

ii) Les équations algébriques ou équations de contraintes.

$$W^* = a_0 + a_1 F_4^a D_{vs} \phi_4^c \quad (45)$$

$$F_5 = F_4 - \frac{W}{\tau} + \frac{W^*}{\tau} \quad (46)$$

$$P = \left[\frac{Q_8}{k_1 VF(1-S_8)^{0.125}} \right]^2 \quad (47)$$

$$WOF = k_2 + 1.1 \frac{F_8}{d\phi_8} - 10 \quad (48)$$

$$H = (F_8 - WOF d\phi_8) / F_8 \quad (49)$$

$$d_{50} = \exp \left[k_3 + \frac{VF}{2.6} - \frac{S}{3.5} + \frac{P}{10.7} - \frac{WOF}{52} \right] \quad (50)$$

$$Y = \frac{1}{\alpha} \left\{ \text{Log} \left(b + e^{\frac{\alpha \text{seuil}}{d_{50}}} \right) \left(1 + \frac{1}{b} \right) - \frac{1}{b} \frac{\alpha \text{seuil}}{d_{50}} \right\} \quad (51)$$

$$F_3 = F_8 x_8 \left[\frac{(Y-Y_1)(1-H)d_{50}}{\text{seuil}} \right] + F_8 (1-x_8) \left[\frac{(Y_2-Y)(1-H)}{\text{CTE} - \frac{\text{seuil}}{d_{50}}} \right] + F_8 H \quad (52)$$

$$x_3 = \frac{F_8 x_8}{F_3} \left[\frac{(Y-Y_1)(1-H)d_{50}}{\text{seuil}} + H \right] \quad (53)$$

$$F_4 = F_1 + F_3 \quad (54)$$

$$x_4 = \frac{F_1 x_1 + F_3 x_3}{F_4} \quad (55)$$

$$S_4 = \frac{F_3 + F_1}{F_3 + F_1 + w + H \frac{F_8}{d\phi_8}} \quad (56)$$

$$\phi_4 = \frac{1}{d} \frac{S_4}{1 - S_4} \quad (57)$$

$$S_8 = \frac{d\phi_8}{1 + d\phi_8} \quad (58)$$

$$F_8 = \frac{60 Q_8 d\rho_L S_8}{S_8 + (1-S_8)d} \quad (59)$$

$$x_8 = x_5 \quad (60)$$

$$x_9 = \frac{F_8 x_8 - F_3 x_3}{F_8 - F_3} \quad (61)$$

La résolution de ces 17 équations jointes aux équations d'état conduit à la solution du système global. On peut remarquer que chacune des équations ci-dessus exprime la relation fonctionnelle entre une variable et les autres. On pourra du point de vue conceptuel, assimiler ces 17 équations comme équations de sortie du système de 4 équations d'états précédent.

2.1.2 Principe de la linéarisation

Sous la forme compacte de la notation vectorielle, si on convient de définir:

\underline{x} : vecteur d'état
 \underline{u} : vecteur des commandes
 \underline{y} : vecteur des sorties

Remarque: Le vecteur \underline{y} est appelé vecteur de sortie par analogie avec la théorie générale des systèmes. Néanmoins, physiquement chaque composante de ce vecteur n'est pas mesurée sur le processus; c'est plutôt une variable instantanée du circuit de broyage.

On peut alors représenter le système étudié ainsi:

$$\frac{dx}{dt} = f(\underline{x}, \underline{u}, \underline{y}) \quad (62)$$

$$\underline{y} = g(\underline{x}, \underline{u}, \underline{y}) \quad (63)$$

La solution stationnaire de ce système est (x_0, y_0, u_0) donnée à partir de (62a) et (63a) et obtenue par intégration au cours de la simulation

(Annexe 2)

$$u \text{ connu } \begin{cases} \dot{x} = f(x, u, y) & (62a) \\ y = g(x, u, y) & (63a) \end{cases}$$

On s'intéresse à présent aux variations $(\delta u, \delta y, \delta x)$ autour de ces valeurs (x_0, y_0, u_0) de régime pour faire de la régulation. Les équations

régissant le comportement de ces variations sont obtenues directement à partir (62) et (63) en considérant les développements au premier ordre de f et g :

$$\frac{d}{dt} (x_0 + \delta x) = f(x_0, u_0, y_0) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_0 \delta x + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_0 \delta u + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_0 \delta y$$

Soit avec (62)

$$\frac{d}{dt} \delta x = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_0 \delta x + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_0 \delta u + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_0 \delta y \quad (64)$$

$$y_0 + \delta y = g(x_0, u_0, y_0) + \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_0 \delta x + \left. \frac{\partial g}{\partial u} \right|_0 \delta u + \left. \frac{\partial g}{\partial y} \right|_0 \delta y$$

Soit avec (63)

$$\delta y = \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_0 \delta x + \left. \frac{\partial g}{\partial u} \right|_0 \delta u + \left. \frac{\partial g}{\partial y} \right|_0 \delta y \quad (65)$$

Les équations (64) et (65) représentent respectivement les équations d'état et des sorties du système linéarisé autour du point de fonctionnement noté par l'indice "0".

2.2 Expression des équations linéarisées

Suivant la technique exposée, la linéarisation des équations (41) à (61) conduit au nouveau système linéaire:

i) Equations d'états

$$\frac{d\delta x_5}{dt} = \frac{x_{40} - x_{50}}{w_0} \delta F_4 - \frac{F_{40}}{2} (x_{40} - x_{50}) \delta W - \left(\frac{F_{40}}{w_0} + k \right) \delta x_5 + \frac{F_{40}}{w_0} \delta x_4 \quad (66)$$

$$\frac{d\delta W}{dt} = - \frac{\delta W}{\tau} + \frac{\delta W^*}{\tau} \quad (67)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\delta\bar{\phi}_8}{dt} = & - \left(\frac{\bar{\phi}_{80}+1}{V_0} \right) \left(\frac{F_{50}}{d\rho_L \bar{\phi}_{40}^{60}} + \ell_0 \right) \delta\bar{\phi}_8 + \left(\frac{\bar{\phi}_{80}+1}{V_0} \right) \left(\frac{1}{d\rho_L 60} - \frac{\bar{\phi}_{80}+1}{d\rho_L \bar{\phi}_{40}^{60}} \right) \delta F_{5R} \\ & + \left(\frac{\bar{\phi}_{80}+1}{V_0} \right) \frac{\bar{\phi}_{80} F_{50}}{d\rho_L \bar{\phi}_{40}^{60}} \delta\bar{\phi}_{4R} - \left(\frac{\bar{\phi}_{80}+1}{V_0} \right) \bar{\phi}_{80} \delta\ell \end{aligned} \quad (68)$$

$$\frac{d\delta V}{dt} = \left(\frac{1}{d\rho_L 60} + \frac{1}{d\rho_L \bar{\phi}_{40}^{60}} \right) \delta F_{5R} - \frac{F_{50}}{d\rho_L \bar{\phi}_{40}^{60}} \delta\bar{\phi}_{4R} + \delta\ell - \delta Q_8 \quad (69)$$

ii) Equations des sorties

$$\delta S_8 = \frac{d}{(1+d\bar{\phi}_{80})^2} \delta\bar{\phi}_8 \quad (70)$$

$$\delta F_8 = \frac{F_{80}}{Q_{80}} \delta Q_8 + 60 \frac{Q_{80} d^2 \delta L}{[S_{80} + (1-S_{80})d]} \delta S_8 \quad (71)$$

$$\begin{aligned} \delta x_8 = & F_{30} \frac{(x_{30} - x_{80})}{(F_{80} - F_{30})^2} \delta F_8 + \frac{F_{80}}{F_{80} - F_{30}} \delta x_8 + \frac{F_{80} (x_{80} - x_{30})}{(F_{80} - F_{30})^2} \delta F_3 \\ & - \frac{F_{80}}{(F_{80} - F_{30})} \delta x_3 \end{aligned} \quad (72)$$

$$\delta P = \frac{2P_0}{Q_{80}} \delta Q_8 + \frac{0.25 Q_{80}}{k_1^2 V F^2 (1-S_{80})^{1.25}} \delta S_8 \quad (73)$$

$$\begin{aligned} \delta F_3 = & \frac{F_{30}}{F_{80}} \delta F_8 + \left\{ F_{80} \frac{(Y_0 - Y_1)(1-H_0)}{\text{seuil}} \frac{d_{500}}{d_{50}} - F_{80} \frac{(Y_2 - Y_0)(1-H_0)}{\text{CTE} - \frac{\text{seuil}}{d_{50}}} \right\} \delta x_8 \\ & + \left\{ \frac{F_{80} x_{80}}{\text{seuil}} (1-H_0) \frac{d_{500}}{d_{50}} - \frac{F_{80} (1-x_{80})(1-H_0)}{\text{CTE} - \frac{\text{seuil}}{d_{50}}} \right\} \delta Y \\ & + \left\{ \frac{F_{80} x_{80}}{\text{seuil}} (Y_0 - Y_1)(1-H_0) - F_{80} \frac{(1-x_{80})(Y_2 - Y_0)(1-H_0)}{(\text{CTE} - \frac{\text{seuil}}{d_{50}})^2} \times \frac{\text{seuil}}{(d_{500})^2} \right\} \delta d_{50} \end{aligned}$$

80-50

$$+ \left\{ -F_{80} x_{80} \frac{(Y_0 - Y_1)}{\text{seuil}} d_{500} - F_{80} (1 - x_{80}) \frac{(Y_2 - Y_0)}{\text{CTE} - \frac{\text{seuil}}{d_{500}}} + F_{80} \right\} \delta H \quad (74)$$

$$\delta F_4 = \delta F_1 + \delta F_3 \quad (75)$$

$$\delta F_5 = \delta F_4 - \frac{\delta W}{\tau} + \frac{\delta W^*}{\tau} \quad (76)$$

$$\begin{aligned} \delta S_4 = & \frac{w_0 + H_0 F_{80} / d_{\phi_{80}}}{(F_{30} + F_{10} + w_0 + H_0 F_{80} / d_{\phi_{80}})^2} \delta F_3 + \frac{w_0 + H_0 F_{80} / d_{\phi_{80}}}{D^2} \delta F_1 - \frac{F_{30} + F_{10}}{D^2} \delta w \\ & - \frac{F_{80} (F_{30} + F_{10})}{d_{\phi_{80}} D^2} \delta H - \frac{H_0 (F_{30} + F_{10})}{d_{\phi_{80}} D^2} \delta F_8 + \frac{H_0 F_{80}}{d_{\phi_{80}}^2} \frac{(F_{30} + F_{10})}{D^2} \delta \phi_8 \quad (77) \end{aligned}$$

$$\delta \phi_4 = \frac{1}{d} \frac{1}{(1 - S_{40})^2} \delta S_4 \quad (78)$$

$$\begin{aligned} \delta x_3 = & \frac{x_{30}}{F_{80}} \delta F_8 + \frac{x_{30}}{x_{80}} \delta x_8 - \frac{x_{30}}{F_{30}} \delta F_3 + \frac{F_{80} x_{80} d_{500} (1 - H_0)}{F_{30} \text{seuil}} \delta Y \\ & + \frac{F_{80} x_{80} (Y_0 - Y_1) (1 - H_0)}{F_{30} \text{seuil}} \delta d_{500} + \frac{F_{80} x_{80}}{F_{30}} \left\{ \frac{(Y_0 - Y_1)}{\text{seuil}} d_{500} + 1 \right\} \delta H \quad (79) \end{aligned}$$

$$\delta x_4 = \frac{x_1}{F_{40}} \delta F_1 + \frac{x_{30}}{F_{40}} \delta F_3 + \frac{F_{30}}{F_{40}} \delta x_3 - \frac{x_{40}}{F_{40}} \delta F_4 \quad (80)$$

$$\delta x_8 = \delta x_{5R} \quad (81)$$

$$\delta d_{500} = \frac{d_{500}}{10.75} \delta P - \frac{d_{500}}{52} \delta WOF \quad (82)$$

$$\delta H = \frac{WOF_0}{(F_{80})^2} d_{\phi_{80}} \delta F_8 - \frac{WOF_0 d}{F_{80}} \delta \phi_8 - \frac{d_{\phi_{80}}}{F_{80}} \delta WOF \quad (83)$$

$$\delta W^* = a_1 a F_{40}^{a-1} D_{vs} \phi_{40}^c \delta F_4 + a_1 c F_{40}^a D_{vs} \phi_{40}^{c-1} \quad (84)$$

$$\delta Y = \frac{1}{\alpha} \frac{\frac{\alpha_{\text{seuil}}}{d_{500}^2} \exp\left(\frac{\alpha_{\text{seuil}}}{d_{500}}\right)}{b + e \frac{\alpha_{\text{seuil}}}{d_{500}}} \left(1 + \frac{1}{b}\right) + \frac{1}{b_1} \frac{\alpha_{\text{seuil}}}{d_{500}^2} \delta d_{50} \quad (85)$$

$$\delta WOF = \frac{1.1}{d_{\Phi 80}} \delta F_8 - \frac{1.1 F_{80}}{d_{\Phi 80}^2} \delta \Phi_8 \quad (86)$$

Dans les équations (66) à (68) :

- le symbole ' δ ' signifie que l'on considère la variation de la variable correspondante.
- l'indice 'o' signifie que l'on prend la valeur nominale de la variable

La résolution de ces équations donnerait pour solution les valeurs des variations autour du point de régime en chaque instant "t" pour chaque variable du système.

2.3 Influence des retards de propagation

Compte tenu de la complexité du système linéarisé et du fait que les éléments de retard introduisent la définition de variables supplémentaires pour le système, on va ici faire des simplifications justifiées.

- i) Le délai d'approvisionnement est supposé être éliminé en conservant une ouverture de la trémie constante et en faisant varier F_1 par modification de la vitesse de défilement du tapis roulant.
- ii) Le délai de propagation dans la conduite entre réservoir et cyclone est négligé devant celui du broyeur.

Pour faire intervenir le retard dans le broyeur, on voit sur la Figure 9 que l'on doit définir 3 nouvelles variables: δF_{5R} , δx_{5R} et $\delta \Phi_{4R}$ avec les équations suivantes:

$$\delta F_{5R}(t) = \delta F_5(t - \Delta) \quad (87)$$

$$\delta \Phi_{5R}(t) = \delta \Phi_5(t - \Delta) \quad (88)$$

$$\delta x_{5R}(t) = \delta x_5(t - \Delta) \quad (89)$$

où Δ est le retard dans le broyeur. Ces trois équations s'ajoutent aux équations de sorties du système linéarisé.

En outre, les variables d'entrée du réservoir sont les variables de sortie du broyeur soit après le délai: en conséquence, dans les équations (68), (69) et (81) les variables δF_5 , $\delta \Phi_5$, δx_5 doivent être remplacées respectivement par δF_{5R} , $\delta \Phi_{5R}$, δx_{5R} .

Le modèle linéarisé est alors un système de 4 états, 4 commandes et 17 sorties et 3 variables retardées.

3. MODIFICATION DU MODELE LINEARISE EN VUE DE LA REGULATION

3.1 Restructuration du modèle

3.1.1 Définitions de variables vectorielles

Pour l'élaboration du vecteur de sortie δy , il est préférable de faire figurer sur les premières lignes les variables qui sont mesurables physiquement, c'est pourquoi on a posé:

$\Delta Y =$	δS_8	→ mesurable (densité)	}	Toutes ces mesures sont faites sur les circuits de broyage
	δF_8	→ avec un débit mètre		
	δx_9	→ Analyseur de taille de particule		
	δP	→ Mesure de pression		
	δF_3	} Ces variables sont mesurables ou calculables à partir d'autres mesures mais cela nécessite un grand nombre d'appareils de mesures (ne sont pas mesurés sur les circuits réels)	}	
	δF_4			
	δF_5			
	δS_4			
	$\delta \Phi_4$			
	δx_3			
	δx_4			
	δx_8			
	δd_{50}	} Non mesurables	}	
	δWOF			
	δH			
δW^*				
δY				

On définit les vecteurs d'états et de commande:

$$\underline{\delta x} = \begin{bmatrix} \delta x_5 \\ \delta w \\ \delta \Phi_8 \\ \delta v \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \underline{\delta u} = \begin{bmatrix} \delta F_1 \\ \delta w \\ \delta l \\ \delta Q_8 \end{bmatrix}$$

Les variables retardées sont placées dans un vecteur distinct figurant comme un pseudo vecteur commande effectuant un bouclage partiel sur le système.

$$\delta v = \begin{bmatrix} \delta^F 5R \\ \delta^{\bar{\phi}} 4R \\ \delta^x 5R \end{bmatrix}$$

Les équations linéarisées deviennent sous forme compacte:

$$\frac{d\delta x}{dt} = A \delta x + B \delta u + C \delta y + P \delta v \quad (90)$$

$$\delta y = D \delta y + E \delta x + F \delta u + Q \delta v \quad (91)$$

Le système doit être complété par les équations de retard déjà indiquées (87), (88) et (89). A, B, C, D, E, F, P, Q sont des matrices constantes connues au point de fonctionnement.

3.1.2 Mise sous la forme habituelle

Si l'on élimine la variable δy dans (90) à l'aide de (91):

$$(I-D) \delta y = E \delta x + F \delta u + Q \delta v$$

$$\delta y = E(I-D)^{-1} \delta x + F(I-D)^{-1} \delta u + Q(I-D)^{-1} \delta v \quad (92)$$

$$\frac{d\delta x}{dt} = [A+CE(I-D)^{-1}] \delta x + [B+CF(I-D)^{-1}] \delta u + [P+Q(I-D)^{-1}] \delta v \quad (93)$$

où I est une matrice unitaire de dimension (17 . 17)

Le système est alors sous la forme générale des équations d'état:

$$\frac{d\delta x}{dt} = AA \delta x + BB \delta u + CC \delta v \quad (94)$$

$$\delta y = EE \delta x + FF \delta u + GG \delta v \quad (95)$$

Le vecteur $\delta v(t)$ se détermine facilement dès que l'on connaît $\delta x(t - \Delta)$ et $\delta y(t - \Delta)$.

3.2 Simulation du modèle linéarisé

Les différentes matrices AA, BB, CC, EE, FF, GG ont été calculées à partir de la connaissance des valeurs des variables au régime permanent étudié. Il est à remarquer que la dynamique du nouveau système linéaire est identique à celle du modèle réduit étudié précédemment. Afin de tester la validité de ce modèle linéaire il a été appliqué au système une variation de 10% au contrôle débit d'approvisionnement par rapport à la valeur nominale, l'état et les sorties étant non perturbées initialement. Le pseudo-contrôle δv est calculé en donnant les valeurs des variables retardées d'un temps Δ avant t . Tous les résultats de cette simulation sont donnés en Annexe 3; Nous notons que pour la perturbation autour du point de fonctionnement considéré, le nouvel état d'équilibre atteint, coïncide relativement avec celui qui était prévu en Annexe 2 (15% d'erreur) par simulation du modèle réduit.

Le problème complexe de la régulation autour d'un point de fonctionnement pourra alors être résolu avec les approches classiques considérant la difficulté supplémentaire du délai imposé au système.

CONCLUSION

Le modèle complet proposé donne des résultats en accord avec la pratique. L'intérêt de ce modèle réside dans:

- La simulation détaillée du processus.
- La construction d'un modèle réduit.
- L'utilisation comme modèle référence pour tester la régulation.

Avec la modélisation réduite, la régulation du processus complexe par ordinateur semble possible à partir de mesures faites en temps réel sur le circuit de broyage. Le nombre nécessaire de ces mesures peut-être déterminé en testant l'observabilité du système de même que l'on doit s'assurer de sa contrôlabilité pour la construction du régulateur numérique. Celle-ci pourra se faire en utilisant les résultats de la théorie des systèmes multi-entrée multi-sortie après avoir discrétisé le modèle présenté.

La conception des modèles a été aussi générale que possible et la détermination des paramètres caractéristiques expérimentalement suffit pour appliquer les résultats à un processus de broyage de classe différente. Pour le modèle linéarisé il est en outre ~~nécessaire~~ nécessaire de choisir empiriquement un point de fonctionnement puisque le domaine de validité des modèles proposés est trop restreint pour envisager une optimisation dynamique du processus. Dans cette optique, il serait envisageable .

d'employer une autre procédure de calcul des paramètres de façon à ce que le modèle reste valide sur tout l'espace de variation: ceci peut être obtenu, soit en analysant les résultats expérimentaux pour divers régimes permettant d'identifier des relations fonctionnelles entre les paramètres et l'état, soit en utilisant les résultats de la théorie des systèmes auto adaptatifs.

La régulation du processus complexe de broyage est donc envisageable à partir de l'implantation sur ordinateur numérique d'un algorithme déterminant la commande en temps réel. L'optimisation n'est possible que si l'on trouve un modèle valide sur tout l'espace.

REFERENCES

- [1] E.J. Freeh, W.E. Horst, W.L. Adams: "Use of inventory stabilization to improve control of grate discharge mills".
- [2] W.E. Horst: "Mathematical description of a ~~comminution~~ process" Ph.D. Dissertation, The University of Arizona, Tucson, 1967.
- [3] A.J. Lynch and T.C. Rao: "The operating characteristics of hydro-cyclone classifiers".
- [4] W.E. Horst, E.J. Freeh: "Mathematical Modeling of a Continuous Comminution Process", Transaction SME/AIME, Vol. 252, 1972, p. 160-167.
- [5] R.E.J. Putman: "Comparative Computer Study of Ball Mill Control System dynamics and optimization".
- [6] A.M. Gaudin & T.P. Meloy: "Model of a comminution distribution equation for repeated fracture", Transaction SME, March 1962, p. 43-50.
- [7] M. Vidyassagar: "Modeling and control of the cement grinding mill", Journées de l'Optimisation 1974 (McGill University, Montréal, 25-26 Avril 1974).

\$JOB GUY
 C*
 C*****NOTATIONS UTILISEES DANS LES PROGRAMMES*****
 C*****
 C**REMARQUE "J" REPERE LE NUMERO DE LA LIGNE SUR LA FIGURE 9 DU RAPPORT

C
 C*****VARIABLES DU SYSTEME ET LEURS DIMENSIONS

C* NOM DE LA VARIABLE	* DEFINITION DE LA VARIABLE	* UNITES UTILISEES
C*F-J	*DEBIT MASSIQUE SOLIDE LIGNE J	*TONNES/HEURE
C*W-J	*DEBIT MASSIQUE LIQUIDE LIGNE J	*TONNES/HEURE
C*X-J(I)	*POURCENTAGE DIMENSION I LIGNE J	**%
C*VOL	*VOLUME DU RESERVOIR	*GALLONS US
C*PHI-J	*RAPPORT DEBITS SOLIDE/LIQUIDE(VOL.	*SANS DIMENSION
C*S-J	*RAPPORT MASSE SOL./MASSE TOTALE	**%
C*Q-J	*DEBIT VOLUMETRIQUE TOTAL LIGNE J	*GALLONS US/MN
C*QL	*DEBIT EAU DE DILUTION RESERVOIR	*GALLONS US/MN
C*WA	*DEBIT EAU DE DILUTION DU BROYEUR	*TONNES/HEURE
C*WT	*INVENTAIRE INSTANTANE DU BROYEUR	*TONNES
C*W	*INVENTAIRE EN REGIME DU BROYEUR	*TONNES
C*X(I)	*DIMENSIONS DISCRETES DU MINERAI	*MICRONS
C*P	*DIFFERENTIELLE DE PRESSION	*LIVRE/(POUCES)**2
C*D50	*DIMENSION DE COMPARAISON (CYCLONE)	*MICRONS
C*QS-J	*DEBIT VOL. SOLIDE LIGNE J	*GALLONS US
C*QL-J	*DEBIT VOL. LIQUIDE LIGNE J	*GALLONS US
C*WF	*DEBIT EAU APPROVISIONNEMENT CYCLONE	*TONNES/HEURE
C*WOF	DEBIT EAU AU SURVERSE DU CYCLONE	*TONNES/HEURE
C*HH	*FACTEUR DE REPARTITION EAU (CYCL.)	*SANS DIMENSION
C*YC(I)	*COEFF. REPARTITION MINERAI DIM. I	*
C*WU(I)	*PORTION MASSIQUE DIM I AU SOVERSE	*TONNES/HEURE

C
 C*****PARAMETRES DU SYSTEME ET LEURS DIMENSIONS

C* NOM DU PARAMETRE	*DEFINITION DU PARAMETRE	*UNITE
C*		
C*BK(I)	*COEFFICIENT DE BROYAGE DIMENSION I	*1/HEURE
C*H	*PAS D'INTEGRATION	*HEURE
C*TAU	*CONSTANTE DE TEMPS INVENTAIRE BROYEUR	*HEURE
C*K1,K2,K3,AL	*PARAMETRES CARACTERISTIQUES CYCLONE	*
C*AO,A1,A,DVS,C	*PARAMETRES CARACTERISTIQUES DU BROYEUR	*
C*D	*DENSITE DU MINERAI	*
C*ROL	*MASSE SPECIFIQUE DE L'EAU	*TONNES/GALLON US
C*ROS	*MASSE SPECIFIQUE DU MINERAI	*TONNES/GALLON US
C*VF	*OUVERTURE DU DIAPHRAGME DU CYCLONE	*POUCES
C*S	*OUVERTURE DE L'ORIFICE DE POINTE CYCLON	*POUCES

C
 C
 C
 C

ANNEXE = NOTATIONS


```

0001      SUBROUTINE DELAIB(KB,F5,F5R,X5,X5R,IT,H,PHI5,PHI5R)
C** SIMULATION DU RETARD DE PROPAGATION DANS LE BROYEUR
0002      DIMENSION TF5(15),X5(8),X5R(8),TX5(8,15),TPHI5(15)
0003      IF(IT.GT.KB) GO TO 1
C** MISE A ZERO DES VARIABLES DE SORTIE SI LE TEMPS EST INFERIEUR AU RETARD
C      ET
C      MISE EN MEMOIRE DES VARIABLES
C      NB-LES MEMOIRES ONT UN NOM COMMENCANT PAR T
0004      F5R=0.
0005      PHI5R=0.
0006      DO 2 I=2,8
0007      2      X5R(I)=0.
0008      TF5(IT)=F5
0009      TPHI5(IT)=PHI5
0010      DO 3 I=2,8
0011      3      TX5(I,IT)=X5(I)
0012      GO TO 4
0013      1      N=IT/KB
C** LECTURE DES MEMOIRES ET SORTIE DES VARIABLES RETARDEES
C      NB-LES VARIABLES RETARDEES ONT UN NOM FINISSANT PAR R
0014      J=IT-N*KB+1
0015      F5R=TF5(J)
0016      PHI5R=TPHI5(J)
0017      DO 5 I=2,8
0018      5      X5R(I)=TX5(I,J)
C** MISE EN MEMOIRE DES NOUVELLES VALEURS (EN MEME TEMPS)
0019      TF5(J)=F5
0020      TPHI5(J)=PHI5
0021      DO 6 I=2,8
0022      6      TX5(I,J)=X5(I)
0023      4      RETURN
0024      END

```

```

0001      SUBROUTINE BROYEU(F4,PHI4,X4,F5,PHI5,X5,W,BK,H,WT)
C MODELE DU BROYEUR RESOLUTION EQUATIONS DIFFERENTIELLES ET ALGEBRIQUES
0002      DIMENSION RK(8),X4(8),X5(8)
0003      DATA AC,A,C,A1,DVS,TAU/2.,0.59,5.43,0.0023,81.7,0.05/
0004      IF(F4.EQ.0.) GO TO 2
C**CALCUL DE L'INVENTAIRE ET DU DEBIT DE SORTIE
0005      W=A0+(A1*F4**A)*DVS*(PHI4**C)
0006      WT=WT+H*(W-WT)/TAU
0007      F5=F4+(WT-W)/TAU
C**RESOLUTION ITERATIVE DES 7EQUATIONS DE REPARTITON GRANULOMETRIQUE
0008      DO 1 I=2,8
0009      1      X5(I)=X5(I)+H*(F4/W)*(X4(I)-X5(I))+H*(BK(I-1)*X5(I-1)-BK(I)*X5(I))
0010      PHI5=PHI4
0011      GO TO 10
C** REMISE A ZERO DES SORTIES DANS LE CAS OU LES VARIABLES D'ENTREE SONT NULLES
0012      2      F5=0.
0013      PHI5=C.
0014      DO 3 I=2,8
0015      3      X5(I)=0.
0016      W=0.
0017      WT=0.
0018      10      RETURN
0019      END

```

```

0001      SUPROUTINE RESERV(F5,PHI5,X5,F8,S8,X8,Q8,H,QL,VOL,PHI8)
          C MODELE DU RESERVOIR RESOLUTION DES EQUATIONS
0002      DIMENSION X5(8),X8(8)
0003      IF(F5.EQ.0.) GO TO 2
0004      CALL CNVPHS(S5,PHI5)
0005      CALL FQSOL(F5,QS5,QL5,S5)
          C** EQUATIONS ITERATIVES DE DENSITE ET DE VOLUME
0006      PHI8=PHI8+H*(PHI8+1.)*(QS5-PHI8*(QL5+QL))/VOL
0007      VOL=VOL+H*(QS5+QL5+QL-Q8)
          C*** CALCUL D'AUTRES GRANDEURS DE SORTIE
0008      CALLCNVPHS(S8,PHI8)
0009      CALL CNVDF(Q8,F8,S8)
0010      DO 1 I=2,8
0011      1   X8(I)=X5(I)
0012      GO TO 10
          C** REMISE A ZERO DES SORTIES DANS LE CAS OU LES VARIABLES D'ENTREE SONT NULLES
0013      2   F8=0.
0014      S8=0.
0015      DO 3 I=2,8
0016      3   X8(I)=0.
0017      10  RETURN
0018      END

```

FORTRAN IV G LEVEL 21 RETARD DATE = 74169 11/42/21 PAGE 0001

```

0001      SUPROUTINE RETARD(IT,H,X8,F8,Q8,S8,KK,X8R,F8R,Q8R,S8R)
          C SIMULATION RETARD DES VARIABLES EGAL A KK*H
          C**LES COMMENTAIRES SONT IDENTIQUES A CEUX DE DELAIR
0002      DIMENSION X8(8),X8R(8),TF8(5),TS8(5),TQ8(5),TX8(8,5)
0003      DELAI=KK*H
0004      TEMPS=IT*H
0005      IF(TEMPS.GT.DELAI) GO TO 1
0006      SAR=0.
0007      DO 2 I=2,8
0008      2   X8R(I)=0.
0009      TFR(IT)=F8
0010      F8R=0.
0011      Q8R=0.
0012      TQR(IT)=Q8
0013      TS8(IT)=S8
0014      DO 3 I=2,8
0015      3   TX8(I,IT)=X8(I)
0016      GO TO 4
0017      1   N=IT/KK
0018      J=IT-N*KK
0019      IF(J.NE.0) GO TO 8
0020      J=J+1
0021      8   F8R=TF8(J)
0022      Q8R=TQ8(J)
0023      S8R=TS8(J)
0024      DO 5 I=2,8
0025      5   X8R(I)=TX8(I,J)
0026      TFR(J)=F8
0027      TQR(J)=Q8
0028      TS8(J)=S8
0029      DO 6 I=2,8
0030      6   TX8(I,J)=X8(I)
0031      4   RETURN
0032      END

```

```

0001      SUBROUTINE CYCLON(X8,F8,08,S8,X,F3,S3,X3,F9,S9,X9,WOF,D50,P)
C      MODELE DU CYCLONE  RESOLUTION DES EQUATIONS ALGEBRIQUES
0002      DIMENSION X8(8),X(8),X3(8),X9(8),D(8),YC(8),W(8),WU(8)
0003      REAL K1,K2,K3
0004      DATA K1,K2,K3,AL,VF,S/66.5,-93.0,4.98,1.80,6.,3.625/
0005      IF(F8.EQ.0.) GO TO 3
0006      F3=0.
C** CALCUL DE LA DIFFERENTIELLE DE PRESSION P, DE LA REPARTITION DE L'EAU HH ET
C      DU D50
0007      P=(08/(K1*VF*((1.-S8)**0.125)))**2.
0008      WF=F8/S8-FP
0009      WOF=K2+1.1*WF-10.*S
0010      HH=(WF-WOF)/WF
0011      D50=EXP(K3+(VF/2.6)-(S/3.5)+(P/10.7)-(WOF/52.))
0012      DO 1 I=2,8
0013      D(I)=X(I)/D50
C** CALCUL DU COEFFICIENT DE REPARTITION DU MINERAI YC(I) ET DE LA REPARTITION
C      MASSIQUE SOLIDE AU SOUSVERSE WU(I)
0014      YC(I)=(EXP(AL*D(I))-1.)/(EXP(AL*D(I))+EXP(AL)-2.)
0015      W(I)=F8*X8(I)
0016      WU(I)=W(I)*((YC(I)*(1.-HH))+HH)
0017      1   F3=F3+WU(I)
C** EQUATIONS DE CONSERVATION DE MATIERE POUR TROUVER LES AUTRES VARIABLES
0018      F9=F8-F3
0019      DO 2 I=2,8
0020      X3(I)=WU(I)/F3
0021      2   X9(I)=(X8(I)*F8-X3(I)*F3)/F9
0022      S9=F9/(F9+WOF)
0023      S3=F3/(F3+WF-WOF)
0024      GO TO 5
C** REMISE A ZERO DES SORTIES DANS LE CAS OU LES VARIABLES D'ENTREE SONT NULLES
0025      3   F3=0.
0026      DO 4 I=2,8
0027      4   X3(I)=0.
0028      S3=0.
0029      5   RETURN
0030      END

```

```

0001      SUBROUTINE DELAIF(KF,F1,FIR,IT,H)
C*** SI MULATION DU DELAI D'APPROVISIONNEMENT
C**LES COMMENTAIRES SONT IDENTIQUES A CEUX DE DELAIF
0002      DIMENSION TF1(8)
0003      IF(IT.GT.KF) GO TO 1
0004      FIR=0.
0005      TF1(IT)=F1
0006      GO TO 2
0007      1   N=IT/KF
0008      J=IT-N*KF+1
0009      FIR=TF1(J)
0010      TF1(J)=F1
0011      2   RETURN
0012      END

```

```

0001      SUBROUTINE CNVSPH(S,PHI)
          C CONVERSION SLURRY-DENSITY      RAPPORT VOLUMES(SOLIDE/LIQUIDE)
0002      DATA D/2.8/
0003      PHI=S/((1.-S)*D)
0004      RETURN
0005      END

```

```

0001      SUBROUTINE CNVPHS(S,PHI)
          C CONVERSION RAPPORT VOLUMES      SLURRY-DENSITY
0002      DATA D/2.8/
0003      S=D*PHI/(D*PHI+1.)
0004      RETURN
0005      END

```

```

0001      SUBROUTINE CNVFO(F,Q,S)
          C CONVERSION DEBIT SOLIDE      DEBIT VOLUMETRIQUE TOTAL
          C** F EXPRIME EN TONNES/HEURE
          C  Q EXPRIME EN GALLON/MN
0002      DATA RCL,D/0.0042,2.8/
0003      ROS=D*ROL
0004      QL=F/S-F
0005      Q=(F/ROS+QL/ROL)/60.
0006      RETURN
0007      END

```

```

0001      SUBROUTINE FQSQL(F,QS,QL,S)
          C CONVERSION DEBIT SOLIDE EN DEBITS SOLIDES ET LIQUIDES (VOLUMETRIQUES)
          C** QS=DEBIT VOLUMETRIQUE SOLIDE EN GALLON/MN
          C  QL=DEBIT VOLUMETRIQUE LIQUIDE EN GALLON/MN
0002      DATA ROL,D/0.0042,2.8/
0003      ROS=D*ROL
0004      FL=F/S-F
0005      QS=F/(ROS*60.)
0006      QL=FL/(ROL*60.)
0007      RETURN
0008      END

```

```

0001      SUBROUTINE CNVQF(Q,F,S)
          C CONVERSION DEBIT VOLUMETRIQUE TOTAL EN DEBIT SOLIDE MASSIQUE
0002      DATA RCL,D/0.0042,2.8/
0003      ROS=D*ROL
0004      QL=60.*Q*(1.-S)*ROS*ROL/(S*ROL+(1.-S)*ROS)
0005      F=S*QL/(1.-S)
0006      RETURN
0007      END

```

NOUVELLES VALEURS DU CONTROLE

VALEURS DFS CONTRCLES

F1= 105.00000 WAT= 31.70000 LIQ= 539.59985 Q8= 1650.00000

N= 99

X4(I)=	X5(I)=	X8(I)=	X9(I)=	X3(I)=	
0.031	0.014	0.016	0.000	0.020	
0.101	0.051	0.061	0.000	0.076	
0.234	0.179	0.197	0.000	0.244	
0.257	0.259	0.251	0.032	0.303	
0.163	0.187	0.177	0.194	0.172	
0.059	0.091	0.085	0.195	0.059	
0.155	0.217	0.210	0.569	0.126	

IT= 99

NO-1	NO-2	NO-3	NO-4	NO-5	NO-6	NO-7	NO-8	NO-9
SOL 105.00000		298.69727	403.40967	365.62939			370.29541	70.39893
LIQ	31.70000					539.59985		
DEN		0.74758	0.75274				0.56633	

WOF= 183.12671 PH18= 0.46640 PH14= 1.08729
 VOL= 35.13129 P= 21.05917 D50= 109.77763 WT= 10.31297 W= 12.20198

N=198

X4(I)=	X5(I)=	X8(I)=	X9(I)=	X3(I)=	
0.027	0.012	0.012	0.000	0.016	
0.087	0.043	0.042	0.000	0.058	
0.202	0.148	0.148	0.002	0.201	
0.270	0.255	0.256	0.081	0.319	
0.170	0.194	0.195	0.234	0.181	
0.068	0.101	0.101	0.186	0.071	
0.176	0.248	0.246	0.498	0.155	

IT= 198

NO-1	NO-2	NO-3	NO-4	NO-5	NO-6	NO-7	NO-8	NO-9
SOL 105.00000		298.89697	403.92041	406.05957			406.65112	107.76587
LIQ	31.70000					539.59985		
DEN		0.74521	0.75104				0.60047	

WOF= 168.36865 PH18= 0.53677 PH14= 1.07740
 VOL= 25.82988 P= 21.50992 D50= 152.07779 WT= 11.82251 W= 11.71555

N=297

X4(I)=	X5(I)=	X8(I)=	X9(I)=	X3(I)=	
0.027	0.012	0.012	0.000	0.016	
0.088	0.043	0.043	0.000	0.059	
0.202	0.149	0.148	0.002	0.201	
0.268	0.254	0.254	0.077	0.317	
0.169	0.193	0.193	0.229	0.179	
0.068	0.100	0.100	0.184	0.070	
0.178	0.250	0.250	0.508	0.158	

IT= 297

NO-1	NO-2	NO-3	NO-4	NO-5	NO-6	NO-7	NO-8	NO-9
SOL 105.00000		298.23877	403.23804	403.34009			405.24658	107.01221
LIQ	31.70000					539.59985		
DEN		0.74488	0.75079				0.59920	

WOF= 168.92334 PH18= 0.53393 PH14= 1.07598
 VOL= 25.03369 P= 21.49265 D50= 150.22148 WT= 11.64203 W= 11.63692

ITER= 1 CRITERE= 74.02254

NOUVELLES VALEURS DU CONTROLE

VALEURS DES CONTROLES

F1= 115.50000 WAT= 31.70000 LIQ= 539.59985 Q8= 1650.00000

N= 99

X4(I)=	X5(I)=	X8(I)=	X9(I)=	X3(I)=
0.031	0.013	0.016	0.000	0.020
0.102	0.050	0.060	0.000	0.075
0.229	0.173	0.191	0.000	0.238
0.249	0.251	0.244	0.030	0.297
0.164	0.187	0.177	0.187	0.174
0.061	0.094	0.087	0.193	0.061
0.163	0.230	0.222	0.577	0.134

IT= 99

NO-1	NO-2	NO-3	NO-4	NO-5	NO-6	NO-7	NO-8	NO-9
SOL 115.50000		296.09985	411.31055	368.83667			370.50708	73.11914
LIQ	31.70000					539.59985		
DEN		0.74593	0.75633				0.56654	

WOF= 183.07886 PH18= 0.46679 PH14= 1.10857
 VOL= 37.49835 P= 21.06062 D50= 109.89359 WT= 11.34128 W= 13.46498

N=198

X4(I)=	X5(I)=	X8(I)=	X9(I)=	X3(I)=
0.028	0.012	0.011	0.000	0.016
0.090	0.042	0.042	0.000	0.058
0.201	0.144	0.145	0.002	0.200
0.258	0.245	0.246	0.084	0.309
0.166	0.190	0.191	0.226	0.177
0.069	0.101	0.102	0.179	0.072
0.188	0.266	0.264	0.508	0.169

IT= 198

NO-1	NO-2	NO-3	NO-4	NO-5	NO-6	NO-7	NO-8	NO-9
SOL 115.50000		296.95386	412.47339	414.59644			411.94775	114.99951
LIQ	31.70000					539.59985		
DEN		0.74362	0.75468				0.60525	

WOF= 166.28979 PH18= 0.54759 PH14= 1.09866
 VOL= 29.64682 P= 21.57458 D50= 159.24017 WT= 13.04380 W= 12.93764

N=297

X4(I)=	X5(I)=	X8(I)=	X9(I)=	X3(I)=
0.028	0.012	0.012	0.000	0.016
0.090	0.043	0.043	0.000	0.059
0.201	0.145	0.145	0.002	0.201
0.257	0.244	0.244	0.081	0.307
0.165	0.188	0.188	0.222	0.175
0.068	0.100	0.100	0.177	0.071
0.190	0.268	0.268	0.518	0.172

IT= 297

NO-1	NO-2	NO-3	NO-4	NO-5	NO-6	NO-7	NO-8	NO-9
SOL 115.50000		296.49219	411.99146	412.02563			410.71216	114.22339
LIQ	31.70000					539.59985		
DEN		0.74340	0.75452				0.60414	

WOF= 166.77637 PH18= 0.54505 PH14= 1.09774
 VOL= 31.38069 P= 21.55945 D50= 157.53409 WT= 12.88224 W= 12.88053

ITER= 2 CRITERE= 79.36325

```
0001      DIMENSION TF1(8),TF5(15),TX5(15),TPH15(15),TF8(5),TS8(5),TX8(5),TQ8(5)
C*****
C*****SIMULATION DU MODELE REDUIT*****
C*****
```

```
C** LE MINERAL EST REPARTI EN 2 DIMENSIONS SEULEMENT
C**-----X-POURCENTAGE DE DIMENSION INFERIEURE A 75
C** LE MODE DE PROCEDURE EST IDENTIQUE AU CAS DU MODELE COMPLET
C** VOIR LE PROGRAMME DU MODELE COMPLET POUR LES COMMENTAIRES
```

```
18(5)
0002      READ(5,1) PK,X1,SEUIL
0003      1   FORMAT(F7.4,F5.3,F6.1)
0004      DO 50 ITER=1,9
0005      READ(5,51) F1,WA,QL,Q8
0006      51   FORMAT(F5.1,F4.1,F5.1,F6.1)
0007      WRITE(6,98)
0008      98   FORMAT(1H1)
0009      WRITE(6,99)
0010      99   FORMAT(10X,100(1H*),10X,/,50X,'NOUVELLES VALEURS DU CONTROLE',/120
1(1H*))
0011      WRITE(6,71) F1,WA,QL,Q8
0012      71   FORMAT(10X,'VALEURS DES CONTROLES ',///,10X,'F1= ',F10.5,10X,'WAT=
1 ',F10.5,10X,'LIQ= ',F10.5,10X,'Q8= ',F10.5,/)
0013      32   H=0.002
C RESOLUTION DES EQUATIONS DU MODELE MATHEMATIQUE AVEC UN PAS D,INTEGRATION H
0014      S3=0.
0015      PH18=1.
0016      WT=0
0017      X5=0.
0018      X3=0.
0019      VOL=100.
0020      F3=0.
0021      IT=1
0022      N=1
0023      11   N=N+1
0024      CALL DELAIF(8,F1,F1R,IT,H)
0025      CALL ENTREE(X3,S3,F3,X1,F1R,WA,F4,PHI4,X4)
0026      CALL BROUEU(F4,PHI4,X4,F5,PHI5,X5,W,BK,H,WT)
0027      CALL CNVPHS(S4,PHI4)
0028      CALL DELAIB(15,F5,F5R,X5,X5R,IT,H,PHI5,PHI5R)
0029      CALL RESERV(F5R,PHI5R,X5R,F8,S8,X8,Q8,H,QL,VOL,PHI8)
0030      CALL RETARD(IT,H,X8,F8,Q8,S8,O2,X8R,F8R,Q8R,S8R)
0031      CALL CYCRED(X8R,F8R,Q8R,S8R,SEUIL,F3,X3,D50,P,WOF,S3)
0032      F9=F8R-F3
0033      IF(F9.EQ.0.) GO TO 20
0034      X9=(X8R*F8R-X3*F3)/F9
0035      IF(V.E.100) GO TO 20
0036      WRITE(6,200)
0037      200  FORMAT(120(1H*))
0038      WRITE(6,100) IT
0039      100  FORMAT(10X,'IT= ',I3,/,4X,'NO-1',10X,'NO-2',10X,'NO-3',10X,'NO-4',
1,10X,'NO-5',10X,'NO-6',10X,'NO-7',10X,'NO-8',10X,'NO-9')
0040      WRITE(6,101) F1,F3,F4,F5,F8,F9
0041      101  FORMAT(1X,'SOL',F10.5,18X,F10.5,4X,F10.5,4X,F10.5,28X,F10.5,4X,F10.
1.5)
0042      WRITE(6,102) WA,QL
0043      102  FORMAT(1X,'LIQ',14X,F10.5,54X,F10.5)
0044      WRITE(6,104) S3,S4,S8
0045      104  FORMAT(1X,'DEN',28X,F10.5,4X,F10.5,43X,F10.5,/)

```

ANNEXE 2

TRT	IV	TEL	M	TE	169	722	0
0046							
0047		103					
0048							
0049		105					
0050							
0051		106					
0052							
0053		20					
0054							
0055							
0056		30					
0057							
0058		70					
0059		50					
0060		60					
0061							

FORTRAN IV G LEVEL 21 DELAIF DATE = 74169 10/22/44 PAGE 0001

```

0001      SUBROUTINE DELAIF(KF,F1,F1R,IT,H)
0002      DIMENSION TF1(8)
0003      IF(IT.GT.KF) GO TO 1
0004      FIR=0.
0005      TF1(IT)=F1
0006      GO TO 2
0007      1      N=IT/KF
0008              J=IT-N*KF+1
0009              FIR=TF1(J)
0010              TF1(J)=F1
0011      2      RETURN
0012      END

```

FORTRAN IV G LEVEL 21 ENTREE DATE = 74169 10/22/44 PAGE 0001

```

0001      SUBROUTINE ENTREE(X3,S3,F3,X1,F1,WA,F4,PHI4,X4)
0002      C  ORGANE DE COUPLAGE ADDITION MINERAI NOUVEAU ET RETOUR DU CYCLONE
0003      F4=F3+F1
0004      IF(F4.EQ.0.) GO TO 4
0005      X4=(F3*X3+F1*X1)/F4
0006      IF(S3.EQ.0.) GO TO 2
0007      W3=F3*(1.-S3)/S3
0008      S4=(F3+F1)/(F3+F1+WA+W3)
0009      GO TO 3
0010      2      S4=F1/(F1+WA)
0011      3      CALL CNVSPH(S4,PHI4)
0012      GO TO 10
0013      4      PHI4=0.
0014      X4=0.
0015      RETURN
0016      END

```

```

0001      SUBROUTINE BROYEU(F4,PHI4,X4,F5,PHI5,X5,W,BK,H,WT)
          C MODELE DU BROYEUR RESOLUTION EQUATIONS DIFFERENTIELLES ET ALGEBRIQUES
          DATA AC,A,C,A1,DVS,TAU/2.,0.59,5.43,0.0023,81.7,0.05/
          IF(F4.EQ.0.) GO TO 2
0004      W=AO+(A1*F4**A)*DVS*(PHI4**C)
0005      WT=WT+H*(W-WT)/TAU
0006      F5=F4+(WT-W)/TAU
0007      X5=X5+H*(F4/WT)*(X4-X5)+BK*H*(1.-X5)
0008      PHI5=PHI4
0009      GO TO 10
0010      2   F5=0.
0011      PHI5=0.
0012      X5=0.
0013      W=0.
0014      WT=0.
0015      10  RETURN
0016      END

```

```

0001      SUBROUTINE DELAIB(KB,F5,F5R,X5,X5R,IT,H,PHI5,PHI5R)
          DIMENSION TF5(15),TX5(15),TPHI5(15)
          IF(IT.GT.KB) GO TO 1
          F5R=0.
          PHI5R=0.
          X5R=0.
          TF5(IT)=F5
          TPHI5(IT)=PHI5
          TX5(IT)=X5
          GO TO 4
0011      1   N=IT/KB
          J=IT-N*KB+1
          F5R=TF5(J)
          PHI5R=TPHI5(J)
          X5R=TX5(J)
          TF5(J)=F5
          TPHI5(J)=PHI5
          TX5(J)=X5
          4   RETURN
          END

```

```

0001      SUBROUTINE RESERV(F5,PHI5,X5,F8,S8,X8,Q8,H,QL,VOL,PHI8)
          C MODELE DU RESERVOIR RESOLUTION DES EQUATIONS
          IF(F5.EQ.0.) GO TO 2
          CALL CNVPHS(S5,PHI5)
          CALL FCSQL(F5,QS5,QL5,S5)
          PHI8=PHI8+H*(PHI8+1.)*(QS5-PHI8*(QL5+QL))/VOL
          VOL=VOL+H*(QS5+QL5+QL-Q8)
          CALL CNVPHS(S8,PHI8)
          CALL CNVQF(Q8,F8,S8)
          X8=X5
          GO TO 10
0011      2   F8=0.
          S8=0.
          X8=0.
          10  RETURN
          END

```

```

0001 SUPROUTINE RETARD(IT,H,X8,F8,Q8,S8,KK,X8R,F8R,Q8R,S8R)
      C SIMULATION RETARD DES VARIABLES EGAL A KK*H
0002 DIMENSION TF8(5),TS8(5),TQ8(5),TX8(5)
0003 IF(IT.GT.KK) GO TO 1
0004 F8R=0.
0005 Q8R=0.
0006 S8R=0.
0007 X8R=0.
0008 TF8(IT)=F8
0009 TQ8(IT)=Q8
0010 TS8(IT)=S8
0011 TX8(IT)=X8
0012 GO TO 4
0013 1 N=IT/KK
0014 J=IT-N*KK+1
0015 8 F8R=TF8(J)
0016 Q8R=TQ8(J)
0017 S8R=TS8(J)
0018 X8R=TX8(J)
0019 TF8(J)=F8
0020 TQ8(J)=Q8
0021 TS8(J)=S8
0022 TX8(J)=X8
0023 4 RETURN
0024 END
    
```

```

0001 SUBROUTINE CYCRED(X8,F8,Q8,S8,SEUIL,F3,X3,D50,P,WOF,S3)
0002 REAL K1,K2,K3
0003 DATA K1,K2,K3,AL,VF,S/66.5,-93.0,4.98,2.00,6.,3.625/
0004 IF(F8.EQ.0.) GO TO 3
0005 P=(Q8/(K1*VF*((1.-S8)**0.125)))*2.
0006 WF=F8/SR-F8
0007 WOF=K2+1.1*WF-10.*S
0008 HH=(WF-WOF)/WF
0009 D50=EXP(K3+(VF/2.6)-(S/3.5)+(P/10.7)-(WOF/52.))
0010 D=SEUIL/D50
0011 B=EXP(AL)-2.
0012 XSEUIL=EXP(AL*D)
0013 XMIN=1.
0014 XMAX=EXP(20.*D)
0015 YMIN=Y(XMIN,R,D)
0016 YMAX=Y(XMAX,R,D)
0017 YSEUIL=Y(XSEUIL,R,D)
0018 Y1=(YSEUIL-YMIN)/D
0019 Y2=(YMAX-YSEUIL)/(10.*D-D)
0020 FX3P=F8*X8*(Y1*(1.-HH)+HH)
0021 FX3G=F8*(1.-X8)*(Y2*(1.-HH)+HH)
0022 F3=FX3P+FX3G
0023 X3=FX3P/F3
0024 S3=F3/(F3+WF*HH)
0025 GO TO 10
0026 3 F3=0.
0027 X3=0.
0028 10 RETURN
0029 END
    
```

```

0001      FUNCTION Y(X,R,D)
          C CALCUL DE LA VALEUR MOYENNE DU COEFFICIENT DE REPARTITION DU CYCLONE
0002      Y=(ALOG(R+X)+(1./B)*ALOG((B+X)/X))/2.
0003      RETURN
0004      END
    
```

FORTRAN IV G LEVEL 21 CNVQF DATE = 74169 10/22/44 PAGE 0001

```

0001      SUBROUTINE CNVQF(Q,F,S)
          C CONVERSION DEBIT VOLUMETRIQUE TOTAL EN DEBIT SOLIDE MASSIQUE
0002      DATA RCL,D/0.0042,2.8/
0003      RDS=D*RCL
0004      QL=60.*Q*(1.-S)*RDS*RCL/(S*RCL+(1.-S)*RDS)
0005      F=S*QL/(1.-S)
0006      RETURN
0007      END
    
```

FORTRAN IV G LEVEL 21 FQSQL DATE = 74169 10/22/44 PAGE 0001

```

0001      SUBROUTINE FQSQL(F,QS,QL,S)
          C CONVERSION DEBIT SOLIDE EN DEBITS SOLIDES ET LIQUIDES (VOLUMETRIQUES)
0002      DATA RCL,D/0.0042,2.8/
0003      RDS=D*RCL
0004      FL=F/S-F
0005      QS=F/(RDS*60.)
0006      QL=FL/(RCL*60.)
0007      RETURN
0008      END
    
```

FORTRAN IV G LEVEL 21 CNVFQ DATE = 74169 10/22/44 PAGE 0001

```

0001      SUBROUTINE CNVFQ(F,Q,S)
          C CONVERSION DEBIT SOLIDE DEBIT VOLUMETRIQUE TOTAL
0002      DATA RCL,D/0.0042,2.8/
0003      RDS=D*RCL
0004      QL=F/S-F
0005      Q=(F/RDS+QL/RCL)/60.
0006      RETURN
0007      END
    
```

FORTRAN IV G LEVEL 21 CNVPHS DATE = 74169 10/22/44 PAGE 0001

```

0001      SUBROUTINE CNVPHS(S,PHI)
          C CONVERSION RAPPORT VOLUMES SLURRY-DENSITY
0002      DATA C/2.8/
0003      S=D*PHI/(D*PHI+1.)
0004      RETURN
0005      END
    
```

FORTRAN IV G LEVEL 21 CNVSPH DATE = 74169 10/22/44 PAGE 0001

```

0001      SUBROUTINE CNVSPH(S,PHI)
          C CONVERSION SLURRY-DENSITY RAPPORT VOLUMES(SOLIDE/LIQUIDE)
0002      DATA D/2.8/
0003      PHI=S/((1.-S)*D)
0004      RETURN
0005      END
    
```

NOUVELLES VALEURS DU CONTROLE

VALEURS DES CONTROLES

F1= 105.00000 WAT= 31.70000 LIQ= 539.59985 Q8= 1650.00000

IT= 99

NO-1	NO-2	NO-3	NO-4	NO-5	NO-6	NO-7	NO-8	NO-9
SOL 105.00000		304.41211	409.39526	405.48975			405.55176	100.88843
LIQ	31.70000					539.59985		
DEN		0.74876	0.75362				0.59948	
X1= 0.2990		X3= 0.1931	X4= 0.2202	X5= 0.3358			X8= 0.3331	X9= 0.7536

VOL= 41.42468 P= 21.49330 D50= 150.28854 WT= 12.36346 W= 12.55873
 WOF= 168.90332 PHI8= 0.53454 PHI4= 1.09244

IT= 198

NO-1	NO-2	NO-3	NO-4	NO-5	NO-6	NO-7	NO-8	NO-9
SOL 105.00000		303.86035	408.86694	409.45288			408.99902	105.14478
LIQ	31.70000					539.59985		
DEN		0.74817	0.75319				0.60260	
X1= 0.2990		X3= 0.2017	X4= 0.2267	X5= 0.3440			X8= 0.3437	X9= 0.7540

VOL= 40.98293 P= 21.53848 D50= 155.20671 WT= 12.44818 W= 12.41888
 WOF= 167.44849 PHI8= 0.54155 PHI4= 1.08991

IT= 297

NO-1	NO-2	NO-3	NO-4	NO-5	NO-6	NO-7	NO-8	NO-9
SOL 105.00000		303.62573	408.62598	408.67310			408.59790	104.97607
LIQ	31.70000					539.59985		
DEN		0.74805	0.75310				0.60224	
X1= 0.2990		X3= 0.2019	X4= 0.2268	X5= 0.3440			X8= 0.3440	X9= 0.7552

VOL= 41.27718 P= 21.53360 D50= 154.66444 WT= 12.39037 W= 12.38802
 WOF= 167.60669 PHI8= 0.54073 PHI4= 1.08939

ITER= 1 CRITERE= 79.25180

NOUVELLES VALEURS DU CONTROLE

VALEURS DES CONTRÔLES

F1= 115.50000 WAT= 31.70000 LIQ= 539.59985 Q8= 1650.00000

IT= 99

NO-1	NO-2	NO-3	NO-4	NO-5	NO-6	NO-7	NO-8	NO-9
SOL 115.50000		304.49609	420.03149	419.67798			414.02051	109.34888
LIQ	31.70000				539.59985			
DEN		0.74825	0.75794				0.60711	
X1= 0.2990		X3= 0.2078	X4= 0.2327	X5= 0.3562			X8= 0.3514	X9= 0.7485

VOL= 40.00169 P= 21.59785 D50= 161.88318 WT= 14.15185 W= 14.16952

WOF= 165.54688 PHI8= 0.55187 PHI4= 1.11826

IT= 198

NO-1	NO-2	NO-3	NO-4	NO-5	NO-6	NO-7	NO-8	NO-9
SOL 115.50000		302.32959	417.83618	418.86572			414.96826	112.67065
LIQ	31.70000				539.59985			
DEN		0.74682	0.75691				0.60795	
X1= 0.2990		X3= 0.2182	X4= 0.2405	X5= 0.3644			X8= 0.3645	X9= 0.7570

VOL= 43.78683 P= 21.61206 D50= 163.51859 WT= 13.82168 W= 13.77020

WOF= 165.09326 PHI8= 0.55383 PHI4= 1.11204

IT= 297

NO-1	NO-2	NO-3	NO-4	NO-5	NO-6	NO-7	NO-8	NO-9
SOL 115.50000		302.19849	417.69751	417.66089			414.20142	112.00586
LIQ	31.70000				539.59985			
DEN		0.74679	0.75689				0.60727	
X1= 0.2990		X3= 0.2173	X4= 0.2399	X5= 0.3634			X8= 0.3635	X9= 0.7580

VOL= 46.83510 P= 21.60225 D50= 162.38989 WT= 13.75869 W= 13.76051

WOF= 165.40576 PHI8= 0.55224 PHI4= 1.11191

ITER= 2 CRITERE= 84.86131

C*****
 C*****MODELE LINEARISE AUTOUR D'UN POINT DE REGIME*****
 C*****
 C****CE MODELE REPRODUIT SOUS FORME MATRICIELLE LES EQUATIONS (66) A (89)

C
 C*** LES MATRICES SONT CONSIDEREES SOUS FORME DE VECTEUR DANS TOUT LE PROGRAMME
 C AVEC LA CONVENTION SUIVANTE
 C** SI A(I,J) EST UNE MATRICE DE NL LIGNES ET NC COLONNES ALORS ON LA REPRESENTE
 C**** VA(N) VECTEUR AVEC N=(J-1)*NL+I
 C** CE QUI SIGNIFIE QUE CE VECTEUR EST CONSTITUE PAR LA SUCCESSION DES LIGNES
 C DE LA MATRICE A(I,J)

0001 REAL K1,K2,K3
 0002 REAL MO
 0003 DOUBLE PRECISION DVH(289),DET
 0004 DOUBLE PRECISION DABS
 0005 DIMENSION VHQC(12),VW(12)
 0006 DIMENSION VA(16),VB(16),VC(68),VD(289),VE(68),VFF(68),VI(289),VH(2
 189),L(17),M(17),VHE(68),VHF(68),VHEC(16),VHFC(16),VX(16),VU(16),VQ(51),
 I(51),VP(12),VHO(51),VL4(4),VL17(17),VL3(3)
 0007 DIMENSION RR(4),RI(4),IANA(4)
 0008 DIMENSION VI4(16),VHVX(16),XV(16),A3(4),XX(4),YY(17),UU(4),A2(4),B
 11(17),P2(17),WW(3),B3(17),A5(4),WR(3),TW(3,15)
 0009 DIMENSION ZX(68),ZU(68)
 0010 DATA CTE/4.77/
 0011 DATA AL/2.0/
 0012 DATA TAU,D,K1,K2,K3,RK,ROL,S,VF,A1,A,DVS,C,SEUIL/0.05,2.8,66.5,-93
 1.0,4.98,5.886,0.0042,3.625,6.,0.0023,0.59,81.7,5.43,74.0/
 0013 DATA X1,Y1,Y2,B/0.299,1.099,4.876,5.389/

C*** LECTURE DES VALEURS DES DIVERSES VARIABLES AU REGIME CHOISI
 C** NP- LES VARIABLES DONT LE NOM SE TERMINE PAR 'D' SONT LES VARIABLES
 C CONSIDEREES A LEUR VALEUR NOMINALE

0014 READ(5,1) X30,X40,X50,X80,X90
 0015 1 FORMAT(6F5.3)
 0016 READ(5,2) F10,F30,F40,F50,F80,F90
 0017 2 FORMAT(6F5.1)
 0018 READ(5,3) WAU,QL0,Q80
 0019 3 FORMAT(2F5.1,F6.1)
 0020 READ(5,4) S40,S80,PHI40,PHI80
 0021 4 FORMAT(2F5.3,2F5.3)
 0022 READ(5,5) MO,W0,VOL0,P0,D500,WOF0,HO,YD
 0023 5 FORMAT(2F4.1,2F5.2,F6.2,F5.1,2F5.3)

C*** REMISE A ZERO DE TOUTES LES MATRICES

0024 CALL RAZMAT(VA,16)
 0025 CALL RAZMAT(VB,16)
 0026 CALL RAZMAT(VC,68)
 0027 CALL RAZMAT(VD,289)
 0028 CALL RAZMAT(VE,68)
 0029 CALL RAZMAT(VFF,68)
 0030 CALL RAZMAT(VI,289)
 0031 CALL RAZMAT(VP,12)
 0032 CALL RAZMAT(VQ,51)

C*** CALCUL DES COMPOSANTES NON NULLES DE CHAQUE MATRICE AVEC LES EXPRESSIONS
 C DONNEES DANS LE RAPPORT

0033 VC(21)=(X40-X50)/W0
 0034 VA(5)=-F40*(X40-X50)/(W0**2)
 0035 VA(1)=-F40/W0-RK
 0036 VC(41)=F40/W0
 0037 VA(6)=-1/TAU

```

0038      VC(62)=1/TAU
0039      VA(11)=(F50/(60*D*RQL)-PHI80*((F50/(D*RQL*PHI40*60))+QLO))/VLO-(P
1PHI80+1)*((F50/(D*RQL*PHI40*60))+QLO))/VLO
0040      VP(03)=(PHI80+1)*(1/(D*RQL*60)-PHI80/(D*RQL*60*PHI40))/VLO
0041      VP(07)=(PHI80+1)*PHI80*F50/(VLO*D*60*RQL*(PHI40**2))
0042      VB(11)=- (PHI80+1)*PHI80/VLO
0043      VP(04)=1/(D*RQL*60)+1/(D*RQL*PHI40*60)
0044      VP(08)=-F50/(60*D*RQL*(PHI40**2))
0045      VB(12)=1.
0046      VR(16)=-1.
0047      VE(35)=D/((1+D*PHI80)**2)
0048      VD(2)=60*Q80*(D**2)*RQL/((S80+(1-S80)*D)**2)
0049      VFF(53)=F80/Q80
0050      VD(20)=F30*(X30-X80)/((F80-F30)**2)
0051      VD(190)=F80/(F80-F30)
0052      VD(71)=F80*(X80-X30)/((F80-F30)**2)
0053      VD(156)=-F30/(F80-F30)
0054      VFF(55)=2*P0/Q80
0055      VD(4)=(Q80**2)*0.25/(((K1*VF)**2)*((1-S80)**1.25))
0056      VD(22)=F30/F80
0057      VD(192)=F80*(Y0-Y1)*(1-H0)*D500/SEUIL-F80*(Y2-Y0)*(1-H0)/(CTE-SEUI
1L/D500)
0058      VD(277)=F80*X80*(1-H0)*D500/SEUIL-F80*(1-X80)*(1-H0)/(CTE-SEUIL/D5
U00)
0059      VD(209)=F80*X80*(Y0-Y1)*(1-H0)/SEUIL-F80*(1-X80)*(Y2-Y0)*(1-H0)*SE
1UIL/((CTE*D500-SEUIL)**2)
0060      VD(243)=-F80*X80*(Y0-Y1)*D500/SEUIL-F80*(1-X80)*(Y2-Y0)/(CTE-SEUIL
1/D500)+F80
0061      VFF(6)=1.
0062      VD(74)=1.
0063      VD(092)=1.
0064      VE(24)=-1/TAU
0065      VD(262)=1/TAU
0066      DEN2=(F30+F10+WAO+HO*F80/(D*PHI80))**2
0067      VD(76)=(WAO+HO*F80/(D*PHI80))/DEN2
0068      VFF(8)=(WAO+HO*F80/(D*PHI80))/DEN2
0069      VFF(25)=- (F30+F10)/DEN2
0070      VD(246)=- (F80/(D*PHI80)*(F30+F10))/DEN2
0071      VD(25)=- (HO*(F30+F10)/(D*PHI80))/DEN2
0072      VE(42)=(HO*F80/(D*(PHI80**2)))*(F30+F10)/DEN2
0073      VD(128)=1/(D*((1-S40)**2))
0074      VD(27)=X30/F80
0075      VD(197)=X30/X80
0076      VD(78)=-X30/F30
0077      VD(282)=F80*X80*(1-H0)*D500/(F30*SEUIL)
0078      VD(214)=F80*X80*(Y0-Y1)*(1-H0)/(F30*SEUIL)
0079      VD(248)=F80*X80*(-((Y0-Y1)*D500)/SEUIL-1)/F30
0080      VFF(11)=X1/F40
0081      VD(79)=X30/F40
0082      VD(164)=F30/F40
0083      VD(096)=-X40/F40
0084      VQ(46)=1.
0085      VD(64)=D500/10.7
0086      VD(234)=-D500/52
0087      VD(32)=WOF0*D*PHI80/(F80**2)
0088      VE(49)=-WOF0*D/F80
0089      VD(236)=-D*PHI80/F80
0090      VD(101)=A1*A*(F40**(A-1))*DVS*(PHI40**C)

```

```

0091      VD(152)=AL*C*(F40**A)*DVS*(PHI40**(C-1))
0092      VD(221)=(1/AL)*((1+1/B)*(-AL*SEUIL*EXP(AL*SEUIL/D500)/((B+EXP(AL*SEUIL
1EUIL/D500))*(D500**2)))+AL*SEUIL/(B*(D500**2)))
0093      VD(31)=1./((D*PHI80)
0094      VE(48)=-1.1*F80/((D*(PHI80**2))
0095      WRITE(6,200)
0096      200  FORMAT(20X,'MATRICE A ')
0097      CALL ECRIT(VA,4,4,VL4)
0098      WRITE(6,102)
0099      102  FORMAT(20X,'MATRICE B ')
0100      CALL ECRIT(VB,4,4,VL4)
0101      WRITE(6,103)
0102      103  FORMAT(20X,'MATRICE C ')
0103      CALL ECRIT(VC,4,17,VL17)
0104      WRITE(6,119)
0105      119  FORMAT(20X,'MATRICE P ')
0106      CALL ECRIT(VP,4,3,VL3)
0107      WRITE(6,104)
0108      104  FORMAT(20X,'MATRICE D ')
0109      CALL ECRIT(VD,17,17,VL17)
0110      WRITE(6,105)
0111      105  FORMAT(20X,'MATRICE E ')
0112      CALL ECRIT(VE,17,4,VL4)
0113      WRITE(6,106)
0114      106  FORMAT(20X,'MATRICE F ')
0115      CALL ECRIT(VFF,17,4,VL4)
0116      WRITE(6,118)
0117      118  FORMAT(20X,'MATRICE Q ')
0118      CALL ECRIT(VQ,17,3,VL3)
0119      CALL UNITM(VI,17)
0120      DO 10 J=1,289
0121      10   VH(J)=VI(J)-VD(J)
0122      WRITE(6,107)
0123      107  FORMAT(20X,'MATRICE H=(I-D) ')
0124      CALL ECRIT(VH,17,17,VL17)
C** CETTE PARTIE FAIT APPEL A 4 SOUS-PROGRAMMES DU SYSTEME IBM 360
C-----MINV-INVERSION D'UNE MATRICE
C-----MPRD-PRODUIT DE 2 MATRICES
C-----HSHG-REND UNE MATRICE QUELCONQUE PRESQUE TRIANGULAIRE
C-----ATFIG-RECHERCHE LES VALEURS PROPRES D'UNE MATRICE PRESQUE TRIANGULAIRE
0125      DO 1000 I=1,289
0126      1000 DVH(I)=VH(I)
0127      CALL DMINV(DVH,17,DET,L,M)
0128      DO 1001 I=1,289
0129      1001 VH(I)=DVH(I)
0130      WRITE(6,108)
0131      108  FORMAT(20X,' MATRICE H INVERSEE ')
0132      CALL ECRIT(VH,17,17,VL17)
0133      WRITE(6,1002) DET
0134      1002 FORMAT(10X,'DET= ',F12.5)
0135      CALL MPRD(VH,VE,VHE,17,17,0,0,4)
0136      WRITE(6,109)
0137      109  FORMAT(20X,'MATRICE PRODUIT HE=H*E=MATRICE EE ')
0138      CALL ECRIT(VHE,17,4,VL4)
0139      CALL MPRD(VH,VFF,VHF,17,17,0,0,4)
0140      WRITE(6,110)
0141      110  FORMAT(20X,'MATRICE PRODUIT HF=H*F=MATRICE FF ')
0142      CALL ECRIT(VHF,17,4,VL4)

```

```

0143      CALL MPRD(VH,VQ,VHQ,17,17,0,0,3)
0144      WRITE(6,120)
0145      120  FORMAT(20X,'MATRICE PRODUIT HQ=H*Q=MATRICE GG')
0146      CALL ECRIT(VHQ,17,3,VL3)
-----
0147      CALL MPRD(VC,VHE,VHEC,4,17,0,0,4)
0148      WRITE(6,111)
0149      111  FORMAT(20X,'MATRICE PRODUIT HEC=C*H*E')
0150      CALL ECRIT(VHEC,4,4,VL4)
0151      CALL MPRD(VC,VHF,VHFC,4,17,0,0,4)
0152      WRITE(6,112)
-----
0153      112  FORMAT(20X,'MATRICE PRODUIT HFC=C*H*F')
0154      CALL ECRIT(VHFC,4,4,VL4)
0155      CALL MPRD(VC,VHQ,VHQC,4,17,0,0,3)
0156      CALL ECRIT(VHQC,4,3,VL3)
0157      WRITE(6,113)
0158      113  FORMAT(10X,'LE SYSTEME EST SOUS LA FORME',/20X,'X.=AA*X+BB*U+CC*W'
1)
0159      DO 11 J=1,16
0160      VX(J)=VA(J)+VHEC(J)
0161      VW(J)=VP(J)+VHQC(J)
0162      11   VU(J)=VB(J)+VHFC(J)
0163      WRITE(6,114)
-----
0164      114  FORMAT(20X,'MATRICE AA ')
0165      CALL ECRIT(VX,4,4,VL4)
0166      WRITE(6,115)
0167      115  FORMAT(20X,'MATRICE BB')
0168      CALL ECRIT(VU,4,4,VL4)
0169      WRITE(6,121)
-----
0170      121  FORMAT(20X,'MATRICE CC')
0171      CALL ECRIT(VW,4,3,VL3)
0172      CALL HSRG(4,VX,4)
0173      WRITE(6,116)
0174      116  FORMAT(10X,'MATRICE AA RENDUE PRESQUE TRIANGULAIRE')
0175      CALL ECRIT(VX,4,4,VL4)
-----
C CALCUL DES VALEURS PROPRES DU SYSTEME
0176      CALL ATEIG(4,VX,RR,RI,IANA,4)
0177      WRITE(6,117)
0178      117  FORMAT(10X,'VALEURS PROPRES DE LA MATRICE AA',/20X,'RR=PARTIE REELLE',/,20
1LE',/,20X,'RI=PARTIE IMAGINAIRE')
0179      DO 12 J=1,4
0180      WRITE(6,13) RR(J),RI(J)
0181      13   FORMAT(10X,'RR(J)=',F10.5,10X,'RI(J)=',F10.5)
0182      12   CONTINUE
C DEBUT DU TEST DE VALIDITE DU MODELE
C REMISE A ZERO DES VARIABLES DU SYSTEME
C LES VECTEURS UU,XX,YY,WWW CORRESPONDENT A CEUX DES EQUATIONS (94) ET (95)
C
0183      CALL RAZMAT(UU,4)
0184      CALL RAZMAT(XX,4)
0185      CALL RAZMAT(YY,20)
0186      CALL RAZMAT(WW,3)
C TEST DU MODELE LINEAISE POUR UNE VARIATION DU CONTROLE (PREMIER) DE 10%
0187      UU(1)=10.5
0188      H=0.002
0189      CALL TEST(VX,VU,VHE,VHF,XX,YY,UU,H,WW,VW,VHQ)
0190      STOP
0191      END

```

```

0001      SUBROUTINE TEST(VX,VU,ZX,ZU,XX,YY,UU,H,WW,VW,VHQ)
          C      CE SOUS-PROGRAMME SIMULE LE SYSTEME DEFINI PAR
          C      (XX)=AA*XX+RP*UU+CC*WW
          C      YY=EE*XX+FF*UU+GG*WW
0002      DIMENSION VHQC(12),VW(12)
0003      DIMENSION VA(16),VR(16),VC(68),VD(289),VE(68),VFF(68),VI(289),VH(2
189),L(17),M(17),VHE(68),VHF(68),VHEC(16),VHFC(16),VX(16),VU(16),VQ(
1(51),VP(12),VHQ(51),VL4(4),VL17(17),VL3(3)
0004      DIMENSION VI4(16),VHVX(16),XV(16),A3(4),XX(4),YY(17),UU(4),A2(4),B
11(17),B2(17),WW(3),B3(17),A5(4),WR(3),TW(3,15)
0005      DIMENSION ZX(68),ZU(68)
          C      ON RESOUD PAR LA METHODE D' EULER
          C
          C      CALCUL DE AA+H*I (I MATRICE UNITAIRE)
0006      CALL RAZMAT(VI4,16)
0007      CALL UNITM(VI4,4)
0008      DO 1 J=1,16
0009      1   VHVX(J)=H*VX(J)
0010      DO 2 J=1,16
0011      2   XV(J)=VI4(J)+VHVX(J)
          C      DEBUT DU BOUCLAGE D' INTEGRATION
0012      IT=1
0013      N=1
0014      10  N=N+1
          C      CALCUL DE LA VARIABLE D' ETAT XX A L' INSTANT IT
0015      CALL MPRD(XV,XX,A3,4,4,0,0,1)
0016      CALL MPRD(VU,UU,A2,4,4,0,0,1)
0017      CALL MPRD(VW,WW,A5,4,3,0,0,1)
0018      DO 3 J=1,4
0019      3   XX(J)=A3(J)+(A2(J)+A5(J))*H
          C      CALCUL DE LA VARIABLE DE SORTIE A L' INSTANT IT
0020      CALL MPRD(ZX,XX,B1,17,4,0,0,1)
0021      CALL MPRD(ZU,UU,B2,17,4,0,0,1)
0022      CALL MPRD(VHQ,WW,B3,17,3,0,0,1)
0023      DO 4 J=1,17
0024      4   YY(J)=B1(J)+B2(J)+B3(J)
          C      DEFINITION DES VARIABLES WR DEVANT ETRE RETARDEES
0025      WR(1)=YY(7)
0026      WR(2)=YY(9)
0027      WR(3)=XX(1)
0028      CALL DELAI(WR,WW,H,IT,15)
0029      IF(N.EQ.100) GO TO 5
          C      ECRITURE DES RESULTATS TOUTES LES 100 ITERATIONS
0030      WRITE(6,200)
0031      200  FORMAT(120(1H*))
0032      WRITE(6,12) IT
0033      12  FORMAT(10X,'SOLUTIONS DES EQUATIONS LINEARISEES',/,10X,'IT= ',I3)
0034      WRITE(6,6) (XX(J),J=1,4)
0035      6   FORMAT(10X,'VECTEUR DIETAT',/,10X,'X(J)=',4(10X,F10.5))
0036      WRITE(6,7) (UU(J),J=1,4)
0037      7   FORMAT(10X,'VECTEUR DE CONTROLE',/,10X,'U(J)=',4(10X,F10.5))
0038      WRITE(6,8) (YY(J),J=1,17)
0039      8   FORMAT(10X,'VECTEUR DE SORTIE',/,10X,'Y(J)=',/,5(10X,F10.5))
0040      WRITE(6,20) (WW(J),J=1,3)
0041      20  FORMAT(10X,'VARIABLES RETARDEES',/,10X,'W(J)=',3(10X,F10.5))
0042      N=1
0043      5   IF(IT.EQ.325) GO TO 9
0044      IT=IT+1

```

```

0045          GO TO 10
          C    FIN DE L' INTEGRATION - REGIME PERMANENT ATTEINT
0046          9    RETURN
0047          END

```

FORTRAN IV G LEVEL 21

DELAI

DATE = 74169

14/50/50

PAGE 0001

```

0001          SUBROUTINE DELAI(WR,WW,H,IT,KB)
          C    CE SOUS-PROGRAMME RETARDE LES VARIABLES WR (QUI DEVIENNENT WW) DE KB ITERA
          C                                          TIONS
0002          DIMENSION WR(3),WW(3),TW(3,15)
0003          IF(IT.GT.KB) GO TO 1
          C    REMISE A ZERO DES VARIABLES SI IT INFERIEUR A KB
0004          DO 2 J=1,3
0005             WW(J)=0.
          C    MISE EN MEMOIRE DE WR(J)
0006          2  TW(J,IT)=WR(J)
0007          GO TO 4
          C    CALCUL DU POINTEUR I DANS LA MEMOIRE TW(J,I)
0008          1  N=IT/KB
0009             I=IT-N*KB
0010             IF(I.EQ.0) I=KB
0011             DO 5 J=1,3
          C    LECTURE DES VARIABLES RETARDEES WW DANS LA MEMOIRE
0012             WW(J)=TW(J,I)
          C    ECRITURE DES VARIABLES A RETARDER WR DANS LA MEMOIRE
0013          5  TW(J,I)=WR(J)
0014          4  RETURN
0015          END

```

FORTRAN IV G LEVEL 21

UNITM

DATE = 74169

14/50/50

PAGE 0001

```

0001          SUBROUTINE UNITM(V,N)
          C** FORMATION D'UNE MATRICE UNITE DE N LIGNES ET N COLONNES
0002          DIMENSION V(1)
0003          NM=N**2
0004          J=1
0005          2  V(J)=1.
0006             IF(J.EQ.NM) GO TO 1
0007             J=J+N+1
0008             GO TO 2
0009          1  RETURN
0010          END

```

```

0001      SUBROUTINE ECRIT(V,NL,NC,VL)
      C** ECRITURE D'UNE MATRICE DE NL LIGNES ET NC COLONNES
      C** REMARQUE-LES ELEMENTS DES 10 PREMIERES COLONNES D'UNE MEME LIGNE SONT
      C      ECRITS SUR UNE LIGNE
      C      S'IL Y A PLUS DE 10 COLONNES LA SUITE DE LA LIGNE EST ECRITE
      C      A LA LIGNE SUIVANTE SUR LE PAPIER
0002      DIMENSION V(1),VL(1)
0003      WRITE(6,10)
0004      10  FORMAT(120(1H*))
0005      I=NL
0006      11  J=NL-I+1
0007      L=1
0008      2   VL(L)=V(J)
0009      IF(L.EQ.NC) GO TO 8
0010      J=J+NL
0011      L=L+1
0012      GO TO 2
0013      8   IF(NC-5) 5,5,1
0014      1   WRITE(6,3) (VL(L),L=1,NC)
0015      3   FORMAT(1X,10(F10.5,1X))
0016      GO TO 7
0017      5   WRITE(6,6) (VL(L),L=1,NC)
0018      6   FORMAT(1X,5(F12.5,5X))
0019      7   IF(I.EQ.1) GO TO 4
0020      I=I-1
0021      GO TO 11
0022      4   RETURN
0023      END
    
```

```

0001      SUBROUTINE RAZMAT(V,NM)
      C** REMISE A ZERO D'UNE MATRICE DE NM ELEMENTS
0002      DIMENSION V(1)
0003      DO 1 J=1,NM
0004      1   V(J)=0.
0005      RETURN
0006      END
    
```

MATRICE A

-39.63599	0.32906	0.0	0.0
0.0	-20.00000	0.0	0.0
0.0	0.0	-41.02715	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0

MATRICE B

0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	-0.02053	0.0
0.0	0.0	1.00000	-1.00000

MATRICE C

0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.00975	0.0	0.0	0.0	0.0
33.75000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	20.00000	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

MATRICE P

0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0
0.02749	10.06573	0.0
2.72707	-490.27832	0.0

MATRICE D

0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1101.90430	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	-0.00405	0.0	0.0	0.00547	0.0	0.0	0.0	0.0	-2.85714
0.0	3.85714	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
13.43962	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.74074	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	-195.19115	-0.05849	0.0	155.09708	0.0	129.86786	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	1.00000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00000	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	20.00000	0.0	0.0	0.0
0.0	-0.00035	0.0	0.0	0.00046	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	-0.37666	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	5.80682	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.00044	0.0	0.0	-0.00059	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.54434	0.00017	0.0	-0.48327	0.0	0.56458	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.00044	-0.00052	0.0	0.0	0.0	0.74074
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	14.24299	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	-2.93077	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.73431	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.00153	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	-0.00370	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

	MA	E H	D)							
1.00000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	1.00000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.00405	1.00000	0.0	-0.00547	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	2.85714
0.0	-3.85714	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-13.43962	0.0	0.0	1.00000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	-0.74074	0.0	0.0	1.00000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	195.19115	0.05849	0.0	-155.09708	0.0	-129.86786	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	-1.00000	1.00000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-1.00000	1.00000	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-20.00000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.00035	0.0	0.0	-0.00046	0.0	0.0	1.00000	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.37666	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-5.80682	1.00000	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	-0.00044	0.0	0.0	0.00059	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00000
0.0	-0.54434	-0.00017	0.0	0.48327	0.0	-0.56458	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	-0.00044	0.00052	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.74074
1.00000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	1.00000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	-14.24299	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	1.00000	2.93077	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	-0.73431	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	1.00000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	-0.00153	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.00370	1.00000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.01451	0.0	0.0	-49.97743	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.00065	0.0	0.0	0.0	1.00000	0.0	0.0	0.0	0.0

MATRICE H INVERSEE

1.00000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1101.90430	1.00000	0.0	0.00000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.00000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-2.24352	-0.00196	1.00000	-0.00658	0.00717	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-2.85714
0.0	0.90261	-0.00046	-0.00787	2.49261	0.0	-0.68210	0.0	0.0	0.0	0.0
13.43961	-0.00000	0.0	1.00000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.00000	-0.00000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.00000
925.78662	0.86502	-0.00000	-2.03739	1.00000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.00000
0.0	-195.19115	-0.14305	-0.15444	155.09708	0.0	129.86786	0.0	0.0	0.0	0.00000
925.78662	0.86502	-0.00000	-2.03739	1.00000	1.00000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.00000
0.0	-195.19115	-0.14305	-0.15444	155.09708	0.0	129.86786	0.0	0.0	0.0	0.00000
4271.29297	3.97491	0.00000	-8.08632	3.96896	1.29015	1.00000	5804.19922	999.54858	-0.00000	-0.00000
0.0	-774.70557	-0.56774	7.47338	*****	20.00000	515.44019	0.0	0.0	0.0	0.00000
0.53011	0.00049	0.00000	-0.00094	0.00046	0.0	-0.00000	1.00000	0.0	0.0	-0.00000
0.0	-0.09009	-0.00007	0.00132	-0.30508	0.0	0.05994	0.0	0.0	0.0	0.00000
3.07827	0.00286	0.00000	-0.00546	0.00268	-0.00000	-0.00000	5.80682	1.00000	-0.00000	-0.00000
0.0	-0.52312	-0.00038	0.00768	-1.77155	-0.00000	0.34805	0.0	0.0	0.0	0.00000
0.99512	0.00092	0.00000	-0.00160	-0.00059	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00000
0.0	0.66016	-0.00011	0.00246	-0.57529	0.0	0.48753	0.0	0.0	0.0	0.00000
0.66398	0.00062	0.00000	-0.00102	-0.00052	-0.00052	0.0	0.0	0.0	0.0	0.74074
1.00000	0.50443	-0.00007	0.00183	-0.43840	0.0	0.35087	0.0	0.0	0.0	0.00000
0.00000	0.00000	0.0	0.00000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

0	1	00	,000	-0	00	.0	1.00			
*****	-2.15210	0.0	14.24299	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	1.00000	-2.33077	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
809.14185	0.73431	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.00000	1.00000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-1.30418	-0.00118	-0.00000	0.0	-0.00000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.00000
0.0	0.0	0.0	-0.00370	1.00000	0.0	0.00000				
167.27531	0.15549	0.00000	-0.30245	0.14845	0.01451	-0.00000	290.20996	49.97742	-0.00000	
0.0	-28.97572	-0.02123	0.38139	-86.28745	1.00000	19.27861				
1.41936	0.00140	0.0	-0.00927	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	-0.00065	0.00191	0.0	0.0	1.00000				
DET=	1.00000									

MATRICE PRODUIT HE=H*E=MATRICE EE

0.0	0.0	0.44872	0.0
0.0	0.0	494.44409	0.0
0.0	0.0	0.47382	0.0
0.0	0.0	6.03059	0.0
0.0	0.0	321.33643	0.0
0.0	0.0	321.33643	0.0
0.0	-20.00000	1133.14697	0.0
0.0	0.00000	0.12380	0.0
0.0	0.00000	0.71890	0.0
0.0	0.0	-0.25189	0.0
0.0	0.0	-0.71197	0.0
0.0	0.0	0.00000	0.0
0.0	0.0	650.95972	0.0
0.0	0.0	-192.80493	0.0
0.0	0.0	0.31077	0.0
0.0	0.00000	40.59048	0.0
0.0	0.0	-0.42383	0.0

MATRICE PRODUIT HF=H*F=MATRICE FF

0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.24545
0.0	0.0	0.0	-0.00065
0.0	0.0	0.0	0.02607
0.0	0.0	0.0	0.15920
1.00000	0.0	0.0	0.15920
3.96896	-8.08633	0.0	0.76483
0.00046	-0.00139	0.0	0.00010
0.00268	-0.00809	0.0	0.00056
0.0	0.0	0.0	0.00018
0.00022	0.0	0.0	0.00012
0.0	0.0	0.0	0.00000
0.0	0.0	0.0	-0.15689
0.0	0.0	0.0	0.18024
0.0	0.0	0.0	-0.00029
0.14845	-0.40432	0.0	0.03028
0.0	0.0	0.0	0.00010

MATRICE PRODUIT HQ=H*Q=MATRICE GG

0.0	0.0	0.0	
0.0	0.0	0.0	
0.0	0.0	0.90261	
0.0	0.0	0.0	
0.0	0.0	-195.19115	
0.0	0.0	-195.19115	
0.0	0.0	-774.70557	
0.0	0.0	-0.09009	
0.0	0.0	-0.52312	

```

0.0 0.0 0.66014
0.0 0.0 0.50000
0.0 0.0 1.00000
0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 -28.97572
0.0 0.0 0.0

```

MATRICE PRODUIT HEC=C#H#E

```

*****
0.0 0.0 -10.28711 0.0
0.0 0.00000 811.80957 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0

```

MATRICE PRODUIT HFC=C#H#F

```

*****
-0.00233 0.0 0.0 0.00264
2.96896 -8.08633 0.0 0.60562
0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0
*****
0.0 0.0 18.92751
0.0 0.0 -579.51440
0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0

```

LE SYSTEME EST SOUS LA FORME

$X = AA * X + BB * U + CC * W$

MATRICE AA

```

*****
-39.63599 0.32906 -10.28711 0.0
0.0 -20.00000 811.80957 0.0
0.0 0.0 -41.02715 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0

```

MATRICE BB

```

*****
-0.00233 0.0 0.0 0.00264
2.96896 -8.08633 0.0 0.60562
0.0 0.0 -0.02053 0.0
0.0 0.0 1.00000 -1.00000

```

MATRICE CC

```

*****
0.0 0.0 18.92751
0.0 0.0 -579.51440
0.02749 10.06573 0.0
2.72707 -490.27832 0.0

```

MATRICE AA RENDUE PRESQUE TRIANGULAIRE

```

*****
-39.63599 0.32906 -10.28711 0.0
0.0 -20.00000 811.80957 0.0
0.0 0.0 -41.02715 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0

```

VALEURS PROPRES DE LA MATRICE AA

RR=PARTIE REELLE

RI=PARTIE IMAGINAIRE

```

RR(J)= -20.00000 RI(J)= 0.0
RR(J)= -39.63599 RI(J)= 0.0
RR(J)= 0.0 RI(J)= 0.0
RR(J)= -41.02715 RI(J)= 0.0

```

SOLUTIONS DES EQUATIONS LINEARISEES

IT= 99

TEU "ETA"
 X(J)= 0.01239 13.65273 0.02634 0.16652 6.00536
 VECTEUR DE CONTROLE
 U(J)= 10.50000 0.0 0.0 0.0
 VECTEUR DE SORTIE
 Y(J)=

0.01239 13.65273 0.02634 0.16652 6.00536
 16.50534 13.02197 0.00694 0.04031 0.00274
 0.00386 0.01469 17.97447 -5.32378 0.00858
 2.25383 -0.01170

VARIABLES RETARDEES
 W(J)= 19.13249 0.04485 0.01489

 SOLUTIONS DES EQUATIONS LINEARISEES

IT= 198
 VECTEUR DIETAT
 X(J)= 0.01883 1.42642 0.00990 11.89916
 VECTEUR DE CONTROLE

U(J)= 10.50000 0.0 0.0 0.0
 VECTEUR DE SORTIE

Y(J)=
 0.00444 4.89253 0.02255 0.05967 -0.68285
 9.81715 9.02812 0.00429 0.02490 0.01057
 0.01019 0.01979 6.44125 -1.90781 0.00308
 1.38697 -0.00419

VARIABLES RETARDEES
 W(J)= 6.94081 0.02420 0.01973

 SOLUTIONS DES EQUATIONS LINEARISEES

IT= 297
 VECTEUR DIETAT
 X(J)= 0.01699 1.71988 0.01718 15.73366
 VECTEUR DE CONTROLE

U(J)= 10.50000 0.0 0.0 0.0
 VECTEUR DE SORTIE

Y(J)=
 0.00771 8.49214 0.02326 0.10358 2.24871
 12.74871 13.75885 0.00546 0.03172 0.00673
 0.00712 0.01675 11.18032 -3.31145 0.00534
 1.77038 -0.00728

VARIABLES RETARDEES
 W(J)= 14.24344 0.03153 0.01677