



Anais do 54º Congresso Brasileiro do Concreto  
CBC2012  
Outubro / 2012



@ 2012 - IBRACON - ISSN 2175-8182

## **Estudo paramétrico do comportamento de faixas de lajes contínuas de BA reforçadas à flexão segundo à técnica NSM**

*Parametric study on the behavior of continuous RC slab strips flexurally strengthened by the NSM technique*

Gláucia Dalfré (1), Joaquim Barros (2), Matteo Breveglieri (3) e Alessandra Aprile (4)

(1) MSc; Doutoranda em Engenharia de Estruturas, ISISE - Universidade do Minho; Professora Visitante - UNILA

(2) Professor Catedrático, ISISE - Universidade do Minho

(3) MSc; Doutorando - Universidade de Ferrara

(4) Professora - Universidade de Ferrara

ISISE - Departamento de Engenharia Civil - Universidade do Minho, Campus de Azurém, 4800-058 Guimarães Portugal

Universidade Federal da Integração Latino-Americana (UNILA), Av. Tancredo Neves, 6731 Foz do Iguaçu Brasil

Departamento de Engenharia Civil - Universidade de Ferrara, Via Saragat, 1 - 44122 Ferrara Itália

### **Resumo**

Os programas experimentais para o reforço à flexão de estruturas de betão armado (BA) segundo a técnica NSM (Near Surface Mounted, em língua inglesa) com laminados de CFRP (Carbon Fiber Reinforced Polymer, em língua inglesa) são, em geral, realizados com vigas simplesmente apoiadas. Deste modo, há uma carência de estudos experimentais e teóricos sobre a capacidade de redistribuição de momentos em elementos estruturais estaticamente indeterminados e reforçados segundo a técnica NSM. Este trabalho explora a influência da quantidade de CFRP no incremento da capacidade de carga, ductilidade e redistribuição de momentos em faixas de lajes contínuas de BA. Deste modo, faixas de laje de dois tramos foram reforçadas nas regiões de momentos negativos e positivos e posteriormente ensaiadas. Para avaliação do desempenho de modelo numérico, os resultados experimentais são comparados com os valores previstos pela análise efetuada com um programa de cálculo automático baseado no método dos elementos finitos (MEF). Por fim, um estudo paramétrico foi realizado para investigar a influência da configuração de reforço e da percentagem de CFRP no incremento da capacidade de carga e da redistribuição de momentos em faixas de lajes reforçadas segundo à técnica NSM.

*Palavra-Chave: Lajes Contínuas de BA, Reforço à flexão, MEF, NSM, Redistribuição de momentos*

### **Abstract**

The experimental programs for the flexural strengthening of reinforced concrete (RC) structures using the Near Surface Mounted (NSM) technique with Carbon Fiber Reinforced Polymer (CFRP) laminates were, in general, conducted with simply supported beams. Therefore, there is a lack of experimental and theoretical studies on the moment redistribution of statically indeterminate RC elements strengthened with NSM technique. This work explores the influence of the amount of CFRP in terms of load carrying capacity, ductility and moment redistribution capacity of continuous RC slab strips. In this way, two span slab strips strengthened in the hogging and sagging regions were tested. Furthermore, for assessing the predictive performance of a FEM-based computer program, the experimental results are compared with values predicted by this software. Finally, a parametric study is carried out to investigate the influence of the strengthening arrangement and CFRP percentage in terms of load carrying capacity and moment redistribution capacity of continuous RC slab strips flexurally strengthened by the NSM technique.

*Keywords: Continuous RC slabs, Flexural strengthening, FEM, NSM, Moment Redistribution*

## 1 Introdução

A investigação experimental da ductilidade e redistribuição de momentos em elementos contínuos reforçados com FRP (Fiber Reinforced Polymer, em língua inglesa) ainda é escassa. Assim, com os programas experimentais recentemente efetuados [BONALDO (2008), DALFRÉ e BARROS (2010)], pretendeu-se dar um contributo para o conhecimento do comportamento de faixas de lajes contínuas de betão armado (BA) reforçadas com laminados e CFRP (Carbon Fiber Reinforced Polymer, em língua inglesa) aplicados segundo a técnica “Near Surface Mounted” (NSM). Por intermédio dos resultados experimentais obtidos, um programa de computador baseado no método dos elementos finitos (MEF) foi utilizado para prever o comportamento deste tipo de estruturas até ao seu colapso (DALFRÉ e BARROS, 2010). Uma vez validado, realizou-se um estudo paramétrico para avaliar a influência de alguns parâmetros que condicionam o incremento da capacidade de carga e de redistribuição de momentos, tais como a classe de resistência do betão, a configuração de reforço e a percentagem de CFRP. Os resultados mais significativos obtidos na investigação efetuada são apresentados no presente trabalho.

## 2 Programa Experimental

De forma a avaliar a influência da técnica de reforço NSM na redistribuição de momentos em elementos contínuos de BA, um programa experimental composto por dezassete faixas de laje com dois vãos e dimensões de 120x375x5875 mm<sup>3</sup> foi realizado (Figura 1a). Seis faixas de lajes foram ensaiadas sem qualquer tipo de reforço compósito (SL15-H/HS, SL30-H/HS e SL45-H/HS), e onze faixas de laje (SL15s25-H/HS, SL15s50-H, SL30s25-H/HS, SL30s50-H/HS, SL45s25-H/HS e SL45s50-H/HS) foram reforçadas com laminados de CFRP inseridos no betão de recobrimento segundo a técnica NSM. A notação adotada na identificação de cada laje é SLx<sub>sy</sub>-z, onde “x” é a percentagem prevista de redistribuição de momento (15%, 30% ou 45%), “y” é o incremento do momento negativo (25% ou 50%) e “z=H” ou “z=HS” indicam que a laje foi reforçada na região de momentos negativos (H; hogging, em língua inglesa) ou em ambas as regiões de momentos negativos/positivos (H e S; hogging e sagging, em língua inglesa), respetivamente. Devido à limitação de espaço, somente os resultados referentes as séries SL15H/HS serão apresentados. Detalhes das secções transversais das faixas de lajes são apresentadas na Figura 1, enquanto as Figuras 2 e 3 apresentam o posicionamento de LVDTs, a geometria, armadura longitudinal e detalhes do sistema de reforço das faixas de laje. Mais detalhes podem ser encontrados noutras publicações [BONALDO (2008); DALFRÉ e BARROS (2010)].

## 3 Simulação do comportamento de lajes contínuas reforçadas à flexão com laminados de carbono aplicados segundo à técnica NSM

Com o objetivo de calibrar e validar os modelos numéricos, procedeu-se à realização de simulações numéricas dos ensaios experimentais das faixas de laje previamente apresentadas. A simulação do comportamento das faixas de lajes ensaiadas foi realizada com o auxílio do programa “Femix”, baseado no método dos elementos finitos (MEF). Este programa inclui modelos constitutivos capazes de simular o início e propagação da fissuração do betão, o comportamento não-linear de compressão do betão, o comportamento elasto-plástico do aço e do comportamento elástico-linear dos laminados

de CFRP. De acordo com o modelo numérico escolhido, a laje de betão foi considerada como uma casca plana formulada sob a teoria de Reissner Mindlin (BARROS et al., 2007). Para a simulação do dano induzido pela fendilhação e pelo comportamento não-linear do betão, o elemento de casca foi discretizado em 20 camadas, as quais foram consideradas em estado plano de tensão. Apenas se modelou metade da geometria nos modelos, procurando tirar partido das simetrias existentes. A descrição detalhada deste modelo pode ser encontrada em BARROS et al. (2008), onde se apresentam as condições de apoio e a malha utilizadas. Na Figura 4(a) apresenta-se a relação entre o deslocamento vertical a meio vão e a força aplicada obtida quer experimentalmente quer numericamente. Observa-se que a resposta numérica é próxima da experimental. O bom desempenho do modelo também é visível quando se comparam as tensões da armadura longitudinal de aço, como mostra a Figura 4(b). Mais detalhes podem ser encontrados noutras publicações [BONALDO (2008); DALFRÉ e BARROS (2010)].

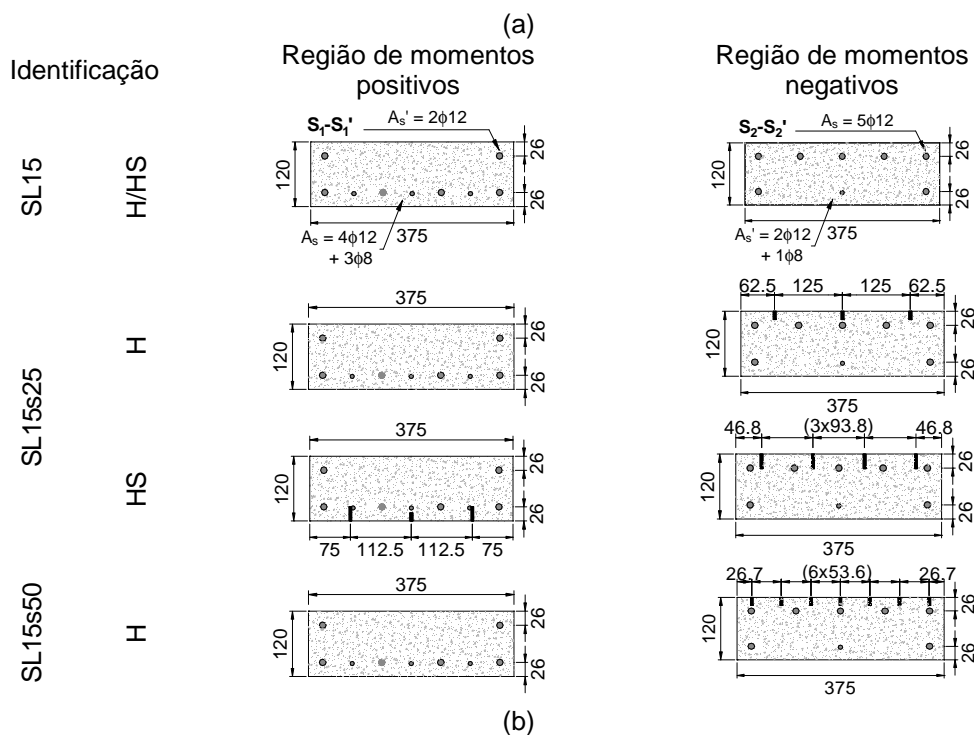
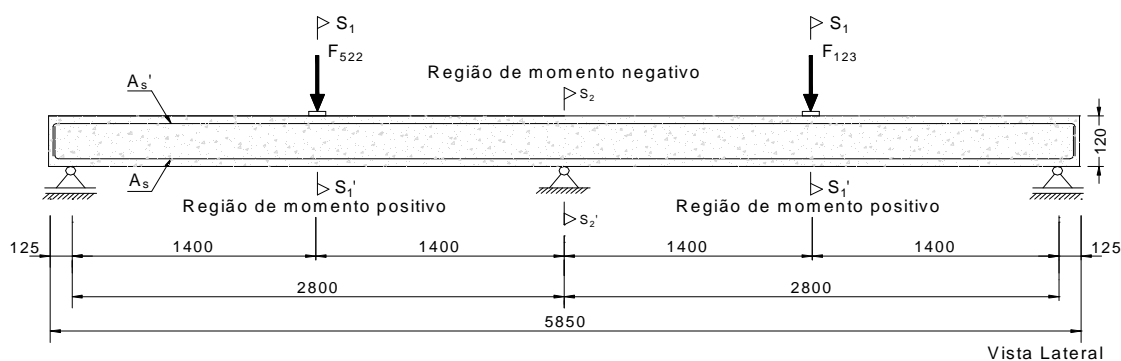


Figura 1 – (a) Características dos provetes ensaiados ( $A_s'$ - armadura de flexão alojada junto à face superior;  $A_s$  – armadura de flexão alojada junto à face inferior da laje e (b) Detalhes das séries SL15-H/HS (dimensões em mm).

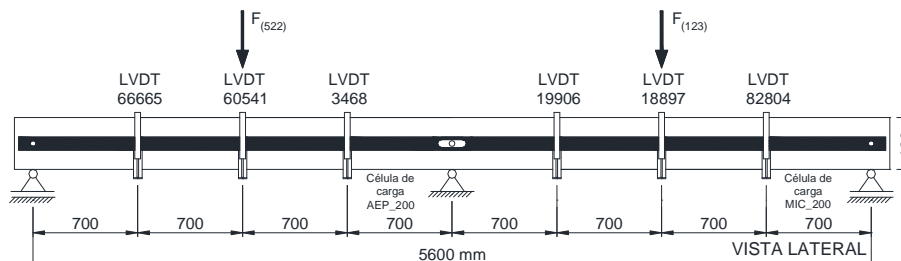


Figura 2 – Posicionamento de transdutores de deslocamento (LVDTs, dimensões em mm).

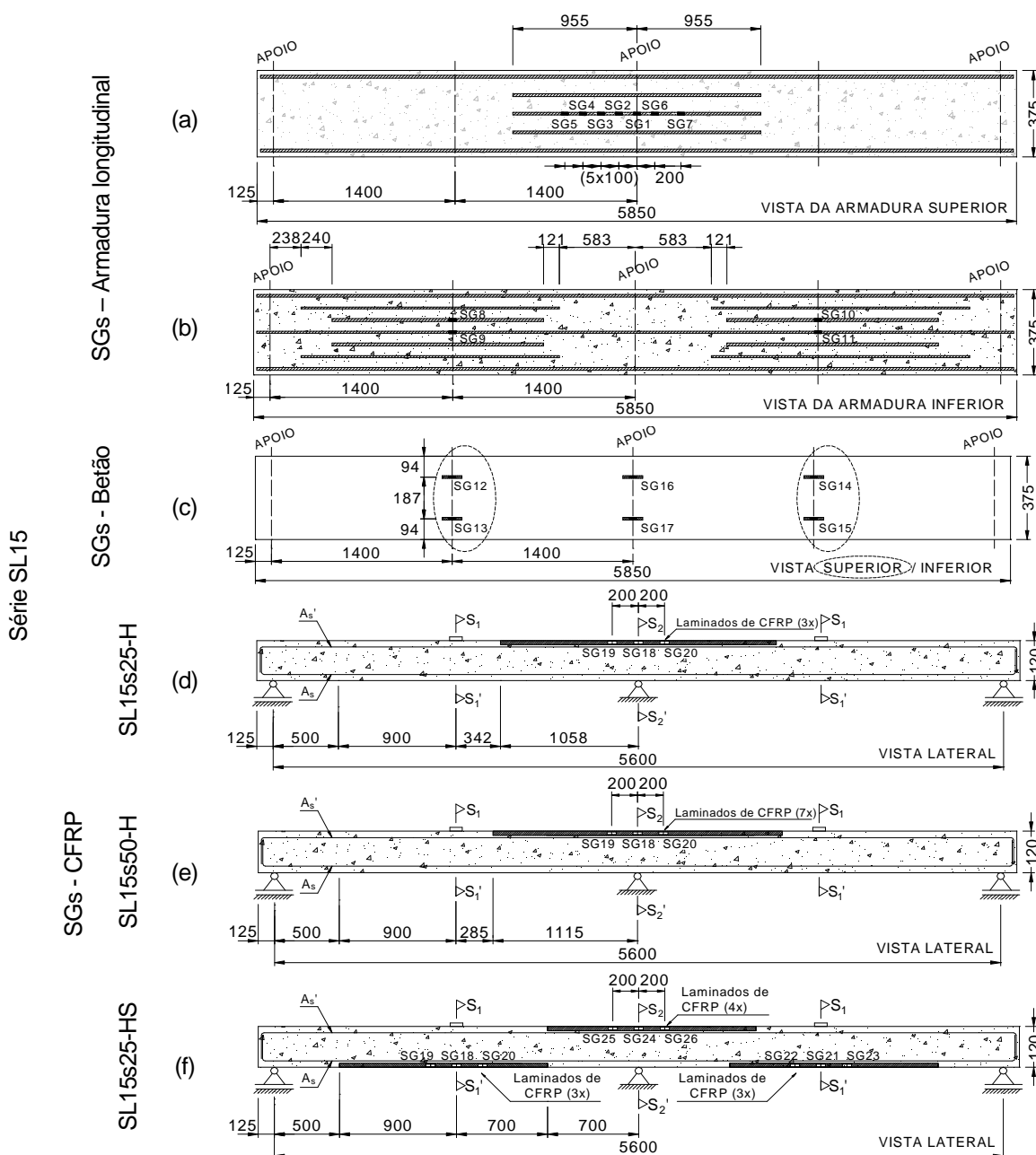


Figura 3 – Posicionamento de (a-b) extensômetros (SGs) nas armaduras longitudinais, (c) betão, (d-f) laminados de CFRP para as faixas de laje reforçadas da série SL15 (dimensões em mm).

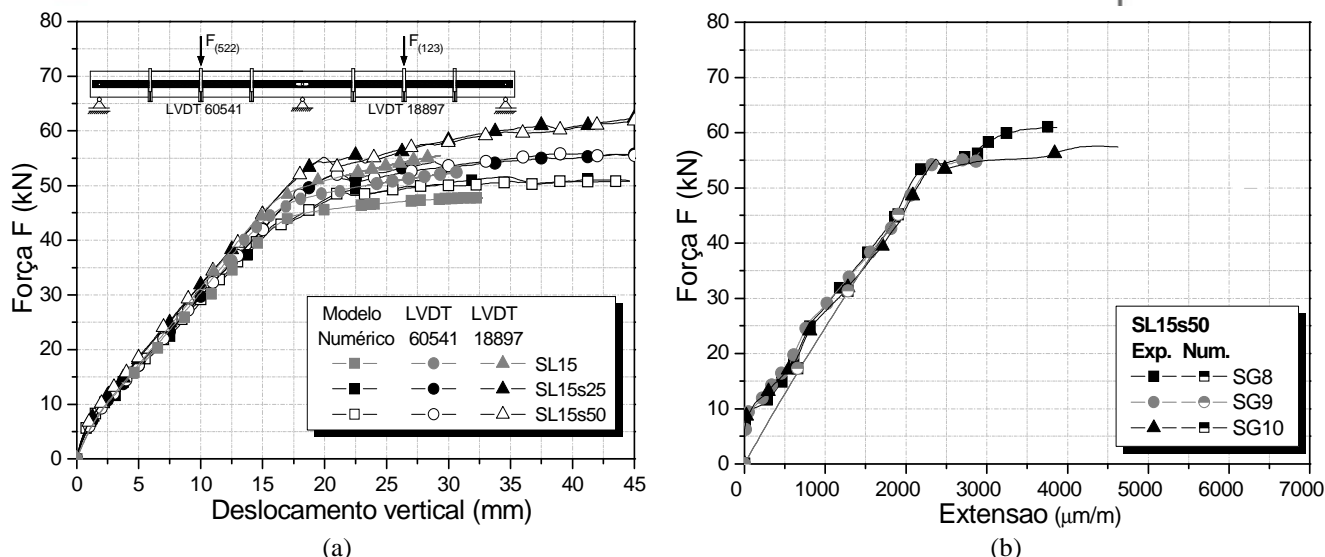


Figura 4 – Relações (a) Força vs. deslocamento vertical para a faixa de laje da Série SL15 e (b) Força vs. extensões na armadura longitudinal da faixa de laje SL15s50.

## 4 Estudo paramétrico

Após a validação dos modelos numéricos, um estudo paramétrico foi realizado para avaliar a influência de determinados parâmetros no aumento da capacidade de carga e redistribuição de momentos, dentre eles: resistência à compressão do betão, configurações de reforço e a percentagem de laminados de CFRP instalada nas regiões de momentos negativos e positivos. Os laminados de CFRP foram instalados de acordo com o arranjo apresentado na Figura 5 e Tabela 1.

As faixas de lajes foram classificadas em três grupos de acordo com a configuração de reforço utilizada: (a) CFRPs aplicados na região de momentos negativos, (b) CFRPs aplicados na região de momentos positivos e (c) CFRPs aplicados em ambas as regiões de momentos positivos/negativos. A notação adotada na identificação de cada provete é SL<sub>x</sub>\_y\_w\_z, onde “SL” é faixa de laje, “x” é a percentagem prevista de redistribuição de momento (neste caso, 15%), “y” é a classe de resistência do betão (C12/15, C25/30 e C35/45), e “w” e “z” indicam a quantidade de laminados de CFRP aplicados na região de momentos positivos e negativos, respetivamente. Assim, a faixa de laje SL15\_30\_4\_2 deverá apresentar uma percentagem de redistribuição de momentos ( $\eta$ ) igual a 15%, possui betão com classe de resistência C25/30 ( $f_{ck}$  igual a 30 MPa em provetes cúbicos) e possui 4 laminados na região de momentos positivos e 2 laminados na região de momentos negativos, respetivamente.

No estudo paramétrico, as propriedades mecânicas (Tabela 2) adotadas para as classes de resistência do betão (C12/15, C25/30 ou C35/45) analisadas neste trabalho foram determinadas seguindo as recomendações do EUROCODE 2 (2004) e CEB-FIP Model Code (1993). Os valores dos parâmetros adotados para simular o comportamento dos varões de aço são apresentados na Tabela 3. Para as simulações numéricas, laminados de CFRP com secção transversal de  $1.4 \times 20\text{mm}^2$ , com módulo de elasticidade de 165 GPa e extensão última de tração igual a 17.70 ‰, foram utilizados.

Tabela 1 – Resumo das configurações de reforço (ver Figura 5)

Classe de resistência do betão	Número de laminados de CFRP		$\rho_{s,eq}^S$ (%)	$\rho_{s,eq}^H$ (%)	Identificação do modelo numérico
	S <sup>(a)</sup>	H <sup>(b)</sup>			
C12/15	0	0	1.71	1.60	SL15_15_0_0
	0	2	1.71	1.71	SL15_15_0_2
	0	4	1.71	1.82	SL15_15_0_4
	2	0	1.82	1.60	SL15_15_2_0
	4	0	1.92	1.60	SL15_15_4_0
	2	2	1.82	1.71	SL15_15_2_2
	2	4	1.82	1.82	SL15_15_2_4
	4	2	1.92	1.71	SL15_15_4_2
C25/30	0	0	1.71	1.60	SL15_30_0_0
	0	2	1.71	1.71	SL15_30_0_2
	0	4	1.71	1.82	SL15_30_0_4
	2	0	1.82	1.60	SL15_30_2_0
	4	0	1.92	1.60	SL15_30_4_0
	2	2	1.82	1.71	SL15_30_2_2
	2	4	1.82	1.82	SL15_30_2_4
	4	2	1.92	1.71	SL15_30_4_2
C35/45	0	0	1.71	1.60	SL15_45_0_0
	0	2	1.71	1.71	SL15_45_0_2
	0	4	1.71	1.82	SL15_45_0_4
	2	0	1.82	1.60	SL15_45_2_0
	4	0	1.92	1.60	SL15_45_4_0
	2	2	1.82	1.71	SL15_45_2_2
	2	4	1.82	1.82	SL15_45_2_4
	4	2	1.92	1.71	SL15_45_4_2
	4	4	1.92	1.82	SL15_45_4_4

<sup>(a)</sup> Região de momentos positivos; <sup>(b)</sup> Região de momentos negativos

#### 4.1 Apresentação e análise dos resultados

Os resultados obtidos no estudo paramétrico serão apresentados e discutidos de forma a focar os seguintes aspetos: eficácia do reforço de CFRP em termos de capacidade de carga e redistribuição de momentos. Nas simulações numéricas, os valores foram registados assumindo as seguintes condições de rotura: (a) quando as extensões de compressão na superfície do betão atingiram o valor de 3.5 ‰ na região de momentos positivos; quando a extensão efetiva,  $\varepsilon_{fd}$ , foi atingida no laminado de CFRP na região de momentos negativos ou positivos. Segundo a norma ACI 440 (2008), para aplicações segundo à técnica NSM,  $\varepsilon_{fd} = 0.7\varepsilon_{fu}$ , onde  $\varepsilon_{fu}$  corresponde a extensão última de tração axial do laminado de CFRP. As tabelas 4, 5 e 6 apresentam os resultados obtidos numericamente para as três classes de resistência do betão, respetivamente. Nestas tabelas,  $F_y$  e  $F_u$  são as forças registadas no momento da cedência das armaduras e na rotura, respetivamente;  $\Delta_y$  e  $\Delta_u$  são os deslocamentos verticais registados para  $F_y$  e  $F_u$ ;  $\varepsilon_c^H$  e  $\varepsilon_c^S$ ;  $\varepsilon_s^H$  e  $\varepsilon_s^S$ ; e  $\varepsilon_f^H$  e  $\varepsilon_f^S$  são as

extensões no betão, armadura longitudinal e nos laminados de CFRP para  $F_y$  e  $F_u$  nas regiões de momentos negativos e positivos, respetivamente. Apresentam-se ainda os indicadores da redistribuição de momentos ( $\eta$ ) e o tipo de rotura para cada modelo numérico.

Tabela 2 – Propriedades mecânicas do betão utilizadas no estudo paramétrico

Parâmetro	C12/15	C25/30	C35/45
Valor médio da tensão de rotura do betão à compressão	$f_{cm} = 20 \text{ N/mm}^2$	$f_{cm} = 33 \text{ N/mm}^2$	$f_{cm} = 43 \text{ N/mm}^2$
Módulo de elasticidade	$E_c = 22.95 \text{ N/mm}^2$	$E_c = 26.40 \text{ N/mm}^2$	$E_c = 28.90 \text{ N/mm}^2$
Coefficiente de Poisson	$\nu_c = 0.15$		
Extensão do betão à compressão correspondente à tensão máxima	$\epsilon_{c1} = 1.80 \times 10^{-3}$	$\epsilon_{c1} = 2.10 \times 10^{-3}$	$\epsilon_{c1} = 2.25 \times 10^{-3}$
Diagrama trilinear de 'tension-softening'	$f_{ct} = 1.05 \text{ N/mm}^2$ $G_f = 0.041 \text{ N/mm}$	$f_{ct} = 1.71 \text{ N/mm}^2$ $G_f = 0.058 \text{ N/mm}$	$f_{ct} = 2.14 \text{ N/mm}^2$ $G_f = 0.07 \text{ N/mm}$
	$\xi_1 = 0.015; \alpha_1 = 0.6; \xi_2 = 0.2; \alpha_2 = 0.25$		
Parâmetro que define a energia de modo I de fratura disponível para a nova fenda	2		
Fator de retenção para o corte	$p_1 = 2$		
Largura da banda de fendilhação	Raiz quadrada da área de influência do ponto de integração de Gauss		
Ângulo para formação de nova fenda (Sena-Cruz 2004)	$\alpha_{th} = 30^\circ$		
Número máximo de fendas por ponto de integração	2		

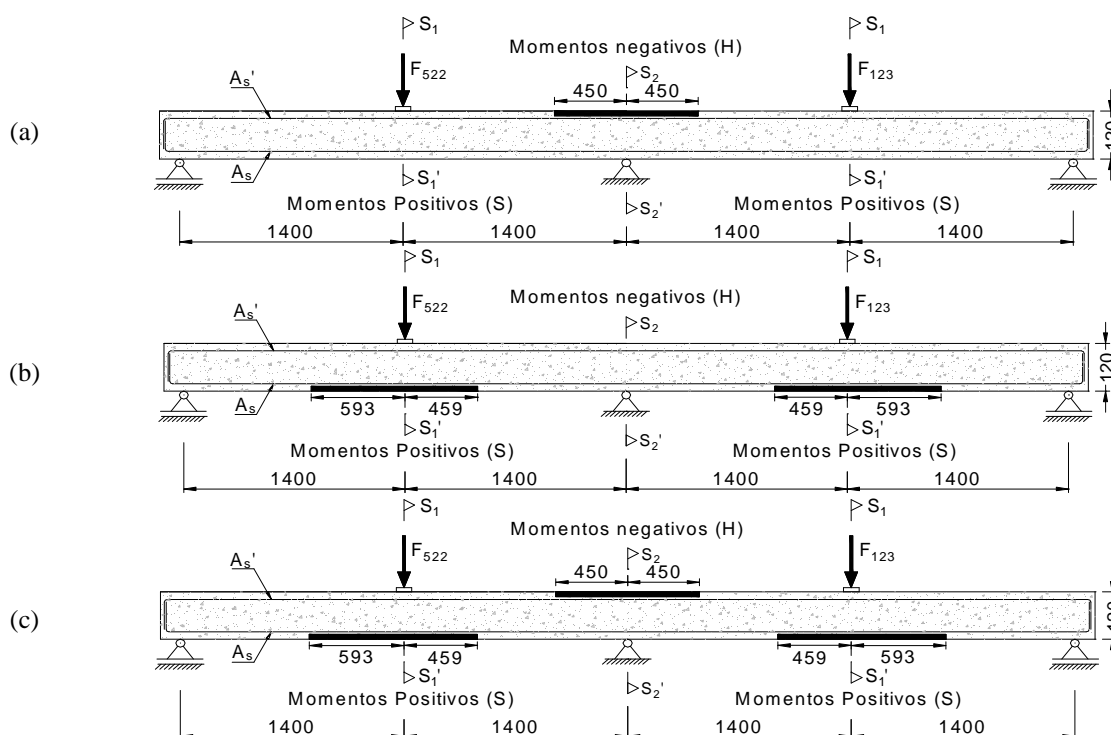


Figura 5 – Configuração de reforço: Laminados de CFRP aplicados na (a) região de momento negativo, (b) região de momentos positivos e (c) ambas as regiões de momentos negativos e positivos (dimensões em mm).

Tabela 3 – Valores dos parâmetros utilizados no modelo constitutivo do aço.

Diâmetro do varão	$P_1(\epsilon_{sy}[-]; \sigma_{sy}[\text{MPa}])$	$P_2(\epsilon_{sh}[-]; \sigma_{sh}[\text{MPa}])$	$P_3(\epsilon_{su}[-]; \sigma_{su}[\text{MPa}])$	$E_s$ [GPa]
Ø 8mm	$(1.90 \times 10^{-3}; 379.16)$	$(4.42 \times 10^{-2}; 512.19)$	$(8.85 \times 10^{-2}; 541.66)$	200.80
Ø 10mm	$(2.32 \times 10^{-3}; 413.20)$	$(3.07 \times 10^{-2}; 434.75)$	$(1.31 \times 10^{-1}; 546.25)$	178.24
Ø 12mm	$(2.09 \times 10^{-3}; 414.35)$	$(3.05 \times 10^{-2}; 435.63)$	$(1.02 \times 10^{-1}; 537.98)$	198.36

Tabela 4 – Principais resultados das simulações numéricas – classe de resistência do betão: C12/15

Classe de resistência do betão (C12/15)	Momento de cedência da armadura								Rotura								Modo de rotura	
	$F_y$ (kN)	$\Delta_y$ (mm)	$\epsilon_c^H$ (%)	$\epsilon_s^H$ (%)	$\epsilon_f^H$ (%)	$\epsilon_c^S$ (%)	$\epsilon_s^S$ (%)	$\epsilon_f^S$ (%)	$F_u$ (kN)	$\Delta_u$ (mm)	$\epsilon_c^H$ (%)	$\epsilon_s^H$ (%)	$\epsilon_f^H$ (%)	$\epsilon_c^S$ (%)	$\epsilon_s^S$ (%)	$\epsilon_f^S$ (%)		$\eta$ (%)
Referência	36.99	15.01	-1.77	2.27	--	-1.47	1.71	--	44.25	24.02	-4.36	8.35	-----	-3.50	6.11	-----	9.78	Esmagamento do betão em S
SL15_15_0_2	40.33	16.01	-1.88	2.21	3.03	-1.59	1.85	--	46.97	23.02	-3.11	4.78	6.36	-3.50	6.24	-----	-0.17	Esmagamento do betão em S
SL15_15_0_4	43.62	17.01	-2.01	2.19	3.03	-1.73	2.00	--	48.51	22.27	-2.78	3.60	4.88	-3.50	6.16	-----	-5.61	Esmagamento do betão em S
SL15_15_0_7	46.00	17.51	-2.06	1.99	2.81	-1.92	2.40	--	50.25	21.77	-2.58	2.73	3.80	-3.50	6.25	-----	-10.94	Esmagamento do betão em S
SL15_15_2_0	38.94	15.01	-1.59	2.47	--	-1.49	1.64	2.25	52.68	29.52	-4.75	13.54	-----	-3.50	5.34	7.09	17.83	Esmagamento do betão em S
SL15_15_2_2	41.03	15.51	-1.84	2.13	2.92	-1.56	1.71	2.35	55.87	28.02	-4.12	6.78	8.96	-3.50	5.31	7.05	7.13	Esmagamento do betão em S
SL15_15_2_4	44.43	16.51	-1.98	2.14	2.96	-1.69	1.83	2.53	58.20	27.27	-3.64	5.15	6.91	-3.50	5.35	7.09	0.45	Esmagamento do betão em S
SL15_15_2_7	49.50	18.01	-2.20	2.13	3.00	-1.91	2.06	2.84	60.47	26.33	-3.34	3.88	5.34	-3.50	5.32	7.06	-6.01	Esmagamento do betão em S
SL15_15_4_0	39.49	14.51	-1.53	2.28	--	-1.46	1.51	2.10	58.74	31.90	-5.40	15.70	----	-3.50	4.66	6.28	23.98	Esmagamento do betão em S
SL15_15_4_2	42.55	15.51	-1.90	2.24	3.07	-1.58	1.62	2.26	62.37	30.27	-4.67	7.84	10.33	-3.50	4.65	6.27	12.74	Esmagamento do betão em S
SL15_15_4_4	47.20	17.01	-2.12	2.39	3.29	-1.77	1.79	2.50	64.91	29.27	-4.09	5.91	7.92	-3.50	4.64	6.26	5.66	Esmagamento do betão em S
SL15_15_4_7	50.24	17.51	-2.16	2.09	2.95	-1.86	1.87	2.62	67.70	28.40	-3.75	4.50	6.16	-3.50	4.61	6.28	-1.23	Esmagamento do betão em S
SL15_15_7_0	40.40	14.01	-1.49	2.15	--	-1.43	1.37	1.93	65.05	32.78	-5.89	17.38	-----	-3.50	3.74	5.18	29.90	Esmagamento do betão em S
SL15_15_7_2	43.53	15.01	-1.86	2.18	2.98	-1.55	1.47	2.08	69.14	31.15	-5.08	8.60	11.34	-3.50	3.75	5.19	18.57	Esmagamento do betão em S
SL15_15_7_4	47.20	16.01	-2.00	2.18	3.02	-1.68	1.59	2.24	71.95	30.15	-4.43	6.48	8.66	-3.50	3.75	5.20	11.38	Esmagamento do betão em S
SL15_15_7_7	52.73	17.51	-2.23	2.18	3.07	-1.88	1.76	2.48	74.90	29.15	-4.05	4.92	6.73	-3.50	3.75	5.20	4.37	Esmagamento do betão em S



Tabela 5 – Principais resultados das simulações numéricas – classe de resistência do betão: C25/30

Classe de resistência do betão (C25/30)	Momento de cedência da armadura									Rotura								Modo de rotura
	$F_y$ (kN)	$\Delta_y$ (mm)	$\epsilon_c^H$ (‰)	$\epsilon_s^H$ (‰)	$\epsilon_f^H$ (‰)	$\epsilon_c^S$ (‰)	$\epsilon_s^S$ (‰)	$\epsilon_f^S$ (‰)	$F_u$ (kN)	$\Delta_u$ (mm)	$\epsilon_c^H$ (‰)	$\epsilon_s^H$ (‰)	$\epsilon_f^H$ (‰)	$\epsilon_c^S$ (‰)	$\epsilon_s^S$ (‰)	$\epsilon_f^S$ (‰)	$\eta$ (%)	
Referência	39.40	14.50	-1.55	2.42	--	-1.26	1.73	--	48.44	26.61	-4.27	11.09	-----	-3.50	7.69	-----	10.81	Esmagamento do betão em S
SL15_30_0_2	42.01	15.00	-1.56	2.13	2.87	-1.32	1.82	--	51.79	25.14	-2.98	5.84	7.60	-3.50	7.71	-----	-0.83	Esmagamento do betão em S
SL15_30_0_4	45.51	16.01	-1.67	2.16	2.93	-1.43	1.97	--	53.80	24.45	-2.70	4.37	5.79	-3.50	7.76	-----	-6.98	Esmagamento do betão em S
SL15_30_0_7	48.24	16.51	-1.72	2.00	2.75	-1.54	2.16	--	55.81	23.70	-2.49	3.37	4.55	-3.50	7.76	-----	-12.86	Esmagamento do betão em S
SL15_30_2_0	40.21	14.00	-1.38	2.33	--	-1.23	1.61	2.17	57.56	35.15	-5.66	21.86	-----	-3.50	6.47	8.44	24.00	Esmagamento do betão em S
SL15_30_2_2	43.73	15.00	-1.61	2.25	3.02	-1.33	1.73	2.34	63.20	32.52	-4.06	8.44	10.93	-3.50	6.46	8.43	6.97	Esmagamento do betão em S
SL15_30_2_4	46.25	15.51	-1.64	2.10	2.85	-1.40	1.81	2.44	66.02	31.43	-3.65	6.26	8.25	-3.50	6.46	8.43	-0.46	Esmagamento do betão em S
SL15_30_2_7	51.71	17.01	-1.82	2.15	2.95	-1.57	2.03	2.74	69.03	30.39	-3.35	4.87	6.52	-3.50	6.46	8.43	-7.66	Esmagamento do betão em S
SL15_30_4_0	40.74	13.50	-1.33	2.09	--	-1.20	1.49	2.02	64.74	38.15	-6.57	25.88	-----	-3.50	5.75	7.58	31.04	Esmagamento do betão em S
SL15_30_4_2	44.20	14.50	-1.56	2.14	2.88	-1.30	1.61	2.18	71.11	35.02	-4.59	9.64	12.40	-3.48	5.73	7.55	13.05	FRP atingiu extensão efetiva em H
SL15_30_4_4	47.96	15.51	-1.68	2.19	2.96	-1.41	1.73	2.35	74.53	34.02	-4.13	7.17	9.44	-3.50	5.77	7.61	5.32	Esmagamento do betão em S
SL15_30_4_7	52.38	16.51	-1.79	2.10	2.89	-1.53	1.87	2.54	77.87	32.77	-3.77	5.56	7.44	-3.50	5.75	7.59	-2.18	Esmagamento do betão em S
SL15_30_7_0	42.54	13.50	-1.39	2.38	--	-1.21	1.39	1.91	73.17	42.77	-7.84	31.42	-----	-3.50	4.93	6.60	37.55	Esmagamento do betão em S
SL15_30_7_2	46.34	14.50	-1.62	2.28	3.06	-1.32	1.50	2.07	75.85	33.02	-4.57	9.59	12.40	-3.12	4.31	5.79	18.43	FRP atingiu extensão efetiva em H
SL15_30_7_4	49.03	15.01	-1.65	2.14	2.90	-1.39	1.57	2.16	84.52	38.02	-4.77	8.36	10.98	-3.50	4.93	6.61	10.19	Esmagamento do betão em S
SL15_30_7_7	54.97	16.51	-1.85	2.20	3.01	-1.56	1.75	2.41	88.56	36.77	-4.35	6.50	8.68	-3.50	4.94	6.62	2.25	Esmagamento do betão em S

Tabela 6 – Principais resultados das simulações numéricas – classe de resistência do betão: C35/45

Classe de resistência do betão (C35/45)	Momento de cedência da armadura								Rotura									Modo de rotura
	$F_y$ (kN)	$\Delta_y$ (mm)	$\epsilon_c^H$ (‰)	$\epsilon_s^H$ (‰)	$\epsilon_f^H$ (‰)	$\epsilon_c^S$ (‰)	$\epsilon_s^S$ (‰)	$\epsilon_f^S$ (‰)	$F_u$ (kN)	$\Delta_u$ (mm)	$\epsilon_c^H$ (‰)	$\epsilon_s^H$ (‰)	$\epsilon_f^H$ (‰)	$\epsilon_c^S$ (‰)	$\epsilon_s^S$ (‰)	$\epsilon_f^S$ (‰)	$\eta$ (%)	
Referência	40.31	14.00	-1.41	2.44	--	-1.15	1.72	--	48.57	28.11	-4.12	14.02	-----	-3.50	10.40	-----	11.19	Esmagamento do betão em S
SL15_45_0_2	43.04	14.50	-1.42	2.11	2.81	-1.21	1.81	--	52.64	26.26	-2.76	6.44	8.28	-3.50	10.44	-----	-2.61	Esmagamento do betão em S
SL15_45_0_4	46.66	15.50	-1.53	2.16	2.90	-1.31	1.95	--	54.90	25.39	-2.50	4.78	6.23	-3.50	10.51	-----	-9.40	Esmagamento do betão em S
SL15_45_0_7	49.54	16.00	-1.57	2.01	2.73	-1.39	2.10	--	57.22	24.57	-2.36	3.59	4.79	-3.50	10.50	-----	-15.73	Esmagamento do betão em S
SL15_45_2_0	41.08	13.50	-1.28	2.28	--	-1.13	1.59	2.13	61.24	42.11	-6.43	29.07	-----	-3.50	8.24	10.56	26.59	Esmagamento do betão em S
SL15_45_2_2	44.79	14.50	-1.46	2.22	2.96	-1.22	1.73	2.31	66.69	36.02	-3.88	9.71	12.40	-3.31	7.72	9.90	6.91	FRP atingiu extensão efetiva em H
SL15_45_2_4	47.36	15.00	-1.49	2.09	2.81	-1.28	1.80	2.41	71.90	37.02	-3.70	7.73	10.01	-3.50	8.27	10.60	-1.96	Esmagamento do betão em S
SL15_45_2_7	53.04	16.50	-1.66	2.17	2.94	-1.43	2.03	2.71	75.66	35.55	-3.50	5.84	7.72	-3.50	8.25	10.58	-10.24	Esmagamento do betão em S
SL15_45_4_0	42.45	13.50	-1.33	2.48	--	-1.13	1.52	2.05	69.34	44.02	-7.14	33.28	-----	-3.50	6.71	8.73	34.57	Esmagamento do betão em S
SL15_45_4_2	45.23	14.00	-1.42	2.11	2.81	-1.19	1.60	2.15	71.93	33.83	-3.88	9.70	12.40	-3.00	5.61	7.32	13.47	FRP atingiu extensão efetiva em H
SL15_45_4_4	49.11	15.00	-1.53	2.18	2.92	-1.29	1.73	2.33	81.34	38.64	-4.06	8.56	11.09	-3.50	6.74	8.77	5.15	Esmagamento do betão em S
SL15_45_4_7	53.68	16.00	-1.63	2.12	2.87	-1.40	1.86	2.51	85.54	37.14	-3.86	6.47	8.54	-3.50	6.74	8.77	-3.28	Esmagamento do betão em S
SL15_45_7_0	43.39	13.00	-1.29	2.31	--	-1.11	1.39	1.88	78.32	58.52	-9.83	48.14	-----	-3.50	5.59	7.36	41.35	Esmagamento do betão em S
SL15_45_7_2	47.39	14.00	-1.47	2.26	3.00	-1.20	1.50	2.04	76.99	31.89	-3.88	9.70	12.40	-2.77	4.23	5.63	18.97	FRP atingiu extensão efetiva em H
SL15_45_7_4	50.16	14.50	-1.51	2.12	2.85	-1.26	1.57	2.14	89.62	42.39	-4.51	9.58	12.40	-3.29	5.18	6.87	8.87	FRP atingiu extensão efetiva em H
SL15_45_7_7	56.33	16.00	-1.64	2.21	2.30	-1.41	1.75	2.38	99.00	50.52	-4.85	8.17	10.79	-3.50	5.56	7.36	-2.03	Esmagamento do betão em S

#### 4.1.1 Coeficiente de capacidade de carga

A Figura 6 e a Tabela 7 apresentam a influência de  $\rho_f^H$ ,  $\rho_f^S$  e  $f_{ck}$  no coeficiente de capacidade de carga ( $\lambda$ ), o qual é definido como a razão entre a carga de rotura das faixas de laje reforçadas ( $F_{u,CFRP}$ ) e da laje de referência ( $F_{u,ref}$ ),  $\lambda = F_{u,CFRP} / F_{u,ref}$ . As relações entre  $\lambda - \rho_f^S$  e  $\lambda - \rho_f^H$  são apresentadas na Figura 6, onde  $\rho_f^S = A_f^S / (bd_f^S)$  e  $\rho_f^H = A_f^H / (bd_f^H)$  são as percentagens de laminados de CFRP nas regiões de momentos positivos e negativos, respetivamente. Nesta figura, as relações entre  $\lambda$  e  $\rho_{s,eq}$  nas regiões de momentos negativos ( $\rho_{s,eq}^H$ ) e positivos ( $\rho_{s,eq}^S$ ) também são representadas. A taxa de armadura longitudinal equivalente é dada por  $\rho_{s,eq} = (A_s) / (bd_s) + (A_f E_f / E_s) / (bd_f)$ , onde  $A_s$  é a área de armadura longitudinal,  $b$  é a largura da secção analisada,  $d_s$  e  $d_f$  representam a distância da armadura de tração e do reforço à fibra mais comprimida da secção, respetivamente,  $A_f$  é a área do reforço,  $E_s$  e  $E_f$  são os módulos de elasticidade da armadura de tração e do sistema compósito, respetivamente. Além disso, os resultados obtidos no programa experimental realizado por BONALDO (2008), bem como os resultados da Série SL15-HS (apresentados na Tabela 8), também são apresentados. A análise dos resultados permite constatar que a presença dos laminados de CFRP no reforço a flexão, independente do arranjo do reforço, proporcionou um aumento da capacidade de carga das faixas de laje. Para as lajes reforçadas na região de momentos negativos, o incremento da capacidade de carga é inferior a 18%. Estas constatações confirmam o que já tinha sido observado na análise dos resultados experimentais obtidos por BONALDO (2008). Nas faixas reforçadas na região de momentos positivos, um incremento máximo igual a 61% foi obtido. O maior incremento da capacidade de carga das faixas de laje foi obtido quando ambas as regiões de momentos negativos/positivos foram reforçadas. Neste caso,  $\lambda$  varia entre 1.26 a 2.04. A Tabela 7 e a Figura 6 também mostram que  $\lambda$  aumenta com o aumento da classe de resistência do betão, e que este aumento é mais pronunciado quando as faixas de laje são reforçadas em ambas as regiões de momentos negativos/positivos. Entretanto, o modo de rotura das faixas de laje pode afetar o incremento da capacidade de carga, principalmente nos casos em que os laminados de CFRP alcançaram a extensão efetiva antes de ser atingido o esmagamento do betão (casos representados por círculos nas Figuras 6 e 7). Os resultados experimentais obtidos por BONALDO (2008), bem como os resultados da Série SL15-HS (apresentados na Tabela 8), apresentam boa concordância com os dados obtidos no estudo paramétrico.

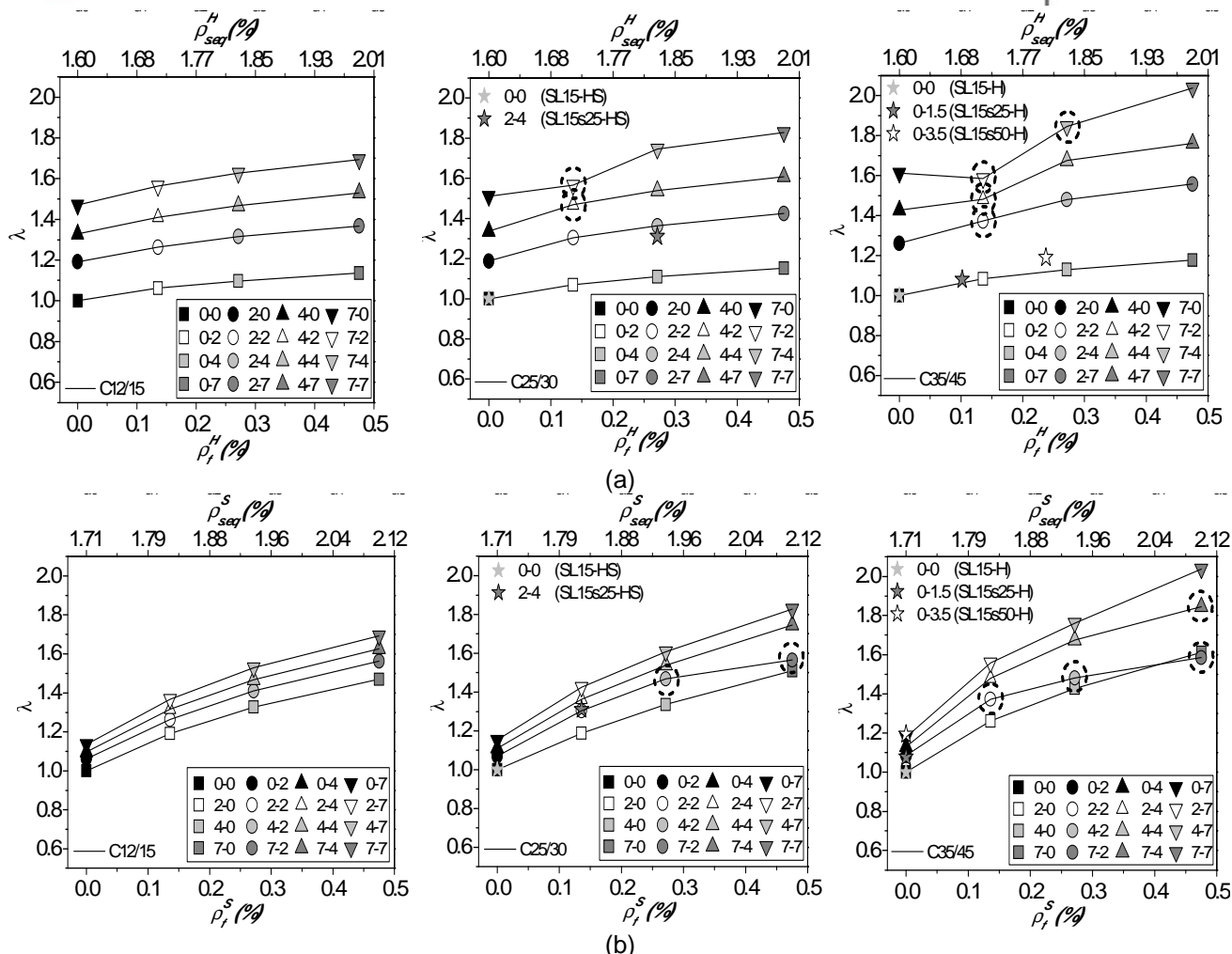


Figura 6 – Relação entre o coeficiente de capacidade de carga,  $\lambda$ , e a taxa de laminados de CFRP/armadura longitudinal equivalente nas regiões de momentos negativos (H) e positivos (S).

#### 4.1.2 Coeficiente de redistribuição de momentos

O coeficiente de redistribuição de momentos ( $MRI$ ) é definido como a razão entre  $\eta$  de uma faixa de laje reforçada ( $\eta_{CFRP}$ ) e da laje de referência ( $\eta_{ref}$ ), onde  $\eta$  é a porcentagem de redistribuição de momento. A Figura 7 apresenta as relações  $MRI - \rho_f^S$  e  $MRI - \rho_f^H$ , enquanto a Tabela 7 inclui um resumo com os valores obtidos nas simulações numéricas. Esta figura também apresenta as relações  $MRI - \rho_{s,eq}^S$  e  $MRI - \rho_{s,eq}^H$ . Observa-se que a redistribuição de momentos é dependente do arranjo do reforço. Nas faixas de laje reforçadas na região de momentos negativos,  $\eta_{CFRP}$  é menor que  $\eta_{ref}$ . Para as faixas de laje reforçadas na região de momentos positivos,  $MRI > 1.0$ , o que significa que as faixas de lajes reforçadas possuem maior capacidade de redistribuição de momentos que as lajes de referência. Entretanto, com o aumento da porcentagem de laminados na região de momentos negativos, ocorre a diminuição da redistribuição de momentos. Os

resultados experimentais obtidos por BONALDO (2008), bem como os resultados da Série SL15-HS, são indicados na Figura 7 e apresentam boa concordância com os dados obtidos no estudo paramétrico.

A Tabela 7 ainda mostra que  $MRI$  diminuiu com o aumento da classe de resistência do betão nas faixas de laje reforçadas na região de momentos negativos ( $\rho_f^S = 0$ ), enquanto há um aumento de  $MRI$  nas faixas de laje reforçadas na região de momentos positivos. No caso das faixas de laje reforçadas em ambas as regiões de momentos negativos/positivos, o aumento da classe de resistência do betão conduz a diminuição de  $MRI$ .

A Figura 8 apresenta a relação entre  $MRI$  e  $\rho_{s,eq}^S / \rho_{s,eq}^H$ . Para  $\rho_{s,eq}^S / \rho_{s,eq}^H > 1.10$ , a redistribuição de momentos é positiva (BREVEGLIERI et al., 2012).

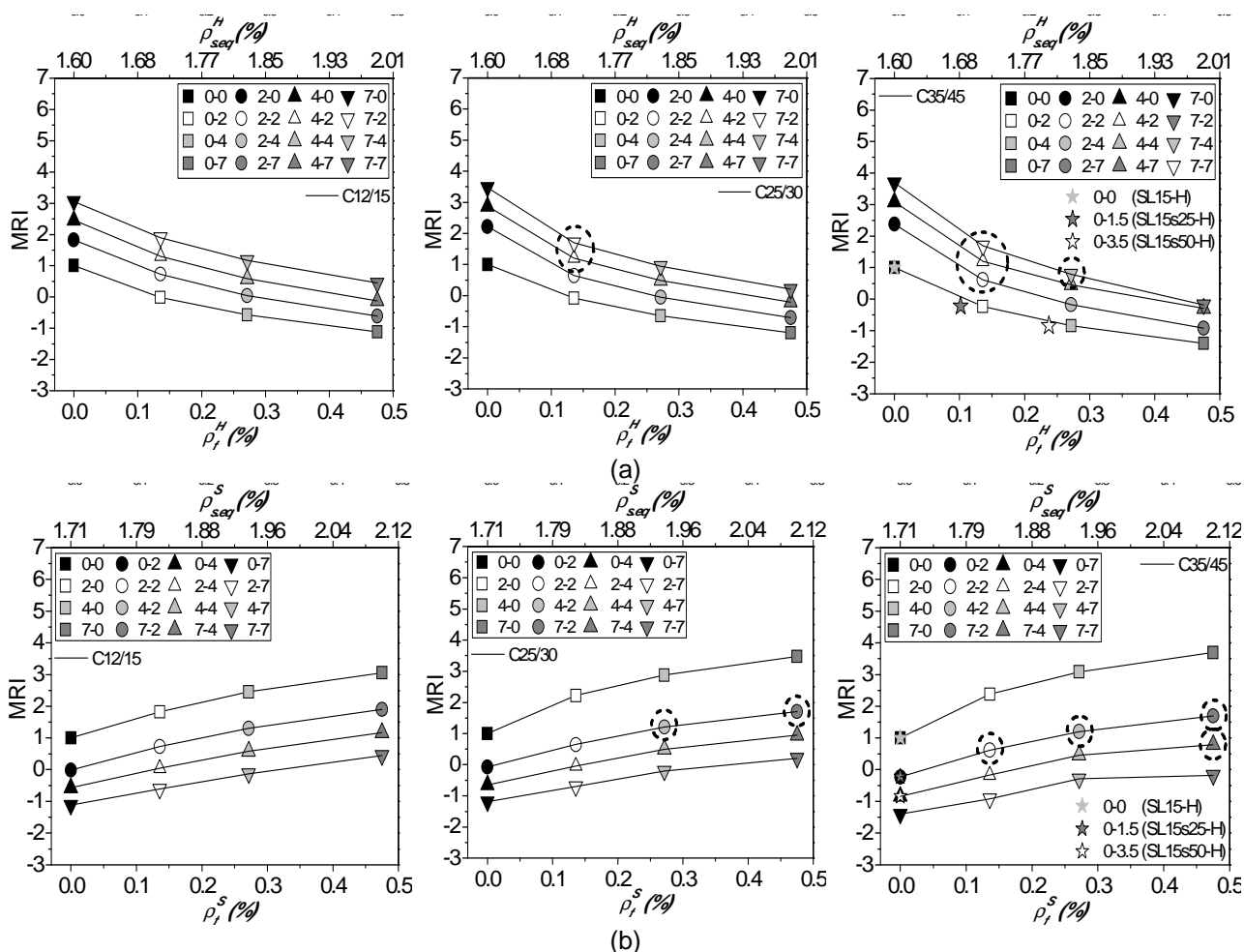


Figura 7 – Relação entre o coeficiente de redistribuição de momentos,  $MRI$ , e a taxa de laminados de CFRP/ armadura longitudinal equivalente nas regiões de momentos negativos (H) e positivos (S).

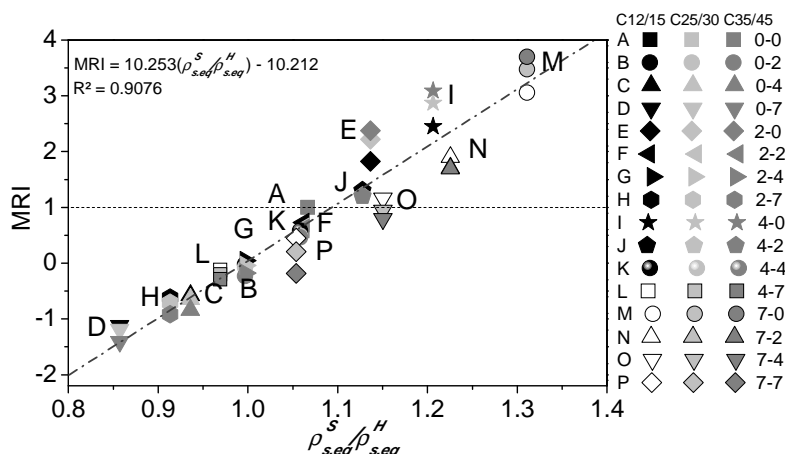


Figura 8 – Relação entre o coeficiente de redistribuição de momentos e  $\rho_{s,eq}^S / \rho_{s,eq}^H$ .

Tabela 7 – Coeficientes de capacidade de carga ( $\lambda$ ) e redistribuição de momentos (MRI) – Estudo paramétrico.

Faixa de Laje	C12/15		C25/30		C35/45	
	$\lambda$	MRI	$\lambda$	MRI	$\lambda$	MRI
Referência	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
SL15_0_2	1.06	-0.02	1.07	-0.08	1.08	-0.23
SL15_0_4	1.10	-0.57	1.11	-0.65	1.13	-0.84
SL15_0_7	1.14	-1.12	1.15	-1.19	1.18	-1.41
SL15_2_0	1.19	1.82	1.19	2.22	1.26	2.38
SL15_2_2	1.26	0.73	1.30	0.64	1.37	0.62
SL15_2_4	1.32	0.05	1.36	-0.04	1.48	-0.17
SL15_2_7	1.37	-0.61	1.42	-0.71	1.56	-0.91
SL15_4_0	1.33	2.45	1.34	2.87	1.43	3.09
SL15_4_2	1.41	1.30	1.47	1.21	1.48	1.20
SL15_4_4	1.47	0.58	1.54	0.49	1.67	0.46
SL15_4_7	1.53	-0.13	1.61	-0.20	1.76	-0.29
SL15_7_0	1.47	3.06	1.51	3.47	1.61	3.69
SL15_7_2	1.56	1.90	1.57	1.71	1.59	1.69
SL15_7_4	1.63	1.16	1.74	0.94	1.85	0.79
SL15_7_7	1.69	0.45	1.83	0.21	2.04	-0.18

Tabela 8 – Coeficientes de capacidade de carga ( $\lambda$ ) e redistribuição de momentos (MRI) – Programas experimentais.

Identificação do programa experimental	Faixas de laje	$\lambda$	MRI	$f_{cm}$ (MPa)
SL15-H (Bonaldo, 2008)	Reference	1.00	1.00	40.07
	SL15_0_1.5*	1.08	-0.22	
	SL15_0_3.5*	1.19	-0.84	
SL15-HS	Reference	1.00	(na)	32.50
	SL15_4_2	1.31	(na)	
	SL15_4_2.5	1.36	(na)	

(na) – não é apresentada uma vez que as reações não foram registradas devido a um deficiente funcionamento do sistema de aquisição de dados durante o ensaio da faixa de laje; \*Área equivalente a um laminado de CFRP com altura igual a 20mm.

## 5 Conclusões

A investigação numérica descrita neste trabalho teve como objetivo avaliar o incremento da capacidade de carga e a capacidade de redistribuição de momentos quando se utiliza a técnica NSM para o reforço à flexão de faixas de laje de betão armado por inserção de laminados de CFRP em finos entalhes efetuados no betão de recobrimento. O estudo paramétrico que foi realizado permitiu verificar que a técnica NSM é bastante eficaz no aumento da capacidade de carga, desde que aplicada corretamente. A presença dos laminados de CFRP garante o incremento da capacidade de carga nas faixas de laje, mas este incremento é mais pronunciado com o aumento de  $\rho_f^S$ . De facto, os modelos reforçados nas regiões de momentos negativos e positivos apresentaram um incremento da capacidade de carga que varia entre 26% a 104%. As faixas de laje reforçadas na região de momentos positivos mostraram incrementos de 19% a 61%. Finalmente, os laminados de CFRP aplicados na região de momentos negativos apresentaram incremento máximo da capacidade de carga de 18%.

Além disso, comprovou-se que com a adoção de um sistema de reforço adequadamente projetado, níveis satisfatórios de redistribuição de momento podem ser atingidos até ao colapso das estruturas contínuas reforçadas com laminados de CFRP. Verificou-se que a redistribuição de momentos apresenta valores positivos para  $\rho_{s,eq}^S / \rho_{s,eq}^H > 1.10$ .

## 6 Agradecimentos

Este trabalho pertence ao programa de investigação "PrePam", PTDC/ECM/114511/2009, financiado pela FCT. Os autores expressam o seu agradecimento às empresas S&P, Secil (Unibetão, Braga) e Artecater. O primeiro autor manifesta também o seu agradecimento ao apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) - Brasil, bolsa GDE 200953/2007-9.

## 7 Referências

ACI Committee 440, **Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures (ACI 440.2R-08)**, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI; 2008.

BARROS, J.A.O.; PEREIRA, E.N.B.; GOUVEIA, A.V.; AZEVEDO, A.F.M. **Numerical simulation of thin steel fiber self-compacting concrete structures**, ACI 435/544 Fall 2007 Puerto Rico Session 1: Deflection and stiffness issues in FRC and thin structural elements (Structural Implications and Material Properties), in CD, 25 pages; 2007.

BARROS, J.A.O.; DALFRÉ, G.M.; DIAS, J.P. **Numerical Simulation of Continuous RC Slabs Strengthened using NSM Technique**, Proceedings of 2nd International Conference on Concrete Repair, Rehabilitation and Retrofitting, Cape Town, South Africa, November; 2008.



Anais do 54º Congresso Brasileiro do Concreto  
CBC2012  
Outubro / 2012



@ 2012 - IBRACON - ISSN 2175-8182

BONALDO, E. **Composite materials and discrete steel fibres for the strengthening of thin concrete structures** PhD Thesis, University of Minho, Guimarães, Portugal; 2008.

BREVEGLIERI, M.; BARROS, J.; DALFRÉ, G.; APRILE, A. **A parametric study on the effectiveness of the NSM technique for the flexural strengthening of continuous RC slabs**, Composites: Part B, 43, pp. 1970–1987; 2012.

CEB-FIP Model Code 1990. **Design Code**. Thomas Telford, Lausanne, Switzerland; 1993.

DALFRÉ, G.; BARROS, J. **Reforço à flexão de faixas de lajes contínuas utilizando laminados de carbono aplicados segundo a técnica NSM**, Anais do 52º Congresso Brasileiro do Concreto (CBC2010); 2010.

EN 1992-1-1, **Eurocode 2: Design of Concrete Structures-Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings**. CEN, Brussels, December; 2004.

SENA-CRUZ, J. M. **Strengthening of concrete structures with near-surface mounted CFRP laminate strips**. PhD Thesis, Department of Civil Engineering, University of Minho, Portugal; 2004.