



**Universidade do Minho**  
Instituto de Educação

Ângela Maria Barros Fernandes

**Processos de Resolução de Problemas:  
Uma experiência com alunos de Cursos de  
Educação e Formação de Adultos na  
Área de Matemática para a Vida.**



**Universidade do Minho**  
Instituto de Educação

Ângela Maria Barros Fernandes

**Processos de Resolução de Problemas:  
Uma experiência com alunos de Cursos de  
Educação e Formação de Adultos na  
Área de Matemática para a Vida.**

Dissertação de Mestrado  
Mestrado em Ciências da Educação  
Área de Especialização em Supervisão Pedagógica na  
Educação Matemática

Trabalho realizado sob a orientação da  
**Doutora Maria Helena Martinho**

Julho de 2011

## DECLARAÇÃO

Nome: Ângela Maria Barros Fernandes

Endereço electrónico: angelambf@gmail.com

Telefone: 966742003

Número do Bilhete de Identidade: 7356467

Título da tese:

**Processos de Resolução de Problemas: Uma experiência com alunos de Cursos de Educação e Formação de Adultos na Área de Matemática para a Vida**

Orientadora:

Doutora Maria Helena Martinho

Ano de conclusão: 2011

Dissertação de Mestrado em Ciências da Educação Área de Especialização em Supervisão Pedagógica na Educação Matemática

É autorizada a reprodução integral desta tese apenas para efeitos de investigação, mediante declaração escrita do interessado, que a tal se compromete.

Assinatura: \_\_\_\_\_

## **AGRADECIMENTOS**

À Doutora Maria Helena Martinho, minha orientadora, pelas sugestões, críticas e ensinamentos que me permitiram realizar este trabalho, bem como pelo seu apoio, encorajamento e disponibilidade.

Aos meus Professores de mestrado, pelo apoio e colaboração concedidos.

Aos meus colegas de mestrado, pelos momentos e experiências de trabalho e de camaradagem que partilhamos, em especial à Daniela e à Irene pela amizade, admiração e carinho.

Às minhas amigas Carla e Luísa, por todo o carinho, apoio, ajuda e disponibilidade.

Ao meu amigo Vítor, pelo carinho e ajuda.

Aos formandos que participaram neste estudo, pela forma dedicada como colaboraram.

À minha irmã e cunhado, pela compreensão e disponibilidade.

Aos meus pais, por tudo...



# PROCESSOS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DE CURSOS DE EDUCAÇÃO E FORMAÇÃO DE ADULTOS NA ÁREA DE MATEMÁTICA PARA A VIDA.

## RESUMO

Este estudo realizou-se no âmbito de uma experiência formativa dos Cursos de Educação e Formação de Adultos (EFA), segundo as orientações preconizadas pelo documento que normaliza esta modalidade de ensino, o *Referencial de Competências-Chave – Educação e Formação de Adultos*. O estudo incidiu sobre os processos de resolução utilizados pelos formandos dos Cursos EFA, quando envolvidos em tarefas de resolução de problemas, na explicitação das suas resoluções e nas suas dificuldades. Nesse sentido, procurou responde-se às seguintes questões: (1) Quais os processos utilizados pelos formandos dos Cursos EFA na resolução de problemas? Como evoluem ao longo da experiência de formação?, (2) Como é que os formandos dos Cursos EFA explicitam as suas resoluções seguidas na resolução de problemas?; (3) Que dificuldades sentem os formandos dos Cursos EFA na resolução de problemas? Como ultrapassam essas dificuldades ao longo da experiência formativa?

Relativamente à metodologia de investigação, optou-se por uma investigação de natureza qualitativa, baseada na elaboração de estudos de caso. A recolha de dados ocorreu em três Cursos EFA, envolvendo três pares de formandos, um de cada curso, através de entrevistas, da observação directa, de notas de campo e da análise das resoluções escritas dos pares de formandos.

Os processos mais utilizados pelos formandos na resolução dos problemas propostos foram: compreender o problema; seleccionar os dados necessários para resolver o problema; formular e resolver sub-problemas; seleccionar estratégias de resolução adequadas, implementar correctamente a(s) estratégia(s) escolhida(s) e dar uma resposta relacionada com o contexto do problema. A avaliação da razoabilidade da resposta foi o menos utilizado. Observou-se que todos os formandos utilizaram diferentes recursos, principalmente a linguagem simbólica e a representação pictórica, para expressarem os seus raciocínios. As principais dificuldades sentidas pelos formandos situaram-se ao nível: (a) da compreensão do significado de determinadas palavras e afirmações contidas nos enunciados dos problemas; (b) do reconhecimento da relação entre a questão, os dados e as questões; (c) da reflexão do trabalho efectuado; (d) da avaliação da razoabilidade da solução e (e) do registo do trabalho desenvolvido e efectuado.



PROBLEM SOLVING PROCESSES: AN EXPERIMENT CONDUCTED WITH STUDENTS OF ADULT EDUCATION AND TRAINING COURSES WITHIN THE SUBJECT AREA OF MATHEMATICS FOR LIFE

**ABSTRACT**

This study was carried out within a training experiment in adult education and training courses (EFA) according to the guidelines recommended by the document that normalizes this type of education – the *Key- Skills Referential System – Education and Training of Adults*. The study focused on the solving processes used by the students of EFA courses when involved in problem solving tasks, in the explanation of their solving procedures and difficulties. It addressed following questions: 1) What are the procedures used by EFA students in problem solving? How do they evolve throughout the training experience? 2) How do the EFA students explain their strategies for problem solving processes? 3) What difficulties do the EFA students face when solving a problem? How do they overcome them along the training experiment?

The study adopted a qualitative research methodology based on case studies. Data gathering took place in three EFA courses, involving three pairs of students, one from each course, through interviews, participant observation, field notes and analysis of the student written solutions.

The most common procedures to solve the proposed problems were: understanding the problem; selecting the data needed to solve the problem; formulating and solving sub-problems; selecting adequate solving strategies; correctly implementing the chosen strategies and giving an answer related to the context of the problem. The least used procedure was assessing how reasonable an answer is.

It was observed that all students used different resources, especially the symbolic language and the pictorial representation, to express their reasoning. The main difficulties experienced by the students stood at: (a) understanding the meaning of certain words and statements contained in the problems given; (b) understanding the meaning of the problem; (c) recording the work developed and done; (d) assessing the reasonableness of the solution and (e) thinking about the work carried out.



## ÍNDICE

<b>DECLARAÇÃO</b> .....	<b>ii</b>
<b>AGRADECIMENTOS</b> .....	<b>iii</b>
<b>RESUMO</b> .....	<b>v</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>vii</b>
<b>ÍNDICE</b> .....	<b>ix</b>
<b>ÍNDICE DE QUADROS</b> .....	<b>xi</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b> .....	<b>xiii</b>
<b>ÍNDICE ANEXOS</b> .....	<b>xv</b>
<b>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1. O problema e as questões de investigação.....	1
1.2. A pertinência do estudo .....	3
1.3. A organização do estudo.....	7
<b>CAPÍTULO 2 - REVISÃO DA LITERATURA</b> .....	<b>9</b>
2.1. A educação e formação de adultos .....	9
2.1.1. Contexto.....	9
2.1.2. Alfabetização, literacia e competências de literacia nos adultos .....	22
2.1.3. A literacia matemática e o referencial de competências-chave .....	42
2.2. Resolução de problemas em matemática.....	47
2.2.1. Definição de problema e resolução de problemas.....	47
2.2.2. Tipologia de problemas.....	53
2.2.3. Resolução de problemas - diferentes perspectivas .....	56
2.2.4. Modelos e processos de resolução de problemas .....	60
<b>CAPÍTULO 3 - METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO</b> .....	<b>71</b>
3.1. Opções metodológicas.....	71
3.2. Participantes .....	73
3.3. Descrição do estudo .....	76
3.4. Métodos de recolha de dados .....	79
3.4.1. Entrevista .....	79
3.4.2. Observação .....	81
3.4.3. Notas de campo .....	82

3.4.4. Documentos .....	82
3.5. Análise de dados .....	83
<b>CAPÍTULO 4 - CARLOS E MARIA.....</b>	<b>87</b>
4.1. Processos utilizados na resolução de problemas .....	89
4.2. Explicitação das resoluções dos formandos.....	103
4.3. Dificuldades sentidas durante resolução de problemas.....	107
<b>CAPÍTULO 5 - CRISTINA E ROSA .....</b>	<b>111</b>
5.1. Processos utilizados na resolução de problemas .....	114
5.2. Explicitação das resoluções dos formandos.....	132
5.3. Dificuldades sentidas durante a resolução de problemas.....	135
<b>CAPÍTULO 6 - JOÃO E SARA .....</b>	<b>139</b>
6.1. Processos utilizados na resolução de problemas .....	141
6.2. Explicitação das resoluções dos formandos.....	158
6.3. Dificuldades sentidas durante a resolução de problemas.....	161
<b>CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES.....</b>	<b>165</b>
7.1. Os processos utilizados na resolução de problemas ao longo da experiência .....	165
7.2. Forma como os formandos explicitaram as suas resoluções.....	174
7.3. Dificuldades sentidas pelos formandos e como as ultrapassaram .....	176
7.4. Reflexão final e recomendações para investigações futuras .....	180
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>185</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>199</b>

## ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1 - Resolução de problemas - diferentes perspectivas.....	58
Quadro 2 - Modelo de Polya/Processos de pensamento de Charles, Lester e O' Draffer....	64
Quadro 3 - Fases do Processos de Resolução de Problemas – diferentes autores .....	67
Quadro 4 - Codificação dos cursos EFA, B3 .....	74
Quadro 5 - Identificação e constituição dos grupos participantes .....	75
Quadro 6 - Fases do desenvolvimento do estudo.....	76



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Resolução do problema 1 - CM .....	91
Figura 2 - Resolução do problema 2 - CM .....	93
Figura 3 - Resolução do problema 3 - CM .....	97
Figura 4 - Resolução do problema 4 -CM .....	100
Figura 5 - Resolução do problema 5 - CM .....	102
Figura 6 - Resolução do problema 3 - CM .....	105
Figura 7 - Resolução do problema 4 - CM .....	106
Figura 8 - Resolução do problema 1 - CR .....	116
Figura 9 - Resolução do problema 2 -CR .....	119
Figura 10 - Resolução do problema 2 -CR .....	121
Figura 11 - Resolução do problema 3 -CR .....	123
Figura 12 - Resolução do problema 3 CR.....	125
Figura 13 - Resolução do problema 4 -CR.....	128
Figura 14 - Resolução do problema 5 -CR .....	131
Figura 15 - Resolução do problema 1 - JS .....	143
Figura 16 - Resolução do problema 2 - JS .....	146
Figura 17 - Resolução do problema 2 -JS .....	146
Figura 18 - Resolução do problema 3 - JS .....	149
Figura 19 - Resolução do problema 3 -JS .....	151
Figura 20 - Resolução do problema 4 -JS .....	155
Figura 21 - Resolução do problema 5- JS .....	157



## ÍNDICE ANEXOS

ANEXO I - Problemas propostos .....	200
ANEXO II - Guião da primeira entrevista.....	202
ANEXO III - Guião da segunda entrevista .....	203
ANEXO IV - Guião da terceira entrevista.....	204



# **CAPÍTULO 1**

## **INTRODUÇÃO**

Neste capítulo, identificam-se o problema, as questões de investigação, a pertinência do estudo e a sua organização.

### **1.1. O problema e as questões de investigação**

Como Charlie Chaplin bem o demonstrou no filme “Os tempos modernos”, vivemos num tempo em que tudo é vivido a alta velocidade. O nosso próprio conhecimento não é imune, desactualizando-se rapidamente. Se não tivermos o cuidado e o desejo contínuos de nos actualizarmos, tornar-nos-emos impossibilitados de desempenhar capazmente as tarefas profissionais que nos estão atribuídas, mas também de participar de forma responsável, activa e esclarecida, na sociedade a que pertencemos. A permanente mutação da mesma requer cidadãos com espírito crítico, abertos à inovação e educados para a mudança, dado que novos modos de ser, estar e agir, emergem como cruciais, tais como: analisar e interpretar uma nova situação, trabalhar em equipa, interagir com os outros, tomar decisões assertivas, pensar de forma autónoma e demonstrar capacidade e persistência na resolução de problemas, o que traduz a relevância do ensino.

Assim, o ensino reveste-se de um carácter fundamental no desenvolvimento do raciocínio e do pensamento de todos os indivíduos, bem como refere o artigo 7.º da Lei de Bases do Sistema Educativo Português (Lei 46/1986, de 14 de Outubro) na aquisição de atitudes autónomas, contribuindo para a formação de cidadãos responsáveis e participativos na vida comunitária. Acrescente-se que este deve proporcionar a aprendizagem e a preparação dos alunos, para que aprendam novas habilidades e conhecimentos e os adaptem à resolução de novos problemas e, como sublinha Vieira (2008), a aquisição das competências e ferramentas, fundamentais e necessárias, para que enfrentem as exigências que poderão surgir no percurso da sua vida.

Relativamente à Matemática, sendo esta usada de um modo crescente e extensivo e influenciando a vida, bem como as profissões das pessoas como indivíduos e cidadãos, constata-se que as tradicionais competências de cálculo, efectuados recorrendo-se a uma calculadora ou a um

computador, estão longe de corresponder aos desafios da sociedade contemporânea. Por um lado, os modelos matemáticos aplicam-se a vários domínios de actividade, ultrapassando a tradicional ligação com as ciências experimentais (tecnologia, engenharia). Como exemplo, podemos referir a economia, as finanças, a medicina, a arte... Por outro lado, lidamos cada vez mais com informação numérica, mais variada e sofisticada, ligada aos mais diversos assuntos. A título de exemplo, podemos referenciar todos os cálculos inerentes ao pagamento de um imposto, à contracção de um crédito bancário (comparando diferentes ofertas), bem como a compreensão de uma notícia ou anúncio que se baseia em tabelas e gráficos. Tais acções não se restringem ao mero uso de uma calculadora ou à proficiência da realização dos cálculos necessários. Entram em jogo um conjunto de competências mais vasto, tais como ler e interpretar dados a partir de diversas fontes de informação (tabela, gráficos, diagramas), perceber qual é a operação adequada e quais os passos necessários para solucionar determinado problema, bem como avaliar a razoabilidade do resultado. Acrescem as capacidades ligadas à visualização e à orientação espacial, em determinadas situações: interpretação de uma imagem, de uma planta ou construção de uma figura ou trajecto (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999).

Neste contexto, *A Declaração Mundial sobre a Educação para Todos* da United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization, (UNESCO) em 1990, aponta a resolução de problemas como um dos meios de aprendizagem nucleares, paralelamente com a leitura, a escrita, o cálculo, entre outros. Numa perspectiva idêntica, o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2007) sublinha a resolução de problemas como uma base fundamental para aprender ao longo da vida, para que os indivíduos participem e respondam de forma eficaz e positiva às exigências da vida quotidiana. Segundo o NCTM (2007), a resolução de problemas tende a criar situações ou oportunidades para que os indivíduos: (i) apliquem e explorem os seus conhecimentos, possibilitando o desenvolvimento de novos conhecimentos e (ii) desenvolvam as capacidades de pensamento e atitudes tais como a curiosidade, a persistência e a autoconfiança, as quais lhe poderão ser úteis em situações para além da sala de aula, ou seja, na sociedade com níveis de desenvolvimento cada vez mais elevados.

A investigação sobre a resolução de problemas refere que os alunos melhoram as suas capacidades de resolução de problemas quando os resolvem; que estas se desenvolvem lentamente e, que por isso, necessitam de um longo período de tempo e que a maior parte dos alunos beneficia de um ensino em resolução de problemas, desde que planeado e continuado (Lester, 1994; Lester & Kehle, 2003). Vale e Pimentel (2004) referem que a dificuldade dos alunos em resolver um

problema reside muitas das vezes na compreensão do mesmo e na mobilização do conhecimento adquirido a novas situações, pelo que consideram que o conhecimento de modelos e de estratégias de resolução poderá constituir uma mais-valia na procura e exploração dos caminhos de resolução e na organização do pensamento individual.

Assim sendo, é fundamental que se proporcionem, sistemática e continuamente, situações em que os alunos tenham a possibilidade de resolver diferentes problemas para que analisem, reflectam e avaliem diferentes processos e estratégias de resolução, bem como a plausibilidade e a adequação dos resultados obtidos, relativamente ao contexto do problema apresentado. De acordo com Ponte et al. (2007), que consideram a resolução de problemas como uma capacidade transversal, importa igualmente criar várias oportunidades para que os alunos argumentem e comuniquem os seus raciocínios. Segundo Tenreiro-Vieira (2010), o professor, para além de ter em atenção os raciocínios dos alunos, deve incentivá-los a que os explicitem de forma clara.

Desta forma, a experiência como formadora dos Cursos EFA (Educação e Formação de Adultos) de nível básico e secundário proporcionou-me a oportunidade de observar que os adultos, ainda que com uma larga experiência de vida, onde resolvem problemas de natureza diversa, se consideram incapazes de resolver problemas nas sessões de formação de Matemática para a Vida, despertando o meu interesse em questões referentes aos processos de resolução usados pelos mesmos.

Nesse sentido, este estudo incidirá nos processos de resolução usados pelos formandos dos Cursos EFA, quando envolvidos na resolução de problemas, na forma como explicitaram as suas resoluções, bem como nas dificuldades que sentiram durante a resolução de problemas.

Assim, as questões que orientaram este estudo foram as seguintes:

1. Quais os processos utilizados pelos formandos dos Cursos EFA na resolução de problemas? Como evoluem ao longo da experiência de formação?
2. Como é que os formandos dos Cursos EFA explicitam as suas resoluções seguidas na resolução de problemas?
3. Que dificuldades sentem os formandos dos Cursos EFA na resolução de problemas? Como ultrapassam essas dificuldades ao longo da experiência formativa?

## **1.2. A pertinência do estudo**

Resolver problemas sempre foi um desafio para alunos e professores, pois faz parte da natureza humana. A resolução de problemas, segundo Brown (2008), “encontra-se profundamente

enraizada na cultura matemática (..) [e] as suas raízes reflectem uma tradição filosófica que coloca no mesmo plano pensar e resolver problemas” (p. 74).

A resolução de problemas tem sido sublinhada em diferentes épocas e com diferentes intensidades, sendo uma das áreas da investigação em educação Matemática mais estudada nas décadas de 60 a 80, bem como uma das orientações curriculares para o ensino da Matemática com maior aceitação por parte dos profissionais do ensino. Segundo Abrantes (1989), o reconhecimento da resolução de problemas, como motor do desenvolvimento da Matemática e da sua actividade, não é uma ideia nova. A título exemplificativo, podemos referir a experiência realizada em 1938 por Fawcett, citado em Brown (2008), numa escola secundária, tendo como objectivo principal que os alunos avaliassem a natureza do pensamento dedutivo na Matemática.

Polya perspectivou o processo de ensino da resolução de problemas de uma forma bastante visível, quando afirma que um professor de Matemática “deve fazer tudo o que está ao seu alcance para desenvolver a habilidade dos seus alunos para resolver problemas” (Polya, 1980, p. 2), e a importância que lhe atribuiu foi determinante nas mudanças de concepção da educação Matemática. O trabalho desenvolvido nas ciências cognitivas e inteligência artificial também contribuiu para o desenvolvimento da investigação sobre a resolução de problemas nos finais dos anos 70 e meados de 80, principalmente sobre os estudos das estratégias de resolução de problemas, o desempenho entre resolvidores experientes e pouco experientes e o papel da metacognição na resolução problemas.

Em termos curriculares, a resolução de problemas em Matemática ganhou novo relevo a nível internacional, nas décadas de 80 e 90, com o surgimento do movimento das Normas nos Estados Unidos da América, devido ao baixo nível de desempenho dos alunos nos testes internacionais de conhecimentos matemáticos. Paralelamente, nessa altura, começou a falar-se de alfabetização funcional da população adulta, que, embora escolarizada, demonstrava dificuldades em realizar determinadas tarefas que exigiam a mobilização de conhecimentos já adquiridos.

Neste sentido, o NCTM publicou uma série de documentos com duas preocupações fundamentais: a resolução de problemas e as aplicações da Matemática ao mundo real. Os vários documentos recomendaram a resolução de problemas como uma prática habitual do ensino da Matemática e atribuíram-lhe um carácter transversal. Além disso, é ainda notório o compromisso das Normas, não na solução em si, mas nos processos, estratégias e heurísticas de resolução de problemas durante a procura das soluções, quando sublinha que “a resolução de problemas em Matemática, no seu sentido mais alargado, é aproximadamente sinónimo de fazer Matemática. (...)

as estratégias de resolução (...) devem tornar-se mais interiorizadas e integradas”, por forma a constituírem uma alargada base de apoio à actividade Matemática desenvolvida pelos alunos, independentemente do tema em abordagem (NCTM, 1991, p. 163).

Em Portugal, segundo Ponte e Canavarro (1994), a importância do papel dos problemas foi frisada por Sebastião e Silva, em 1965, mas só nos finais da década de 80 é que as orientações curriculares começaram a dar importância e primazia à resolução de problemas, de forma que os novos programas, em experimentação desde 1988, traduzem claramente a influência das orientações propostas pelo NCTM. Neste sentido, a Associação de Professores de Matemática (APM, 1990) propõe a renovação do ensino da Matemática e considera a resolução de problemas o grande objectivo, assumindo-o como o centro da aprendizagem.

Desde então, tem sido esta a perspectiva dos programas de Matemática para todos os níveis do Ensino Básico. No âmbito da última reforma curricular, em 2007, surge um novo documento designado por *O Novo Programa de Matemática do Ensino Básico*, como reestruturação dos programas em vigor desde 1991. Adoptando as perspectivas curriculares do NCTM, o novo programa menciona que uma das finalidades do processo de ensino-aprendizagem é o desenvolvimento nos alunos da “capacidade de analisar informação e resolver e formular problemas, incluindo os que envolvem processos de modelação matemática” (Ponte et al., 2007, p. 3). Ainda na mesma linha, atribuiu um carácter transversal à resolução de problemas, bem como ao raciocínio e à comunicação matemáticas, para além de a considerar um objectivo central da aprendizagem e uma orientação metodológica para as actividades a desenvolver.

No que toca à Educação e Formação de Adultos, o documento intitulado *Referencial de Competências-Chave – Educação e Formação de Adultos*, do nível básico, o qual pretende ser “uma matriz integradora entre o balanço de competências adquiridas na experiência de vida e o desenvolvimento de projectos de educação/formação de adultos” (Alonso et al., 2002, p. 5), preconiza uma visão integradora das diferentes Áreas de Competências-Chave.

Relativamente à “Matemática para a Vida”, defende que a organização das aprendizagens dos adultos tenha como base a resolução de problemas e não os conteúdos matemáticos, considerando a experiência de vida, bem como a de trabalho dos formandos um recurso fundamental do seu processo formativo. Privilegia, numa das Unidades de Competências, o desenvolvimento da competência de resolução de problemas através das estratégias propostas por Polya. Realça a importância da resolução de problemas na educação Matemática, afirmando que esta “permite não só a resolução propriamente dita do problema de partida como a exploração e

contacto com outras ideias e outros métodos desta ciência” (Alonso et al., 2002, p. 7), propõe que os formandos, para além de problemas, realizem investigações sobre contextos em que surgem, geralmente, mais do que um problema.

Partindo da premissa de que existem determinadas competências comuns a todos os saberes, este documento defende a articulação horizontal e vertical entre as diferentes Áreas de Competências-Chave, dado que o domínio das competências específicas de cada uma delas permite a aquisição e o desenvolvimento de outras. Assim, ler e compreender informação oral, escrita, numérica ou visual, em diferentes formatos, é uma das competências transversais e fundamentais ao exercício da cidadania, pelo que podemos afirmar que a Língua Portuguesa é o veículo das informações das restantes áreas.

Contudo, segundo Azevedo e Rowell (2007), podemos encontrar na língua materna as dificuldades que os indivíduos sentem ao resolver um problema, quando afirmam que essas dificuldades, muitas vezes, não se situam ao nível das fórmulas, algoritmos ou conceitos específicos da Matemática, mas ao nível lexical, sintáctico, semântico, textual e/ou discursivo, impedindo-os de resolver o problema pelo facto de não compreenderem o sentido do enunciado do problema. Nesta linha de pensamento, as autoras apontam a resolução de problemas como um recurso pedagógico capaz de desenvolver e melhorar a proficiência das competências de leituras e escrita dos indivíduos.

Para além desta vertente defendida pelas autoras supracitadas e por outros autores, segundo Vale e Pimentel (2004), existe uma unanimidade largamente aceite por investigadores, professores, associações profissionais e entidades responsáveis pelos currículos oficiais, no que concerne à importância da resolução de problemas no ensino e aprendizagem da Matemática em todos os níveis. Esta relevância é visível, quer na sua vertente utilitária, que nos ajuda a resolver os problemas do quotidiano, quer na sua vertente formativa, que permite o desenvolvimento de processos e capacidades de pensamento, que, segundo as autoras, “são o que de mais importante a matemática escolar pode desenvolver num indivíduo” (p. 10), no sentido em que estas actividades complexas de pensamento estão presentes no contexto educativo e do dia-a-dia, sempre que o indivíduo tem necessidade de analisar, interpretar, criticar ou escolher.

Com este estudo, realizado num contexto de sala de formação, em que se descrevem e analisam os processos de resolução utilizados pelos formandos durante a resolução de problemas e como evoluíram; a forma como explicitaram as suas resoluções e as dificuldades que sentiram e como as ultrapassaram, pensamos poder ter contribuído para uma melhor compreensão da

experiência vivenciada pelos formandos e pela formadora, numa experiência formativa baseada no desenvolvimento da competência de resolução de problemas, recomendada marcadamente pelos documentos programáticos das orientações curriculares actuais.

### **1.3. A organização do estudo**

O relatório deste estudo encontra-se organizado em sete capítulos. No primeiro capítulo, começa-se por apresentar a temática da investigação e o problema à volta do qual se centra, bem como as questões que lhe são inerentes e os motivos que estiveram na sua base. No segundo capítulo, faz-se uma revisão de literatura com a preocupação principal de responder às questões levantadas neste estudo. Este capítulo apresenta duas secções, uma referente à Educação e Formação de Adultos e uma à resolução de problemas em Matemática. A secção correspondente à Educação e Formação de Adultos faz uma referência histórica desta modalidade de ensino, ao nível internacional e nacional, de seguida aborda as competências de literacia da população adulta e os estudos internacionais e nacionais que permitiram avaliar essas competências e, por último, uma breve referência à literacia Matemática e ao Referencial de Competências-Chave, documento que orienta a Educação e Formação de Adultos em Portugal. A secção que diz respeito à resolução de problemas em Matemática aborda vários temas, como a definição de problema e de resolução de problemas, a classificação de problemas, as diferentes perspectivas da resolução de problemas e os modelos de resolução de problemas propostos por alguns autores.

No terceiro capítulo, encontra-se a metodologia adoptada ao longo do estudo, abordando, de seguida, a caracterização dos participantes e o plano de trabalho. Posteriormente, referem-se os métodos de recolha, bem como as técnicas de análise de dados, recolhidos durante o trabalho de campo. Nos quarto, quinto e sexto capítulos, são apresentados os pares de formandos participantes e descrevem-se e analisam-se os processos de resolução de problemas, a forma como explicitaram as suas resoluções, bem como as dificuldades que sentiram e como as ultrapassaram durante a resolução de problemas. No sétimo capítulo, apresentam-se as conclusões do estudo, sendo dadas as respostas às questões de investigação, bem como as limitações do estudo e algumas recomendações para investigações futuras.



## **CAPÍTULO 2**

### **REVISÃO DA LITERATURA**

Neste capítulo é apresentada uma revisão de literatura, tendo como preocupação fundamental responder às questões de investigação formuladas neste estudo. Está organizado em duas secções, uma primeira relativa à Educação e Formação de Adultos e uma segunda referente à resolução de problemas em Matemática. Na secção de Educação e Formação de Adultos começa-se por fazer uma abordagem histórica em termos internacionais (baseada nas conferências internacionais sobre a educação) e nacionais (baseada nas políticas educativas) deste tipo de ensino. Posteriormente, faz-se referência às competências de literacia da população adulta e estudos internacionais e nacionais que permitiram avaliar essas competências. Finalmente, faz-se uma breve abordagem sobre a literacia Matemática e o documento programático que orienta a Educação e Formação de Adultos, equivalente ao Ensino Básico a nível nacional, o Referencial de Competências-Chave. Na secção sobre a resolução de problemas em Matemática, aborda-se a definição de problema e a resolução de problemas, a classificação dos problemas, as diferentes perspectivas relativamente à resolução de problemas e, por último, alguns modelos de resolução de problemas.

#### **2.1. A educação e formação de adultos**

##### **2.1.1. Contexto**

###### *Internacional*

Em qualquer sistema nacional moderno, a instituição “escola” adoptou o ensino de crianças e jovens como prioritário. Ao longo dos tempos, a sociedade foi assumindo o estudante como elemento integrante da população juvenil. No entanto, nem sempre foi assim e estamos a percorrer um caminho inverso, de modo a que o estatuto de estudante não tem idade (Fernández, 2006).

Já na Antiguidade, filósofos, teóricos e pedagogos (Platão, Sócrates, Quintiliano, Comenius, Condorcet, Grundtvig,...) deram importância à educação das pessoas adultas. Comenius, por exemplo, no século XVII, reivindicou a necessidade de se alargar as aprendizagens a todas as

peçoas, independentemente da sua classe social e idade, rompendo com o sistema das aprendizagens exclusivas a determinados extractos sociais. Desde então, surgiram várias vezes críticas sobre a Educação de Adultos, no entanto, até meados do século XX, privilegiou-se um ensino académico tradicional, idêntico ao da escola de crianças (Fernández, 2006).

No domínio da Educação de Adultos, a UNESCO tem tido um papel fundamental, sobretudo no que se refere à alfabetização e educação de base. Desde a sua criação, em 1946, a sua contribuição tem sido crucial na definição e promoção de políticas, mobilização de recursos, divulgação de conhecimentos a nível mundial e no funcionamento como base de dados e documentos, referente a esse sector da educação (Finger & Asún, 2003; Cavaco, 2009).

Na tentativa de “promover a projecção e a visibilidade da educação de adultos e alertar para a importância estratégica da definição de políticas, internacionais e nacionais, neste domínio” (Cavaco, 2009, p. 88), bem como valorizar este sector da educação nos sistemas educativos dos seus países membros, a UNESCO tem vindo a dinamizar alguns eventos importantes, dos quais se destacam as Conferências Internacionais, que se realizam periodicamente. As directrizes definidas nestas Conferências têm vindo a assumir-se como pilares orientadores, exercendo influência nas políticas nacionais dos seus países membros, incluindo Portugal.

Na I Conferência da UNESCO realizada em 1949, em Elsinore, num contexto de pós-guerra e de tomadas de decisão em busca pela paz, fala-se particularmente em educação popular, dando-se ênfase à formação cívica dos operários e à paz, para a construção de uma sociedade mais humana e democrática. Não se atribui importância à alfabetização e à educação de base, assumindo-se a Educação de Adultos como fundamental “para garantir a paz, a vida democrática, a valorização do indivíduo numa sociedade massificada e a correcta utilização do ócio” (Cavaco, 2009, p. 93). Associou-se a Educação de Adultos à justiça social e defendeu-se a capacidade de intervenção social e uma atitude reflexiva e crítica, consideradas como fundamentais, para enfrentar e resolver os desafios da sociedade moderna e a construção de uma sociedade democrática (Gusmão & Marques, 1978).

A II Conferência da UNESCO decorreu, em 1960, em Montreal, num período marcado pela independência das primeiras colónias e emergência do desenvolvimento económico de vários países. Fundamenta-se uma educação integral, orientada para o desenvolvimento dos países, a promoção social, a paz entre os povos e a igualdade de oportunidades. Face às novas exigências, características do período em causa, menciona-se a vertente profissional, contudo, o discurso visa uma educação orientada para diferentes dimensões da vida: social, económica e cultural (UNESCO,

1960). A alfabetização e a Educação de Adultos são promovidas com dois objectivos fundamentais: (1) combater a ausência de competências de leitura e escrita dos indivíduos e (2) promover a participação activa, formando cidadãos capazes de participar activamente na vida social, económica e política.

Começa a associar-se a Educação de Adultos ao desenvolvimento dos países nas várias dimensões – económica, social e cultural -, e a perceber-se que as elevadas taxas de analfabetismo dos países em vias de desenvolvimento constituem não só um entrave a esse mesmo desenvolvimento como também um entrave à participação social e política. O analfabetismo pode comprometer a consolidação da democracia dos países recentemente independentes, como destaca Fernández (2006) “apenas um povo alfabetizado poderia legitimar uma democracia, pois só este poderia receber mensagens e votar em consonância” (p. 21).

Como refere Cavaco (2009), esta II Conferência “marca também o início de uma nova tendência, a cooperação internacional no domínio da alfabetização de adultos” (p. 101), o que contribuiu para a disponibilidade de um fundo financeiro, por parte dos países desenvolvidos, com a finalidade de combater e eliminar o analfabetismo nos países em vias de desenvolvimento. Neste contexto, podemos referir que a alfabetização está associada ao desenvolvimento dos países e à necessidade de promover a paz mundial, enquanto estratégia de prevenção de conflitos quer no interior dos países, quer entre países em vias de desenvolvimento e os países desenvolvidos. No mesmo sentido do discurso emergente desta II Conferência, a UNESCO, em 1966, implementa o Programa Experimental Mundial de Alfabetização (PEMA), no combate ao analfabetismo, “deixando de ser considerado algo normal para passar a ser classificado como uma doença, um mal, uma epidemia, um travão ao desenvolvimento e considerado como uma injustiça social” (Fernández, 2006, p. 19).

Na III Conferência da UNESCO, que decorreu em 1972, em Tóquio, o seu discurso centra-se na implementação de um sistema de educação permanente, em que deixa de se dar ênfase apenas aos analfabetos e se considera, de igual importância, os indivíduos com reduzidos níveis de escolaridade, o que leva à fundamentação de um sistema de Educação de Adultos que permita a igualdade de oportunidades no acesso. Numa perspectiva de educação mais ampla, reforça-se a relação entre a alfabetização e as várias dimensões do desenvolvimento: económica, política, social e cultural, pelo que permanece a importância da alfabetização. Por um lado, porque o analfabetismo continua a ser percebido como prejudicial ao desenvolvimento económico-social

e à estabilidade social e política, por outro, porque a alfabetização é vista como a base do processo educativo, imprescindível para a implementação do sistema de educação permanente.

A educação permanente é concebida pela UNESCO (1972) como “o conjunto de meios e métodos que permitem facultar a todos a possibilidade de compreender o mundo em evolução e de estar em condições de poder participar na sua transformação e progresso” (p. 44), pelo que a alfabetização, nesta perspectiva, para além de contribuir para o desenvolvimento económico-social, deve promover nos indivíduos letrados uma consciência social para que se tornem actores activos na construção de uma nova sociedade (UNESCO, 1972). A Educação de Adultos e em particular a alfabetização “deixam de ser entendidas como um fim em si mesmo e passam a ser tidas como um instrumento ao serviço do desenvolvimento”, dado que se salienta a importância de serem orientadas para o desenvolvimento integral do indivíduo (necessidades pessoais, económicas, sociais) e para o desenvolvimento económico dos países, surgindo assim o conceito de educação funcional e alfabetização funcional (Cavaco, 2009, p. 103).

Podemos assinalar que nesta III Conferência - influenciada pela importância que a Educação de Adultos teve na década anterior e pelo Relatório da Comissão Internacional sobre o Desenvolvimento da Educação, presidido por Faure - procurou-se, em termos de Educação de Adultos e alfabetização, romper com o modelo escolar. Para além disso, tentou-se “impor” o discurso da educação permanente, viabilizar práticas educativas integradas nas dinâmicas e culturas locais – para impulsionar a participação popular com base nos seus recursos e problemas - , e práticas sociais de leitura e escrita – para que os adultos aplicassem e aperfeiçoassem as novas competências adquiridas, mas, sobretudo, que compreendessem o sentido e significado dessa aprendizagem (Cavaco, 2009).

A IV Conferência da UNESCO realizou-se em 1985, em Paris. Nesta, incentivaram-se os governos dos países membros a definir as suas medidas de intervenção, reforçando a ideia que o desenvolvimento da Educação de Adultos é essencial para a concretização da educação permanente. Continua a defender-se a Educação de Adultos e, em particular, a alfabetização como primordiais para garantir a realização pessoal, o desenvolvimento económico, social, científico, tecnológico e a paz do mundo, falando-se de uma formação geral, técnica e profissional.

Persistindo a ideia do binómio analfabetismo – desenvolvimento, percebe-se que (1) o combate ao analfabetismo é um problema bastante complexo que depende de diversas variáveis, tais como os aspectos culturais, políticos, sociais, retóricos e económicos de cada povo (UNESCO, 1985) e que existe (2) uma preocupação “com os analfabetos funcionais dos países desenvolvidos”

(Cavaco, 2009, p. 109), justificada pelos resultados dos estudos sobre literacia em alguns países (Estados Unidos da América, Canadá e França) nos anos 70 e 80. Estes estudos demonstraram que esses países se confrontavam, também eles, com um “género de analfabetismo particular, baptizado de “iletrismo”. Trata-se de adultos activos com grandes dificuldades em ler e compreender textos simples da vida do dia-a-dia” (Hamadache, n. d., pp. 8-9). Esta ideia é corroborada por Fernández (2006), quando afirma que “a falta de uso da leitura numa alta percentagem de alfabetizados desencadeou uma ausência de sentido funcional dessa aprendizagem que desembocou no fenómeno do iletrismo” (p. 35).

Os estudos de literacia evidenciaram a existência de uma realidade, a de um “número considerável de pessoas que não dominam as competências, consideradas básicas, de leitura, escrita e cálculo” – ou porque não as desenvolveram na escola ou porque regrediram devido à falta de uso – o que alertou os governos dos países desenvolvidos a apostarem na educação de base dos adultos e em medidas de pós-alfabetização, numa perspectiva de educação permanente (Cavaco, 2009, p. 110).

Nesta Conferência assiste-se, de novo, a uma mudança do seu discurso. Defende-se o direito de aprender e, embora persista a ideia de uma “educação humanista, orientada para a formação integrada da pessoa”, como refere Cavaco (2009), começa a colocar-se ênfase numa “educação orientada para o trabalho, tanto a nível dos adultos como dos jovens” (p. 96), procura-se promover práticas mais centradas nas aprendizagens dos adultos (UNESCO, 1985).

Segundo Cavaco (2009), as práticas de alfabetização impostas pelos governos perverteram os projectos da UNESCO, provocando a institucionalização da Educação de Adultos e, conseqüentemente, a subordinação ao modelo escolar, em que alfabetizar os adultos, segundo Fernández (2006), consistia em “ensinar o mínimo (...) [e não se] considera ensinar a pensar, lendo, nem ensinar a codificar a experiência ou o próprio pensamento, escrevendo”, sendo consideradas tarefas “complexas e superiores que os processos de aprendizagem de pessoas adultas raramente tomaram em consideração” (p. 29).

A V Conferência Internacional sobre a Educação de Adultos foi realizada em 1997, em Hamburgo, e é influenciada pelas orientações políticas da União Europeia, nomeadamente pelas directrizes definidas no livro *Branco da Educação e Formação* (lançado pela Comissão Europeia em finais de 1995), reforçadas e clarificadas mais tarde no *Memorando sobre a Aprendizagem ao Longo da Vida* (elaborado em 2000, também pela Comissão Europeia) e ainda pelo relatório *A*

*Educação um Tesouro a Descobrir* (em 1996) da Comissão Internacional sobre a Educação para o Século XXI, presidida por Jacques Delors (UNESCO, 1998; Cavaco, 2009).

O discurso desta conferência proclama a necessidade de se adoptar uma nova perspectiva da Educação de Adultos – mais ajustada às sociedades contemporâneas -, justificado pelos processos de globalização, desenvolvimento tecnológico e transformações nos domínios económico, social e político. Fundamenta-se o conceito de aprendizagem ao longo da vida, já defendido por Jacques Delors, referindo que “aprender ao longo da vida significa repensar os conteúdos, de modo a reflectirem factores como a idade, a igualdade entre homens e mulheres, as incapacidades, a língua, a cultura e as disparidades económicas” (UNESCO, 1998, p. 15), irrompendo com o discurso anterior, o da educação permanente. Esta mudança reflecte-se nas expressões e conceitos usados, nos pressupostos e orientações defendidos e, conseqüentemente, nas práticas.

Tal como nas Conferências anteriores, reconhece-se o papel crucial da alfabetização na participação em actividades sociais, culturais, políticas e económicas que contribuem para a aprendizagem ao longo da vida. Indo ao encontro da já referida alfabetização funcional, o discurso desta conferência alarga o âmbito da sua importância e os pressupostos da alfabetização. Neste contexto, às habituais capacidades de leitura, escrita e cálculo, acrescentam-se outras competências como o domínio de línguas, de conhecimentos ao nível informático, códigos visuais e outras, consideradas fundamentais para fazer face aos desafios da sociedade actual, nomeadamente, a competitividade económica e o desemprego.

Ainda no âmbito desta temática, reconhece-se, segundo Cavaco (2009), os saberes dos analfabetos adquiridos informalmente e que é necessário reforçar a implementação de medidas de pós-alfabetização e a articulação com as “modalidades formais, não formais e informais” (p. 122), para evitar a regressão de saberes. Responsabilizam-se: os indivíduos, pela construção e evolução dos seus saberes, afirmando que “os desafios do século XXI exigem a criatividade e competência de cidadãos de todas as idades”; a sociedade civil, “na garantia da igualdade e equidade entre homens e mulheres, na participação activa das mulheres”, e o Estado, na definição de políticas, definição e construção dos referenciais de competências, acreditação das entidades formadoras, supervisão e avaliação das práticas, entre outras (UNESCO, 1998, pp. 30-31). Fundamenta-se a responsabilização individual e colectiva, considerando que “a educação básica para todos (...) não é apenas um direito, mas também um dever e uma responsabilidade para com os outros e para com a sociedade no seu conjunto” (UNESCO, 1998, p. 18).

A VI Conferência Internacional de Educação de Adultos decorreu em 2009, em Brasília, na sequência das orientações e preocupações da V Conferência, embora num período de tempo diferente, em que a globalização e a economia do conhecimento requerem a actualização e adaptação das capacidades e competências dos indivíduos a novos ambientes de trabalho, a novas formas de organização social e de comunicação, para além do mundo estar diante de uma crise económica e financeira (UNESCO, 2010).

Neste contexto, a VI Conferência produziu e aprovou o *Quadro de Acção de Belém*, documento que define as orientações e intervenções a realizar neste domínio nos próximos anos, ao nível da definição de políticas, financiamentos e da qualidade da educação, entre outras. Esta Conferência, ao promover a reflexão sobre o foco principal, a alfabetização como alicerce da aprendizagem ao longo da vida e como direito à educação, apelou para que se redobrassem os esforços a nível mundial para que se reduzissem as taxas de alfabetismos. Enfatizou o papel da educação e da aprendizagem de adultos como crucial para enfrentar os desafios políticos, culturais e sociais do mundo contemporâneo, sublinhando que são componentes chave “numa aprendizagem e educação ao longo da vida que integra a aprendizagem formal, não formal e informal”. Reconheceu-se igualmente o seu papel na redução da pobreza, da exclusão social e na criação de sociedades mais justas e sustentáveis baseadas no conhecimento (UNESCO, 2010, p. 7).

Esta última Conferência surgiu numa tentativa de revigorar a educação e aprendizagem de adultos a nível mundial, sugerindo novos rumos para a educação e aprendizagem de adultos numa perspectiva de aprendizagem ao longo da vida e forçou os governos a admitir que não fizeram o suficiente e muito menos o necessário. Como consequência, assumiu monitorizar a implementação do *Quadro de Acção de Belém*.

Em síntese, a UNESCO impulsionou e projectou a Educação de Adultos a nível nacional e internacional, promovendo e realizando uma série de reflexões, debates e Conferências sobre a Educação de Adultos. Nota-se, ao longo destas Conferências, uma evolução efectiva no discurso sobre este domínio, podendo considerar-se três marcos fundamentais. O primeiro que consistiu no lançamento do debate sobre a Educação de Adultos, com a realização da I Conferência, onde se defendeu que a Educação de Adultos “tem por objectivo fornecer aos indivíduos os conhecimentos indispensáveis ao desempenho das suas funções económicas, sociais e políticas e, sobretudo, dar-lhes possibilidades de, através da sua participação na vida da comunidade, viver uma vida mais completa e harmoniosa” (UNESCO, 1949, p. 12); o segundo com as II, III e IV Conferências

impulsionou a importância e o combate ao analfabetismo e a perspectiva da educação permanente e o terceiro surge com a visão da aprendizagem ao longo da vida, através das V e VI Conferências.

### *Nacional*

Portugal, nos últimos anos, tem protagonizado um progresso educativo inédito. Este progresso e o respectivo investimento realizado vêm destacados no relatório da *Organisation for Economic Co-operation and Development, OECD Economic Surveys: Portugal 2010*, de acordo com a comunicação publicada na Newsletter Novas Oportunidades nº 19 (ANQ, 2010a).

No século XX, em Portugal, podemos salientar duas vias de Educação de Adultos. Uma via ligada à iniciativa privada e aos movimentos associativos que surgem com a Primeira República, de 1910 a 1926, originando a institucionalização das Escolas Móveis, para superar as situações de analfabetismo; uma outra, estatal, de carácter formal e centralizador, que teve como pontos fortes a *Campanha Nacional de Educação de Adultos*, nos anos de 1952 e 1953 e os *Cursos de Ensino Primário Supletivo para Adultos*, em 1958-1959 (Barbosa, 2004).

Com o Estado Novo (1926-1974), as actividades de Educação de Adultos eram escassas, uma vez que o regime vigente via com desconfiança todo o tipo de associativismo, impondo, assim, medidas restritivas sobre as iniciativas associativas e de educação popular. As acções de formação profissional, quando pontualmente realizadas, eram orientadas para satisfazerem as classes no poder, sem ter em atenção os interesses reais das populações, tendo, como consequência, uma fraca evolução até ao 25 de Abril. Deste período, destacou-se apenas a Reforma de Veiga Simão (Barbosa, 2004).

Com o 25 de Abril, passa-se de um regime altamente centralizado e controlador para uma sociedade que se pretende democrática e que possibilite a coexistência de diferentes ideologias, o que permitiu, como refere Oliveira (2004), “a emergência da educação de adultos em Portugal como campo de intervenção social específico” (p. 87). Assiste-se, em simultâneo, a iniciativas de carácter popular que promovem a inserção da Educação de Adultos em movimentos populares e a iniciativas de carácter ideológico. Muitas destas últimas foram proporcionadas pelo Movimento das Forças Armadas (MFA) e surgem como campanhas de alfabetização, sem respeitarem os interesses e as necessidades das populações destinatárias (Barbosa, 2004). Era urgente a criação de um instituto público que definisse, organizasse e promovesse uma política pública capaz de responder às necessidades da população. Emerge, assim, a reorganização da *Direcção Geral da Educação*

*Permanente* (DGEP), criada por Veiga Simão, que assume a coordenação das políticas da Educação de Adultos (Oliveira, 2004).

Em 1979, numa perspectiva de educação permanente, é criado o *Conselho Nacional de Alfabetização e Educação de Base de Adultos* (CNAEBA), responsável pela coordenação e acompanhamento da execução de um *Plano Nacional de Alfabetização e Educação de Base de Adultos* (PNAEBA), numa “tentativa de estabelecer uma política de educação de adultos integrada”, como refere Cavaco (2009, p. 152). Apesar de toda a adesão e entusiasmo em volta deste plano nacional, a sua execução foi interrompida após 5 anos, ficando por cumprir vários objectivos estabelecidos (Oliveira, 2004). Segundo Lima (2005), estas políticas descontínuas demonstram a inexistência de um fio condutor de uma política integrada e global quanto à Educação e Formação de Adultos.

No início da década de 80, as directrizes do governo em vigência limitam a Educação de Adultos ao ensino nocturno, particularmente orientado para os jovens adultos, evidenciando a subordinação deste domínio à lógica da educação escolar (Cavaco, 2009). Esta subordinação surge, em 1986, pela publicação da *Lei de Bases do Sistema Educativo*, que, como referem Melo et al. (1998), “não contempla a dimensão ampla e plurifacetada da educação de adultos presente no PNAEBA, nem prevê a criação de um subsistema de educação de adultos com características próprias sendo perspectivada como resposta escolarizada (...)”. Perde-se, assim, uma vez mais, a oportunidade de se reconhecer a Educação de Adultos como uma estratégia de desenvolvimento capaz de fazer face aos desafios impostos pelo desenvolvimento e pela democracia (p. 74).

Nos finais dos anos 80 e no âmbito da *Comissão de Reforma do Sistema Educativo* (CRSE), é realizado um importante estudo com a designação: *Documentos Preparatórios III – Reorganização do Subsistema de Educação de Adultos*. Defende uma perspectiva ampla da Educação de Adultos, uma estratégia para o seu desenvolvimento e a criação de uma instituição própria, capaz de satisfazer as necessidades deste subsistema. No entanto, e mais uma vez, a falta de vontade política leva à desvalorização das recomendações referidas, deixando de fora uma política pública de Educação de Adultos (Barbosa, 2004).

Na década de 90, estabelece-se a nova *Lei Quadro para a Educação de Adultos em Portugal*, segundo a qual a Educação de Adultos é vista como uma estratégia relevante para a promoção da participação activa destes na vida social. Esta lei centra-se em torno de duas dinâmicas: o ensino recorrente e a educação extra-escolar. Uma vez que o ensino recorrente visa a obtenção dos certificados e diplomas conferidos pelo ensino regular, distinguindo-se deste pela

flexibilidade e diversidade quanto à organização e concretização, sendo este a grande aposta deste diploma, podemos dizer que, nesta década, continua a prevalecer uma visão instrumental da educação de adultos (Cavaco, 2009). É também nesta década que, surge o programa PRODEP/Educação de Adultos (Programa Operacional de Desenvolvimento de Educação para Portugal), que veio dinamizar a Educação de Adultos em Portugal e tentar elevar os níveis educativos e de qualificação profissional da população, bem como promover o seu desenvolvimento pessoal e a sua inserção social (Barbosa, 2004).

Na segunda metade da década de 90, mais propriamente em 1997, em virtude dos resultados do *Estudo Nacional de Literacia – Estudo Preliminar* e da participação de Portugal na V Conferência Internacional sobre a Educação de Adultos, em Hamburgo, promovida pela UNESCO, constitui-se um grupo de trabalho, com a missão de elaborar um documento de estratégia para o desenvolvimento da Educação de Adultos (Oliveira, 2004). Publicado no início de 1998, com o título *Uma Aposta Educativa na Participação de Todos*, este documento propõe, como referem Melo, Lima e Almeida (2002), que “o estado passe a assumir responsabilidades, definindo políticas, criando um sistema nacional de EA [Educação de Adultos], financiando, desenvolvendo parcerias e combinando uma ‘lógica de serviço público’ com uma ‘lógica de programa’” (p. 114).

Nota-se, neste final de década, a presença de duas perspectivas com pressupostos diferentes. Segundo Cavaco (2009), defende-se “uma formação global dos indivíduos, tendo em conta as dimensões pessoais, culturais, profissionais e cívicas”, percebendo-se uma lógica de educação permanente e uma educação “como um instrumento na política activa de emprego”, (p. 177) evidenciando a influência da aprendizagem ao longo da vida.

Ambicionando a concretização dessa política, em Setembro de 1999, é então criada a *Agência Nacional de Educação e Formação de Adultos* (ANEFA), que, como destaca Cavaco (2009), “visava a operacionalização da política nacional sobre Educação e Formação de Adultos, como instrumento privilegiado das políticas sociais, nomeadamente, como integrante da política de emprego”, indo ao encontro das orientações do *Livro Branco da Educação e Formação*, do *Memorando sobre Aprendizagem ao Longo da Vida* e da V Conferência da UNESCO (p. 182).

A acção desenvolvida pela ANEFA evidenciou-se na definição de três projectos: o Reconhecimento, Validação e Certificação de Competências (RVCC), com a elaboração de um Referencial de Competências-Chave ao nível do Ensino Básico; a criação de Cursos EFA, integrando componentes de formação de base e de formação profissionalizante, assim como o lançamento das Acções S@ber+ e dos Clubes S@ber+. Acrescente-se ainda a Produção e Gestão da Informação e

do Conhecimento, particularmente o Centro de Recursos em Conhecimento de Educação e Formação de Adultos, a Revista S@ber+ e as Edições Educação e Formação de Adultos (Oliveira, 2004).

Entre os anos de 2001 e 2003, a ANEFA promoveu, no âmbito da valorização da aprendizagem ao longo da vida e através da monitorização do Sistema Nacional de Reconhecimento, Validação e Certificação de Competências, o alargamento deste modelo de certificação de adultos do Ensino Básico aos adultos que não possuíam o 12º ano de escolaridade (Oliveira, 2004).

Em 2002, a ANEFA é extinta e criada a *Direcção-Geral de Formação Vocacional* (DGFV), facto que demonstra as preocupações do Governo em vigência sobre “as questões do emprego, da competitividade, do desenvolvimento económico” e a “progressiva instrumentalização do domínio da educação de adultos em função das políticas activas de emprego” (Cavaco, 2009, p. 175). A DGFV integra, no seu âmbito de actuação, os projectos delineados pela ANEFA, prevalecendo assim os três eixos nucleares de intervenção, já referidos (Oliveira, 2004). Nesse sentido, seguindo uma estratégia europeia comum, Portugal relança a sua política pública de Educação de Adultos, promovendo a articulação da formação profissional e da educação de base junto dos públicos pouco escolarizados (Cavaco, 2009).

Reconhece-se então, como factor fundamental para o futuro de Portugal, o desenvolvimento e a articulação dos sistemas de Educação e Formação e destes com a política de emprego, numa aprendizagem ao longo da vida, imperando dois desafios a vencer, nomeadamente o da qualificação da população jovem e adulta e o que compromete a Educação e a Formação Profissional (Gomes et al., 2006).

Em 2005, apesar dos esforços já evidenciados pelos sucessivos Governos no que concerne à Educação e Formação de Adultos, Portugal é um dos países que continua a apresentar baixos índices de qualificação escolar e profissional da sua população adulta. Estes índices sócio-educativos, para além de evidenciarem o nosso atraso relativamente ao resto da Europa, traduzem também a falta de desenvolvimento sócio-económico, de qualidade de vida e de participação social dos portugueses. Como consequência, a qualificação da população adulta portuguesa tem imposto um esforço sustentado aos diversos ciclos de políticas públicas, tendo em atenção as directrizes comunitárias, quanto à valorização e validação das aprendizagens ao longo da vida, não formais e informais (MTSS & ME, 2005).

Entre 2005 e 2006, os Ministérios da Educação e do Trabalho e da Solidariedade Social, no âmbito do Plano Nacional de Emprego e do Plano Tecnológico, lançam o Programa Novas Oportunidades com o objectivo de alargar o patamar mínimo de formação até ao 12º ano de escolaridade para jovens e adultos. Apostando na qualificação da população portuguesa, a Iniciativa Novas Oportunidades assume actuar segundo duas ideias nucleares: uma Oportunidade Nova para os jovens e uma Nova Oportunidade para os adultos (MTSS & ME, 2005).

Nesse contexto, a estratégia da Iniciativa Novas Oportunidades, defendida pela ANEFA, foca-se em dois pilares cruciais: (1) criar novas oportunidades para os jovens, fazendo do ensino profissionalizante de nível secundário uma verdadeira e efectiva realidade, proporcionando-lhes a possibilidade de frequentarem cursos técnicos e profissionalizantes – para combater o insucesso e o abandono escolar desse sector – e (2) elevar a formação de base dos activos, proporcionando novas oportunidades e possibilidades a todos os adultos com reduzidos níveis de escolaridade de recuperarem, completarem e progredirem nos seus estudos (MTSS & ME, 2005).

No referente à Educação de Adultos, destaca-se a criação de um mecanismo de reconhecimento e validação de competências adquiridas ao longo da vida e a expansão dos cursos de Educação e Formação, dirigidos particularmente aos indivíduos desse sector. O reconhecimento de competências visa valorizar as aprendizagens realizadas em contextos informais e constitui (1) “um importante mecanismo de reforço da auto-estima individual e justiça social”, (2) um “recurso fundamental para promover a integração dos adultos em novos processos de aprendizagem de carácter formal”, (3) um importante meio de induzir “o reconhecimento da capacidade de aprender”, (4) “o principal mote para a adopção de posturas pro-activas face à procura de novas qualificações” e (5) um meio de “estruturar percursos de formação complementares ajustados caso-a-caso” (MTSS & ME, 2005, p. 20). Os Cursos EFA assumem particular relevo nos pressupostos da Iniciativa Novas Oportunidades, por um lado, porque permitem a certificação escolar e profissional ao articularem dois aspectos, a formação de base e a formação profissionalizante; por outro, pelo facto dessa articulação proporcionar uma melhoria das qualificações escolares e profissionais. Visa-se assim, como menciona Cavaco (2009), “garantir a inserção profissional dos indivíduos, resolver os problemas do desemprego e promover a competitividade económica” (p. 185).

No ano de 2007, por directivas do Governo em funções, é extinta a DGFV e criada a Agência Nacional para a Qualificação (ANQ), com o intuito de dar continuidade ao trabalho iniciado e desenvolvido pela DGFV. A ANQ é um instituto público, sob a tutela dos Ministérios da Educação e

do Trabalho e da Solidariedade Social, com “autonomia administrativa, financeira e pedagógica” (ANQ, 2010b, para. 1) e tem como missão “coordenar a execução das políticas de educação e formação profissional de jovens e adultos e assegurar o desenvolvimento e a gestão do Sistema de Reconhecimento, Validação e Certificação de Competências” (RVCC). A ANQ assume um papel “dinamizador do cumprimento das metas delineadas pela Iniciativa Novas Oportunidades” (ANQ, 2010c, para. 1) de regulação do ordenamento e racionalização da oferta formativa, apoio às actividades de informação e orientação para a qualificação e o emprego, bem como pela gestão da rede de Centros de Novas Oportunidades (ANQ, 2010d).

Nestes últimos anos, a implementação dos Cursos EFA de nível básico e secundário, os Referenciais de Competências-Chave para a Educação e Formação de Adultos e o processo de RVCC integram-se actualmente nas metas da Iniciativa Novas Oportunidades. Esta estratégia visa, fundamentalmente, o alargamento da qualificação da população portuguesa e a “generalização do nível secundário como patamar mínimo de qualificação”. Este caminho foi inicialmente desenvolvido e trilhado pela ANEFA, posteriormente pela DGFV e é agora reforçado pela ANQ (ANQ, 2010c, para. 2).

Em 2010, mais propriamente a partir de 1 de Outubro, entrou em vigor o *Quadro Nacional de Qualificações* (QNQ), regulado pela Portaria n.º 782/2009 de 23 de Julho, que adopta os princípios do *Quadro Europeu de Qualificações* (QEQ). O QNQ “abrange o ensino básico, secundário, superior, a formação profissional e os processos de reconhecimento, validação e certificação de competências obtidas por vias não formais, informais desenvolvidas no âmbito do Sistema Nacional de Qualificações” (artigo 3.º). Tem como objectivos: a) integrar e articular as qualificações obtidas no âmbito dos diferentes subsistemas de educação e formação nacionais e por via da experiência; b) melhorar a transparência das qualificações, possibilitando a identificação e comparabilidade do seu valor no mercado de trabalho, na educação e formação e noutros contextos da vida pessoal e social; c) promover o acesso, a evolução e a qualidade das qualificações; d) definir referenciais para os resultados de aprendizagem associados aos diferentes níveis de qualificação e e) correlacionar as qualificações nacionais com o Quadro Europeu de Qualificações (artigo 2.º).

Neste sentido, a ANQ fica incumbida de estabelecer a articulação dos níveis de qualificação nacionais com os do QEQ, de fazer a divulgação do QNQ e ainda de garantir a sua aplicação às certificações das formações realizadas no âmbito do Sistema Nacional de Qualificações e concluídas após o dia 1 de Outubro de 2010 (ANQ, 2010a).

Esta organização institucional – a ANQ - contribuiu para que a articulação entre as políticas de educação e formação ganhasse uma nova matriz de suporte e consolidação, recolocando a Educação e Formação de Adultos no centro das políticas educativas em Portugal.

### **2.1.2. Alfabetização, literacia e competências de literacia nos adultos**

Após a II Guerra Mundial, a reconstrução dos países e o posterior desenvolvimento técnico e científico despertaram, nestes, a necessidade e a importância de alargar a educação - de crianças e jovens - à população adulta activa, para “satisfazer as necessidades e as aspirações do adulto em toda a sua diversidade”, para a manutenção da paz internacional e para a edificação de uma “civilização mais completa e mais humana” (UNESCO, 1949, p. 4).

Até meados dos anos 70, a educação de base de adultos e a alfabetização são promovidas com a finalidade de “ultrapassar a ausência de competências de leitura e escrita numa grande percentagem da população” (Cavaco, 2009, p. 102), destinando-se, estas, aos indivíduos que, por várias razões, não tiveram a possibilidade de frequentar o sistema educativo na idade considerada como própria para tal, isto é, durante a sua infância e adolescência (Barbosa, 2004). Posteriormente, a Educação de Adultos, e principalmente a alfabetização, deixam de ser um fim em si mesmo, passando a ser entendidas como um instrumento ao serviço do desenvolvimento integral do indivíduo e do desenvolvimento económico; emergindo, neste contexto, o conceito de educação e alfabetização funcional (Cavaco, 2009). Acredita-se na integração entre os interesses do indivíduo e da sociedade.

A partir da década de 80, segundo Lyon (1992) e Castells (2002, 2003a, 2003b), o impacto das tecnologias da informação e comunicação, ao nível económico, político e cultural, levou ao surgimento de uma nova sociedade, a *sociedade da informação*. Esta está associada às profundas alterações que estão a ocorrer na economia e ao papel crucial desempenhado pelo processamento e consequente manuseamento da informação, através dessas novas tecnologias. Contudo, devido à infiltração do conhecimento científico em todas as áreas da vida, Stehr (1994) e outros autores descrevem a sociedade actual como a *sociedade do conhecimento*. Não obstante as diferenças referentes à identificação das principais dimensões responsáveis pelas mutações actuais, estes autores defendem a *informação* e o *conhecimento* como factores cruciais na estruturação da vida social e económica das sociedades contemporâneas.

Embora pese a correlação entre a alfabetização e o desenvolvimento dos países, a emergência destas novas dimensões - cada vez mais estruturantes das sociedades modernas e que

se traduzem em mudanças ao nível das qualificações, das competências e da aprendizagem dos indivíduos - contribuiu para o despertar do conceito de aprender ao longo de toda a vida. Como salienta Ávila (2008), à medida que os dois factores – *informação* e *conhecimento* – são cada vez mais responsáveis pela (re) estruturação das sociedades contemporâneas, “a aceleração sem precedentes da mudança repercute-se (...), em exigências de permanente aprendizagem por parte dos indivíduos” (p. 36), obrigando-os a desenvolver ao longo da sua vida diversos processos de aprendizagem para acompanharem as várias transformações com que se vão debatendo nos diferentes domínios, no seu quotidiano. Neste panorama, colocam-se novos desafios à Educação de Adultos. Embora esta se tenha perspectivado, no passado, essencialmente no combate ao analfabetismo, hoje, “a adaptação dos indivíduos às mudanças da sociedade surge como prioritária” (Barbosa, 2004, p. 90).

Retoricamente, “as taxas de alfabetização serviram como um termómetro da sociedade”, de modo que o analfabetismo assumiu “um significado simbólico, reflectindo [toda e] qualquer decepção” com o funcionamento do sistema educativo e com a própria sociedade, resultando assim de um “fenómeno socialmente construído” (Gumpez, 2008, p. 13). Considerado um problema com consequências tanto para o indivíduo na medida em que, como refere Lahire (1999) constitui um obstáculo ao seu desenvolvimento e à sua inserção profissional, como para a sociedade, dado que se apresenta como um entrave à participação e à tomada de decisão, ao desenvolvimento técnico, e à competitividade, o analfabetismo deixou de ser, apenas, uma preocupação dos países em vias de desenvolvimento.

Perante a existência de uma população - apesar de alfabetizada e cada vez mais escolarizada -, que não domina as competências básicas de leitura, escrita e cálculo, necessárias para uma participação efectiva e eficaz nas práticas profissionais e sociais, que envolvem a língua escrita em diferentes suportes, na sua vida quotidiana, os países desenvolvidos renderam-se às evidências surgindo assim um novo tipo de analfabetismo. Este foi designado de analfabetismo funcional (pela UNESCO) e de iliteracia (em França), para evitar o estigma social e a conotação negativa associados ao termo analfabetismo. Depois, surgiu o termo literacia, o qual tem vindo a ser preferido (Cavaco, 2002).

Assim, a nível internacional surge ao longo de três fases, em 1994, em 1996 e, posteriormente, em 1998, o primeiro grande estudo sobre literacia, conhecido como o International Adult Literacy Survey (IALS), com o objectivo de avaliar as competências de literacia da população adulta. Este estudo, integrando em cada uma das suas três fases novos grupos de países, baseou-

se nos dados recolhidos de amostras representativas de indivíduos com idades entre os 16 e os 65 anos, de 20 países, incluindo Portugal. Rompendo com classificações baseadas em dicotomias rígidas como analfabetos/alfabetizados, não escolarizados/escolarizados e iletrismo/literacia, as competências de literacia dos adultos são avaliadas directamente através da resolução de situações e problemas concretos, utilizando diversos materiais escritos ao invés de indicadores indirectos, como o grau de escolaridade ou as declarações dos indivíduos quanto às suas práticas (Ávila, 2008).

Os resultados deste estudo remetem para a classificação dos indivíduos dos diferentes países em 5 níveis de literacia, para cada uma das três dimensões consideradas. Destacam-se como os mais importantes os seguintes: (1) quanto às competências de literacia, existem diferenças relevantes entre e dentro dos países, muito mais expressivas que aquelas reveladas pelas comparações baseadas nos níveis de instrução; (2) os défices de competências de literacia afectam uma grande parte da população e não apenas determinados grupos, como, por exemplo, os marginais; (3) existe uma grande correlação entre literacia e as oportunidades de vida, quer ao nível social, quer ao nível económico; (4) é necessário exercitar regularmente as competências de literacia; e (5) normalmente, os adultos com défices de competências de literacia não têm consciência disso e não reconhecem que esse défice possa constituir um problema (OCDE & Statistics Canada, 2000).

Em Portugal, o *Estudo Nacional de Literacia* (ENL), coordenado por Ana Benavente (iniciado em 1994), foi o primeiro e único (até ao momento) estudo realizado sobre a avaliação das competências de leitura, escrita e cálculo da população adulta, com níveis diversificados de instrução, com diferentes profissões e com idades compreendidas entre os 15 e os 64 anos de idade. Este estudo foi inspirado nos primeiros estudos realizados nos Estados Unidos da América e Canadá de avaliação directa das competências de literacia. Não obstante, o modelo conceptual e metodológico ser comum ao do IALS, o ENL “desenvolveu os seus próprios instrumentos de pesquisa: testes, questionários, guiões de entrevista e de observação” (Benavente, Rosa, Costa & Ávila, 1996, p. xi), ou seja, construiu de raiz tarefas de literacia apoiadas em materiais escritos de uso corrente a nível nacional e implementou pequenas diferenças quanto à construção dos níveis e ao número de escalas de literacia.

Em termos globais, os resultados permitiram inferir que metade dos indivíduos inquiridos demonstra grandes dificuldades no uso da informação escrita na vida do dia-a-dia, situando-se nos níveis de literacia mais reduzidos, níveis 0 e 1, sendo a percentagem de indivíduos correspondentes

aos níveis mais elevados muito reduzida. Inferiu-se também que existe uma acentuada correlação entre os níveis de literacia e o grau de instrução de uma população, dado que o nível de literacia tende a ser mais elevado quanto maior for o nível de escolaridade, embora o mesmo grau de escolaridade não corresponda ao mesmo nível de literacia. Este facto permite reconhecer que não existe uma correspondência linear entre estas duas variáveis. Finalmente e comparando o exercício de competências de literacia (a leitura, escrita e o cálculo) na vida quotidiana, o estudo permitiu inferir que as “diferenças socialmente observáveis nas práticas de leitura e escrita são mais marcadas pelas desigualdades de formação escolar do que as de cálculo, enquanto estas últimas se mostram ainda mais sensíveis do que as primeiras ao efeito directo das inserções sociais” (Benavente et al, 1996, p. 50).

Quatro anos após a realização do ENL, no ano de 1998, são aplicados os materiais do IALS em Portugal, permitindo o confronto entre os resultados dos dois estudos (ENL e IALS), bem como a comparação da situação portuguesa com a dos outros países envolvidos no estudo internacional, o IALS. Segundo Gomes, Ávila, Sebastião e Costa (2002), o perfil de literacia da população portuguesa, inferido pelo ENL, é, em termos gerais, confirmado pelos resultados do IALS.

Segundo Ávila (2008), nestes estudos de avaliação de competências de literacia, pretendeu-se conhecer o perfil de literacia de uma população e não a percentagem de iletrados da mesma. Nestes, o conceito de literacia adoptado é multidimensional, ou seja, quando se fala em literacia, podemos distinguir diferentes dimensões (literacia documental, qualitativa e em prosa) ou diferentes tipos de competências. Esta concepção de literacia remete para um contínuo de competências, o qual pode traduzir-se em níveis de literacia, que “correspondem a graus diferenciados de competências accionadas num multiplicidade de contextos” pelos indivíduos (p. 132).

Para Benavente et al. (1996), a literacia “traduz a capacidade de usar as competências (ensinadas e aprendidas) de leitura, de escrita e de cálculo”, colocando em destaque o uso do saber transmitido. Com a introdução deste conceito, passou a posicionar-se “a pessoa num *continuum*” de competências relacionadas “com as exigências sociais, profissionais e pessoais” com as quais cada indivíduo se debate na sua vida quotidiana. Neste sentido, definem literacia como “as capacidades de processamento de informação escrita na vida quotidiana”, o que pressupõe a activação das capacidades de leitura, escrita e cálculo, na utilização de diversos materiais escritos, em diferentes formatos, necessários à realização de tarefas quotidianas (p. 4).

Segundo os autores, o conceito de literacia permite estabelecer uma relação mais clara entre os níveis de literacia e a instrução formal, dado que se centra no uso e não na obtenção de

competências. Contudo, sempre que se fala de literacia é necessário ter em consideração que: (a) o perfil de literacia de uma população não pode ser considerado constante; (b) o perfil de literacia de uma população não pode ser conhecido, simplesmente através dos níveis de escolaridade alcançados; (c) as competências de literacia não podem ser vistas “como algo que se obtém num determinado momento” e que são válidas “para todo o sempre” e (d) os níveis de literacia têm de ser encarados no âmbito das exigências das sociedades num determinado período e “nessa medida, avaliadas as capacidades de uso para o desempenho de funções sociais diversificadas” (Benavente et al, 1996, p. 5).

Numa sociedade contemporânea, onde a informação e o conhecimento são factores cada vez mais constituintes e estruturantes da vida social, política e económica, começa a perceber-se que a capacidade de usar a informação escrita nos seus diferentes formatos, em diversos contextos e situações, é cada vez mais crucial, além de que a ausência das capacidades neste domínio é prejudicial quer ao indivíduo (exclusão social), quer ao país (subalternização económica, cultura e política), tornando-se, assim, esta ausência uma preocupação social. Começa a entender-se a literacia como uma preocupação social. Então, os níveis de literacia, como preocupação social, emergem nos países desenvolvidos, quando se percebe que toda a estrutura e funcionamento das sociedades contemporâneas se encontram suportados e dependentes de materiais escritos, levando ao equacionamento das competências básicas de leitura, escrita e cálculo activadas efectivamente pelos indivíduos (Ávila, 2008).

Nos estudos realizados sobre a avaliação de competências de literacia, tem-se vindo a considerar esta não como algo de estático e obtido para sempre, mas como algo que se deve adaptar às circunstâncias do momento, exigindo ao indivíduo uma curiosidade constante, vontade de ampliar os seus conhecimentos, espírito crítico e capacidade de adaptação e resposta a novos desafios. Contudo, como refere Pinto (1998), essa tomada de posição deve ser aprendida e despertada na escola através da constante solicitação, ao aluno, de soluções de situações possíveis de ocorrer no seu quotidiano, pois, segundo a autora, “só despertando no aprendente as sua potencialidades, [e] conferindo-lhe um papel activo no processo em causa é que se poderá melhorar a atitude que este virá a ter mais tarde, enquanto adulto, no mundo do trabalho” (p. 89).

Não obstante o facto de se esperar que cada indivíduo tenha adquirido a vontade e o hábito de enriquecer e/ou ampliar os seus conhecimentos, referentes à linguagem oral e/ou escrita, e de praticar a leitura, que lhe permita o acesso aos diferentes tipos de material impresso, esta atitude da escola contribuiria, como afirma Pinto (1998), “para criar, na população, um desejo de

aumentar os seus conhecimentos, de interrogar/questionar o que a cerca, indo ao encontro da curiosidade que, se ainda estiver latente, se deve ir começando a manifestar” (p. 89). E acrescenta que essa atitude só será uma realidade se o indivíduo, ao longo da sua vida, tiver sido familiarizado “com uma prática que assente no questionar constante do material que lhe oferece resistência e que deve ser tão diverso quanto possível (p. 90).

Numa sociedade da informação e do conhecimento, é inequívoca a importância da literacia na vida quotidiana dos indivíduos, da vida profissional à social, passando pela pessoal e económica, na medida em que a generalização, a diversificação da escrita e, conseqüentemente, da leitura é evidente em variadíssimos contextos, esferas sociais e suportes e modos gráficos (Ávila, 2008). Hoje, não dominar suficientemente as competências de leitura e escrita é, como afirma Rebelo (1993), “ficar dependente de outros, é ficar limitado, perdendo a oportunidade de usufruir e participar dos recursos enormíssimos de que a sociedade dispõe e oferece aos seus cidadãos” (p. 39), sentir dificuldades no seu dia-a-dia, quando confrontados com documentos, leis, utilização de um computador, decifração de um mapa de estradas, exploração da *internet*, preenchimento de diferentes impressos colocados pelas mais diversas instituições,... e sentir, por vezes, o peso da exclusão social (Ávila, 2008; Martins, Costa & Ramalho, 2000).

Torna-se então consensual sobre a necessidade de ler e escrever na sociedade contemporânea, pelo que a sua aprendizagem, como refere Rebelo (1993), “já não é apenas aconselhada, mas imposta obrigatoriamente aos cidadãos” (40), sendo fundamental que todo o indivíduo vá para lá do nível básico de leitura e escrita, mas que desenvolva “capacidades especiais em vários tipos de texto: textos em prosa, poesia, relatórios, legislação, artigos de jornais e revistas, (...), documentos, formulários, gráficos, mapas, tabelas, (...), e escrita em suportes variados, papel, ecrã de televisão ou de computador, telas, quadros electrónicos” (Martins, Costa & Ramalho, 2000, p. 17).

### ***Leitura***

Dada a inegável importância da *leitura*, esta tem sido objecto de investigação nos últimos anos e a sua concepção tem sofrido as influências da psicologia, linguística, sociologia, antropologia, informática, prática pedagógica e dos modelos de aprendizagem. Essa investigação tem procurado, fundamentalmente, conhecer e “entender a natureza e o desenvolvimento dos processos básicos de leitura” com o objectivo de desenvolver métodos de ensino/aprendizagem que concorram para o sucesso escolar dos alunos e para a formação de “cidadãos literatos que (...)

sejam leitores críticos, capazes de auto-regular os seus processos cognitivos de modo a saber escolher as estratégias necessárias a cada situação de leitura” (Sequeira, 1989, p. 99).

A perspectiva do processo de ler tem vindo a evoluir, ao longo dos tempos, de concepções mais ligadas ao produto (concepções tradicionais) para outras mais relacionadas ao processo (perspectivas actuais). Nas concepções tradicionais, valorizava-se o domínio de habilidades isoladas e a descodificação do sentido unicamente produzido no e pelo texto, tendo o leitor um papel receptivo passivo no que toca à recepção da mensagem (Giasson, 2000; Colaço, 2004). Nos anos 80, a problemática da *leitura* foi enriquecida com as perspectivas trazidas por várias ciências cognitivas (sociolinguística, psicolinguística, entre outras), passando a *leitura* a ser entendida como um processo que requer a coexistência e a relação de diferentes variáveis da qual resulta a compreensão do texto. A *leitura* passa a ser considerada como um processo interactivo, resultando da interacção entre o leitor, o texto e o contexto, interactividade baseada, segundo Martins (1996), no facto (construtivista) de que a percepção consiste na representação ou na organização da informação segundo os conhecimentos prévios do leitor ou que este traz para o texto. Surgem assim diferentes abordagens referentes à definição de *leitura* e ao que é essencial no seu processo.

Do ponto de vista psicolinguístico, para Sequeira (1989), a *leitura* “é um processo activo, auto-dirigido por um leitor que extrai do texto (considerado aqui não só como página escrita, mas também como combinações de imagens, diagramas, gráficos, etc.) um significado que foi previamente codificado por um emissor” (p. 54). A autora destaca com esta definição a importância do papel activo e de construção do leitor no processo de *leitura*. Goodman (1987) situa-se numa perspectiva idêntica, ao caracterizar a *leitura* como “um processo no qual o pensamento e a linguagem estão envolvidos em contínuas transacções, quando o leitor busca obter sentido a partir do texto impresso” (p. 11). Rebelo (1990) considera que a *leitura* compreende dois processos, um inicial, o processo perceptivo durante o qual se processa o reconhecimento dos símbolos, e um mais complexo, o processo de pensamento o qual implica a compreensão e a interpretação de ideias.

Numa outra perspectiva, Goodman (1987) e Smith (2003) consideram a *leitura* como a interacção entre os conhecimentos e as experiências que o leitor possui e a informação ao nível do léxico e da gramática, transmitida pelos signos gráficos na decifração da mensagem do escritor. Goodman (1987) refere que a capacidade do leitor é importante para o sucesso da *leitura*, contudo, “o propósito do leitor, a cultura social, o conhecimento prévio, o controle linguístico, as atitudes e os esquemas conceptuais” (p. 15) não são menos importantes. Smith (2003), por sua vez, afirma que

*ler* requer dois tipos de informação: a informação visual e a informação não-visual. Traduz a informação visual como sendo a informação que o cérebro recebe do texto impresso e a informação não-visual como o conhecimento prévio da língua em que o texto está escrito, o assunto do texto e algum conhecimento sobre os aspectos específicos da linguagem escrita. Caracteriza a informação visual como “aquilo que desaparece quando as luzes se apagam” e a informação não-visual como a que “está com o leitor todo o tempo; não desaparece quando as luzes se apagam” (p. 85).

Entendendo a *leitura* como um processo interactivo, Giasson (2000) compara-a à interpretação de uma orquestra sinfónica: “para interpretar uma sinfonia, não basta que cada músico conheça a sua partitura, é preciso ainda que todas as partituras sejam tocadas de forma harmoniosa pelo conjunto dos músicos” (p 18). Refere que, ao analisar o *acto de leitura* no plano de actividades, este pressupõe não a realização plena de habilidades isoladas, mas a interacção entre as diversas habilidades que o compõe, afirmando, “por exemplo, a sintaxe influencia a descodificação (...); o sentido orienta a sintaxe (...); [e] os conhecimentos pragmáticos orientam o sentido que será atribuído a uma palavra”, sendo a compreensão, na leitura, “encarada como um processo holístico ou unitário” (p. 18). Nesta linha de pensamento, de *leitura* como processo interactivo, Colaço (2004) considera que a *leitura* é muito mais que uma extracção de informação do texto, é “um processo que activa conhecimentos na mente do leitor”, os quais serão utilizados, aperfeiçoados e ampliados pela nova informação obtida do texto (p. 45).

Para Mialaret (1974), “saber ler equivale a dispor de um novo meio de comunicação com o próximo (...) e, em virtude disso, participar na vida intelectual de toda a humanidade” (pp. 16-17). Considerando que o sentido de compreender é ambíguo, Mialaret (1974) refere que *saber ler* “equivale a ser capaz de transformar uma mensagem escrita noutra sonora em conformidade com determinadas leis bem definidas, a ser capaz de conceber e apreciar o seu valor estético” (p. 15), ou seja, *ler* é compreender e julgar o conteúdo da mensagem escrita, bem como apreciar o seu valor estético e que resulta de uma educação que é interminável. Desenvolvendo esta questão e enriquecendo-a em certas vertentes, Viana e Teixeira (2002) consideram que, ao nível instrumental, *ler* “é uma técnica de decifração” fundamental, sem a qual se torna difícil o desenvolvimento da leitura a níveis superiores. A um nível mais abrangente e completo, *saber ler* “é também compreender, julgar, apreciar e criar”, resultando “da interacção de todas estas operações, o que a torna numa actividade psicológica particularmente complexa”, e, como actividade formativa, um meio para atingir um fim e não um fim em si própria (p. 14).

Não obstante as diferenças explícitas nas abordagens apresentadas em torno da definição de *leitura*, percebe-se que todas elas assentam em dois aspectos comuns: (1) (como) decodificação de signos gráficos e (2) a compreensão do sentido do texto.

Segundo Viana e Teixeira (2002), decodificar uma mensagem escrita é reconhecer e identificar palavras e traduzir o seu significado, sendo para isso necessário que o indivíduo distinga as letras e os sons das palavras, a ordem em que se apresentam, faça a correspondência entre cada signo gráfico e cada elemento sonoro e que compare e relacione os elementos gráficos e fonéticos idênticos.

A compreensão na leitura tem sido geradora de controvérsias, contudo, segundo Giasson (2000), existe consenso por parte da comunidade científica “quanto às grandes componentes do modelo de compreensão na leitura, isto é, o texto, o leitor e o contexto” (p. 21) e quanto ao processo de leitura como um processo cognitivo de construção de significados, pela interacção dessas três variáveis, onde o indivíduo tem um papel activo e fulcral. A *leitura* pressupõe que um leitor, perante um determinado texto, procure o seu significado, num contexto específico, o que leva Giasson (2000) a afirmar que, perante este modelo, “não se voltará a dizer ‘este aluno tem problemas de compreensão’, mas ‘este aluno, perante tal tipo de texto e em tal contexto, compreende de tal modo’” (p. 24).

Neste modelo de compreensão da leitura, embora esta dependa do grau de relação entre as três variáveis – leitor, texto e contexto -, o leitor é, sem qualquer dúvida, o elemento mais complexo do processo de leitura.

Considerando que o *leitor* aborda a tarefa de ler através das suas estruturas cognitivas e afectivas e que utiliza diversos processos para compreender o texto, Giasson (2000) esquematiza os elementos referentes ao leitor relativamente a duas vertentes: estruturas (cognitivas e afectivas) e processos. Entende como *estruturas* as características que o leitor frui, independentemente de qualquer situação de leitura, integrando nas estruturas cognitivas os conhecimentos que o leitor possui sobre a língua – fonológicos, sintácticos e semânticos -, e os seus conhecimentos sobre o mundo que o circunda; nas afectivas insere as atitudes e os interesses do leitor. No que se refere aos *processos*, a autora define-os como as habilidades ou as capacidades necessárias para abordar o texto, bem como as actividades cognitivas desenvolvidas durante o acto de leitura. Classifica-os em cinco categorias, segundo uma proposta de Irwin (1986, citado em Gisson, 2000) em: micro processos (servem para a compreensão da informação presente na frase); processos de integração (voltados para a coerência interfrásica ou ligações entre frases); macro processos (voltados para a

compreensão global do texto, as ligações que permitem entender este como um todo coerente e coeso); processos de elaboração (aqueles que permitem o leitor ir para além do texto, construir inferências não estabelecidas pelo autor) e processos metacognitivos (que permitem a adaptação do leitor à situação de leitura e ao texto).

A perspectiva da psicolinguística, ao considerar o indivíduo como um ser activo na construção do seu próprio conhecimento, baseado na sua experiência linguística, cultural e cognitiva, salienta o papel importante do leitor no acto de ler, no qual a compreensão assume um papel fundamental.

Para Smole e Diniz (2001), compreender um texto é “ uma tarefa difícil, que envolve interpretação, decodificação, análise, síntese, selecção, antecipação e autocorreção” (p. 70) e que se caracteriza pela forma como o indivíduo utiliza os seus conhecimentos linguísticos sobre o texto e o mundo, durante o processo de leitura. Sustentam que, para que um indivíduo compreenda e aprenda sobre o que leu, é necessário que durante o processo de leitura sejam activados os seus conhecimentos prévios e que o leitor “indague, questione, busque e procure identificar os aspectos relevantes de um texto, encontrando pistas e percebendo os caminhos que o texto sugere” (p. 70).

Sequeira (1989) afirma que a compreensão “requer, da parte do leitor, uma relação activa entre a informação nova e aquela que ele já possui” e que essa relação depende das estratégias usadas pelo leitor, as quais variam de indivíduo para indivíduo (p. 55). Nesta perspectiva, Giasson (2000) defende que, para que o leitor compreenda, é necessário que ele estabeleça constantemente relações “entre o novo (texto) e o conhecido (os seus conhecimentos anteriores)” (p. 27), indo ao encontro do pensamento de Goodman (1987), quando refere que a leitura é interpretação e que a capacidade de compreensão e aprendizagem do leitor, através desta, depende do que ele “conhece e acredita *a priori*” podendo interpretar “somente de acordo com a base do que conhece” (p. 15).

Thorndike (1917), comparando a compreensão de um parágrafo à resolução de um problema, afirma que esta “consiste em seleccionar correctamente os elementos da situação, e relacioná-los em função do peso, da força e da influência de cada um”, e que a mente ao ser bombardeada pelas palavras de um parágrafo deve “seleccionar, reprimir, suavizar, enfatizar, correlacionar e organizar, tudo sob a influência do estado mental, da finalidade ou da exigência” (p. 330).

Neste processo de compreensão, Sequeira (1990) atribui um papel fundamental à *memória*, afirmando que nesta funcionam “estratégias de busca e recuperação de conteúdos

semânticos, factuais, episódicos e simbólicos que se encontram armazenados e sistematicamente organizados em classes e categorias” (p. 41). Refere que o esquema mental, próprio de cada leitor, utiliza habilidosamente a “capacidade organizativa da memória, das suas estratégias de busca, das inferências” (pp. 41-42) para, a partir da sua bagagem cultural ou dos seus conhecimentos previamente adquiridos, recolher e organizar a informação sobre o texto escrito.

Salienta que as estratégias desenvolvidas por um leitor, para a compreensão de um texto, estão relacionadas com vários aspectos, nomeadamente, os conhecimentos prévios, as finalidades de leitura, o exercício da atenção, o estabelecimento de comparações, inferências, generalizações, entre outros. Baseando-se no “princípio de que o conhecimento se vai consolidando pela construção” (Sequeira, 1990, p. 42), a autora acredita que essas estratégias podem ser activadas e intervir em diferentes fases da compreensão do texto, para que o conhecimento, já adquirido e armazenado na memória, seja activado e “vá influenciar a selecção, integração e compreensão de conhecimentos novos, assim como aperfeiçoar os vários passos do processo da atenção” (p. 42).

Assim, neste processo de construção, considera fundamentais as estratégias usadas pelo professor – actividades de pré-leitura, para o exercício da reorganização dos conhecimentos prévios e da atenção; actividades de leitura propriamente dita, para activar os objectivos da leitura, e as interacções entre os elementos do texto e actividades de pós leitura, para o estabelecimento de generalizações -; e as usadas pelo autor do texto. Todavia, considera as mais importantes, embora as mais difíceis, “as estratégias usadas pelo indivíduo para construir a sua própria aprendizagem (...) [que] têm um carácter permanente” e se centram no próprio indivíduo, e “de que fazem parte auto correcções, adaptações, previsões de acontecimentos, numa constante mutação até se atingir a compreensão” (Sequeira, 1990, p. 42).

A compreensão da leitura depende ainda da atitude face à leitura, da predisposição e dos interesses do leitor e da significância dos temas para o próprio. Quando confrontado por uma tarefa que requer a compreensão de um texto, o indivíduo sente indiferença ou repulsa ou atracção, sendo que esta última manifestação facilita a actividade de leitura (Viana & Teixeira, 2002; Giasson, 2000). Giasson (2000) acrescenta ainda, a capacidade do leitor em arriscar, a sua percepção como leitor e, em geral, o medo do insucesso, como agentes capazes de intervir nas estruturas afectivas do leitor e influenciar de modo verdadeiramente positivo a compreensão na leitura.

Giasson (2000) refere que as possibilidades de sucesso na leitura se alargam quando as crianças possuem e falam de experiências variadas, pois estas proporcionam-lhes uma maior bagagem de conceitos e vocabulário ou, como sustenta Sequeira (1990), sempre que o indivíduo

está “imerso num ambiente rico em conceitos diversificados provenientes do quotidiano e de áreas científicas (...), se tiver acesso a leituras enriquecedoras, se exercitar associações e relacionações entre ideias e factos” (p. 43). Neste sentido, afirma ainda o facto de a compreensão não ocorrer estar relacionado com a ausência dos conhecimentos prévios, a insuficiência da informação, não permitindo o estabelecimento de ligações e a incapacidade “para inferir, para comparar, para procurar um sentido na interpretação de ideias” (p. 43).

Tendo-se constatado a existência de uma relação positiva entre fluência de leitura e uma maior compreensão desta, nota-se um certo interesse por parte de alguns investigadores em estudar as características dos leitores fluentes e competentes. Por exemplo, Sousa (1989), enfatizando algumas estratégias, como a selecção, a inferência e a antecipação, entre outras, relevantes no desenvolvimento da competência de leitura, afirma que os leitores competentes serão aqueles que serão capazes “de ‘ver’, de antecipar relações sintácticas, valores semânticos, acontecimentos, (...) mesmo antes de completar os ciclos óptico e perceptivo, mas terminando com a sensação de ter visto cada traço gráfico, ter identificado cada forma e palavra” (p. 50).

Azevedo (2007) acrescenta que esses leitores “clarificam o significado das palavras e das frases, (...), colocam questões ao texto, separam a informação relevante da irrelevante” (p. 50). De acordo com Sequeira e Sim-Sim (1989), o leitor competente caracteriza-se como um indivíduo autónomo e proficiente, que compreende e interpreta, sintetiza e relaciona o que lê, aplicando-o a novas situações. Acrescentam ainda que esse leitor se revela reflexivo, no sentido em que tem a capacidade de monitorizar a sua aprendizagem e de interagir com o texto de forma a absorver e integrar a nova informação com a já existente. Para Sardinha (2005), um indivíduo pode tornar-se um bom leitor se, no percurso da sua vida, conseguir desenvolver e adquirir hábitos de leitura, na medida em que leituras continuadas permitir-lhe-ão desenvolver as suas estruturas cognitivas, linguísticas e culturais.

Relativamente à variável *texto*, do modelo de compreensão na leitura, descrito por Giasson (2000), é fundamental a classificação dos textos, dado que um indivíduo exhibe um comportamento diferente perante os textos que lhe são apresentados. Na esfera educativa, geralmente, os textos são classificados segundo a estrutura e o conteúdo do texto, bem como a intenção do autor e o género literário. O primeiro aspecto, *a estrutura e o conteúdo do texto*, está relacionado com o tema e a organização das ideias e dos conceitos. A estrutura de um texto está muito relacionada com o seu conteúdo. O segundo aspecto, *a intenção do autor e o género literário*, embora exista uma coincidência entre estes dois termos, eles não devem ser confundidos. Um autor pode ter a

intenção de informar o leitor e fazê-lo, por exemplo, através da banda desenhada ou ter a intenção de o distrair e fazê-lo, igualmente, através da banda desenhada.

A intenção do autor influencia e determina a orientação dos outros aspectos. Para que o leitor compreenda o conteúdo do texto, não pode abstrair-se da intenção do autor, ou seja, se este o escreveu para influenciar os sentimentos, persuadir ou agir sobre os comportamentos, informar ou simplesmente para proporcionar prazer ao leitor, intenção que vai determinar a estrutura e a organização do texto consoante o género e tipo, o que requer do leitor conhecimento dos diferentes tipos e características de texto para uma leitura com sucesso (Giasson, 2000; Colaço, 2004).

Assim, a leitura e a compreensão de um texto matemático requerem o conhecimento dos códigos linguístico e matemático. A linguagem Matemática tem um carácter formal e, segundo Granell (2008), pode ser definida como um sistema de símbolos que constituem o alfabeto matemático, os quais se relacionam segundo regras próprias. Para Smole e Diniz (2001), existe uma característica própria na escrita Matemática que “faz dela uma combinação de sinais, letras e palavras que se organizam segundo certas regras para expressar ideias” (p. 70). Estas características da linguagem Matemática conferem algumas particularidades ao texto matemático.

Um tipo de texto matemático, geralmente, usado nas aulas de Matemática, é o texto dos enunciados dos problemas. Segundo Fonseca e Cardoso (2005), este tipo de texto tem um género de discurso próprio, que envolve uma relação entre duas linguagens diferentes - palavras e símbolos -, ou seja, a linguagem natural e a linguagem Matemática. O texto matemático, para além dos símbolos, é geralmente constituído por termos e conceitos matemáticos, que não fazem parte do quotidiano do indivíduo e que, muitas vezes, têm um duplo significado, um na linguagem Matemática e outro na língua materna, como, por exemplo, total, ímpar, produto e volume, entre outros (Fonseca & Cardoso, 2005).

Para compreender um texto matemático, o indivíduo, além dos seus conhecimentos sobre a língua materna, tem necessidade de se familiarizar com a linguagem e os símbolos próprios da Matemática, para que entenda o que lê e compreenda o significado das formas escritas que lhe são inerentes, percebendo como a Matemática se articula e expressa os conhecimentos (Smole & Diniz, 2001; Fonseca & Cardoso, 2005; Granell, 2008). Para Österholm (2006), a compreensão de um texto matemático sem simbologia Matemática, isto é, escrito em linguagem natural, depende do uso das competências de literacia, sustentando que as deficiências, nestas competências, podem afectar a tentativa de resolver um problema, dado que os erros de leitura ampliam a possibilidade da representação mental efectuada, contradizendo o texto.

A compreensão de um texto é ainda influenciada pelo *contexto*. Giasson (2000) sugere três níveis para a compreensão desse contexto: psicológico, social e físico. O *contexto psicológico* que compreende o interesse, a motivação e a intenção do leitor; o *contexto social* que se prende com as formas de interacção social, como, por exemplo, a leitura individual ou a leitura em grupo, e o *contexto físico* que abrange as condições materiais do acto de ler, como o barulho, o tempo ou o espaço de leitura. O contexto afecta a leitura, na medida em que as intenções de leitura, as suas finalidades, os interesses e as condições materiais determinam as estratégias que o leitor estabelece e usa na compreensão do texto.

Podemos, então, referir que segundo o modelo da compreensão na leitura, esta envolve competências cognitivas, linguísticas, afectivas e culturais do leitor e ainda os seus conhecimentos do mundo e a sua experiência, bem como o texto e o contexto.

Do exposto, como síntese, relativamente à leitura, pode salientar-se que esta é um processo activo e racional que se constrói pela interacção entre o leitor e o texto e que pressupõe a coordenação de estratégias e estruturas cognitivas, linguísticas, afectivas e culturais ao nível da descodificação e da compreensão do texto ou, como escreve Smole e Diniz (2001), ler é uma tarefa dinâmica, “um acto de conhecimento, uma acção de compreender, transformar e interpretar o que o texto escrito apresenta” (p. 70) e que lhe permite inserir-se e relacionar-se com o mundo, bem como compreender a sociedade e a realidade que o rodeia.

A descodificação é um pré-requisito fundamental e necessário ao desenvolvimento de etapas posteriores de leitura, contudo, a compreensão da leitura requer conhecimentos prévios, estratégias e competências para que as palavras de um texto não sejam consideradas de forma isolada, mas como integrantes de frases e do texto como um todo, para que se possa adquirir ou criar conhecimento. Fazer uma boa leitura requer compreender o que se lê, reflectir e inferir sobre o que se lê, raciocinar através do que se lê e confrontar as ideias explícitas ou implícitas no que se lê com os conhecimentos prévios que se possui, vislumbrando as possibilidades de aplicação das ideias emergentes desta leitura.

### ***Oralidade e Escrita***

A escrita, enquanto transcrição de uma mensagem oral, mentalmente organizada, requer diferentes níveis: (1) a concepção do que se pretende transmitir, (2) a codificação do que se aspira transmitir na língua em que se pretende comunicar, (3) a transcrição da mensagem para a escrita e

(4) a execução motora necessária para desenhar as letras, a fim de constituir a mensagem gráfica (Delgado-Martins, 1992).

Segundo Rebelo (1990), linguistas e psicólogos são da opinião que a “mensagem escrita não corresponde exactamente às formas da fala”, embora a aprendizagem da escrita seja facilitada pela aprendizagem da fala (p. 91). Ao nível do desenvolvimento, tanto histórica como culturalmente, sempre prevaleceu a ideia de que a linguagem oral antecede a linguagem escrita, situação que se pode comprovar se considerarmos que a fala, ao longo do desenvolvimento das sociedades humanas, aparece como uma constante desde sempre e que a escrita só aparece muito mais tarde, e mais tarde ainda, se pensarmos na escrita alfabética (Lopes, 2004; Castro, 2000). Considere-se ainda o facto de a criança iniciar os seus primeiros passos com a fala por volta do primeiro ano de vida e com a linguagem escrita apenas a partir dos seis anos de idade, sendo necessário, para tal, um ensino formal.

Segundo Rebelo (1990), quando as crianças iniciam a sua aprendizagem da linguagem escrita, verifica-se que, na grande maioria, ocorre “um acompanhamento motor de dominante vocal que parece ser um auto-ditado” (p. 92) e que os movimentos da mão, para escrever, são regularizados através da vocalização.

Estes factos evidenciam uma inter-relação entre a linguagem oral e a linguagem escrita, pelo que Garton e Pratt (1998) consideram que estas devem ser estudadas em conjunto. Em primeiro lugar, na medida em que a linguagem oral é precedente da linguagem escrita, estando o desenvolvimento desta ligado ao desenvolvimento da linguagem oral. De acordo com os autores, para se aprender a escrever, é necessário apreender uma nova estrutura e a função da língua, sendo as mesmas adoptadas na fala. Neste sentido, a habilidade da linguagem oral é assim influenciada pelo desenvolvimento da escrita. Em segundo lugar, para estes autores, muitos dos processos implicados na aprendizagem destas duas formas de comunicação – linguagem oral e escrita -, são idênticos. Consideram que as crianças, em ambas as formas de linguagem, oral e escrita, necessitam do modelo de um adulto ou de uma outra criança (mais competente) para aprenderem. Também Zorzi (2003) afirma que “aprender a falar faz parte de nossa herança biológica [e] hereditária” (p. 10), bastando para tal que a criança conviva com “falantes da língua”, esperando-se que, por volta dos dois anos, inicie os actos de fala.

Pinto (1998), corroborando este pensamento, escreve “a linguagem oral adquire-se, é certo, mas também se deve aprender. Isto é, deve ser cultivada e enriquecida a fim de preparar uma ‘instalação’ ulterior em ‘solo’ firme da leitura e da escrita” (p. 128). Também Vanoye (2007) refere

que, na língua portuguesa, temos de considerar o português escrito e o português falado, tratando-se de aprender duas línguas, devido às suas características próprias quanto à forma, à gramática e aos recursos expressivos, afirmando que “a língua falada é geralmente ensinada, corrigida, [e] rectificadas, com base na escrita” o que nega as suas características específicas (p. 40).

Desta forma, Rigolet (2000) considera que é fundamental atribuir à linguagem oral a importância que lhe é devida, dado que a criança necessita de ter um domínio razoável da linguagem oral para que consiga iniciar-se e aprender a linguagem escrita. Riley (2004) aponta a importância destas duas formas de linguagem. Para este autor, existe uma importante inter-relação entre as duas, em que cada uma apoia sem qualquer dúvida e de forma eficaz a outra, afirmando que, “através de um crescente controlo da oralidade e, posteriormente, da literacia, as crianças adquirem formas de aceder ao conhecimento, assim como as ferramentas com as quais pensam e aprendem” (p. 42).

Apesar da inter-relação entre a linguagem oral e a escrita, existem diferenças entre elas, ao nível da forma, da função, da organização do discurso e das estruturas utilizadas (Horta, 2007). O homem, independentemente da sua raça, cor, sexo, cultura, condições geográficas, económicas ou sociais, nasce com uma programação hereditária que lhe permite adquirir a sua língua materna num período significativamente curto (caso raras excepções, como o caso de crianças portadoras de alguma deficiência), sendo a capacidade de desenvolver essa linguagem oral universal desde sempre e o que o distingue das restantes espécies. Pelo contrário, a aquisição da escrita não é uma herança biológica, mas cultural, ou seja, a escrita é uma criação social que só se transmite pelo ensino formal. A criança necessita de viver numa sociedade letrada ou ser instruída por um indivíduo letrado para aprender a linguagem escrita (Castro, 2000; Zorzi, 2003).

A linguagem oral envolve uma relação directa e um processo dinâmico entre interlocutores, no sentido em que requer alguém que ouça e responda (ou não) e tem um carácter multimodal (ouve-se o interlocutor como também se pode ver) e passageiro, não se pode fazer recuar o tempo para se ouvir melhor a mensagem dita. Por seu turno, a linguagem escrita não requer uma relação directa entre interlocutores e é um processo lento, solitário, permanente, permitindo o seu registo (Castro, 2000).

No que toca às funções destas duas formas de linguagem, oral e escrita, sabe-se que são diferentes e que apenas perante uma determinada situação se poderá determinar a forma de transmissão mais conveniente e apropriada (Castro, 2000; Horta, 2007).

Na oralidade, as palavras surgem encadeadas umas nas outras, são repetidas diversas vezes, acompanhadas por diferentes entoações, gestos e por pausas no discurso proferido, permitindo que esta seja “mais ou menos formal dependendo do contexto e da capacidade literária da pessoa” (Horta, 2007, p. 53). Na linguagem falada, as frases não têm pontuação e são muitas vezes inacabadas, contudo, permite que o interlocutor, de imediato, rectifique ou clarifique a mensagem junto de quem a está a emitir. Já a linguagem escrita requer um prévio planeamento do discurso que se vai escrever, tendo tendência a ser mais formal. Esta exige uma preocupação com a organização e a construção do discurso, com a elaboração cuidada das regras gramaticais, tendo em consideração a estrutura e o significado do discurso a escrever (Garton & Pratt, 1998; Horta, 2007). Acrescente-se que a pontuação correcta na linguagem escrita, ao indicar as pausas, a entoação e a melodia das frases, é essencial à boa compreensão do discurso escrito, evitando os erros de interpretação. Pode ainda ter uma função expressiva, usando a interrogação, a exclamação e as reticências, que, segundo Vanoye (2007), “os autores modernos têm aproveitado habilmente (...) para obter efeitos expressivos (...) através da utilização de vários tipos de pontos, de parênteses, travessão, aspas, de tipos itálicos ou de maiúsculas, de espaços, etc.” ou suprimindo “a pontuação por considerá-la muito restritiva, alegando que quebra o ritmo poético ou dramático de um texto” (p. 40).

Para além das diferenças que marcam os dois modos de expressão – oralidade e escrita -, bem como a sua proximidade, reconhece-se também uma relação biunívoca e interactiva entre a leitura e a escrita, sendo, como refere Santana (2007), “dois percursos que se entrecruzam” (p. 63) nos domínios do ensino e da investigação.

### ***Leitura e escrita***

Perfetti e McCutchen (1987, citados por Gorjão 2004), justificam esta inter-relação afirmando que o leitor e o autor compartilham simultaneamente o significado e a interpretação do texto. Assim, enquanto o leitor, para compreender o texto, tem de construir uma interpretação através de um significado expresso nesse mesmo texto, o autor tem de conduzir o leitor a uma determinada interpretação, a partir do significado do texto. Apesar da relação existente, os autores consideram que a leitura é uma actividade cognitiva mais passiva que a escrita, dado que um leitor pode demonstrar a capacidade de extrair o significado do texto que leu, mas demonstrar incapacidade de construir um texto de características semelhantes.

Também Sim-Sim (1995) defende uma concepção idêntica da relação entre o binómio leitura-escrita ao escrever que “ler é um processo interactivo entre o leitor e o texto, através do qual

o primeiro reconstrói o significado do segundo” (p. 205), intervindo, nessa interactividade, vários aspectos, como a estrutura do texto, os conhecimentos prévios do leitor sobre o assunto e a sua capacidade de relacionar estes com a nova informação do texto, de seleccionar a informação pertinente e de fazer inferências (Sequeira, 1990).

Pinheiro (2007) salienta a relação entre leitura e escrita ao afirmar que “o desenvolvimento da escrita decorre da leitura e vice-versa”, considerando estes dois domínios como “acções que envolvem o saber e o fazer” (p. 38) na medida em que podem ser ensinadas e aprendidas e que “aprender a ler envolve mecanismos cognitivos complexos e igualmente cruciais na aquisição de concepções acerca da estrutura e da função da linguagem escrita” (p. 39). Assim, Contente (2000) refere que a escrita se torna mais fácil para os alunos que têm hábitos de leitura frequentes, pois estes contribuem para o despoletar de uma percepção cada vez maior relativamente à estrutura do texto ao nível frásico e lexical. Em contrapartida, Barthes (1975) propõe uma perspectiva em sentido oposto, defendendo que a escrita potencia e promove a leitura. Esta teoria requer que o indivíduo deixe de ser um mero consumidor e passe a ser um produtor (Canário, 1992), experiência que, vivenciada e reflectida, lhe proporcionará um conhecimento mais profundo da estrutura da sua língua e uma reconstrução da sua forma de escrever, o que contribuirá para a compreensão da leitura de textos pertencentes a outros autores (Ferreiro & Teberosky, 1986; Santana, 2007).

Santana (2007) refere que a relação entre a escrita e a leitura se verifica também na tarefa de revisão do texto escrito, “na procura de coesão e de coerência, o que evidencia a importância da leitura no controlo da textualidade” (p. 64), como forma de tomada de consciência da natureza das modificações a efectuar, no intuito de organizar o produto final ao nível do vocabulário, das regras gramaticais, sintácticas e ortográficas. Defende uma outra correlação: a da escrita, como impulsionadora da leitura, no sentido em que cria a necessidade de pesquisa de nova informação para o desenvolvimento/construção da redacção de um texto, contribuindo, assim, simultaneamente, não só para o conteúdo da composição, como para o desenvolvimento de competências de leitura. “Trata-se de uma leitura instrumental que desencadeia uma multiplicidade de estratégias com vista à resolução de problemas de escrita” (p. 64), salienta Santana (2007). Acrescenta ainda uma outra relação, referindo que a leitura de instruções escritas “pode condicionar a própria escrita” (Santana, 2007, p. 64) ao exigir uma correcta compreensão e interpretação do que se pretende. Para Pereira (2000), este problema é enfrentado por muitos dos alunos, sobretudo aqueles que apresentam maus resultados, ou seja, estes alunos não demonstram

dificuldades nos conteúdos em que são avaliados, mas têm dificuldades em perceber e interpretar as questões que lhes são colocadas.

Relativamente ao binómio leitura-escrita, constata-se que é difícil “destrinçar o que pertence estritamente à leitura e o que corresponde rigorosamente à escrita”, salientando que “constituem dois aspectos de uma só realidade” e que, quando ocorre, de facto, leitura propriamente dita, existe a possibilidade e/ou a oportunidade de representar essa leitura através da escrita ou do desenho (Rigolet, 2000, p. 105). Rigolet (2000) acrescenta que uma modalidade é indispensável à outra, não existindo escrita sem leitura e vice-versa, e que “as duas vertentes correspondem a uma construção dinâmica de saberes complementares, ocupando, em função do nível de desenvolvimento atingido, um peso diferente, alternadamente” (p. 106).

### ***Escrita***

A relação entre os binómios oral-escrita e leitura-escrita demonstra a complexidade que envolve o processo de escrita, o qual passa por diferentes actividades – planificação, redacção e revisão -, que ocorrem quando se escreve, com maior ou menor intensidade em diferentes momentos e em relação a diferentes níveis textuais (Carvalho, 1999).

Escrever, como salienta Pinheiro (2007), “implica a mobilização de conhecimentos, a planificação de proposições e exige a selecção de estruturas sintácticas, semânticas e pragmáticas adequadas, passíveis de reformulação, de forma a fazer uma gestão da informação, onde a progressão temática é um requisito” (p. 57), o que exige que o autor tenha conhecimentos que interagem entre si, ao nível dos esquemas discursivos, lexical e sintáctico (Gorjão, 2004).

Figueiredo (1994) ressalva que saber escrever é uma actividade cognitiva e metacognitiva bastante complexa ou um processo apurado “que dificilmente dispensa o domínio de um saber-fazer específico e de saberes conscientes e aprofundados” (p. 158), ideia corroborada por Cabral (1994) que considera o texto escrito como “o resultado de um fazer, de um trabalho e de um esforço que resultam na apropriação de códigos semióticos diversos” (p. 123), longe da noção de que os escritores concebem a sua obra por inspiração divina, a partir do nada. Acrescenta ainda que na verdade, a escrita “constitui, para a grande maioria, o corolário de anos de esforço ou, por outras palavras, o produto de uma aprendizagem gradual, progressiva e sistemática” (Cabral, 2004, p. 16).

Um ponto de vista idêntico é expresso por Rebelo (1990) para quem escrever significa que o indivíduo é capaz de transmitir e comunicar sentimentos ou pensamentos através de signos

linguísticos conhecidos, dominados e compreendidos por si e pelos outros. Para Cândido (2001), a importância da escrita reflecte-se além da língua materna. Sendo a linguagem Matemática constituída por símbolos e regras, a escrita é a sua única forma de comunicação, considerando-a como “uma forma mais sofisticada da escrita” (p. 23), o que implica que seja mais concreta e precisa que a linguagem usual. Contudo, a autora refere que expressar-se de forma adequada e precisa em Matemática, para além do conhecimento e do significado da linguagem Matemática, é necessário desenvolver-se um trabalho com os alunos, para que estes possam articular os diferentes significados, relacionar as ideias e as etapas de raciocínios e perceber a importância de se expressarem de forma precisa.

Numa perspectiva idêntica, Granell (2008) refere que o domínio da linguagem Matemática requer o conhecimento de aspectos semânticos e sintácticos como em qualquer linguagem, pelo que o professor deve desenvolver um trabalho de forma a permitir que os alunos “associem os aspectos semânticos e sintácticos das operações e transformações matemáticas” (p. 277). O autor sublinha que este trabalho é fundamental, no sentido em que se tem observado que muitos alunos se mostram menos capazes de explicar e de expressar as suas ideias, relações e transformações revelantes durante a resolução de um problema, quando utilizam os procedimentos convencionais matemáticos para o resolver.

A actividade da escrita, à medida que vai acontecendo, vai exigindo do indivíduo que escreve a organização e o controlo de diversas variáveis simultaneamente, como afirma Barbeiro (2001), “enquanto se encontra a escrever (...), o sujeito defronta-se com problemas, dificuldades, tarefas a resolver de natureza diversa” e, para os resolver, formula proposições, pensa, concebe esboços ou esquemas, “mobiliza os seus conhecimentos acerca dos tópicos a tratar, acerca dos tipos de texto, acerca do destinatário, acerca da tarefa e acerca de si próprio e dos seus conhecimentos, ou seja, implica-se segundo as dimensões cognitivas e metacognitivas” (p. 55).

Estas operações são, segundo Figueiredo (1994), fundamentais à actividade da escrita, as quais actuam ao nível de diversos domínios, como a ortografia, a gramática, o léxico (consideradas operações de baixo nível) e da actividade de textualização, como as de “segmentação (pontuação), de conexão (organizadores textuais), de coesão (anáforas e cadeias substitutivas) e de modalização” (p. 158), consideradas como operações de alto nível. Esses domínios, como salienta Pinheiro (2007), devem ser desenvolvidos de forma espiralar, ao longo do Ensino Básico, levando Pereira (2000) a afirmar que “em matéria de escrita o saber nunca acaba”, correspondendo esses anos lectivos “ao último período privilegiado de organização das representações da escrita” (p. 327).

Partindo da premissa que “saber ler e escrever tem (...), largas consequências” (Castro, 2000, p. 142), dado que a leitura e a escrita são um instrumento de acesso a determinadas vivências, a um conjunto de conhecimentos e de interação com este e com o mundo, dominar a linguagem escrita é, hoje, como refere Sim-Sim (1995), além de uma capacidade básica, uma pedra basilar no percurso de vida de qualquer criança e adulto.

### **2.1.3. A literacia matemática e o referencial de competências-chave**

Além da generalização das práticas do uso da leitura e da escrita, nos mais variados contextos e esferas da sociedade contemporânea, é reconhecido que, hoje, os indivíduos se defrontam, de forma crescente, com situações que envolvem diversas representações e conceitos matemáticos (quantitativos, estatísticos, probabilísticos, espaciais), nas mais variadas modalidades (leitura de jornais e revistas com tabelas, gráficos sobre temas actuais, como a situação económica, o aquecimento global; leitura de formulários, entre outros). Acrescente-se ainda a tomada de decisões sobre as melhores condições, por exemplo, de adesão a determinada rede de serviços de *internet* ou sobre questões públicas, as quais exigem a recolha de dados quantitativos e a necessidade de fazer inferências.

Neste sentido, segundo Tenreiro-Vieira (2010), investigadores e educadores têm vindo a defender uma “educação em Matemática numa perspectiva de literacia para todos” (p. 10), capaz de ajudar cada indivíduo a enfrentar os desafios e as exigências actuais do mundo do trabalho, a contribuir para o desenvolvimento sustentável local e global e a usufruir de uma qualidade de vida. A autora refere que essa perspectiva requer formar cidadãos matematicamente literatos, capazes de usar capacidades e conhecimentos matemáticos na sua participação na sociedade e na tomada de decisão informadas, bem como capazes de aprender ao longo da vida.

A *literacia Matemática* tem sido debatida internacionalmente há décadas, sendo igualmente um tema em debate no panorama nacional. No entanto, existem diferentes termos para a designar: literacia quantitativa, literacia matemática ou numeracia, que envolvem diferentes “nuances e conotações” (Steen, 2001, p. 6) que poderão ser interpretadas de diferentes formas.

Assim, Kirsch, Jungeblut, Jenkins e Kolstad (1993), no primeiro grande estudo sobre literacia, conhecido como IALS, definiram *literacia quantitativa* como os conhecimentos e as competências necessárias para utilizar as operações aritméticas (isoladas ou sequencialmente) à informação apresentada nos diferentes materiais impressos, como, por exemplo, no preenchimento de um formulário de um pedido de compra. De uma forma mais abrangente, no *Adult Literacy and*

*Life Skills Survey* (ALL), estudo a nível internacional que pretendeu avaliar as Competências-Chave da população adulta, substituiu-se a *literacia quantitativa* por *numeracia*, considerando que esta última abarcava um maior leque de competências. A definição de *numeracia* no ALL não se restringe ao cálculo mas à aplicação e compreensão das noções de forma (volume, comprimento), de certos conceitos estatísticos, bem como à interpretação de fórmulas simples, remetendo para a capacidade do indivíduo em mobilizar os conhecimentos matemáticos na resolução das tarefas num determinado contexto (Gal, Groenestyn, Manly, Schmitt & Tout, 2005).

Para De Lange (2001), a *literacia matemática*, além da capacidade de aplicar os aspectos quantitativos da Matemática, envolve um conhecimento matemático no sentido mais amplo, referindo a importância da compreensão de noções de forma e de espaço, de incertezas e de mudanças e de relações. Neste contexto, o autor defende a definição de *literacia matemática* como a capacidade de um indivíduo identificar e entender o papel da Matemática no mundo, de fazer julgamentos matemáticos bem fundamentados e de se envolver na Matemática de uma forma que atinja as suas necessidades presentes e futuras como cidadão construtivo, ponderado e responsável.

Numa perspectiva idêntica, Bussiére et al. (2001) consideram que a *literacia matemática* envolve a capacidade de aplicar o conhecimento e as competências matemáticas, não se restringindo ao seu domínio no currículo escolar, a capacidade de resolver problemas em variadíssimas situações, bem como a predisposição para o fazer. Acrescentam a capacidade de se envolver na Matemática, apreciando as coisas matematicamente. Martin (2007) defende que a *literacia matemática* pressupõe a capacidade de raciocinar, analisar, formular e de resolver problemas da vida do quotidiano. Segundo o autor, os indivíduos, matematicamente letrados, são cidadãos e consumidores informados, capazes de interpretar e analisar uma grande quantidade de informação com que se defrontam diariamente nos jornais, na televisão e na *internet*.

Steen (2001), referindo que a *literacia quantitativa* não é a mesma coisa que estatística e muito menos uma Matemática “de segunda”, define-a como um hábito mental e uma forma diferente de tratar os problemas, utilizando e promovendo a estatística e a Matemática. Para o autor, contrariamente à estatística, que é uma ciência que aborda os problemas ligados a situações de incerteza, a *numeracia* baseia-se numa lógica da certeza e, ao invés da Matemática, que é fundamentalmente um conjunto de estruturas abstractas, tem como base dados relacionados com o mundo empírico. Acrescenta que o currículo de Matemática está historicamente associado aos

conhecimentos ensinados e adquiridos na escola e a *literacia quantitativa* “envolve uma matemática activamente relacionada com a vida do quotidiano” (Steen, 2001, p. 6).

Ponte (2002), numa posição idêntica, refere que a *numeracia* está relacionada com a “capacidade de aplicar ferramentas matemáticas elementares”, desde as numéricas, as probabilísticas, as estatísticas até às relativas ao uso de medidas e muito pouco com a “compreensão de conceitos abstractos e sofisticados (p. 3). Assim, a *numeracia* implica o uso da informação quantitativa, da informação formalizada, como diagramas, gráficos, tabelas, números, entre outros, bem como o uso crítico de toda essa informação. O autor salienta que, enquanto a Matemática escolar pretende contribuir para uma formação cultural básica e para a compreensão de conceitos e modelos, usados em diversas áreas de conhecimento, a *numeracia* é uma competência relacionada com o uso de noções matemáticas elementares em contextos do mundo que nos rodeia.

De Lange (2001) aponta o pensamento e o raciocínio matemáticos, a argumentação e a comunicação matemáticas, a modelação, a formulação e a resolução de problemas, bem como o uso de diferentes representações, simbologias e tecnologias, como as competências necessárias para se ser matematicamente literato. O autor acrescenta ainda a confiança nas suas próprias capacidades para usar e lidar com a Matemática, especialmente com as ideias quantitativas.

Steen (2001) refere que o ensino destas competências deve ocorrer em contextos significativos e durante um longo período de tempo, salientando que, por vezes, um indivíduo, apesar de estar familiarizado com uma determinada ferramenta matemática, não sabe quando usá-la perante uma situação real ou não reconhece o conceito em contextos diferentes. A título de exemplo, refira-se o uso da fórmula do desvio padrão na sala de aula de Matemática e a dificuldade de a reconhecer num curso de economia. O autor acredita que as competências necessárias para a *literacia quantitativa* auxiliam os responsáveis pela educação a planearem o currículo escolar, bem como os professores na avaliação dos conhecimentos adquiridos pelos alunos.

No que se refere às iniciativas e aos processos destinados a melhorarem os níveis de certificação escolar (escolaridade e qualificação profissional) da população adulta portuguesa, o termo *competência* é preterido em relação ao termo *Competências-Chave*. Este tem vindo a revelar-se determinante, embora sejam conhecidas, como refere Àvila (2008), as controvérsias e os variadíssimos debates que a sua noção tende a suscitar, além do reconhecimento da sua multiplicidade de entendimentos e utilizações, quer teóricas quer metodológicas.

Os Cursos de Educação e Formação de Adultos (EFA) assentam numa abordagem pelas competências, entendidas, como refere Rodrigues (2009), “como competências em e para a acção, trabalhadas com vista ao saber em uso, transferível para situações de aprendizagens diferenciadas” (p. 1). As dinâmicas de formação destes cursos são operacionalizadas tendo como base o documento intitulado *Referencial de Competências-Chave*. Este documento estabelece as competências ao nível do Ensino Básico, relativamente a quatro domínios considerados como nucleares e decisivos para um adulto como cidadão do mundo actual: Linguagem e Comunicação, Matemática para a Vida, Cidadania e Empregabilidade e Tecnologias da Informação e da Comunicação (Alonso et al., 2002). Para Nogueira (2002), o *Referencial de Competências-Chave* promove o desenvolvimento de competências em literacia (língua materna e pelo menos uma segunda língua), numeracia, cidadania, comunicação, interacção multicultural, entre outras.

O *Referencial de Competências-Chave* desempenha uma tripla função, servindo como: (a) orientador do processo de Reconhecimento, Validação e Certificação de Competências (RVCC) de adultos não certificados, a partir da sua história de vida (experiências, auto-aprendizagens, formação); (b) base para o desenho curricular dos Cursos EFA assente em Competências-Chave e (c) guia para os agentes de Educação e Formação de Adultos. Este instrumento consiste num documento definido pelo Ministério da Educação e encontra-se estruturado em três níveis “articulados verticalmente numa espiral crescente de complexidade”, designados de B1 (equivalente ao 1.º ciclo do Ensino Básico), B2 (equivalente ao 2.º ciclo do Ensino Básico) e B3 (equivalente ao 3.º ciclo do Ensino Básico), tendo como referência a correspondência com os ciclos do Ensino Básico escolar, embora não se identifiquem com eles (Alonso et al., 2002, p. 11).

Para cada um destes níveis, o desenho do Referencial assenta em quatro áreas de Competências-Chave - Linguagem e Comunicação (Língua Portuguesa e Língua Estrangeira), Matemática para a Vida, Cidadania e Empregabilidade e Tecnologias da Informação e da Comunicação - e numa área de conhecimento e contextualização das competências, designada Temas de Vida. Cada uma das áreas de Competências-Chave organiza-se em quatro Unidades de Competências, as quais são demonstradas e reconhecidas através de vários Critérios de Evidência. Estes especificam e clarificam o que se deve ter em consideração em cada uma das Unidades de Competência de cada nível. Os Temas de Vida não são uma área isolada para ser trabalhada num e durante um período de tempo específico. Esta área serve como “despertadora” de conhecimento e de contextualização das competências, sendo constituída por uma variedade de temas e de

problemas sociais fundamentais à compreensão do mundo actual, bem como à resolução dos problemas deste (Alonso et al., 2002).

A implementação do desenho curricular dos Cursos EFA deve reflectir a visão integradora do Referencial, a qual requer o cruzamento entre duas componentes centrais: a formação de base e a formação tecnológica, implicando a articulação entre as diferentes áreas de Competências-Chave da formação de base e entre estas e a formação tecnológica. Esta articulação estrutura-se a partir dos Temas de Vida, que constituem a trama sobre a qual todas as áreas de competência e a componente de formação se vão interligar. Neste contexto, a construção das aprendizagens acontece através do recurso a Actividades Integradoras, mobilizando e combinando competências e saberes de variadíssimas áreas do saber, que se interligam e que, conjuntamente, promovem a definição, a pesquisa, a análise e a resolução de problemas, contribuindo para a obtenção de resultados e implicações gratificantes nas práticas do quotidiano dos adultos (Alonso et al., 2002; Silva, 2002).

Relativamente à área de Competência-Chave Matemática para a Vida, à semelhança das outras áreas, está organizada por quatro Unidades de Competência e estas por diversos Critérios de Evidência. O *Referencial de Competências-Chave* de Matemática para a Vida permite uma identificação e uma apropriação de conhecimentos de forma contextualizada, pelo que os formandos vão demonstrando a capacidade de reconhecer e compreender actividades da sua vida quotidiana em que fazem uso das competências matemáticas, tornando a Matemática mais significativa para a sua vida.

A “filosofia” deste instrumento consiste em tornar visível, identificar e compreender a Matemática que existe na vida quotidiana, aplicando a Matemática ao Tema de Vida e articulando-o com as restantes áreas de formação de base e profissional. Desta forma, a aplicação da Matemática emerge de situações práticas e com significado para os intervenientes, dado que os Critérios de Evidência são explorados e trabalhados com situações preferencialmente reais e com relevância na vida dos formandos, fazendo com que estes reconheçam a importância da Matemática no seu trajecto de vida. O formador, segundo a perspectiva implícita no Referencial de Competências-Chave de Matemática para a Vida, além de ter em consideração as características e experiências do formando, deve promover as aprendizagens através da resolução de problemas. É fundamental que proporcione situações que permitam que o formando reconheça os seus próprios saberes e os aprofunde, para que aplique, compreenda e reconheça os conhecimentos e as competências matemáticas, a fim de se tornar um indivíduo matematicamente crítico e capaz de

intervir e de participar de forma activa no mundo que o rodeia, que seja capaz de identificar as várias situações do seu quotidiano em que recorre à Matemática, muito além das operações necessárias para pagar a totalidade de uma quantia ou para receber um troco, encarando-as numa perspectiva mais crítica, contribuindo assim para o aumento de literatos em numeracia.

## **2.2. Resolução de problemas em matemática**

### **2.2.1. Definição de problema e resolução de problemas**

No ensino da Matemática, definir os conceitos de *problema* e de *resolução de problemas* é um propósito difícil, já que os responsáveis pelas propostas curriculares oficiais, os investigadores e os professores, lhes conferem diferentes utilizações e interpretações.

#### *Problema*

Kantowski (1980) e a APM (1990) consideram que um problema é uma questão ou situação com que o indivíduo se confronta e não dispõe de um procedimento ou algoritmo que o conduz à solução imediata. Lester (1978, 1983) refere que problema é uma tarefa perante a qual um indivíduo ou grupo de indivíduos é confrontado e para a qual não possui um procedimento "pronto" e conhecido, que garanta a sua solução. Para além dos aspectos cognitivos, acrescenta ainda aspectos afectivos ou motivacionais, referindo que uma situação só pode ser considerada um problema se a sua resolução for desejada pelo indivíduo ou grupo.

Na perspectiva de Lester (1983), a noção de problema prende-se com a forma como o indivíduo se relaciona com a tarefa proposta e com o contexto em que a sua resolução é conceptualizada, pois considera que uma mesma tarefa pode ser interpretada de forma diferente, dependendo do indivíduo em questão e das circunstâncias do momento em que a resolve. Esta ideia é reforçada por Krulik e Rudnik (1993) que salientam que, à medida que as crianças prosseguem o seu treino matemático, o que era um problema em tenra idade torna-se num exercício e, eventualmente, poderá reduzir-se a uma mera questão.

Também Borralho e Borrões (1995) referem que um problema é "uma questão em que o estudante não dispõe de nenhum processo rotineiro conhecido para o resolver, mas que lhe excita a curiosidade e o desejo de o solucionar" (p. 16). Para os autores, um problema exige a criação de uma estratégia para a sua resolução, assim como o uso de "uma certa criatividade em analisar, sintetizar, e avaliar dados, relações e situações" (p. 16). Esta perspectiva é defendida por Correia

(2005) que salienta que um problema é uma situação que envolve actividade cognitiva e desejo para a solucionar. Afirma ainda que um problema requer motivação, persistência e uma certa “expansão de alegria no primeiro contacto com a solução” (p. 41), a mobilização de conhecimentos e de capacidades, bem como uma atitude de reflexão e questionamento para: (1) a exploração da situação e do enunciado; (2) o planeamento e a definição do caminho a seguir e (3) a execução da resolução e conseqüente reflexão da mesma. Na mesma linha, Schoenfeld (1989) afirma que um problema matemático é uma tarefa para a qual o aluno não possui um procedimento matemático disponível para encontrar a sua solução e a qual deseja e está interessado em resolver.

Para Polya (1980), temos um problema sempre que procuramos descobrir os meios para atingir um determinado objectivo e o indivíduo que o resolve terá a oportunidade de sentir a tensão – durante a resolução – e o prazer de descobrir a sua solução, se esse problema, mesmo que modesto, desafiar a sua curiosidade e capacidade criadoras. O autor afirma que é possível que o indivíduo “venha a descobrir que um problema de matemática pode ser tão divertido quanto um enigma de palavras cruzadas, ou que o trabalho mental rigoroso pode ser um exercício tão agradável quanto uma animada partida de ténis” (Polya, 2003, p. 12). Corroborando este espírito de descoberta, Silva (1977) afirma que “todo o problema novo, com interesse, tem uma *ideia-chave*, um *abre-te Sésamo* que ilumina o espírito de súbita alegria: a clássica *ideia luminosa* que faz gritar ‘Eureka!’” (p. 12).

No *Curriculo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais*, surge definido problema como uma situação não rotineira mas desafiante para o aluno, podendo ser utilizadas várias estratégias e métodos de resolução (DEB, 2007). Do mesmo modo, ainda que por palavras diferentes, o instrumento que define as competências essenciais para a Educação e Formação de Adultos, nesta sociedade do conhecimento e da globalização, o *Referencial de Competências-Chave – Educação e Formação de Adultos* (2002), do nível básico, considera que problema “é uma situação não comum que constitui um desafio para quem a estuda uma vez que não se sabe, à partida, como resolver e, frequentemente, se admitem várias estratégias e métodos de resolução” (p. 7).

Lesh e Zawojewski (2007), bem como English, Lesh e Fennewold (2008), consideram que uma tarefa, ou actividade dirigida por objectivos, “torna-se um problema (ou problemático) quando o indivíduo que resolve o problema (que poderá ser um grupo de especialistas) precisa de desenvolver uma forma mais produtiva de pensar sobre uma dada situação” (Lesh & Zawojewski, 2007, p. 782). De acordo com Lesh e Zawojewski (2007), desenvolver uma “forma produtiva de

pensar” significa que o resolvidor tem de se comprometer num processo de interpretar a situação matematicamente. Geralmente, esta implica a identificação, a integração e o aperfeiçoamento de diversos conceitos matemáticos a partir de várias fontes e uma progressão através de ciclos iterativos de descrição, de monitorização e de revisão de interpretações matemáticas. Acrescentam que estes são os processos elementares da modelação Matemática.

É notória a dificuldade em encontrar uma definição universal para o conceito de problema. Esta dificuldade prende-se com os diferentes elementos que fazem parte da definição de problema, segundo os vários autores, e com as características dos indivíduos que se propõem resolver o problema, nomeadamente o nível de conhecimentos e capacidades exigíveis e as suas experiências (contacto anterior com questões resolvidas por processos similares), além das atitudes pessoais perante novas situações, no que se refere, principalmente, ao desafio e ao desejo de encontrar a solução.

Apesar da dificuldade em definir problema, podemos, a partir das concepções acima apresentadas, mencionar alguns aspectos caracterizadores de um problema: (1) é uma questão que constitui um desafio para o indivíduo que a resolve; (2) é uma questão que o predispõe para a sua resolução; (3) é uma questão para a qual se desconhece, à partida, o procedimento a usar e o caminho a seguir e (4) é uma questão para a qual é necessário desencadear ou activar diferentes tipos de conhecimentos, bem como utilizar várias estratégias e métodos de resolução para encontrar a solução.

### *Resolução de Problemas*

Da mesma forma que a definição de *problema* proporciona diferentes interpretações, também a *resolução de problemas* é entendida de modos diferentes.

Branca (1980) aponta que a resolução de problemas é “um termo abrangente que pode significar coisas diferentes para pessoas diferentes ao mesmo tempo e coisas diferentes para a mesma pessoa em momentos diferentes” (p. 3). O termo resolução de problemas pode surgir em diferentes contextos, por exemplo, a criação de novos produtos, ideias, técnicas ou soluções ou a procura de soluções para problemas concretos do dia-a-dia. Branca (1980) reconhece que, se nos centrarmos no campo da Matemática, este termo, embora mais específico, também é susceptível de várias interpretações. Uma das causas para essas diferentes interpretações prende-se com a diversidade de tarefas que lhe estão associadas: tarefas convencionais, diferentes tipos de problemas e a aplicação da Matemática a situações da vida real.

Polya (1980) perspectiva a resolução de problemas através de processos cognitivos que permitem procurar e descobrir os meios desconhecidos para alcançar um fim, reflectindo, de forma consciente, sobre como alcançar o mesmo. Reafirma que resolver problemas é uma habilidade prática como nadar e que “adquirimos qualquer competência prática por imitação e prática (...). Ao tentar resolver problemas, temos de observar e imitar o que outras pessoas fazem quando resolvem problemas e, por fim, aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os” (Polya, 2003, p. 26). O autor sublinha que a resolução de problemas não é uma questão puramente intelectual, na medida em que a determinação e o desejo do indivíduo em resolver o problema desempenham igualmente um papel crucial.

Lester (1980) defende que a resolução de problemas é um conjunto de acções necessárias para realizar uma tarefa, onde estão envolvidos factores relacionados com as características pessoais dos resolvedores, o seu comportamento durante a resolução e o tipo de problema, bem como factores alheios ao indivíduo e ao problema. Lester (1978) e Borralho e Borrões (1995) defendem que a resolução de um mesmo problema pode exigir esforços significativos a certos indivíduos e apenas a recordação de factos já aprendidos a outros, tornando-se num mero exercício de rotina. Os mesmos autores justificam o facto pelas diferenças de experiências, conhecimentos e habilidades, de cada indivíduo que se propõe resolver o problema.

Mason (1992) refere que a resolução de problemas consiste em tentar resolver ou reformular questões não estruturadas para as quais a mente não tem um método específico.

Palhares (1997) afirma que “o processo de resolução de problemas é um processo de descoberta e não de criação” (p. 167). A resolução de problemas acontece quando um indivíduo, ou grupo de indivíduos, perante um problema, decide resolvê-lo pelos seus próprios meios, desconhecendo à partida quais os procedimentos a aplicar.

Krulik e Rudnik (1993) destacam que a resolução de problemas é o caminho através do qual o indivíduo utiliza o conhecimento previamente adquirido, as competências e a compreensão para sintetizar o que aprendeu e aplicar a uma nova situação, satisfazendo as exigências desta.

Charles, Lester e O' Draffer (1987) referem que a resolução de problemas é uma actividade intelectual bastante complexa que envolve o uso e a coordenação de diversas capacidades e processos de pensamento, bem como a experiência anterior, o interesse e a autoconfiança do indivíduo. Os mesmos autores salientam as *capacidades* de recordar a informação, de coordenar o conhecimento e de avaliar o próprio pensamento. Nesta linha, referem alguns *processos de pensamento* que passam por: *compreender/formular a questão do problema*: uma das primeiras

tarefas, na resolução de problemas, é encontrar ou formular a questão de um problema e perceber o seu sentido, o que requer a compreensão das suas palavras específicas, bem como o reconhecimento da relação entre a questão e as afirmações do problema; *compreender as condições e as variáveis do problema*: neste processo, o resolvidor de problemas clarifica o significado da informação explícita ou implícita no problema, procura compreender como as variáveis e as condições se relacionam, ou seja, interioriza o problema; *seleccionar ou encontrar os dados necessários para resolver o problema*: durante este processo, é necessário que o indivíduo identifique e selecione os dados necessários, elimine os desnecessários, recolha e use os dados provenientes de diversas fontes (mapas, tabelas, gráficos).

Além dos três processos apontados anteriormente, defendem ainda *formular/resolver sub-problemas e seleccionar estratégias de resolução apropriadas*: este processo envolve a tomada de decisão sobre a necessidade de determinar a resolução de sub-problemas ou sub-objectivos e a estratégia a experimentar, como por exemplo, fazer uma figura, tabela ou lista organizada; escolher uma operação; resolver um problema mais simples; procurar um padrão; escrever uma equação; imaginar um problema mais acessível; trabalhar para trás; usar objectos ou usar a lógica. É fundamental que o indivíduo decida a(s) estratégia(s) a usar, pois uma coisa é saber como usar uma estratégia e outra é saber quando usá-la; *implementar correctamente a(s) estratégia(s) de resolução e resolver os sub-problemas*: o resolvidor de problemas deve saber como implementar a(s) estratégia(s) de resolução escolhida(s), ou seja, ser capaz de usar o raciocínio lógico, de efectuar cálculos, uma lista organizada, uma tabela, entre outras; *dar uma resposta relacionada com o contexto do problema*: o indivíduo deve dar uma resposta numa frase completa, segundo os dados do problema, e não apresentar somente uma resposta numérica e *avaliar a razoabilidade da resposta*: neste processo, o resolvidor de problemas deve averiguar se a resposta encontrada faz ou não sentido, o que poderá ser necessário fazer uma nova leitura do enunciado do problema e cruzar a resposta com as variáveis, condições e questão do mesmo. Desta forma, compreende-se que os autores referidos pressupõem a existência de sete processos de pensamento inerentes à resolução de problemas, daí a complexidade da mesma.

Charles, Lester e O' Draffer (1987), bem como Schoenfeld (1992), revelaram a influência de diversas dimensões afectivas: interesses, atitudes e emoções, bem como as crenças do resolvidor na resolução de problemas. A convicção de que um problema tem resposta única ou que, imediatamente após a leitura do enunciado, deve-se ser capaz de o resolver pode constituir um entrave à capacidade de resolver problemas (Charles, Lester & O' Draffer, 1987; Schoenfeld, 1992).

Pelo contrário, quando o resolvidor assume a existência de diversas formas de resolução, demonstrando persistência e perseverança, tende a encarar positivamente a tarefa de resolver o problema proposto (Charles, Lester e O' Draffer, 1987).

Também Correia (2005) salienta que “a resolução de problemas é um processo intelectualmente estimulante, mas complexo” (p. 44), que depende da mobilização de vários conhecimentos - conceitos e procedimentos matemáticos -, das capacidades e atitudes do indivíduo que resolve o problema, da representação que este tem de problema e de diversos factores de carácter individual, emocional e cultural. Para Vale e Pimentel (2004), a resolução de problemas é um processo que abrange vários aspectos, como “a organização da informação, o conhecimento de estratégias, as diferentes formas de representação, a tradução de linguagens, a aplicação de vários conhecimentos, a tomada de decisões, a interpretação da solução” (p. 11), entre outros, bem como a gestão e o controlo destes.

No *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais* (DEB, 2007), a resolução de problemas surge definida “como um contexto universal de aprendizagem” (p. 68) que deve estar sempre integrada nas diferentes actividades e associada a dois aspectos fundamentais da Matemática: o raciocínio e a comunicação. Considerada pelo *Novo Programa de Matemática do Ensino Básico* (Ponte et al., 2007) como uma capacidade Matemática fundamental, os alunos, através da resolução de problemas, têm de ser capazes de resolver e formular problemas e analisar diversas estratégias, assim como os resultados de possíveis alterações dos enunciados.

Na opinião de Lester e Kehle (2003), Zawojewski e Lesh (2003), Lesh e Zawojewski (2007), as definições tradicionais de resolução de problemas são as que permanecem na escola ainda hoje. Segundo os mesmos autores, estas colocam a ênfase na procura de procedimentos que estabelecem a ligação entre dados e objectivos bem especificados, permitindo a descoberta do caminho e, conseqüentemente, a solução do problema. Porém, consideram a interpretação dos dados e dos objectivos como o maior desafio da resolução de problemas, fazendo da selecção e da aplicação do procedimento um processo cíclico incorporado nas fases de interpretação da resolução de problemas.

Assim, Lester e Kehle (2003), considerando que é difícil definir resolução de problemas, referem que esta é uma actividade que envolve uma diversidade de acções cognitivas, que requerem conhecimento e capacidades não rotineiros. Essas acções cognitivas são influenciadas por uma série de factores não cognitivos, tais como as atitudes, as emoções e as crenças dos indivíduos que se propõem resolver problemas. Apesar da dificuldade em definir resolução de

problemas, afirmam que a tarefa “é bem sucedida quando envolve a coordenação de experiências, conhecimentos, representações e padrões de inferência, intuições prévias num esforço de criar novas representações e padrões de inferência” (p. 510) com o intuito de resolver a tensão ou as ambiguidades (falta de representações significativas e suporte às mudanças de inferências) que desencadearam a actividade original de resolução de problemas.

Na mesma linha de pensamento, Zawojewski e Lesh (2003), Lesh e Zawojewski (2007) e English, Lesh e Fennewald (2008) definem resolução de problemas como o processo de interpretar situações de forma Matemática, envolvendo dois aspectos: (1) diferentes ciclos repetidos de exprimir, monitorizar e rever interpretações matemáticas e (2) a integração, separação, modificação e o aperfeiçoamento de conceitos matemáticos de diferentes temas, dentro e fora da escola. Os autores sublinham que esta noção de resolução de problemas envolve a ideia de que as pessoas aprendem Matemática através da resolução de problemas e aprendem a resolver problemas através de modelos matemáticos.

Concluindo, com base nas análises dos vários autores anteriormente referidos sobre a definição de resolução de problemas, podemos afirmar que, apesar das diferenças, todos os autores supracitados consideram que a resolução de problemas é uma actividade intelectual em que o resolvidor se envolve, quando confrontado com uma tarefa, que requer a mobilização, e a combinação de conhecimentos relativamente a conteúdos e a procedimentos, bem como diversas capacidades. Paralelamente a esta mobilização, defendem que outros aspectos poderão contribuir para a resolução de problemas, nomeadamente os que se relacionam com a experiência, o comportamento, a predisposição, a perseverança, as atitudes e as crenças do resolvidor.

### **2.2.2. Tipologia de problemas**

Para além da relatividade inerente ao conceito de problema, existe também uma idêntica relativamente à tipologia de problemas referenciada na literatura e, parafraseando Borralho e Borrões (1995), “é um problema tipificar os problemas!” (p. 16). Sendo a categorização de problemas útil para quem proporciona a resolução de problemas na sala de aula, constata-se, na literatura, que vários autores se têm debruçado sobre o assunto.

Charles e Lester (1986) defendem uma tipologia de problemas para o Ensino Básico, que apresenta cinco tipos de problemas: problemas de um passo, de dois ou mais passos, de processo, de aplicação e tipo puzzle. Os *problemas de um passo* são aqueles que envolvem apenas uma operação, sendo resolvidos pela aplicação directa de uma das quatro operações elementares da

aritmética e em que o aluno terá de usar várias estratégias para escolher a operação correcta; enquanto os *problemas de dois passos* envolvem, na sua resolução, a aplicação de pelo menos duas operações elementares da aritmética. Por sua vez, os *problemas de processo* são problemas não rotineiros, que não podem ser resolvidos por processos mecânicos, mas utilizando uma ou mais estratégias de resolução, como, por exemplo, construir uma tabela, um gráfico ou um diagrama; utilizar um desenho; descobrir um padrão; simplificar o problema e trabalhar do fim para o princípio. Lester (1997) destaca que este tipo de problemas são desafiadores e exigem a utilização de processos complexos de pensamento, tais como seleccionar uma determinada estratégia, conjecturar e verificar a solução obtida, considerando-os por esses motivos bons problemas e os mais adequados para serem utilizados no processo de ensino.

Os *problemas de aplicação* admitem, muitas vezes, mais do que uma solução e requerem normalmente, na sua resolução: (1) a recolha de dados e a tomada de decisões sobre a vida real; (2) a utilização de uma ou mais operações e (3) a aplicação e utilização de uma ou mais estratégias de resolução. Os *problemas tipo puzzle* proporcionam o envolvimento dos alunos em situações enriquecedoras, podendo despertar-lhes o interesse e fazer com que olhem para os problemas sob diversos pontos de vista, contudo, a sua resolução requer geralmente uma percepção súbita do caminho certo, uma ideia-chave - um *click*, para chegar à solução. De acordo com os autores, um mesmo problema poderá integrar-se em mais do que um dos tipos de problemas expostos.

Segundo Vale (2000), a tipologia de problemas desenvolvida pelo projecto GIRP (Grupo de Investigação em Resolução de Problemas) é mais abrangente do que a defendida pelos dois autores anteriores, Charles e Lester (1986). Este grupo de trabalho não considera os problemas tipo puzzle e sugere uma classificação em quatro tipos de problemas diferentes: de processo, de conteúdo, de aplicação e de aparato experimental.

Consideram como *problemas de processo* os que dificilmente se resolvem pela aplicação directa de um algoritmo, exigindo a utilização de estratégias de resolução de problemas. Podem estar ou não relacionados com os conteúdos programáticos e, em caso afirmativo, a sua resolução necessitar apenas de conhecimentos básicos de aritmética e geometria. Incluem nos *problemas de conteúdo* os que requerem a utilização de conteúdos programáticos, conceitos, definições e técnicas matemáticas, sendo a sua resolução difícil sem eles. Quanto aos *problemas de aplicação*, salientam que estes requerem uma ou mais estratégias de resolução, utilizam dados da vida real, fornecidos ou recolhidos pelo indivíduo que se propõe resolver o problema e nos quais a tomada de decisões é crucial como consequência da análise de dados. Para além disso, podem admitir uma

ou mais soluções, podendo a sua resolução demorar várias horas ou até mesmo dias. No último tipo de problemas, os de *aparato experimental*, incluem-se aqueles cuja solução requer a utilização de métodos de investigação característicos das ciências experimentais (planificar, organizar e interpretar dados, contar, pesar, medir) e um aparato experimental, sobre o qual o indivíduo que o resolve exerce as suas acções e sem o qual a resolução se torna particularmente difícil.

Por sua vez, Palhares (1997) defende uma classificação de problemas segundo o procedimento, a qual depende da classe de indivíduos a quem se destina. Refere que se deve “considerar a intenção pedagógica do formulador, do apresentador ou do investigador e do seu conhecimento acerca da classe de indivíduos a que se destina o problema”, pois o enunciado de um mesmo problema pode ser “de um tipo para uma determinada classe, de outro tipo para outra classe, ou não ser mesmo problema para outros indivíduos” (p. 167).

O autor considera uma classificação em seis tipos de problemas. Para uma determinada classe de indivíduos os problemas, que requerem o uso de estratégias de resolução de problemas, designam-se *problemas de processo*, os que necessitam do uso de conhecimentos matemáticos adquiridos recentemente são integrados nos *problemas de conteúdo* e aqueles que exigem o uso de capacidades matemáticas são denominados de *problemas de capacidade*. Neste caso, talvez faça mais sentido, tal como refere o autor, designar o problema conforme a capacidade em questão, por exemplo, problema de cálculo ou de estimativa. Por sua vez, inclui os problemas, que requerem o alargamento do espaço de resolução, em *problemas tipo puzzle*; aqueles que exigem a recolha e tratamento de informação em *problemas de aplicação* e, finalmente, em *problemas de aparato experimental* os que requerem a utilização de esquemas investigativos. Palhares (1997) considera ainda uma subcategoria correspondente aos problemas abertos, os quais exigem a escolha e a ponderação dos diferentes caminhos possíveis.

LeBlanc, Proudfit e Putt (1980), em função do grau de dificuldade do vocabulário utilizado, da estrutura e do tamanho dos enunciados e da complexidade dos raciocínios e sua representação, identificam dois tipos de problemas matemáticos no Currículo do Ensino Básico: os problemas *standard* e os problemas de processo.

Consideram os *problemas standard*, que se intitulam *Standard textbook problems*, aqueles que podem ser resolvidos pela aplicação directa de um ou mais algoritmos previamente aprendidos. A sua resolução requer a identificação apropriada das operações ou dos algoritmos conhecidos e adequados, bem como a tradução da situação em símbolos matemáticos. Estes permitem que os alunos trabalhem e melhorem as habilidades com as operações num contexto real, o reforço de

competências com as operações básicas, além do reforço da relação entre as operações e as suas aplicações em situações da vida real. Referem que os *problemas de processo* exigem a utilização de uma ou mais estratégias combinadas na sua resolução e não apenas o uso de operações, de conceitos matemáticos, de fórmulas ou de algoritmos. Para além disso, apresentam mais do que uma solução e oferecem aos alunos a possibilidade de desenvolverem o uso de estratégias de resolução de problemas, elaborarem métodos de resolução criativos e ganharem confiança e gosto pela resolução de problemas.

Na tipologia de problemas, poder-se-ia utilizar outros referenciais, sendo assim possível apresentar ou identificar outros tipos de problemas. A título de exemplo, destaque-se a classificação de problemas usada pelo PISA (Programme for International student Assessment), em 2003: problemas de tomada de decisão, de análise e concepção de sistemas e de despiste de problemas. Os problemas *de tomada de decisão* incluem uma situação que envolve um certo número de alternativas e constrangimentos, tendo o resolvidor de tomar uma decisão considerando os constrangimentos em questão e seleccionando uma alternativa entre as apresentadas. Os *de análise e concepção de sistemas* envolvem a concepção de um sistema capaz de satisfazer as relações apresentadas e os objectivos relevantes. Finalmente, os *de despiste de problemas* implicam a compreensão de um mecanismo causal ou procedimento para que se efectue o despiste do problema específico a resolver (ME, 2004).

### **2.2.3. Resolução de problemas - diferentes perspectivas**

A expressão resolução de problemas, pelo facto de gerar diferentes interpretações, transformou-se, segundo Stanic e Kilpatrick (1989), “num slogan englobando diferentes visões da educação, da escolaridade, da Matemática e das razões, porque devemos ensinar Matemática em geral e resolução de problemas em particular” (p. 1), contribuindo, deste modo, para que diferentes autores defendam perspectivas diversas, relativamente às orientações para o ensino e organização dos currículos.

Hatfield (1978), defendendo o ensino da resolução de problemas através de processos heurísticos, caracteriza o ensino da resolução de problemas, no currículo da Matemática, segundo três perspectivas: o ensino para a resolução de problemas; o ensino acerca da resolução de problemas e o ensino através da resolução de problemas.

No *ensino para a resolução de problemas*, atribui-se importância aos conceitos e procedimentos matemáticos que os alunos devem aprender para aplicar na resolução de

problemas. De acordo com esta perspectiva, aprende-se Matemática para se ser capaz de utilizar o conhecimento adquirido para resolver problemas.

No *ensino acerca da resolução de problemas*, coloca-se a ênfase no modelo de resolução que o professor utiliza. Assim, os alunos aprendem um conjunto de heurísticas ou estratégias que podem escolher e usar na resolução de problemas, para que se tornem melhores resolvidores de problemas, sendo também incentivados a tomar consciência da sua própria evolução, quando eles os resolvem. Esta perspectiva dá primazia à forma como os problemas são resolvidos.

Por último, no *ensino através da resolução de problemas*, os problemas são utilizados não só como um objectivo para a aprendizagem da Matemática, mas também como um meio para o fazer. Desta forma, utilizam-se situações problemáticas para se ensinar um conteúdo matemático e desenvolver as técnicas necessárias para resolver problemas.

Stanic e Kilpatrick (1989) perspectivam a resolução de problemas, no currículo escolar da Matemática, segundo três temas: como contexto, como capacidade e como arte.

A resolução de problemas *como contexto* considera que os problemas são veículos ao serviço de outros objectivos curriculares. Segundo os autores, tem servido como justificação para aprender Matemática, convencendo professores e alunos da sua utilidade, introduzindo nos currículos de Matemática problemas relacionados com experiências reais. É entendida como motivação, quando a finalidade é captar o interesse dos alunos, utilizando os problemas para introduzir temas e conceitos matemáticos, motivando-os para a sua aprendizagem. Como divertimento, quando se pretende que os alunos aprendam Matemática e, simultaneamente, tenham a capacidade de perceber que esta pode ser divertida. É vista também como veículo quando é utilizada para a introdução de novos conceitos e estratégias. Por último, é entendida como uma prática se usada para praticar e reforçar capacidades e conceitos previamente ensinados e aprendidos.

A resolução de problemas *como capacidade* encara a resolução de problemas como uma das diversas capacidades a serem desenvolvidas pelos alunos. Entendida desta forma, os autores colocam a necessidade de se fazer a distinção entre a resolução de problemas não rotineiros e de rotina. A resolução dos problemas não rotineiros pode exigir uma capacidade mais elevada, a qual só acontece depois da aquisição da capacidade de resolução de problemas de rotina. Consequentemente, só os alunos, que dominam os pré-requisitos, têm a oportunidade de resolver esses problemas, o que faz com que muitos se dediquem somente à resolução de problemas mais simples.

A resolução de problemas *como arte* apresenta uma visão “mais profunda e mais compreensiva da resolução de problemas nos currículos escolares de Matemática” (p. 15). Esta concepção subjaz ao trabalho de Polya, que era um grande defensor do ensino da resolução de problemas através de métodos heurísticos e do papel do professor, neste tipo de ensino. Este autor defendia a resolução de problemas como sendo uma arte e não um processo mecânico que reduz os métodos heurísticos a capacidades procedimentais ou a técnicas algorítmicas.

Segundo Vale (1997), a resolução de problemas “é mais do que um conteúdo matemático; é um contexto, uma filosofia, uma metodologia de ensino-aprendizagem da Matemática” (p. 3). Neste sentido, Vale e Pimentel (2004) entendem a resolução de problemas segundo três perspectivas: (i) *como um processo*, quando se pretende capacitar os indivíduos com estratégias de resolução de problemas para que se tornem cada vez mais capazes de os resolver; (ii) *como uma finalidade*, quando se pretende desenvolver e trabalhar certas acções matemáticas como o explorar, o questionar, o investigar, o descobrir e o utilizar raciocínios plausíveis e (iii) *como um método de ensino*, quando é utilizada para a introdução de conceitos através de actividades de exploração e de descoberta, tendo em consideração factos, conceitos, procedimentos matemáticos e as finalidades do ensino da Matemática.

As perspectivas sobre a resolução de problemas de Hatfield (1978), Stanic e Kilpatrick (1989) e Vale e Pimentel (2004) apresentam algumas características em comum, pelo que o seu paralelo pode ser salientado pelo Quadro 1.

Quadro 1 - Resolução de problemas - diferentes perspectivas

Hatfield (1978)	Stanic e Kilpatrick (1989)	Vale e Pimentel (2004)
Ensino para a resolução de problemas.	Como arte.	Resolução de problemas como finalidade.
Ensino acerca da resolução de problemas.	Como capacidade.	Resolução de problemas como processo.
Ensino através da resolução de problemas.	Como contexto.	Resolução de problemas como método de ensino.

Para outros autores como Lesh e Zawojewski (2007), English, Lesh e Fennewald (2008) e English e Sriraman (2010), as perspectivas existentes têm tratado a resolução de problemas como um assunto isolado do desenvolvimento das ideias fundamentais, das compreensões e dos processos matemáticos. Consideram que umas enfatizam o ensino de conceitos e procedimentos matemáticos, sendo a resolução de problemas usada para a prática dos mesmos, em actividades que não envolvem os alunos numa verdadeira resolução de problemas; outras focalizam-se no

ensino de estratégias ou heurísticas de resolução de problemas, tais como fazer uma tabela ou desenhar um diagrama.

Lesh e Zawojewski (2007) apresentam uma alternativa na qual se entende a aprendizagem da Matemática e da resolução de problemas como algo integrado e como uma construção que se encontra em desenvolvimento contínuo. A perspectiva sobre a resolução de problemas destes autores está subjacente à ideia de que a resolução de problemas deve envolver situações que vão para além da Matemática escolar, principalmente aquelas onde a tecnologia desempenha um papel relevante, de forma a integrar a Matemática com outras disciplinas e com o mundo real.

Justificam que a complexidade da sociedade contemporânea e dos sistemas complexos que a constituem alterou, não só os tipos de situações de resolução de problemas, como as capacidades de resolução de problemas necessárias ao sucesso para além da escola. Consequentemente, estas novas situações requerem novas formas de pensamento matemático, tais como: interpretar, descrever, construir, explicar e manipular sistemas complexos (Lesh & Harel, 2003; Lesh & Zawojewski, 2007; English, Lesh & Fennewald 2008).

Desta forma, estes autores defendem que é fundamental que ocorram mudanças na natureza dos problemas propostos aos alunos nas aulas de Matemática. É necessário que as situações de resolução de problemas proporcionem simulações de experiências da vida real, onde o pensamento matemático seja útil. Em tais situações, a essência da resolução de problemas será encontrar formas de interpretar as mesmas matematicamente através de uma série de ciclos interpretativos e iterativos para produzir modos de pensamento matemático apropriado sob a informação dada (enunciados, objectivos). Para Lesh e Harel (2003), Lesh e Zawojewski (2007), bem como English, Lesh e Fennewald (2008), estas situações de resolução de problemas envolvem uma série de ciclos de modelação, onde as formas de pensamento do resolvidor de problemas sobre os enunciados, os objectivos e as etapas de resolução, requerem que sejam testados, aperfeiçoados e revistos repetidamente. Sublinham que é necessário que os alunos, num ambiente de resolução de problemas e durante um período prolongado de tempo, sejam envolvidos na verdadeira resolução de problemas para que criem, eles próprios, importantes construções, bem como modelos susceptíveis de serem generalizados. Desta forma, os alunos conferem sentido aos vários sistemas complexos que governam o mundo de hoje.

#### **2.2.4. Modelos e processos de resolução de problemas**

Em décadas passadas, os investigadores dedicaram muita atenção e interesse à investigação da resolução de problemas, destacando-se o trabalho de Polya (1945) sobre como resolver problemas, os estudos sobre os bons resolvedores, as estratégias de ensino de resolução de problemas, designadas por heurísticas, o desenvolvimento de processos metacognitivos e, mais recentemente, os estudos sobre a modelação Matemática. Na última década, verificou-se um declínio dessa tendência, tendo sido identificado um número de factores que contribuiu para o mesmo (English, Lesh & Fennewald, 2008). Estes factores incluem uma investigação limitada sobre os conceitos e a própria resolução de problemas, um conhecimento insuficiente sobre a resolução de problemas dos alunos para além da sala de aula, uma tendência pouco encorajadora das políticas e práticas educativas, entre outros (Lester, 1994; Lester & Kehle, 2003).

Os termos *heurísticas* ou *processos heurísticos* foram definidos de forma diferente por diferentes autores em diferentes épocas. Polya (2003) considera que *heurística* (ou heurética ou *ars inveniendi*) é o nome de um certo ramo de estudo, ainda pouco definido, que pertencia à Lógica, Filosofia ou Psicologia. Como afirma, “serve para descobrir” e o seu objectivo é estudar os métodos e as regras da descoberta e da invenção (p. 133). O autor sustenta ainda que a *heurística moderna* se preocupa em compreender o processo de resolução de problemas, especialmente “*as operações mentais tipicamente úteis* nesse processo” (p. 133).

Para Kantowski (1977), *heurística* é um caminho que o resolvidor de problemas escolhe na sua procura por uma solução. Schoenfeld (1979, 1980) considera que a *heurística* é uma sugestão ou uma estratégia geral, independentemente do assunto, que ajuda os resolvidores de problemas a abordarem, compreenderem e/ou organizarem os seus recursos de forma eficiente na resolução de problemas. A estratégia tem como objectivo proporcionar aos alunos um enquadramento útil para resolverem o problema, ao invés de um algoritmo que deva ser seguido rigidamente.

Krulik e Rudnick (1993) fazem a distinção entre algoritmos e heurísticas, afirmando que os algoritmos são esquemas aplicáveis a uma única classe de problemas e que, depois de escolhidos e caso os alunos não cometam erros mecânicos de aritmética, conduzem à solução correcta. Definem *heurísticas* como um conjunto de sugestões e questões que os alunos devem seguir e perguntar a si próprios, quando confrontados com um problema. Estas são gerais e aplicáveis a qualquer problema, fornecendo a orientação necessária para abordar, compreender e resolver os problemas.

Para Borralho e Borrões (1995), *heurísticas* são procedimentos para resolver um problema através de regras que permitem encontrar a solução ou aproximar-se dela, com alguma rapidez. Saliendam, no entanto, que, embora sejam fáceis de usar, não conduzem necessariamente ao sucesso.

Refira-se que as heurísticas podem ser gerais ou específicas. As primeiras são de aplicação geral, aplicando-se a um maior número de problemas e as segundas, mais dependentes do contexto, restritas a uma menor quantidade de problemas (McClintock, 1984; Schoenfeld, 1984).

Segundo Zawojewski e Lesh (2003), as heurísticas ou estratégias gerais, originalmente baseadas nos trabalhos de Polya, destinam-se a ajudar o aluno a relacionar a situação que tem “em mãos” com os procedimentos matemáticos já adquiridos e que os conduzirá à solução do problema.

Polya (2003), um dos autores defensores do ensino de heurísticas, propôs um modelo de resolução de problemas assente em heurísticas gerais agrupadas em quatro fases: (1) compreender o problema; (2) estabelecer um plano; (3) executar o plano e (4) avaliar o plano. Para cada fase, Polya agrupa uma lista de questões, interpelações ou sugestões, a qual enumera como “operações mentais” úteis para a resolução de problemas, dado que a sugestão encobre uma acção. Assim, neste contexto, considera-se que processos de resolução são acções desencadeadas e ocorridas durante a resolução de problemas, ao nível cognitivo e afectivo.

Na primeira fase, correspondente à *compreensão do problema*, é crucial que o aluno compreenda perfeitamente o problema, analise pormenorizadamente o enunciado de forma a perceber claramente o que é necessário. Deve ser capaz de identificar as partes principais que constituem o problema, a questão (incógnita), os dados e as condições apresentadas, bem como separar (se necessário) as várias partes da condição. Para que o aluno confirme que considerou todos os aspectos fundamentais, o autor aconselha o uso de determinadas questões: Qual é a incógnita? (conhecimento da incógnita); Quais são os dados? (conhecimento dos dados); Quais são as condições? (forma como as condições se relacionam com os dados). Para que o professor se certifique que o aluno compreendeu o problema, sugere que este interpele o aluno sobre o enunciado, pedindo-lhe que enuncie e/ou explique o problema por palavras suas e que o concretize.

Após este passo, importa que o aluno esquematize ou estabeleça relações entre os elementos do problema, usando para o efeito uma figura e uma notação apropriada. Para Smole e Diniz (2001), a representação pictórica permite perceber se o resolvidor de problemas analisou,

assimilou ou reflectiu sobre a situação do problema e, conseqüentemente, sobre as suas acções. Nesse sentido, a representação pictórica para as autoras, além de servir como um recurso de registo da estratégia de resolução, constitui um recurso de interpretação do problema.

A segunda fase do processo de resolução de problemas de Polya, respeitante ao *estabelecimento de um plano*, requer que se analise como é que os diversos elementos se relacionam para se ter uma ideia de como resolver o problema, que se identifique quais os cálculos ou as construções que é necessário efectuar para satisfazer o pedido (a incógnita), que se esteja concentrado no objectivo e que se tenha bons hábitos mentais. Deve-se considerar o problema de vários pontos de vista e perspectivas, destacar as diferentes partes do problema, examinar diferente pormenores e procurar ligações com os conhecimentos que se possui, para que, passo a passo, se descubra o caminho a percorrer. Para esta fase, o autor sugere que se recorde um problema idêntico, se tente transformar um problema num outro em que se conhece o processo de resolução, propondo as seguintes questões: É possível utilizar o seu método de resolução? É possível reformular o problema? Conheço alguma fórmula ou teorema que me podem ajudar? Será que utilizei todos os dados e condições do problema? No caso de o aluno não conseguir resolver o problema proposto, deve tentar procurar resolver algum problema do mesmo tipo, ou tentar imaginar um problema parecido mais acessível, ou mais específico, ou mais genérico.

A etapa três, que diz respeito à *execução do plano*, ou seja, à concretização de todas as operações algébricas ou geométricas que planeou e traçou na fase anterior e também a uma revisão, passo a passo, da resolução. Em Polya (2003), pode ler-se que “o professor deve insistir com o aluno para que *verifique cada passo*” (p. 34) e que é fundamental avaliar todos os passos, verificando se existem erros e contradições para, se necessário, repensar o plano.

A quarta e última fase do processo de resolução de problemas proposto por Polya, *avaliar o plano*, consiste em olhar para trás, verificar e interpretar o resultado obtido, bem como o caminho utilizado, isto é, consiste em fazer uma revisão crítica de todo o trabalho efectuado, examinando-o e discutindo-o. Nesta fase, é importante resolver o problema de forma alternativa, comprovando assim a solução obtida e verificando as implicações da solução. O aluno pode estabelecer a sua verificação, respondendo a determinadas questões: Encontrei uma solução, será que está correcta? Os resultados obtidos fazem sentido? Têm as unidades correctas? Está a solução final escrita de forma clara, numa linguagem simples e sem ambigüidades? É possível resolver o problema por outro caminho?

Polya (2003) sublinha a importância de cada uma das quatro fases. A *primeira fase* é fundamental, pois as restantes dependem dela, pelo que é essencialmente vital que o aluno compreenda o problema. Österholm (2006) reafirma esta importância, referindo que, quando um indivíduo lê um texto, cria uma representação mental e esta descreve a forma como o indivíduo compreende o texto, criando, conseqüentemente, uma representação mental do problema.

Certos estudos (Cummins, Kintsh, Reusser & Wimer, 1988) confirmam uma relação estreita entre a representação mental e a resolução de problemas, apontando que os indivíduos resolvem o problema segundo a forma como o compreendem. Outros estudos (Hegarty, Mayer & Monk, 1995) procuram analisar o facto da resolução do problema se basear em partes do texto e não na representação deste. Estes referem que os indivíduos que melhor resolvem problemas, a grande maioria, se lembram da estrutura semântica do texto, em contrapartida, os indivíduos que têm menos facilidade em resolver problemas lembram-se de pormenores do texto.

Österholm (2006) acrescenta que a compreensão de um problema, além de depender da compreensão do texto, depende ainda dos conhecimentos prévios específicos que o indivíduo possui e que são activados durante o processo de leitura do enunciado, bem como da questão do problema, pois esta, durante a leitura e conseqüente representação mental, pode influenciar o tipo de conhecimentos prévios activados. Numa perspectiva idêntica, Polya (2003) acredita que a atenção que o resolvidor de problemas concede à compreensão do problema pode contribuir para estimular a memória e, conseqüentemente, evocar conhecimentos ou factos relevantes para a resolução do mesmo.

Polya destaca a *segunda fase* como a mais difícil, por vezes, longa e tortuosa, pois requer algumas capacidades, tais como criatividade, bons hábitos mentais, concentração quanto ao objectivo, espírito de organização, experiência e conhecimentos. Estas capacidades podem ser desenvolvidas e aprendidas, através de diferentes oportunidades de resolução de problemas. Na opinião do autor, a *terceira fase* requer paciência para executar o plano e para verificar cada um dos passos efectuados. A última e *quarta fase*, a retrospectiva da solução e do caminho para a descobrir, é bastante importante e instrutora, pois o aluno, ao efectuar uma revisão completa do seu trabalho – reconsiderando e reexaminando não só o resultado final, mas também todo o caminho percorrido – tem a oportunidade de consolidar conhecimentos, de investigar conexões, de identificar o que lhe causou dificuldades e o que o ajudou, além de desenvolver, como é óbvio, a sua capacidade de resolver problemas.

Ao definir esta divisão do processo de resolução de problemas em diferentes etapas, o autor supracitado nunca pretendeu criar uma “fórmula mágica” para resolver problemas, criar uma sequência “rígida” de etapas de forma a serem percorridas por uma determinada ordem sem ser possível voltar atrás, caso se revele necessário. Polya nunca pretendeu mecanizar o processo de resolução de problemas, até porque, para o autor, a resolução de problemas é uma arte que envolve descoberta. Na perspectiva do autor, o aluno, quando decide resolver um problema, envolve-se no seu pensamento e na actividade de compreender esse problema. De seguida, pode tentar estabelecer um plano e, durante esse processo, descobrir que necessita compreender melhor o problema. Pode, contudo, acontecer que, depois do plano já formado, o aluno seja incapaz de o implementar. Nesse caso, o aluno deve tentar estabelecer um novo plano, ou tentar compreender melhor (novamente) o problema ou tentar trabalhar com um problema relacionado.

Analisando este modelo de resolução de problemas e recordando os processos de pensamento envolvidos na resolução, referidos por Charles, Lester e O’ Draffer (1987), mencionados na secção 2.2.1, verifica-se que existe uma relação entres eles, tal como se infere da análise do Quadro 2.

Quadro 2 - Modelo de Polya/Processos de pensamento de Charles, Lester e O’ Draffer

Polya (2003)	Charles, Lester e O’ Draffer (1987),
- Compreender o problema.	- Compreender/formular a questão do problema. - Compreender as condições e as variáveis do problema. - Seleccionar ou encontrar os dados necessários para resolver o problema.
- Estabelecer um plano.	-Resolver/Formular sub-problemas e seleccionar estratégias de resolução apropriadas.
- Executar um plano.	- Implementar correctamente a(s) estratégia(s) de resolução e resolver os sub-problemas. - Dar uma resposta relacionada com o contexto do problema.
- Avaliar o plano.	- Avaliar a razoabilidade da resposta.

Para Schoenfeld (1979), embora os métodos de resolução de problemas sejam normalmente idiossincráticos, existe uma série de princípios gerais envolvidos na procura das soluções dos problemas. Sustenta que os indivíduos experientes em resolver problemas, quando confrontados com um problema, geralmente, envolvem-se em alguma forma de exploração sistemática para chegarem ao âmago do problema, enquanto os indivíduos menos experientes apresentam abordagens comparativamente menos estruturadas.

Segundo Schoenfeld (1979, 1980, 1984) existe um grande número de valiosas abordagens heurísticas para resolver problemas de Matemática. Considera a existência de cinco fases de

actividades de resolução de problemas: (1) análise; (2) *design*; (3) exploração; (4) implementação e (5) verificação.

A etapa correspondente à *análise*, de acordo com o mesmo autor, inicia-se com a leitura do enunciado do problema. Estão subjacentes a esta, os processos heurísticos como: classificar e estabelecer um contexto, seleccionar uma representação para o problema, desenhar um diagrama, explorar os dados e os objectivos, examinar casos particulares, entre outros.

A fase designada por *design* é aquela que permeia todo o processo de resolução de problemas. É o “controlo central” que acompanha e monitoriza todo o processo de atribuição de recursos e resolução de problemas (Schoenfeld, 1984). Esta fase consiste em “fazer um plano”, onde o aluno deve ter uma visão geral do processo de resolução, bem como, em qualquer passo, dever saber o que está a fazer e porquê, além de saber de que forma essas acções se relacionam com a solução. Importa igualmente organizar a informação da fase anterior, a análise, e também a da fase seguinte, a exploração, estruturar o raciocínio e aplicar uma abordagem hierárquica.

Relativamente à *exploração*, Schoenfeld (1984), como processos heurísticos, considera: (1) problemas essencialmente equivalentes, substituindo as condições por outras equivalentes; (2) problemas ligeiramente modificados, escolhendo sub-objectivos e (3) problemas amplamente modificados, construindo problemas análogos com estruturas simplificadas.

De seguida, a quarta etapa, correspondente à *implementação*, que consiste na execução passo a passo do plano delineado.

Finalmente, a última e quinta fase, que é a *verificação*. Para Schoenfeld (1979, 1984), esta é simples, mas tem de ser trabalhada e sublinhada a sua importância com os alunos. A verificação da solução do próprio problema poderá, segundo o autor, proporcionar obter grandes “lucros” em termos de tempo e energia para os alunos, embora estes demonstrem usualmente poucos sinais relativamente à retrospectiva do seu trabalho. O autor sugere três processos heurísticos: testes específicos para a solução (por exemplo, utiliza todos os dados relevantes?); testes gerais para a solução (por exemplo, a solução pode ser obtida de outra forma?) e verificar se o processo de solução serviu como experiência de aprendizagem para os alunos.

Krulik e Rudnick (1993) afirmam que, ao longo de vários anos, foram desenvolvidos e propostos diversos processos heurísticos, bastante semelhantes, para auxiliar os alunos na resolução de problemas. Eles propõem um conjunto de heurísticas ou processos heurísticos, associados a cada uma das cinco etapas que, segundo referem, revelaram ser bem sucedidas, tanto com alunos como com professores, em todos os níveis de ensino: (1) ler e pensar; (2)

explorar o plano; (3) seleccionar uma estratégia; (4) encontrar uma resposta e (5) reflectir e criar uma extensão do problema.

Relativamente à etapa correspondente a *ler e pensar*, consideram que o aluno deve ler, interpretar a linguagem e fazer conexões. Defendem que um problema tem uma anatomia, nomeadamente factos, questões e possivelmente definições, pelo que, nesta primeira fase, o aluno deve identificar os factos, a(s) questão(ões), reformular o problema, segundo as suas palavras, descrever e visualizar a situação.

Em *explorar o plano*, o aluno deve analisar, sintetizar e organizar toda a informação relevante do problema, recolhida na fase anterior. É nesta fase que as ideias começam a delinear um plano e as soluções possíveis são vistas e mentalmente examinadas. Para isso, os autores sugerem que o aluno desenhe um diagrama ou construa um modelo, faça um gráfico, uma tabela ou um desenho e que responda a algumas questões, como: existe informação suficiente? Existe muita informação?

Na etapa de *seleccionar uma estratégia*, o resolvidor de problemas deve escolher o caminho mais adequado, como resultado das etapas anteriores. São sugeridas algumas estratégias: reconhecimento de padrões, trabalhando para trás, dedução lógica, simulação/experimentação, fazer um desenho, diagrama, esquema, fazer uma lista organizada ou uma tabela, fazer tentativas, as quais podem ser usadas isoladamente ou combinadas umas com as outras, dependendo do problema e de quem o resolve. Todavia, Krulik e Rudnick (1993) afirmam que nenhuma estratégia é melhor que outra, mas algumas estratégias podem oferecer um caminho mais elegante e rápido na procura da solução do que outras.

Na penúltima fase, designada de *encontrar uma resposta*, o aluno deve fazer uso das suas capacidades de cálculo, de algumas propriedades de geometria e da álgebra elementar para obter uma resposta, podendo para isso usar a calculadora.

A última fase, *reflectir e criar uma extensão do problema*, exige que o aluno pense criativamente. Importa que o aluno faça uma reflexão sobre o processo usado. Os autores sugerem a discussão das várias soluções com a turma, a aplicação de perguntas ou da técnica “o que acontece se” ou “e se”, para determinar as relações entre os factos da situação e as respostas, assim como a criação de novos problemas como variações interessantes do problema original.

Segundo Krulik e Rudnick (1993), este conjunto de heurísticas representam um *continuum* de pensamento que cada pessoa deve utilizar perante a resolução de problemas. Os elementos deste *continuum* não são individualmente separados e distintos. Quando um aluno lê e analisa as

relações existentes num determinado problema, geralmente um plano está a tomar forma. Como consequência, é seleccionada uma estratégia, uma resposta é encontrada e analisada, segundo o contexto da situação original apresentada.

Fernandes, Vale, Fonseca, Silva e Pimentel (2002), baseados na filosofia de Polya, propõem uma adaptação do seu modelo para o ensino da resolução de problemas para os alunos do Ensino Básico. Como na prática é difícil separar ou distinguir as segunda e terceira fases do modelo de Polya (estabelecer um plano e executá-lo), os autores recomendam a junção das mesmas. Desta forma, consideram um modelo constituído por 3 fases: (1) ler e compreender o problema, onde é fundamental a leitura, análise e discussão de todas as expressões; (2) fazer e executar um plano, sendo fundamental saber escolher, saber como utilizar e saber implementar as estratégias necessárias à resolução do problema e (3) verificar a resposta, que requer a verificação da razoabilidade da(s) resposta(s) e da(s) solução(ões) encontrada(s) segundo os dados e os objectivos do problema.

Os mesmos autores propõem algumas estratégias que podem ser utilizadas na resolução de problemas, como: fazer uma tabela, um desenho ou um diagrama, uma lista, fazer tentativas, trabalhar do fim para o princípio, descobrir um padrão, escrever uma equação ou usar o raciocínio lógico.

Os modelos apresentados por Polya, Schoenfeld, Krulik e Rudnick e Fernandes et al., convergem, no sentido em que todos eles tratam o processo da resolução de problemas como um modelo dinâmico e não como um modelo ou processo linear. Todos eles enfatizam a natureza dinâmica e cíclica da verdadeira actividade de resolução de problemas e não um processo linear com uma série de etapas, que traduzem uma sequência de passos pouco variável. Assim, é possível fazer um paralelo entre os modelos apresentados, o qual se encontra no Quadro 3.

Quadro 3 - Fases do Processos de Resolução de Problemas – diferentes autores

Polya (2003)	Schoenfeld (1979, 1980, 1984)	Krulik e Rudnick (1993)	Fernandes et al. (2002)
-Compreender o problema	- Análise	- Ler e pensar	- Ler e compreender
-Estabelecer um plano	- Design - Exploração	- Explorar o plano -Seleccionar uma estratégia	- Fazer e executar um plano
- Executar um plano	- Implementação	- Encontrar uma resposta	
- Avaliar um plano	- Verificação	- Reflectir e estender	- Verificar a resposta

O papel das heurísticas ou dos processos heurísticos, na resolução de problemas, é constantemente referido na literatura sobre o assunto em apreço. Fernandes (1992) fez uma

análise de vários estudos (cerca de dezasseis), realizados nas décadas de 70 e 80 sobre os processos utilizados na resolução de problemas, o ensino de heurísticas na resolução de problemas e o ensino de estratégias na resolução de problemas, bem como a combinação de todos esses factores. Verificou que muitos autores consideram que os processos heurísticos ou heurísticas são inerentes ao ensino da resolução de problemas, porque, entre outros aspectos, “parecem motivar os alunos, são relevantes do ponto de vista pedagógico, promovem a aprendizagem activa e podem ajudar a melhorar os processos de ensino e de aprendizagem da resolução de problemas” (Fernandes, 1992, p. 47).

A análise destes estudos permite ainda concluir que: (1) as heurísticas (gerais e específicas) podem “ser ensinadas e aprendidas e contribuem para melhorar o desempenho dos alunos na resolução de problemas”, sendo o seu ensino mais eficaz para os do Ensino Básico; (2) algumas estratégias de resolução de problemas, tais como tentativa e erro, procurar padrões, entre outras, são ensinadas ou utilizadas com mais frequência, mas existem poucas evidências de que os alunos tenham a capacidade de as reter por longos períodos de tempo e de que sejam utilizadas noutros contextos; (3) os conhecimentos matemáticos contribuem para o sucesso na resolução de problemas e (4) o desempenho dos alunos na resolução de problemas é influenciado de forma positiva por um ambiente onde se resolvem problemas (Fernandes, 1992, p. 69).

Schoenfeld (1984) considera que, embora o ensino da resolução de problemas, através das heurísticas, possa proporcionar uma oportunidade para estimular a discussão em sala de aula e melhorar o desempenho dos alunos, o domínio dessas estratégias não é suficiente, dado que, perante um conjunto de potenciais processos heurísticos úteis, na resolução de um problema, é crucial e fundamental, no desempenho do aluno, a capacidade de seleccionar a estratégia adequada e a tomada de decisões de controlo. Charles, Lester e O’ Draffer (1987) acrescentam que muitos alunos, quando iniciam a resolução de um problema, escolhem uma abordagem ou caminho razoável e continuam a sua resolução sem fazer qualquer avaliação das suas decisões, salientando que estes precisam de constatar que é vantajoso parar e reflectir, periodicamente, sobre o que estão a tentar fazer, o que já fizeram e o que pretendem ou necessitam fazer.

Prosseguindo o seu trabalho, Schoenfeld (1985) reconhece o papel da metacognição e das crenças na resolução de problemas. Sublinha quatro aspectos diferentes do conhecimento e do comportamento, envolvidos na resolução de problemas, os quais se sobrepõem e interagem entre si: (1) recursos (conhecimentos que o indivíduo é capaz de aplicar: algoritmos, factos, conhecimentos matemáticos); (2) heurísticas (estratégias de resolução); (3) controlo (forma como o

indivíduo gere os recursos, as heurísticas e toda a informação a que tem acesso) e (4) sistemas de convicções (visão que o indivíduo tem da Matemática, da resolução de problemas, de si próprio e do mundo em geral).

Mais tarde, Schoenfeld (1992) concluiu que as tentativas de ensinar os alunos a usarem as estratégias gerais de resolução de problemas, do modelo de Polya, não têm gerado os resultados desejados. Apontou que uma das razões para esta falta de sucesso resulta do facto de muitas das heurísticas de Polya aparentarem ser mais descritivas do que prescritivas, ou seja, o autor considera que as caracterizações de Polya não fornecem a quantidade de detalhes suficientes para que os indivíduos, pouco familiarizados com aquelas, sejam capazes de as implementar. Propõe então uma caracterização prescritiva das estratégias de resolução de problemas, isto é, que cada uma das heurísticas convencionais de Polya fosse discriminada num longa lista de estratégias mais específicas.

Não obstante, sustenta que esta situação requer a necessidade de gerir e seleccionar a estratégia mais adequada a partir dessa lista de estratégias. Por sua vez, este facto exige: (1) a introdução de crenças e directrizes de “ordem superior” para a especificação de quando, porquê e como usar os processos prescritivos de “ordem inferior”, o que levou o autor a enfatizar a necessidade de investigação sobre a metacognição e as crenças e (2) a necessidade de ensinar os alunos a usarem as heurísticas em diversos problemas e diferentes contextos, o que o levou a considerar o ensino das heurísticas “tão sério” e importante como qualquer outro conteúdo matemático.

Nesta linha de pensamento e no intuito de fazer com que as heurísticas e estratégias não fossem apenas ferramentas descritivas, mas também prescritivas, para se obterem melhores resultados, Schoenfeld (1992) sugeriu que a investigação sobre a resolução de problemas deveria: a) proporcionar o desenvolvimento e o ensino de estratégias de resolução de problemas mais específico; b) promover o estudo do modo de ensinar estratégias metacognitivas (para que os alunos aprendam a utilizar eficazmente as estratégias de resolução de problemas e o conhecimento do conteúdo) e c) proporcionar o desenvolvimento e o estudo do modo de eliminar as crenças negativas dos alunos, realçando as positivas (para melhorar as perspectivas dos alunos relativamente à resolução de problemas, à natureza da Matemática e às suas próprias competências pessoais).

Contudo, na opinião de Lester e Kehle (2003), Lesh e Zawojewski (2007), o problema coloca-se independentemente de a atenção se centrar na heurística do modelo de Polya, nos

processos metacognitivos ou nas crenças do modelo de Schoenfeld. Argumentam que estamos perante um dilema, pois, se, por um lado, a curta lista de processos descritivos parece ser demasiado genérico para ter poder prescritivo e significado para serem ensinados, por outro, uma extensa lista de processos normativos poder-se-á tornar tão numerosa que saber quando usá-los pode tornar-se problemático.

Lesh e Zawojewski (2007), English e Sriraman (2010), defendem que é crucial que os alunos saibam quais as estratégias a aplicar, quando as aplicar e como as aplicar, dependendo da situação que se tem “em mãos”. Acrescentam que, para seleccionar as estratégias adequadas a utilizar, é fundamental o reconhecimento da estrutura subjacente ao problema a abordar. Por exemplo, referem que a utilização da estratégia “desenhar um diagrama” pode ser eficaz nos problemas, cuja estrutura o permita, porém, o aluno deve saber que tipo de esquema deve usar, como o usar, bem como a razão sistemática da execução das suas acções. Lesh e Zawojewski (2007) salientam que dominar uma estratégia ou heurística depende da capacidade de interpretação e não apenas da capacidade de execução, pelo que é tão ou mais importante desenvolver “sistemas” para interpretar situações problemáticas do que desenvolver estratégias específicas.

Nesse sentido, apontam uma perspectiva relativamente às heurísticas definidas por Polya, afirmando que, embora constituam procedimentos e regras que ajudam o resolvidor a encontrar a solução do problema, devem igualmente, e sobretudo, constituir formas de interpretar e descrever situações problemáticas. Os autores consideram que as heurísticas devem ajudar os alunos a reflectir e a interpretar situações problemáticas, permitindo que o pensamento actual do resolvidor sobre um problema vá mais além. Lesh e Zawojewski (2007) propõem que a heurística de Polya possa ser pensada como uma forma de ajudar o resolvidor a reflectir sobre as suas experiências de resolução de problemas, em vez do fornecimento de uma lista de sugestões específicas para o aluno experimentar quando está bloqueado, visto que, segundo os autores, os discentes quando descrevem os seus próprios processos, podem utilizar as suas reflexões para “desenvolver protótipos flexíveis” das suas experiências, os quais podem ser úteis e servir de base na resolução de problemas futuros.

## **CAPÍTULO 3**

### **METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO**

Neste capítulo apresenta-se e fundamenta-se a metodologia seguida neste estudo. Começa-se por apresentar as razões da sua escolha, uma descrição dos participantes, uma breve descrição do estudo, os métodos de recolha de dados e, finalmente, a descrição do procedimento utilizado para a análise de resultados.

#### **3.1. Opções metodológicas**

Segundo Yin (2005), existem diversas metodologias para realizar uma investigação que dependem fundamentalmente de três condições: do tipo de questão a investigar, do tipo de controlo que o investigador tem sobre os acontecimentos e do foco do estudo, em fenómenos históricos ou em fenómenos contemporâneos. Corroborando esta ideia, Matos e Carreira (1994) afirmam que a grande maioria dos investigadores em educação aceita que “a escolha de uma dada metodologia de investigação é conformada pelos objectivos de estudo e em particular pelas questões a que se pretende responder” (p. 20), pois, segundo Sousa (2005), não existem “uns métodos melhores do que outros, mas métodos que melhor ou pior servem o estudo pretendido” (p. 32).

Como já foi mencionado no capítulo um, nesta investigação, procurou-se responder às questões seguintes:

1. Quais os processos utilizados pelos formandos dos Cursos EFA na resolução de problemas? Como evoluem ao longo da experiência de formação?
2. Como é que os formandos dos Cursos EFA explicitam as suas resoluções seguidas na resolução de problemas?
3. Que dificuldades sentem os formandos dos Cursos EFA na resolução de problemas? Como ultrapassam essas dificuldades ao longo da experiência formativa?

Sabendo que o estudo foi realizado no âmbito dos Cursos EFA B3, de dupla certificação, nocturnos e cujo objectivo recai sobre a descrição, a análise e a interpretação dos processos utilizados durante a resolução de problemas, das conseqüentes dificuldades sentidas e demonstradas, assim como da forma como os formandos explicitam as suas resoluções,

considerou-se apropriada a utilização de uma metodologia de natureza qualitativa, segundo uma perspectiva interpretativa.

Para Bogdan e Biklen (2006), “ainda que existam diversas formas de investigação qualitativa” (p. 54), os estudos de natureza qualitativa enfatizam a descrição dos factos, o ambiente natural, como fonte directa dos dados, e o investigador como o principal instrumento de recolha destes; o interesse pelos processos e não pelos resultados; a importância das perspectivas dos intervenientes e a análise dos dados de forma indutiva.

Neste estudo, a descrição assume particular importância, tanto no registo e análise de dados, como na apresentação dos resultados, permitindo “estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso objecto de estudo” (Bogdan e Biklen, 2006, p. 49). Este ocorre num contexto natural e real de trabalho, estando em causa os processos usados na resolução de problemas numa experiência formativa no âmbito da Área de Competência-Chave, Matemática para a Vida. Importava compreender a forma como os formandos evoluíram relativamente às questões do estudo, existindo assim uma preocupação privilegiada com os processos e significados atribuídos pelos formandos às diferentes situações. Os dados recolhidos são analisados em toda a sua riqueza de forma indutiva, ou seja, a investigação vai sendo construída à medida que se vão recolhendo e analisando as diferentes partes, permitindo que as questões do estudo sejam clarificadas.

A abordagem interpretativa deste estudo provém do facto de se procurar “conhecer a realidade tal como ela é vista pelos actores que nela intervêm directamente” (Ponte, 1994, p. 8), baseada, segundo Merriam (1988) e Denzin (1989), numa descrição detalhada do ambiente ou do contexto de trabalho, das situações, das emoções e das interacções sociais estabelecidas entre os intervenientes; na (re)construção e na (re)formulação dos objectivos à medida que se vão recolhendo, examinando e agrupando as partes do todo e numa preocupação privilegiada dos processos ao invés dos resultados.

Na opinião de Fernandes, Borralho e Amaro (1994), a resolução de problemas envolve vários factores inerentes ao indivíduo que se propõe resolver o problema, à própria tarefa e ao contexto de resolução. Os mesmos autores referem que, nestas condições, a investigação, relativamente aos processos utilizados pelos alunos perante a resolução de problemas, deve ter em linha de conta toda essa complexidade e desenvolver-se com base em estudos de caso. Esta metodologia para Ponte (1994) deve ser usada quando se pretende compreender e descrever pormenorizadamente as características específicas de um fenómeno. Yin (2005) acrescenta o facto de se tratar de uma investigação de carácter empírico que beneficia das múltiplas fontes de dados

recolhidos e se focalizar no contexto real da investigação. De acordo com vários autores (Ponte, 1994; Matos & Carreira, 1994; Yin, 2005), os estudos de caso não permitem a formulação de generalizações, alargando as conclusões de uma situação a outras, ou a outros contextos, mas como refere Ponte (1994) possibilitam a produção de conhecimento sobre objectos concretos.

Ora, neste estudo, dentro da investigação qualitativa, optou-se pelo estudo de caso, na medida em que se pretendia uma descrição e uma análise dos fenómenos em análise, o mais detalhadas possível, não tendo, como afirma Fernandes et al (1994), “a pretensão de ‘apanhar’ a realidade toda, mas sim uma certa parte, uma certa visão, dessa mesma realidade” (p.60). Pretendeu-se estudar o indivíduo no seu ambiente de trabalho, de forma a não isolar do seu contexto o fenómeno em estudo e compreender a situação tal como ela se apresenta. É uma investigação empírica baseada no trabalho de campo e na análise documental, procurando tirar partido de diversas fontes de dados. Não se pretende fazer generalizações sobre a resolução de problemas com outros actores, noutros contextos e de forma diferente, mas contribuir para o aprofundamento do conhecimento sobre a problemática em estudo.

### **3.2. Participantes**

Participaram neste estudo 3 grupos de formandos dos Cursos EFA B3, de dupla certificação, nocturnos, de uma Escola Secundária com 3.º ciclo do distrito de Braga, no ano lectivo de 2009/2010. Neste estabelecimento de ensino, a oferta educativa é variada, pelo que abrange diferentes públicos (jovens e adultos).

Relativamente ao público adulto, a Escola possui vinte e um Cursos EFA, dos quais cinco são de nível básico e os restantes de nível secundário. Os de nível básico, designados Cursos EFA B3, conferem a equivalência ao 3.º ciclo do Ensino Básico e os de nível secundário designados por Cursos EFA NS, conferem a equivalência de nível secundário. No nível básico (B3), dois cursos são de certificação escolar, um diurno e outro nocturno, e três são de dupla certificação, todos eles nocturnos.

No curso de certificação escolar, a componente de formação é constituída pela formação de base (Cidadania e Empregabilidade, Linguagem e Comunicação, Matemática para a Vida, Tecnologias da Informação e Comunicação e Língua Estrangeira) e pelo módulo Aprender com Autonomia. No curso de dupla certificação, a componente de formação é constituída pela formação de base, módulo Aprender com Autonomia, formação tecnológica e pela formação prática em contexto de trabalho. Sublinhe-se que o curso de dupla certificação para além de facultar uma

habilitação escolar equivalente ao 3.º ciclo do Ensino Básico, permite obter o nível 2 de qualificação do Quadro Nacional de Qualificações (QNQ). Refira-se que este, segundo o Despacho n.º 978/2011, “constitui um quadro de referência único para classificar todas as qualificações produzidas no âmbito do sistema educativo e formativo nacional, independentemente do nível e das vias de acesso” (p. 2139). Saliente-se que o percurso formativo dos formandos dos Cursos EFA é flexível. A título de exemplo, refira-se que nos cursos de dupla certificação, existem formandos que frequentam a formação de base, o módulo Aprender com Autonomia, a formação tecnológica e a prática em contexto de trabalho. Contudo, existem outros que pelo facto de já possuírem o 9.º ano de escolaridade, frequentam apenas o módulo Aprender com Autonomia, a formação tecnológica e a prática em contexto de trabalho.

Os formandos dos 3 grupos participantes no estudo integram os 3 Cursos EFA B3, de dupla certificação, nocturnos, cuja designação corresponde a Cozinheiro/a (1.º ano), Agente de Geriatria (1.º ano) e Instalador/a - Reparador/a de Computadores (2.º ano). Para melhor compreensão do tipo de curso e sua designação, optou-se por efectuar a codificação apresentada no Quadro 4.

Quadro 4 - Codificação dos cursos EFA, B3

Designação do curso	Ano	Código curso
B3- Cozinheiro/a	1.º	B3-COZ
B3- Agente de Geriatria	1.º	B3-GER
B3- Instalador/a - Reparador/a de Computadores	2.º	B3-IRC

No universo de 32 formandos (10 do B3-COZ, 15 do B3-GER e 7 do B3-IRC), com idades compreendidas entre os 21 e os 52 anos, a média é de 38 anos. Dez dos formandos são do género masculino e os restantes, do género feminino. Onze dos formandos encontram-se desempregados, os restantes exercem diversas profissões tais como: auxiliares de cabeleireiras, auxiliares de acção educativa e operários de empresas têxteis.

A grande maioria dos formandos tem como habilitações o 6.º ano, tendo os mais novos, alguns, o 7.º ano e outros a frequência do 7.º ou do 8.º anos de escolaridade e 6 deles adquiriram a equivalência ao 6.º ano através do Sistema Nacional de RVCC. Muitos não terminaram o seu percurso escolar, pelo que a Escola deixou de ser uma realidade presente há muitos anos, que podem ser 7, ou 30 ou mais. Fizeram-no por razões económicas, por não gostarem da escola ou simplesmente por “mandrice”. Voltaram à escola para adquirirem o certificado do 9.º ano, uns porque precisam dele para encontrar ou melhorar de emprego (a grande maioria), outros porque foram “obrigados” pelo Centro de Emprego e ainda aqueles que sentiram necessidade de aprender

algo mais. Podemos referir que são muito poucos os formandos que, por livre iniciativa, ao longo do seu percurso de vida, frequentaram acções de formação ligadas à sua área de formação ou simplesmente para adquirirem novos conhecimentos e/ou abrir novos horizontes. Salvo raras excepções, os que frequentaram alguma acção de formação foi promovida ou “imposta” pela empresa onde trabalhava.

Os formandos nas secções de trabalho formaram grupos de 2 ou 3 elementos. Atendendo à heterogeneidade existente, para a realização deste estudo, houve a necessidade de se seleccionarem participantes com características diferentes, tendo em consideração os seguintes critérios: (a) terem como habilitação mínima o 6.º ano de escolaridade do Ensino regular e não obtida por RVCC; (b) serem pontuais e assíduos às sessões de formação; (c) pertencerem a cursos diferentes e por fim (d) os grupos serem constituídos tendo em conta a diversidade de género, idade e consequentemente o número de anos decorridos desde que abandonaram a escola. Assim, optou-se pelos grupos formados por Carlos e Maria do Curso EFA B3-COZ, Cristina e Rosa do Curso EFA B3-GER e João e Sara do Curso EFA B3-IRC, por todas as razões apontadas acima, bem como pela forma activa e expressiva como participaram no estudo-piloto e pela pertinência da informação recolhida de cada um deles.

Nestas condições, para facilitar a leitura e a escrita da identificação de cada um dos 3 grupos participantes optou-se por codificar a designação dos mesmos, segundo a nomenclatura apresentada pelo Quadro 5.

Quadro 5 - Identificação e constituição dos grupos participantes

Designação do curso	Código curso	Grupo
B3-Cozinheiro/a	B3-COZ	Carlos e Maria
B3- Agente de Geriatria	B3-GER	Cristina e Rosa
B3-Instalador/a - Reparador/a de Computadores	B3-IRC	João e Sara

Saliente-se que, numa perspectiva de regresso à escola, passados inúmeros anos, os formandos conceptualizam a formadora como a professora que “habita” na sua memória, pelo que, nos diálogos transcritos nos capítulos 4, 5 e 6, surge a denominação “professora” e não “formadora”, sendo que se trata da mesma pessoa.

### 3.3. Descrição do estudo

No início do ano lectivo de 2009/2010, em finais de Setembro, depois de efectuado o pedido de autorização ao Director da Escola, para a implementação do estudo, os formandos dos Cursos EFA B3, de dupla certificação, nocturnos, foram informados da pretensão da realização do referido estudo. Foram-lhes explicados os objectivos, o âmbito e o interesse da sua aplicação bem como a forma de o concretizar, nomeadamente as fases de desenvolvimento e a sua calendarização. Foi-lhes ainda garantida protecção e confidencialidade dos seus dados pessoais e a utilização de nomes fictícios (Bogdan & Biklen, 2006). Perante a solicitação mostraram-se de imediato e espontaneamente disponíveis e interessados em participar no estudo. Refira-se também que o Director da Escola mostrou total abertura para a realização do mesmo.

O estudo decorreu em quatro fases, tendo sido proposto, em cada uma delas, uma série de acções, em datas diferentes, as quais se apresentam no Quadro 6.

Quadro 6 - Fases do desenvolvimento do estudo

Fases	Acções Desenvolvidas	Calendarização		
1	-Entrevista aos 32 formandos dos Cursos EFA B3, de dupla certificação; -Desenvolvimentos dos instrumentos; -Seleccção dos problemas a resolver durante o estudo-piloto e o estudo propriamente dito.	Outubro de 2009 Novembro de 2009 Dezembro 2009		
2	-Resolução de problemas do estudo – piloto. -Entrevista aos formandos dos grupos participantes;	Janeiro 2010		
3	-Resolução de problemas–estudo propriamente dito; -Observação; -Entrevista aos formandos dos grupos participantes; -Discussão da resolução de problemas em grupo-curso,	Problema /Curso		
		P1	B3-IRC	15-03-2010
			B3-COZ	18-03-2010
			B3-GER	19-03-2010
		P2	B3-IRC	12-04-2010
			B3-COZ	15-04-2010
			B3-GER	16-04-2010
		P3	B3-IRC	26-04-2010
			B3-COZ	29-04-2010
			B3-GER	30-04-2010
		P4	B3-IRC	10-05-2010
			B3-COZ	11-05-2010
B3-GER	14-05-2010			
P5	B3-IRC	24-05-2010		
	B3-COZ	27-05-2010		
	B3-GER	28-05-2010		
4	Análise de dados.	Março a Julho 2010		

O estudo desenvolveu-se em contexto de sala de formação, onde a investigadora observou o trabalho desenvolvido pelos participantes durante a resolução dos problemas propostos e conduziu as entrevistas dos mesmos.

Na primeira fase do estudo, que decorreu durante os meses de Outubro a Dezembro do ano de 2009, foram realizadas entrevistas individuais, a todos os 32 formandos dos 3 Cursos EFA B3, de dupla certificação, nocturnos. Ao mesmo tempo, procedeu-se ao desenvolvimento e à construção dos instrumentos a utilizar, bem como à selecção dos problemas usados durante o estudo-piloto e o estudo propriamente dito.

Polya (2003) refere que um professor de Matemática tem “uma grande oportunidade” (p. 11) para desafiar a “curiosidade dos alunos, apresentando-lhes problemas adequados aos seus conhecimentos” (p. 11), de forma que o aluno sinta o desejo de o resolver. Para o autor, “o problema deve ser bem escolhido – nem muito difícil nem demasiado fácil, natural e interessante” (p. 28). Na mesma linha, Brown (2008) defende a ideia de que os problemas devem ir ao encontro da experiência dos estudantes.

Assim, no que concerne à selecção dos problemas propostos para resolução, teve-se em consideração as habilitações académicas, os interesses e o quotidiano dos formandos em questão. Procurou-se que todos os problemas utilizados fossem resolvidos com conhecimentos matemáticos elementares; não fossem demasiado fáceis de forma a gerar o desinteresse pela sua resolução nem demasiado difíceis, de forma a provocar o seu desânimo e desistência; fossem desafiantes e envoltos numa pequena história de forma a despertar o interesse e o desejo em resolvê-los e, finalmente, que pudessem ser resolvidos por diversos caminhos, processos de resolução e estratégias, de forma a incentivar a exposição e a discussão de ideias, de processos, de estratégias e de soluções.

Devido à dificuldade em apresentar uma definição única de problema, optou-se neste trabalho por considerar alguns aspectos que caracterizam um problema segundo os autores apresentados na revisão de literatura, nomeadamente o facto de ser uma questão: (a) que é desafiadora para o indivíduo que se propõe resolvê-la; (b) para a qual não conhece, à partida, o caminho e não dispõe de um procedimento pronto para encontrar a sua solução e (c) que exige a activação de diversos tipos de conhecimentos, procedimentos, estratégias de resolução para que seja resolvida com sucesso. Na tipologia defendida por Charles e Lester (1986), bem como por outros autores, os problemas utilizados classificam-se como problemas de processo.

Na segunda fase, de estudo piloto, que decorreu durante todo o mês de Janeiro de 2010, fez-se a aplicação de 4 problemas (um por semana) em cada um dos 3 cursos, para todos os 32 formandos. Esta experiência piloto teve 3 grandes finalidades: (1) familiarizar os formandos com a resolução de problemas segundo o modelo de Polya (referido no Referencial de Competências-Chave); (2) desenvolver nos formandos o hábito de apresentar por escrito todas as ideias e passos efectuados na sua resolução e (3) fomentar o trabalho de grupo. No final desta fase, foram realizadas entrevistas individuais, aos formandos dos 3 grupos participantes no estudo, com o objectivo de conhecer um pouco mais a sua opinião sobre a resolução de problemas.

A terceira fase desenvolveu-se durante os meses de Março a Junho de 2010. Esta iniciou-se com a aplicação de 5 problemas em cada um dos 3 Cursos EFA B3, de dupla certificação, nocturnos. Ao longo de cinco sessões de formação, para cada curso, foi proposta a resolução de um problema por sessão a todos os 32 formandos. Nestas, e dentro do âmbito da Unidade de Competência MV3B (Matemática para a Vida, unidade B do nível 3), com a designação *Usar a matemática para analisar e resolver problemas e situações problemáticas*, pretendeu-se trabalhar o Critério de Evidência *Utilizar um modelo de resolução de problemas, nomeadamente o proposto por Polya*, através da resolução dos problemas propostos. Estas sessões tinham a duração de 90 minutos. Nos primeiros 45 minutos, os formandos de cada curso resolveram o problema em grupo e a investigadora, para além de observar o trabalho desenvolvido pelos participantes no estudo, foi simultaneamente formadora destes e de todos os outros formandos do respectivo curso durante a resolução de problemas. Sempre que possível, a investigadora observava o trabalho desenvolvido pelos grupos participantes.

No final de cada sessão de aplicação, em cada curso, e antes de serem recolhidos os documentos do trabalho realizado pelo grupo participante, foi estabelecida uma breve conversa com os elementos do grupo para a recolha de opiniões sobre o trabalho realizado, o problema e a(s) solução(s) encontrada(s). Nos restantes minutos, procedeu-se a uma reflexão em conjunto. Realizou-se uma discussão em grupo-curso com o objectivo de discutir, com todos os formandos do respectivo curso, as diferentes estratégias utilizadas para resolver o mesmo problema, analisando com mais pormenor aquelas que se mostraram mais vantajosas, reflectindo sobre a(s) solução(s) descoberta(s) e, por vezes, sobre uma possível extensão do problema. Nesta sessão, dependendo do problema em questão e dos formandos, foram adoptados procedimentos diferentes.

Umhas vezes, os formandos apresentavam, no quadro, uma ou mais resoluções e, seguidamente, efectuava-se a discussão de cada uma; outras vezes, a formadora, através da

interacção com os formandos, apresentava no quadro uma ou mais resoluções e discutiam-se simultaneamente as ideias que surgiam. Em algumas situações, na sessão de formação seguinte, era necessário trabalhar a forma e a organização da escrita das ideias e dos procedimentos presentes nas resoluções dos vários grupos. Numa destas situações, a formadora colocou os formandos a corrigir as resoluções uns dos outros. Primeiro, para que sentissem e percebessem a dificuldade em ler e em compreender o que estava escrito, caso a resolução não apresentasse uma certa organização e sequência, e, em segundo, para que percebessem a necessidade e a importância de escrever de forma organizada e perceptível. Segundo Cândido (2001), “o grau de compreensão de um conceito ou ideia está intimamente relacionado à comunicação eficiente desse conceito ou ideia. A compreensão é acentuada pela comunicação, do mesmo modo que a comunicação é realçada pela compreensão” (p. 16), pelo que, para o autor, quantas mais oportunidades o indivíduo tiver para falar, escrever, representar ou reflectir sobre um determinado assunto mais o compreende e mais “acentuada, objectiva e elaborada” (p. 16) se torna a sua comunicação.

Na quarta fase, de Março a Julho de 2010, procedeu-se à análise dos resultados, para, mais tarde, se passar à escrita do relatório do estudo.

### **3.4. Métodos de recolha de dados**

Segundo Yin (2005) e Patton (1987), o estudo de caso deve utilizar o maior número de fontes de informação, na medida em que qualquer técnica de recolha de dados usada possui vantagens e desvantagens. De acordo com os mesmos autores elas complementam-se. Afirmam que o uso de múltiplas e diferentes fontes para a obtenção de evidências designa-se por triangulação e assume uma importância fulcral. Permite recolher, analisar e relacionar dados de fontes de informação diferentes (Sousa, 2005).

Tendo em atenção o objectivo e as questões do estudo e o interesse da investigadora em ter acesso ao maior número possível de informação, neste estudo, utilizaram-se diferentes meios de recolha de dados: três entrevistas, a observação directa, notas de campo e a análise documental.

#### **3.4.1. Entrevista**

De acordo com Sousa (2005), a entrevista é um instrumento de recolha de dados que permite obter informações sobre determinado assunto e indivíduo, estabelecendo-se com este uma

conversa agradável e amena ao longo da qual o entrevistado vai facultando as informações que o entrevistador espera obter. Para Tuckman (2005), um processo directo de obter a informação sobre um determinado fenómeno que nos interessa, consiste em questionar os indivíduos envolvidos. Diz que pode emergir um quadro relativamente “representativo da ocorrência ou ausência do fenómeno e, desse modo, propiciar-nos uma base para a sua interpretação” (p. 517), na medida em que diferentes pessoas possuem e transmitem diferentes perspectivas.

Neste estudo foram realizadas três tipos de entrevistas semi-estruturadas, em três momentos diferentes. Uma primeira entrevista biográfica (Anexo II) realizada individualmente e áudio-gravada a cada um dos 32 formandos dos três Cursos EFA B3, de dupla certificação, nocturnos. Esta decorreu na primeira fase do estudo e teve como finalidade a recolha de dados biográficos para proceder à caracterização destes formandos. Não se optou pela realização de uma ficha biográfica devido às características deste público, ou seja, às dificuldades que muitos destes formandos tinham em expressar por escrito as suas respostas. Uma segunda entrevista (Anexo III), também áudio-gravada, realizada individualmente apenas pelos formandos dos 3 grupos participantes, após a realização do estudo-piloto, ainda na segunda fase do estudo. Pretendeu-se conhecer um pouco as suas opiniões relativamente ao conhecimento sobre a resolução de problemas e ao seu gosto em resolver problemas. Uma terceira entrevista (Anexo IV) que não foi áudio-gravada e que se efectuou aos elementos dos 3 grupos participantes, imediatamente a seguir à resolução de cada um dos problemas propostos, com a finalidade de se recolherem as opiniões destes sobre a resolução do problema e o trabalho realizado. Refira-se que, nesta entrevista, não se definiu qual dos formandos do grupo responderia às questões formuladas, gerando-se um diálogo entre a formadora e estes, no sentido em que tanto respondia um como outro formando. Acrescente-se que estes umas vezes optaram por responder às questões, na primeira pessoa do singular e outra na primeira pessoa do plural, pelo que muitos destes relatos, que constam nos capítulos 4, 5 e 6, referentes aos estudos de casos de Carlos e Maria, Cristina e Rosa e João e Sara, respectivamente, estejam ou na primeira pessoa do singular ou do plural, embora correspondam a uma entrevista feita ao grupo.

Segundo Sousa (2005), a grande vantagem de usar entrevistas neste tipo de estudos é que permitem “avaliar atitudes, opiniões, condutas, podendo o entrevistador observar o modo, a ênfase e as atitudes com que o entrevistado acompanha as suas respostas” (p. 248). Lüdke e André (1986) dizem que as entrevistas semi-estruturadas têm como grande vantagem permitir que o entrevistador efectue as adaptações necessárias, uma vez que essas entrevistas se desenvolvem a

partir de um esquema básico, mas que não é aplicado de forma rígida. Optou-se, neste estudo, por realizar entrevistas semi-estruturadas por serem aquelas que permitem uma melhor interacção entre o investigador e os participantes de modo que fossem menos condicionadas.

### **3.4.2. Observação**

De acordo com Sousa (2005), a observação é um excelente método de recolha de dados, pois permite registar os acontecimentos, os comportamentos e as atitudes no contexto próprio sem alterar a espontaneidade, contudo não se pode ter a pretensão de querer ou de achar que é possível observar tudo de forma exaustiva. Refere ainda que a observação no âmbito da investigação é “formal, controlada, sistematizada e centrada sobre uma situação específica, procurando o maior rigor e objectividade dos dados observados” (p. 109).

Para Tuckam (2005), a observação significa olhar ou “*procurar encontrar algo*” (p. 523), para: a) comprovar ou não as interpretações emergentes dos relatórios ou das entrevistas realizadas e b) tentar encontrar situações sobre as quais se pretenderá desenvolver questões para entrevistas posteriores. Segundo o autor deve-se observar o acontecimento em acção, fazer várias observações e permanecer o mais discreto possível para “apreender tanto quanto for possível, sem influenciar aquilo para que está a olhar” (p. 524).

Neste estudo, foram observadas cinco sessões de formação da Área de Competência-Chave Matemática para a Vida, em cada um dos 3 Cursos EFA B3, de dupla certificação, nocturnos, onde a investigadora era também a formadora. Nessas sessões de formação, os formandos estavam organizados em pequenos grupos, de 2 ou 3 elementos, pelo que a investigadora procurou ter em atenção o trabalho desenvolvido durante a resolução de problemas. Contudo, em cada sessão, de cada curso, seguiu mais de perto o trabalho do grupo participante no estudo. Durante a observação das respectivas sessões, os diálogos estabelecidos entre a investigadora e os participantes e entre estes não foram gravados, mas sim observados. Não se utilizou qualquer tecnologia como auxílio na observação directa pelo facto de se tratar de formandos adultos e de estes se sentirem muito pouco à vontade nesse tipo de ambiente, o que poderia alterar ou influenciar os resultados da investigação. Sempre que os participantes solicitavam a ajuda da investigadora e/ou formadora, esta procurou discutir com os intervenientes as suas questões sem, no entanto, apresentar respostas definitivas, recorrendo às interpelações e incentivando a criatividade dos formandos.

Considerou-se importante utilizar esta técnica de recolha de dados, a observação, porque a análise do registo das suas resoluções não mostra ou não deixa transparecer as reacções, as atitudes, os desabafos, as alegrias e os desânimos.

### **3.4.3. Notas de campo**

Neste estudo, durante a observação das sessões de formação, foram recolhidas notas de campo com a finalidade de descrever tudo o que foi possível ser observado, relativamente aos participantes no estudo. Estas, segundo Bogdan e Biklen (2006), têm diversos estilos e devem ser precisas, detalhadas e extensivas. São, segundo os mesmos autores, “o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa” (p. 150) durante a recolha de dados. Por um lado, temos um documento descritivo que procura captar uma imagem dos acontecimentos, das conversas observadas ou dos indivíduos, e, por outro, um documento reflexivo que tenta expressar a visão do observador, as suas preocupações e ideias.

### **3.4.4. Documentos**

Yin (2005) considera que os documentos são uma fonte de dados com um valor global. São uma fonte estável, que pode ser vista e (re)vista o número de vezes que se pretender, exacta, que contém referências e particularidades de acontecimentos e que permite uma ampla abertura, abarcando vários acontecimentos e diferentes ambientes. Para Tuckman (2005) os documentos podem ser preparados pelos participantes e observadores, ser descritivos ou interpretativos e assumir diversos formatos.

Neste estudo, foram analisados os documentos escritos dos 3 grupos participantes (as suas resoluções dos problemas propostos), as notas de campo efectuadas pela investigadora, e os documentos que resultaram das transcrições das entrevistas áudio-gravadas e realizadas aos elementos dos grupos participantes (individualmente e em grupo). Particularmente para as entrevistas, para facilitar a sua referência, utiliza-se a sigla E de entrevista, seguida dos números 1, 2 ou 3, consoante se trate da primeira, segunda ou terceira entrevista. No caso das entrevistas de grupo utiliza-se a sigla E3 seguida das iniciais dos nomes dos formandos: E3-CM; E3-CR e E3-JS.

### 3.5. Análise de dados

De acordo com Bogdan e Biklen (2006) a análise de dados implica o trabalho com os dados recolhidos. Esta, para além da organização de todo o material, como: as notas de campo, os documentos dos participantes, as transcrições das entrevistas, entre outros; compreende a divisão em unidades de análise e a procura de padrões, para responder às questões da investigação, bem como a decisão do que será importante divulgar aos outros (Bogdan e Biklen, 2006).

Para Stake (2007), a análise de dados “pretende dar significado às primeiras impressões assim como às compilações finais” (p. 87), referindo que não existe um momento específico para se iniciar o processo de análise. Assim, tendo em conta o objectivo deste estudo e as suas questões de investigação, a análise de dados realizou-se em duas fases.

Uma primeira fase que ocorreu à medida que se foram recolhendo os dados, necessária para uma certa orientação, organização de ideias e clarificação de objectivos. Teve-se a preocupação de imediatamente a seguir, e logo que possível, a cada sessão de aplicação do problema, em cada curso, organizar, por grupo e por problema proposto, as notas de campo das observações realizadas, os documentos referentes à resolução do problema e transcrever a entrevista realizada ao grupo, a seguir à resolução deste. Procurou-se ainda ler todas as notas de campo que descreveram os acontecimentos e as conversas observadas, acrescentando e/ou tecendo, sempre que pertinente, alguma preocupação, ideia ou visão do que tinha acontecido e observado, tendo-se, como salientam Bogdan e Biklen (2006), registado *insights* importantes para não os perder.

A segunda fase que ocorreu depois da recolha de dados. Nesta, depois de se ler diversas vezes todos os documentos reunidos e organizados, por grupo e por problema proposto, procurou-se fraccionar e relacionar as diferentes partes (Stake, 2007); “examinar (...) [e] recombinar as evidências” (Yin, 2005, p.137) e “tecer afirmações que revel[ass]em a intenção do projecto” (Bogdan e Biklen, 2006), tendo em consideração a formulação das questões de investigação. Destas leituras e acções anteriores, procedeu-se a uma análise segundo uma determinada estrutura para cada grupo participante. Elaborou-se a caracterização de cada um dos formandos que constituíam o grupo; descreveram-se e analisaram-se os processos utilizados na resolução de cada um dos problemas propostos; a forma como explicitaram as suas resoluções; bem como as dificuldades sentidas e como as ultrapassaram ao longo da experiência formativa.

Neste estudo, como já foi referido, considera-se que processos de resolução são acções que são desencadeadas e ocorridas durante a resolução de problemas, ao nível cognitivo e afectivo.

Dado que aquele se realizou no âmbito das sessões de formação da Área de Competência-Chave Matemática para a Vida, com o objectivo de trabalhar o Critério de Evidência *Utilizar um modelo de resolução de problemas, nomeadamente o proposto por Polya*, e fazendo um paralelismo deste modelo com os processos envolvidos na resolução de problemas defendidos por Charles, Lester e O' Draffer (1987), consideraram-se os seguintes processos: (a) compreender o problema; (b) seleccionar os dados necessários para resolver o problema; (c) formular e resolver sub-problemas; (d) seleccionar estratégias de resolução adequadas; (e) implementar correctamente a(s) estratégia(s) escolhidas; (f) dar uma resposta relacionada com o contexto do problema e (g) avaliar a razoabilidade da resposta.

Pretendeu-se analisar a resolução como um todo e não apenas a solução obtida, pelo que todos os dados foram transcritos e organizados segundo um sistema de categorias emergente dos dados e norteado pelas questões de investigação, nomeadamente:

- Caracterização de cada um dos formandos dos grupos participantes: (i) características pessoais e (ii) crenças relativamente à noção de problema e resolver problemas;

- Processos utilizados durante a resolução de problemas: (i) *compreender o problema* (ler e analisar pormenorizadamente o enunciado; clarificar e compreender o significado de todas as palavras e toda a informação explícita e implícita no texto; identificar as partes principais do problema: dados, condições, e questão; compreender e reconhecer a relação entre os dados e as condições e a relação entre a questão, os dados e as condições; esquematizar e estabelecer essas relações através da representação: figura e uma notação adequada); (ii) *seleccionar os dados necessários para resolver o problema* (identificar os dados necessários, eliminar os desnecessários e recolher dados de diversas fontes); (iii) *formular e resolver sub-problemas* (analisar como é que os diversos elementos se relacionam para ter uma ideia da resolução; destacar as diferentes partes do problema e tomada de decisão sobre a necessidade de formular sub-problemas); (iv) *seleccionar estratégias de resolução adequadas* (tomada de decisão sobre a estratégia a implementar; quais os cálculos e construções a efectuar; concentração no objectivo e bons hábitos mentais; escolher uma operação, fazer uma figura, tabela ou lista organizada, resolver um problema mais simples, recordar um problema idêntico, tentar transformar um problema num outro em que se conhece a resolução e ver se é possível utilizar o seu método de resolução, tentar imaginar um problema mais acessível, ou mais específico); (v) *implementar correctamente a(s) estratégia(s) escolhidas* (ser capaz de usar o raciocínio lógico, efectuar cálculos, uma lista organizada, uma tabela e executar todas as operações algébricas ou geométricas que definiu na etapa anterior e, passo a passo, rever a sua

resolução, pelo raciocínio formal, ou pela intuição ou pelas duas vias); (vi) *dar uma resposta relacionada com o contexto do problema* (apresentar uma resposta com uma frase completa segundo o contexto do problema e apresentar uma resposta com a unidade correcta) e (vii) *avaliar a razoabilidade da resposta* (olhar para trás, verificar e interpretar o resultado obtido, bem como o caminho utilizado; uma revisão e discussão de todo o trabalho realizado);

- Forma como explicitaram as suas resoluções: (i) registo das partes principais do problema: dados, condições e questão do problema e (ii) organização e registo, passo a passo, de todo o seu trabalho escrito;

- Dificuldades sentidas durante a resolução de problemas e como as ultrapassaram.

Em cada um dos estudos de caso apresentados procurou-se manter a mesma estrutura, com os ajustes decorrentes de cada problema e da participação de cada grupo interveniente.



## **CAPÍTULO 4**

### **CARLOS e MARIA**

Carlos e Maria são dois formandos do Curso EFA B3 de Cozinheiro/a, de dupla certificação. Este curso tem 10 formandos a frequentar a formação de base, com idades compreendidas entre os 26 e os 48 anos, sendo 5 do sexo masculino e 5 do sexo feminino. A maioria tem como habilitação académica o 6.º ano de escolaridade do Ensino regular, alguns a frequência do 7.º ou 8.º anos e dois deles obtiveram a equivalência ao 6.º ano pelo processo de RVCC.

#### *Carlos*

Carlos vive em Lordelo, tem 38 anos, é casado e tem 3 filhos. Nasceu em França, onde foi emigrante até aos 12 anos. Nessa altura regressou a Portugal e ingressou o 4.º ano do 1º ciclo. Tem como habilitações académicas o 6.º ano do Ensino regular, tendo frequentado o 7.º ano, o qual abandonou por ter excedido o limite de faltas permitido por lei. Começou a trabalhar, nessa altura, uma vez que já tinha 16 anos. Carlos colocou a hipótese de frequentar o ensino nocturno, mas refere que abandonou a ideia, porque “não valia a pena, eu iria desistir, pois estava numa fase em que me apetecia divertir” (E1).

Trabalha numa empresa têxtil, onde desempenha diversas tarefas, desde operador de máquinas, à distribuição de mercadoria produzida na empresa. Para Carlos, esta diversidade de tarefas torna o seu trabalho interessante e atractivo, pelo que gosta do que faz. Refere que utiliza diariamente a Matemática, principalmente, para fazer cálculos sobre percentagens, em muitas das tarefas que realiza, acreditando que esta disciplina é fácil e difícil ao mesmo tempo. Fácil, porque, na sua opinião, “depois de se compreender, não é necessário decorar”, mas difícil, porque “exige uma grande compreensão da nossa parte e que sejamos sempre certinhos, isto é, não podemos perder o fio à meada, dado que, depois, torna-se difícil recuperar” (E2).

Em 2009, decidiu regressar à escola para adquirir o 9.º ano de escolaridade, afirmando que “aproveitei o facto de a minha esposa estar mais livre (já fez todos os cursos que queria) e de assumir o compromisso de cuidar dos nossos filhos enquanto estou na escola” (E1). Para além deste facto, acrescenta “senti necessidade de adquirir novos conhecimentos ao nível de Informática

e também relembrar alguns conhecimentos matemáticos” (E2). Considera que a frequência deste curso tem sido uma mais-valia, quer ao nível social, quer ao nível cognitivo. Tem-lhe permitido conhecer pessoas muito interessantes e desenvolver várias competências ao nível da Língua Portuguesa, da Matemática, da Cidadania e, sobretudo, da Informática, proporcionando-lhe uma destreza mental, que, até agora, não sentia.

Para Carlos, um problema é “ultrapassar um obstáculo, traçando um caminho e utilizando várias contas” e acredita que qualquer problema “tem uma só solução, embora possa ter vários caminhos para a encontrar” (E2). Considera que resolver um problema é “ultrapassar uma dificuldade, sendo necessário saber interpretar o texto do problema e Matemática” (E2). Afirma que adora resolver problemas, porque os encara como um desafio, que tem alguma facilidade em os resolver e que geralmente resolve problemas com o filho mais novo, durante a realização dos seus trabalhos de casa. Acredita que “temos de resolver muitos problemas, individualmente ou em grupo, para aprendermos a resolver problemas, pois sou da opinião que, tal como tudo na vida, para aprendermos algo, temos de praticar com consciência e com reflexão (...)” (E2).

Carlos admite que resolver problemas, quer seja na escola, quer seja nos tempos livres ou em qualquer altura, é fundamental para “a nossa destreza mental e para a nossa auto-confiança, pois, quando um problema nos dá “luta” e conseguimos encontrar a sua solução, sentimo-nos bem e isso faz-nos bem ao ego!” (E2).

### *Maria*

Maria nasceu em Guimarães e vive em Ronfe, tem 26 anos, é casada e não tem filhos. Tem como habilitações académicas o 7.º ano de escolaridade. Após terminar este ano lectivo, começou a trabalhar numa empresa têxtil, e, no ano lectivo seguinte, frequentou o 8.º ano de escolaridade, mas reprovou por ter excedido o número de faltas permitido por lei. A partir desse ano, a escola deixou de fazer sentido para si, levando-a ao abandono escolar, reconhecendo que “não gostava de andar na escola” (E1).

Neste momento, trabalha numa empresa têxtil, na área da tecelagem, exercendo a profissão de bobinadora. Refere que é um trabalho um pouco monótono e pouco exigente em termos mentais e que não usa a Matemática no quotidiano profissional, dizendo que “ainda bem, porque eu sempre fui um, zero a Matemática. Quando andava na escola nunca percebia nada, para mim era muita complicação. Mas também confesso que não me esforçava minimamente, pois não gostava nada daquilo” (E1).

Maria regressou à escola em 2009 com o objectivo de aumentar as suas qualificações. Apesar do esforço que diz fazer diariamente para frequentar este curso, é da opinião que, até agora, este tem sido muito proveitoso a todos os níveis. Em termos sociais, considera que tem tido a oportunidade de contactar com pessoas muito diferentes, com objectivos de vida diferentes dos seus, mas, ao mesmo tempo, muito interessantes. Em termos de conhecimentos, diz que tem “aprendido muito ao nível de Informática e da Cozinha. Sinto-me mais desperta, tenho mais cuidado como falo e como escrevo e, apesar das minhas imensas dificuldades em lidar com a Matemática, já estou mais à vontade nas contas e, às vezes, até gosto de pensar” (E1).

Para Maria, um problema é “uma confusão e uma dor de cabeça” e resolver qualquer problema “exige muito esforço. É preciso pensar muito, fazer muitas contas, até se encontrar o resultado que nos foi pedido e,... saber muita Matemática” (E2). Acredita que um problema só tem uma solução, podendo “ter várias maneiras de chegarmos ao resultado final” (E2). Refere que raramente resolve um problema, “só mesmo nas sessões de formação de Matemática para a Vida”, pois considera que não tem facilidade a resolver problemas, antes pelo contrário, “tenho bastantes dificuldades” (E2). Contudo, acrescenta que se sente muito confortável quando resolve problemas em grupo, gostando da interacção e da partilha de ideias que se gera:

Clarifico as minhas ideias e dúvidas, não me sinto incapaz, nem insegura, pois tenho alguém com quem partilhar e discutir o que percebi, o que não percebi e isso faz com que eu pense e me liberte e, por vezes, chegue ao resultado do problema (E2).

Maria, apesar de não gostar de resolver problemas, porque não gosta de Matemática, considerando-a difícil e confusa, é da opinião que resolver problemas com alguma frequência é importante para o desempenho de determinadas funções em certos empregos e para o desenvolvimento cognitivo.

#### **4.1. Processos utilizados na resolução de problemas**

*Problema 1: “A empresa da Sheila” (Anexo I)*

Relativamente a este problema, Carlos e Maria leram o enunciado individualmente e em silêncio. Quase de seguida à entrega deste, Carlos proferiu em voz alta “não percebo nada disto, aqui não diz quantos biscoitos fez”, e, um pouco ansioso, começa a deslizar o seu lápis ao longo do texto, retomando a sua leitura. Depois desta, começou a escrever na sua folha de rascunho, caixas de 5, caixas de 3,... risca tudo e passado algum tempo, afirma “já li tudo e continuo sem perceber o

que quer dizer entre 30 a 50 biscoitos”, o que gerou uma interacção entre os grupos do respectivo curso. Passado algum tempo e com o objectivo de confirmar se tinha compreendido as partes principais do problema, Carlos teve necessidade de partilhar o seu raciocínio com Maria, afirmando:

Faz... Vamos imaginar 37 biscoitos, então vou colocá-los em caixas de 5 biscoitos e tem de me sobrar 1, mas agora... se os coloco em caixas 3 a 3 tem de me sobrar 2, é isso?

Continuando, virou-se para Maria e, com um ar bastante satisfeito, disse “ah, agora isto parece-me fácil! (e ri)”. Fez uma pausa. Começou a listar de forma organizada os números 31, 32,... 50, e Maria, não se pronunciando, seguia os seus passos. Decidiu dividir o primeiro número, o 31 por 5 e disse:

Dá resto 1, é o que eu quero, mas... espera lá, dividi por 5, sobra 1 ou 2, deixa-me ver..., ah está bem! Agora tenho então que experimentar o 3, ora se 30 a dividir por 10 dá 3 e sobra nada, então se eu dividir por 11 vai-me dar 10 e sobrar 1. Oh, não serve.

Carlos e Maria adoptaram como estratégia listar ordenadamente o número de biscoitos de 31 a 50 e usar o algoritmo da divisão. Começaram por dividir o número de biscoitos, primeiro pelo número 5 e, caso o seu resultado desse resto 1, significando que sobrava 1 biscoito, então esse número servia para satisfazer uma das condições do problema. Depois, dividiam esse mesmo número por 3, para verificar se satisfazia a outra condição. Procederam desta forma até encontrar um número que, dividido por 5, desse resto 1 e que, simultaneamente dividido por 3, desse resto 2 (Figura 1). Passo a passo, foram realizando os seus cálculos, procurando descobrir um número que satisfizesse, ao mesmo tempo, as duas condições do problema demonstrando que compreenderam os dados do problema, bem como as condições e a própria questão. Reconheceram também a relação entre a questão e as condições. Mas, como referem na entrevista realizada, após a resolução, só conseguiram entender o problema depois de lerem várias vezes o enunciado e terem experimentado vários raciocínios:

No início estava difícil. Não estávamos a entender quantos biscoitos eram e nem o facto de serem colocados em caixas de 5 e sobrar 1 (...). Estava a ser difícil chegar lá. Tivemos que ler várias vezes, pensar, trocar ideias e saberes e fazer muitas contas até percebermos. Depois de termos compreendido o número de biscoitos, foi fácil perceber e resolver o problema. Percebemos que o mesmo número tinha de servir para as duas, para as caixas de 5 e para as caixas de 3. Sabíamos que tínhamos de encontrar um número que ao ser dividido pelos números 5 e 3, no primeiro tinha de sobrar 1 e no outro tinha de sobrar 2. Foi assim que pensamos e fizemos (E3-CM).

Observou-se que, à medida que iam efectuando cada um dos seus passos, não confirmaram os resultados aritméticos obtidos. Encontrado o valor desejado, Carlos e Maria não demonstraram qualquer preocupação em procurar a existência de um outro valor que verificasse, também, as duas condições e a questão do problema. Limitaram-se a dar como terminada a resolução, e quando questionados pela formadora reconheceram que se tinham sentido satisfeitos por terem uma solução para o problema. Mais tarde, na entrevista após a resolução do problema referiram: “encontramos um valor e como dava certo, achamos que esta era a única solução. Não pensamos que poderia existir outra, encontramos uma e nem pensamos mais no assunto” (E3-CM).

Carlos e Maria terminaram a resolução, dando uma resposta em conformidade com o contexto do problema. Não verificaram a solução encontrada, nem em termos de cálculos aritméticos nem em termos de estratégia implementada, porque, segundo a sua ideia, “não era preciso. Pois, depois de termos percebido o problema, nós sabíamos que o que estávamos a fazer estava correcto, por isso não foi preciso verificar o que tínhamos feito” (E3-CM). Confiaram demasiado na sua resolução e na solução encontrada.

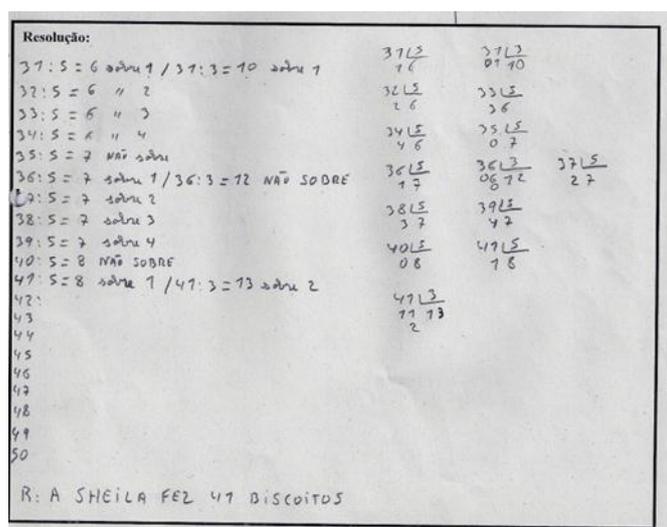


Figura 1 - Resolução do problema 1 - CM

Como síntese, podemos referir que, depois de várias leituras e da interacção que se gerou entre os grupos do curso Carlos e Maria, clarificaram e compreenderam o significado da informação contido no texto. Identificaram e compreenderam as partes principais do problema (dados, condições, questão) reconhecendo a relação entre elas. Seleccionaram os dados necessários e correctos para resolver o problema, traçando e implementando uma estratégia adequada, ou seja, uma lista organizada e ao mesmo tempo o algoritmo da divisão. Executaram essa estratégia até descobrir a solução pretendida. Contudo, não se preocuparam em validar cada um dos seus

passos, a solução encontrada e a estratégia escolhida, bem como em apresentar uma forma alternativa de descobrir a solução desejada. Carlos e Maria ao acreditarem que a cada problema corresponde uma solução consideraram que o problema estava resolvido, excluindo a hipótese de haver mais. Foi-lhes suficiente encontrar uma solução do problema.

*Problema 2: “A encomenda da Cristina” (Anexo I)*

Relativamente a este problema, os elementos do grupo, Carlos e Maria, leram o enunciado individualmente e em silêncio. Depois de uma primeira leitura, Carlos, franzindo a sobrancelha, exclamou “uih, este texto é grande, exige muita atenção”, manifestando a necessidade de o reler. Observou-se que Maria o acompanhava nessa nova leitura. Nesta, à medida que se foi desenrolando, Carlos destacou algumas palavras do texto com pequenas circunferências. Tratava-se das partes do problema que considerou mais importantes, nomeadamente as 40 mini tostas, queijo nas 2.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> e 6.<sup>a</sup> tostas, azeitonas nas 3.<sup>a</sup> e 6.<sup>a</sup> e pimento nas 4.<sup>a</sup> e 8.<sup>a</sup> tostas. Seleccionando os dados e as condições do problema, Carlos ia raciocinando da seguinte forma:

Bem, acho que vou fazer um desenho sobre isto, penso que é mais fácil assim. Vou fazer 40 tostas. 40 rodinhas. Agora,... a 1.<sup>a</sup> não leva nada, a 2.<sup>a</sup> leva queijo, a 4.<sup>a</sup> leva queijo, a 6.<sup>a</sup> leva queijo ou seja as tostas pares levam queijo. Agora na 3.<sup>a</sup> vou colocar pimento, e agora? Deixa-me ler outra vez,... É, confirma. Coloco azeitona na 6.<sup>a</sup> tosta. Mas esta aqui já tem queijo. Para distinguir vou fazer de outra cor... A 24.<sup>a</sup> tosta já tem queijo, agora vou colocar-lhe azeitona. Será que esta é a tosta número 24? Deixa-me contar tudo outra vez... Agora se a anterior era a 36, agora vou para a 37, vou ver se não me engano... Que confusão! Se me engano agora, tenho um trabalho...

Notou-se uma certa dificuldade em distribuir o recheio pelas diferentes tostas, uma vez que Carlos não atribuiu um número a cada tosta, necessitando de estar constantemente a contar e a recontar as tostas sempre que retirava o dedo da última ou se esquecia da sua posição:

É, gostei muito de resolver este problema, mas tive bastantes dificuldades em colocar os recheios pelas tostas. Foi muito confuso para mim, pois obrigou-me a estar muito atento e a ter de coordenar várias coisas ao mesmo tempo. Não foi difícil, pois não tive de pensar muito, mas foi confuso. Tinha de ler, de perceber o que estava a ler, de fixar o que li e ainda com o dedo marcar a tosta e com a outra mão escrever o recheio. Foi mesmo complicado! E quando me enganava, então é que foi (...) (E3-CM).

Observou que, durante a construção da sua figura, nem Carlos nem Maria perceberam que a numeração das tostas lhes facilitava imenso o trabalho da distribuição dos três recheios. No final deste procedimento e sem confirmar se a distribuição do recheio estava efectivamente correcta, isto

é, de acordo com os dados do problema, perguntou a si mesmo “agora o que eu quero daqui?”, voltando ao texto em busca da informação que precisava para continuar a sua resolução. Saliente-se que Carlos continuou a resolver o problema sem partilhar qualquer dúvida ou informação com Maria, procedendo como se estivesse a trabalhar sozinho. Esta limitava-se a acompanhá-lo, sem comentar.

Leu novamente o texto todo e voltou a destacar com pequenas circunferências a informação relativa às três questões do problema e, detendo-se mais um pouco na questão da posição das tostas, afirmou “o que é que a professora quer com isto da posição?”. Passado algum tempo, virando-se para Maria e com um ar satisfeito, Carlos disse “É fácil, a minha figura está mesmo bonitinha e arranjadinha. Agora é fácil”. Analisando e fazendo uma leitura cuidada da sua representação, percorrendo-a, tosta a tosta, com o seu lápis, apercebeu-se que “se eu der um número às tostas é mais fácil contá-las, realmente! E também posso fazer uma legenda da minha figurinha, fica mais completa e mais fácil de perceber”. Situação que refere de novo quando entrevistados após a resolução:

Quando decidi fazer um desenho para o problema, fui fazendo-o à medida que fui lendo e nessa altura nem me lembrei de numerar as tostas. Só quando li as perguntas, é que me veio a ideia de numerá-las e aí percebi que tinha perdido muito tempo (...). É! Se tenho parado para pensar um pouco, tinha poupado muito tempo e não me sentia tão stressado como me senti (E3-CM).

Esta forma de proceder de Carlos revelou o que Polya defende, que as diferentes fases da resolução de problemas propostas não apresentam uma ordem rígida e hierarquizada, podendo o aluno efectuar os saltos ou retrocessos que achar necessários. De uma forma organizada, esquematizou a situação do problema através da representação pictórica, demonstrando que compreendeu os dados, as condições, as questões e a relação entre estas, os dados e as condições (Figura 2).

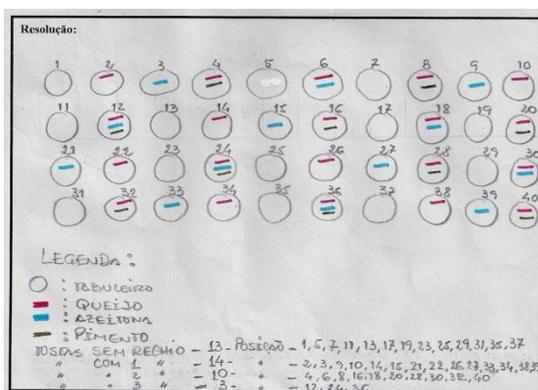


Figura 2 - Resolução do problema 2 - CM

Carlos e Maria responderam organizadamente e segundo o contexto a cada uma das três questões do problema, dando por finalizada a sua resolução, afirmando:

(...) fez-me confusão um problema ter tantas perguntas. Mas aprendi a lição, ou seja, fiz aquilo que devia ter feito quando fiz o desenho do problema e aquilo que a professora nos diz sempre para fazermos, tentar pensar antes de fazer alguma coisa. É, desta vez, li as questões, organizei-as e só depois é que respondi (E3-CM).

Confiando demasiado na sua resolução, não se preocuparam em verificar ou validar a sua estratégia, confrontar a construção da sua figura com os dados e as condições do problema, tendo confirmado apenas a solução obtida com a figura construída, facto que confirmaram na entrevista depois da resolução do problema:

Não fizemos a verificação final, pois tínhamos a certeza que os recheios estavam nas tostas certas, uma vez que o desenho nos levou muito tempo a fazer. Mas, quando respondemos às questões do problema, nós confirmamos, por exemplo, vimos que a posição das tostas sem recheio era 1, 5, 7,... contámos para ver quantas eram e fomos novamente confirmar no desenho se esse valor estava certo (E3-CM).

Carlos e Maria não se preocuparam em mostrar uma nova estratégia para encontrar a solução do problema, limitaram-se a implementar e a executar a estratégia escolhida e a encontrar a solução pretendida.

Em conclusão, podemos referir que Carlos e Maria resolveram completamente o problema, demonstrando que identificaram, compreenderam as partes principais do problema (dados, condições e questões do problema) e seleccionaram todos os dados necessários para resolver o mesmo. Reconheceram a relação entre os dados e as condições e esquematizaram-na através da representação pictórica, usando uma notação apropriada: representaram as tostas por circunferências, utilizaram cores diferentes e símbolos para designar os vários recheios e identificaram-nos, usando uma legenda. Definiram e aplicaram, desde o início, uma estratégia adequada, a representação pictórica. Executaram a estratégia e foram reflectindo sobre o trabalho que estavam a realizar, sem, no entanto, verificarem cada um desses passos, antes de efectuar o passo seguinte. Finalmente analisaram e leram a sua representação pictórica para apresentarem uma resposta às questões do problema. Deram como terminada a sua resolução, apresentando as respostas às questões do problema, relacionadas com o contexto. Contudo, não fizeram a retrospectiva do trabalho no que toca à estratégia escolhida, limitando-se a confrontar a solução encontrada com a figura utilizada. Também não se preocuparam em encontrar uma forma alternativa de procurar uma solução do problema.

*Problema 3: “O emprego do filho da Sheila” (Anexo I)*

Na resolução deste problema, Carlos e Maria leram cada um para si o enunciado do mesmo. Fizeram uma primeira leitura de todo o enunciado, procurando analisar pormenorizadamente o problema, interagindo entre si e discutindo as suas ideias e incertezas. Notou-se uma abertura e uma vontade de trabalhar em grupo, pois Carlos partilhava com Maria:

Isto parece-me fácil, fiz estas contas várias vezes quando fui vendedor de máquinas têxteis. Não percebo muito bem é a pergunta: quantas máquinas tem de vender para a proposta B ser melhor que a A? Olha, não faz mal, vamos fazer e já vemos.

Mais tarde, aquando da entrevista realizada depois da resolução do problema, Carlos reafirmou:

Lemos o problema e a primeira impressão que tive é que era fácil, pois já tinha feito estas contas, com percentagens, muitas vezes (...). Tive uma noção do problema com base nos conhecimentos que eu tinha, mas depois de ler mais que uma vez, vi que não consegui compreender o que pedia, que afinal não era tão fácil como eu pensei e fiquei um pouco confuso (...) (E3-CM).

Voltando ao texto, leu, em voz alta, os dados e as condições, ao mesmo tempo que deslizava o seu dedo pelas frases do texto, dando, de vez em quando, uma entoação mais forte à sua leitura, parecendo querer chamar a atenção de Maria para a informação que estava a ler. Simultaneamente, escreviam, na sua folha de resolução, as condições da proposta A e, na mesma direcção vertical, as da proposta B, deixando um espaço livre entre elas:

Carlos: Vamos ver quanto é que o Ernesto ganha se vender uma máquina, na proposta A e na B. Então, 5% de 600 dá... 30 € e é lógico que 10% de 600 tem de ser o dobro, é 60 €. Confirma aí, oh Maria... *yes, yes*. Eu bem disse.

Maria: Deixa ver se eu percebi. Então se vender uma máquina na proposta A ganha 30 € e na B ganha 60 €. Também ganha pouco, não vai longe com esse salário (...).

Carlos: Sim, mas isso é a comissão que ele ganha, nunca ouviste falar da comissão dos vendedores? Agora, se vires bem, aqui em cima diz que ganha isso mais 500 €, para a proposta A ou a comissão mais 300 € na proposta B.

Carlos e Maria, seleccionando os dados e as condições e reconhecendo as relações existentes entre eles, separaram as partes de cada uma das condições, determinando em primeiro lugar, para cada proposta A e B, a comissão de venda para uma máquina e seguidamente quanto se ganharia adicionando a respectiva comissão ao salário de base. Efectuando estes cálculos mentalmente, registaram 530 € para a proposta A e 360 € para a outra proposta, não indicando por escrito que esse valor se referia ao valor de 1 máquina, segundo cada uma das propostas.

Fazendo uma pausa na resolução, Carlos partilhou com Maria algumas experiências e o rendimento que conseguiu obter com a venda de máquinas têxteis, na altura em que foi vendedor.

Leram, novamente, algumas partes do enunciado para retomar a resolução do problema. Carlos leu e releu a questão do problema, revelando que continuava sem compreender o que era pedido:

Carlos: Oh Maria! Percebes o que é que temos de fazer a seguir? O que é pedido?

Maria: Então, não é para sabermos quantas máquinas é que tem de vender, para sabermos quanto ganha mais com a proposta B?

Carlos: O quê? O que dizes? Não percebi.

Maria: Olha, na A, se vender uma máquina ganha 530 € e na B ganha 360 €. Se vender 1 máquina, a A é melhor. Então, por exemplo, vamos ver quanto dá se vender 10 máquinas. Faz as contas.

Carlos: Ora,  $30 \times 10$  dá 300 e mais 500 dá 800 €. Agora na outra,  $60 \times 10$  dá 600 € e mais 300 dá 900 €. Ah! Então é isso, estás esperta oh Maria (...).

Parecendo demonstrar que compreenderam o objectivo do problema e que reconheceram a relação entre este e as condições, Carlos e Maria dividiram o problema original em sub-problemas. Para cada uma das propostas A e B, partindo da comissão de venda de 1 máquina e do valor arbitrário proposto por Maria, 10 máquinas, calcularam quanto é que o Ernesto ganharia em cada uma, utilizando os algoritmos da multiplicação e da adição. Compararam os resultados obtidos em cada uma das propostas e observou-se que, de vez em quando, paravam e faziam uma revisão dos passos efectuados. Como encontraram um número de máquinas que o Ernesto teria de vender, em que a proposta B era mais vantajosa que a A, deram como terminada a sua resolução, "(...) para mim e para a Maria, já tínhamos terminado, mas, depois, por acaso, reflecti e encontrámos um valor mais baixo" (E3-CM). Esta atitude do grupo e o relato de Carlos, na entrevista a seguir à resolução, mostraram que, depois de terem encontrado um valor que verificava as condições, Carlos e Maria não demonstraram a preocupação de verificar se o valor encontrado era realmente a solução do problema.

Só passado algum tempo, é que Carlos voltou a olhar para a resolução do problema e, com um ar intrigado, diz "espera aí, se dá para 10 máquinas como disseste também dá para 11, 12. Mas, com a crise que vai, é muita máquina para vender (...) E para baixo será que dá?". Entusiasmados, fizeram os cálculos para a venda de 9 máquinas, e diziam "ainda é maior", depois para 8, "eh pá, continua a dar, não me digas que só vai parar nas duas máquinas", diz Maria. Continuando, fizeram os cálculos para as 7 máquinas e para as 6 (Figura 3) e exclamaram quase em simultâneo "dá menos, para 6". No final deste raciocínio, Carlos afirmou "olha, só agora é que

percebi mesmo a pergunta, é isto, ou seja, [para] o Ernesto só é melhor a proposta B se ele vender 7 ou 8 [máquinas] ou mais. Ah, é isso!”

Resolução:

A) 5% de 600  
 $\frac{5}{100} \times 600 = 0,05 \times 600 = 30 \text{ €}$  530 €

$30 \times 10 = 300 + 500 = 800$   
 $30 \times 9 = 270 + 500 = 770$   
 $30 \times 8 = 240 + 500 = 740$   
 $30 \times 7 = 210 + 500 = 710$   
 $30 \times 6 = 180 + 500 = 680$

B) 10% de 600  
 $\frac{10}{100} \times 600 = 0,1 \times 600 = 60 \text{ €}$  360 €

$60 \times 10 = 600 \text{ €}$      $600 + 300 = 900$   
 $60 \times 9 = 540 + 300 = 840$   
 $60 \times 8 = 480 + 300 = 780$   
 $60 \times 7 = 420 + 300 = 720$   
 $60 \times 6 = 360 + 300 = 660$

R: O ERNESTO TEM DE VENDER 7 MÁQUINAS.

Figura 3 - Resolução do problema 3 - CM

Apresentaram uma resposta para a questão do problema segundo os dados deste e deram por terminada a sua resolução, sem, contudo, voltarem atrás para avaliar a razoabilidade da sua solução e da sua estratégia. Limitaram-se a encontrar uma solução que verificasse as condições e a questão do problema. Também não revelaram qualquer preocupação em procurar uma forma alternativa de resolver o problema.

Sintetizando, Carlos e Maria leram todo o enunciado e, interagindo entre si, clarificaram e compreenderam as partes principais do problema: os dados, as condições e o objectivo deste. A experiência profissional de Carlos revelou-se essencial para a resolução do problema, dado que os seus conhecimentos sobre a temática (percentagens e comissão de venda) contribuíram para ajudar Maria a clarificar algumas das suas dúvidas e, também, para partirem à procura da solução do problema sem terem entendido completamente o objectivo do mesmo. Carlos, usando os seus conhecimentos sobre o cálculo de percentagens e comissões de venda, explicou a Maria esse procedimento. Esta, surpreendendo Carlos, explicou-lhe o objectivo do problema, dizendo-lhe que precisavam de determinar qual o número de máquinas que o Ernesto tinha de vender para que a proposta B fosse mais vantajosa que a A.

Foram clarificando as dúvidas um com o outro e assim traçaram e implementaram uma estratégia para encontrar a solução desejada. Seleccionando os dados e as condições necessárias para resolver o problema, separaram as condições em partes, calculando para cada proposta a comissão de venda de uma máquina e quanto se ganharia, para cada proposta, nessas condições.

Decidiram dividir o problema principal em sub-problemas, isto é, utilizando as operações de multiplicação e de adição, determinaram e verificaram as condições de cada proposta. Para implementar a estratégia escolhida, atribuíram um valor arbitrário, 10 e, executando as operações algébricas, obtiveram, para este, um valor superior para a proposta B, o que os levou a dar como terminada a sua resolução. Contudo, passado algum tempo e por acaso, Carlos reflectiu sobre a resolução efectuada e levou a que ambos descobrissem a solução efectiva do problema. Terminaram a sua resolução, apresentando uma resposta à questão do problema em conformidade com o contexto do mesmo, contudo não efectuaram a retrospectiva do seu trabalho.

*Problema 4 “A ida ao teatro de Sheila e seus amigos” (Anexo I)*

No que concerne ao problema 4, Carlos e Maria, como vem sendo habitual, leram o enunciado em silêncio. Após uma primeira leitura, efectuaram uma segunda e simultaneamente foram tomando nota, na sua folha de resolução, das partes do problema que consideravam relevantes, “20 pessoas foram ao teatro, pagaram todas 235 € e agora uma tabela,... diz, 10 € para menores de 16 e 15 € para mais”, afirmou Carlos. No final, Maria releu, mais uma vez, em voz alta a questão, “quantas pessoas com mais de 16 anos foram ao teatro nessa noite?”.

Carlos: Sabemos quanto custa o bilhete para maiores e também para os menores de 16. E os de 16 não vão ao cinema? Não tem aqui o preço.

Maria: Tem, tem. Então não vês que é 10 €?

Carlos: Onde é que estás a ver isso?

Maria: Aqui. Não vês que é igual para os que tem menos de 16 anos? Diz até aos 16 anos, inclusive.

Carlos: Ah! Não sabia.

Maria: É, inclusive quer dizer que,... neste caso, os que têm 16 anos estão incluídos nos que têm menos de 16 anos, todos pagam o mesmo.

Notava-se que Carlos estava com dificuldades em compreender o significado de uma palavra expressa no enunciado do problema.

Maria: Este problema, parece-me fácil. Nós já fizemos um, aqui na aula, parecido. Lembras-te? Aquele do jantar, do Sr... Aquele que a professora nos deu, em que foram ao restaurante as duas famílias. Lembro-me que deu bastante confusão, porque só tínhamos a conta final e..., olha já não sei. Só sei que na altura fizemos várias contas, que a professora chamou de tentativas e...

Carlos: Agora que estás a falar, lembro-me desse problema que deu muita confusão, porque uns diziam que era assim, outros não concordavam, mas como se fazia não me lembro.

Maria: Vamos ver. Temos 20 pessoas e todas pagaram 235 €. Agora umas pagaram menos que outras. Se eu soubesse por exemplo o número de pessoas com menos de 16 anos que foram ao teatro, isto era fácil, assim...

Maria fez uma pausa e leu as suas notas, enquanto Carlos fixou a sua atenção na informação explícita na tabela, e, pensando alto, disse, “se todas as pessoas que foram ao teatro tivessem mais de 16 anos, teriam pago quanto cada uma?”. Fez os cálculos mentalmente e disse “dá 300, não pode ser”.

Maria: O que é que tu estás para aí a fazer?

Carlos: Estava a inventar. Olha, estava a ver se as 20 pessoas que foram ao teatro, se todas tivessem mais de 16 anos, quanto pagavam, pois  $20 \times 15$  dá 300, o que não pode ser.

Maria: Ah! É isso, é isso já me lembro, podemos tentar várias contas até encontrarmos aquele número que procuramos. É isso, a professora chama-lhe... tentativa e...

Carlos: Erro?

Maria: Deve ser, sei lá.

Verificou-se que identificaram e compreenderam as partes principais do problema, embora tenham considerado um dado errado, o número de pessoas que foram ao teatro. Consideraram 20 pessoas quando efectivamente foram ao teatro 21. Distracção? Não conseguiram compreender totalmente a informação do texto, relativamente a esse facto? Carlos e Maria recordaram um problema semelhante que já tinham resolvido numa sessão de formação e que os ajudou no seu raciocínio e a escolherem a estratégia de resolução, afirmando que este problema, “(...) foi fácil de resolver, depois de pensarmos um pouco, de trocarmos ideias e de recordarmos um outro problema semelhante. Utilizámos o mesmo método de resolução, fizemos várias contas [tentativa e erro] para encontrar o resultado” (E3-CM).

Destacando as diferentes partes do problema, partiram da informação sobre o preço dos bilhetes para pessoas com mais de 16 anos. Começaram por atribuir o valor arbitrário, 5 pessoas, e multiplicaram-no pelo custo dos bilhetes, 15 €, obtendo o resultado de 75 €. Utilizando o algoritmo da subtracção, retiraram ao custo total dos bilhetes, 235 €, este resultado de 75 €, obtendo 160 €. Percebendo que este resultado correspondia ao custo total dos bilhetes das pessoas que foram ao teatro com 16 e menos anos de idade, e usando o algoritmo da divisão, dividiram esse valor pelo custo de um bilhete, 10 €, para determinar quantas pessoas com essa idade foram ao teatro. Obtendo o resultado 16, mentalmente concluíram que este valor não servia, pois  $16 + 5$  dava 21 pessoas e, segundo as suas notas, eles compreenderam que foram ao teatro 20 pessoas.



(dados, condições e questão), recolheram e seleccionaram todos os dados necessários, inclusive os presentes na tabela. Recordando a resolução de um problema semelhante, seleccionaram uma estratégia adequada desde o início da sua resolução, a tentativa e erro. Saliente-se que consideraram um dado errado, ou seja, da leitura e compreensão do enunciado percebe-se que foram ao teatro 21 pessoas, contudo Carlos e Maria, da leitura efectuada, compreenderam que foram ao teatro 20 pessoas, demonstrando distração ou incapacidade de perceber a informação implícita no texto. Tal erro não foi impeditivo de seleccionarem, implementarem e executarem uma estratégia de resolução. Observou-se que iam fazendo a verificação dos seus passos, mentalmente, parando e voltando atrás. Encontrada a solução do problema, a qual verificava as duas condições e satisfazia a questão do problema, apresentaram uma resposta segundo o contexto deste, embora esta não respondesse directamente ao problema. Terminaram a sua resolução com a análise do seu trabalho, fazendo a verificação dos cálculos efectuados e, lendo de novo todo o enunciado, compararam os resultados obtidos com os dados, as condições e o objectivo do problema.

*Problema 5: “O Clube de Ténis da cidade da Sheila” (Anexo I)*

Como habitualmente, Carlos e Maria iniciaram o trabalho com uma leitura individual. Interagindo um com o outro, Maria procedeu a uma nova leitura, num tom de voz mais alto e, simultaneamente, foram tomando notas e registando-as na sua folha de resolução, sobretudo os dados, as condições e o pedido do problema:

Carlos: Queremos saber o número de jogos que se vão disputar durante o campeonato. Ora, isso implica que temos de saber quantas equipas vão jogar.

Maria: É. Temos de saber quantas equipas e quem vai jogar com quem. (Espreitando o registo dos seus dados). Mas, uih, não temos o número de equipas, ou então não tiramos os dados todos. (Voltando ao texto em busca de informação). Ah! Parece-me, que o que precisamos está aqui, pois aqui diz que o campeonato faz-se numa só mão, ou seja, cada jogador só joga uma única vez com os outros, não podemos repetir jogos (...).

Carlos: Se pensarmos um pouco, acho que isso quer dizer que, por exemplo, se tivermos 3 jogadores, o jogador 1 vai jogar com o 2 e depois com o 3; que o jogador 2 vai jogar com o 1, ah, mas como já jogaram, já não pode ser. Mas o jogador 2 pode ainda jogar com o jogador 3 e, depois, como o jogador 3 já jogou com todos os outros, já não pode jogar, é isso? Olha,... agora estou-me a lembrar que há um jornal de desporto, não sei se é a Bola ou o Record que até traz uma tabela com os jogos das diferentes equipas do campeonato de futebol. Não é bem a mesma coisa, mas é parecido. Estou-me a lembrar... Espera, deixa-me pensar. (Pega numa folha de rascunho e traça uma tabela) Ora se colocar aqui o jogador 1 e depois os outros (...).

Carlos e Maria, quando questionados sobre como procederam para encontrar a solução, na entrevista que se realizou a seguir à resolução do problema, afirmaram que:

Lemos o enunciado do problema mais que uma vez, pois no início ficamos um pouco confusos. Pensávamos que teríamos que ter o número de equipas. Depois, voltamos a ler com mais calma e Maria leu que cada jogador só jogava com os outros uma única vez. Foi a partir daí que tudo se desenrolou. Lembrei-me dos jornais desportivos que costumo ler e da distribuição dos jogos de futebol que costumam fazer. A partir daí, tentei relembrar o que por norma costumo ler e foi fácil. Foi só adaptar a este problema e, revendo passo a passo, chegamos lá (E3-CM).

Analisando e observando a resolução do grupo, ilustrada pela Figura 5, constatou-se que Carlos e Maria optaram, como estratégia, por construir uma tabela, atribuindo um número a cada jogador e colocando em cada coluna o número de jogos que cada jogador poderia efectuar com os restantes 9 jogadores.

**Resolução:**

**DADOS:**  
 HAVIA JOGADOR 1000  
 COM CADA UM, UMA  
 SÓ VEZ  
**PERDIDOS:**  
 QUANTOS JOGOS  
 SE DISPUTAM  
 R. VÃO SE DISPUTAR 45 JOGOS

1	1-1	2-1	3-1	4-1	5-1	6-1	7-1	8-1	9-1	10-1
2	1-2	2-2	3-2	4-2	5-2	6-2	7-2	8-2	9-2	10-2
3	1-3	2-3	3-3	4-3	5-3	6-3	7-3	8-3	9-3	10-3
4	1-4	2-4	3-4	4-4	5-4	6-4	7-4	8-4	9-4	10-4
5	1-5	2-5	3-5	4-5	5-5	6-5	7-5	8-5	9-5	10-5
6	1-6	2-6	3-6	4-6	5-6	6-6	7-6	8-6	9-6	10-6
7	1-7	2-7	3-7	4-7	5-7	6-7	7-7	8-7	9-7	10-7
8	1-8	2-8	3-8	4-8	5-8	6-8	7-8	8-8	9-8	10-8
9	1-9	2-9	3-9	4-9	5-9	6-9	7-9	8-9	9-9	10-9
10	1-10	2-10	3-10	4-10	5-10	6-10	7-10	8-10	9-10	10-10

**VERIFICAÇÃO**

JOGADORES	JOGOS
1	9
2	8
3	7
4	6
5	5
6	4
7	3
8	2
9	1
10	0
<b>TOTAL DE JOGOS</b>	<b>45</b>

R. DISPUTARÃO NO CAMPO 45 JOGOS

Figura 5 - Resolução do problema 5 - CM

Demonstrando que interiorizaram o problema, ou seja, que compreenderam todos os dados e as condições, Carlos e Maria excluíaam todos os jogos repetidos. Através da leitura da tabela, verificaram que se iam realizar 45 jogos e apresentaram uma resposta ao pedido do problema, de acordo com o contexto do mesmo. Finalmente, Carlos e Maria efectuaram a validação da sua estratégia, apresentando uma nova forma de resolver o problema, embora esta fosse, idêntica à que utilizaram anteriormente. Construindo uma outra tabela, constataram que o jogador 1 poderia fazer 9 jogos, que o jogador 2 como já realizou um jogo com o jogador 1, só poderá fazer 8 jogos e assim sucessivamente até esgotar todos os jogadores e verificaram que efectivamente se iam disputar 45 jogos.

Concluindo, Carlos e Maria, depois de efectuarem uma segunda leitura do enunciado do problema, clarificaram o significado de todas as informações, identificaram as partes principais do problema e compreenderam o sentido deste. Registraram na sua folha de resolução os dados, as condições e o pedido do problema e seleccionaram toda a informação necessária para resolver o problema. Demonstrando que interiorizaram o problema, que reconheceram a relação entre a questão deste e as condições e recordando, das suas leituras dos jornais desportivos, a forma como estes faziam a distribuição dos jogos das equipas do campeonato de futebol, definiram e implementaram uma estratégia, a construção de uma tabela. Executaram essa estratégia tendo em consideração os dados e as condições do problema e foram revendo os seus passos. Responderam à questão deste segundo o contexto do mesmo. Finalmente, terminaram a sua resolução com a validação da estratégia implementada, apresentando uma nova forma de resolver o problema.

#### **4.2. Explicitação das resoluções dos formandos**

Após a descrição e análise dos processos utilizados pelo Carlos e pela Maria na resolução dos problemas propostos, descreve-se e analisa-se a forma como explicitaram as suas resoluções ao longo da experiência formativa.

Pela análise dos documentos escritos, verificou-se que Carlos e Maria, nos problemas 1 e 2, iniciaram o registo da sua resolução pela implementação da estratégia escolhida, não fazendo qualquer referência às partes principais dos problemas, afirmando, na entrevista após a resolução do problema 2, “não é necessário escrever isso tudo [dados, condições e pedido], temos de usar a cabeça e fixar” (E3-CM). Começaram por registar e efectuar, passo a passo, a estratégia que definiram e que lhes permitiu descobrir a solução pretendida. No problema 1 apresentaram todas as operações algébricas necessárias para executar a estratégia e no problema 2 apresentaram o significado de todos os símbolos usados na sua representação pictórica, através da realização de uma legenda.

Mostraram uma certa preocupação em expressar e comunicar as suas ideias de uma forma organizada, sequencial, cuidada e perceptível, embora, na entrevista realizada após a resolução do problema 1, tenham afirmado “não pensamos antes de escrever. Vamos fazendo e escrevendo no papel conforme as ideias nos vêm à cabeça” (E3-CM). Notou-se que iam implementando a sua estratégia de forma organizada e sequencial e, simultaneamente, registaram igualmente de forma organizada e sequencial os cálculos ou recursos auxiliares à implementação da estratégia. Carlos e Maria terminaram a apresentação das suas resoluções destes dois problemas, com o registo da

resposta do respectivo problema, segundo o seu contexto, e não fizeram qualquer referência por escrito à análise do seu trabalho, dado que foi observado que não a efectuaram, como salientado durante a descrição e análise dos processos usados.

No problema 3, Carlos e Maria, antes de iniciarem o registo da implementação da estratégia definida, começaram por demonstrar a preocupação em registar na sua folha de resolução alguns dos dados do problema, neste caso, o dado referente à comissão de vendas, segundo cada uma das propostas A e B, referindo as vantagens desta forma de proceder, quando entrevistados após a resolução: “(...) é! Embora no início dê trabalho, porque temos de escrever, nos problemas que temos muita informação, não conseguimos fixar tudo e dá jeito ter aqui ao lado essa informação” (E3-CM).

Seguindo a mesma estrutura escrita que as resoluções dos problemas anteriores, apresentaram organizada e sequencialmente cada um dos passos realizados para implementarem a sua estratégia e, conseqüentemente, encontrarem a solução pretendida. Passo a passo, iam efectuando e registando a maior parte das operações algébricas usadas, contudo percebeu-se que recorriam com alguma frequência ao cálculo mental. Por exemplo, na sua folha de resolução, apareciam os valores 530 € e 360 €, os quais correspondiam ao cálculo da venda de uma máquina, segundo as propostas A e B, respectivamente, e que foram calculados mentalmente, dado que não existia qualquer registo do seu cálculo. Terminaram mais uma vez o registo da sua resolução com a apresentação da resposta à questão do problema, segundo o contexto deste, sem fazer referência à retrospecção do trabalho efectuado, no sentido em que foi observado que não a efectuaram.

Refira-se ainda que Carlos e Maria, na resolução do problema 3, demonstraram pouco cuidado na forma como se expressaram em termos de linguagem Matemática. Observando a Figura 6, que corresponde à sua resolução, percebe-se que Carlos e Maria iam raciocinando e efectuando os seus cálculos aritméticos, fazendo o seu registo sem, no entanto, terem o cuidado de o fazer de forma correcta em termos de linguagem simbólica ou Matemática. Pegando num dos exemplos, observa-se que, em termos de raciocínio, efectuaram, de forma correcta, a multiplicação de 30 por 10, obtendo 300 e adicionaram 500 a este resultado para obter 800. No entanto, a forma escrita como o fizeram, em termos de linguagem Matemática, não é correcta, obtendo uma expressão numérica que não é verdadeira.

Resolução

A) 5% de 600

$$\frac{5}{100} \times 600 = 0,05 \times 600 = 30 \text{ €}$$

$$\begin{aligned} 30 \times 10 &= 300 + 500 = 800 \\ 30 \times 9 &= 270 + 500 = 770 \\ 30 \times 8 &= 240 + 500 = 740 \\ 30 \times 7 &= 210 + 500 = 710 \\ 30 \times 6 &= 180 + 500 = 680 \end{aligned}$$

530 €

B) 10% de 600

$$\frac{10}{100} \times 600 = 0,1 \times 600 = 60 \text{ €}$$

$$\begin{aligned} 60 \times 10 &= 600 + 500 = 1100 \\ 60 \times 9 &= 540 + 500 = 1040 \\ 60 \times 8 &= 480 + 500 = 980 \\ 60 \times 7 &= 420 + 500 = 920 \\ 60 \times 6 &= 360 + 500 = 860 \end{aligned}$$

360 €

R: O cavaleiro tem de vender 7 cavalos.

Figura 6 - Resolução do problema 3 - CM

Na resolução dos dois últimos problemas, 4 e 5, Carlos e Maria, seguindo a mesma linha de orientação que a apresentação dos problemas anteriores, mostraram a preocupação e o cuidado de enriquecer a forma de comunicar a sua resolução. Começaram por registar na folha de resolução os dados, as condições e a questão de cada um dos problemas. De seguida, implementaram e registaram cada um dos passos realizados, não esquecendo as operações algébricas necessárias e os raciocínios efectuados, tendo em atenção os dados e as condições do respectivo problema, para encontrarem a solução desejada.

Nestes problemas, Carlos e Maria registaram a retrospecção do seu trabalho e tiveram o cuidado e o pormenor de identificar com a palavra *verificação* esse mesmo passo. No problema 4, registaram a realização da verificação dos cálculos efectuados, não procedendo ao registo escrito da validação da estratégia escolhida, embora esta tenha sido efectuada, como foi referido durante a descrição e análise dos processos usados. Já no problema 5, apresentaram a validação da estratégia implementada, apresentando uma nova forma de resolver o problema e justificando este facto, afirmaram que: “fizemos porque esta era fácil de fazer, muitas das vezes não fazemos porque temos a certeza que está certa. Dá muito trabalho voltar a fazer tudo de novo, neste problema era fácil” (E3-CM).

Embora não seja revelante, verificou-se que, em termos de apresentação, no problema 4, Carlos e Maria apresentaram, em primeiro lugar, a resposta à questão do problema em conformidade com o contexto deste, e só depois a verificação do seu trabalho, enquanto que, no problema 5, registaram primeira a validação do trabalho efectuado e posteriormente a resposta segundo o contexto do problema.



Assim, ao longo da experiência formativa foram enriquecendo a forma de expressar e comunicar as suas resoluções. Identificaram e registaram as partes principais do problema; implementaram, executaram e registaram, passo a passo, a estratégia definida, as respectivas operações algébricas e os seus raciocínios; apresentaram as respostas às questões dos problemas de acordo com o contexto e, finalmente, nos últimos problemas, fizeram o registo da retrospeção do trabalho efectuado em termos de cálculos e de estratégia.

#### **4.3. Dificuldades sentidas durante resolução de problemas**

Após a descrição e análise dos processos utilizados pelo Carlos e pela Maria na resolução dos problemas propostos, bem como a forma como explicitaram as suas resoluções, descrevem-se e analisam-se as dificuldades que sentiram ao longo da experiência formativa.

Carlos e Maria, ao longo da resolução, demonstraram dificuldades ao nível da compreensão do significado de alguns vocábulos e afirmações presentes nos enunciados, sendo evidentes nos problemas 1, 4 e 5.

Assim, no problema 1, Carlos e Maria revelaram uma certa ansiedade em lerem rapidamente o enunciado para passarem de imediato à sua resolução. Mostraram dificuldades em compreender o significado da informação referente ao número de biscoitos confeccionados e à sua distribuição em caixas, o que lhe dificultou o início da resolução. Carlos confirmou esta dificuldade, quando no final da resolução do problema, já durante a entrevista, afirmou:

Sentimos muitas dificuldades. Primeiro começámos por ter dúvidas no número de biscoitos. Tivemos dificuldades em perceber a informação que dizia entre 30 a 50 biscoitos. Fiquei, ficámos confusos. Pensei, são 30? São 50? Não conseguia perceber, tive de partilhar a minha dúvida, pois senão não saía dali... Só depois de algum tempo, de ler e reler é que percebemos que era um número maior que 30 e menor que 50. Também tivemos dificuldades em perceber a informação que dizia que tinham de ser colocados em caixas de 5 e sobrar 1,... Tivemos dificuldade em relacionar esta informação com a do número de biscoitos. Mas, depois de percebermos o número de biscoitos, as coisas ficaram mais claras. Achamos que as dificuldades que tivemos não têm a ver com a Matemática, mas sim em perceber a informação do texto. Como a professora costuma dizer, é preciso saber o que se está a ler, ou seja, temos de ler e logo de seguida pensar e procurar perceber para relacionarmos o que nos é dado, para depois através de contas descobriremos o que nos pedem (E3-CM).

Esta dificuldade levou-os à leitura do enunciado mais do que uma vez, à partilha de ideias e saberes entre os grupos do curso durante a sessão de aplicação do problema, o que permitiu que Carlos e Maria clarificassem o significado das afirmações e prosseguissem a sua resolução.

No problema 2, embora Carlos e Maria tenham referido que não sentiram grandes dificuldades na sua resolução, revelaram na entrevista que “tivemos dificuldade em perceber o que era a posição das tostas vazias e com os recheios. Mas, depois pensei um pouco, li e analisei o meu desenho e percebi o que tinha de fazer “ (E3-CM). Esta dificuldade estava relacionada com a compreensão do significado do vocábulo *posição* no contexto do enunciado. Resolveram-na questionando-se, reflectindo sobre o significado do vocábulo no contexto da situação e efectuando uma leitura e análise sobre a construção pictórica realizada para a representação e resolução do problema.

Quanto ao problema 4, podemos referir que Carlos mostrou algumas dificuldades em entender o significado da palavra *inclusive* que facilmente ultrapassou com a interacção estabelecida com Maria, usando os conhecimentos linguísticos desta. Na entrevista realizada a seguir à resolução do problema, Carlos e Maria confirmaram:

(...) neste problema não sentimos dificuldades, apenas não entendi o significado da palavra *inclusive*, mas Maria explicou-me (...). E depois, como nos lembramos de um problema que já tínhamos resolvido, foi fácil de descobrir a estratégia a usar para encontrarmos a solução. Mas também não foi fazendo um *click* que lá chegamos, ainda tivemos que ler e reler o enunciado e pensar para lá chegar. Não foi ler e já está. Não! Tivemos de perceber o problema, de trocar ideias e de pensar (E3-CM).

Durante a implementação da sua estratégia, percebe-se que Carlos e Maria também não compreenderam a informação, implícita no texto, relativa ao número de pessoas que foram ao teatro, pois consideraram 20 pessoas quando efectivamente foram 21, embora tal facto não fosse impeditivo de resolver o problema.

No problema 5, Carlos e Maria demonstraram que, no início, se sentiram um pouco confusos com o enunciado deste, pois, após uma primeira leitura, ficaram com a ideia que, para o resolver, precisavam de saber quantas equipas iriam jogar, facto que confirmaram na entrevista realizada após a resolução do problema, dizendo:

(...) nesta resolução só sentimos dificuldades no início. Pensávamos que tínhamos de saber o número de equipas para determinar o número de jogos. Mas resolvemos esta situação depois de lermos o texto várias vezes com mais atenção. Percebemos que tudo o que precisávamos estava no texto, pois dizia que cada jogador só podia jogar com cada um dos outros uma e uma só vez. Mas, no início, não prestamos muita atenção ou então não percebemos. Não sei. Penso que precisamos de tempo para entender o problema. Ah! Também, não me posso esquecer de dizer que foi fácil de encontrar o caminho para descobrirmos a solução porque costumo ler jornais desportivos e lembrei-me que um deles traz esta informação. Esta distribuição dos vários jogos. Lembrei-me e depois foi fácil (E3-CM).

Esta ideia parece estar relacionada com o facto de Carlos e Maria revelarem algumas dificuldades em entender a afirmação referente ao campeonato se realizar numa só mão, como consequência, segundo eles afirmaram, de uma leitura pouco cuidada do enunciado. Ultrapassaram-nas, lendo e relendo o enunciado com mais cuidado e atenção, recorrendo aos conhecimentos desportivos de Carlos e interagindo um com o outro.

Ainda no âmbito da compreensão, na resolução do problema 3, Carlos e Maria demonstraram dificuldades em compreenderem o pedido deste, no sentido em que, no desenrolar da resolução e apesar de Carlos ter compreendido os dados e as condições, questionou Maria sobre o que era pedido e o que tinham de fazer. Carlos, na entrevista que se seguiu à resolução, revelou possuir consciência das suas dificuldades, ao afirmar:

Como já disse gostei muito de resolver este problema, porque gosto de fazer este tipo de contas (...). No início, não senti dificuldades, até achei o problema fácil, já sabia fazer estas contas. Depois, quando o li mais que uma vez, senti muitas dificuldades em entender o que se pedia. Percebi bem as condições de cada proposta, a comissão, mas o que é que se pretendia, foi difícil. Se não fosse a Maria, não sei mas dificilmente chegava lá, nunca me passou pela cabeça que tinha de comparar (...). É engraçado isto dos problemas, está lá tudo e mesmo assim não é fácil, (...) o grande problema é entender um problema todo. Eu percebi uma parte, mas a outra não, e o que é certo é que provavelmente não saía dali. Mas agora percebi e achei importante este tipo de raciocínio (...) calcular, comparar e decidir. É muito interessante, faz-nos pensar (E3-CM).

Ultrapassaram esta dificuldade partilhando raciocínios, ideias e recorrendo aos conhecimentos de Carlos sobre percentagens e comissões de venda, além da reflexão sobre a primeira solução encontrada.

Para além de dificuldades ao nível da compreensão, Carlos e Maria revelaram dificuldades em reterem toda a informação expressa no enunciado do problema, sobretudo quando este era longo e/ou envolvia várias condições. Esta situação ocorreu com a resolução do problema 2. Quando entrevistados, depois da resolução do mesmo, revelaram que “não tivemos grandes dificuldades. Achamos este problema simples, a informação estava muito explícita, mas era muita. Sentimos dificuldades em fixar tanta informação, por isso demoramos muito tempo a fazer o desenho” (E3-CM). Durante a observação da resolução do problema, de facto, constatou-se que Carlos e Maria sentiram dificuldades em assimilar toda a informação referente às várias condições dadas, o que os “obrigou” a ler e a reler diversas vezes o enunciado.

Contudo, a dificuldade em elaborar o desenho representativo da situação talvez estivesse mais relacionada com o facto, tal como Carlos referiu, de não ter pensado um pouco na estrutura

do mesmo antes de o elaborar, pois, como afirmou, “fui fazendo-o à medida que fui lendo (...)” (E3-CM).

Podemos igualmente referir que Carlos e Maria, inicialmente, revelaram dificuldades em trabalharem em grupo, em partilharem ideias e dúvidas, dado que Carlos era quem definia e implementava a estratégia de resolução e Maria limitava-se a segui-lo. Com o decorrer da experiência, percebe-se que esta situação se alterou, Carlos e Maria desenvolveram a capacidade de discutirem, partilharem e confrontarem ideias e pensamentos.

Outra dificuldade patente situou-se ao nível da reflexão em vários aspectos. Carlos e Maria revelaram dificuldades, por vezes, em pensarem o que deveriam fazer antes de o fazerem, ou seja, partiram em algumas situações, para a resolução do mesmo sem o terem compreendido como um todo. Demonstraram igualmente dificuldades em reflectirem sobre as decisões tomadas em cada passo, em confrontar os seus cálculos e as suas “construções”, com os dados e condições do problema, além de avaliar a razoabilidade da solução encontrada. Raramente apresentaram uma estratégia de resolução alternativa. Esta dificuldade só começou a ser “colmatada” com a resolução do último problema, o 5, e, segundo eles, porque “era fácil de fazer”. Apesar das razões que Carlos e Maria apontaram para terem apresentado uma estratégia alternativa no último problema, também poderá ser considerada um indício de que estes perceberam a necessidade e a importância de efectuarem e apresentarem por escrito uma estratégia alternativa.

Acrescente-se ainda a dificuldade que Carlos e Maria demonstraram em verificar a possibilidade de existir mais que uma solução, parecendo-lhes suficiente encontrarem uma solução que satisfizesse o objectivo do problema. Esta situação ocorreu na resolução do problema 1. Esta dificuldade poderá estar relacionada com a falta de hábitos em resolverem problemas nessas condições, que apresentem mais do que uma solução, ou com as suas crenças, dado que Carlos e Maria, quando entrevistados sobre este aspecto, referiram que um problema tinha uma só solução, embora pudessem existir diferentes caminhos para a encontrar.

Concluindo, Carlos e Maria demonstraram dificuldades de compreensão do significado de algumas palavras e da informação referente a alguns dados e condições dos enunciados e de lidar e reter com várias condições simultaneamente. Para além disso, manifestaram dificuldade em compreender a questão de um dos problemas, de parar e reflectir sobre as decisões tomadas passo a passo e, sobretudo, em avaliar a razoabilidade da solução encontrada.

## **CAPÍTULO 5**

### **CRISTINA E ROSA**

Cristina e Rosa são duas formandas do Curso EFA B3 de Agente de Geriatria, de dupla certificação. Este curso tem 15 formandos a frequentar a formação de base, com idades compreendidas entre os 25 e os 52 anos, sendo apenas um do sexo masculino. A maioria tem como habilitação académica o 6.º ano de escolaridade do Ensino regular, alguns a frequência do 7.º ano e dois deles obtiveram a equivalência ao 6.º ano pelo processo de RVCC.

#### *Cristina*

Cristina é natural e residente na Vila de Joane. É casada, tem 2 filhos e 43 anos de idade. Tem como habilitação académica o 6.º ano de escolaridade do Ensino regular e abandonou a escola em 1979, por razões económicas. Refere que gostava muito de ter continuado a estudar, até porque achava que tinha capacidades para isso, mas por motivos económicos e familiares, foi-lhe impossível continuar a frequentar a escola. Afirma que nunca foi “uma aluna brilhante a Matemática, sempre fui razoável, mas gostava e continuo a gostar muito de Matemática” (E1).

Trabalha numa empresa de toldos, onde é solicitada para realizar tarefas muito diversificadas como: confeccionar, cortar, estender, vulcanizar toldos, etc. Diz sentir-se uma mulher realizada em termos profissionais, porque, durante o seu dia de trabalho, realiza sempre tarefas diversificadas, não tendo tempo para sentir a monotonia.

Cristina, em 2009, decidiu aproveitar a oportunidade de regressar à escola, apontando a necessidade de aprender ou “de reaprender algumas coisas que já estavam esquecidas, pois quem já saiu da escola há mais de 30 anos,...” (E1). Justifica, dizendo que “senti necessidade de me cultivar e de ultrapassar as dificuldades que, por vezes, vou sentindo ao ajudar o meu filho mais novo na realização dos trabalhos de casa” (E1). Salaria que, depois de um dia de trabalho, é muito cansativo ir para a escola, no entanto, é da opinião que este regresso lhe tem proporcionado alguns prazeres, tais como a oportunidade de conviver com outras pessoas, mas sobretudo a possibilidade:

De me sentir outra mulher. Agora tenho vontade de ler, interesse-me por coisas que antes me passavam ao lado, estou mais desperta e atenta para determinados factos

ou ocorrências. Não tem nada a ver como me sinto agora e quando entrei. Gosto de estar na escola, pois a gente parar é morrer,... (E2).

Acredita que este curso lhe tem dado um bagagem de conhecimentos, fundamentais para conseguir ajudar o seu filho mais novo nas suas dificuldades e também a outros níveis, quer pessoais quer profissionais. Refere que frequenta este curso, Agente de Geriatria, contudo, a curto ou médio prazo, não tenciona trabalhar com este tipo de público, isto porque refere com um ar feliz, “gosto muito daquilo que faço” (E2), embora admita que nutre um grande carinho por todos os idosos.

Para Cristina, um problema é “uma situação que se pode resolver fazendo algumas contas e raciocínios para encontrar o resultado que se pretende” (E2). Admite que gosta muito de resolver problemas, pois “fazem-me pensar e puxar pela cabeça” (E2), embora considere que sente algumas dificuldades em resolvê-los. É da opinião que o trabalho de grupo é fundamental para ultrapassar essas dificuldades, pois “permite discutir com os colegas a melhor maneira de os resolver, de esclarecer incertezas e dúvidas e ainda deixar de lado os medos e os complexos, porque percebemos que os nossos colegas também sentem o mesmo” (E2). Menciona que se sente mais confiante quando resolve os problemas em grupo. Acredita que resolver um problema é “descobrir, é persistir e muitas vezes quando estamos bloqueados, ou pensamos..., pensamos..., ou então espero que se faça um *click* para o conseguirmos resolver” (E2). É da opinião que um problema pode ter vários caminhos para o resolver, mas só admite um e um só resultado e acrescenta que resolver problemas exige treino, ou seja:

Para mim, se uma pessoa gosta de resolver problemas, quantos mais problemas resolver, mais facilmente surgem as ideias, mais confiante se sente, mais habituada está a pensar e em não desistir logo à primeira e mais vezes surge o tal *click* e logicamente mais facilmente resolve problemas (E2).

Cristina refere que costuma resolver problemas, principalmente durante a tarefa que lhe cabe em ajudar o filho mais novo a realizar os trabalhos de casa e acredita que a sua resolução é fundamental para o nosso dia-a-dia, não só para o nosso traquejo e estímulo mental, como para nos ajudar a resolver os problemas quotidianos e profissionais, cada vez mais exigentes.

### *Rosa*

Rosa nasceu em Santa Maria de Airão (Guimarães) e vive em Mogege, no concelho de Vila Nova de Famalicão. É casada, tem 2 filhos e 41 anos de idade. Frequentou a escola até ao 6.º ano de escolaridade, tendo abandonado os estudos nessa altura, em 1983, por “malandrice”, referindo

que “não me apetecia estudar mais, até porque as minhas colegas também iam desistir da escola” (E1). Trabalha num lar de idosos como Auxiliar de Acção Directa, fazendo um pouco de tudo, “tanto estou a cuidar dos idosos como estou a trabalhar na cozinha ou em outro sítio onde seja necessária, sou polivalente” (E1).

Rosa regressou à escola em 2009 para frequentar este curso, considerando que ele é uma mais-valia, para subir de escalão na carreira e para adquirir novos conhecimentos e competências, uma vez que já trabalha com idosos. Antes deste regresso e por iniciativa própria, frequentou algumas acções de formação, nomeadamente dois cursos sobre cozinha, um de higiene e segurança no trabalho e outro de higiene e segurança alimentar, porque como afirma, “senti necessidade de me aperfeiçoar” (E2).

É da opinião que este curso, para além das valências em termos do público idoso, “tem sido muito proveitoso principalmente para rever e reaprender o Português e a Matemática, que são essenciais no nosso quotidiano, sobretudo para entender as coisas com mais confiança” (E2). Diz não ter tempo para acompanhar o filho mais novo, deixando essa tarefa para um outro familiar, mas que gosta muito de resolver problemas, afirmando “sinto-me bem ao resolver problemas, embora tenha a consciência que há muitos que eu não consigo resolver. Mas, cada vez que consigo resolver mais um, acredito que desenvolvi mais alguma competência ou faculdade” (E2).

Para Rosa, um problema é “uma situação que para ser resolvida é necessário pensarmos, fazermos contas e ter vontade de a resolver” (E2), acrescentando que a resolução também depende de nós. Justifica dizendo “perante um mesmo problema já me aconteceu de hoje não o conseguir resolver mas pegar nele amanhã ou depois e resolvê-lo, por vezes, até com facilidade. Não sei explicar, mas já me aconteceu algumas vezes essa situação” (E2). Acredita que, para resolver um problema, “é preciso gostar e ter vontade de resolver problemas, é preciso saber Matemática, pensar e puxar pela cabeça, ter confiança e não desistir. Pensar, hoje não te resolvo mas daqui a uns dias eu volto e logo se vê,...” (E2). Acrescenta que existem diferentes caminhos de resolver um problema e que teve essa noção depois de trabalhar em grupo, “pois, muitas vezes, cada um resolvia à sua maneira mas chegávamos sempre ao mesmo resultado, o que me leva a crer que um problema só tem uma solução” (E2).

Rosa admite que resolver problemas é muito importante, porque estimula e alimenta o nosso ego, sobretudo quando os conseguimos resolver e também para percebermos certos factos e situações do nosso quotidiano.

## 5.1. Processos utilizados na resolução de problemas

### *Problema 1: "A empresa da Sheila" (Anexo I)*

Na resolução deste problema, Cristina e Rosa efectuaram uma leitura silenciosa, cada uma para si. Cristina, no decorrer da sua leitura, demonstrou, de vez em quando, necessidade de expressar o seu pensamento num tom de voz um pouco mais alto, dizendo: "Como? Fez 30, 50 biscoitos? Não percebi (...)", mas continuou a sua leitura, não fazendo qualquer pausa nem questão. Passados alguns minutos, não esperando que Rosa terminasse a sua leitura interagiu com a formadora.

Cristina: Oh professora, não percebi nada. Que coisa confusa!

Formadora: Leu o enunciado todo? Não percebeu o significado de alguma palavra?

Cristina: Sim, professora li. Não percebo quantos biscoito fez, fala em 30 e depois em 50, não percebo nada. E depois aqui... diz que tem de meter em caixas de 5 e sobra 1 (...), que confusão!

Formadora: Calma. Vamos por partes. Leia, por favor, novamente a afirmação que fala do número de biscoitos.

Cristina: (...) fez entre 30 a 50.

Formadora: O que significa essa frase? Imagine que a Cristina tem de fazer entre 30 a 50 biscoitos. Quantos biscoitos tem de fazer?

Cristina: Sei lá,... posso fazer 40, 35,... um número de 30, 31, 32 até 50. (Percebendo que estava no bom caminho, pelo expressão do rosto da formadora) Ai, é isso? Então vamos lá ver se percebi (...).

Comentou com Rosa, que já tinha percebido. Para retomar a sua resolução, voltou a ler o texto, de uma forma pausada, e registou na sua folha de resolução o dado referente ao número de biscoitos. Fez uma pausa. A sua expressão indicava que estava a planear o passo seguinte da resolução do problema e Rosa, pegando numa folha de rascunho, disse "não sabemos quantas caixas é que usou nem quantos biscoitos fez". Enquanto Cristina começou a fazer rectângulos com circunferências (numa folha de rascunho), parecendo ter compreendido a informação de colocar os biscoitos em caixas de 5, Rosa fez contas de multiplicação na folha de rascunho.

Cristina: Posso fazer um desenho. É (...) faço as caixas e os bolinhos, deixa ver. Vou fazer primeiro as caixas com 5 biscoitos. Agora, se tem que sobrar 1 (...), já não me lembro. Tenho de ler outra vez. Ah! Sobra 2 nas de 3 e 1 nas caixas de 5.

Formadora: O que está a fazer Rosa?

Rosa: Oh, professora, estou a fazer contas. Estou a ver se encontro aquilo que quero. Para isso estou a fazer várias contas, multiplicando o número de biscoitos com o número de caixas para ver se encontro um número que encaixe. Como sei que se fizeram um número entre 30 a 50 biscoitos, já rejeitei o 30,

porque, dividido por 5, dá resto 0 e também o 50. Então, se, por exemplo, pegar no 46, sei que  $5 \times 9$  dá 45, como tem de sobrar 1, serve o 46. Agora, sei que  $3 \times 15$  dá 45, como tem de sobrar 2 seria o 47, portanto, também já vi que estes dois não servem. Estou a fazer, assim, estas contas até descobrir o que quero.

Entretanto, Cristina chamou a atenção de Rosa, dizendo-lhe “olha, já descobri um número para as caixas de 3, serve o 47” ao que Rosa retorquiu “É! Mas se agora tentares para as caixas de 5, vais ver que não dá. Ora experimenta”. Cristina fez as contas mentalmente e verificou que Rosa tinha razão.

De notar que as formandas foram interagindo uma com a outra, ainda que cada uma procurasse descobrir o seu caminho. As duas seleccionaram os dados necessários para resolver o problema e, tendo em atenção os dados e as condições dadas, subdividiram o problema original nas suas partes constituintes: para cada condição, Cristina mostrou preocupação em estabelecer a relação entre dados e questão do problema, usando a representação pictórica; Rosa buscou a solução, usando, para cada dado e condição, os algoritmos da multiplicação e da adição ou subtracção, fazendo várias tentativas na procura de um número que satisfizesse, simultaneamente, as duas condições. Cristina continuou a elaborar o seu desenho:

Bem, agora, aqui em cima, a partir dos 30 biscoitos, nas caixas de 5, vou somar, 1 ou 2 biscoitos? Oh, já não me lembro, (e ia ao texto retirar a informação), é 1 (...).

Cristina foi comentando o que estava a fazer. Rosa continuava com as suas contas de multiplicar. Aquela, para cada uma das condições, desenhava caixas com biscoitos. Para a primeira condição, desenhava caixas com 5 biscoitos e foi adicionando 5 em 5 até perfazer 30 biscoitos e, para a segunda condição, desenhava caixas com 3 biscoitos, adicionando de 3 em 3 até aos 30 biscoitos. A partir deste número de biscoitos e das condições dadas, foi adicionando 1 biscoito para verificar a primeira condição (caixas com 5 biscoitos, sobrando 1), obtendo 31, 36 e 41 biscoitos e, simultaneamente, adicionou 2 biscoitos para verificar a segunda condição (caixas com 3 biscoitos, sobrando 2), obtendo 32, 35, 38 e 41 biscoitos, como se pode constatar pela observação da Figura 8 que ilustra a sua resolução. Observou-se que foi fazendo cada um dos passos sem olhar muito para trás.

Esta forma de proceder mostra que Cristina optou pela representação pictórica e pela adição algébrica como estratégia e compreendeu os dados, as condições, a questão e a relação entre eles, partindo assim em busca de um valor que verificasse simultaneamente as duas condições. Entretanto, Rosa, ao fim de algumas tentativas, disse “já encontrei um número que

encaixa, dá para as caixas de 5 e para as de 3. É, eu também encontrei. A mim deu-me o 41, não sei se está certo. É assim professora?”, ao que a formadora lhe respondeu “se já confirmou, então é porque verifica o que pretende”. Rosa, insistindo, retornou “não sei se há outro número que encaixe, mas (...) espere aí. Há bocadinho, vi que o número que encaixava tinha de ser um número próximo de 30, de 35, 40 e 45. Vou experimentar com estes”.

Cristina: É pá. Agora não percebi o que fizeste. Explica.

Rosa: Então é assim. O número que encaixa, por causa da tabuada do 5, tem de ser um número desses que eu disse há bocadinho, pois se tem de ser dividido por 5 e sobrar 1,... percebes? Então vamos lá ver, o 36 não dá por causa das caixas de 3, o 46 também não. Pronto, já vimos, não há mais nenhum que encaixe.

Mostraram-se satisfeitas e muito motivadas, afirmando, na entrevista realizada no final da resolução que “gostamos muito de resolver este problema, porque deu luta” (E3-CR). Comentaram o facto de terem encontrado a mesma solução, ainda que por caminhos diferentes. Riram de satisfação. Depois de encontrar a solução desejada, Rosa disse à Cristina para ela entregar a sua resolução, pois estava “bonitinha e direitinha”.

Cristina e Rosa responderam à questão do problema com uma frase completa, segundo o contexto deste, mostrando confiança na solução obtida, pois afirmaram “o valor deve estar certo, já verificámos que, colocados em caixas de 5, sobra 1 e, em caixas de 3, sobram 2” (E3-CR). Fizeram e registaram a validação dos seus cálculos aritméticos (Figura 8). Quanto à validação da estratégia implementada, assumiram que não era necessária ser feita, uma vez que descobriram a mesma solução por caminhos diferentes. Poderiam ter aproveitado este facto para apresentarem uma estratégia alternativa, a que Rosa implementou, mas, simplesmente, não o fizeram. Parecia ser-lhes suficiente apresentar um caminho de resolução.

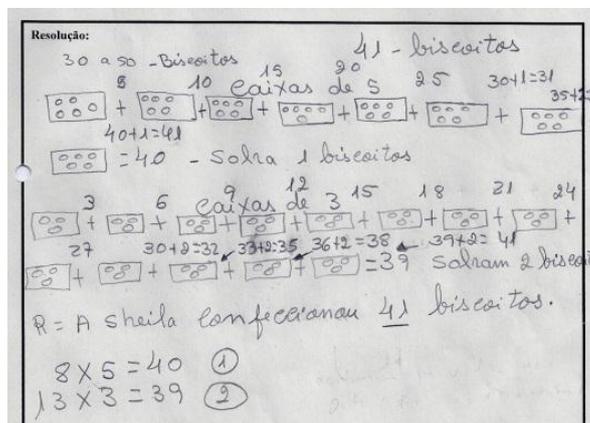


Figura 8 - Resolução do problema 1 - CR

Em síntese, podemos referir que Cristina e Rosa, a partir da clarificação do significado sobre a informação referente ao número de biscoitos, identificaram e compreenderam as partes principais do problema. Interagiram uma com a outra, mas cada uma traçou e implementou a sua estratégia de resolução. Ambas, seleccionando os dados necessários para resolver o problema, começaram por dividir o problema original nas suas partes constituintes, considerando cada uma das condições dadas. Cristina optou pela representação pictórica da situação para estabelecer a relação entre as partes principais do problema e o algoritmo da adição para descobrir um valor que verificasse, ao mesmo tempo, as duas condições. Rosa, por seu turno, optou pelos algoritmos da multiplicação, adição ou subtracção para fazer várias tentativas e descobrir o valor que satisfazia, simultaneamente, as duas condições. Depois de descoberto esse valor que verificava as duas condições e o objectivo do problema, decidiram registar apenas a estratégia de Cristina e responderem à questão do problema com uma frase completa. Validaram os seus cálculos, usando o algoritmo da multiplicação e verificaram que não existia mais nenhum valor que validasse as condições e a questão do problema. Uma vez que cada uma delas traçou e implementou uma estratégia, podemos afirmar que efectuaram uma estratégia alternativa, contudo, apenas apresentaram uma dessas estratégias, a da Cristina.

*Problema 2: “A encomenda da Cristina” (Anexo I)*

No que concerne ao problema 2, Cristina e Rosa também, “reclamaram” do tamanho do texto, mesmo antes de o lerem, “minha nossa senhora! Professora, para ler isso tudo vai ser complicado. Isso tudo é só um problema?”, proferiu Rosa logo que lhe foi entregue o enunciado do problema.

Efectuaram uma leitura silenciosa, de forma atenta e pausada. Rosa fez-se acompanhar do seu lápis, fazendo-o deslizar à medida que lia palavra por palavra. Enquanto Cristina fazia uma leitura “seguida”, Rosa fixou-se nas condições sobre a forma como tinha que distribuir os diferentes recheios pelas diversas tostas. Leu-as lentamente uma a uma, como que para as assimilar, mas demonstrou dificuldades em fazê-lo e em considerar toda essa informação simultaneamente:

Tenho de colocar queijo na 1.<sup>a</sup> tosta, não, na 2.<sup>a</sup>, na 4.<sup>a</sup> e na 6.<sup>a</sup> tosta e a seguir em qual? Ah! Tenho de saltar para a seguinte. Bem, já viste, Cristina, vamos saltar na aula de Matemática... Ora, deixa ver. Salto para a seguinte. Não, espera. Se tenho que saltar uma, então fica uma sem nada e passo para a... 7, não, é a 8 (...). Eh pá, que confusão, professora. Agora, se estou na 8, avanço uma, vou para a 10, olha, calha sempre nos pares ... Isto vai demorar, só pára no... 40. Será que é assim? Não sei, até parece fácil. Agora vêm as azeitonas. Então coloco uma azeitona na 3.<sup>a</sup> tosta

e outra na 6.<sup>a</sup>. Depois, cá vou eu saltar, então, se salto, duas ficam na 6.<sup>a</sup>, 7.<sup>a</sup>, ficam na 8.<sup>a</sup>? Não sei! Oh professora, aqui na azeitona, se salta 2 tostas, ficam na 8?

A formadora, percebendo a sua dificuldade, pediu que pensasse com calma e que concretizasse a sua dúvida numa situação real, ao que Cristina, sem esperar pela resposta de Rosa, disse prontamente:

Estou a imaginar uma tosta aqui à minha frente, sim, com uma azeitona em cima. Faz de conta que é a 6.<sup>a</sup>. Agora tenho de avançar duas, então a 7.<sup>a</sup> e a 8.<sup>a</sup> ficam sem nada, então é na 9.<sup>a</sup>. Ah! Já percebi.

Cristina, empolgada, continuou a ler as condições e a expressar os seus pensamentos em voz alta e Rosa escutava-a. Seguiu-a sem pronunciar qualquer comentário ou dúvida. Refira-se que, enquanto lia as condições do problema, não foi registando nem tirando notas escritas, de forma a organizar e sequenciar a informação referente às condições. Fez uma pausa, parecendo estar um pouco confusa sobre o que deveria fazer a seguir, facto que confirmou quando entrevistadas no final da resolução “gostei de resolver este problema, porque me fez sentir muitas sensações. No início, assustei-me quando vi um texto tão grande..., depois comecei a ler e achei acessível, mas depois,... senti-me perdida, não sabia como pegar em tanta informação” (E3-CR).

Sem partilhar qualquer informação com Rosa, voltou ao texto e continuou a ler, detendo-se agora nas questões do problema:

Quantas tostas ficaram sem recheio? Não sei se sei fazer isso, mas percebo a pergunta. Quantas tostas com os 3 recheios, também percebo. Mas a seguir, pergunta qual é a posição que ocupam na fila, mas, que posição? Que fila? Não percebo (...), mas já cá volto.

Parecendo não saber muito bem por onde começar ou o que fazer, disse “bem, vou tentar fazer um desenho com as tostas e ver se o caminho é por aqui”, situação que reafirma mais tarde na entrevista depois da resolução, dizendo: “foi quando me lembrei e tive vontade de fazer um desenho. Fui buscar os dados ao texto e, lendo e desenhando, fui construindo o que pensava estar correcto, pois era assim que eu estava a entender o problema” (E3- CR). Decidida, começou por fazer uma coluna de 8 rectângulos, “vou desenhar as tostas quadradas”, de seguida, desenhou mais uma coluna de 8 e assim sucessivamente até representar as 40 mini tostas, “ora  $8+8+8+8+8$  é igual a 40 tostas. Pronto, já tenho as tostas. Agora vou-lhe dar um número, pois lembro-me de ter lido na 2.<sup>a</sup>, na 4.<sup>a</sup>, tostas”.

Voltando, novamente, ao texto e deslizando o seu lápis sobre este, foi retirando a informação que precisava, fazendo a distribuição dos recheios pelas diferentes tostas, usando uma notação adequada, ou seja, as letras iniciais de cada recheio, para os identificar (Figura 9).

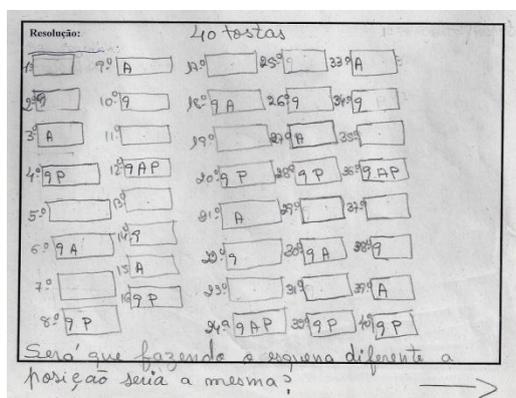


Figura 9 - Resolução do problema 2 -CR

Verificou-se que não teve o cuidado de rever os passos que foi efectuando, para se certificar que o que fez era em conformidade com os dados do problema, situação que assumiu como não sendo necessária, “pois tinha lido frase a frase e tinha colocado recheio a recheio em cada uma das tostas, era difícil ter-me enganado com o cuidado que eu tive, mas,... confesso que não fiz a verificação tosta a tosta e recheio a recheio. Não, não fiz” (E3-CR).

Cristina continuou a resolver o problema como se Rosa não estivesse ao seu lado, parecendo completamente absorvida com a resolução deste. Releu a primeira questão, e, depois de contar as tostas sem recheio, deu uma resposta em conformidade com o contexto. Seguindo o mesmo procedimento, deu a resposta à segunda questão e, fixando-se no seu esquema, interrogava-se “que coisa, mas o que é a posição? Não consigo perceber (...)”. A formadora, sentindo a sua dificuldade, perguntou-lhe “oh Cristina, olhando para o seu esquema, diga-me, por exemplo, qual é a posição da primeira tosta que tem queijo?”. Um pouco confusa e retraída, Cristina respondeu, “oh professora, lá tá você com a posição, a primeira tosta que tem queijo é a número... 2. Ah! É isso que é a posição? Realmente, que fácil, eu bem digo, o nosso problema não é da Matemática, é do Português (...)”. Cristina responde à terceira questão em conformidade com o problema e com um ar satisfeito, diz: “acabei, uipi...”.

Depois de ter apresentado as respostas às questões, segundo o contexto do problema, deu por finalizada a sua resolução, sem demonstrar qualquer preocupação ou necessidade em fazer uma avaliação da sua estratégia e uma validação da razoabilidade da solução encontrada, justificando esta atitude dizendo “como já tinha dito, não achei necessário verificar se aquilo que eu

tinha feito estava certo, segundo os dados, porque acho que fiz tudo com muito cuidado e com muita atenção, por isso, tinha de estar certo” (E3-CR).

Rosa, chamando a atenção de Cristina, questionou: “fizeste o desenho assim desta maneira. Será que, se o fizermos de maneira diferente, o queijo ou, sei lá, a azeitona, vão ficar na mesma tosta?”. Observando que Cristina ficou calada, a formadora sugeriu-lhe que experimentasse, que esclarecesse a sua dúvida fazendo um novo desenho. Elaborando um novo esquema (Figura 10), muito idêntico ao de Cristina, Rosa pôde, de facto, esclarecer e responder à sua dúvida, afirmando “é, o queijo, a azeitona e o pimento, ficam nas mesmas tostas, é igual, nunca pensei”.

Aproveitando, para colocar Cristina e Rosa a reflectirem, a formadora questionou-as sobre a razão para tal facto. Demoraram algum tempo a analisar os desenhos e, após algum tempo, perceberam a razão: “tem a ver com o facto de nós termos numerado as tostas e, quando colocamos, por exemplo, o queijo, colocámo-lo tanto num desenho como no outro, na tosta com os números pares”, afirma Rosa, satisfeita por ter percebido.

Concluindo, Cristina e Rosa leram o enunciado do problema, achando-o demasiado extenso. Clarificada toda a informação, compreenderam as partes principais do problema: os dados, as condições e as questões do problema. Seleccionaram todos os dados e condições necessárias para o resolver, esquematizaram a relação entre os dados e as condições através da representação pictórica e uma notação apropriada, designando os três recheios pelas letras iniciais dos seus nomes e identificando as tostas por um número. Seleccionaram e implementaram, desde o início, uma estratégia adequada, a representação pictórica. Foram persistentes na sua resolução, embora não tivessem validado passo a passo o trabalho que foram efectuando e nem se preocuparam em efectuar a retrospecção do seu trabalho em termos estratégicos. Apresentaram uma resposta a todas as questões do problema, segundo o contexto deste. Não lhes ocorreu procurar ou efectuar uma outra forma de resolver o problema, embora tenham, mais propriamente Rosa, reflectido se a solução encontrada estaria dependente do esquema utilizado. Para esclarecer esta questão, realizou um novo esquema, embora idêntico ao que tinham efectuado na busca pela solução, constatando que, de facto, a solução encontrada não dependia do esquema elaborado, percebendo a razão para tal facto.

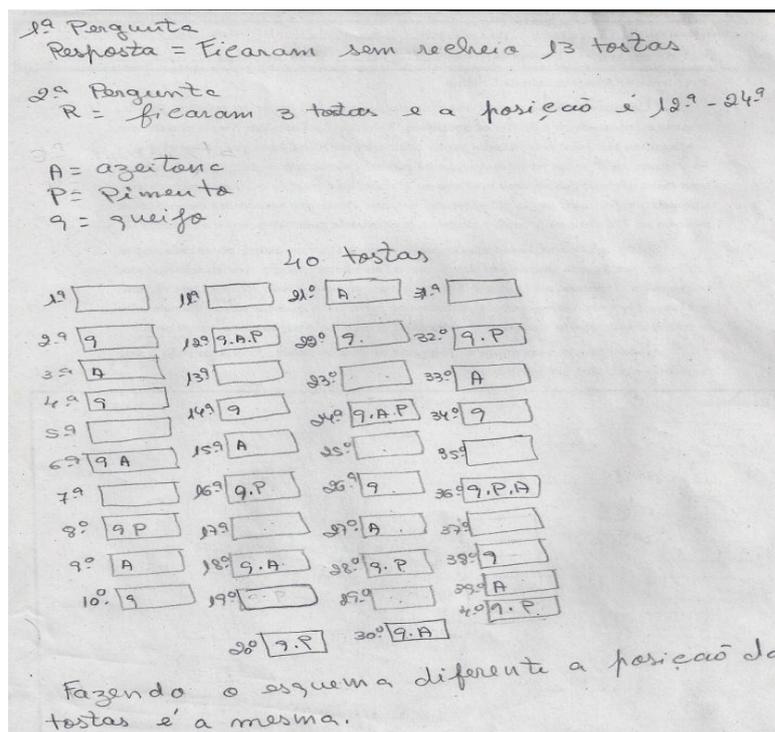


Figura 10 - Resolução do problema 2 -CR

*Problema 3: "O emprego do filho da Sheila" (Anexo I)*

Relativamente a este problema, Cristina, com um ar satisfeito, disse "ah, este [texto] é mais pequenino". Seguidamente, cada uma das formandas leu para si o enunciado. Apesar de o texto ser curto, Cristina e Rosa detiveram-se bastante tempo na leitura do mesmo. Não manifestando qualquer comentário, notava-se pelas suas expressões um pouco carregadas que estavam com dificuldades em compreendê-lo, facto que confirmaram mais tarde na entrevista a seguir à resolução "no início, não estávamos a perceber. A primeira ideia que tivemos do problema é que tínhamos de calcular os 5% sobre os 500 € e os 10% sobre os 300 €" (E3-CR).

Cristina e Rosa leram o enunciado, e, enquanto o exploravam, foram trocando ideias e impressões uma com a outra, e, durante esse ler e voltar a ler, é "que se fez um *click* na nossa cabeça, lemos que cada máquina custava 600 € e, ao lermos as propostas A e B, percebemos que a percentagem dos 5% e dos 10 % era sobre os 600 €" (E3-CR).

Cristina: Na proposta B, ele tem uma comissão de 10% em cada máquina que vende e 5% na proposta A.

Rosa: Mas repara que na [proposta] A, ganha mais que na B. Na A, ganha 500 e na B só ganha 300, mas a comissão é o dobro. Será que isso compensa? Eu acho que o Ernesto não escolheu bem.

Cristina: Não sei, para a professora fazer esta pergunta (...) uh, não sei...

Rosa: Olha, o meu marido de certeza que resolvia isto com uma perna às costas. Ele é vendedor e, às vezes, vejo-o a fazer estes cálculos. Até vai ser bom, eu ver como isto se faz. Quando demos as percentagens [nas sessões de formação], ensinei-lhe a fazer estas, sem a máquina de calcular. Havias de ver como ficou admirado (...).

Voltam ao enunciado e depois de lerem novamente a informação referente às duas propostas A e B, registaram na sua folha de resolução essas condições. De seguida, detiveram-se na questão do problema, “não percebo esta pergunta, se ele optou pela proposta B é porque ele acha que é melhor, parece-me que não, mas (...)”, diz Rosa, demonstrando dificuldades em compreender a pergunta.

Cristina: Olha para mim, temos de saber quantas máquinas é que o Ernesto tem de vender, para que ganhe mais que com a proposta A.

Rosa: Sim e quanto ganha com a proposta A?

Cristina: Então, está aqui. Diz que ganha 500 € por mês. Então é assim, se calcularmos 10% de 600 dá 60 e 5% de 600 dá... deve dar metade, dá 30.

Cristina, à medida que ia pensando, foi partilhando o seu raciocínio em voz alta com Rosa. Seleccionando os dados necessários para resolver o problema e pegando numa folha de rascunho, fez os cálculos para saber quanto o Ernesto ia ganhar com a venda de 1, 2, 3 e 4 máquinas, “já tá, já encontrei, o Ernesto tem de vender 4 máquinas. Uipi!”, diz a Cristina. Observou-se, todavia, que não fez uma análise dos seus cálculos nem verificou se os resultados obtidos estavam de acordo com os dados e as condições do problema.

Rosa: Estás aí toda feliz, explica porque eu não percebi nada. Por que é que é 4? Percebi as contas, só não percebi porque são 4.

Cristina: Então, se pegarmos na proposta B, se vender 1 máquina vai ganhar 360 €, 2 ganha 420 €, 3 ganha 480 € e 4 ganha 540 €. Se na proposta A ganha 500 €, significa que tem de vender 4 máquinas. Percebeste?

Não reflectindo nem contestando, Rosa concordou plenamente com o raciocínio de Cristina. Apresentaram uma resposta segundo o contexto do problema (Figura 11) e terminaram a sua resolução sem demonstrarem qualquer preocupação em reexaminarem a solução obtida com os dados, as condições e a questão do problema, ou seja, em verificarem se realmente a solução obtida estava em conformidade com os dados e a questão do problema. Mais uma vez, pareceu-lhes ser suficiente encontrar uma solução que correspondesse à verificação da sua compreensão da questão do problema.

Resolução:

$$B = 1 \text{ máquina} = 600 \text{ €} : 10\% = 60\%$$

$$A = 1 \text{ máquina} = 600 \text{ €} : 5\% = 30\%$$

$$4 \text{ máquinas a } 10\% = 240 \text{ €}$$

$$\text{ordenado} = 300 \text{ €}$$

$$\begin{array}{r} 240 \text{ €} \\ + 300 \text{ €} \\ \hline 540 \text{ € ordenado} \end{array}$$

R = 0 Ernesto terá que vender 4 máquinas

Figura 11 - Resolução do problema 3 -CR

Decorrido algum tempo - pois entretanto a formadora foi ajudar um outro grupo do curso - no intuito de fazer com que as formandas reflectissem sobre a sua resolução, a formadora encetou um diálogo através de interpelações.

Formadora: O que é pedido neste problema?

Cristina: Que se calcule quantas máquinas é que o Ernesto tem de vender para que a proposta B seja melhor que a outra, a A.

Formadora: E o que nos é dado saber, ou seja, quais são os dados, as condições?

Cristina: Temos, que 1 máquina custa 600 € e, depois, temos duas propostas, a A, em que vai ganhar 500 € por mês, mais uma comissão de 5% da venda de cada máquina, e a outra, a B, vai ganhar 300 € por mês mais 10% de cada máquina que venda. Agora, temos de fazer as contas e ver o número de máquinas e comparar com a proposta A.

Formadora: Com a proposta A ou com o salário da proposta A?

Rosa: Não é a mesma coisa? Deixe-me ver. Vou ler. O salário não é o que ganha?

Cristina: ... já percebi, professora. Não, não é a mesma coisa, Rosa, e, se leres com calma, vais perceber como eu agora percebi (...). Diz que ganha por mês.

Este facto Cristina e Rosa explicaram-no aquando da entrevista realizada a seguir à resolução do problema:

Como queríamos saber quantas máquinas tinha de vender para que a proposta B fosse melhor, pegamos nesta proposta e calculamos o número de máquinas. Verificámos que, para 4 máquinas, dava um valor maior do que na proposta A. Consideramos que tinha de vender 4 máquinas e, para nós, o problema estava bem. Não lemos novamente e pensávamos que a solução estava correcta. Depois, quando a professora nos fez pensar, é que vimos que estávamos a compreender mal o problema,... Não sei se o compreendemos mal. Acho que não pensámos e fizemos confusão. Não pensámos que realmente teríamos de ver o valor das 4 máquinas segundo as duas proposta B e A. Não sei como fizemos isto. Mas, com as perguntas que nos fez, chegámos lá (E3-CR).

Após as interpelações e demonstrando que entenderam o erro e qual a razão para esse erro, partiram para a descoberta de uma nova solução. Foi curioso que Cristina e Rosa, pareciam

que compreenderam o problema no seu todo, mas, quando encontraram uma solução, não pararam um pouco para pensar e verificar se realmente essa solução estava de acordo com os dados, as condições e o objectivo do problema. Seria o querer, muito, encontrar uma solução e não dar importância à verificação e à reflexão sobre a solução obtida? Seria falta de hábito ou de capacidade em perceber a importância de parar e reflectir sobre o que fizeram? Não teriam compreendido o problema?

Cristina e Rosa, na procura pela nova solução, registaram de novo os dados e as condições de cada uma das propostas e, dividindo o problema original em sub-problemas, calcularam, de novo, a comissão de venda para cada máquina segundo cada uma das propostas. Atribuíram um número arbitrário de máquinas para efectuar a sua estratégia. A partir daí, calcularam quanto é que o Ernesto iria ganhar segundo cada uma das propostas, com a venda de 6 e 7 máquinas, usando os algoritmos da multiplicação e da adição. Observou-se que iam tendo o cuidado de fazer uma revisão dos seus cálculos. Como o valor de venda das 7 máquinas da proposta B era superior ao da proposta A, demonstrando que tinham compreendido a questão do problema e a sua relação com as condições, apresentaram uma resposta em conformidade com o contexto do problema, dando por terminada a sua resolução (Figura 12). Todavia, e apesar de não registarem esse passo, foi observado a validação da razoabilidade da solução encontrada, através de uma verificação dos seus cálculos e uma nova leitura das condições do problema, facto que confirmaram mais tarde na entrevista efectuada logo após a resolução, onde afirmaram:

Sim, desta vez, no final da resolução, fomos verificar se a solução estava correcta, já tínhamos cometido um erro e não queríamos cometer outro. Lemos novamente o enunciado todo e fomos vendo se aquilo que fizemos estava bem, e achamos que sim (E3-CR).

Cristina e Rosa terminaram a sua resolução, não apresentando uma nova estratégia para encontrar a solução pretendida.

Sintetizando, Cristina e Rosa leram o enunciado deste problema e detiveram-se bastante tempo nessa leitura para tentar entender as afirmações relativas aos dados e às condições de cada uma das propostas A e B. Segundo afirmaram, só depois de lerem e relerem várias vezes a informação expressa no texto e interagirem uma com a outra, clarificaram totalmente os dados e as condições das propostas apresentadas. Registaram na sua folha de resolução os dados referentes às propostas A e B e tiveram necessidade de voltar a ler o texto para perceberem o objectivo do problema, principalmente Rosa. Seleccionando os dados necessários para resolver o problema e demonstrando que, efectivamente, não compreenderam a questão do mesmo ou não

reconheceram a relação desta com as condições, implementaram uma estratégia que as levou a uma solução errada. Calcularam quanto se ganharia com a venda de 1, 2, 3 e 4 máquinas, segundo a proposta B. Comparando o valor do salário, os 500 €, da proposta A, com o valor de venda de 4 máquinas, concluíram que a proposta B era mais vantajosa que a A, pois obtiveram um valor superior. Acontece, que Cristina e Rosa não perceberam que cometeram dois erros: um, porque só entraram em consideração com o valor mensal da proposta A e esqueceram-se de considerar o valor da comissão; outro, porque não calcularam qual seria o valor de venda das 4 máquinas, segundo a proposta A.

Para que Cristina e Rosa reflectissem na sua estratégia, a formadora encetou uma série de interpelações, através da qual conseguiram perceber que tinham implementado e encontrado uma solução errada. A partir daí, Cristina e Rosa demonstraram que, para além da compreensão dos dados, das condições e da questão, reconheceram a relação existente entre a questão do problema, os dados e as condições. Decidiram dividir o problema original em sub-problemas, considerando cada uma das propostas A e B. Assim, fazendo uso dos seus conhecimentos sobre percentagens e escolhendo as operações necessárias, implementaram e executaram uma estratégia correcta, validaram os seus cálculos passo a passo, e encontraram a solução desejada. Finalmente, verificaram, mentalmente, a razoabilidade da sua solução com os dados e a questão do problema, contudo não fizeram qualquer referência a uma estratégia de resolução alternativa.

Resolução:

A = 500€  
5%

B = 300€  
10%

Cada máquina 600€  
600€ : 10% = 60€

Cada máquina  
600€ : 5% = 30€

$\begin{array}{r} 30€ \\ \times 6 \text{ máquinas} \\ \hline 180 \\ + 500€ \text{ ordenado} \\ \hline 680€ \end{array}$	$\begin{array}{r} 30€ \\ \times 7 \text{ máquinas} \\ \hline 210 \\ + 300€ \text{ ordenado} \\ \hline 510€ \end{array}$	$\begin{array}{r} 60€ \\ \times 7 \text{ máquina} \\ \hline 420 \\ + 300€ \text{ ordenado} \\ \hline 720€ \end{array}$
---	---	--

$$\begin{array}{r} 60€ \\ \times 6 \text{ máquinas} \\ \hline 360€ \\ + 300€ \text{ ordenado} \\ \hline 660€ \end{array}$$

R: O Ernesto tem que vender 7 máquinas

Figura 12 - Resolução do problema 3 CR

*Problema 4 “A ida ao teatro de Sheila e seus amigos” (Anexo I)*

Em relação ao problema 4, Rosa, logo de seguida à entrega do enunciado, fixou-se na tabela apresentada e comentou “uih, está aqui uma palavra que não conheço”. Cristina comentou

“como é que queres perceber, sem leres o que está para trás, és sempre a apressada de sempre, tem calma”. Depois de um momento de brincadeira e descontração, Cristina e Rosa iniciaram a sua resolução, fazendo uma leitura em silêncio. Uma acompanhou a sua leitura com o deslizar do seu lápis ao longo do texto, enquanto a outra seguia, concentradamente, as palavras e as frases do texto com o movimento dos seus olhos.

Rosa ia soltando alguns comentários para Cristina num tom de voz muito baixinho, parecendo demonstrar alguma dificuldade em compreender o que estava a ler, “continuo sem saber o que quer dizer a palavra *inclusive*” e desenhou um rectângulo à volta dessa palavra. Cristina continuou a ler e a reler o enunciado que tinha em mãos e fez um sinal com a sua mão, parecendo querer dizer à Rosa para esperar um pouco e que não a desconcentrasse na leitura que estava a efectuar.

Cristina: Oh, Rosa, tem lá calma, nem me deixas ler como deve ser (...).

Rosa: Olha, eu já li tudo.

Cristina: E percebeste tudo? É que eu tenho algumas dúvidas. Se me deixares ler outra vez com calma, pode ser que se chegue lá (...). Lê tu também, pois tenho a certeza que leste tudo muito rápido. Por acaso já tiraste os dados,...? (Olhando para a folha de papel de Rosa) Pois bem me parecia, não sabes o que diz o ditado? Depressa e bem há pouco quem...

As duas voltaram a ler o texto e, sem o terminar, Rosa, insistindo com Cristina disse “desculpa lá, mas não percebo esta palavra”, parecendo estar bloqueada em compreender o resto, devido ao facto de não perceber o significado da palavra *inclusive*, “olha eu também não, mas também, hoje, não sei o que tens, mas não estás a ajudar nada”, afirmou Cristina.

Rosa: Oh professora, pode explicar por favor o que significa esta palavra?

Formadora: Lendo a tabela, diz que até aos 16 anos o bilhete custa 10 € e com mais de 16 custa 15 €. E então já pensaram quanto custa o bilhete para as pessoas com 16 anos de idade?

Cristina: Ah! É isso? Sim faz todo o sentido, quer dizer que são as pessoas com 16 anos e menos. Pois é.

Registaram na sua folha de resolução os dados do problema, considerando que foram ao teatro 20 pessoas (e não 21 como está implícito no texto) e que gastaram no total 235 €. Distracção ou não conseguiram perceber a informação implícita no texto? Voltaram ao texto para retirar a informação referente à questão do problema e tomaram nota na sua folha de resolução. Fazendo uma pausa na sua escrita, as duas detiveram-se nos dados da tabela e no que tinham de determinar, “se queremos saber quantas pessoas foram ao teatro com mais de 16 anos, temos de considerar a informação dos 15 €”, diz Rosa, pensando em voz alta, “e então para que é que

queremos saber a dos 10 €? Será que temos dados a mais, como aquele problema que resolvemos uma vez? Será?”. Recolhendo os dados da tabela, vão estabelecendo e partilhando as suas ideias uma com a outra:

Cristina: Bem me parece que, com a tua pressa, ainda não percebeste o problema. Então não viste que foram pessoas com mais e com menos de 16 anos ao teatro? A tabela diz-nos que há diferença de preços para uns e para outros. Então, de certeza, que precisamos dos dois preços,...

Rosa: Pois é, tens razão.

Cristina: Temos que gastaram 235 €, então, se temos 20 pessoas e se todos pagassem o mesmo, era fácil, dava... faz aí a conta, Rosa.

Rosa: Dava 11,75 € a cada um. É, mas o problema é que não pagaram todos o mesmo. A professora não ia colocar um problema tal fácil (...). Será que é aquilo do  $x$ , como é que se chama,... a regra de três simples?

Cristina: Não Rosa, eu lembro-me da professora falar que essa regra só se usa para coisas proporcionais, lembras-te que ela até deu muitos exemplos sobre isso? Não pode ser, pois nós aqui não temos sempre o mesmo preço.

Rosa: Olha, não sei, então (...), parece complicado. E se fizermos como a professora faz? Vamos como ela concretizar na vida real. Espera lá. Eu e tu somos as mais novinhas, temos menos de 16 anos, então vamos pagar 20 € e ali a Josefina, a Alberta e a Miquelina gastam 15+15 dá 30+15 dá 45 €.

Cristina: No total dá 45+20 dá 65. E agora? Espera, espera (...). Somos no total 5 pessoas e gastamos 65 €. Destas, fomos 2 com menos de 16 anos e 3 com mais. Espera, espera... É isso, se fizeres 2x10 dá 20 e 3x15 dá 45. É, podemos fazer a partir de um número de pessoas que inventamos e depois só temos de fazer várias contas até encontrar aqueles números que me dão as pessoas que quero e os gastos. É isso. Se olhares para aqui [folha de resolução], temos 20 pessoas. Então vamos imaginar que foram ao teatro metade, ou seja, 10 com menos de 16 e outras 10 com mais de 16 anos.

Depois de reflectirem sobre os dados e as condições do problema, e concretizando-o num outro idêntico, mas mais simples, seleccionaram os dados necessários e definiram a sua estratégia de resolução, referindo, aquando da entrevista a seguir à resolução, que:

Lemos várias vezes o enunciado e penso que percebemos as partes mais importantes do problema, mas bloqueamos por causa da palavra *inclusive*. Depois, para descobrirmos o caminho que devíamos seguir, ajudou-nos muito pensarmos num problema semelhante. Ajudou-nos o facto de o concretizarmos, de pensarmos num exemplo real, com pessoas reais (...). Parece que começámos a ter alguns,... como é que eu hei-de dizer, meios, métodos ou, sei lá, formas de pensar para quando nos vemos atrapalhadas pensarmos e não recorrermos, logo, à professora. É! Começamos a pensar e até a ganhar alguma confiança para pensarmos e fazermos, mesmo que esteja mal (E3-CR).

Atribuindo arbitrariamente valores ao número de pessoas, de forma a perfazer as 20 pessoas, utilizaram a estratégia de tentativa e erro e, simultaneamente, os algoritmos da

multiplicação e da adição, bem como o cálculo mental em busca da solução pretendida. Constatou-se que encontraram a sua solução ao fim de 3 tentativas e que iam verificando cada um dos seus passos realizados, relativamente aos cálculos efectuados e às condições dadas, “depois de descobrirmos o caminho foi fácil, aumentando ou diminuindo o número de pessoas de maneira a dar 20, ao fim de 3 vezes, encontramos a solução que procurávamos” (E3-CR).

Cristina voltou aos seus registos e disse “deixa ver como é que a pergunta está feita, para respondermos correctamente” e apresentaram uma resposta ao problema, segundo o contexto deste. Observou-se que conferiram cada um dos cálculos efectuados e registaram por escrito esse passo, (Figura 13), confirmando se estes estavam de acordo com as condições dadas. Interagindo uma com a outra e lendo de novo o enunciado, fizeram a retrospecção do seu trabalho em termos de estratégia escolhida, no entanto, não se preocuparam em apresentar ou sugerir uma estratégia alternativa para a resolução do problema.

Resolução:

Dados:  
 Sheila  
 20 Pessoas  
 foram ao teatro  
 235€ gastos

Pedidos:  
 Quantos adultos  
 foram ao teatro com  
 mais de 16 anos

10 -> Pessoas  
 $\begin{array}{r} 10 \\ \times 15 \\ \hline 150 \end{array}$  15€  
 $\frac{10}{150}$  €

10 - Pessoas  
 $\begin{array}{r} 10 \\ \times 10 \\ \hline 100 \end{array}$  €  
 $\frac{10}{100}$  €

150€  
 $\begin{array}{r} 150 \\ + 100 \\ \hline 250 \end{array}$  €

15€  
 $\begin{array}{r} 15 \\ \times 8 \\ \hline 120 \end{array}$  €

12 - Pessoas  
 $\begin{array}{r} 12 \\ \times 10 \\ \hline 120 \end{array}$  €

15€  
 $\begin{array}{r} 15 \\ \times 7 \\ \hline 105 \end{array}$  €

13P  
 $\begin{array}{r} 13 \\ \times 10 \\ \hline 130 \end{array}$  €

130€  
 $\begin{array}{r} 130 \\ + 105 \\ \hline 235 \end{array}$  €

R= Foram 7 Pessoas com mais de 16 anos ao teatro.  
 Verificação: euros:  $130 + 105 = 235$  €  
 Pessoas:  $13 + 7 = 20$  P

Figura 13 - Resolução do problema 4 –CR

Em síntese, Cristina e Rosa leram todo o enunciado e identificaram as partes principais do problema, nomeadamente os dados (embora tenham considerado 20 pessoas, quando efectivamente eram 21), as condições, o pedido do problema e a relação entre o pedido e as condições. Imaginaram e concretizaram um problema idêntico e mais simples e, utilizando o seu método de resolução, implementaram a sua estratégia de resolução, a tentativa e erro. Recolhendo os dados apresentados pela tabela, seleccionaram os dados necessários para resolver o problema. Atribuindo valores arbitrários, usando a tentativa e erro e efectuando os seus cálculos com o auxílio do cálculo mental e dos algoritmos da multiplicação e da adição, encontraram a solução desejada ao fim de 3 tentativas. Apresentaram uma resposta à questão do problema, segundo o contexto do

mesmo, e finalizam a sua resolução, fazendo a retrospecção do seu trabalho relativamente aos cálculos efectuados, registando esse passo e, relativamente à estratégia definida e implementada, interagindo uma com a outra e com uma nova leitura.

*Problema 5: “O Clube de Ténis da cidade da Sheila” (Anexo I)*

Em relação a este problema, Cristina e Rosa começaram por ler o enunciado que lhes fora entregue, cada uma para si e em voz baixa, quase em silêncio. Ao mesmo tempo que iam deslizando o lápis ou o seu dedo por cada palavra e frase, Rosa comentava baixinho “não percebo nada disto dos campeonatos, se estivesse aqui o meu marido, ele sim, ele percebe, está sempre a ler os jornais de desporto”. Terminada a leitura, fizeram uma pausa e Cristina disse, “nem sei por onde lhe pegar, não percebi o que significa um campeonato... (volta ao texto) realizar-se numa mão”.

Rosa: Também, não percebi. Não diz nada sobre quais as equipas que vão jogar,... como é que vamos saber quantos jogos são?

Cristina: É. Agora que falaste em equipas, é que reparei numa coisa. Olha, já reparaste que este problema não tem números? Sempre pensei que um problema em Matemática tivesse números.

Rosa: Oh, Cristina, realmente, mas tu lembras-te de cada uma! Mas tens razão, um problema em Matemática sem números (...) que esquisito. Agora é que eu estou a perceber, por isso é que eu não percebi (...). Antes de perguntar à professora, vamos ler outra vez, vamos ver se percebemos. Olha, também ainda nem sequer escrevemos o trio [dados, condições, questão] do problema. Acho piada a este nome e é sempre bom, porque senão temos que ir sempre ao texto buscar isto e aquilo (...).

Na entrevista realizada a seguir à resolução do problema, Cristina e Rosa voltaram a referir que:

Inicialmente, sentimo-nos um pouco perdidas com este problema, não só porque não tinha números, mas também porque não conseguíamos entender o facto do campeonato se realizar numa só mão. Isso obrigou-nos a sermos persistentes e fazer tudo por tudo para entendermos, sem termos que recorrer à professora (E3-CR).

Para tentar clarificar esta dúvida, Cristina e Rosa releeram o texto e, ao mesmo tempo, tomaram nota dos dados, das condições e do pedido do problema e Cristina deteve-se, sem proferir qualquer comentário, na frase que dizia “cada um dos dez participantes atletas jogará com cada um dos outros uma única vez”.

Cristina: Oh, Rosa, ora pensa comigo. Se os jogadores não se podem repetir, isso quer dizer, por exemplo, que se o Rodrigo jogar com o Flávio, estes dois jogadores não voltarão a jogar de novo um com o outro, certo?

Rosa: É. Parece-me que sim. É, mas não te esqueças que nós aqui temos 10 jogadores, isso deve dar muitos jogos, uns com os outros.

Cristina: Pois é. Como são 10, vamos-lhe dar um número em vez do nome. Agora este 1, pode jogar com o 1, com o 2, com o 3... até ao 10, não é? Depois o 2 pode jogar com o 1, com o 2, com 3 e até 10.

Rosa: Oh Cristina, e se colocarmos os jogadores direitinhos de 1 a 10 e à frente colocarmos os outros... é que senão vamo-nos enganar, são muito jogadores.

Cristina e Rosa, para clarificarem o significado desta condição, mostraram que tiveram necessidade de concretizar a informação referente ao facto do campeonato se realizar numa só mão, numa situação do quotidiano, referindo “foi uma das estratégias que aprendemos à medida que fomos resolvendo problemas, quando temos dúvidas tentamos ver se é possível traduzir para uma situação da vida real” (E3).

Seleccionando os dados necessários para resolver o problema, decidiram elaborar um esquema, com uma notação adequada, atribuindo um número a cada jogador. Colocaram os números dos 10 jogadores numa lista vertical de forma organizada por ordem numérica. Disseram “agora este vai jogar com o 1, com o 2...” e colocavam os números dos jogadores até 10, e “dá 10 jogos”, diz a Cristina. Continuaram a sua estratégia e, a dada altura, Cristina fez uma pausa. Reflectindo, afirmou que, “não pode dar sempre 10 jogos, não pode ser, estamos a fazer mal” e, pegando na borracha, apagaram tudo.

Depois de termos entendido como é que os jogos do campeonato se iriam realizar, decidimos ver quantos jogos iríamos ter, colocando os jogadores a jogar uns com os outros. Acontece que, quando fizemos isso, e apesar de termos percebido que um jogador não poderia jogar com um jogador com quem já tivesse jogado, não tivemos isso em atenção. Porquê? Não sei, explicar. Só demos conta, porque nos deu sempre 10 jogos para cada jogador. Achamos que isso não poderia ser (E3-CR).

Este relato de Cristina e Rosa, depois da resolução do problema, sobre como procederam na resolução do mesmo, mostrou que, embora não tivessem tido em consideração as condições do problema, reflectiram sobre o resultado obtido, estavam concentradas no objectivo e foram capazes de definir um novo caminho, bem como procurar a solução. Depois dessa pausa, Cristina voltou a colocar os números dos 10 jogadores numa lista vertical e uma outra horizontal, construindo uma tabela de dupla entrada, como podemos verificar pela sua resolução, ilustrada pela Figura 14.

**Resolução:**  
 DADOS: 10 atletas ; numa mão  
 Pedidos: nº de jogos disputados no campeonato = ?  
 Resolução: Verificação

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Jogadores	Jogos
1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	1	2,3,4,5,6,7,8,9,10
2		X	X	X	X	X	X	X	X	X	2	3,4,5,6,7,8,9,10
3			X	X	X	X	X	X	X	X	3	4,5,6,7,8,9,10
4				X	X	X	X	X	X	X	4	5,6,7,8,9,10
5					X	X	X	X	X	X	5	6,7,8,9,10
6						X	X	X	X	X	6	7,8,9,10
7							X	X	X	X	7	8,9,10
8								X	X	X	8	9,10
9									X	X	9	10
10										X	10	

Total jogos: 45

No campeonato disputaram 45 jogos.

Figura 14 - Resolução do problema 5 -CR

Preenchendo a tabela de baixo para cima, começaram por ver que o jogador número 10 ia jogar com os jogadores 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, fazendo 9 jogos. Fizeram o mesmo para o jogador número 9. Verificaram que ia jogar com os jogadores 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, mas, parando e reflectindo, disseram “como o jogador 9 não pode jogar com ele próprio, temos de eliminar este jogo e assim temos 8 jogos”. Passaram agora para os jogos do jogador número 8 e, seguindo a mesma estratégia, averiguaram que este ia jogar com os jogadores 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 e, novamente demonstrando que perceberam as condições do problema, a questão deste e a relação entre elas, pararam e reflectiram, afirmando “temos que eliminar o jogo com ele mesmo e também o jogo com o 9, pois já jogaram uma vez”. Estabeleceram este raciocínio para todos os outros jogadores, verificando que o jogador número 1, como já jogara com todos os outros jogadores, não realizaria nenhum jogo.

Analisaram a sua tabela e verificaram se estava de acordo com as condições e voltaram às suas notas para ler a questão do problema, dizendo “ora o jogador 10 fez 9 jogos, o 9 fez 8, o 8 fez 7,... olha, somando tudo dá... 45 jogos”. Cristina, reflectindo um pouco no que estava a pronunciar, virou-se para Rosa e disse “já reparaste que, à medida que vamos distribuindo os jogadores, vai dando sempre um número de jogos inferior?”, mas não se preocuparam em explorar este facto. Continuaram, apresentando a resposta de acordo com o contexto do problema. Finalmente, fizeram uma pausa e, ao fim de algum tempo, com um ar satisfeito, decidiram implementar a primeira estratégia que tinham escolhido para validar a segunda estratégia escolhida:

Este problema deu-nos luta e fez-nos sentir um friozinho na barriga. Tínhamos sempre a sensação que estávamos a fazer mal, tivemos muitas dúvidas e incertezas.

Por isso, decidimos pegar outra vez na estratégia que tínhamos definido, inicialmente, e ver se dava o mesmo resultado. Notamos que aconteceu o mesmo. Este facto serviu-nos para termos um bocadinho mais a certeza que aquilo que fizemos estava bem, embora sempre renitentes. Para além do medo que temos vindo a vencer em não fazer as coisas, penso que começamos a ver a importância de verificar tudo aquilo que fizemos e reflectir sobre isso (E3-CR).

Verificaram assim a validade da sua estratégia e terminaram a sua resolução.

Em conclusão, Cristina e Rosa, após uma primeira leitura, procuraram interagir uma com a outra. Lendo e relendo o texto e concretizando as condições numa situação da vida real, clarificaram e compreenderam assim o sentido do problema. Resolveram-no completamente, porque identificaram, seleccionaram e compreenderam as partes fundamentais do mesmo, no que toca aos dados, às condições, à questão do problema e ainda à relação entre esta e as condições. Nesse sentido, Cristina e Rosa, seleccionando os dados para resolver o problema, traçaram uma primeira estratégia que depois abandonaram, considerando que estavam a implementá-la de forma errada. Reflectiram e optaram por uma outra estratégia, uma tabela de dupla entrada. Através da verificação passo a passo desta estratégia e da sua reflexão conseguiram descobrir a solução do problema. Apresentaram, segundo o contexto do problema, uma resposta e finalizaram a sua resolução com a retrospecção da estratégia implementada, apresentando uma nova forma de descobrir a solução do mesmo.

## **5.2. Explicitação das resoluções dos formandos**

Após a descrição e análise dos processos utilizados pela Cristina e pela Rosa na resolução dos problemas propostos, descreve-se e analisa-se a forma como explicitaram as suas resoluções ao longo da experiência formativa.

Assim, na resolução dos problemas 1 e 2, Cristina e Rosa começaram por apresentar na sua resolução escrita, um dos dados, o número de biscoitos confeccionados e o número de mini tostas, dos problemas 1 e 2, respectivamente, e em sequência a estratégia escolhida. Optaram pela representação pictórica de cada uma das situações, usaram uma notação adequada e, tornando a execução da estratégia perceptível, efectuaram e apresentaram todos os cálculos necessários, bem como os raciocínios para descobrir a solução desejada. Demonstraram uma preocupação em apresentar e comunicar as suas ideias e cada um dos passos efectuados na resolução dos problemas de forma cuidada, organizada e perceptível, justificando o facto, afirmando:

Nós gostámos de ter sempre tudo direitinho. Raramente pensamos em organizar o espaço que temos para apresentar a resolução e na sequência que queremos apresentar. Normalmente, vamos colocando no papel as ideias que nos vão surgindo, mas também temos sempre connosco uma folha de rascunho e só depois é que passamos para a folha de resolução (E3-CR).

Apresentaram a resposta à questão de cada um dos problemas de acordo com o seu contexto. Terminaram, no caso do problema 1, a comunicação do seu trabalho com o registo da validação da solução encontrada com os dados e as condições do problema, não registando a validação do seu trabalho em termos de estratégia e, como consequência, não apresentaram por escrito uma forma alternativa de resolver o problema. Pela observação da resolução, constatou-se que Cristina e Rosa encontraram a solução do problema, usando estratégias diferentes, pelo que uma dessas formas de resolver o problema poderia ser considerada como a validação do seu trabalho em termos estratégicos. Acontece que Cristina e Rosa decidiram apresentar apenas umas das estratégias, afirmando, durante a resolução que “não valia a pena, já apresentamos uma, para que é que era a outra?”. Quanto ao problema 2, não registaram a retrospecção do seu trabalho estratégico, uma vez que não foi efectuado, tal como já foi referido na descrição e análise dos processos usados.

Cristina e Rosa, na resolução do problema 3, começaram a sua resolução e o seu registo pela identificação de alguns dos dados do problema, nomeadamente o custo de 1 máquina e uma parte das condições de cada uma das propostas A e B. A partir daí, apresentaram o raciocínio e alguns dos cálculos efectuados para implementarem a estratégia que escolheram, recorrendo ao cálculo mental com alguma frequência. Sempre que recorreram ao cálculo mental, observou-se que tinham o cuidado de identificar o valor, por exemplo, na sua resolução, apresentaram o valor 60 € e identificaram-no como o valor correspondente à comissão de venda, segundo a proposta B. Terminaram a apresentação da resolução deste problema com o registo da resposta do mesmo, segundo o seu contexto, não fazendo qualquer referência à validação da razoabilidade da solução encontrada e dos cálculos efectuados, dado que não a efectuaram, tal como já foi referido aquando da descrição e análise dos processos.

Observou-se, durante a descrição e a análise dos processos de resolução que Cristina e Rosa após uma reflexão, em conjunto com a formadora, perceberam que tinham implementado uma estratégia que as conduziu a uma solução errada. Assim, iniciaram um novo caminho em busca pela solução. Observando a apresentação desta resolução, Cristina e Rosa voltaram a efectuar o registo de todos os dados e condições do problema. A partir daí iniciaram a

implementação da nova estratégia, efectuando e registando passo a passo os cálculos realizados e a sequência do seu raciocínio, notando-se que, nesta resolução, não recorreram ao cálculo mental. Demonstraram uma preocupação em identificar tudo o que fizeram em cada um dos passos, atribuindo as unidades e as designações correctas. Por exemplo: ao realizarem o algoritmo da multiplicação de 30 por 6, tiveram o cuidado de atribuir o símbolo do € ao número 30 (30 €) e a designação de máquinas ao 6. Para terminar a sua resolução, apresentaram a resposta à questão do problema, tendo em consideração o seu contexto. Contudo, não apresentaram o registo da retrospectiva do trabalho efectuado, em termos de cálculos e de decisões, embora a tenham realizado.

Na resolução dos problemas 4 e 5, percebeu-se que Cristina e Rosa continuaram a demonstrar um cuidado e uma preocupação em transmitir as suas ideias e raciocínios de uma forma organizada, sequencial e bastante perceptível, acrescentando, na apresentação da resolução destes, o registo das suas partes principais e da validação do seu trabalho, tornando-a mais completa. Em ambos os casos, começaram a sua resolução e conseqüente apresentação escrita por indicar os dados, as condições e a questão dos respectivos problemas. Contudo, no problema 4, não fizeram referência aos dados da tabela apresentada. Registraram a estratégia que escolheram e que implementaram e apresentaram cada um dos passos efectuados, continuando a ter o cuidado de os identificar correctamente. Passamos a explicar. No problema 4, no algoritmo da multiplicação, identificaram um dos números com o símbolo do € e o outro com a designação de pessoas e, no problema 5, usando uma tabela de dupla entrada como estratégia de resolução, identificaram os números que correspondiam aos jogadores e os correspondentes aos jogos. Notou-se que, na resolução do problema 4, não recorreram ao cálculo mental.

No problema 4, após a apresentação da estratégia, registraram a resposta do problema em conformidade com o contexto do mesmo e terminaram a sua resolução e apresentação da validação da solução encontrada em termos aritméticos, não procedendo ao registo da verificação da estratégia, embora esta tenha sido realizada, como foi referido durante a descrição e análise dos processos utilizados. No problema 5, procederam de um modo idêntico, apresentaram a resposta à questão do problema, contudo, apresentaram a validação da sua estratégia através de uma forma alternativa de resolver o problema. Refira-se que, em ambos os problemas, Cristina e Rosa tiveram o cuidado de fazer e identificar com a palavra *verificação* esse passo.

Relativamente à explicitação das suas resoluções ao longo da resolução dos problemas propostos, embora a apresentação do problema 1 estivesse bastante completa, notou-se uma

pequena diferença de comportamento, entre a apresentação da resolução dos primeiros e dos últimos problemas. Cristina e Rosa evoluíram na sua forma de apresentar e expressar as suas ideias e procedimentos, sobretudo no que se refere ao registo das partes principais do problema e de todos os seus passos:

Sim. À medida que fomos resolvendo os problemas, fomos habituando a sublinhar ou a registar as palavras ou frases importantes, porque percebemos que isso nos facilitava o nosso trabalho, não precisávamos de recorrer constantemente ao texto e ajudava-nos a focalizar no que era preciso, tanto na informação que era necessária, como no que tínhamos de fazer. Também começámos a fazer uma coisa que a maior parte das vezes não fazíamos – verificar passo a passo o que fazemos - porque nunca ninguém nos ensinou a fazer isso ou porque achávamos que estava certo e não era necessário (E3-CR).

Seguindo desde o início uma estrutura idêntica, na forma de apresentar as suas ideias, percebe-se que Cristina e Rosa melhoraram a sua apresentação ao longo da resolução de problemas, principalmente no cuidado em identificar correctamente cada um dos passos realizados, tornando-os mais perceptíveis e acrescentando o registo das partes principais do problema, da retrospectiva do seu trabalho, bem como de uma estratégia de resolução alternativa.

### **5.3. Dificuldades sentidas durante a resolução de problemas**

Após a descrição e análise dos processos utilizados pela Cristina e pela Rosa, na resolução dos problemas propostos, bem como a forma como explicitaram as suas resoluções, descrevem-se e analisam-se as dificuldades sentidas ao longo da experiência formativa.

Cristina e Rosa revelaram dificuldades em compreenderem o significado de algumas palavras e alguma informação contidas nos enunciados dos problemas, bem como em trabalhar, assimilar e compreender a informação de várias condições simultaneamente, principalmente quando o enunciado era um pouco extenso.

Na resolução do problema 1, Cristina e Rosa demonstraram dificuldades em compreenderem as informações relativas ao número de biscoitos e à colocação destes em caixas. Ultrapassaram-na, após uma nova leitura, mais pausada, e concretizando a informação em questão numa situação real, através da interacção com a formadora, o que permitiu que esclarecessem esta questão e dessem início à resolução. Isto está patente no seu discurso:

O problema não era fácil. Inicialmente não tinha percebido que eram entre 30 a 50 biscoitos, mas, depois de falar com a professora, de ler novamente e de perceber o

exemplo que a professora me deu, eu percebi. Sabe como é, professora, é a tal coisa do português, uma letra só e é o suficiente para não perceber o que lá está (E3-CR).

No problema 2, Cristina e Rosa demonstraram algumas dificuldades em assimilar, lidar e em saber o que fazer com toda a informação, assumindo na entrevista depois de resolver o problema que:

Como disse numa outra questão, eu gostei muito de resolver este problema, até o percebi muito bem, mas não sabia o que fazer com tantos dados. Só depois de me ter decidido a fazer um esquema segundo esses dados é que comecei a ver que estaria no caminho certo, mas antes tive muitas dificuldades em organizar aquela informação toda (E3-CR).

O facto de não tirarem notas escritas durante a leitura do enunciado talvez tenha contribuído para essa dificuldade. Também demonstraram dificuldades em perceber como se fazia a distribuição dos recheios pelas tostas, sobretudo a informação relativa ao “salto” que se tinha de efectuar para colocar o recheio na tosta seguinte. Clarificaram esta dúvida, concretizando a afirmação da situação, através da interacção com a formadora. Ainda sentiram dificuldades em compreender uma das questões do problema, nomeadamente a que se referia à posição que as tostas ocupavam na fila. Esta dificuldade estava relacionada com o significado do vocábulo *posição* no contexto da situação. Esclareceram esta situação, recorrendo à formadora, a qual, através da interpelação e recorrendo à concretização da situação no quotidiano, proporcionou a sua compreensão.

Na resolução do problema 4, Cristina e Rosa manifestaram dificuldades em compreenderem o significado da palavra *inclusive*. Esta dificuldade parece que lhes bloqueou, principalmente a Rosa, a compreensão do problema como um todo. Procuraram clarificar esta situação recorrendo à formadora, que tentou que elas percebessem qual o significado da palavra, através de uma questão:

Bem, neste problema, depois de lermos várias vezes o seu texto, tivemos dificuldades em entender o que queria dizer a palavra *inclusive*, não conhecíamos essa palavra. Depois, sentimos também algumas dificuldades em descobrir o caminho para encontrarmos a solução. Desta vez, sabíamos o que queríamos, mas tivemos que pensar e encontrar uma maneira para sabermos o que fazer. É sinal que estamos a aprender alguma coisa. Bem, depois foi muito fácil (E3-CR).

Mais tarde, durante a implementação da sua estratégia, percebeu-se que também não tinham compreendido a informação implícita no texto relativa ao número de pessoas que haviam

ido ao teatro, pois consideraram 20 pessoas, quando efectivamente foram 21, embora tal facto não fosse impeditivo de resolver o problema.

No que concerne ao problema 5, também manifestaram algumas dificuldades na compreensão de um dos dados do mesmo. Cristina e Rosa, após uma primeira leitura, evidenciaram algumas dificuldades em compreenderem a informação sobre a realização do campeonato numa só mão e um certo “constrangimento” pelo facto de o problema não apresentar qualquer número. Contudo, interagindo, lendo e relendo o texto e concretizando as condições numa situação da vida real, ultrapassaram essa dificuldade, clarificando o significado da informação explícita na frase relativa ao campeonato se efectuar numa só mão, compreendendo os dados e as condições do problema. Na entrevista realizada após a resolução do problema, afirmaram:

Realmente, este problema foi diferente de todos os outros. Fez-nos confusão o facto de não ter números, não estávamos habituadas. Também sentimos algumas dificuldades em perceber o que significava o campeonato realizar-se numa só mão. Mas fomos persistentes e, fazendo aquilo que temos vindo a aprender, conseguimos perceber o significado desse dado. Lemos várias vezes o texto e depois colocámos o que nos era dado numa situação concreta e conseguimos perceber (E3-CR).

Ainda ao nível da compreensão, no problema 3, podemos referir que Cristina e Rosa se detiveram bastante tempo na leitura do mesmo, apesar de o texto ser curto. Inicialmente, notava-se, pelas suas expressões, que estavam com dificuldades em entender os dados de cada uma das propostas e o problema no seu todo. Foram partilhando as suas ideias e demonstraram estar mais familiarizadas com os dados e as condições explícitas no texto. Contudo, Rosa foi manifestando dificuldades em perceber o pedido do problema, “não percebo esta pergunta, se ele optou pela proposta B é porque ele acha que é melhor, parece-me que não, mas (...)”. Esta dificuldade levou-as a definirem e a implementarem uma estratégia que se revelou pouco adequada, conduzindo-as a uma solução errada. Cristina e Rosa, ao considerarem esta solução como a do problema, revelaram duas dificuldades: uma, pelo facto de não perceberem que tinham encontrado uma falsa solução, pois não satisfazia o pedido do problema, não tendo demonstrado qualquer preocupação em proceder à validação do seu trabalho, das suas decisões passo a passo; a outra relaciona-se com o facto de não terem percebido que tinham estabelecido uma comparação entre valores, em condições diferentes.

Não mostraram capacidade de verificar ou de avaliar esta decisão, de perceber que essa comparação não era viável. Limitaram-se a encontrar uma solução que, segundo elas, satisfazia as condições e respondia à questão do problema. Para além da razão apontada para a primeira

dificuldade, a não validação do trabalho, podemos ainda referir a relutância, dificuldade ou falta de hábito que demonstraram, por vezes, em parar para reflectir sobre o que estavam a fazer e sobre a razoabilidade da solução encontrada. Sobre a situação ocorrida, Cristina e Rosa são da opinião que:

Sentimos dificuldades, inicialmente, em entender o texto. Demorámos muito tempo a ler e a entender tudo. Mas penso que compreendemos bem o problema. Encontrámos uma solução errada e, se a professora não nos fizesse pensar, nós ficaríamos por ali, não procurávamos encontrar outra solução, porque para nós ela estava bem. Tínhamos encontrado um número de máquinas que, para nós, tornaria a proposta B mais vantajosa. Só depois percebemos que fizemos um raciocínio errado e tínhamos uma solução errada (E3-CR).

Podemos igualmente apontar a dificuldade que Cristina e Rosa demonstraram em fazerem uma análise dos seus passos de resolução à medida que iam desenvolvendo e efectuando a resolução do problema. Observou-se que, em muitas situações, não reflectiam sobre alguns dos passos seguidos, por exemplo, nos problemas 1, 2 e 3, é visível que não efectuaram essa verificação à medida que iam resolvendo os problemas. No caso do problema 3, aconteceu durante a escolha e a implementação da primeira estratégia. Repensada esta, foram verificando os cálculos que foram tendo necessidade de efectuar.

Demonstraram ainda dificuldades em seguir uma mesma forma de actuação relativamente à verificação da solução. Assim, demonstrando a pouca importância que atribuíram a este processo, observou-se que, no problema 1, embora Cristina e Rosa o tenham resolvido, usando estratégias diferentes, podendo uma delas ser considerada como uma resolução alternativa, simplesmente decidiram apresentar e registar apenas uma. Já na resolução do problema 2, Cristina e Rosa não se preocuparam em efectuar a retrospectiva do seu trabalho, afirmando que não era necessário proceder à sua efectivação uma vez que tinha tido muito cuidado na realização dos seus passos, pelo que era difícil terem-se enganado. Nos problemas 1, 3 e 4, decidiram fazer a análise de todo o seu trabalho, tanto estratégico como aritmético. Contudo, nos problemas 1 e 4 só registaram a validação efectuada em termos de cálculos e, no problema 3, não registaram nenhum desses procedimentos. Finalmente, no problema 5, efectuaram e registaram a validação de todo o seu trabalho e apresentaram uma estratégia alternativa para resolver o problema.

Sintetizando, Cristina e Rosa, ao longo da experiência formativa, revelaram dificuldades de compreensão ao nível do significado de vocábulos, informação do enunciado e num os problemas o seu objectivo. Além disso, manifestaram dificuldades em fazer uma análise de algumas das suas decisões, passo a passo, e de seguirem uma forma regular de procederem quanto à avaliação da razoabilidade da solução encontrada.

## **CAPÍTULO 6**

### **JOÃO e SARA**

João e Sara são formandos de um Curso EFA B3 de Instalador/a e Recuperador/a de Computadores, de dupla certificação. Este curso tem 7 formandos, com idades compreendidas entre os 21 e os 53 anos, que frequentam a formação de base. A grande maioria possui o 6.º ano de escolaridade do Ensino regular e dois deles a equivalência do 6.º ano por RVCC.

#### *João*

João é natural de Manhente, freguesia do concelho de Barcelos, e actualmente vive em Pedome, Vila Nova de Famalicão. Tem 50 anos de idade, é casado, não tem filhos e está desempregado. Concluiu o 6.º ano de escolaridade em 1973 e abandonou a escola nessa altura por razões económicas. Era o quarto irmão de dez, pelo que, com uma certa tristeza, refere que não teve oportunidade de prosseguir os estudos, embora afirmasse com um brilho nos olhos “eu sempre gostei muito da escola, gostaria imenso de ter continuado, mas...” (E1).

Trabalhou durante vários anos numa empresa têxtil, na secção de manutenção industrial, sendo responsável pelo pessoal de um turno da secção de fição. Não fez qualquer formação nesta área, afirmando que “tínhamos que ser autodidactas, sempre que mudávamos de funções” (E1). Gosta dos momentos de descanso, dizendo “gosto muito de descansar (...), o meu *hobby* é ver televisão e descansar, não sou muito dado a grandes esforços” (E1).

João regressou à escola no ano de 2008, por ter ficado desempregado. Tinha tempo livre e isso motivou-o, afirmando “foi uma questão pessoal, gostaria de ter uma ideia geral das novas tecnologias, pois, hoje em dia, fala-se muito dessa problemática, pelo que gostava de estar minimamente actualizado em termos informáticos” (E1). O gosto pela escola reflectia-se no gosto pela Matemática, afirmando “gostava muito dessa disciplina, apesar de, na minha altura, era um bocadinho monótona, fazíamos muitas contas, agora gosto mais, faz-me pensar” (E2). É da opinião que o tempo que tem passado na escola tem sido muito proveitoso, quer em termos de relações pessoais, que em termos de conhecimentos adquiridos, mencionando que “melhorei

consideravelmente, sinto uma grande evolução pessoal e recomendo vivamente a toda e qualquer pessoa, independentemente da idade” (E1).

Para João, um problema é “uma situação que se nos depara e para a qual tentamos arranjar ou descobrir uma solução, ou seja, é algo para o qual não temos uma resposta imediata” (E2). Gosta de resolver problemas, pois dá-lhe algum gozo ter de pensar e sobretudo encontrar a solução desse problema, “para mim é sempre um motivo de satisfação que envolve três factores: noção, compreensão e resultado”, passando a explicar:

Para se resolver um problema, temos de ter a noção ou uma ideia sobre o problema, depois temos de compreender não só o enunciado do problema como os mecanismos ou a forma de o resolver, tendo por finalidade alcançar um resultado coerente com o texto e com o objectivo do problema (E2).

Reconhece que tem alguma facilidade em resolver problemas, porque “a experiência de vida, aliada ao bom senso, permite, na maioria das vezes, uma reflexão atempada antes de partir para a sua resolução”, mas vai dizendo que depende, “pois alguns [problemas] são difíceis e nem sei por onde lhe pegar, não em termos de fazer contas, mas em perceber a informação presente” (E2). Acredita que um problema tem uma e uma só solução, admitindo a existência de diferentes caminhos para a descobrir. Considera que a interpretação e a compreensão do texto do problema são a base de tudo, pois permitem ter uma visão geral do problema e usando os conhecimentos matemáticos traçar um caminho para encontrar a solução. Acrescenta que resolver problemas é sempre importante porque “o problema só o deixa de ser quando é resolvido (...) e ajuda a desenvolver a mente e o poder cognitivo, fundamental para a convivência em sociedade” (E2). Acredita ainda que tudo na vida se aprende quando temos vontade e disponibilidade para o fazer:

Só fazendo várias vezes uma coisa é que a aprendemos, pelo que creio firmemente que os problemas são a mesma coisa, temos de resolver muitos, para aprendermos a pensar, a tomar decisões e a não ter medo de experimentar, de verificar e de resolver (E2).

### *Sara*

Sara, é natural de Guimarães e vive na freguesia de Airão Santa Maria, pertencente ao concelho de Guimarães. Tem 21 anos, é solteira, não tem filhos e está desempregada. Diz que nunca trabalhou. Concluiu o 7.º ano de escolaridade, tendo frequentado o 8.º ano, que, em 2003, por “malandrice”, abandonou, dizendo “eu até gostava de ir para a escola, não gostava era de ir lá para dentro” (E1). Nesta altura tinha 15 anos e pretendia trabalhar, logo que lhe fosse possível em

termos etários, o que por vários motivos não conseguiu concretizar. Antes de ingressar no Curso EFA, já tinha frequentado uma formação sobre cozinha que também abandonou, afirmando “que era muito cansativa, só faltavam 4 meses para terminar, mas estava cansada e decidi desistir” (E1).

O seu retorno à escola aconteceu em 2008, porque, como diz, “quero mesmo concluir a escola, ir até ao 12.º ano, terminando o 9.º ano, vou inscrever-me no 12.º” (E1). É da mesma opinião que o João, a escola tem-se revelado bastante proveitosa a todos os níveis, pessoais, interpessoais e formativos, embora tenha dito que a resolução de problemas “é um problema” e que não tem grande facilidade em resolver problemas. Antes pelo contrário. Sente sempre muitas dificuldades sempre que tem de resolver um problema, porque, segundo diz, “leio, leio e continuo sem saber por onde lhe pegar, mas eu também nunca fui grande coisa a Matemática, por isso...” (E2). Acrescenta, no entanto, que se sente segura a resolver problemas em grupo:

Quando resolvo problemas em grupo, noto que me sinto mais solta e que as ideias e os raciocínios até vão surgindo. Sinto grandes dificuldades é na compreensão de todo o problema, mas com a partilha e a ajuda dos colegas consigo perceber e até sinto algum gosto e prazer em resolver problemas (E2).

Para Sara, um problema é “algo que nos faz pensar, para através de contas encontrarmos um resultado” (E2) e que, para o resolver, temos de “saber Matemática, saber e querer pensar, para decidirmos como o vamos resolver” (E2). Acredita que certos problemas têm várias formas de o resolver, mas o seu resultado final é sempre o mesmo, afirmando que, conseqüentemente, um problema só tem uma solução. É da opinião que, embora nem sempre goste de resolver problemas, porque exige um grande esforço, tem plena consciência que resolver problemas, na escola, no café ou com os amigos, é fundamental para exercitarmos o nosso cérebro e para ganharmos o hábito de pensarmos, de reflectirmos e de não desistirmos ao aparecimento da primeira dificuldade.

## **6.1. Processos utilizados na resolução de problemas**

*Problema 1: “A empresa da Sheila” (Anexo I)*

Em relação ao referente, João e Sara procederam a uma leitura individual e em voz baixa, não deixando transparecer qualquer reacção. No final da sua leitura, um deles, questionou:

João: Oh professora, o número de biscoitos tem de ser um número par ou ímpar?

Formadora: Volte a ler de novo esse parágrafo, por favor.

João: É aqui onde diz... “resolveu então fazer-lhe entre 30 a 50 dos seus Biscoitos Estaladiços” (...)?

Formadora: O que é que isso quer dizer?

João: [Quer dizer] que são entre 30 e 50 biscoitos,... espere lá,... são 30, 31,... biscoitos? É isso que me parece (...).

Esclarecida a dúvida, os dois, João e Sara, registaram, na sua folha de resolução, este dado e revelaram necessidade de reler todo o texto, pois pareciam estar com dúvidas, também na informação relativa às caixas de 5 e 3 biscoitos. De seguida, trocaram ideias um com o outro:

João: Se fez 30 a 50, podemos fazer 30, 31, 32,... 50, que são os biscoitos. Agora, se temos que os colocar em caixas de 5, temos de dividir. Este [30] dá 0, então a Sheila não fez 30 biscoitos, fez mais...”.

Sara: Espera, como sabes? Ainda não viste se podes colocar em caixas de 3?

João: Olha (...). Não percebeste, Sara? É assim. A mulher fez não sei quantos biscoitos, e, depois de os fazer, quer colocá-los em caixas ou 5 a 5 ou 3 a 3.

Sara: Eu sei, isso já eu sei. Isso percebi eu.

João: Sabes como, se ainda agora disseste que...? Espera, eu explico-te. Faz de conta que fazes 10 biscoitos e agora queres guardá-los em caixas de 5, como fazes?

Sara: Olha, é difícil! (ri). Ponho 5 e mais 5, em cada caixa.

João: E em caixas de 3?

Sara: Ora, 3 mais 3 mais 3, e sobra-me um. E então? Isso, eu já percebi!

João: Oh Sara, pá, está difícil. O número de biscoitos é só um e ela quer ver como fica, se os guardamos em caixas de 5 ou em caixas de 3. Percebes?

Sara: Ah! Agora, percebi. Mas isso é difícil. Como vamos fazer?

João: Sei lá, temos de ver e pensar. Espera (...).

Fizeram uma pausa e pensaram um pouco, no caminho que deveriam seguir. João, numa folha de rascunho e seleccionando os dados necessários para resolver o problema, escreveu organizadamente os números 30, 31, 32, 33 até 50 e, fazendo uso dos seus conhecimentos prévios, disse para Sara “como [o número que procuramos] tem de dar um resto, podemos descartar os números que são pares, pois estes não interessam”. João fez um círculo e uma cruz nos números pares, excluindo-os e questionou Sara se tinha alguma dúvida. Sara disse que não, abanando com a cabeça, e, prosseguindo o seu caminho, utilizaram o algoritmo da divisão em busca da solução desejada. Começaram por dividir os números 31, 35, 37, 39 e 41 por 5 e por 3, tentando encontrar um número que, dividido simultaneamente por 5 e por 3, desse resto 1 e resto 2, respectivamente. De notar que iam reflectindo sobre os cálculos que realizavam e os resultados que iam obtendo, voltando atrás sempre que acharam necessário:

Sim, à medida que vamos fazendo, costumamos ir vendo se está tudo correcto. Isso é importante, pois, se os cálculos estiverem mal, vai tudo mal. Pensamos que é importante. Mas também confesso que nem sempre o fazemos, depende do problema e da vontade. Às vezes dá muito trabalho (E3-JS).

João e Sara só aplicaram o algoritmo da divisão até ao número 41, considerando que este valor satisfazia as duas condições do problema, ou seja, “tentamos encontrar, com cálculos, um número que, ao ser dividido por 5 e também por 3, desse resto 1, se dividido por 5 e resto 2, quando dividido por 3. Esse era o número de biscoitos que Sheila tinha feito” (E3-JS).

Uma vez descoberto o valor desejado, fizeram mais uma pausa e decidiram passar à resolução que efectuaram na folha de rascunho para a sua folha. Começaram por apresentar uma resposta que não respondia concretamente à questão do problema, no sentido em que se pretendia saber quantos biscoitos haviam sido confeccionados e João e Sara responderam “5 em cada caixa dá o total de 8 caixas e sobra 1 biscoito” e “3 em cada caixa dá o total de 13 caixas e sobram 2 biscoitos” (Figura 15).

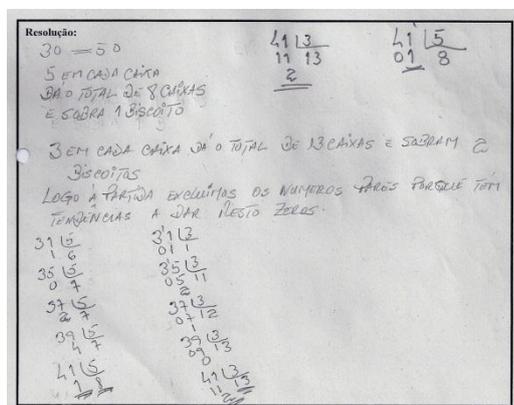


Figura 15 - Resolução do problema 1 - JS

Justificaram porque eliminaram os números pares, escrevendo “logo à partida excluímos os números pares porque tem tendência a dar resto zero” (Figura 15) e apresentaram a estratégia utilizada, ou seja, os seus cálculos através do algoritmo da divisão por 5 e por 3.

Encontrada a solução do problema, constatou-se que João e Sara não colocaram a hipótese de averiguar a existência de outro(s) valor(s) que verificasse, simultaneamente, as duas condições e a questão do problema. Foi-lhes suficiente descobrir uma solução do problema, porque para eles “um problema só tem uma solução, depois de encontrada vamos procurar outra, como?” (E3-JS). Não registaram, mas foi observado que João e Sara, mentalmente e através de uma nova leitura sobre o enunciado, efectuaram a retrospecção do seu trabalho em termos da estratégia escolhida. Na entrevista realizada depois da resolução do problema, João e Sara afirmaram “como fomos verificando os nossos cálculos, à medida que fomos resolvendo o problema, acabámos por fazer uma revisão muito geral, lemos novamente o texto e, ao mesmo tempo, fomos vendo se tudo batia certo” (E3-JS). Contudo, não apresentaram, nem referiram, um modo alternativo de descobrir a

solução pretendida. Quanto à validação da sua solução, efectuaram-na, dividindo o número 41 por 5 e por 3 e verificaram que a primeira divisão dava resto 1 e a segunda resto 2, tal como se pretendia.

Em conclusão, podemos afirmar que João e Sara, após várias leituras, sentiram necessidade de interagir com a formadora e entre eles para clarificarem a afirmação referente ao número de biscoitos confeccionados. De seguida, identificaram as partes principais do problema e reconheceram as relações entre elas, demonstrando que tinham compreendido e interiorizado o problema. Para descobrir a solução pretendida, traçaram e implementaram uma estratégia, elaborando ordenadamente uma lista do número de biscoitos confeccionados e utilizando os seus conhecimentos prévios. Excluíram aqueles que representavam os números pares. Usando o algoritmo da divisão por 5 e por 3, procuraram um valor que verificasse simultaneamente as duas condições e a questão do problema. Executaram a sua estratégia, e, descoberto esse valor, não se preocuparam em descobrir um outro(s) que também pudesse validar as condições e satisfazer o pedido do problema, demonstrando ser-lhes suficiente encontrar um valor que correspondesse ao pedido do problema. João e Sara fizeram a retrospectiva do seu trabalho ao nível de cálculos aritméticos e da estratégia escolhida e implementada, mas não apresentaram uma estratégia alternativa e não responderam directamente à questão do problema.

### *Problema 2: “A encomenda da Cristina” (Anexo I)*

Relativamente a este problema, João, mesmo antes de ler o enunciado, depois de o ver, com um ar um pouco surpreendido, disse “cruzes que texto grande, este vai ser dos difíceis”. De seguida João e Sara dedicaram-se à leitura do mesmo, cada um para si, em voz baixa e de forma atenta. João sentia necessidade de efectuar a sua leitura num tom um pouco mais alto e de deslizar o seu lápis por cada uma das frases que ia lendo, afirmando “ajuda-me a concentrar no que estou a ler”. Depois dessa leitura, fez uma pausa e encostou-se para trás na sua cadeira com um ar um pouco “preocupado”, de quem não tinha percebido muito bem o que lera, enquanto Sara continuou a sua leitura.

Retomando a sua tarefa e olhando de novo para o texto, João comentou “sinceramente, professora, isto é informação a mais para a minha camioneta, pode, por favor, dar uma ajudinha?”.

Formadora: O que é que não entenderam? Têm dificuldade em perceber o significado de alguma palavra?

João: Não, não é isso. É que tem tantas informações, que nos perdemos (...)

Formadora: Sim, então pensem no que têm de fazer,...

Sara: A senhora fez 40 tostas pequeninas e numas vai colocar queijo, noutras azeitona e outras... já não sei...

João: É pimento. Mas e agora, aqui diz que salta de uma tosta para a outra (...).

Formadora: Ok, vamos então ler novamente, mais uma vez, pode ser? E não se esqueçam de sublinhar ou registar as palavras ou frases que considerarem importantes.

Procederam a uma nova leitura, desta vez em conjunto, pausadamente, respeitando todas as regras de pontuação e entoando, com maior ou menor ênfase, uma ou outra afirmação, gerando-se uma interação entre os formandos, e entre estes e a formadora, “ah, agora já percebi isso dos saltos, ponho [recheio] numa, noutra não e a seguir volto a pôr”, disse Sara. Depois desta fase, João, sem partilhar com Sara, colocou, de forma organizada, os números de 1 a 40, “são as 40 mini tostas” e esta, sem qualquer comentário, aceitou a sugestão e a iniciativa de João e seguiu-o. Na entrevista após a resolução, João disse:

Para ver se me organizava com tanta informação, decidi começar por fazer um esquema da situação, e, como dizia que eram 40 tostas pequeninas, achei por bem representá-las por um número, e pensei, se não for assim, também logo se vê (...)” (E3-JS).

Voltou ao texto para seleccionar e retirar a informação relativa à distribuição dos três recheios para as diferentes tostas, e usando uma notação apropriada (as iniciais dos nomes dos três recheios), representou essa distribuição através da elaboração de um esquema (Figura 16). Aqui, pediu ajuda a Sara: “olha Sara, tu lês em voz alta como são os saltos e eu coloco os recheios e aponto aqui, pode ser?”, situação que apontou como complicada, mais tarde, quando entrevistados depois da resolução:

Foi (...) não podemos dizer que foi difícil, mas,... não sei como dizer, foi complicado, pois tivemos que ler várias vezes e éramos dois, se fosse sozinho não sei como é que ia fazer. (...) Olha, se calhar até conseguia, não sei (...)” (E3-JS).

Reflectindo sobre o trabalho que estavam a realizar, foram confirmando a construção do seu esquema com a informação apresentada no texto, recorrendo constantemente a este e comparando com o que colocaram no seu esquema. Afirmaram mais tarde na entrevista a seguir à resolução do problema:

Oh, professora, neste problema, não tínhamos outra hipótese senão estar sempre a verificar os passos e o caminho que íamos traçando, pois, ao mínimo descuido, ia tudo errado. Este problema exigiu-nos muita concentração, ficámos totalmente absorvidos enquanto o resolvíamos. Mas é disto que eu gosto, dá-me mesmo gozo, verdade, professora (E3-JS).

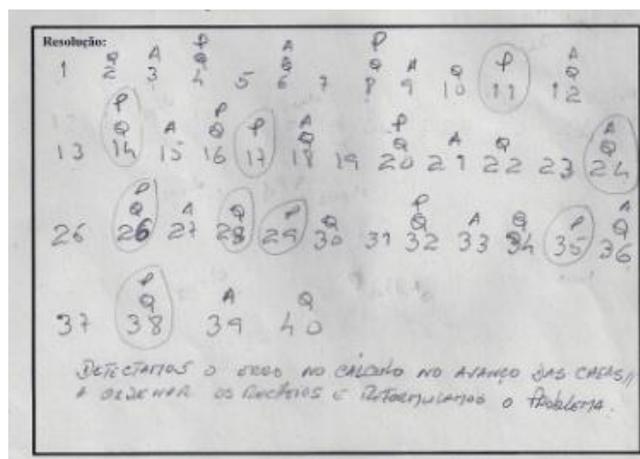


Figura 16 - Resolução do problema 2 - JS

Entretanto, observou-se que, nesta fase, constataram que tinham cometido um erro, “detectámos um erro no cálculo no avanço das casas [tostas] a ordenar os recheios e reformulamos o problema” (Figura 16), demonstrando que estavam focalizados e concentrados no seu objectivo, além de capacidade de reflexão e de reformular a resolução. Detectado o erro, colocaram em questão a estratégia escolhida, “espera lá, enganamo-nos a pôr o recheio ou fizemos mal o desenho?”, perguntou a si mesma Sara. Ambos percorreram de novo o seu esquema e, analisando-o, concluíram que fora um erro de distribuição do recheio, ocorrido provavelmente por distração, e reformularam o esquema. Utilizaram um esquema idêntico, melhorando a sua compreensão ao acrescentarem uma legenda (Figura 17). Na entrevista, depois da resolução, explicaram a razão da introdução da legenda, dizendo:

(...) depois de vermos que tínhamos cometido um erro, penso que foi por ser muita informação, por nós termos dificuldade em lidar com tanta informação, tal como decidimos representar as tostas por números, pensamos que se dessemos um nome aos recheios, isso fazia com que lêssemos mais rápido (E3-JS).

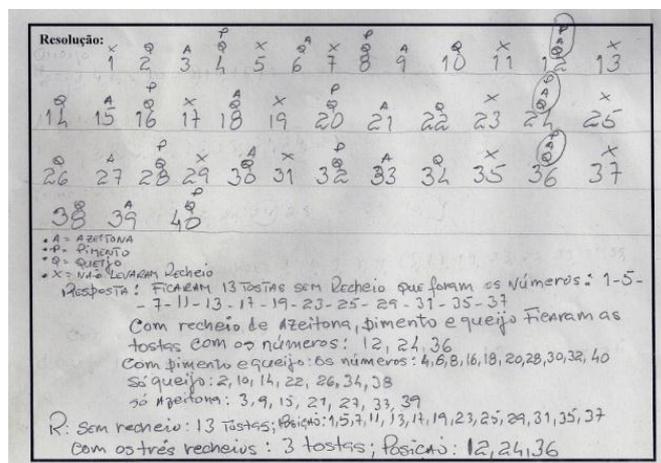


Figura 17 - Resolução do problema 2 - JS

João e Sara alteraram e implementaram correctamente a estratégia escolhida, demonstrando concentração no objectivo e capacidade de verificar e de rectificar os passos efectuados. Não tendo apresentado qualquer dúvida durante a resolução e, fazendo uma revisão da sua estratégia, encontraram *per si* a solução correcta, respondendo segundo o contexto do problema a todas as questões deste: indicando o número de tostas sem recheio e respectiva posição e também o número de tostas que continham os três recheios (queijo, azeitona e pimento) e a sua posição na fila das 40 mini tostas. Não voltando atrás, deram por terminada a sua resolução e não se preocuparam em fazer uma avaliação crítica do seu trabalho, nem em procurar uma resolução alternativa, validando assim a solução encontrada, facto que justificaram, dizendo na entrevista depois da resolução:

Não, não fizemos a verificação no fim do nosso trabalho, pois nós já dissemos que este problema exigiu que estivéssemos com muita atenção e fomos sempre verificando passo a passo o que íamos fazendo, por isso achamos que não era necessário voltar a fazer o mesmo, tínhamos a certeza que o tínhamos feito correctamente (E3-JS).

Em síntese, neste problema, João e Sara, depois de efectuarem uma primeira leitura, expressaram a sua opinião sobre a extensão do enunciado e a quantidade de informação que este continha. Clarificaram toda a informação com uma nova leitura e uma análise pormenorizada do texto, mostrando capacidade em compreender as partes principais do problema, as questões do mesmo e a relação entre esta os dados e as condições. Seleccionando os dados e as condições necessárias para resolver o problema, definiram e implementaram uma estratégia apropriada, elaboraram um esquema para representar toda a informação e relações existentes entre dados e condições, usando uma notação apropriada (designaram os diferentes recheios pelas iniciais do seu nome e colocaram a legenda). Construíram, passo a passo, o seu esquema, tendo em consideração os dados e as condições expressas no texto, o que lhes exigiu cooperação, coordenação e concentração, dado que tinham de realizar várias tarefas simultaneamente. Fazendo a verificação de cada um dos passos realizados, perceberam que cometeram, talvez por distração, um erro na distribuição dos recheios. Demonstrando capacidade de reflexão, de concentração no objectivo pretendido e de reformular o esquema, descobriram a solução desejada.

João e Sara apresentaram as respostas a todas as questões do problema em conformidade com o texto, no entanto, não fizeram uma avaliação crítica final do seu trabalho em termos de estratégia seleccionada e implementada.

*Problema 3: “O emprego do filho da Sheila” (Anexo I)*

Relativamente ao problema 3, João e Sara efectuaram uma leitura silenciosa. Depois desta, começaram por registar alguns dados do problema. Sara comentou “olha, a proposta A não é nada má, ganha mais que o salário mínimo e ainda a comissão de venda das máquinas, quer dizer que quanto mais vender mais ganha, tem é de vender” e registou na sua folha de resolução as condições referentes à proposta A. João concordou com Sara e seguiu os seus passos. Seguidamente, virou-se para Sara e estabeleceu o seu raciocínio em voz alta:

João: Vamos pegar primeiro na proposta A. Temos de ver quanto é a comissão do... (volta ao texto) do Ernesto. Então 5% de 600 dá,... faz aí, Sara, ajuda. Dá 30 €. Até ganha pouco, coitado. Se ele vender, por exemplo, 4 máquinas, vai ganhar  $30 \times 4$  que dá 120 €, mais... (e procura nos registos dos seus dados) 500 € dá 620 €.

Sara: Espera aí, não percebi. Porque é que calculaste quanto é que ele ganhava se vender 4 máquinas?

João: Então é o que queremos saber? Espera aí, não queremos saber quanto vai ganhar ao vender 4 máquinas. Queremos saber... espera aí, deixa-me ler (...), ah! Queremos saber quantas máquinas tem que vender para que a proposta B seja a melhor. Bem, também eu já não estou a perceber. Para que usamos então a proposta A?

Sara: Eh, isso queria eu saber (...).

Notou-se que João e Sara, nesta fase, estavam confusos. Perderam-se no seu raciocínio? Não efectuaram uma leitura com significado? Não compreenderam a questão do problema? Não reconheceram a relação entre a questão e as condições?

Fizeram uma pausa e, sem qualquer comentário, fixaram o olhar nas suas resoluções. Efectuaram uma nova leitura e registaram as condições referentes à proposta B, calculando a comissão de venda de uma máquina para essa proposta. Pareciam um pouco inseguros e confusos, não sabendo muito bem por onde ir, que caminho seguir “temos de usar a proposta B. Vamos calcular quanto vai ganhar com a venda de... fizemos para 4 para a proposta A,... de 6 máquinas. Dá 360 €, se somarmos os 300 € do salário dá 660 €”, afirmou João. Esta insegurança e dificuldade em saber o que fazer foram assumidas, quando na entrevista a seguir à resolução, João disse:

Inicialmente, tanto eu como a Sara não percebemos o problema. Mas tenho a ideia que também não nos apercebemos disso, pois percebemos, porque isso é da vida corrente de um vendedor, que existiam 2 propostas e que ele ia ganhar em função daquilo que vendesse. Então começamos por calcular a comissão de vendas para a proposta A (...). No início, foi assim que o entendemos. (E3-JS).

De notar que João e Sara, seleccionando os dados e as condições necessárias para resolver o problema, mobilizaram os seus conhecimentos prévios sobre o cálculo de percentagens para calcular a comissão de venda de uma máquina para as propostas A e B e decidiram dividir o problema original em sub-problemas. Tendo em consideração as características de cada proposta, como estratégia de resolução, escolheram atribuir um valor arbitrário para calcular, usando os algoritmos da adição e da multiplicação, o número de máquinas que era necessário vender. Assim, atribuíram o valor de 4 máquinas para a proposta A e 6 máquinas para a proposta B (Figura 18) e fizeram a revisão dos cálculos realizados.

Resolução:

Preço unitário de cada máquina 600€

Propostas - A e B

Proposta A

600€ é 5% do valor por cada máquina

$$5\% \text{ de } 600 = \frac{5}{100} \times 600 = 0,05 \times 600 = 30 \text{ euros}$$

se vender 4 máquinas  $30 \times 4 = 120$  euros

são  $500 + 120 = 620$  euros tot.

Proposta B

600€ é 10% do valor por cada máquina

$$10\% \text{ de } 600 = \frac{10}{100} \times 600 = 0,10 \times 600 = 60 \text{€}$$

se vender 6 máquinas  $60 \times 6 = 360$ €

são  $300 + 360 = 660$  euros tot.

R:

Tira de vender 6 máquinas para a proposta B se mais vantajosa que a A.

Figura 18 - Resolução do problema 3 - JS

(...) e o nosso erro foi esse, mas na altura não percebemos. Não sei, professora. Não lhe sei dizer se compreendemos mal o problema ou se estávamos tão embrenhados na procura de um número de máquinas que fosse superior na proposta B, que, quando o encontramos, não reflectimos em mais nada. Não sei. Sei que me lembro de compararmos os valores das duas propostas (4 máquinas para a A e 6 para a B) e verificámos que o Ernesto ganhava mais dinheiro na proposta B se vendesse 6 máquinas (E3- JS).

A partir do raciocínio e do relato do João e da Sara, percebe-se que consideraram como solução do problema as 6 máquinas. Entenderam que este valor tornaria a proposta B mais vantajosa que a A, dado que o valor obtido era superior à venda do valor de 4 máquinas, segundo a proposta A. Tal como fora confirmado pelo seu relato, João e Sara não se aperceberam que estavam a comparar duas situações em condições diferentes, parecia que lhes era suficiente ter encontrado uma solução que verificasse a questão do problema. Distracção? Continuariam sem

perceber a questão do problema? O problema como um todo? Como se notou, João e Sara não foram capazes de explicar a razão deste facto.

Consequentemente, João e Sara apresentaram uma resposta ao problema em conformidade com o contexto do mesmo sem terem efectuado um reexame à solução encontrada ao nível estratégico e aritmético, terminando a sua busca pela solução. Entretanto, observou-se que Sara percorreu com o seu lápis os últimos passos realizados e, num desabafo, disse “não me parece que isto esteja bem, mas... também não estou a conseguir lá chegar”.

É curioso que mais uma vez nenhum dos formandos (nem mesmo Sara que parecia pouco convencida com a resolução) mostrou qualquer iniciativa em voltar atrás, ler novamente o enunciado, efectuar uma retrospectiva de todos os passos realizados, quer em termos estratégicos quer em termos aritméticos. Parecia que lhes bastava encontrar uma solução para o mesmo, a qual verificasse, segundo a sua compreensão, a questão do problema.

Tendo por objectivo colocar os formandos a reflectir sobre a sua resolução e que Polya (2003) afirma que um “professor deve ajudar, nem de mais nem de menos, mas de tal forma que ao estudante caiba uma parcela razoável do trabalho” (p. 23), a formadora sugeriu que continuassem a resolução do problema. Aproveitando esta atitude da formadora, Sara, parecendo querer dizer que já tinha desconfiado que a resolução não estava correcta, iniciou uma série de questões:

Sara: Não percebemos, professora! Então não é isto que se pede?

Formadora: Analisem bem a vossa resolução... calcularam o valor da proposta A para 4 máquinas e o valor de 6 máquinas para a proposta B, acham isto possível?

Sara: Possível como?

Formadora: Olhando para a vossa resolução, porque calcularam o ganho da venda com 4 máquinas segundo a proposta A e de 6 para a proposta B? É possível comparar situações diferentes? Lembram-se daqueles problemas, sobre razões, para calcularmos qual o melhor preço?

Sara: (...) Ah! Ah! Já percebi, já percebi. Bem me parecia que faltava qualquer coisa. Temos de,... se vemos quanto ganha com 4 máquinas, tenho de ver na proposta A e na proposta B. Dá...  $4 \times 60$  dá 240, somando aos 300 €, dá 540 €. Realmente! Agora é fácil!

Foi então que perceberam o que se pretendia e, mudando de estratégia, descobriram o caminho e a solução do pedido do problema. Vemos que João e Sara calcularam de novo a comissão de venda de uma máquina para cada uma das propostas A (30 €) e B (60 €). Seleccionando os dados e as condições necessárias para resolver o problema e dividindo o problema original em sub-problemas, calcularam o número de máquinas segundo a proposta A,

calculando o mesmo número de máquinas para a proposta B. Determinaram quanto é que o Ernesto iria ganhar por mês com a venda de 1 máquina, segundo as condições de cada uma das propostas. Procederam assim sucessivamente para 2, 3,... máquinas, até encontrar um número cujo valor fosse superior para a proposta B. Terminaram este procedimento para 7 máquinas, pois, para este número de máquinas, a proposta B tornava-se mais vantajosa (Figura 19).

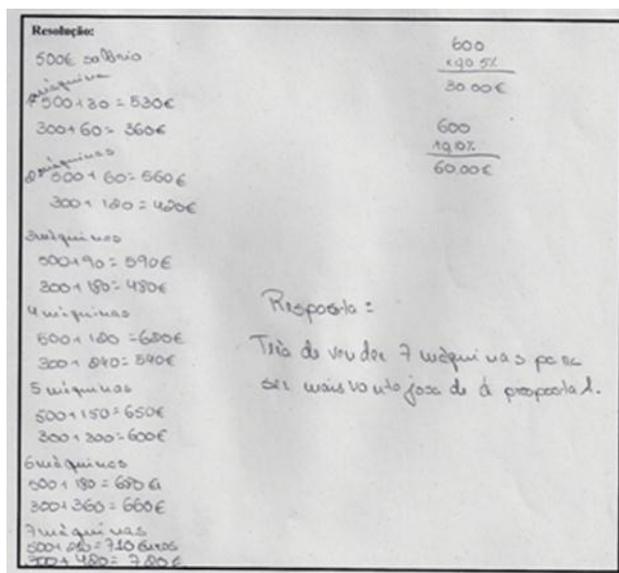


Figura 19 - Resolução do problema 3 -JS

João e Sara finalizaram a sua resolução, apresentando uma resposta ao pedido do problema, em conformidade com o contexto deste. Embora não registassem esse passo, validaram os cálculos efectuados e a sua estratégia com uma nova leitura do enunciado e verificaram cada passo efectuado, “sim como já tínhamos errado uma vez, tivemos necessidade de reler, principalmente as condições das propostas, e verificar se realmente aquele número de máquinas, era mesmo o que tornava a proposta B, melhor. Desta vez fizemos a verificação” (E3-JS). Não apresentaram, todavia, uma estratégia alternativa para a descoberta da solução.

Concluindo, pode afirmar-se que João e Sara leram o enunciado do problema e começaram por registar os dados e as condições de cada uma das propostas apresentadas. Na fase de exploração do enunciado, sentiram-se um pouco confusos, quanto ao caminho a seguir, o que os levou a fazer uma nova leitura, situação confirmada por eles, posteriormente, durante a entrevista realizada a seguir à resolução. Seleccionando os dados e as condições necessárias para resolver o problema e fazendo uso dos seus conhecimentos sobre o cálculo de percentagens, demonstraram ter compreendido os dados e as condições de cada uma das propostas. Decidiram dividir o problema original em sub-problemas, segundo cada uma das propostas e, partindo dos valores

arbitrários 4 e 6 máquinas para as propostas A e B, respectivamente, usando os algoritmos da adição e da multiplicação, como estratégia, encontraram uma solução errada.

Impulsionados pela formadora a analisarem a sua resolução, concluíram que não tinham compreendido a questão do problema e rectificaram essa estratégia inicial. Seleccionando os dados e as condições necessárias para resolver o problema e decompondo o problema original em sub-problemas, mobilizaram os seus conhecimentos prévios sobre o cálculo de percentagens e utilizaram os algoritmos da adição e da multiplicação, para calcular quanto é que o Ernesto iria ganhar por mês com a venda de 1, 2,... máquinas segundo as condições de cada proposta apresentada. À medida que iam efectuando estes cálculos, iam comparando os valores obtidos, terminando este procedimento quando descobriram um valor superior para a proposta B. João e Sara responderam ao pedido do problema em conformidade com o contexto deste, fizeram, embora não tivessem registado esse facto, a retrospecção do seu trabalho em termos de cálculos efectuados e de estratégia implementada, contudo não apresentaram uma estratégia alternativa.

#### *Problema 4 “A ida ao teatro de Sheila e seus amigos” (Anexo I)*

Relativamente ao referente, depois da entrega do enunciado, João e Sara iniciaram a resolução do mesmo, procedendo, como habitualmente, a uma leitura individual. João deteve-se um pouco mais de tempo na tabela apresentada e, não terminando a leitura do texto todo, afirmou “não estou a perceber aqui uma coisa, tenho de ler outra vez”. Voltando ao início do texto, começou a ler num tom mais alto, “ ora, as amigas foram para casa e a Sheila vai para o clube”, mas Sara interrompeu-o “lê mais baixo, por favor, não me consigo concentrar”.

Notou-se que João e Sara, cada um ao seu ritmo e ao seu jeito, tentaram ler todo o texto com significado e compreensão. Após o tempo que cada um necessitou para ler e reler o enunciado do problema, interagiram um com o outro.

Sara: Queremos saber quantas pessoas com... (voltando ao texto) com mais de 16 anos foram ao teatro. Espera aí. Antes de começar, vamos tomar nota como a professora diz, do trio dos problemas. (Voltando ao texto e sublinhando) Então, foram ao todo 20 pessoas ao teatro, e ao todo pagam 235 €. Como (...).

João: Espera lá Sara, eu não tenho a certeza, mas para mim foram 21 pessoas e não 20 como estás a dizer.

Sara: Não percebi. Onde é que foste buscar as 21?

João: Olha, no texto. Ora lê lá bem, e vê se não é isso.

Sara: Aonde?

João: Tens de começar no início.

João, com o intuito de ajudar Sara, acompanha-a na leitura, mas em voz baixa.

Sara: Desculpa lá, oh João, mas não entendo assim, repara que aqui até diz 20 pessoas.

João: Tá bem, mas repara que diz que a Sheila convenceu as 20 pessoas que estavam no clube. Se convenceu 20, foram essas, mais ela, por isso são 21, não é?

Sara: É... parece que sim, mas... não sei. É... realmente! Olha, mas é melhor confirmar com a professora.

João: Oh professora, se estavam lá [no clube], 20 pessoas então com a Sheila foram ao teatro 21 pessoas, não é?

Tendo a confirmação da formadora, Sara fez uma pausa, deteve-se na leitura da tabela e registou na sua folha o número total de pessoas e o preço dos bilhetes, dizendo “menores de 16 pagam 10 € e maiores de 16 pagam 15 €, e os de 16 quanto é que pagam?”. Fixou-se na tabela e sublinhou várias vezes a palavra *inclusive*, parecendo ter dúvidas quanto ao seu significado “oh João, esta palavra quer dizer que os de 16 anos estão aqui metidos?”.

João: Nem tinha reparado, mas deve ser, porque, quando dizemos *excluído*, quer dizer que tá fora, então o contrário, *incluído*, deve ser que está dentro (...), acho que sim. Olha, não te lembras que o nosso Mediador está sempre a dizer que se o sr (...) não comparecer, no dia (...) vai ficar excluído por faltas? *Inclusive* tem a ver com *incluído*, penso eu. Bem, vamos à resolução. O que é que nós queremos?

Sara: Até já sei de cor, já li isso um milhão de vezes. Queremos saber quantas pessoas é que foram ao teatro, mas as que têm mais de 16 anos. Então, e o que é que temos? Temos 21 pessoas, vamos ver se é este o número e que ao todo pagaram 235 €.

Continuaram a sua resolução e comentaram entre si que deveriam ter que “dar valores para se encontrar a solução” e que era mais fácil começar pelo custo dos bilhetes das pessoas com menos de 16 anos, pois como pagou 10 € cada, “é só acrescentar um zero, ao número que multiplicamos”, disse a Sara:

Depois de lermos e compreendermos o problema, definimos uma estratégia. Decidimos fazer as contas a partir de um número que pensamos. Então, olhamos para os dados da tabela e, sabendo que as multiplicações por 10 são fáceis de fazer, decidimos começar por aí (...). Depois foi fácil, foi só ir fazendo as contas e ir comparando, até obtermos o número que nos servia, mas ainda tivemos de pensar como é que devíamos fazer (E3-JS).

Se partirmos do princípio “que foram 14 pessoas com menos de 16 anos, então pagam 140 €, e as restantes 7 a pagar 15 €, dá... 105 €”, afirmou Sara, confirmando os resultados através do algoritmo da multiplicação. Mentalmente, adicionaram os valores 14 e 7, para confirmar

se o número total de pessoas se verificava, ou seja, se corresponderia a 21 pessoas. Para verificar o total gasto nos bilhetes, utilizaram o algoritmo da adição e obtiveram 245 € (140+105), o que levou João e Sara a inferir que estes valores não serviam. Usando os seus conhecimentos prévios para encurtar esse caminho de procura, prosseguiram a sua busca para descobrir a solução, recorrendo ao processo de tentativa e erro, afirmando “efectuámos vários cálculos para encontrar o número ímpar para tornar os cálculos mais fáceis” (Figura 20). Sabendo que os múltiplos de 10 eram números que terminavam em 0, e como teriam que perfazer o montante correspondente a 235€, o processo tornar-se-ia mais rápido se procurassem múltiplos de 5 que terminassem em 5. Assim, com este procedimento efectuaram apenas 2 tentativas para encontrar a solução correcta do problema.

É, foi fácil resolver este problema, como já dissemos, mas tivemos de pensar qual a estratégia que nos permitia chegar à solução e ainda conseguimos fazer com que chegássemos mais rápido a essa solução. Tivemos de pensar e estar atentos e fazer uso dos nossos conhecimentos, pois eles têm de servir para alguma coisa (E3-JS).

Nesta procura, foram verificando cada um dos seus passos, confirmando os seus cálculos e as condições do problema. Encontraram a solução, considerando 16 pessoas com 16 ou menos anos, e 5 com mais de 16 anos. João e Sara, mentalmente, confirmaram que tinham obtido 21 pessoas (16+5) e usaram de novo o algoritmo da adição para confirmarem o gasto total com os bilhetes do teatro. Uma vez que verificaram as duas condições, deram como finalizada a resolução do problema:

(...) como obtivemos um resultado que permitiu verificar que foram ao teatro 21 pessoas e que gastaram no total 235€, sabíamos que o problema não podia ter mais nenhuma solução. Lembro-me que alguém, quando estava a resolver o problema, disse em voz alta que este problema poderia ter várias soluções. Quando terminámos de resolver o nosso problema, lembrei-me disso e fomos verificar, mas não tem só esta solução (E3-JS), afirma o João na entrevista após a resolução do problema.

João e Sara encontraram a solução correcta, mas não apresentaram a resposta ao problema. Esquecimento? Observou-se que efectuaram a retrospecção do seu trabalho, através de uma nova leitura e da verificação de cada um dos seus passos, todavia só fizeram uma validação mental dos seus cálculos e, conseqüentemente, não fizeram qualquer referência a uma estratégia alternativa.

Contudo, Sara, permanecendo ainda intrigada com a questão de serem 21 ou 20 pessoas, desafiou o João:

Sara: Vamos experimentar resolver o problema com 20 pessoas?

João: Ok, vamos lá ver a diferença.

Sara: A ideia é a mesma, só que em vez de dar 21 pessoas tem de dar 20. Então, se partirmos, por exemplo, de 15 pessoas, vamos ter 150 € e as restantes 5... vai dar 75, ora somando 150 com 75 dá 225 €. Olha, estamos quase lá. Deixa-me experimentar, por exemplo, com 13 a 10 €, dá 130 e as restantes 7 a 15 € dá 105 €. Somando dá... 235, olha já dá.

João: É, a única diferença é o número de pessoas que varia. Tinha de ser, se o custo total é o mesmo, tinha de ser. Uma coisa que parecia tão complicada, fica fácil depois de se perceber o que se quer.

Resolução:

TOTAL DE PESSOAS = 21  
Membros de 16 = 10 €  
Membros de 16 = 15 €

5 pessoas x 15 € = 75 €  
16 pessoas x 10 € = 160 €

160 € + 75 € = 235 €

EFECTUAMOS VÁRIOS CÁLCULOS PARA ENCONTRAR o número IMPAR  
PARA TERMOS OS CÁLCULOS MAIS FÁCEIS.

$14 \times 10 € = 140$   
 $7 \times 15 € = 105$   
 $245 €$

$15 \times 10 € = 150 €$   
 $5 \times 15 € = 75 €$   
 $225 €$

Figura 20 - Resolução do problema 4 -JS

Como síntese, pode-se apontar que João e Sara, depois da leitura reflexiva do enunciado, começaram por interagir um com o outro para clarificar a compreensão da afirmação relativa ao número de pessoas que tinham ido ao teatro, bem como o significado da palavra *inclusive*, demonstrando que identificaram e compreenderam todos os dados, as condições, a questão do problema e reconheceram a relação entre todas as partes principais do mesmo, ou seja, interiorizaram o problema. Seleccionando os dados e as condições necessárias, João e Sara definiram, implementaram e executaram uma estratégia de resolução adequada desde o início, optando pela tentativa e erro para encontrar a solução pretendida. Fizeram uso dos conhecimentos prévios que possuíam para encurtar e facilitar o seu caminho de descoberta da solução.

João e Sara não apresentaram uma resposta ao problema e fizeram a análise do seu trabalho através de uma nova leitura, da verificação dos cálculos efectuados e da execução de cada um dos passos, embora não tivessem registado essa validação. Finalmente, também não apresentaram uma estratégia de resolução alternativa, decidiram, contudo, averiguar o que aconteceria caso considerassem se fossem ao teatro 20 e não 21 pessoas.

*Problema 5: "O Clube de Ténis da cidade da Sheila" (Anexo I)*

Relativamente a este problema, depois da entrega do enunciado, João e Sara procederam a uma leitura silenciosa, apesar de se encontrarem a trabalhar em grupo. Decorrido o tempo que cada um necessitou para o efeito, passaram à partilha e ao esclarecimento de dúvidas um com o outro. Entretanto, João, pensando em voz alta, emitiu um desabafo, "este problema não tem números, parece-me que vai ser difícil pegá-lo (...), que estranho!". Observou-se que João e Sara discutiam, liam e reliam, sobretudo a informação referente a uma das condições do problema, demonstrando dificuldades em compreender a informação referente ao campeonato se realizar numa só mão.

João: Se é uma partida de ténis, por exemplo, são necessários dois jogadores, se só jogam uma vez, temos um só jogo. Neste caso, como são 10 jogadores, então vamos ter 5 jogos.

Sara: Não me parece assim tão fácil. Ainda não percebi, o facto do campeonato se efectuar numa só mão. Vou perguntar à professora (...), não percebo e pronto, nunca percebi muito de desporto.

João: Tem calma rapariga. Deixa-me pensar (...).

Esta atitude do João mostrou persistência e confiança em si mesmo para tentar esclarecer a dúvida dos dois e clarificar o significado do facto do campeonato se realizar numa só mão, atitude que reafirmou, mais tarde, quando entrevistado a seguir à resolução:

(...) aquela frase sobre o campeonato estava-me a fazer confusão. Li mais que uma vez e, mesmo assim, não estava a conseguir perceber. Estava a entender que só eram necessários metade dos jogos, em relação ao número de jogadores (2 jogadores, então 10 davam 5 jogos). Tive de pensar e depois abstrair-me deste pensamento. Só consegui perceber quando tentei colocar aquilo que estava a tentar perceber numa situação concreta. Tive necessidade de concretizar. Mas também não desisti. Geralmente não costumo desistir logo à primeira, mas o que me estava a desafiar ainda mais é que eu deveria saber isso, pois, eu gosto muito de desporto, principalmente de ler jornais desportivos, e toda essa situação do campeonato se efectuar numa só mão faz parte da minha linguagem corrente e dos meus conhecimentos. Por isso, para mim era um desafio, não só para tentar perceber o que se estava a passar, mas também para tentar explicar à Sara essa informação (E3-JS).

Assim, João foi estabelecendo o seu raciocínio e, simultaneamente, colocando Sara a seguir e a participar nas suas ideias:

João: Se tivermos 3 jogadores a jogar uns com os outros, quantos jogos vão fazer, sabendo que não podem repetir?

Sara: O 1.º jogador pode jogar com o 2.º e com o 3.º. Agora o 2.º pode jogar com o 1.º, mas se não pode repetir, não interessa, espera (...) mas pode jogar o 3.º que ainda não jogou. Agora o 3.º pode jogar com o 1.º, não interessa e com o 2.º, também não interessa. Então, temos 3 jogos.

João: Agora, então temos 10 jogadores e não podem repetir jogos. Espera, deixa-me escrever isso aqui neste cantinho. Agora, o que é que queremos determinar?

Sara: Queremos o número de jogos do campeonato, que se disputam nessas condições.

João: Que condições?

Sara: Então, acabaste de as dizer, os jogadores não se podem repetir.

João e Sara, seleccionando os dados e as condições necessárias, escolheram, como estratégia, atribuir um número a cada um dos 10 jogadores e colocá-los numa lista organizada (verticalmente) por ordem numérica. Depois de terem efectuado a analogia com um problema concreto e mais simples, quando tentavam explorar e compreender o enunciado, calcularam quantos jogos é que o jogador 1 poderia realizar com os outros jogadores, obtendo 9 jogos. Utilizaram a mesma estratégia para calcular quantos jogos é que o jogador 2 poderia realizar com os restantes jogadores, tendo em atenção, as condições dadas, isto é, que já jogara com o jogador 1. Efectuaram esta estratégia para todos os jogadores, obtendo um total de 45 jogos. À medida que iam implementando e executando a sua estratégia, iam verificando, passo a passo, se o que efectuavam estava de acordo com as condições dadas.

Apresentaram uma resposta à questão do problema segundo o contexto deste. Posteriormente, pela observação da Figura 21, verifica-se que fizeram a retrospecção da sua estratégia e, para além de confirmarem a solução obtida, apresentaram uma estratégia alternativa, optando por resolver o problema através de uma tabela, segundo as condições dadas.

Resolução: 10 JOGADORES } NÃO PODEM REPETIR-SE JOGOS  
9 JOGOS } ENTRE SI.

1-2-3-4-5-6-7-8-9-10	Jogos	9
2-3-4-5-6-7-8-9-10		8
3-4-5-6-7-8-9-10		7
4-5-6-7-8-9-10		6
5-6-7-8-9-10		5
6-7-8-9-10		4
7-8-9-10		3
8-9-10		2
9-10		1
10-		0
	Resposta efectuada-se então os 10 jogadores o total são 45 jogos.	45

VERIFICAÇÃO

Jogador	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Jogos
1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	9
2	X	X	X	X	X	X	X	X	X		8
3	X	X	X	X	X	X	X	X	X		7
4	X	X	X	X	X	X	X	X	X		6
5	X	X	X	X	X	X	X	X	X		5
6	X	X	X	X	X	X	X	X	X		4
7	X	X	X	X	X	X	X	X	X		3
8	X	X	X	X	X	X	X	X	X		2
9	X	X	X	X	X	X	X	X	X		1
10											0
											45

Figura 21 - Resolução do problema 5- JS

Concluindo, João e Sara leram o enunciado várias vezes e, estabelecendo uma interacção entre eles, clarificaram a informação referente ao facto de o campeonato se realizar numa só mão. Clarificaram esta situação, devido à persistência do João, que considerou a resolução deste problema um desafio. João considerou que os seus conhecimentos desportivos lhes poderiam ser úteis, mostrando perseverança e capacidade de fazer conexões. Identificaram e compreenderam as partes relevantes do problema, perceberam a questão deste e reconheceram a relação entre a questão e as condições. Seleccionando os dados e condições necessários para resolver o problema, definiram e implementaram uma estratégia adequada desde o início. Efectuaram uma lista organizada e ordenada com os jogadores e, considerando as condições do problema, calcularam o número de jogos que cada jogador poderia realizar. Apresentaram uma resposta, segundo o contexto, e validaram a estratégia implementada, escolhendo uma estratégia alternativa, uma tabela com todos os jogadores e os jogos que poderiam efectuar.

## **6.2. Explicitação das resoluções dos formandos**

Após a descrição e análise dos processos utilizados pelo João e pela Sara na resolução dos problemas propostos, descreve-se e analisa-se a forma como explicitaram as suas resoluções ao longo da experiência formativa.

Da análise das resoluções de cada um dos problemas, constata-se que João e Sara demonstraram uma certa preocupação em comunicar e descrever as suas ideias e os seus procedimentos de uma forma cuidada, não se notando, todavia, uma forma “rígida” de as apresentar.

Assim, no problema 1, João e Sara, iniciaram a sua resolução com o registo de um dos dados do problema, o número de biscoitos confeccionados, apresentando, logo de seguida, uma resposta à questão do problema (embora esta não respondesse directamente à questão) e só depois descreveram a ideia do que pretendiam fazer, afirmando “logo à partida, excluimos os números pares, porque têm tendência a dar resto zero” (Figura 15). Esta forma de proceder, isto é, apresentar uma resposta antes da apresentação da estratégia, foi justificada pelo João e pela Sara, dizendo “para não rasurar a folha da resolução, fizemos primeiro numa folha de rascunho e depois passamos para a folha. Mas não pensamos muito antes de escrever, normalmente escrevemos à medida que pensamos” (E3-JS).

Organizadamente, implementaram e registaram os passos da sua estratégia, o seu raciocínio e todas as operações necessárias, usando o algoritmo da divisão pelos números 5 e 3.

Contudo, observou-se que não registaram um dos passos que efectuaram, nomeadamente aquele em que, aplicando os seus conhecimentos prévios e adaptando-os à situação, excluía os números pares. Terminaram a apresentação escrita da sua resolução, registando a confirmação da solução obtida, usando para tal o algoritmo da divisão do número 41 pelos números 5 e 3. Contudo, e talvez pela razão que já foi referida, registaram e apresentaram esta validação logo no início da sua resolução. João e Sara não registaram a validação da estratégia implementada, embora a tenham efectuado, como já foi referido durante a descrição e análise dos processos utilizados.

Na resolução do problema 2, João e Sara começaram por implementar e registar a estratégia definida, não fazendo qualquer referência às partes principais do problema. Optando pela representação pictórica, registaram cada um dos passos da construção do seu esquema e, detectado um erro durante a elaboração deste reformularam-no para descobrirem a solução do problema. João e Sara rectificaram o erro e elaboraram um esquema idêntico ao anterior, melhorando a sua “performance”, ao efectuarem uma legenda com o significado dos símbolos usados. Para terminar a sua resolução e apresentação da mesma, registaram as respostas a todas as questões do problema, tendo em consideração o seu contexto. O seu documento escrito não faz referência à retrospecção do seu trabalho, porque o grupo efectivamente não validou a sua estratégia. Depois da apresentação da execução da estratégia escolhida, percebe-se que João e Sara procuraram organizar o registo das suas respostas às questões do problema em função do espaço disponível que possuíam. Quando, na entrevista, decorrida após a resolução do problema, lhes foi perguntado se costumavam organizar as ideias que pretendiam escrever conforme o espaço que tinham, dando um sorriso, assumiram:

Não. Nós lemos o problema, tentamos entendê-lo e depois vão surgindo as ideias para encontrar o resultado, mas vamos escrevendo à medida que vamos tendo as ideias, por isso não dá para organizar as ideias antes. Sei que muitas vezes, e já nos aconteceu isso várias vezes, começamos a resolver o problema, mas depois não temos espaço suficiente para escrever, ou muitas vezes, fazemos uma conta aqui, outra mais em baixo, outra mais ao lado e, quando vamos ver o que fizemos, não conseguimos perceber o que lá está. É verdade. Percebemos a conta, mas não sabemos porque é que ela está ali, ou seja, porque é que a fizemos. É quase como em Português, às vezes, escrevemos coisas que não percebemos, porque, na minha opinião, das duas uma, ou está mal escrito, ou a nossa frase não tem sequência. Aqui, neste problema, como não pensámos antes, depois sentimos falta de espaço e tivemos que apertar para caber toda a resolução (E3- JS).

João e Sara, na resolução do problema 3, iniciaram a sua resolução com o registo dos dados e das condições de cada uma das propostas A e B. Efectuaram e registaram os cálculos

necessários e o raciocínio para implementarem a sua estratégia, terminando a sua apresentação com o registo da resposta do problema, segundo o contexto deste. Não fizeram qualquer registo sobre a validação do trabalho efectuado, quer em termos estratégicos quer em termos aritméticos. Como já foi referido durante a descrição e análise dos processos usados, João e Sara após uma reflexão concluíram que a estratégia inicialmente escolhida e implementada os levou a uma solução errada. Para descobrir a solução efectiva do problema estabeleceram uma outra estratégia. Na apresentação escrita desta, não fizeram, de novo, o registo de todos os dados e das condições do problema, registaram apenas alguns, nomeadamente o preço unitário das máquinas, o valor da percentagem de comissão de cada proposta e o salário mensal da proposta A.

Identificando cada um dos passos, iam implementando a sua estratégia, registando todos os cálculos efectuados. Não registaram a validação da sua estratégia e dos seus cálculos, embora a tivessem efectuado, terminaram a descrição da sua resolução com o registo da resposta ao problema, segundo o contexto deste.

Na apresentação escrita da resolução dos problemas 4 e 5, observou-se que começaram por registar todos os dados e condições destes, não fazendo qualquer referência ao seu pedido, afirmando que “(...) de facto quando colocamos essa informação no nosso papel [folha de resolução], não temos de voltar sempre ao texto e também ao olharmos, constantemente, para essa informação, parece que nos relembra a situação do problema e o que temos de fazer” (E3-JS). João e Sara, nestes dois problemas, implementaram e registaram os passos e o raciocínio para descobrir a solução de cada um dos problemas, embora apresentem pequenas diferenças no registo desses passos.

No problema 4, mostraram e registaram que recorreram aos seus conhecimentos prévios para facilitar o caminho da descoberta da solução. Ainda neste problema, demonstraram um certo cuidado em identificar os seus passos, atribuindo a um dos produtos do algoritmo da multiplicação um símbolo adequado, o do € e no último passo de tentativa e erro, identificaram os dois produtos do algoritmo da multiplicação, um com o símbolo do € e, outro com a palavra *pessoas*, tornando cada um dos seus passos mais perceptíveis. Já na resolução do problema 5, apenas identificaram os jogos.

Ainda, no problema 4 não apresentaram a resposta ao problema, inferindo-se que, tal facto talvez, tenha ocorrido por esquecimento. Também não registaram a validação do seu trabalho relativamente aos cálculos e à estratégia escolhida, contudo João e Sara tiveram o cuidado de a efectuar, como já foi referido durante a descrição e análise dos processos usados. No problema 5,

apresentaram a resposta ao problema em conformidade com o seu contexto, bem como a retrospecção do seu trabalho através de uma estratégia de resolução alternativa.

Em relação à forma como explicitaram as suas resoluções ao longo da resolução dos problemas propostos, percebe-se que João e Sara, embora demonstrassem uma preocupação em apresentar as suas resoluções de forma organizada e sequencial, não seguiram uma estrutura “rígida” em todos os problemas. Por vezes não registaram: (i) as partes principais do problema, e quando o fizeram nem sempre procederam ao registo de todas; (ii) a resposta à questão do problema e (iii) a retrospecção do seu trabalho ao nível de estratégia e aritmético. Relativamente a este último ponto, constatou-se, igualmente, que embora tivessem efectuado a retrospecção do seu trabalho na maioria das situações, só na resolução do problema 5, João e Sara registaram esse passo e apresentaram uma estratégia de resolução alternativa.

### **6.3. Dificuldades sentidas durante a resolução de problemas**

Após a descrição e análise dos processos utilizados pelo João e pela Sara, na resolução dos problemas propostos, bem como a forma como explicitaram as suas resoluções, descrevem-se e analisam-se as dificuldades que sentiram ao longo da experiência formativa.

João e Sara mostraram sentir dificuldades ao nível da compreensão, em compreenderem, em algumas situações, a informação explícita no enunciado, mais propriamente o significado de alguns vocábulos e de algumas frases, bem como em assimilarem, seleccionarem e organizarem a informação de várias condições simultaneamente, quando o enunciado era um pouco extenso.

Assim, na resolução do problema 1, revelaram dificuldades na compreensão da informação de um dado do mesmo, o referente ao número de biscoitos. Tiveram necessidade de recorrer à ajuda da formadora para ultrapassar esta situação. A formadora levou-os a uma nova leitura para clarificarem o significado dessa informação. Para além disso, Sara manifestou dificuldades em compreender a relação entre a questão e as condições dadas. João procurou esclarecer Sara, concretizando a informação do problema com um exemplo mais simples e acessível. Esta dificuldade foi ultrapassada com o diálogo que se estabeleceu entre João e Sara, durante a fase de compreensão do problema e de definição da estratégia para a sua resolução, facto confirmado posteriormente na entrevista após a resolução do problema:

Eu, depois de entender o número de biscoitos não tive dificuldades no problema, mas a Sara sim. Tive de lhe explicar e lhe dar um exemplo para que ela percebesse como é que se colocavam os biscoitos em caixas de 5 e em caixas de 3” (E3-JS).

No problema 2, João e Sara evidenciaram dificuldades em entender as condições deste. Estas relacionaram-se com vários aspectos, nomeadamente com a dificuldade dos formandos em entenderem o significado do vocábulo *saltando*, no contexto da situação, além da dificuldade em seleccionarem e assimilarem toda a informação expressa no enunciado, alegando tratar-se de muita informação:

Achamos este problema fácil, ou seja, não nos obrigou a pensar muito, mas obrigou-nos a estar muito concentrados. Tivemos muita dificuldade em saber como podíamos organizar tanta informação e ir buscá-la rapidamente quando precisávamos dela. Assim, tivemos que recorrer muitas vezes ao texto (E3-JS).

João e Sara revelaram ainda dificuldades na construção do esquema deste problema, pois, segundo João, a sua elaboração exigiu que efectuassem várias leituras sobre o enunciado, além de uma grande concentração.

Estes obstáculos foram ultrapassados com uma nova leitura, em conjunto com a formadora, em que esta teve o cuidado de os fazer ler de forma pausada, respeitando as regras de pontuação e dando ênfase, com diferentes entoações, às partes principais do problema. Para além disso foi crucial a cooperação entre o João e a Sara e a coordenação das várias tarefas a realizar.

Relativamente ao problema 4, Sara mostrou algumas dificuldades em perceber o significado do vocábulo *inclusive* e em compreender a informação referente ao número de pessoas que foram ao teatro. Esta foi resolvida com a interacção gerada entre João e Sara e pelo uso que fizeram dos seus conhecimentos prévios, relativamente a determinadas palavras e suas analogias. Quanto a este facto, João e Sara, quando entrevistados, logo a seguir à resolução do problema, referiram:

(...) não sentimos dificuldades na resolução deste problema, a não ser o facto de que Sara disse que não percebia o que queria dizer a palavra *inclusive*, mas que facilmente resolvemos. Também me lembro que Sara dizia que eram 20 pessoas e depois eu fiz com ela percebesse que afinal era 21 (E3-JS).

Na resolução do problema 5, João e Sara mostraram dificuldades em compreender a informação relativamente a um dado deste, mais concretamente o facto de o campeonato se realizar numa só mão. Resolveram-na através da partilha de ideias um com o outro e com a concretização da informação dada numa situação real. Imaginaram um problema idêntico mas mais simples, considerando apenas 3 jogadores. Tendo em atenção as condições dadas, encontraram o número de jogos que esses jogadores poderiam efectuar e, por analogia, ultrapassaram a dificuldade inicialmente sentida e prosseguiram com a sua resolução:

Neste problema, sentimos dificuldades, mais uma vez na compreensão de determinada informação do texto. Mas ultrapassamos, pensando e partilhando as nossas ideias um com o outro. Isto só vem confirmar a ideia que eu tenho, que tudo se aprende se tivermos vontade e se estivermos dispostos a aprender. Eu sei que existem muitos problemas que não sou capaz de os resolver, mas, com este treino que temos tido, com esta partilha que temos tido em grupos pequenos e depois ainda com a turma toda, tem-me ajudado muito a vencer as minhas dificuldades, não só de compreensão como também de confiança, de não ter medo de fazer, de pensar e depois de verificar aquilo que fizemos e ainda de discutirmos sobre aquilo que fizemos. Eu sou da opinião que, como tudo na vida, só aprendemos a fazer uma coisa, fazendo-a e pensando nela. Com os problemas é a mesmíssima coisa, para termos alguma capacidade, confiança e até destreza em resolver problemas, simples e mais complicados temos de resolver muito e muitos problemas e discutir e reflectir sobre eles, tal como temos vindo a fazer, nestas sessões de formação (E3-JS).

Igualmente, no âmbito da compreensão, na resolução do problema 3, João e Sara evidenciaram uma certa insegurança e dificuldade em saber o que fazer. Mostraram dificuldades em perceber quais os dados (da proposta A ou da proposta B) a utilizar para iniciar a resolução. Tomada esta decisão, demonstraram dificuldades em compreender a questão do problema e sobretudo a relação desta com as condições, no sentido em que João e Sara estabeleceram uma comparação entre valores, em condições diferentes, não percebendo que essa comparação não era viável. Limitaram-se a encontrar uma solução que, segundo eles, satisfazia as condições e respondia à questão do problema. Esta dificuldade poderia estar associada à relutância, dificuldade ou falta de hábito que estes formandos demonstraram, por vezes, em parar para reflectir sobre o que estavam a fazer e sobre a razoabilidade da solução encontrada, em analisar se o que estavam a efectuar e a solução que encontravam correspondia, de facto, ao objectivo do problema. Esta ideia vai ao encontro da reflexão de João, aquando da entrevista realizado após a resolução do problema:

(...) penso que não podemos dizer que sentimos dificuldades na resolução deste problema, porque nem eu nem a Sara ficamos, como é que eu hei-de dizer, bloqueados. O nosso problema é que entendemos mal o problema, mas nem nos apercebemos disso. (...), fizemos uma ideia errada do problema, mas só nos apercebemos quando a professora nos levou a reflectir. Mas, como já disse sabíamos que tínhamos que procurar um número de máquinas que tornasse a proposta B melhor. Quando o encontrámos, pronto, terminámos e não reflectimos se esse valor estava correcto. Talvez e pensando melhor, tivemos e continuamos a ter problemas em parar e pensar no que estamos a fazer (...) (E3-JS).

Para além das dificuldades ao nível de compreensão, podemos apontar outras. Observou-se que João e Sara revelaram dificuldades - depois de encontrada uma solução do problema -, em averiguar a existência de outros valores que também poderiam ser solução do problema. Isto

ocorreu na resolução do problema 1. Neste, depois de terem encontrado um valor que verificava as condições e simultaneamente o pedido do problema, não se preocuparam em descobrir a existência de outro(s) valor(s) que pudessem igualmente satisfazer as condições e a questão do problema, facto que talvez esteja relacionado com a falta de hábito em resolver problemas do género e pelas suas crenças, na medida em que tanto João como Sara acreditavam que um problema tinha uma única solução, embora pudessem ser utilizados caminhos diferentes para a encontrar.

João e Sara revelaram dificuldades em seguir um comportamento regular no que se refere ao registo de todas as partes elementares do problema e das respostas às questões do mesmo, bem como à realização e ao registo da retrospecção do trabalho em relação aos cálculos efectuados e à estratégia implementada. Relativamente à dificuldade em registar tudo o que é necessário, João e Sara, quando entrevistados após a resolução de um dos problemas, referiram que:

(...), sabemos que a professora tem razão (...). Lembramo-nos de algumas resoluções que a professora nos pediu para corrigirmos e, de facto, e apesar de estarmos por dentro do problema, não percebemos nada. Mas também acreditamos que isto vai aos pouquinhos. Foram muitos anos sem vir à escola. Agora, aqui a Sara talvez seja falta de hábito e, como ela disse, o outro dia, não se lembra de nenhum professor de matemática lhe chamar a atenção para a forma como organizavam e apresentavam o que faziam em matemática. Falando em nome dos dois, acho que só agora estamos despertos para tal situação, mas leva o seu tempo (E3-JS).

Quanto à dificuldade em realizar e registar a retrospecção do trabalho efectuado, verificaram-se diferentes situações: (i) não fizeram o reexame do trabalho realizado, situação ocorrida na resolução do problema 2 e na implementação da estratégia inicial, no problema 3; (ii) efectuaram a validação do trabalho realizado ao nível estratégico e aritmético, mas só registaram na sua folha de resolução esta última, situação que se verificou na resolução do problema 1; (iii) efectuaram a retrospecção de todo o seu trabalho estratégico e aritmético, mas não registaram, observando-se tal situação no problema 3, aquando da estratégia que os conduziu à solução correcta e no problema 4 e (iv) efectuaram e registaram na folha de resolução o trabalho efectuado e, conseqüentemente, apresentaram uma forma alternativa de resolver o problema, verificando-se essa forma de proceder na resolução do problema 5.

Em síntese, podemos referir que João e Sara mostraram dificuldades em compreender o significado de certas palavras e informação contidas nos enunciados, em assimilar e organizar várias condições em simultâneo e em perceber, num dos problemas, quais os dados a utilizar para iniciar a resolução. Acrescente-se as dificuldades em proceder de forma regular no que toca à retrospecção do trabalho realizado, do seu registo e das partes principais do problema.

## **CAPÍTULO 7**

### **CONCLUSÕES**

Neste capítulo apresentam-se as conclusões decorrentes dos resultados obtidos neste estudo e do tratamento de dados, tendo em consideração as questões de investigação. Começa-se por descrever os resultados sobre os processos utilizados pelos participantes durante a resolução de problemas, de seguida, a forma como explicitaram as suas resoluções e, finalmente, as dificuldades que sentiram e como as ultrapassaram.

#### **7.1. Os processos utilizados na resolução de problemas ao longo da experiência**

De acordo com vários autores (Charles, Lester & O' Draffer, 1987; Polya, 2003; Schoenfeld, 1979, 1980, 1984), uma das primeiras etapas na resolução de problemas consiste em compreender o sentido do problema.

Perante os problemas propostos, todos os formandos iniciaram a sua resolução procurando compreender o enunciado de cada um deles. Na tentativa de compreender cada um dos problemas, evidenciaram um comportamento característico e idêntico, embora com algumas diferenças.

Iniciaram este processo de resolução, efectuando uma leitura individual e silenciosa de cada enunciado. Usando as estruturas cognitivas e afectivas próprias de cada indivíduo, bem como os seus processos de compreensão, como refere Giasson (2000), os formandos usaram essa primeira leitura de uma forma diferente. Carlos e Maria, com esta, na maioria das situações, procuraram, apenas, estabelecer uma primeira visão geral do problema, ficando-se, como afirma Rebelo (1990), pelo reconhecimento da informação, recorrendo a leituras posteriores, para extrair o significado do texto, através de um processo activo que foram estabelecendo com este (Sequeira, 1989; Goodman 1987). Já Cristina e Rosa, bem como João e Sara, além de estabelecerem uma ideia geral do problema, procuraram com aquela, igualmente na maioria das situações, estabelecendo uma interacção entre os seus conhecimentos e a informação do texto (Goodman, 1987 e Smith, 2003), indagar sobre os factos que lhes suscitaram dúvidas no decorrer da mesma e passar, de imediato, ao início de uma possível clarificação.

Para clarificarem e compreenderem o significado das palavras e da informação contida no texto de cada um dos problemas, os formandos utilizaram vários meios, dependendo da situação. Efectuaram várias leituras sobre o enunciado, detendo-se, principalmente, nas partes que consideravam como fundamentais, usaram os seus conhecimentos linguísticos e profissionais, recorreram à interacção de ideias e raciocínios, bem como à concretização da informação, através da imaginação de um exemplo idêntico ao do texto, todavia, mais simples. Demonstrando capacidade em clarificar o significado da informação, na maioria das situações, notou-se que os formandos optaram por reler o enunciado, como meio comum, em todos os problemas, escolhendo um outro, dependendo este da situação em questão e dos recursos de que dispunham. Contudo, enquanto Carlos e Maria afirmaram que, por vezes, sentiram dificuldades em fazê-lo “(...) Tivemos que ler várias vezes, pensar, trocar ideias e saberes (...)” (E3-CM); Cristina e Rosa, bem como João e Sara, demonstraram necessidade de recorrer à ajuda da formadora em algumas situações.

Neste caso, a formadora, na tentativa de não responder directamente às questões e atendendo à situação, em concreto, procurou que os formandos lessem de uma forma mais atenta e cuidadosa a(s) afirmação(ões) que pretendiam clarificar. Questionando-os, apelou aos seus conhecimentos linguísticos para que compreendessem o significado da informação. Para Cristina e Rosa, este procedimento relevou-se insuficiente. Assim, a formadora levou-as a concretizar a informação através de um exemplo real, idêntico ao do texto, mas mais simples, para que activassem os seus conhecimentos adquiridos e estabelecessem a ligação com a nova informação (Sequeira, 1989; Giasson 200; Goodman, 1987). Para João e Sara, o procedimento usado pela formadora foi suficiente para que estabelecessem uma relação activa entre a nova informação e os seus conhecimentos e clarificassem o significado desta.

Segundo Krulik e Rudnick (1993), um problema tem uma anatomia própria, ou seja, factos, definições e questões, sendo necessário proceder à sua identificação. Todos os grupos participantes identificaram, em cada um dos problemas propostos, as suas partes principais, nomeadamente os dados, as condições e a(s) questão(ões). Carlos e Maria, apesar de não o fazerem sempre, à medida que efectuaram a segunda leitura do enunciado do problema, destacaram no texto, usando, por exemplo, pequenas circunferências, a informação que consideraram relevante ou tomaram nota na sua folha de resolução das partes principais do respectivo problema. Já Cristina e Rosa e João e Sara, na maioria das situações, fizeram-no à medida que foram explorando o enunciado, trocando ideias e esclarecimentos, após uma ou várias leituras.

Para que o resolvidor de problemas possa descrever e visualizar a situação do problema, é necessário que este procure compreender como é que as partes principais se relacionam (Charles Lester & O' Draffer, 1987; Polya, 2003), interprete a linguagem e faça conexões (Krulik e Rudnick, 1993). Relativamente à compreensão e reconhecimento da relação entre os dados e as condições, bem como a relação entre a(s) questão(s) e estes, todos os formandos sentiram necessidade de concretizar a informação e fazer-no: (i) lendo e relendo o texto ou as partes que consideraram relevantes; (ii) examinando e considerando uma a uma e de forma sucessiva as partes principais; (iii) relacionando as diferentes partes entre elas; (iv) recorrendo à partilha de conhecimentos, confronto de ideias e raciocínios; (v) construindo uma figura ou (vi) imaginando exemplos reais, semelhantes aos das situações dos textos, mas mais simples.

Segundo Charles, Lester e O' Draffer (1987), durante a resolução de problemas, é fundamental que o indivíduo seleccione os dados necessários, elimine os desnecessários e tenha a capacidade de recolher dados de diversas fontes (tabelas, gráficos, entre outros).

Pôde observar-se que, depois de clarificarem o significado das palavras e da informação presente no texto do enunciado de todos os problemas e identificarem as partes principais dos mesmos, todos os formandos seleccionaram os dados necessários para resolver cada um destes. Contudo, Carlos e Maria, bem como Cristina e Rosa, na resolução do problema 4, *A ida ao teatro de Sheila e os seus amigos*, consideraram um dado não totalmente correcto, pois compreenderam que foram ao teatro 20 pessoas, quando, da informação implícita no texto, se depreende que foram 21. Tal facto poderá ter ocorrido por distração durante a leitura, ou, como refere Sequeira (1990), pela incapacidade de interpretar o sentido das ideias, facto que não impediu que esses formandos resolvessem o problema.

Ao resolver um problema o resolvidor analisa e identifica se existem sub-problemas ou sub-objectivos a serem resolvidos (Charles, Lester e O' Draffer, 1987; Polya 2003). Todos os formandos na resolução dos problemas 3, *O emprego da filha da Sheila*, e 4, *A ida ao teatro de Sheila e seus amigos*, decidiram dividir o problema original em sub-problemas, utilizando como estratégia de resolução a tentativa e erro. Cristina e Rosa optaram, igualmente, por subdividir o problema 1, *A empresa de Sheila*, nas suas partes constituintes, procurando estabelecer para cada condição a relação com os dados e a questão do problema.

Para estabelecerem uma ideia da resolução dos problemas, os formandos analisaram as partes principais de cada um, examinaram pormenores relevantes para a sua resolução e procuraram conexões com os seus conhecimentos. Como tal, na maioria dos problemas, partindo

da selecção dos dados necessários para resolver o problema e percebendo a conexão entre os dados, as condições e a questão do problema, os formandos conceberam a sua ideia de resolução do problema. Esta foi sendo adaptada e aprofundada, por cada um dos pares participantes, à medida que foram mobilizando, seleccionando e relacionando os seus conhecimentos prévios com a situação do problema em questão (Polya, 2003). Contudo, no problema 3, *O emprego do filho da Sheila*, aquele que reconhecidamente colocou mais dificuldades aos formandos, estes foram construindo a sua ideia de resolução à medida que foram efectuando os cálculos algébricos e decidindo dividir o problema original em sub-problemas, ou seja, como afirma Polya (2003), partiram para as suas construções e consequentes cálculos aritméticos sem terem uma ideia geral do problema ou plano de resolução. Esta forma de procederem talvez esteja relacionada com o facto de terem demonstrado que compreenderam a relação entre a questão, os dados e as condições, depois de efectuada uma reflexão sobre a primeira solução do problema (Carlos e Maria) ou sobre uma estratégia inicial que os conduziu a uma solução errada (Cristina e Rosa, João e Sara).

De acordo com Polya (2003), Charles, Lester e O' Draffer (1987) e Krulik e Rudnick (1993), o indivíduo deve decidir sobre o caminho a seguir para descobrir a solução do problema, o que envolve a tomada de decisão sobre a estratégia a implementar, bem como saber quando a usar.

Na resolução dos problemas propostos, alguns formandos (Carlos e Maria), relacionando os seus conhecimentos, seleccionaram a(s) estratégia(s) apropriada(s) a cada problema; outros concluíram que, a primeira estratégia escolhida após uma reflexão sobre a mesma, desencadeada pelo diálogo travado com a formadora, se apresentava pouco adequada. Ao longo da resolução dos problemas, alguns formandos (Carlos e Maria, João e Sara) optaram por fazer uso de estratégias diferentes em cada um deles, demonstrando não só a capacidade de definir e implementar uma estratégia, bem como a capacidade de a saber usar. Utilizaram estratégias como a combinação de uma lista ordenada com o algoritmo da divisão, a representação pictórica, a tentativa e erro, a combinação de várias operações algébricas e uma tabela ou lista. Outros persistiram no uso de uma mesma estratégia – a representação pictórica - (Cristina e Rosa) como forma “ideal” de resolver alguns dos problemas. Nenhuma destas estratégias, como sustentam Krulik e Rudnick (1993), é melhor que a outra, todavia algumas delas permitem encontrar a solução mais rápida e facilmente, “oferecer” um caminho mais elegante do que outras, dependendo do problema.

A forma como se resolve um problema, bem como a decisão de usar uma ou a combinação de várias estratégias, está relacionada com a compreensão do enunciado e com os conhecimentos

prévios dos formandos, bem como com o seu envolvimento na resolução do problema (Lester, 1980; Vale & Pimentel, 2004; Charles, Lester & O' Draffer, 1987; Krulik & Rudnick, 1993).

Num dos problemas, todos os formandos escolheram, como estratégia de resolução, a representação pictórica com uma notação apropriada, representando as partes principais do problema por símbolos adequados. Todos os pares participantes revelaram o cuidado de escolherem uma notação fácil de lembrar e de reconhecer, indo ao encontro das ideias de Polya (2003) que refere que “uma boa notação deve ser inequívoca, fecunda, fácil de lembrar (...) evitar segundos sentidos prejudiciais e beneficiar de segundos sentidos úteis” (p. 148), demonstrando que se detiveram detalhadamente nos elementos que precisavam de ser designados. Neste caso, todos os formandos representaram e resolveram o problema, usando apenas a respectiva figura e o cálculo mental.

Noutras situações, todos os formandos optaram por resolver o problema, utilizando a mesma estratégia de resolução, no entanto, recorreram a formas diferentes para definirem essa mesma estratégia. A título de exemplo, refira-se que, num dos problemas, o 4, *A ida ao teatro de Sheila e seus amigos*, os formandos decidiram proceder à sua resolução por tentativa e erro, juntamente com os algoritmos de algumas operações básicas, bem como o cálculo mental. Contudo, Carlos e Maria, para definirem a estratégia, recordaram um problema semelhante já resolvido; Cristina e Rosa recorreram à imaginação de um exemplo concreto mais simples e João e Sara, procuraram responder às questões: O que é que queremos? E o que temos?, ou, como aponta Polya (2003), Qual é a incógnita? Quais são os dados?

Contrariamente, num outro problema, o 5, *O Clube de Ténis da cidade da Sheila*, os formandos decidiram escolher uma estratégia de resolução idêntica (tabela ou lista organizada) a partir da utilização de um exemplo semelhante ao do texto, mas mais simples. Para uns (Cristina e Rosa), o uso deste exemplo semelhante foi suficiente para implementarem a estratégia definida. Para outros, foi ainda necessário recorrerem aos seus conhecimentos desportivos. Particularmente, no caso de João e Sara, mostrando uma atitude de persistência, de confiança em si próprios e de perseverança, características fundamentais referidas por Borralho e Borrões (1995) e por Correia (2005) para um resolvidor de problemas, consideraram este problema um desafio. Segundo João, como leitor assíduo de jornais desportivos e como apreciador do tema retratado no problema, sentiu-se na obrigação de saber resolver o problema em questão, considerando-o assim um desafio.

Para além dos conhecimentos prévios, das características pessoais e do envolvimento do resolvidor de problemas, certos estudos (Cummins, Kintsh, Reusser & Wimer, 1988) argumentam

a existência de uma relação estreita entre a representação mental e a resolução de problemas, referindo que os indivíduos resolvem o problema segundo a forma como o compreendem, situação que foi claramente visível num dos problemas, aquele que reconhecidamente mais dificuldades causou aos participantes, o problema 3, *O emprego do filho da Sheila*.

Neste problema, todos os formandos iniciaram a sua resolução separando as partes de cada uma das condições e decidindo dividir o problema original em sub-problemas. Utilizaram, como estratégia de resolução, a tentativa e erro, juntamente com os algoritmos da multiplicação e da adição. Todavia, apresentaram algumas diferenças na forma como o compreenderam desde o início. Carlos e Maria, reflectindo sobre a solução encontrada, revelaram que entenderam o sentido do problema. Carlos afirmou que reflectiu sobre a solução por acaso. Este seu comportamento levou-nos a depreender que, provavelmente, ele terá agido dessa forma, porque a temática do problema era interessante, fazendo com que Carlos desejasse resolvê-lo (Polya, 2003; Lester, 1978, 1983; Borralho e Borrões, 1995; Correia, 2005; Schoenfeld, 1989) ou porque o considerara um desafio, no sentido em que, inicialmente, o achara fácil, mas, posteriormente percebeu, “ (...) que afinal não era tão fácil (...)” (E3-CM).

Os restantes formandos implementaram uma estratégia que os levou a um resultado que entenderam ser a solução correcta do problema. No entanto, quando a formadora foi confrontada com tal, percebeu que esta não era a que satisfazia o objectivo deste. Sentiu necessidade de os fazer reler o enunciado, reflectir na questão do problema e ponderar a estratégia utilizada. Só após esta reflexão conjunta – formadora e formandos -, é que estes compreenderam a questão do mesmo e sentiram o imperativo de alterar a estratégia inicial. Posto isto, a nova estratégia conduziu-os à solução correcta do problema.

Este comportamento poderá ter ocorrido por diversos motivos, pois, como referem vários autores (Charles, Lester & O’ Draffer, 1987; Vale & Pimentel, 2004; Correia, 2005), a resolução de problemas é uma actividade complexa, que envolve diversas capacidades, processos de pensamento, crenças, autoconfiança do indivíduo, entre outros. Talvez tenha ocorrido, porque os formandos não compreenderam o sentido do problema ou mais propriamente a relação entre a questão, os dados e as condições. Outra razão que poderemos apontar talvez esteja relacionada com a falta de hábito destes formandos em parar, reflectir e avaliar as decisões sobre o trabalho realizado, bem como perceber as vantagens de verificar constantemente a realização de cada passo efectuado e do que se pretende realizar. Charles, Lester e O’ Draffer (1987) referem que tal comportamento acontece com muitos alunos. Uma outra razão talvez esteja relacionada com o

facto de estes formandos não se terem preocupado com a verificação da razoabilidade da solução obtida, com os dados e todas as condições do problema.

Utilizando o raciocínio lógico, os formandos efectuaram todas as operações algébricas, todos os cálculos aritméticos, através dos algoritmos escolhidos ou do cálculo mental, e todos os passos necessários para implementarem correctamente a estratégia definida e escolhida, a fim de encontrarem a solução do problema em todas as situações. João e Sara foram aqueles que recorreram com frequência ao uso dos seus conhecimentos prévios, como, por exemplo, os múltiplos de 10, e os divisores dos números pares, para encurtar o seu caminho de resolução. Verificou-se que os formandos nem sempre fizeram a revisão dos cálculos efectuados e a avaliação das suas decisões, passo a passo, da sua resolução, como refere Polya (2003), pelo raciocínio formal, pela intuição ou pelas duas formas. Enquanto João e Sara o fizeram na maioria das situações, outros formandos, Carlos e Maria, bem como Cristina e Rosa, para encontrarem a solução durante a resolução, revelaram uma certa dificuldade e/ou relutância em efectuarem uma revisão de cada um dos passos realizados, não em termos aritméticos, mas sobretudo em “confrontar” o trabalho efectuado com os dados e as condições do problema, em parar e reflectir sobre o que estavam a fazer, o porquê e de que forma o trabalho efectuado em cada passo estava relacionado com a solução pretendida (Schoenfeld, 1984).

Habitualmente, os formandos apresentaram as respostas, de todos os problemas propostos, segundo o contexto de cada um dos problemas. No entanto, Carlos e Maria, num dos problemas, não apresentaram directamente a questão do problema, dado que, para se saber a resposta efectiva, teria que se recorrer à tabela apresentada no enunciado e ler a informação. Também João e Sara, num dos problemas, apresentaram uma resposta, mas esta não respondia directamente à questão do problema e, num outro, provavelmente por distração ou esquecimento, não apresentaram qualquer resposta à questão do problema.

Relativamente à avaliação da razoabilidade da resposta, ao longo da experiência formativa, alguns formandos apresentaram uma forma de proceder relativamente regular. Embora apresentando algumas irregularidades, foram fazendo a retrospectiva do seu trabalho, desde a resolução do primeiro problema, melhorando a sua forma de proceder referente a este processo de resolução nos últimos problemas. Por exemplo, Cristina e Rosa, na resolução do problema 2, não lhe atribuíram importância, referindo que não era necessário ser efectuada, pois, na sua opinião, tinham tido muito cuidado e atenção durante a resolução, pelo que esta teria de estar correcta. Já no problema 5, mudando a sua opinião sobre a importância de validar a razoabilidade da solução,

afirmaram “(...) decidimos pegar outra vez na estratégia que tínhamos definido, inicialmente, e ver se dava o mesmo resultado (...) serviu-nos para termos (...) a certeza que aquilo que fizemos estava bem (...)” (E3-CR).

Outros formandos, como é o caso de Carlos e Maria, sobretudo na resolução dos primeiros problemas, depois de encontrarem a sua solução, não validavam o trabalho efectuado, nem em termos aritméticos, nem em termos estratégicos, apontando, como justificação, o facto de terem a certeza que o que estavam a fazer estava correcto. Este comportamento, no início da experiência, talvez estivesse relacionado com a falta de hábito na realização deste processo e, sobretudo, com o facto de ainda precisarem de resolver mais problemas para conseguirem perceber os benefícios de procederem à sua realização (Schoenfeld, 1974, 1984; Polya, 2003).

Importa salientar que, nos últimos problemas, todos os grupos participantes decidiram efectuar uma retrospecção do seu trabalho. Esta alteração de comportamento também está relacionada com o trabalho que se foi desenvolvendo ao longo das sessões de discussão grupo-curso, bem como com a importância que a formadora atribuiu e lhes transmitiu durante essas sessões de formação da Área de Competência-Chave Matemática para a Vida, sempre que se proporcionaram tarefas de resolução de problemas.

Como síntese, podemos referir que os processos mais utilizados na resolução dos problemas propostos foram: compreender o problema; seleccionar os dados necessários para resolver o problema; formular e resolver sub-problemas; seleccionar estratégias de resolução adequadas, implementar correctamente a(s) estratégias escolhidas e dar uma resposta relacionada com o contexto do problema, sendo o menos utilizado avaliar a razoabilidade da resposta.

Todos os formandos evoluíram de um modo significativo relativamente à capacidade de resolver problemas e à sua atitude perante novas situações. Revelaram uma crescente facilidade e autonomia em compreender os problemas, reduzindo ou deixando efectivamente de solicitar a ajuda da formadora, recorrendo a esta unicamente no caso de se sentirem bloqueados depois de tentarem, entre eles, ultrapassar esse obstáculo, “ Antes de perguntar à professora, vamos ler outra vez, vamos ver se percebemos (...)”, como afirmou Rosa durante uma das resoluções. Para isso, foram desenvolvendo e criando os seus meios, nomeadamente ler e reler várias vezes o enunciado, todo ou apenas parte deste, na tentativa de extraírem o seu significado; interagir um com o outro, partilhando conhecimentos linguísticos, do mundo e profissionais, e concretizar a informação lida em exemplos semelhantes ao do texto, todavia mais simples e acessíveis.

No que toca à leitura, percebe-se que foram efectuando uma leitura mais cuidadosa, reflectindo e questionando sobre a informação explícita e implícita no texto, em busca de identificação das partes principais do problema a fim de compreenderem, descreverem e visualizarem o sentido deste (krulik & Rudnick, 1993). Percebe-se ainda que, ao longo da experiência formativa, foram efectuando uma leitura que é determinada pela sua finalidade, ou seja, muitas vezes, não efectuaram uma leitura do texto do princípio ao fim, optando por saltar certos parágrafos e relendo ou dedicando-se mais a outros (Smole de Diniz, 2001). Houve igualmente uma clara evolução da sua capacidade de leitura e de análise, dado que, para resolver a situação proposta no problema, foi necessário voltar ao texto muitas vezes para identificar os dados e as condições, analisá-los e compreendê-los, bem como as suas conexões para os destacar e seleccionar para resolver o problema.

Em relação às estratégias de resolução utilizadas pelos formandos, foi possível observar que procuraram seleccionar estratégias adequadas em função do problema que tinham em mãos, dos seus conhecimentos prévios e do seu envolvimento na resolução. Numa crescente evolução, revelando a compreensão do problema, o domínio de alguns procedimentos matemáticos, a activação de conhecimentos prévios, por vezes, “adormecidos”, e a sua mobilização e adaptação à situação, demonstraram a capacidade de saber seleccionar, de saber implementar, de saber quando e como aplicar as estratégias adequadas em função do problema, como referem Charles, Lester e O’ Draffer (1987), Lesh e Zawojewski (2007), English e Sriraman (2010). Como exemplo, podemos citar o caso de Cristina e Rosa que, utilizando a mesma estratégia em problemas diferentes usaram-na de forma diferente. Num dos problemas, utilizaram a representação pictórica, juntamente com o algoritmo da adição, utilizando o desenho para interpretar e representar o texto, as conexões entre as partes principais do problema e os símbolos matemáticos para complementar a resolução, estabelecendo uma relação entre duas linguagens diferentes. Num outro problema, recorrendo igualmente à representação pictórica, conseguem representar a resolução do problema, utilizando somente o desenho.

De acordo com Polya (2003), quando um indivíduo decide resolver um problema, envolve-se no seu pensamento e na tarefa de compreender esse problema. Podemos dizer que todos os formandos se envolveram de forma crescente na resolução de problemas e revelaram uma atitude activa, planeando e decidindo o que fazer, como fazer, descobrindo uma resposta e testando, por vezes, a sua validação. Para além disso, depois de terem estabelecido um plano de resolução e descoberto que tinham de voltar ao texto para compreenderem o problema, enfatizaram a natureza

dinâmica da leitura de um texto e principalmente do processo de resolução defendida por vários autores (Polya, 2003; Schoenfeld, 1979, 1980, 1984; Krulik & Rudnick, 1993).

Foi possível igualmente observar-se uma evolução significativa da atitude e da forma de encarar a resolução de problemas, em grupo e individualmente. No decorrer da experiência formativa, principalmente a partir do problema 3, *O emprego do filho da Sheila*, percebe-se uma crescente abertura, vontade e facilidade em trabalhar em grupo, permitindo a partilha de conhecimentos linguísticos, saberes sobre o mundo e profissionais, assim como o confronto de pareceres e raciocínios. Esta atitude repercutiu-se não só na forma como exploraram e analisaram as situações propostas em termos de resolução, mas também na forma positiva, “confiante” e perseverante como estes formandos encararam a resolução destes problemas, como referem Cristina e Rosa “(...). Começamos a pensar e até a ganhar alguma confiança para pensarmos e fazermos, mesmo que esteja mal” (E3-CR).

Relativamente à reflexão sobre as decisões que foram sendo tomadas, passo a passo, durante a resolução de um problema e a avaliação da razoabilidade da resposta encontrada, apesar de terem sido os aspectos onde os formandos demonstraram maiores dificuldades, foi possível observar-se uma evolução.

## **7.2. Forma como os formandos explicitaram as suas resoluções**

De acordo com Figueiredo (1994), a escrita implica o domínio de um saber-fazer específico e, segundo Smole e Diniz (2001), a escrita Matemática é constituída por uma combinação de símbolos, letras e palavras, organizados por determinadas regras que servem para expressar ideias.

Foi possível observar que todos os formandos utilizaram diferentes recursos, principalmente a linguagem simbólica e a representação pictórica, para expressarem os seus raciocínios. No que se refere ao primeiro recurso, recorreram a uma linguagem simbólica elementar, correspondente aos algoritmos das operações básicas.

Em termos de descrição e comunicação escrita da sua resolução, os formandos adoptaram uma estrutura idêntica: inicialmente, começaram por apresentar os passos da estratégia de resolução, através das operações aritméticas necessárias ou da representação pictórica e a resposta à questão do problema segundo o seu contexto. Ao longo da experiência formativa, foram enriquecendo e completando o registo do seu trabalho com a apresentação escrita das partes principais do problema, das suas relações e com a validação do trabalho efectuado.

Cristina e Rosa foram as que mais importância deram ao registo na sua folha de resolução das partes principais do problema, talvez pelo facto de gostarem de ter “(...) sempre tudo direitinho (...)” (E3-CR). O mesmo não se pode dizer de João e Sara, cujos procedimentos, em relação ao registo dos dados e das condições, se revelou irregular.

A maioria dos formandos revelou ter uma preocupação crescente em registar todas, ou quase todas, as partes principais do problema na folha de resolução. Esta mudança de comportamento foi justificada pelos formandos por diferentes razões. Carlos e Maria sublinharam que era vantajoso fazer esse registo, sobretudo quando a situação descrita no problema tinha muita informação. Cristina e Rosa justificaram esta conduta, referindo que, ao longo da experiência, perceberam que essa forma de proceder lhes facilitava o trabalho, na medida em que as ajudava a focalizar na informação pertinente e no objectivo do problema. Numa visão idêntica, João e Sara consideraram que a colocação dos elementos mais importantes do problema na folha de resolução os ajudava a relembrar a situação do problema, recorrendo com menos frequência ao texto em busca da informação.

Cristina e Rosa foram os participantes que apresentaram uma descrição da resolução de cada um dos problemas mais completa e detalhada, tendo habitualmente a preocupação de registar passo a passo todos os algoritmos e procedimentos matemáticos, as relações entre as partes principais do problema, bem como a construção e a identificação de todos os elementos da representação pictórica, sempre que a utilizaram. Esta forma detalhada de descrever e comunicar os seus raciocínios foi uma característica da apresentação da sua resolução. Contrariamente, João e Sara foram aqueles que mais vezes recorreram ao cálculo mental para efectuarem os seus cálculos, não manifestando uma preocupação constante em registar todos os procedimentos e algoritmos matemáticos usados.

Esta forma de proceder de João e Sara parece estar relacionada com os hábitos que possuíam quando frequentavam a escola e que permanecem ainda bastante enraizados. Segundo eles, nunca pensaram na importância de descrever e de comunicar por escrito os seus raciocínios em Matemática. Contudo, numa ou noutra resolução, explicaram, através de uma frase completa, os conhecimentos prévios utilizados para descobrirem o caminho que os levou à solução.

De acordo com Cândido (2001), embora a linguagem Matemática seja mais concreta e precisa que a linguagem usual, para se expressar de forma precisa e adequada em termos matemáticos, é necessário que se conheça a simbologia Matemática bem como o seu significado.

Carlos e Maria, em algumas situações, revelaram pouco rigor na escrita da linguagem Matemática ao apresentarem o seu raciocínio através de expressões numéricas, como, por exemplo,  $30 \times 10 = 300 + 500 = 800$  e  $5 \times 15 = 75 - 235 = 160 : 10 = 16$ , não percebendo que esta forma de escrever, em termos de linguagem simbólica, não é a correcta. Esta dificuldade em explicarem e expressarem as ideias, as relações e as transformações relevantes da resolução de um problema, quando são utilizados os procedimentos formais da linguagem Matemática, é referida por Granell (2008).

De acordo com Carvalho (1999), a escrita passa por diferentes actividades, tais como a planificação, a redacção e a revisão, que ocorrem em diferentes momentos.

Foi possível observar em todos os formandos uma evolução gradual na escrita Matemática das suas resoluções, principalmente no que se refere à forma como descreveram e comunicaram as suas ideias, em termos de organização. Todos eles manifestaram uma crescente preocupação em expressar os seus raciocínios, usando sobretudo uma linguagem simbólica elementar, de forma sequencial, cuidada e perceptível.

### **7.3. Dificuldades sentidas pelos formandos e como as ultrapassaram**

As principais dificuldades sentidas pelos formandos situaram-se ao nível: (a) da compreensão do significado de determinadas palavras e afirmações contidas nos enunciados dos problemas; (b) do reconhecimento da relação entre a questão, os dados e as condições; (c) da assimilação e organização de várias condições; (d) da reflexão sobre as decisões e os passos realizados; (e) da avaliação da razoabilidade da solução e (f) do registo do trabalho desenvolvido e efectuado. Os formandos dos grupos participantes manifestaram um comportamento próximo e idêntico, demonstrando algumas diferenças na forma como ultrapassaram as suas dificuldades.

De acordo com Giasson (2000), a leitura implica que o leitor, perante um determinado texto, procure o seu significado num contexto específico. Segundo a autora, não poderemos afirmar que um aluno não compreendeu determinado texto ou palavra, mas que o mesmo compreende de uma certa forma perante determinado texto e em determinado contexto.

Foi possível observar que, em certas situações, os formandos revelaram dificuldades em compreender o significado de certas palavras no contexto do problema. Carlos e Maria, nas duas situações ocorridas ultrapassaram-nas, de forma distinta, uma, reflectindo, lendo e analisando a sua representação pictórica; outra, através da interacção entre eles, recorrendo aos seus conhecimentos prévios para estabelecerem a relação entre a nova informação e os seus conhecimentos, como

refere Giasson (2000), e perceberem o significado da nova informação no contexto do problema. Cristina e Rosa, nas situações em que sentiram dificuldades, mostraram necessidade de recorrer à formadora. Já João e Sara, no início da experiência formativa, recorreram à formadora para ultrapassar a dificuldade, a qual lhes proporcionou a compreensão da palavra no contexto do problema, efectuando uma leitura conjunta com eles, de forma pausada, levando-os a respeitar as regras de pontuação e dando ênfase, com diferentes entoações, às partes principais do problema. Na outra situação, activando os seus conhecimentos prévios, recorreram à interacção entre eles, compreendendo assim o significado da palavra no contexto do problema.

Observou-se ainda que todos os formandos revelaram dificuldades em compreender o significado da afirmação referente a um ou mais dados, em determinados problemas. Todos os formandos sentiram necessidade de clarificar essas situações para identificarem as partes principais do problema, compreenderem e estabelecerem as conexões entre aquelas e compreenderem o objectivo do problema. Os grupos participantes demonstraram um comportamento idêntico, ultrapassando as dificuldades lendo e relendo as afirmações em questão, recorrendo à formadora e à interacção entre eles.

Carlos e Maria foram aqueles que mostraram uma maior autonomia e capacidade de o fazer, efectuando uma segunda leitura e usando a partilha de conhecimentos e raciocínios. Cristina e Rosa, bem como João e Sara, revelaram, principalmente no início da experiência formativa, necessidade de resolver estas dificuldades, recorrendo à interacção com a formadora. Esta, não respondendo directamente às questões colocadas, utilizou diferentes formas de proceder, conforme a situação que se lhe apresentava: levou os formandos a efectuar uma nova leitura, de forma pausada e reflexiva e a concretizar a informação em questão num exemplo da vida do quotidiano. Posteriormente, perante dificuldades do género, estes discentes ultrapassaram-nas através da interacção entre eles, utilizando os seus conhecimentos prévios e concretizando a informação numa situação real, imaginando situações idênticas às descritas no enunciado, contudo, mais simples. Para compreender o significado da informação, procuraram, como referem Smole e Diniz (2001), utilizar os seus conhecimentos prévios para indagar, questionar e identificar os aspectos relevantes, encontrando pistas e caminhos sugeridos pela informação do texto.

Poderemos inferir que as dificuldades de compreensão de certas palavras e afirmações contidas nos enunciados dos problemas, sentidas pelos grupos de formandos participantes, talvez estejam relacionadas, como refere Sequeira (1990), com a insuficiência da informação e dos

conhecimentos prévios que permitam o estabelecimento de ligações entre a nova informação e a conhecida.

De acordo com Österholm (2006), a compreensão de um texto matemático depende do uso das competências de literacia, sublinhando que a tentativa de resolver um problema pode ser afectada pelas deficiências nessas competências, no sentido em que a representação mental efectuada pode contradizer o texto.

O problema 3, *O emprego do filho da Sheila*, foi, sem dúvida, aquele que suscitou maiores dificuldades a todos os formandos, ao nível da compreensão. Todos eles, depois de lerem o enunciado, demonstraram que perceberam os dados e condições do problema, todavia revelaram dificuldades em compreender o objectivo deste, principalmente em reconhecerem a conexão entre a questão, os dados e as condições, situação que se reflectiu na forma como definiram e implementaram a sua estratégia de resolução. Carlos e Maria foram os únicos que demonstraram capacidade em encontrar a solução desejada sem a ajuda da formadora, reflectindo sobre uma primeira solução encontrada. Já nos casos de Cristina e Rosa e João e Sara, foi a formadora que os levou a reflectirem sobre a primeira estratégia escolhida e conseqüente solução, para que percebessem o objectivo do problema e definissem e implementassem uma nova estratégia e, conseqüentemente, a solução pretendida.

Todos os formandos demonstraram, igualmente, uma certa dificuldade em lidar e trabalhar com várias condições simultaneamente. Aqui, para ultrapassarem esta situação, todos eles sentiram a necessidade de recorrer à representação pictórica que foi utilizada com duas finalidades: uma primeira, para organizar as várias condições do texto e, simultaneamente, representar a situação do problema e uma segunda como estratégia de resolução. Carlos e Maria perceberam com relativa facilidade que, neste caso, a melhor forma de organizarem todas as condições apresentadas seria a construção de uma figura, enquanto Cristina e Rosa, tal como João e Sara, sentiram necessidade de recorrer à ajuda da formadora e só depois procederam à representação pictórica.

Para Lester (1978, 1983), Borralho e Borrões (1995), a resolução de um mesmo problema pode exigir esforços diferentes a indivíduos diferentes, pois, a uns, pode exigir esforços significativos e, a outros, apenas a recordação de conhecimentos ou factos adquiridos. Este comportamento, segundo os autores, está relacionado com as habilidades de cada indivíduo bem como com os conhecimentos e experiências que cada um possui.

Carlos e Maria, apesar de terem percebido que a forma mais fácil de organizar as várias condições seria o recurso à representação pictórica, sentiram dificuldades em coordenar todas as acções que tiveram de realizar para construir a sua figura. Observou-se que foi bastante complicado para o grupo fazer tudo ao mesmo tempo: ler, perceber o que estavam a ler, assimilar toda a informação lida e distribuir os dados contidos na informação de forma correcta. Infere-se que, para além de não terem planeado a construção do seu desenho, esta forma de agir se justifica pelo facto de que a concepção, que vão estabelecendo do problema, vai sendo melhorada e aprofundada à medida que a sua resolução vai acontecendo (Polya, 2003) ou ainda pelo facto de que uma mesma tarefa poder ser vista de forma diferente pelo mesmo indivíduo, dependendo das circunstâncias em que ele a resolve (Lester, 1983). Observou-se que foram construindo o desenho à medida que foram lendo a informação do texto e que só encontraram uma forma de ultrapassar esta dificuldade de construção, após uma reflexão do objectivo do problema.

Foi relativamente difícil para a maioria dos formandos, durante a resolução dos problemas, periodicamente, pararem e avaliarem os passos efectuados, não tanto em termos aritméticos, mas no que se refere à tomada de decisões, o que vai ao encontro da perspectiva de Charles, Lester e O' Draffer (1987) que referem que muitos indivíduos iniciam a resolução de um problema, escolhem e implementam uma estratégia sem fazerem a avaliação das suas decisões, sem reflectirem sobre o que estão a tentar fazer, o que já fizeram e o que ainda pretendem fazer.

Todos os formandos, em situações diferentes, mostraram dificuldades em reflectir sobre cada uma das suas decisões tomadas e nos passos efectuados na procura da solução. Além disso, demonstraram alguma dificuldade de análise dos resultados e em efectuar uma reflexão que lhes permitisse compreender que poderiam existir outros valores que também satisfizessem o pedido do problema. Esta dificuldade fez-se sentir sobretudo no início da experiência formativa, mas que todos procuraram “melhorar” com o decorrer do trabalho realizado, “(...) esta partilha que temos tido em grupos pequenos e (...) ainda com a turma toda, (...) tem-me ajudado muito a vencer as minhas dificuldades, não só de compreensão como também de confiança, de não ter medo de fazer, de pensar (...)” (E3-JS).

Foi possível observar que, na maioria das situações, fazer a avaliação ou a retrospectão do trabalho realizado foi igualmente difícil para alguns dos formandos, tendo estes demonstrado que lhes era suficiente descobrir ou obter uma solução, ideia corroborada por Polya (2003) que refere que mesmo os bons alunos, quando encontram a solução do problema, “fecham os livros e passam a outro assunto” (p. 35), acrescentando que os alunos, depois de obterem uma solução,

geralmente não efectuam a sua avaliação, mesmo que estejam perante resultados absurdos e que não façam qualquer sentido para aquela situação.

Carlos e Maria foram os formandos que menos importância atribuíram a este passo durante a resolução dos problemas, parecendo-lhes ser suficiente encontrar uma solução que, segundo a sua compreensão do problema, satisfizesse o objectivo deste. Contrariamente, Cristina e Rosa, bem como João e Sara, a partir da resolução do problema 3, *O emprego do filho da Sheila*, começaram a atribuir alguma importância a este passo na resolução, quer em termos aritméticos, quer em termos estratégicos. Esta mudança de comportamento talvez esteja relacionada com a alteração de percepções dos formandos relativamente à importância da validação do seu trabalho, para “detectar” e corrigir falhas, ideia defendida por Polya (2003) e Schoenfeld (1974, 1984).

Alguns formandos revelaram igualmente dificuldades em apresentar por escrito todas as etapas que definiram e implementaram na resolução dos problemas propostos. Estas dificuldades manifestaram-se na relutância em registar as partes principais do problema, alguns passos intermédios, mas sobretudo a retrospectiva do seu trabalho, ao nível de cálculo e, principalmente, ao nível da estratégia implementada. Observou-se, no entanto, uma mudança de comportamento em todos eles, a partir da resolução dos últimos problemas, revelando uma maior preocupação em registar todos os passos efectuados e em apresentar uma estratégia alternativa de resolução do problema, comprovando assim a solução obtida, como refere Polya (2003).

Podemos igualmente apontar a dificuldade que estes formandos sentiram, no início da experiência formativa, em trabalharem em grupo. Carlos e Maria foram aqueles que mais dificuldades demonstraram nesse sentido. Pelo contrário, João e Sara foram os que encontraram uma maior facilidade em trabalhar em grupo desde a resolução do primeiro problema. Contudo, todos os grupos participantes mostraram uma maior abertura, vontade e reconhecimento das suas vantagens em trabalhar em grupo, a partir do problema 3, *O emprego do filho da Sheila*.

#### **7.4. Reflexão final e recomendações para investigações futuras**

Este estudo decorreu no contexto de uma experiência de formação, integrada na realidade formativa dos Cursos EFA, no âmbito da Área de Competência-Chave Matemática para a Vida. O contexto, no qual decorreu, não foi pautado por condicionantes significativas que afectassem a obtenção das conclusões que foram indicadas nos pontos anteriores deste capítulo. Contudo, ao longo deste trabalho, foram surgindo algumas dificuldades de natureza diversa.

Em primeiro lugar, foi particularmente difícil gerir o papel simultâneo que assumi como formadora e investigadora, quer ao nível da preparação das tarefas a realizar, quer durante a implementação da experiência formativa. Na preparação das tarefas, tive o cuidado e a preocupação de seleccionar tarefas que fossem ao encontro dos interesses, saberes e competências dos formandos, tendo em atenção que alguns formandos adquiriram o 6.º ano de escolaridade através do processo de RVCC. Na implementação dos problemas, as dificuldades dos formandos de cada curso exigiram um acompanhamento constante, condicionando assim um pouco as anotações durante as sessões de aplicação. Contudo, procurei colmatá-las com conversas informais com os formandos, sempre que achei oportuno e relevante.

Foram sentidas dificuldades ao nível da selecção dos formandos participantes e dos problemas a realizar, devido à falta de assiduidade e/ou pontualidade dos formandos, sobretudo no primeiro tempo de formação e ao seu cansaço depois de um dia de trabalho. A heterogeneidade dos Cursos EFA, também se mostrou um constrangimento, fosse pelas idades, objectivos e/ou expectativas de vida dos vários formandos ou pelos conhecimentos básicos de Matemática e de Língua Portuguesa que possuíam. Para além disso, foi particularmente difícil fazer com que os formandos participantes, percebessem o quanto era importante que partilhassem e comunicassem o que estavam a pensar e a fazer com o seu par e que registassem todos os seus passos na sua folha de resolução. Posso referir que foi uma “luta”, pois habitualmente os formandos só queriam colocar na sua folha de resolução os passos e a solução correcta.

Foram sentidas particulares dificuldades ao nível da compreensão do enunciado dos problemas propostos, por parte dos formandos. Recomenda-se que, em investigações futuras, esta questão seja mais desenvolvida. De que forma o ensino-aprendizagem da língua materna contribui para a compreensão de um problema matemático? De que forma o ensino-aprendizagem de Matemática contribui para a compreensão de um texto? Em que medida a dificuldade de compreensão está relacionada com o problema ou com a forma como se ensina e trabalha a leitura e a compreensão e, conseqüentemente, a resolução de problemas?

A dificuldade dos formandos, na comunicação oral e sobretudo na escrita, é outro aspecto a ter em consideração em futuras investigações. Em que medida a resolução de problemas contribui para a promoção das competências de literacia?

Finalmente, é de destacar o enriquecimento que o presente trabalho constituiu para os formandos e para a autora. Com base nas observações realizadas e nas respostas dos formandos nas entrevistas, sobretudo a que foi realizada após a resolução de cada problema, pode-se concluir

que se verificou uma clara mudança de atitude e percepção dos formandos em relação à Matemática.

Ao longo da experiência formativa foram, várias as situações em que se percebeu que os formandos, inicialmente, atribuíam uma grande e quase exclusiva importância ao cálculo, ou seja, identificavam o saber Matemática com o saber fazer contas e que a resolução de um problema implicava, apenas, encontrar a sequência de cálculos que permitiria encontrar a solução. Com a evolução do trabalho, observou-se que os formandos perceberam que existia uma certa relação entre compreender um parágrafo ou um texto e resolver um problema, tal como referiu Thorndike (1917), no sentido em que a compreensão das duas actividades implica identificar e considerar os dados fornecidos, seleccionar os dados relevantes e eliminar os restantes, de estabelecer ligações e conexões entre as diferentes partes e finalmente resolver e verificar a validade do processo. Para além deste aspecto, foram desenvolvendo uma autonomia na procura de diferentes processos de resolução e assumindo uma atitude de independência em relação à formadora, sobretudo na compreensão dos enunciados. Não podemos deixar de salientar que a maioria dos formandos realçou que aprendera a pensar e que perdera o medo de fazer as tarefas.

Como professora, tive a possibilidade de reflectir sobre a minha prática, principalmente no que se refere à selecção e apresentação de problemas e/ou actividades que permitem que os formandos compreendam, cada vez mais, a aplicabilidade da Matemática em actividades do seu quotidiano. É também fundamental fazê-los compreender que, ao contrário, do que pensam convictamente, saber Matemática não é saber fazer contas. É imperativo que esta visão redutora da Competência Matemática seja combatida, pois esta implica um raciocínio “complexo”, um cálculo cuidado e uma destreza mental para fazer interpretações, conexões, inferências, entre outras. No entanto, para que tal aconteça é fundamental que os alunos/formandos tenham consciência de que o domínio da língua e a compreensão dos enunciados são vitais para uma satisfatória resolução de problemas.

Nesta linha de pensamento, o professor/formador, na sua prática lectiva, deve proporcionar actividades que promovam a complementaridade da Matemática e da Língua Portuguesa. Uma e outra, ambas, são nucleares para o desenvolvimento de um indivíduo capaz de compreender/interpretar o mundo que o rodeia e agir em conformidade. Importa proporcionar múltiplas oportunidades para que os alunos/formandos resolvam diferentes problemas numa diversidade de contextos, interpretem enunciados, analisem e reflectam sobre as estratégias de resolução, bem como a adequação dos resultados obtidos. Importa ainda, fomentar a importância

de avaliar a solução obtida e o caminho percorrido durante a resolução de problemas para que consolidem conhecimentos, identifiquem o que os ajudou e o que lhes causou dificuldades. É igualmente nuclear criar oportunidades para que os alunos/formandos argumentem e comuniquem os seus raciocínios, ideias e dificuldades.

Será persistir num erro pensar que a Língua Portuguesa e a Matemática são duas áreas de competência distintas, com um objectivo distinto e que nada as une. Neste sentido, será vital que os professores de Matemática e de Língua Portuguesa percebam que os objectivos das duas áreas só serão cabalmente, alcançados se cooperarem, se trabalharem em conjunto, já que estas áreas se completam e inter-relacionam.



## BIBLIOGRAFIA

- Abrantes, P. (1989). Um (bom) problema (não) é (só)... *Educação e Matemática* 8, 7-10.
- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério da educação. DEB.
- Alonso, L., Imaginário, L., Magalhães, J., Barros, G., Castro, J. M., Osório, A. & Sequeira, F. (2002). *Referencial de competências-chave. Educação e formação de adultos*. Lisboa: ANEFA.
- ANQ (2010a). *Newsletter Novas Oportunidades n° 19*. Lisboa: MTSS & ME. Acedido em 29/19/2010 de <http://www.anq.gov.pt>
- ANQ (2010b). *A ANQ: Quem somos*. Lisboa: MTSS & ME. Acedido em 29/19/2010 de <http://www.anq.gov.pt>
- ANQ (2010c). *A ANQ: Missão*. Lisboa: MTSS & ME. Acedido em 29/19/2010 de <http://www.anq.gov.pt>
- ANQ (2010d). *A ANQ: Principais atribuições*. Lisboa: MTSS & ME. Acedido em 29/19/2010 de <http://www.anq.gov.pt>
- APM (1990). *A renovação do currículo de Matemática*. Lisboa: APM.
- Ávila, P. (2008). *A literacia dos adultos: Competências-Chave na sociedade do conhecimento*. Lisboa: Celta Editora.
- Azevedo, F. (2007). *Formar leitores: Das teorias às práticas*. Lisboa: Edições Técnicas.
- Azevedo, T. M., & Rowell, V. M. (2007). *Problematização e ensino de língua materna*. Acedido em 25/04/2011 de <http://www.maxwell.lambda.ele.puc-rio.br>
- Barbeiro, L. F. (2001). A dimensão criativa da expressão escrita. Em F. Sequeira, J. A. B. Carvalho & A. Gomes (Orgs.), *Actas do Encontro de Reflexão sobre o Ensino da Escrita: Ensinar a Escrever. Teoria e Prática* (pp. 53-67). Universidade do Minho: Instituto de Educação e Psicologia.
- Barbosa, F. (2004). *A educação de adultos: Uma visão crítica*. Porto: Estratégias criativas.
- Barthes, R., Sollers, P., Butor, M., Daniel, J., & Lacouture, J. (1975). *Escrever... Para quê? Para quem?* Lisboa: Edições 70.

- Benavente, A. (Coord.), Rosa, A., Costa, A. F., & Ávila, P. (1996). *A literacia em Portugal. Resultados de uma pesquisa extensiva e monográfica*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian e Conselho Nacional de Educação.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (2006). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Borrvalho, A., & Borrões, M. (1995). *O ensino/aprendizagem da matemática: Algumas perspectivas metodológicas*. Évora: Universidade de Évora.
- Branca, N. A (1980). Problem solving as a goal, process, and basic skill. Em Krulik, S. & Reys, R. (Eds.). *Problem solving in school Mathematics* (pp. 3-8). Reston VA: NCTM.
- Brown, S. I. (2008). *Reconstruir a matemática escolar. Problemas com problemas e o mundo real*. Mangualde: Edições Pedagogo, LDA (tradução portuguesa de Reconstructing school Mathematics. Problems with problems and the real world, 2000).
- Bussière, P., Cartwright, F., Crocker, R., Ma, X., Oderkirk, J., & Zhang, Y. (2001). *Measuring up: The performance of Canada's youth in reading, mathematics and science: OECD PISA study – First results for Canadians aged 15*. Ottawa, ON: Statistics Canada.
- Cabral, M. L. (1994). Avaliação e escrita: um processo integrado. Em F. I. Fonseca (Dir.). *Pedagogia da Escrita: Perspectivas* (pp. 107-125). Porto: Porto Editora.
- Cabral, M. L. (2004). A escola promove o desenvolvimento das competências de literacia? Em M. L. Cabral, *Para o ensino da leitura e da escrita. Do básico ao superior*. Faro: Faculdade de Ciências Humanas e Sociais-Centro de Estudos Linguísticos e Literários.
- Canário, R. (1992). O estabelecimento de ensino no contexto local. Em Canário, R. (Org.), *Inovação e Projecto Educativo de Escola*. (pp. 57-85). Lisboa: Educa.
- Cândido, P. T. (2001). Comunicação em Matemática. Em K. S. Smole & M. I. Diniz (Orgs.), *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática*. São Paulo: Artmed.
- Cândido, P. T. (2001). Comunicação em Matemática. Em K. S. Smole, M. I. Diniz (Orgs.), *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática* (pp. 15-28). São Paulo: Artmed.

- Carvalho, J. A. B. S. (1999). *O ensino da escrita. Da teoria às práticas pedagógicas*. Braga: Universidade do Minho.
- Castells, M. (2002). *A sociedade em rede. A era da informação: economia, sociedade e cultura* (Vol. 1). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Castells, M. (2003a). *O fim do milénio. A era da informação: economia, sociedade e cultura* (Vol. 2). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Castells, M. (2003b). *O poder da identidade. A era da informação: economia, sociedade e cultura*. (Vol. 3). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Castro, S. L. (2000). A linguagem escrita e o seu uso: uma perspectiva cognitiva. Em M. R. Delgado-Martins, G. Ramalho & A. Costa (Org.), *Literacia e sociedade: Contribuições pluridisciplinares*. Lisboa: Editorial Caminho.
- Cavaco, C. (2002). *Aprender fora da escola: percursos de formação experiencial*. Lisboa: EDUCA.
- Cavaco, C. (2009). *Adultos pouco escolarizados. Políticas e práticas de formação*. Lisboa: Lisboa: Educa – Unidade de I & D de Ciências da Educação.
- Charles, R. e Lester, F. (1986). *Mathematical problem solving*. Springhouse: Learning Institute.
- Charles, R., Lester, F. & O’Daffer, P. (1987). *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. Reston: NCTM.
- Colaço, P. A. B. (2004). Concepções sobre leitura num contexto de Formação Inicial de Professores: um estudo de caso. Em M. L. Cabral, *Para o ensino da leitura e da escrita*. Faro: Faculdade de Ciências Humanas e Sociais/CELL.
- Contente, M. (2000). *A leitura e a escrita*. Lisboa: Editorial Presença.
- Correia, E. S. L. (2005). *Aprender Matemática – hoje ensino básico*. Aveiro: Universidade de Aveiro.
- Cummins, D. D., Kintsch, W., Reusser, K., & Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology*, 20, 405-438.
- De Lange, J. (2001). Mathematics for literacy. Em NRC, *Quantitative literacy: Why numeracy matters for schools and colleges* (pp. 52-80). Washington, D.C.: National Academy of Sciences.

- Delgado-Martins, M. R. (1992). Eu falo, tu ouves, ele lê, nós escrevemos. Em M. R. Delgado-Martins (Dir.). *Para a didáctica do Português. Seis estudos de linguística* (p. 5-22). Lisboa: Edições Colibri.
- Denzin, N. K. (1989). *Interpretive interactionism*. Newbury Park, CA: Sage.
- Departamento de Educação Básica (2007). *Currículo nacional do ensino básico - Competências essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação.
- English, L. D., Lesh, R. & Fennewald, T. (2008). Future directions and perspectives for problem solving research and curriculum development. Em *11th International Congress on Mathematical Education*, 6-13. Monterrey: Mexico.
- English, L., & Sriraman, B. (2010). Problem solving for the 21st century. Em B. Sriraman & L. English, *Theories of mathematics education: Seeking new frontier* (pp. 1-41). N.Y.: Springer.
- Fernandes, D. (1992). Resolução de problemas: Investigação, ensino, avaliação e formação de professores. Em, M. Brown, D. Fernandes, J. Ponte & J. F. Matos (Eds.), *Educação Matemática*, (pp. 45-103). Lisboa: IIE.
- Fernandes, D., Vale, I., Fonseca, L., Silva, J. C. & Pimentel, T. (2002). *Matemática 7* (Vol. 2). Perafita: Areal Editores, S.A.
- Fernandes, D.; Borralho, A. & Amaro, G. (1994). Resolução de Problemas: processos cognitivos. Em D. Fernandes, A. Borralho & G. Amaro (Orgs.), *Resolução de problemas: processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular* (pp. 35-63). Lisboa: INE.
- Fernández, F. S. (2006). *As raízes históricas dos modelos actuais de educação de pessoas adultas*. Lisboa: Educa – Unidade de I & D de Ciências da Educação.
- Ferreiro, E & Teberosky, A. (1986). *Psicogénese da língua escrita*. Porto Alegre: Artes Médicas.
- Figueiredo, O. (1994). Escrever: da teoria á prática. Em F. I. Fonseca (Dir.), *Pedagogia da Escrita: Perspectivas* (pp. 155-172). Porto: Porto Editora.
- Finger, M. & Asún, J. M. (2003). *A educação de adultos numa encruzilhada. Aprender a nossa saída*. Porto: Porto Editora.

- Fonseca, M. C. F. R. & Cardoso, C. A. (2005). Educação matemática e letramento: textos para ensinar matemática, matemática para ler texto. Em A. M. Nacarato & C. E. Lopes (Org). *Escritas e leituras na educação Matemática*. (pp. 63-76). Belo Horizonte: Autêntica.
- Gal, I., Groenestyn, M. V., Manly, M., Schmitt, J. S. & Tout, D. (2005). Adult numeracy and its assessment in the ALL survey: a conceptual framework and pilot results. Em S. Murray, Y. Clermont & M. Binkley (Orgs.), *Measuring Adult Literacy and Life Skills: New Frameworks for Assessment* (pp. 137-191). Ottawa, Statistics Canada.
- Garton, A. & Pratt, C. (1998). *Learning to be literate. The development of spoken and written language*. Oxford: Blackwell Publishers Ltd.
- Giasson, J. (2000). *A compreensão na leitura*. Porto: Edições Asa
- Gomes, M. C. (Coord.) (2006). *Referencial de Competências-Chave para a Educação e Formação de Adultos – Nível Secundário*. Direcção Geral de Formação Vocacional.
- Gomes, M. C., Ávila, P., Sebastião, J., & Costa, A. F. (2002). Novas análises dos níveis de literacia em Portugal: Comparação diacrónicas e internacionais. Em *Actas do IV Congresso Português de Sociologia*. Coimbra: Associação Portuguesa de Sociologia.
- Goodman, K. S. (1987). O processo de leitura: considerações a respeito das línguas e do desenvolvimento. Em E. Ferreiro & M. G. Palácio, *Os processos de leitura e escrita: Novas perspectivas*. Porto Alegre: Artes Médicas.
- Gorjão, V. L. (2004). A abordagem da escrita na aula de Inglês. Em M. L. Cabral, *Para o ensino da leitura e da escrita. Do básico ao superior*. Sem cidade: Faculdade de Ciências Humanas e Sociais/Centro de Estudos Linguísticos e Literários.
- Granel, C. G. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. Em Teberosky, A. & Tolchinsky, L. (Orgs.). *Além da alfabetização: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática*. São Paulo: Ática, 2008.
- Gumpez, J. C. (2008) (Org.). *A construção social da alfabetização*. São Paulo: Artmed.
- Gusmão, M. J. & Marques, A. J. G. (1978). Relatório da conferência internacional sobre educação de adultos. Em *Conferências internacionais da Unesco sobre educação de adultos. Elsinore (1949), Montreal (1960), Tóquio (1972)* (pp.6-56). Braga: Universidade do Minho - Projecto de adultos.

- Hamadache, A. (n.d.). *De l'enseignement fondamental à l'éducation de base pour tous. L'éducation permanente en devenir*. Acedido em 22, Outubro, 2010 de <http://amidache.isuisse.com/educperm.htm>
- Hatfield, L. (1978). Heuristical emphasis in the instrution of mathematical problema solving: Rationales and research. Em L. L. Hatfield & D. A. Bradbard (Eds.), *Mathematical problem solving: Papers from research workshop*. Columbus: ERIC.
- Hegarty, M., Mayer, R. E., & Monk, C. A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: a comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology*, 87 (1), 18-32.
- Horta, M. H. (2007). *A abordagem à escrita na educação Pré-escolar: Que realidade?* Penafiel: Editorial Novembro.
- Kantowski, M. (1977). Process involved in mathematical problem solving. *Journal for research in Mathematics education*, 8, 3, 163-180.
- Kantowski, M. G. (1980). Some t houghts on teaching for problem solving. Em S. Krulik & R. E. Reys (Eds.), *Problem solving in school mathematics* (pp. 195-203). Reston VA: NCTM.
- Kirsch, I., Jungeblut, A., Jenkins, L. & Kolstad, A. (1993). *Adult literacy in America: a first look at the results of the national adult literacy survey*. Washington DC: Nation Center for Education Statistics.
- Krulik, S. & Rudnik, J. A. (1993). *Reasoning and Problem Solving – A Handbook for Elementary School Teachers*. Massachussets: Allyn and Bacon.
- Lahire, B. (1999). *L 'invention de l'«illettrisme»*. Paris: Éditions la Découverte.
- LeBlanc, J., F., Proudfit, L & Putt, I., J. (1980). Teaching problem-solving in the elementary school. Em Krulik, S. & Reys, R. (Eds.), *Problem solving in school Mathematics* (pp.104-116). Reston VA: NCTM.
- Lesh, R. & Zawojewski, J. S. (2007). Problem solving and modeling. Em F. Lester (Ed.). *The Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 763-804). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Lesh, R., & Harel, G. (2003). Problem solving, modeling, and local conceptual development. *Mathematical thinking and learning*, 5 (2 & 3), 157-189.

- Lester, F. K. (1978). Mathematical problem solving in the elementary school: Some education and psychological considerations. Em Hatfield & Bradbard (Eds.), *Mathematical problem solving: papers from a research workshop*. Columbus: ERIC.
- Lester, F. K. (1980). Research in Mathematics Education. Em R. Shumway (Ed.), *Professional References Series*. Reston: NCTM.
- Lester, F. K. (1983). Trends and issues in mathematical problem-solving research. Em R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 229-261). New York: Academic Press.
- Lester, F. K. (1994). O que aconteceu à investigação em resolução de problemas de Matemática? Situação nos Estados Unidos. Em D. Fernandes, A. Borralho & G. Amaro (Orgs.), *Resolução de problemas: Processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular* (pp. 13-31). Lisboa: IIE.
- Lester, F. K. (1997). Mathematics teacher education at Indian University: twenty-five years of innovative practice. Em D. Fernandes, F. K. Lester, A. Borralho & I. Vale (Coords.), *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: Múltiplos contextos e perspectivas* (pp. 189-216). Aveiro: GIRP.
- Lester, F. K., & Kehle, P. E. (2003). From problem solving to modeling: The evolution of thinking about research on complex mathematical activity. Em R. Lesh & H. Doerr, (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching* (pp. 501-518). Mahwah, New Jersey: Erlbaum.
- Lima, L. (2005). A educação de adultos em Portugal (1974-2004). Entre as lógicas da educação popular e da gestão de recursos humanos. Em R. Canário & B. Belmiro (Orgs.), *Educação e formação de adultos. Mutações e convergências* (pp. 31-60). Lisboa: Educa.
- Lopes, J.A. (2004). Ler ou não Ler: Eis a questão! Em J. A. Lopes, M. G. Velásquez, P. P. Fernandez & V. N. Bártolo, *Aprendizagem, ensino e dificuldades da leitura* (pp. 13-152). Coimbra: Quarteto.
- Lüdke, M. e André, M. (1986). *Pesquisa em educação: Abordagens Qualitativas*. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária.
- Lyon, D. (1992). *A Sociedade da informação*. Oeiras: Celta Editora.

- Martin, H. (2007). Mathematical literacy. *Principal Leadership*, 7(5), pp. 28-31.
- Martins, M. A. (1996). *Pré-história da aprendizagem da leitura*. Lisboa: ISPA
- Martins, M. R. D., Costa A. & Ramalho, G. (2000). Processamento da informação pela leitura e pela escrita. Em M. R. D. Martins, G. Ramalho & A. Costa (Orgs.), *Literacia e sociedade: Contribuições pluridisciplinares*. Lisboa: Caminho.
- Mason, J. (1992). Researching problem solving from the inside. Em J. P. Ponte, J. F. Matos, J. M. Matos & D. Fernandes (Eds.), *Mathematical problem solving and new information technologies* (pp. 17- 39) Berlin: Springer-Verlag.
- Matos, J. F. e Carreira, S. P. (1994). Estudos de caso em Educação Matemática – Problemas actuais. *Quadrante*, 3(1), 19-53.
- McClintock, C. E. (1984). Heuristics processes as task variables. Em G. A. Goldin, & E. McClintock (Ed), *Task variables in mathematical problem solving* (pp.171-234). Philadelphia: The Franklin Institute Press.
- Melo, A., Lima, L. C. & Almeida, M. (2002). *Novas políticas de educação e formação de adultos: o contexto internacional e a situação portuguesa*. Lisboa: Agência Nacional de Educação e Formação de Adultos.
- Melo, A., Queirós, A. M., Silva, A. S., Salgado, L., Rothes, L., & Ribeiro, M. (1998). *Uma aposta educativa na participação de todos: Documento de estratégia para o desenvolvimento da educação de adultos*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Merriam, S. (1988). *Case study research in education: A qualitative approach*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Mialaret, G. (1974). *A aprendizagem da leitura*. Lisboa: Editorial Estampa.
- Ministério da Educação (1991). *Declaração mundial sobre a educação para todos. Quadro de acção para responder às necessidades de educação básica. Conferência mundial sobre educação para todos*. Editorial do Ministério da Educação.
- Ministério da Educação (2004). *Conceitos fundamentais em jogo na avaliação de resolução de problemas*. Lisboa: Gabinete de Avaliação Educacional do Ministério da Educação.

- Ministério do Trabalho e da Solidariedade e Ministério da Educação (2005). *Novas Oportunidades. Aprender Compensa*. Lisboa. Acedido em 28, Outubro, 2010 de <http://www.novasoportunidades.gov.pt>.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar*. Lisboa: APM & IIE (tradução portuguesa de Curriculum and evaluation standards for school mathematics, 1989).
- National Council of Teachers of Mathematics (2007). *Princípios e normas para a Matemática escolar*. Lisboa: APM (tradução portuguesa de Principles and standards for school Mathematics, 2000).
- Nogueira, I. (2002). Enquadramento(s), centralidade(s) e reflexões em torno do seu modelo teórico. Em I. M. Silva, J. A. Leitão & M. M. Trigo (Orgs.), *Educação e formação de adultos: factor de desenvolvimento, inovação e competitividade* (pp. 77-83). Lisboa: ANEFA.
- OECD & Statistics Canada (2000). *Literacy in the Information Age: Final Report of the International Adult Literacy Survey*. Paris: OECD.
- Oliveira, R. (2004). Almejando o alargamento da participação dos adultos em actividades de educação e formação: O caso do modelo EFA. Em A. V. Sancho, D. Wildemeersch, F. Betto, J. F. Souza, J. Norbeck, J. Vandenabeele, L. Ruíz, L.C. Lima, L. Puigvert, L.A. Rothes, M. Jans, R. Oliveira, R. Canário, T. Jansen, *Educação de adultos: Forum III* (pp. 86-110). Braga: Universidade do Minho - Unidade de Educação de Adultos.
- Österholm, M. (2006). A reading comprehension perspective on problem solving. *Proceedings of MADIF-5, the fifth Swedish Mathematics Education Research seminar*, Malmö, pp. 136-145.
- Palhares, P. (1997). Histórias com problemas construídas por futuros professores de Matemática. Em D. Fernandes, F., K, Lester, A. Borralho & Isabel Vale (Coords.), *Resolução de problemas na formação inicial de professores de Matemática: múltiplos contextos e perspectivas* (pp. 159-188). Aveiro: GIRP.
- Patton, M. Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation*. Newbury Park, CA: Sage.
- Pereira, M. L.A. (2000). *Escrever em português. Didácticas e práticas*. Porto: Edições Asa.
- Pinheiro, A. (2007). *O desenvolvimento da capacidade de elaboração escrita*. Penafiel: Editorial Novembro.

- Pinto, M. G. L. C. (1998). *Saber viver a linguagem: Um desafio aos problemas de literacia*. Porto: Porto Editora.
- Polya, G. (1980). On solving mathematical problems in high school. (Original article in California Mathematics Council Bulletin, vol. 7, nº2, 1949). Em S. Krulik & R. E. Reys (Eds.), *Problem solving in school mathematics* (pp. 1-2). Reston VA: NCTM.
- Polya, G. (2003). *Como resolver problemas: Um aspecto novo do método matemático*. Lisboa: Gradiva (tradução portuguesa de How to solve it – A new aspect of mathematical method, 1945).
- Ponte, J. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante*, 3(1), 3-18.
- Ponte, J. P. & Canavarro, P. (1994). A resolução de problemas nas concepções e práticas dos professores. Em D. Fernandes, A. Borralho & G. Amaro (Orgs.), *Resolução de problemas: Processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular* (pp. 197-211). Lisboa: IIE.
- Ponte, J. P. (2002). Literacia matemática. Em M. N. Trindade (Org.), *Actas do Encontro Internacional Literacia e cidadania: Convergências e interfaces*. Universidade de Évora: Centro de Investigação em Educação Paulo Freire.
- Ponte, J. P. et al., (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC.
- Rebelo, D. (1990). *Estudo psicolinguístico da aprendizagem da leitura e da escrita*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Rebelo, J. A. S. (1993). *Dificuldades da leitura e da escrita em alunos do ensino básico*. Porto: Edições Asa.
- Rigolet, S. A. (2000). *Os três P. Precoce, progressivo, positivo. Comunicação e linguagem para uma plena expressão*. Porto: Porto Editora.
- Riley, J. (2004). Curiosidade e comunicação: língua e literacia na educação de infância. Em I. Siraj-Blatchford (Org.), *Manual de desenvolvimento curricular para a educação de infância*. (pp. 42-54). Lisboa: Texto Editora.
- Rodrigues, S. P. (2009). *Guia de operacionalização de cursos de educação e formação de adultos*. Lisboa: Agência Nacional para a Qualificação, I. P.

- Santana, I. (2007). *A aprendizagem da escrita. Estudo sobre a revisão cooperada de texto*. Porto: Porto Editora.
- Sardinha, M. G. (2005). *As estruturas linguísticas, cognitivas e culturais e a compreensão leitora*. Tese de Doutoramento. Covilhã: UBI.
- Schoenfeld, A. H. (1979). Can heuristics be taught? The elements of a theory and a report on the teaching of general mathematical problem-solving skills. Em J. Lochhead & J. Clement (Eds.), *Process instruction research on teaching thinking skills*. Philadelphia: The Franklin Institute Press.
- Schoenfeld, A. H. (1980). Heuristics in the classroom. Em Krulik, S. & Reys, R. (Eds.). *Problem solving in school Mathematics* (pp. 9-22). Reston VA: NCTM.
- Schoenfeld, A. H. (1984) Heuristic Behaviour Variables in Instruction. Em G. A. Goldin, & E. McClintock. (Ed), *Task variables in mathematical problem solving* (pp.415-454). Philadelphia: The Franklin Institute Press.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problema solving*. New York, NY: Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1989). Teaching mathematical thinking and problem-solving. Em L. Resnick & L. Klopfer (Eds.), *Toward the thinking curriculum: Current cognitive research*. Washington DC: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense-making in mathematics. Em D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: Macmillan.
- Sequeira, M. F. & Sim-Sim, I (1989). *Maturidade linguística e aprendizagem da leitura*. Braga: UM.
- Sequeira, M. F. (1989). Psicolinguística e leitura. Em F. Sequeira & I. Sim-Sim, *Maturidade linguística e aprendizagem da leitura*, (pp. 99-108). Braga: Instituto de Educação da Universidade do Minho.
- Sequeira, M. F. (1990). As teorias do processamento de informação e os esquemas cognitivos do leitor na compreensão do texto. *Revista Portuguesa de Educação*, 3 (3), 37-44.
- Silva, J. Sebastião (1977). *Guia para a utilização do compêndio de Matemática*. (Vols. 2-3) Lisboa: Ministério da Educação e Investigação Científica.

- Silva, O. S. (2002). Uma orientação metodológica para os cursos EFA. Em I. M. Silva, J. A. Leitão & M. M. Trigo (Orgs.), *Educação e formação de adultos: factor de desenvolvimento, inovação e competitividade* (pp. 84-94). Lisboa: ANEFA.
- Sim-Sim, I. (1995). Desenvolver a linguagem, aprender a língua. Em A. D. Carvalho (Org.) *Novas metodologias em educação*. Porto: Porto Editora.
- Smith, F. (2003). *Compreendendo a leitura: Uma análise psicolinguística da leitura e do aprender a ler*. Porto Alegre: Artmed Editora, S.A.
- Smole, k. S. & Diniz, M. I. (2001). Ler e aprender Matemática. Em *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática*. São Paulo: Artmed.
- Sousa, A. B. (2005). *Investigação em Educação*. Lisboa: Livros Horizonte, LDA.
- Sousa, M. L. D. (1989). Ler na escola. Em F. Sequeira, R.V. Castro, M. L. Sousa (Orgs.), *O ensino-aprendizagem do português. Teorias e práticas*. Braga: Universidade do Minho.
- Stake, R. E. (2007). A arte da investigação com estudos de caso. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Stanic G. M. A. & Kilpatrick J. (1989). Historical perspectives on problem solving in the Mathematics Curriculum. Em R. I. Charles & E. A. Silver (Eds), *The teaching and assessing of Mathematical problem solving* (pp.1-22). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Steen, L. A. (2001). *Mathematics and democracy: The case for quantitative literacy*. Princeton, NJ: National Council on Education and the Disciplines.
- Stehr, N. (1994). *Knowledge Societies*. Londres: Sage.
- Tenreiro-Vieira, C. (2010). *Promover a literacia Matemática dos alunos: Resolver problemas e investigar desde os primeiros anos de escolaridade*. Porto: Educação Nacional.
- Thorndike, E. L. (1917). Reading as Reasoning: a study of mistakes in paragraph reading. *The Journal of Education Psychology*, pp. 323-332.
- Tuckman, B. W. (2005). *Manual de investigação em Educação: Como conceber e realizar o processo de investigação em educação*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- UNESCO (1949). *Rapport sommaire de la Conférence internationale de l'éducation des adultes (Elseneur)*. Paris: UNESCO.

- UNESCO (1960). *Rapport final. Conférence mondiale sur l'éducation des adultes (Montréal)*. Paris: UNESCO.
- UNESCO (1972). *Rapport final. Troisième conférence internationale sur l'éducation des adultes (Tóquio)*. Paris: UNESCO.
- UNESCO (1985). *Rapport final. Quatrième conférence internationale sur l'éducation des adultes (Paris)*. Paris: UNESCO.
- UNESCO (1998). *V Conferência internacional sobre Educação de Adultos*. Lisboa: Ministério da Educação-Secretaria de Estado da Educação e Inovação.
- UNESCO (2010). *VI Conferência internacional de Educação de Adultos: Marco de acção de Belém*. Brasília: Ministério da Educação.
- Vale, I & Pimentel, T. (2004). Resolução de problemas. Em P. Palhares (Coord.). *Elementos de Matemática para professores do ensino básico* (pp. 7-51). Lisboa: Lidel.
- Vale, I. (1997). Desempenhos e concepções de futuros professores de Matemática na resolução de problemas. Em D. Fernandes, F. K. Lester, A. Borralho & I. Vale. (Coords). *Resolução de problemas na formação inicial de professores de Matemática: Múltiplos contextos e perspectivas* (pp. 1-37). Aveiro: GIRP.
- Vale, I. (2000). *Didáctica da matemática e formação inicial de professores num contexto de resolução de problemas e de materiais manipuláveis*. Lisboa: APM (Tese de mestrado).
- Vanoye, F. (2007). *Usos da linguagem. Problemas e técnicas na produção oral e escrita*. São Paulo: Martins Fontes.
- Viana, F. L. & Teixeira, M. M. (2002). *Aprender a ler – Da aprendizagem informal à aprendizagem formal*. Porto: Edições Asa.
- Vieira, L. (2008). Resolução de problemas. Em E. Mamede (Coord.), *Matemática – Ao encontro das práticas-1.º ciclo* (pp. 7-19). Instituto de Estudos da Criança – Universidade do Minho.
- Yin, R. K. (2005). *Estudo de Caso: planeamento e métodos*. Porto Alegre: Bookman.
- Zawojewski, J. & Lesh, R. (2003). A models and modeling perspective on problem solving. Em R.A. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving* (317-336). Mahwah, New Jersey: Erlbaum.

Zorzi, J. L. (2003). *Aprendizagem e distúrbios da linguagem escrita: Questões clínicas e educacionais*. São Paulo: Artmed.

### **LEGISLAÇÃO CONSULTADA:**

Lei 46/1986, de 14 de Outubro – Lei de Bases do Sistema Educativo.

Portaria n.º 782/2009, de 23 de Julho – Regula o Quadro Nacional de Qualificações e define os descritores para a caracterização dos níveis de qualificação nacionais.

Despacho n.º 978/2011, de 12 de Janeiro – Caracterização dos níveis de qualificação do Quadro Nacional de Qualificação.

## **ANEXOS**

## Anexo I

### Problemas propostos

#### **Problema 1:** A empresa da Sheila

A Sheila, devido à falência da empresa onde trabalhava, ficou desempregada. Como é uma mulher criativa e com iniciativa, após uma pesquisa de mercado, decidiu criar uma empresa de *catering*, com o nome *Pingo de Açúcar*. Esta empresa oferece diversos entretenimentos, para além das iguarias de fazer crescer água na boca, como os magníficos *Biscoitos Estaladiços*. Sheila sabe que hoje é o aniversário de uma das suas sobrinhas – Yasmin - e resolveu então fazer-lhe entre 30 a 50 dos seus *Biscoitos Estaladiços*, para a sua festa de logo à noite. À medida que os ia confeccionando, desafiou o seu filho, perguntando-lhe o seguinte: *se eu colocar 5 biscoitos em cada caixinha, sobra-me 1 biscoito, mas se eu colocar 3 biscoitos em cada caixinha, sobram-me 2 biscoitos. És capaz de determinar quantos biscoitos é que eu fiz?*

Ajude o Ernesto a calcular o número de biscoitos que Sheila confeccionou, apresentando o seu raciocínio e todos os cálculos que efectuar.

#### **Problema 2:** A encomenda da Cristina

A Cristina convidou alguns dos seus amigos para um jantar no próximo fim-de-semana e encomendou à Sheila os aperitivos. Telefonou e disse-lhe: *Sheila preciso que me faças um tabuleiro com 40 mini tostas colocadas em fila. Quero que coloques queijo na 2.<sup>a</sup> tosta, na 4.<sup>a</sup> tosta, na 6.<sup>a</sup> tosta e assim sucessivamente até ao fim, saltando sempre uma tosta. Depois, coloca uma azeitona na 3.<sup>a</sup> tosta, na 6.<sup>a</sup> tosta e assim sucessivamente, saltando sempre duas tostas. Finalmente, gostaria ainda que colocasses duas tiras de pimento na 4.<sup>a</sup> tosta e na 8.<sup>a</sup> tosta e assim sucessivamente, saltando sempre três tostas.*

Sheila colocou as tostas exactamente como a Cristina pediu, no entanto, ficou intrigada com aquela disposição das tostas e, ao mesmo tempo que ia trabalhando, perguntou a si mesma: *a 1.<sup>a</sup> tosta, a 5.<sup>a</sup> tosta e mais algumas tostas ficaram sem recheio por cima. Quantas tostas, ao todo, ficaram sem recheio? E quantas tostas ficaram com os três recheios (queijo + azeitona + pimento)? E qual é a posição que as tostas sem e com os três recheios ocupam na fila?*

Ajude a Sheila a encontrar as respostas às suas questões. Apresente todo o seu raciocínio e os cálculos que efectuou.

**Problema 3:** O emprego do filho da Sheila

O Ernesto foi contratado para vender máquinas de limpeza cujo custo unitário é de 600 €.

Ofereceram-lhe duas propostas: A e B.

Proposta A: ganha por mês 500 € e 5% do valor de cada máquina que vender.

Proposta B: ganha por mês 300 € e 10% do valor de cada máquina que vender.

O Ernesto optou pela proposta B. Quantas máquinas é que o Ernesto terá de vender para que a proposta que ele escolheu seja mais vantajosa que a proposta A?

**Problema 4:** A ida ao teatro de Sheila e seus amigos

Depois do jantar com as suas amigas, como estas foram para casa, Sheila decidiu ir até ao clube das artes da sua cidade do qual faz parte. Pelo caminho reparou que nessa noite estava uma peça de teatro com um título interessante *Somos bons rapazes*, e convenceu as 20 pessoas que estavam no clube a ir ao teatro. A Sheila foi comprar os bilhetes para todos e pagou 235 € pelos bilhetes todos. Os preços dos bilhetes estavam afixados na bilheteira numa tabela como a seguinte:

Idade	Preço/bilhete
Até 16 anos, inclusive	10 €
Mais de 16 anos	15 €

Apresentando todo o seu raciocínio e todos os cálculos que efectuar, calcule quantas pessoas com mais de 16 anos foram ao teatro nessa noite.

**Problema 5:** O clube de ténis da cidade de Sheila <sup>1</sup>

No clube de ténis vai realizar-se um campeonato numa mão, isto é, cada um dos dez atletas participantes jogará com cada um dos outros uma única vez. Apresentando todo o seu raciocínio e todos os cálculos que efectuar, determine quantos jogos se disputarão no campeonato?

---

<sup>1</sup> Retirado de Vale, I & Pimentel, T. (2004). Resolução de problemas. Em P. Palhares (Coord.). *Elementos de Matemática para professores do ensino básico* (pp. 7-51). Lisboa: Lidel.

## **Anexo II**

### **Guião da primeira entrevista**

- 1- Nome.
- 2- Data de nascimento.
- 3- Género.
- 4- Naturalidade.
- 5- Local onde reside.
- 6- Habilitações académicas.
- 7- Quando abandonou a escola.
- 8- Razões para o facto.
- 9- Quando voltou à escola.
- 10- Razões para o facto.
- 11- Profissão que exerce.
- 12- Formações realizadas.
- 13- Razões para o facto.
- 14- Actividades sociais/hobby.

## **Anexo III**

### **Guião da segunda entrevista**

- 1- O que é para si um problema (matemático)?
- 2- O que é para si resolver um problema?
- 3- Gosta de resolver problemas? Porquê?
- 4- Considera que tem facilidades em resolver problemas?
- 5- O que acha necessário para resolver um problema?
- 6- Costuma resolver problemas? De que tipo?
- 7- Considera que resolver problemas, nas sessões de formação, nos tempos livres ou em outras situações, é importante para a vida do dia-a-dia? Porquê?
- 8- Quantas soluções, acha que um problema pode ter? Porquê?

## **Anexo IV**

### **Guião da terceira entrevista**

- 1- Gostaram de resolver este problema? Porquê?
- 2- Expliquem como procederam para descobrir a solução do problema
- 3- Foi fácil resolver este problema?
- 4- À medida que foram resolvendo o problema foi verificando os cálculos que fez? E o caminho que foram percorrendo? Porquê?
- 5- E no final da resolução verificaram todo o trabalho que efectuou?
- 6- Como sabem que o problema só tem essa solução que encontrou? Será que podem ter uma outra solução?
- 7- Expliquem como procederam para registar a sua resolução no papel. Costumam pensar o que tem de escrever antes de o fazer? Costumam organizar as ideias que pretendem escrever conforme o espaço que tem? Ou não pensam, não organizam e vão escrevendo à medida que lhe vêm as ideias à cabeça?
- 8- Sentiram dificuldades a resolver este problema? Se sim, quais? E como as ultrapassaram? Se não, porquê?