

# Estudio de aprovechamiento energético en las viviendas mediante energía solar.

Guillermo Gutiérrez Nunes  
Universidade do Minho  
[ggn\\_bolmir24@yahoo.es](mailto:ggn_bolmir24@yahoo.es)

Ana Maria A. C. Rocha  
Departamento de Produção e Sistemas  
Universidade do Minho  
[arocha@dps.uminho.pt](mailto:arocha@dps.uminho.pt)

Área Científica- CT 15, CT 9

## Resumen

En la construcción de nuevos edificios surge la idea de una construcción energéticamente eficiente. El objetivo es optimizar los recursos energéticos en nuestros hogares y para ello planteamos dos instalaciones a realizar: energía solar térmica (para producción de agua caliente sanitaria) y energía solar fotovoltaica (para generación de corriente eléctrica).

En este artículo se trata de calcular el dimensionamiento de ambas instalaciones en función de la ubicación y las características de la vivienda. Este estudio plantea los modelos matemáticos de ambas instalaciones y con la ayuda de la optimización matemática resolvemos los algoritmos sujetos a unas restricciones. Como aplicación del problema vamos a analizar el caso de una vivienda unifamiliar en una zona climática definida, para así notar la importancia de los parámetros que intervienen en la caracterización de las instalaciones.

El objetivo del estudio es determinar de forma rápida y aproximada la viabilidad técnica de ambas instalaciones conociendo escasos datos de partida.

**Key Words:** eficiencia energética, radiación solar, energía solar fotovoltaica, energía térmica, optimización

## Introducción

La mayoría de la energía que llega a la tierra procede del Sol, en forma de radiación electromagnética. La energía solar es la energía obtenida directamente del Sol y es una de las fuentes que más desarrollo experimenta en los últimos años y con mayores expectativas para el futuro, dentro de la energía renovable.

En este estudio queremos mejorar el aprovechamiento energético para que las viviendas que hoy construimos tengan un menor impacto en el medio ambiente el día de mañana. Para ello vamos a tener en cuenta los aspectos energéticos tanto térmicos, como eléctricos. Se emplea la energía solar porque es la fuente renovable más accesible y abundante que disponemos.

La idea de este estudio plantea una instalación solar térmica y una instalación solar fotovoltaica, como ya se ha dicho, para el suministro energético de nuestras viviendas. En la primera instalación, de la energía térmica solar, aprovechamos la radiación solar para producir agua caliente sanitaria (ACS) por medio de colectores solares. En la otra instalación, de la energía solar fotovoltaica, empleamos la radiación solar en generar corriente eléctrica por medio del efecto fotovoltaico que se produce en los módulos.

Este estudio plantea los modelos matemáticos de ambas instalaciones y con la ayuda de algoritmos resuelve los problemas planteados (4), en que solo introduciendo en el sistema datos sobre la zona climática y las características de la vivienda, somos capaces de dimensionar ambas instalaciones. El modelo matemático está compuesto por dos funciones objetivo y seis restricciones. Todas ellas dependen de una serie de variables, por eso necesitamos la ayuda de una potente herramienta de programación matemática (2), que busca resultados hasta converger en una solución.

El objetivo que perseguimos es maximizar la energía solar fotovoltaica y minimizar la contribución solar garantizando el suministro de agua caliente sanitaria.

Como aplicación del problema vamos a analizar los casos de una vivienda unifamiliar en una zona climática definida, para así notar la importancia de los parámetros que interfieren en la

caracterización de ambas instalaciones. Apunta-se que este estudio está basado en las exigencias básicas del ahorro energético en el código técnico de la edificación (1), por tanto solo es aplicable en España.

## Planteamiento del problema

El problema a resolver se trata de calcular una instalación solar térmica para la producción de ACS y una instalación solar fotovoltaica para la producción de electricidad que posteriormente emplearemos en satisfacer las necesidades de las personas beneficiarias de dichas instalaciones, y en los casos que proceda que porcentajes de energía representa cada instalación en el balance energético total (6).

Para empezar calcularemos la producción eléctrica de un solo módulo fotovoltaico en un año. Después calcularemos la producción necesaria de ACS en función del tipo de vivienda o local (1) y de las características de diseño de la misma. Una vez calculada la instalación solar térmica, ya sabemos el número de colectores solares necesarios para satisfacer la demanda de ACS según la aportación solar mínima establecida en (1), entonces podremos calcular el número de módulos en función de la superficie libre, ya que tiene que compartir la misma superficie que la instalación de ACS. Finalmente, podemos calcular la cantidad de energía que supone el espacio destinado a la instalación fotovoltaica. Además, sabiendo el consumo anual esperado de nuestro local, podemos calcular el porcentaje de energía total que supone nuestra instalación sobre las necesidades totales del consumo. Tenemos que tener en cuenta que el consumo eléctrico medio de un hogar español es de 4362 kWh/año (7) y que en España un hogar medio tiene 2,9 personas (datos del Censo). Por tanto el consumo medio de energía eléctrica por persona en el hogar es de 1504 kWh/año (dato a tener en cuenta en los cálculos siguientes, corresponde a  $C_{pc}$ ).

### Instalación solar fotovoltaica

En la instalación solar fotovoltaica queremos determinar, en una dada superficie que cumple unas determinadas condiciones climáticas, cuantos módulos somos capaces de instalar, para maximizar la aportación energética.

El primer paso es recoger los datos correspondientes a un emplazamiento en concreto a estudiar. Por eso debemos conocer para cada uno de los meses del año los siguientes datos:

- $H_{opt}$ : Radiación óptima media diaria (kWh/m<sup>2</sup> día),
- $\beta_{opt}$ : Ángulo óptimo (°),
- $T_{amb}$ : Temperatura ambiente (°C),
- $T_{red}$ : Temperatura del agua de red (°C),
- $\Delta h$ : Tiempo útil de sol al día (horas),
- $Coef_{estACS}$ : Coeficiente estacionalidad de ACS(%),
- $N_{dias}$ : Numero de días del mes.

Después de tener estos datos se va a calcular la energía obtenida por el generador fotovoltaico:

$$E_{Prod} \left( \frac{kWh}{día} \right) = \frac{H_{dm}(0, \beta_{opt}) \cdot P_p \cdot PR}{G_{CEM}} \quad (ec. 1)$$

- $H_{opt}(0, \beta_{opt})$ : Radiación diaria media en plano óptimo de irradiación con el azimut orientado al Sur (Wh/día), que viene de  $H_{opt}(\alpha, \beta_{opt})$  con  $\alpha = 0$ ;
- $P_p$ : Potencia pico del módulo fotovoltaico (180 Wp);
- $PR$ : Pérdidas en la instalación debido a la temperatura, cambio de orientación, sombras, polvo y suciedad, conexionado, espectro, cableado, rendimiento del inversor, etc;
- $G_{CEM}$ : Radiación en condiciones estandar de medida (1000 W/m<sup>2</sup>).

Hay que tener en cuenta que cada mes se producen unas pérdidas diferentes, con lo cual obtendremos diferentes valores de radiación según la época del año. Por esa razón tenemos que calcular las pérdidas mensualmente, para finalmente hacer la media anual. Las pérdidas globales mensuales ( $i = 1, \dots, 12$ ) se definen como el producto de diversas pérdidas:

$$PR_i = PI_i \cdot PS \cdot PT_i \cdot PM \quad (ec. 2)$$

Pérdidas por cambio de orientación e inclinación, designadas por  $PI$ , son dadas por mes por:

$$PI_i = 1 - \left\{ 1,2 \cdot 10^{-4} (\beta - \beta_{opt_i})^2 + 3,5 \cdot 10^{-5} \alpha^2 \right\} \rightarrow 15^\circ < \beta < 90^\circ \quad (ec. 3)$$

$$PI_i = 1 - \left\{ 1,2 \cdot 10^{-4} (\beta - \beta_{opt_i})^2 \right\} \rightarrow \beta \geq 15^\circ$$

Pérdidas por sombras ( $PS$ ) se determinan aplicando el diagrama de trayectorias del sol y mediante unas tablas de referencia (en el código técnico de la edificación, CTE) donde se calcula el porcentaje de las pérdidas debido al obstáculo presente, este procedimiento está definido en (1). El procedimiento consiste en localizar los principales obstáculos que afectan a la superficie, en términos de sus coordenadas de posición acimut (ángulo de desviación con respecto a la dirección sur) y elevación (ángulo de inclinación con respecto al plano horizontal).

Pérdidas debidas a la temperatura de operación de la célula ( $PT$ ) son calculadas por mes por:

$$PT_i = 1 - FT_i = 1 - \left( \frac{T_{ONC} - 20}{G_{TONC}} \cdot \frac{H_{dm}(0, \beta_{opt_i})}{\Delta h_i} + T_{ambi} - 25 \right) c_{tp} / 100 \quad (ec. 4)$$

$$FT_i = \frac{(T_{cel_i} - 25) \cdot c_{tp}}{100} \quad (ec. 5)$$

$$T_{cel_i} - T_{ambi} = \frac{T_{ONC} - 20}{G_{TONC}} \cdot \frac{H_{dm}(0, \beta_{opt_i})}{\Delta h_i} \quad (ec. 6)$$

- $T_{cel}$ : Temperatura de operación de la célula,
- $T_{ONC}$ : Temperatura de operación nominal de la célula ( $^\circ\text{C}$ ),
- $G_{TONC}$ : Irradiancia para las condiciones de operación ( $800 \text{ W/m}^2$ ),
- $C_{tp}$ : Coeficiente de temperatura de la potencia.

Pérdidas restantes de la instalación ( $PM$ ) que consideramos constantes para poder generalizar nuestro estudio, entre ellas se consideran las producidas en el convertidor, en el cableado de la instalación, espectro de radiación, etc.

Para obtener el valor medio de radiación al cabo del año necesitamos hacer la media del producto radiación en el plano óptimo y pérdidas mensuales:

$$H_{dm}(\alpha, \beta) = \frac{\sum_{i=1}^{12} H_{opt_i} \cdot PR_i}{12} \quad (ec. 7)$$

Ahora que conocemos la radiación media anual, podemos calcular la energía producida por el generador fotovoltaico, que es dada por:

$$E_{Prod, dia} = \frac{H_{dm}(\alpha, \beta) \cdot P_p}{G_{CEM}} \quad (ec. 8)$$

El ángulo de inclinación  $\beta$  tiene que estar cuanto al máximo y mínimo ángulo de inclinación:

Inclinación mínima  $\leq \beta \leq$  Inclinación máxima

- Inclinación máxima =  $\beta_{max}$  ( $\Phi = 41^\circ$ )-(41°-Latitud)
- Inclinación mínima =  $\beta_{min}$  ( $\Phi = 41^\circ$ )-(41°-Latitud)

$\beta_{max}$  y  $\beta_{min}$  se calculan con la ayuda del gráfico de la Figura 1.

$H_{dm}(\alpha, \beta)$  va a ser la primera función objetivo a maximizar, siendo  $\beta$  la variable del sistema, por eso consideramos  $\beta_{max}$  y  $\beta_{min}$  como el límite superior e inferior respectivamente.

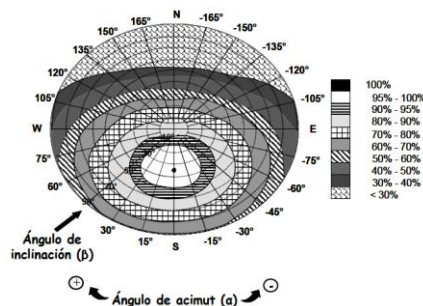


Figura 1 - Porcentaje de energía respecto al máximo como consecuencia de las pérdidas por orientación e inclinación. (Fuente: CTE (1))

Existe otra función para maximizar, pero vamos a relacionarla con la instalación solar térmica ya que tiene como variable el número de módulos ( $N_{mod}$ ), variable que también comparten las restricciones que vamos a analizar en el caso de la instalación solar térmica.

Sabemos, por motivos de espacio, que la instalación fotovoltaica no va a poder satisfacer al 100% las necesidades energéticas de la vivienda (o al menos en la mayoría de las situaciones). Por eso surge la idea de plantear una ecuación que represente el porcentaje de energía eléctrica que somos capaces de producir con la superficie sobrante después de realizar la instalación solar térmica.

Esta ecuación viene definida de la siguiente forma, en que  $y$  es la fracción de energía que produce la instalación fotovoltaica frente a la demanda eléctrica del edificio:

$$y = \frac{N_{mod} \cdot E_{Prod,año}}{N_{pers} \cdot C_{pc}} \quad (ec. 9)$$

- $N_{mod}$ : Número de módulos fotovoltaicos de la instalación;
- $E_{Prod,año}$ : Energía que produce un solo módulo en todo el año, viene de la (ec. 9) que si la multiplicamos por 365 días obtenemos la producción anual de un módulo;
- $N_{pers}$ : Número de personas que habitan la vivienda;
- $C_{pc}$ : Consumo medio eléctrico por persona en un hogar Español (1504 kWh/año).

Sabemos que el consumo medio eléctrico de un hogar Español son 4362 kWh/año (IDAE), y que el número medio de personas por hogar en España es de 2,9 (Fuente: Censo), por eso aplicando esta relación tenemos:  $4362(\text{kWh/año})/2,9(\text{personas}) = 1504 \text{ kWh/año y pers.}$

El objetivo es maximizar esta función, pero ahora la variable de decisión va a ser  $N_{mod}$ , que es el número de módulos fotovoltaicos.

### Instalación solar térmica

En el estudio de esta instalación consideramos que se trata de una instalación de circuito cerrado o transferencia indirecta, es decir, consta de doble circuito con intercambiador de calor y depósito de acumulación, además de la caldera auxiliar.

Para dimensionar a instalación solar térmica hay que tener en cuenta el cálculo de la contribución solar mensual  $f_i$  y  $D_{ACS_i}$  que es la demanda de ACS a 60°C, para  $i = 1, \dots, 12$  meses. Pero nuestro objetivo es conseguir el valor de la aportación solar anual, para ello aplicamos la siguiente fórmula:

$$f_{año} = \frac{\sum_{i=1}^{12} f_i \cdot D_{ACS_i}}{\sum_{i=1}^{12} D_{ACS_i}} \quad (ec. 10)$$

Una vez que definimos el cálculo de la contribución solar anual, se trata de minimizar la función, para que con la mínima energía del sol cubra las necesidades energéticas del consumo.

Para el cálculo de la demanda de ACS a 60°C por día (litros/día) vamos a aplicar la siguiente ecuación:

$$D_{ACS_i} = N_{pers} \cdot V_{ACS} \cdot \rho_a \cdot c_p \cdot (T_{sum} - T_{red_i}) \cdot Coef_{estACS_i} \quad (ec. 11)$$

- $N_{pers}$ : Número de personas estimadas para nuestra instalación (1),
- $V_{ACS}$ : Demanda de ACS necesaria (1),
- $\rho_a$ : Densidad del agua (1000 Kg/m<sup>3</sup>),
- $c_p$ : Poder calorífico del fluido (4187 J/Kg°C),
- $T_{sum}$ : Temperatura de suministro de ACS (60 °C),
- $Coef_{estACS}$ : Coeficiente de estacionalidad para el ACS.

El coeficiente de estacionalidad para el ACS es un factor que aplicamos en la demanda de ACS ( $D_{ACS}$ ) para compensar las diferencias climáticas entre los meses más fríos y calurosos del año. De la Figura 2 es donde obtenemos el  $Coef_{estACS}$ :

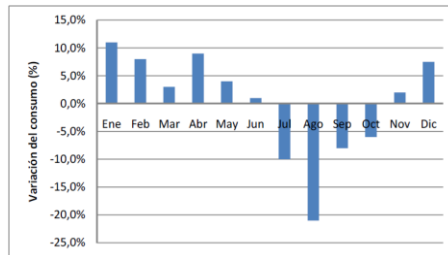


Figura 2 - Variación mensual del consumo de ACS. (Fuente: DTIE 1.01)

Para el cálculo de la contribución solar mensual vamos a aplicar el método de las curvas f de F-Chart, ya que se trata de plantear el cálculo en una situación general, aunque no se ajuste demasiado a la realidad es una buena aproximación reconocida.

El método F-Chart permite realizar el cálculo de la contribución a la aportación de calor necesaria para cubrir las cargas térmicas, y de su rendimiento medio en un largo período de tiempo (3).

Es un método válido para calcular el rendimiento o factor de cobertura solar para captadores solares planos y está aceptado ampliamente como un proceso de cálculo suficientemente exacto para largas estimaciones (no aplicarse para estimaciones de tipo semanal o diarias).

Para el cálculo de la fracción solar mensual procedemos a aplicar el método de F-Chart, que está definido por la siguiente ecuación:

$$f_i = 1,029D_{1i} - 0,065D_{2i} - 0,245D_{1i}^2 + 0,0018D_{2i}^2 + 0,0215D_{1i}^3 \quad (ec. 12)$$

Donde los coeficientes  $D_1$  y  $D_2$  corresponden a:

$$D_{1i} = \frac{E_{ai}}{D_{ACS_i}} \quad (ec. 13) \quad \text{y} \quad D_{2i} = \frac{E_{pi}}{D_{ACS_i}} \quad (ec. 14)$$

- $E_a$ : Energía absorbida por el captador solar (Julios),
- $E_p$ : Energía perdida por el captador solar (Julios).

Para el cálculo de la energía absorbida procedemos de la siguiente forma:

$$E_{ai} = S_{colector} \cdot F'_r(\tau\alpha) \cdot G_{dmi} \cdot N_{dias_i} \quad (ec. 15)$$

$$F'_r(\tau\alpha) = F_r(\tau\alpha)_n \cdot \left[ \frac{(\tau\alpha)}{(\tau\alpha)_n} \right] \cdot \frac{F'_r}{F_r} \quad (ec. 16)$$

- $S_{colector}$ : Superficie del colector solar (2,06 m<sup>2</sup>),
- $F_r(\tau\alpha)_n$  ó  $\eta_0$ : Rendimiento óptico del colector solar(0,77),
- $(\tau\alpha)/(\tau\alpha)_n$ : Modificador del ángulo de incidencia (0,96),
- $F'_r/F_r$ : Factor corrección captador-intercambiador (0,95),
- $G_{dm}$ : Radiación diaria media incidente en el plano del captador solar,
- $N_{dias}$ : número de días por mes.

Para el cálculo de la energía perdida por el captador solar aplicamos la siguiente fórmula:

$$E_{pi} = S_{col} \cdot F'_r U_L \cdot (100 - T_{ai}) \cdot \Delta t \cdot K_1 \cdot K_{2i} \quad (ec. 17)$$

$$F'_r U_L = F_r U_L \cdot \left( \frac{F'_r}{F_r} \right) \quad (ec. 18)$$

- $F'_r U_L$ : Pendiente de la curva característica del captador (3,566 W/m<sup>2</sup> °C),
- $T_{ai}$ : Temperatura ambiente media mensual (°C),
- $\Delta t$ : Periodo de tiempo considerado (horas).

Las constantes  $K_1$  y  $K_{2i}$  se definen de la siguiente forma:

$$K_1 = \left( \frac{V}{75 \cdot S_{col}} \right)^{-0,25} \quad (ec. 19) \quad \text{y} \quad K_{2i} = \frac{11,6 + 1,18T_{sum} + 3,86T_{redi} - 2,32T_{ai}}{100 - T_{ai}} \quad (ec. 20)$$

Entre los planteamientos de las restricciones vamos tener en cuenta la superficie total disponible para implementar ambas instalaciones. También tendremos en cuenta otra serie de restricciones definidas en (1) y tienen que ver con la aportación mínima solar que debe cumplir la instalación solar térmica, la relación  $V_{deposito}/S_{colector}$  y por último que la contribución solar mensual no debe exceder en ningún caso el 110% (1).

Relativamente a la superficie de la instalación, el planteamiento corresponde a la superficie disponible para realizar las instalaciones solar térmica y solar fotovoltaica. Comenzamos por hacer una análisis de la Figura 3, podemos ver que es necesario que haya una distancia de separación  $d$  entre módulos fotovoltaicos para evitar sombras entre ellos. La forma de calcularla, está contemplada en (1), que es por:

$$d = \frac{h}{\operatorname{tg}(61^\circ - \text{Latitud})} \quad (\text{ec. 21})$$

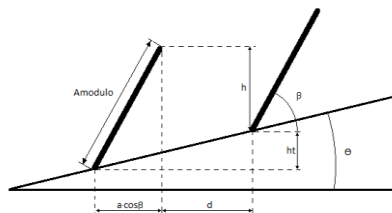


Figura 3 - Módulo fotovoltaico sobre tejado, parámetros característicos.

De la Figura 3 podemos obtener las siguientes relaciones:

La separación entre módulos:  $a_i = a \cdot \cos \beta + d$  (ec. 22)

La cota entre módulos:  $h_i = a \cdot \operatorname{sen} \beta - h$  (ec. 23)

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{h_i}{a_i} = \frac{a \cdot \operatorname{sen} \beta - h}{a \cdot \cos \beta + d} \Rightarrow h = a \cdot \operatorname{sen} \beta - (a \cdot \cos \beta + d) \cdot \operatorname{tg} \theta \quad (\text{ec. 24})$$

Con las (ec. 21) y (ec. 24) ya sabemos la distancia entre módulos:

$$d = a \cdot \left[ \frac{\operatorname{sen} \beta - \cos \beta \cdot \operatorname{tg} \theta}{\operatorname{tg}(61^\circ - \text{Latitud}) + \operatorname{tg} \theta} \right] \quad (\text{ec. 25})$$

Para evaluar la restricción que implica la superficie del tejado, veamos la superficie que ocupa cada instalación. Par la instalación solar fotovoltaica el módulo fotovoltaico escogido es el *BP 4180T*, por ser un módulo con características generales, que es o de la Figura 4.

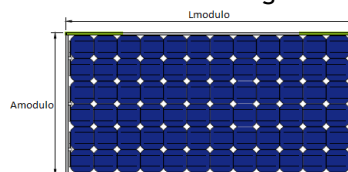


Figura 4 - Módulo fotovoltaico. (Fuente: BP, hoja técnica BP 4180T)

La superficie ocupada por la instalación solar fotovoltaica, supone la superficie de cada módulo (1587x790mm) en proyección sobre el tejado por el número de módulos totales en la instalación ( $N_{\text{mod}}$ ):

$$S_{\text{mod}} = N_{\text{mod}} \cdot \left( \frac{A_{\text{mod}} \cdot \cos \beta + d}{\cos \theta} \right) \cdot L_{\text{mod}} \quad (\text{ec. 26})$$

Para la instalación solar térmica, el colector solar empleado es el *BV206*, por ser un colector con características generales. El aspecto de este colector puede ser visto en la Figura 5:

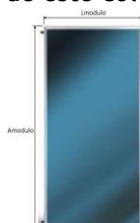


Figura 5 - Captador solar. (Fuente: Ergonalia, hoja técnica BV206)

De la misma manera que en caso anterior, la superficie de la instalación solar térmica, se calcula como el producto del número de colectores solares ( $N_{col}$ ) por la superficie de cada captador (1020x2020mm) en proyección sobre la superficie del tejado (en este caso, la superficie de cada módulo es la real ya que van instalados directamente sobre el tejado sin modificar la inclinación sobre el tejado):

$$S_{col} = N_{col} \cdot A_{col} \cdot L_{col} \quad (ec. 27)$$

Ambas instalaciones deben compartir la misma superficie (tejado del edificio), por esa razón ambas no deben exceder la superficie común, a menos que se diga lo contrario.

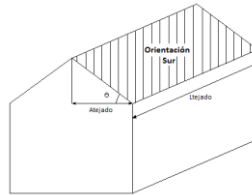


Figura 6 - Representación de las dimensiones de un tejado, a tener en cuenta en los cálculos.

$$S_{tejado} = \frac{A_{tejado} \cdot L_{tejado}}{\cos \theta} \quad (ec. 28)$$

Como planteamos la restricción de superficie es la siguiente:

$$S_{tejado} \geq S_{mod} + S_{col} \Rightarrow S_{tejado} \geq N_{mod} \cdot \left( \frac{A_{mod} \cdot \cos \beta + d}{\cos \theta} \right) \cdot L_{mod} + \frac{A_{col} \cdot L_{col}}{\cos \theta} \quad (ec. 29)$$

Relativamente a la restricción asociada a la relación del volumen del depósito y de la superficie ocupada por los colectores, el código técnico de la edificación cita que la instalación debe cumplir la siguiente desigualdad:

$$50 < \frac{V_{deposito}}{N_{col} \cdot S_{colector}} < 180 \quad (ec. 30)$$

El CTE define que en el caso de que algún mes del año la contribución solar real sobrepase el 110% de la demanda energética o en más de tres meses seguidos el 100%, se adoptarán cualquiera de las siguientes medidas:

- Dotar a la instalación de la posibilidad de disipar dichos.
- Tapado parcial del campo de captadores.
- Vaciado parcial del campo de captadores.
- Desvío de los excedentes energéticos a otras aplicaciones existentes.

Por eso planteamos la siguiente restricción con relación al máximo de 110%, ya que en principio asumimos que debe cumplir el 100% los restantes meses sin necesidad de más restricciones, entonces:

$$f_i < 1.1 \quad (ec. 31)$$

La contribución solar mínima anual es la fracción entre los valores anuales de la energía solar aportada exigida y la demanda energética anual, obtenidos a partir de los valores mensuales. En este caso se trata de acotar la contribución solar mínima que debe cumplir la instalación, y atienden a diferentes zonas climáticas definidas en la Figura 7, y tiene que estar comprendida entre los límites

$$f_{min} < f_{año} < 1 \quad (ec. 32)$$



Figura 7 - Zonas climáticas (Fuente: CTE).

Relacionando las ecuaciones (ec. 9), (ec. 10) y (ec. 30) tenemos la función objetivo, que es la compuesta por otras tres funciones que comparten las variables ( $N_{col}$ ,  $V_{deposito}$ ,  $N_{mod}$ ), de tal forma que la función a minimizar será:

$$\frac{\sum_{i=1}^{12} f_i \cdot D_{ACSi}}{\sum_{i=1}^{12} D_{ACSi}} - \frac{N_{mod} \cdot E_{Prod.año}}{N_{pers} \cdot C_{pc}} + \frac{V_{deposito}}{N_{col} \cdot S_{colector}} \quad (ec. 33)$$

Donde el primer sumando corresponde a la contribución solar. El segundo es el porcentaje de energía eléctrica que supone la instalación fotovoltaica sobre la demanda del edificio y tiene signo negativo porque hay que maximizarlo. El último sumando corresponde a la relación del volumen del depósito de acumulación solar respecto de la superficie de captación, y está incluido en la función objetivo, porque sino minimizamos esta relación, obtenemos unos tamaños de depósito muy elevados. Puede parecer que entra en conflicto con la contribución solar, pero no resultaría práctico incorporar a nuestro sistema volúmenes de depósito demasiado grandes.

### Aplicación del problema.

Ahora vamos a comprobar los resultados del estudio sobre una vivienda unifamiliar situada en Sevilla. Empezamos por conocer la localización geográfica que son datos obtenidos a través de bases de datos como PVGIS de la Comisión Europea y del CTE (2):

- Zona climática → V
- Latitud: → 37° 23' 05" N
- Longitud: → 5° 58' 57" W

La vivienda del estudio mostrada en la Figura 8, tiene las siguientes características:

- Inclinación del tejado → 18°
- Azimut → 5°
- Longitud → 12 m
- Anchura (Vertiente Sur) → 5,8 m
- Número de habitaciones → 4



Figura 8 - Vivienda unifamiliar objeto de estudio en Sevilla.

Ahora que conocemos las características del tejado de la vivienda donde realizaremos las instalaciones, debemos consultar en el CTE el volumen de ACS que debemos suministrar dependiendo del tipo de vivienda y también cual debe ser la contribución solar mínima según la zona climática. Para ello consultamos las Tablas 2.1, 2.2 y 3.1 de CTE (1) así como el apartado 3.1.1 de (1). que se representa en la Figura 9.

Criterio de demanda	Litros ACS/día a 60° C		Tabla 2.1. Contribución solar mínima en %. Caso general				
			Zona climática				
			I	II	III	IV	V
Viviendas unifamiliares	30	por persona	50	50	50	60	70
Viviendas multifamiliares	22	por persona	30	30	30	35	40
Hospitales y clínicas	55	por cama	30	35	40	45	50
Hotel ****	70	por cama	30	45	60	65	70
Hotel ***	55	por cama	30	52	65	70	70
Hotel/Hostal **	40	por cama	30	55	70	70	70
Camping	40	por emplazamiento	30	65	70	70	70
Hostal/Pensión *	35	por cama	30	70	70	70	70
Residencia (ancianos, estudiantes, etc)	55	por cama	35	70	70	70	70
Vestuarios/Duchas colectivas	15	por servicio	45	70	70	70	70
Escuelas	3	por alumno	52	70	70	70	70
Cuarteles	20	por persona					
Fábricas y talleres	15	por persona					
Administrativos	3	por persona					
Gimnasios	20 a 25	por usuario					
Lavanderías	3 a 5	por ciclo de ropa					
Restaurantes	5 a 10	por comida					
Cafeterías							

Criterio de demanda	Litros ACS/día a 60° C		Tabla 2.2. Contribución solar mínima en %. Caso Efecto Joule				
			Zona climática				
			I	II	III	IV	V
Número de dormitorios	1	2	3	4	5	6	7
Número de Personas	1,5	3	4	6	7	8	9

Figura 9 - Tablas de CTE-DB-HE para la obtención de la demanda de ACS y de la contribución solar mínima.

Con la ayuda de *Matlab* (5) programamos todo el planteamiento del problema, así como una serie de inputs que corresponden a los datos de partida, de esta forma podemos generalizar el problema y plantearnos otras situaciones. *fmincon* es el comando que vamos a utilizar para la resolución de las funciones propuestas en nuestras instalaciones. Este comando encuentra el mínimo valor de una función no lineal de varias variables y permite resolver problemas con restricciones, en nuestro caso vamos a emplear el algoritmo de la programación cuadrática secuencial.



Para resolver el nuestro problema, primero tenemos que maximizar a (ec. 7) para obtener los siguientes dados:

- Angulo óptimo  $\rightarrow \beta = 32,24^\circ$
- Radiación media anual  $\rightarrow H_{dm}(\alpha, \beta) = 4102 \text{ Wh/m}^2\text{dia}$
- Energía producida por cada módulo al año  $\rightarrow E_{prod} = 269,51 \text{ kWh/año}$

Los resultados de la minimización de la ecuación (ec. 33), sujeta a las restricciones definidas en (ec. 29)-(ec. 32) aparecen en la Tabla 1, para valores de  $f_{min}$  entre 0.3 e 0.7. Cada una de las columnas de la tabla representan la contribución solar anual, el número de colectores solares ( $N_{col}$ ), el volumen del depósito de acumulación solar ( $V_{deposito}$ ), el número de módulos fotovoltaicos ( $N_{mod}$ ), la producción de electricidad anual y el porcentaje de producción eléctrica anual frente a la demanda anual de la vivienda. Todo ello frente a la contribución solar mínima reflejada en (1).

Tabla 1 - Resultados en función de la contribución solar mínima anual.

$f_{min}$	f	$N_{col}$	$V_{dep}$ (Litros)	$N_{mod}$	Prod. Elect.	Porc. Eelect.
0,30	0,3625	1	150	61	16439,85	182,18
0,35	0,5196	2	150	61	16439,85	182,18
0,45	0,5391	2	200	60	16170,35	179,19
0,50	0,5391	2	200	59	15900,84	176,21
0,51	0,5391	2	200	59	15900,84	176,21
0,52	0,5391	2	200	59	15900,84	176,21
0,55	0,6820	3	300	59	15900,84	176,21
0,58	0,6820	3	300	58	15631,34	173,22
0,60	0,6820	3	300	58	15631,34	173,22
0,61	0,6820	3	300	58	15631,34	173,22
0,62	0,6820	3	300	58	15631,34	173,22
0,63	0,6820	3	300	58	15631,34	173,22
0,65	0,6820	3	300	58	15631,34	173,22
0,66	0,6820	3	300	57	15361,83	170,23
0,69	0,8493	4	400	57	15361,83	170,23
0,70	0,8493	4	400	57	15361,83	170,23

En nuestro caso de aplicación nos interesa la contribución solar mínima correspondiente al 70%, por eso nos quedamos con la última línea. El programa nos calculó el número de colectores y módulos fotovoltaicos necesarios para nuestras instalaciones, así como el depósito necesario para acumular el ACS. Otros datos de interés son la producción anual de la instalación solar fotovoltaica que supone el 170,23% de la energía demandada por la vivienda, es decir, nuestra instalación produce más energía eléctrica de la necesaria para satisfacer el consumo de la vivienda. Por eso se puede plantear la posibilidad de proyectar una instalación con conexión a la red de distribución para vender el excedente de energía.

Tabla 2 - Resultados mensuales.

Mes	$H_{horizontal}$	$H_{opt}$	$\beta_{opt}$	$H(\alpha, \beta)$	$D_{ACS}$ (MJ)	f	Prod. Elect.
Ene	2460	4510	62	3294,02	1348,54	0,5535	1047,70
Feb	3100	4580	53	3552,13	1162,32	0,6634	1020,46
Mar	4580	5670	41	4435,96	1175,72	0,8736	1410,90
Abr	5240	5570	23	4340,26	1158,30	0,9116	1335,93
May	6750	6820	12	4908,23	1117,71	1,0082	1561,11
Jun	7270	7270	2	4742,07	1027,62	1,0442	1459,61
Jul	7030	7060	7	4744,03	925,19	1,1617	1508,89
Ago	6350	6600	19	4723,97	830,57	1,2329	1502,51
Sep	5060	5890	35	4432,70	946,45	0,9994	1364,39
Oct	3840	5400	49	4142,05	1021,22	0,9817	1317,42
Nov	2490	4150	59	3063,18	1130,04	0,6119	942,85
Dic	2080	3920	63	2846,19	1306,02	0,4817	905,26

En cuanto a la Tabla 2, representa otra serie de valores mensuales significativos desde el punto de vista técnico. Estos datos corresponden a la radiación media en el plano horizontal, la radiación media en el plano óptimo, el ángulo que proporciona la radiación óptima, la radiación media en el plano escogido para nuestra instalación, la demanda energética de ACS, la contribución solar y la producción eléctrica. Interesa ver como la demanda energética de ACS es mayor en invierno, ya que como es lógico durante la estación invernal los gradientes térmicos son mayores, de ahí que la energía necesaria para la producción de ACS sea mayor. También se puede observar como la producción eléctrica en los meses más cálidos es mayor debido a que la energía procedente del Sol también es mayor.

## Conclusiones

En el estudio planteado y empleando el método F-Chart, podemos obtener datos significativos para cualquier vivienda elegida (demanda de ACS, contribución solar, capacidad del depósito de captación solar, producción de energía eléctrica, número de colectores y módulos fotovoltaicos, ...) con el conocimiento de pocos datos de partida (radiación óptima mensual, inclinación óptima mensual, temperaturas medias mensuales del ambiente y del agua de red, punto geográfico del edificio, dimensiones y características de la superficie para realizar la instalación, número de usuarios, ...), consiguiendo un resultado aproximadamente aceptable. Se utilizó el método de F-Chart para el cálculo de la producción de ACS y sabemos que no es el más adecuado, pero como ya explicamos se trata de hacer una primera aproximación de la instalación de ACS y este método se ajusta muy bien a nuestro objetivo. Lo ideal sería aplicar el primer principio de la termodinámica, pero desconocemos varios parámetros de la vivienda objeto de estudio y como se trata de un estudio general carece de importancia conocer en profundidad todos los parámetros de la instalación.

En una zona climática (Sevilla) realizamos el estudio de una vivienda unifamiliar, de esta forma concluimos que en los casos propuestos todas las viviendas unifamiliares producen más electricidad de la que se demanda por los usuarios de dicha instalación. Entonces planteamos la idea de conectar la instalación a la red de distribución para la venta del excedente. Sin embargo, en la vivienda unifamiliar estudiadas la energía eléctrica producida supone un 10-20% de la demandada, por eso en este caso se piensa en una instalación aislada de la red de distribución, ya que no existe excedente de energía. Por ejemplo, este 10-20% se puede aplicar en los recursos energéticos comunes al edificio (luz de zonas comunes, climatización, ascensores, ...).

Se completa la instalación solar térmica con el suministro de gas natural o eléctrico (según el caso, Figura 9) para aquellos meses en los que las condiciones climatológicas impiden que nuestra instalación cubra la demanda necesaria de ACS en nuestras viviendas.

Por tanto, concluiremos diciendo que el proyecto realizado cumple con las expectativas energéticas ambientales, siendo el mismo una forma de impulsar las energías renovables sobre las convencionales ayudando así a evitar la contaminación del planeta.

## Referencias

- (1) Ministerio de la vivienda. CTE-DB-HE, Abril 2009
- (2) PVGIS de la Comisión Europea: <http://re.jrc.ec.europa.eu/pvgis/>
- (3) David Fuentes Cantero. Instalación de colectores solares para suministro de ACS en Valencia. p. 33-42, Dpto. de Ingeniería Térmica de la Universidad Carlos III de Madrid, 2009
- (4) Jorge Nocedal y Stephen J. Wright. Numerical Optimization. p. 1-32, Springer, 1999.
- (5) Matlab R2010a, Febrero 2010.
- (6) I. Zabalza, E. Llera, A. Aranda, A. Martínez, S Scarpellini y F. Barrio. El ahorro energético en el nuevo Código Técnico de la Edificación. p. 103-215, Fc Editorial, 2007.
- (7) IDAE, Instituto para la Diversificación y Ahorro de la Energía. Consulta de monografías, [www.idae.es](http://www.idae.es).