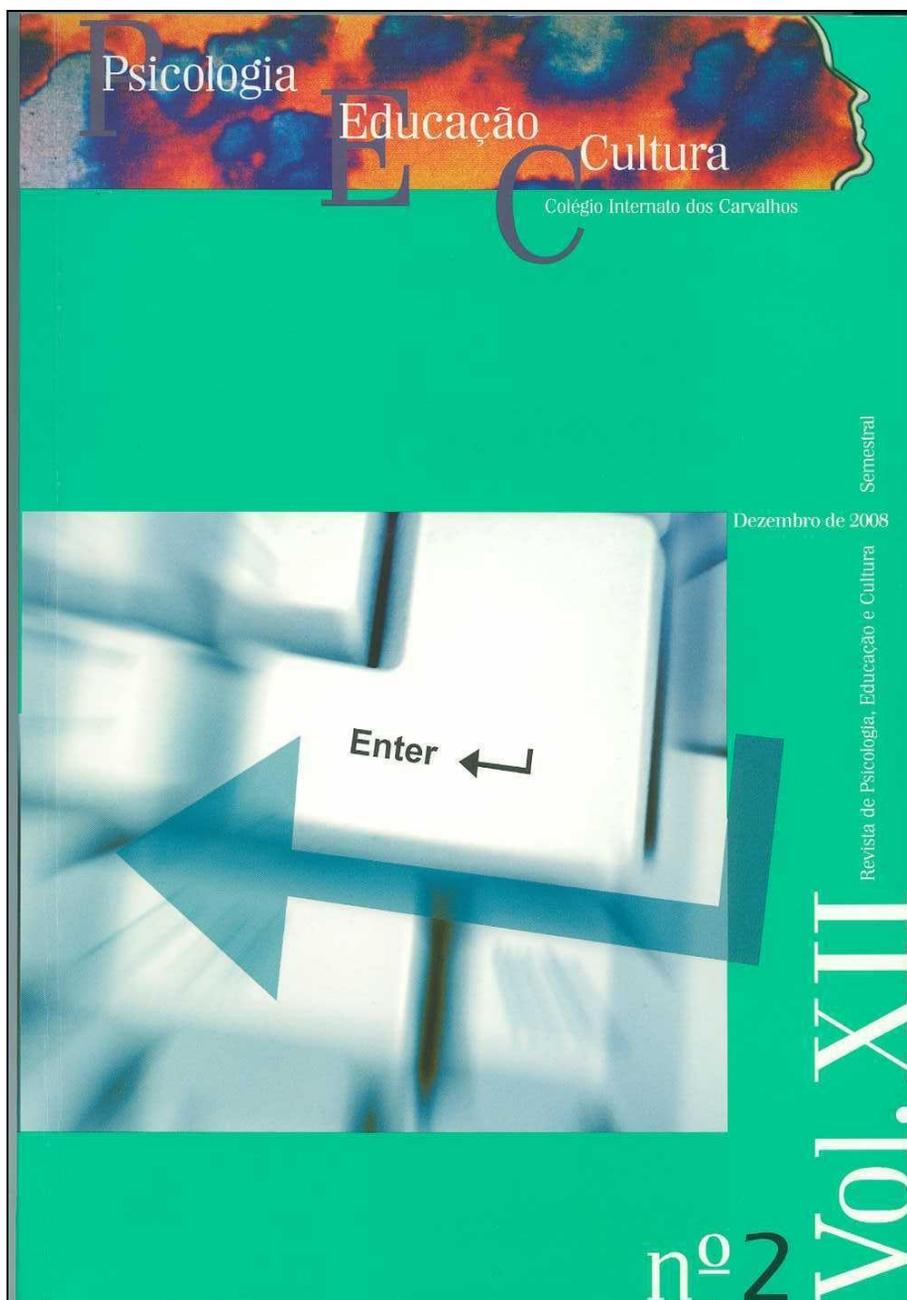


Machado, José, Almeida Leandro & SILVA, Bento (2008).  
Apresentação gráfica do conceito de função e sua  
implicação nas atitudes e na aprendizagem dos alunos.  
*Psicologia, Educação, Cultura*, Vol. XII, nº 2, pp.267-282  
(ISSN: 0874-2391).



# APRESENTAÇÃO GRÁFICA DO CONCEITO DE FUNÇÃO E SUA IMPLICAÇÃO NAS ATITUDES E NA APRENDIZAGEM DOS ALUNOS

José Machado

Instituto Politécnico Leiria – Leiria/Portugal  
j.eduardo.machado@gmail.com

Leandro Almeida

Universidade do Minho – Braga/Portugal  
leandro@iep.uminho.pt

Bento Silva

Universidade do Minho – Braga/Portugal  
bento@iep.uminho.pt

## Resumo

Actualmente abrem-se novas perspectivas de apresentação de diversos conteúdos que, aliadas à rapidez e precisão de execução dos computadores, permitem uma abordagem gráfica, anteriormente difícil de conseguir, especialmente em alguns tópicos curriculares da disciplina de matemática, envolvendo alguma abstracção e raciocínio lógico por parte dos alunos. A esta abordagem gráfica, o computador permite acrescentar funcionalidades de interacção e interactividade. Deste modo, recorrendo ao computador como auxiliar educativo, os alunos podem simular e experimentar novas situações como lhes aprouver e verificar os respectivos resultados. No caso concreto que apresentamos, utilizámos a capacidade gráfica e de simulação dos computadores para facilitar a aprendizagem do conceito de função, reforçando a correspondência entre linguagem algébrica e gráfica.

**PALAVRAS-CHAVE:** *Matemática, computadores no ensino, métodos de ensino, tecnologia educativa*

## Introdução

A digitalização da informação veio permitir que a mesma possa ser apresentada e manipulada com novas potencialidades e funcionalidades. Seguindo uma análise cronológica, a evolução das placas gráficas permitiu que os computadores, além de texto, representassem gráficos e posteriormente com cor e com a tecnologia WYSIWYG (what you see is what you get). A informa-

Morada (address): Instituto Politécnico Leiria, Esad-cr, Rua Isidoro Alves Carvalho, 2500 - 321 Caldas Rainha, Portugal.  
E-mail: j.eduardo.machado@gmail.com

ção passou a poder ser apresentada e sintetizada em gráficos e imagens. Esta apresentação variada da informação levou a que se estudassem os efeitos que as diversas formas revestiam do ponto de vista educativo (Miller, 2000)

Passamos a assistir à convivência no computador de conteúdos, de texto, imagem e som com as valências inerentes (Bettetini e Colombo, 1995; Gallego e Alonso, 1995; Silva, 2002). A par desta convivência de várias formas de conteúdos junta-se a interactividade, potenciando uma infra-estrutura de comunicação digital, integrada e interactiva (Lévy, 1999). Neste ponto, os utilizadores passam a aceder aos conteúdos de forma individualizada, ou seja, nem todos vêem os mesmos conteúdos, mas sim os que estão de acordo com as suas preferências.

A estas potencialidades de apresentação de conteúdos o computador oferece ainda a faculdade de os transmitir. A comunicação entre utilizadores abre novas perspectivas de ensino fazendo reviver os velhos projectos de ensino não presencial mas agora com novas vertentes inovadoras. Com as potencialidades de comunicação podemos construir comunidades de aprendizagem, abrindo perspectivas inclusive de mudar a nossa cultura (Castells, 2002).

Estas utilizações do computador num contexto de ensino aprendizagem têm necessariamente reflexos nos modelos de ensino e nas visões e novas dinâmicas propostas pelas principais correntes psicológicas de aprendizagem. Os behavioristas mais preocupados com os *outputs* e que vêem o computador como máquina de ensinar, os cognitivistas mais preocupados com o processo integrando nos *softwares* módulos de inteligência artificial que entendam o aluno e se adaptem às suas exigências, e os construtivistas que vêem nos produtos hipermedia e na *Internet* um modo de os alunos irem construindo o seu conhecimento (Machado, 2006).

A utilização do computador no processo ensino-aprendizagem da matemática tem-se revestido de diversas formas. Nesta área o computador pode promover situações que permitam aos alunos explorar e gerar possibilidades adequando as tarefas aos seus níveis de habilidade e facilitando uma verdadeira construção do conhecimento (Fosnot, 1998). A simulação de diferentes valores, que o aluno pode realizar, permite que ele teste e experimente várias situações conduzindo posteriormente a que o aluno discuta, interprete e reflita sobre os resultados e, principalmente, possa tecer conjecturas sobre os mesmos (Canavarro, 1994). Por outro lado, o computador permite uma visualização de gráficos com uma qualidade e precisão difíceis de igualar por outro meio auxiliar de ensino. Acresce a esta qualidade, a rapidez de execução possibilitando a que no mesmo tempo lectivo, o número de gráficos visualizados seja muito superior à que se consegue usando os meios tradicionais. Resu-

mind, temos a considerar, a precisão, rapidez, qualidade de apresentação (zoom, mudança de escala, por exemplo) e simulação, entre outros, como factores que o computador apresenta de mais valia para o processo ensino-aprendizagem da matemática dos conteúdos que seleccionámos para este estudo.

O conceito de função é tido como um dos que tem mais implicações noutras áreas, quer da matemática, quer de outras disciplinas. Sendo um tema de reconhecida importância enquanto estudado de uma forma convencional, conduz a que os alunos tenham uma visão mais baseada em regras (Brown et al., 1988) colocando mais ênfase nas técnicas de cálculo do que nos conceitos, suas aplicações e resolução de problemas. Os alunos, deste modo, acabam por ter dificuldade na compreensão deste conceito (Brown et al, 1988; Kieran, 1992). Daí que se justifique uma outra abordagem do mesmo e de conceitos que lhe estão subjacentes, no sentido de promover a sua melhor compreensão. O ambiente gráfico oferecido pelo computador, a par da possibilidade de executar simulações com vários valores, pode permitir que os alunos possam tecer conjecturas e reflectir sobre os resultados encontrados (Wenzelburger, 1990). Para além disso o computador faculta aos alunos uma maior disponibilidade de tempo e de recursos para elaborarem as suas investigações, conjecturas e modificações no conhecimento possuído (Borba e Confrey, 1996; Tall, 1995).

Os rapazes e as raparigas aprendem de forma diferenciada utilizando aptidões e estratégias diversificadas (Bidjerano, 2005). A utilização de *software* educativo no processo de ensino-aprendizagem tem dado origem a vários estudos sobre o tema, que não reflectem conclusões consensuais (Nathan e Baron, 1995; Ocak, 2006; Sheldon, 2004). De acordo com alguns estudos, a utilização de computadores na aprendizagem matemática pode conduzir a diferenças estatisticamente significativas entre os dois sexos (Forgasz, 2004, 2005). Mesmo sem recurso à tecnologia, os estudos parecem evidenciar diferenças entre rapazes e raparigas na aprendizagem matemática; por exemplo, as raparigas tendem a superar os rapazes em matérias que envolvam algoritmia, incluindo a computação (Zambo e Follman, 1993). Face a estas situações foi nossa intenção neste estudo considerar a variável género.

A utilização dos computadores no processo ensino-aprendizagem pode ou não modificar os hábitos, os locais, a frequência e, inclusive, a forma como os alunos encaram a utilização dos computadores num ambiente educativo. Estas utilizações podem ter efeitos positivos se a metodologia for correcta ou, pelo contrário, afastar os alunos do seu uso, a exemplo do que se passa com a construção de materiais educativos utilizando tecnologias computacionais

que podem estar de acordo com boas práticas ou serem apenas uma utilização de novas técnicas, mas que não trazem qualquer benefício educativo (Wenglinsky, 1998).

### ***Objectivos do estudo empírico***

Neste estudo foi proporcionado aos alunos a visualização dos gráficos das funções e tivemos como objectivo verificar em que medida essa mesma visualização pode ter contribuído para a aquisição de conceito matemático de função, e os conceitos que lhe são inerentes, e reforçar a correspondência entre escrita algébrica e gráfica. Foi nosso propósito, ainda, observar de que modo esta metodologia de utilização dos computadores pode ter contribuído para uma mudança de atitudes dos alunos envolvidos na experiência educativa face à finalidade, ao local e à frequência de utilização dos computadores.

## **Método**

### ***Sujeitos***

Os alunos que participaram nesta experiência educativa pertenciam a duas escolas do sistema público, uma do distrito de Santarém e outra do de Leiria, e frequentavam as aulas de matemática do 12<sup>o</sup> ano de escolaridade. Estes alunos foram divididos em dois grupos, um experimental e outro de comparação. Por várias razões os dois grupos foram coincidentes com a escola a que os alunos pertenciam. Atendendo ao nível de escolaridade e às próprias escolas, os dois grupos foram bastante homogêneos relativamente às médias de idade e tendo em consideração a sua distribuição pelos dois sexos. No grupo experimental a média global de idades foi de 17,4, com os rapazes a apresentarem 17,6 e as raparigas 17,3. No grupo de comparação, a média de idades situa-se em 17,8, apresentando os rapazes e raparigas valores de 18,0 e 17,6 respectivamente.

### ***Instrumentos***

Nesta experiência educativa podemos dividir os instrumentos em dois grupos: trabalho e avaliação. Como instrumentos de trabalho foram construídas duas fichas em que foi proposto aos alunos a resolução de diversos exercícios das matérias seleccionadas para o estudo. A sequência de apresentação destes exercícios, e inspirados pelos pressupostos da descoberta guiada, teve como objectivo permitir que os alunos pudessem, por si, construir e tecer as con-

clusões relativas aos conceitos em apreço e às suas interligações. Nestas fichas foram apresentados, através da forma algébrica, vários exemplos de funções exponenciais com variações das variáveis e das expressões algébricas para que os alunos posteriormente visualizassem a respectiva representação gráfica. Desse modo os alunos puderam construir e reforçar os conceitos inerentes, bem como relacionar a escrita algébrica com a visualização dos gráficos e as simulações propostas (Dagher, 1993; Zbiek, 1995). Na ficha de trabalho referente às derivadas foi indicada a expressão da primeira derivada propondo aos alunos que retirassem conclusões, quer a jusante quer a montante, sobre a segunda derivada e a função inicial e respectivas relações entre elas.

Relativamente aos instrumentos de avaliação podemos considerar os que permitiram aferir o impacto que a experiência educativa provocou no desempenho e nas competências matemáticas. Com essa finalidade considerámos os testes somativos da disciplina de matemática que foram utilizados como elementos de avaliação do próprio estudo. Para podermos aferir o impacto que a utilização do *software* educativo teve nas atitudes e na forma como os alunos encaram a utilização do computador e da importância que lhe atribuem procedemos à construção de um questionário composto por itens com um formato likert de 5 pontos desde "concordo totalmente" até "discordo totalmente". Centrámos os itens em torno de três factores principais: (I) importância do computador na aprendizagem matemática, (II) motivação na utilização dos computadores, e (III) importância do computador na aprendizagem. Neste mesmo questionário foram incluídas questões sobre a frequência, o local e tipo de utilização que usualmente fazem com o computador.

### **Procedimentos**

Nos dois grupos de alunos as matérias foram leccionadas no mesmo número de aulas de acordo com a calendarização definida para a disciplina de matemática. Enquanto no grupo de comparação se seguiu o modelo tradicional, com os alunos do grupo experimental foram propostas actividades envolvendo o *software* educativo e as fichas de trabalho atrás descritas. Estas aulas com os alunos do grupo experimental não seguiram um modelo convencional tutorial em que o professor controla a visualização dos gráficos em simultâneo por todos os alunos. Antes, os alunos foram divididos em pequenos grupos e distribuídos pelos computadores existentes de forma a poderem resolver as fichas de trabalho ajudando-se mutuamente. Esta metodologia permitiu que os alunos fossem construindo o seu conhecimento num processo de descoberta

guiada (Ausubel, et al., 1978; Bigge, 1977), e com o mínimo de participação dos professores. Estes apenas intervieram para retirar pequenas dúvidas aos alunos sobre a visualização e interpretação dos gráficos. Pelas características destas dúvidas podemos adiantar que o papel do professor, mesmo que relativamente diminuto, é fundamental pela qualidade e exigência que as respostas implicaram, pelo que o computador e a metodologia seguida não dispensam totalmente a presença do professor. Por outro lado temos que salientar o papel destes professores na transposição didáctica (Balacheff, 1994; Chevallard, 1991; Mello, 2004). De facto, ensinar matemática com recurso à tecnologia, neste caso a *software* educativo, não é a mesma coisa que ensinar matemática de forma convencional (Zbiek, 1995). Além de todo o trabalho na construção das fichas, os professores tiveram que se preparar para as eventuais questões que os alunos colocassem. E nas questões a serem colocadas pelos alunos, podemos considerar as previsíveis mas também as imprevisíveis, atendendo à própria metodologia que seguimos e que incentivava que os alunos simulassem novas situações, alterando os valores das variáveis e eventualmente as próprias expressões algébricas.

No final de cada módulo, todos os alunos, grupo experimental e de comparação, foram sujeitos às avaliações atrás mencionadas. Assim sendo relativamente aos conhecimentos e competências matemáticas foram considerados três momentos: um primeiro antes do início da experiência educativa e que serviu de pré-teste e os dois posteriores respectivamente no final do estudo da exponencial e das derivadas. Os questionários atrás mencionados sobre as atitudes foram recolhidos em dois momentos, no início e no final do estudo.

Os testes estatísticos que realizámos envolveram a análise factorial, estatística multivariada de medidas repetidas e qui-quadrado, conforme a natureza dos dados e as análises em apreço. Nestas análises e atendendo à continuidade temporal do estudo, só foram considerados os alunos que contactaram com todos os instrumentos e em todos os momentos. Para a análise estatística foi utilizado o SPSS (versão 14.0 para Windows).

## Resultados

Passamos a apresentar os principais resultados que ressaltam da análise dos dados recolhidos durante a experiência educativa. Em primeiro lugar temos que referir que, tanto no início como no final do estudo, os dois grupos apresentam percentagens de acesso aos computadores iguais ou muito próximas dos cem pontos percentuais. Apresentamos no quadro I os itens relativos,

à frequência e local de utilização dos computadores no início do estudo e em que se verificou uma diferença percentual superior a dez. Podemos constatar que a utilização diária dos computadores, quer em casa quer na escola, apresenta valores superiores para os alunos do grupo de comparação. Já na utilização semanal na escola, os alunos do grupo experimental apresentam um valor superior aos dos seus colegas. No final do estudo, em nenhum item se registam diferenças percentuais superiores a dez. Para esta situação concorreram os aumentos de frequência do grupo experimental nos dois primeiros itens e a diminuição no último. No entanto o que se apresenta com maior relevância é o aumento da utilização diária do computador em casa por parte dos alunos do grupo experimental.

Quadro 1: *Diferença de utilização dos computadores no início do estudo*

Itens	Grupo Experimental		Grupo Comparação	
	f	%	f	%
Diária Casa	32	51,6	52	68,4
Diária Escola	2	3,2	10	13,2
Semanal Escola	19	30,6	14	18,4

No quadro II podemos constatar os valores que se verificaram relativamente à utilização do computador em actividades de estudo. Verificámos que onze alunos do grupo experimental passaram a reconhecer no computador uma valência de ferramenta auxiliar na sua actividade escolar, tudo indicando, como veremos adiante, que em resultado da experiência educativa.

Quadro 2: *Utilização do computador em actividades de estudo*

Momentos	Grupo Experimental		Grupo Comparação	
	f	%	f	%
Inicial	48	77,4	66	86,8
Final	59	95,2	65	85,5

Da análise factorial que efectuámos considerando os itens do questionário que se referiam às atitudes dos alunos face à utilização dos computadores (método das componentes principais, com *rotação oblimin*), conseguimos identificar três factores: I - "Os Computadores e a Matemática", II - "Motivação no uso dos Computadores" e III - "Uso do computador num contexto de aprendizagem". Os itens destes três factores apresentam índices de consistência interna superiores a .70 limiar assumido como desejável neste tipo de escala (Almeida e Freire, 2007).

Relativamente ao primeiro factor, os testes estatísticos realizados com os valores ( $F(1,126)=0,19;p=0,66$ ) mostraram que a experiência educativa não afectou as atitudes integrantes deste factor. Considerando a diferenciação entre os dois grupos de alunos, encontramos valores de ( $F(1,126)=11,83;p<.01$ ), considerados estatisticamente significativos. Relativamente a este factor I, a diferença de médias entre os dois grupos, foi de 2,7 a favor do grupo experimental ( $p<.01$ ).

Para o factor II somos levados a concluir que a experiência educativa não revelou significância estatística pelo valor encontrado de ( $F(1,134)=1,45;p=0,23$ ). Com um valor de ( $F(1,134)=0,50;p=0,82$ ), sem significado estatístico, temos a interacção "Momentos x Grupos". Para a comparação entre os dois grupos de alunos, o valor estatístico encontrado não se apresenta estatisticamente significativo ( $F(1,134)=0,57;p=0,45$ ). A confirmar estes resultados, a diferença de médias entre os dois grupos é apenas de 0,5, a favor do grupo experimental.

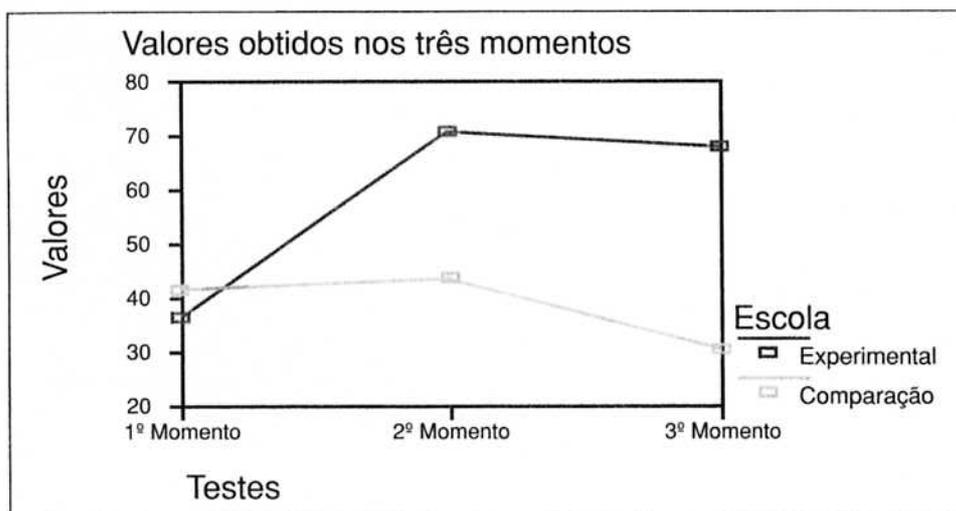
O valor ( $F(1,109)=4,60;p<.05$ ) estatisticamente significativo, reflecte a análise da interacção "Momentos x Grupos" do factor III. A diferença de médias de 1,0 a favor do grupo experimental, com um valor de  $p=0,04$  sugere que nas pontuações obtidas não foi indiferente os alunos pertencerem ao grupo experimental ou ao grupo de controlo.

A análise dos resultados obtidos relativa aos testes somativos de matemática tiveram em consideração três momentos de avaliação e mostraram discrepâncias nas médias como se pode constatar no gráfico I. Daí que procedêssemos a um estudo estatístico das mesmas. Para a interacção "Momentos x Grupos" encontramos um valor de ( $F(2,272)=59,77;p<.01$ ) estatisticamente significativo e que ilustra a influência positiva do programa nos resultados. Adoptámos um ajustamento de múltiplas comparações pelo método de Bonferroni para a análise de diferença de médias entre os dois grupos tendo obtido o valor de 20,1 a favor do grupo experimental e com um valor de  $p<.01$ , no 3º momento de avaliação.

Podemos ainda analisar cada item dos testes somativos de matemática isoladamente para aferir quais as áreas que mais beneficiaram com a experiência. Desta análise passamos a mencionar os itens em que se verificaram resultados com maior relevância estatística. No conceito de domínio de função, os alunos do grupo experimental demonstraram uma melhoria expressa, para as duas funções em estudo, pelos resultados de ( $X^2(1)=8,35;p<.05$ ) e ( $X^2(1)=4,23;p<.05$ ). No item relativo à assíptota horizontal de  $g(x)$ , o valor encontrado foi de ( $X^2(1)=6,67;p<.01$ ), no cálculo do limite de  $f(x)$ , quando  $x$  tende para  $-\infty$ , encontramos o valor de ( $X^2(1)=5,92;p<.05$ ), no limite de  $g(x)$ ,

quando  $x$  tende para  $+\infty$ , o valor foi de ( $X^2(1)=8,99; p<.01$ ) e na injectividade de  $f(x)$ , o valor foi de ( $X^2(1)=4,93; p<.05$ ). Nestas análises os alunos do grupo experimental demonstraram resultados superiores aos seus colegas do grupo de controlo. Os itens do último teste somativo de matemática foram analisados um a um, comparando os resultados entre os dois grupos de alunos. Obtivemos resultados com relevância estatística para as duas funções, na identificação de máximos ( $X^2(1)=5,91; p<.05$ ) e ( $X^2(1)=108; p<.01$ ), de mínimos ( $X^2(1)=5,91; p<.05$ ) e ( $X^2(1)=59,64; p<.01$ ), saber relacionar e encontrar as concavidades das funções iniciais, para cima ( $X^2(1)=28,73; p<.01$ ) e ( $X^2(1)=37,66; p<.01$ ); e para baixo, ( $X^2(1)=30,52; p<.01$ ) e ( $X^2(1)=35,8; p<.01$ ), intervalos de monotonia da segunda derivada (positiva, ( $X^2(1)=29,04; p<.01$ ) e ( $X^2(1)=38,69; p<.01$ ); e negativa ( $X^2(1)=29,04; p<.01$ ) e ( $X^2(1)=45,47; p<.01$ )). Para os alunos do grupo experimental temos ainda diferenças com significado estatístico, nos itens relativos ao saber relacionar os zeros da segunda derivada com os pontos de inflexão da função.

Gráfico 1: Resultados nos testes de Matemática, ao longo dos três momentos, nos dois grupos de alunos.

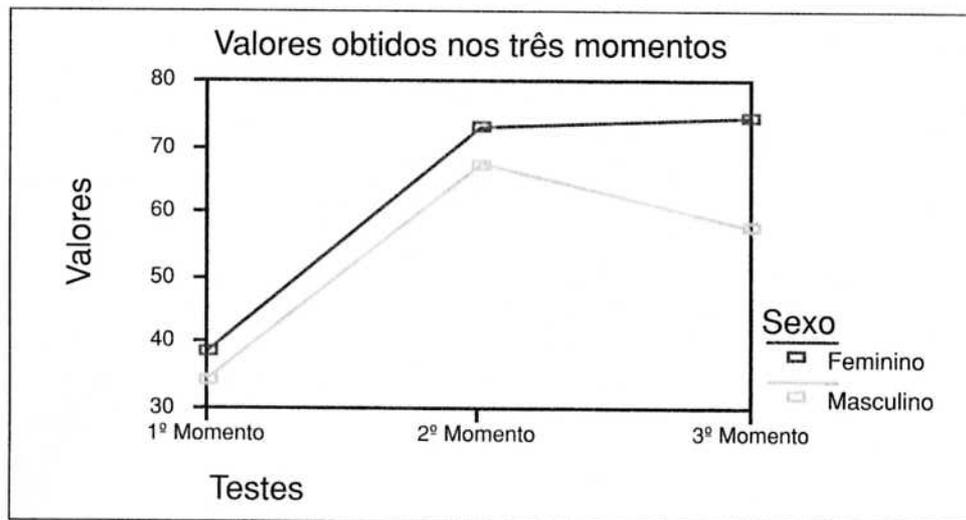


Foi ainda nossa intenção estudar a variável género nos resultados dos testes somativos de matemática, e as análises estatísticas efectuadas apontaram para uma diferenciação entre rapazes e raparigas. Considerando a interacção "Momentos x Grupos", registámos valores de ( $F(2,120)=3,31; p<.05$ ), pelo que as mudanças observadas ao longo dos três momentos de avaliação não são independentes, estando relacionadas com o sexo dos alunos.

Nesta sequência, a diferenciação entre as raparigas e os rapazes do grupo experimental foi estudada podendo os seus resultados serem analisados no

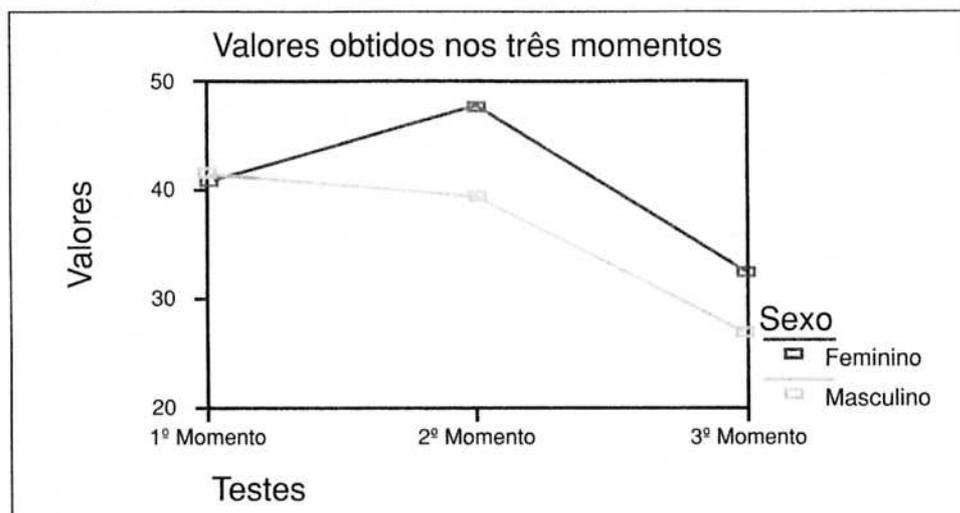
gráfico II. A diferença apresentou-se estatisticamente significativa ( $F(1,60)=4,96;p<.05$ ). A diferença de médias entre estes dois grupos foi de 9,1 a favor das raparigas, registando  $p=0,03$ . No grupo de controlo para a interacção "Momentos x Grupos" registámos valores de ( $F(2,148)=1,15;p=0,32$ ), pelo que somos levados a inferir que as mudanças observadas ao longo dos três momentos de avaliação não estão relacionadas com o sexo dos alunos ( $F(1,74)=2,48;p=0,12$ ).

Gráfico 2: Comparação das médias dos rapazes e raparigas do grupo experimental, nos três momentos da experiência.



Também procedemos a análise idêntica tomando os alunos do grupo de controlo. Podemos verificar as médias obtidas nos três momentos através da análise do gráfico III. Analisando a interacção "Momentos x Grupos" temos a registar valores de  $F(2,148)=1,15$  e  $p=0,32$ , podendo inferir, que as mudanças observadas ao longo dos três momentos de avaliação não estão relacionadas com o sexo dos alunos.

Gráfico 3: Comparação das médias dos rapazes e raparigas, do grupo de controlo, nos três momentos da experiência.



Aproximadamente 20% dos alunos do grupo experimental relativamente à finalidade de uso dos computadores, admitiram que passaram a utilizar o computador na área educativa. Destes alunos, 73% pertencem ao sexo feminino e 27% ao masculino. As médias que obtiveram no primeiro e segundo momentos foram de 32,3 e 68,2 respectivamente e inferiores às dos seus colegas do grupo experimental (37,0 e 70,9). No último momento registaram uma média superior (77,0) à do grupo experimental na sua totalidade (67,8). Pelo número de alunos nestas condições, não podemos tecer conclusões, mas convém registar estes valores, indicativos da possível pertinência futura de um estudo sobre a relação entre a mudança de atitudes dos alunos e o seu aproveitamento.

## Conclusão

Desta experiência educativa ressaltam as vantagens da utilização da tecnologia e da metodologia utilizadas no processo de ensino-aprendizagem. Os alunos do grupo experimental passaram a encarar a utilização do computador como uma forma de os poder auxiliar nas suas actividades de aprendizagem. Na aprendizagem da matemática os resultados podem considerar-se positivos, quer do ponto visto global quer na análise particular de vários conceitos em apreço. Estes efeitos positivos parecem ter tido maior incidência nos alunos do sexo feminino, tendo em consideração a análise dos questionários e dos testes somativos de matemática. Assim, somos levados a concluir que a vi-

sualização tem uma importância acrescida permitindo que os alunos consigam adquirir, através do raciocínio visual, conceitos que de outra forma implicam procedimentos complicados através do processo algébrico. Este raciocínio visual permite maior facilidade aos alunos na elaboração das suas conjecturas e construções de conhecimento, permitindo que desenvolvam um conhecimento estrutural da álgebra e reforçar a relação entre a escrita algébrica e o correspondente gráfico.

Os avanços tecnológicos têm sido constantes e os PDA's e outros dispositivos móveis estarão inevitavelmente ao alcance da maioria das famílias. Estes dispositivos fazem um apelo constante à imagem como forma de apresentar informação. Daí que os responsáveis educativos têm que entender que este avanço tecnológico exige dos professores maior formação adequada nestas áreas e que os próprios programas curriculares prevejam e incentivem as novas abordagens visuais. Para que isso aconteça é necessário dar atenção à transposição didáctica, sendo certo que a leccionação com recurso a meios tecnológicos implica uma atenção especial na preparação dos professores para esse acto. A passagem do saber científico para saber escolar é importante e o professor deve dominar a tecnologia que está a utilizar e o modo mais eficaz de utilizar essa mesma tecnologia no processo ensino-aprendizagem.

## Referências

- Almeida, L. S. (1988). *O raciocínio diferencial dos jovens: Avaliação, desenvolvimento e diferenciação*. Porto: Instituto Nacional de Investigação Científica.
- Almeida, L. S. (1993). Rentabilizar o ensino-aprendizagem escolar para o sucesso e o treino cognitivo dos alunos. In L. Almeida (Coord.), *Capacitar a Escola para o Sucesso* (pp. 59-110). V. N. Gaia: Edipsico.
- Almeida, C., Dias, P., Morais, C., e Miranda, L. (2001). Fóruns de discussão no ensino e aprendizagem: Perspectivas de professores do 1º ciclo do ensino básico. In Paulo Dias e Cândido Varela de Freitas (Orgs.), *Challenges 2001*, (pp. 433-444). Braga: Centro de Competência Nónio Sec. XXI, Universidade do Minho.
- Almeida, L. S. e Freire, T. (2007). *Metodologia da Investigação em Psicologia e Educação*. Braga: Psiquilibrios Edições.
- Ausubel, D., Novak, J., e Hanesian, H. (1978). *Educational Psychology: A Cognitive View* (2ª ed.). New York: Holt, Rinehart e Winston.
- Balacheff, N. (1994). *La transposition informatique note sur un nouveau problème pour la didactique vingt ans de didactique des Mathématiques en France*. Grenoble: La Pensée Sauvage Editions.
- Bettetini, G., e Colombo, F. (1995). *Las nuevas tecnologías de la comunicación*. Barcelona: Ediciones Paidós Ibérica.
- Bidjerano, T. (2005). *Gender differences in self-regulated learning*. Disponível em [http://www.eric.ed.gov/ERICDocs/data/ericdocs2/content\\_storage\\_01/0000000b/80/31/b6/8b.pdf](http://www.eric.ed.gov/ERICDocs/data/ericdocs2/content_storage_01/0000000b/80/31/b6/8b.pdf).
- Bigge, M. L. (1977). *Teorias da Aprendizagem para professores*. São Paulo: Editora Pedagógica Universitária.
- Borba, M. C. e Confrey, J. (1996). A student's construction of transformations of functions in a multiple representational environment. *Educational Studies in Mathematics*, 31, 319-337.
- Brown, C., Carpenter, T., Kouba, V., Lindquist, M. e Reys, R. (1988). Secondary school results for the fourth NAEP Mathematics Assessment: Algebra, geometry, mathematical methods, and attitudes. *Mathematics Teacher*, 81, 337-347.
- Canavarro, A P. (1994). *Concepções e práticas de professores de matemática. Três estudos de caso*. Lisboa: U. Lisboa, Associação dos Professores de Matemática.
- Castells, M. (2002). *A sociedade em rede*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: Del saber sabido al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.
- Dagher, A. (1993). *A environnement informatique et apprentissage de l'articulation entre registres, graphique et algébrique de représentation des fonctions*. Thèse de doctorat. Paris : Université Paris VII. France.