

Desempenho sísmico de um minarete de alvenaria

Seismic performance of a masonry minaret

Nuno Mendes

Bolseiro de doutoramento
Universidade do Minho
Guimarães
nunomendes@civil.uminho.pt

Paulo B. Lourenço

Professor catedrático
Universidade do Minho
Guimarães
pbl@civil.uminho.pt

Luís F. Ramos

Professor auxiliar
Universidade do Minho
Guimarães
lramos@civil.uminho.pt

Fernando Peña

Professor associado
Universidad Nacional Autónoma de México
Cidade do México
fpem@pumas.iingen.unam.mx

Resumo

Esta comunicação apresenta a avaliação do desempenho sísmico do *Qutb Minar*, minarete em Nova Deli, Índia. A modelação numérica foi realizada com recurso a três modelos diferentes, calibrados através de ensaios de identificação dinâmica. A combinação de resultados dos modelos permitiu compreender melhor o comportamento do minarete e validar os modelos mais simples. No estudo do desempenho sísmico da estrutura foram consideradas a análise não-linear estática e a análise não-linear dinâmica com integração no tempo. As técnicas de análise conduziram a resultados diferentes em termos de capacidade e mecanismo de colapso, indicando que o uso de análises estáticas para a avaliação do desempenho sísmico de construções históricas de alvenaria deve ser realizado com precaução. Os resultados da análise não-linear dinâmica estão de acordo com os danos causados por sismos no passado e com os modos identificados experimentalmente, concluindo-se que os dois últimos pisos correspondem à parte mais vulnerável do minarete.

Palavras-chave: alvenaria, sismo, análise não-linear estática e dinâmica.

Abstract

The present paper describes the evaluation of the seismic performance of the Qutb Minar in Delhi, India. The modeling was done using three models, updated with dynamic tests. By combining the results of the different models it was possible to obtain a better interpretation of the minaret behavior and to validate the simplified models. In the study of the seismic performance of the structure non-linear static and non-linear dynamic analyses were used. The analysis techniques gave different results in terms of capacity and collapse mechanism showing that static analyses for evaluation of the seismic performance of historical constructions should be used with caution. The results of the non-linear dynamic analysis are in agreement with the historical damage caused by earthquakes and with the experimental modes obtained through modal identification tests, leading to the conclusion that the last two floors are the most vulnerable part of the minaret.

Keywords: masonry, earthquake, dynamic and static non-linear analysis.

1 Introdução

O *Qutb Minar* (Figura 1), localizado a sul de Nova Deli, é o monumento mais alto da Índia, e com cerca de 72,5m de altura é uma das torres de alvenaria mais altas do mundo. Além das suas impressionantes dimensões, este monumento tem também uma função simbólica, assumindo-se como a torre que glorifica a vitória do Islão sobre a idolatria. Em 1993, foi inscrito como Património Mundial pela UNESCO.



Figura 1 – Vista geral do *Qutb Minar*.

A história de eventos sísmicos em Nova Deli tem demonstrado que as construções históricas apresentam elevada vulnerabilidade sísmica. De acordo com o Regulamento Indiano para a acção sísmica [1], Nova Deli apresenta-se inserida na zona sísmica de intensidade severa. Em geral, os sismos apresentam uma magnitude 5 a 6, no entanto têm sido também registados alguns sismos de magnitude 6 a 7 e ocasionalmente de magnitude 7.5 a 8 [2]. Deste modo, o *Qutb Minar* foi objecto de intervenções face a danos provocados no passado por sismos.

A avaliação do comportamento sísmico de estruturas antigas de alvenaria requer procedimentos específicos, uma vez que a sua resposta difere substancialmente da resposta apresentada pelas estruturas novas. Para obter a resposta deste tipo de estruturas é útil recorrer a análises dinâmicas que simulam correctamente os fenómenos de introdução e dissipação de energia na estrutura. No entanto, a análise tridimensional não-linear dinâmica com integração no tempo em modelos complexos requer um elevado esforço computacional.

O recurso a modelos simplificados em combinação com os modelos complexos permitem superar as dificuldades computacionais, ou seja, os resultados obtidos pelos modelos complexos assumem-se como a base para a concepção e validação de modelos simplificados que permitem a realização de análises que melhor se aproximam do comportamento real. Além disso, a análise de resultados provenientes de diferentes tipos de modelos permitem uma melhor compreensão da vulnerabilidade sísmica [3].

A avaliação do desempenho sísmico do *Qutb Minar* foi realizada através das seguintes fases:

- **Recolha de informação:** pesquisa de informação existente, incluindo dados históricos (danos, reparações, etc.), descrição dos materiais e da geometria e estudos anteriores.
- **Realização de ensaios in-situ:** tendo em vista a determinação das propriedades materiais e dinâmicas da estrutura.
- **Preparação de modelos numéricos:** opção por modelos complexos ou simplificados, associada às técnicas de análise estrutural adoptadas.
- **Calibração dos modelos numéricos:** a informação recolhida, os parâmetros obtidos nos ensaios, bem como, os resultados de modelos mais complexos devem ser utilizados no processo de calibração, tendo por objectivo a concepção de modelos numéricos que reproduzam o comportamento da estrutura.
- **Análise estrutural:** em função da complexidade dos modelos, diferentes técnicas de análise estrutural podem ser consideradas (análise estática, dinâmica, linear, não-linear, etc.). A selecção deve ser ponderada tendo em consideração os seguintes aspectos [4]: relação entre a informação disponível e a informação requerida pela técnica de análise; duração da análise; custo dos recursos.
- **Estudo paramétrico:** uma vez que nos casos correntes é difícil conhecer com precisão os parâmetros envolvidos na análise numérica, geralmente, definem-se também valores de referência para alguns parâmetros, com base em bibliografia especializada. Um estudo paramétrico permite balizar a resposta da estrutura e avaliar a sua sensibilidade.

2 Descrição do minarete

2.1 Informação histórica

A construção do *Qutb Minar* iniciou-se em meados de 1202, em que apenas foi construído o primeiro piso da torre. O sultão Iltutmish, acrescentou os três pisos seguintes, ficando o minarete constituído por quatro pisos. Em 1326, o minarete foi danificado por relâmpagos, facto que se repetiu em 1368. O piso mais elevado dos quatro pisos originais foi substituído por dois pisos durante o reinado de Firuz Shah Tughlup em 1368. Sikandar Lodi, em 1503, conduziu obras de conservação e alargamento dos pisos superiores. O minarete teve originalmente uma cúpula, a qual foi derrubada durante um sismo, em 1803, sendo substituída por uma nova cúpula no final do estilo mongol, em 1829, que foi removida em 1848 [5].

Em 1920, algumas das pedras de revestimento necessitaram de reparações, contudo foi entre 1944 e 1949 que ocorreram as intervenções estruturais mais importantes. As pedras danificadas foram recuperadas com argamassa de cal e cavilhas de ferro. Em 1971, a fundação foi reforçada com injecções. Foram ainda realizados outros trabalhos entre 1989 a 1992, nomeadamente a substituição das pedras danificadas de revestimento e reforço do núcleo do minarete [5].

2.2 Geometria

O *Qutb Minar* é um exemplo típico da arquitectura clássica Indo-Islâmica. O seu desenvolvimento em altura apresenta diferentes formas geométricas, bem como, diferente ornamentação. A estrutura do minarete é constituída pelo núcleo (2 panos de alvenaria) e pela casca (3 panos de alvenaria) (Figura 2a e b). A ligação entre o núcleo e a casca é realizada através das escadas em forma helicoidal (379 degraus) e de 27 vigas com secção média de $0.4 \times 0.4 \text{ m}^2$.

Em planta o minarete é aproximadamente circular. A sua base tem 14.07 m de diâmetro, que varia ao longo dos 72.45m de altura, atingindo o seu valor mínimo no topo, 3.13m (Figura 2a). A estrutura apresenta ainda diferentes tipos de aberturas para ventilação, janelas e portas (Figura 2c e d).

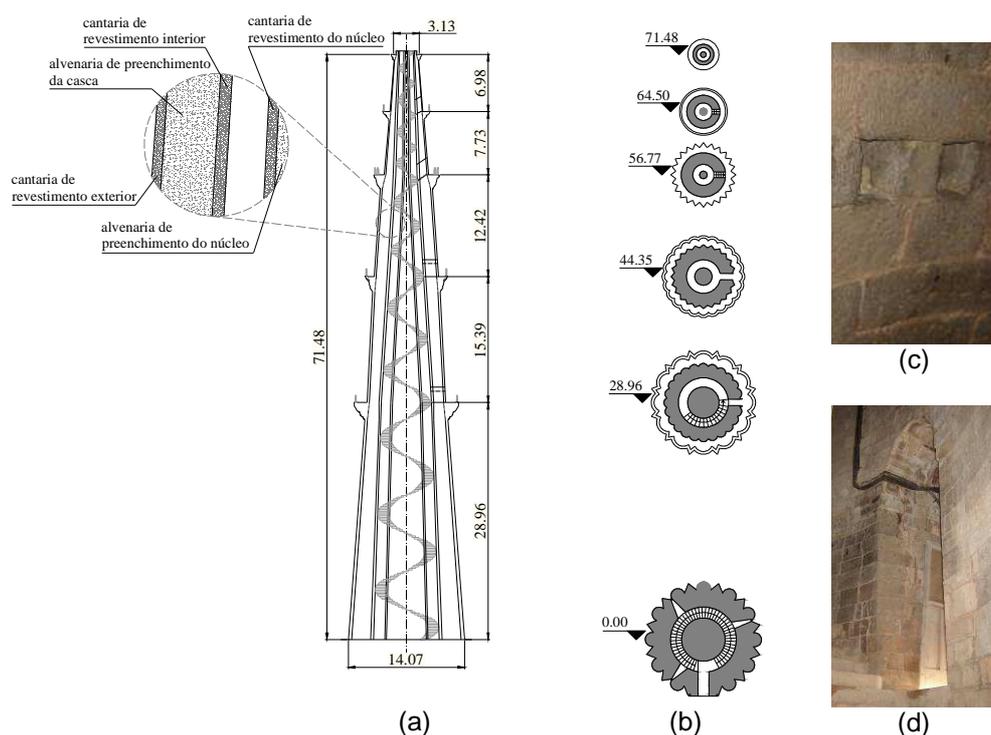


Figura 2 – Geometria do *Qutb Minar* (dimensões em metros): (a) dimensões; (b) secções transversais ao nível dos balcões; (c) pequenas aberturas para ventilação; (d) janela.

O minarete assenta directamente sobre uma plataforma constituída por blocos de alvenaria, que apresenta, em planta, secção quadrada com 14.3 m de lado e altura de 0.85 m. Esta plataforma apoia sobre um pedestal, também em alvenaria, com secção quadrada em planta, com comprimento de lado igual a 16.5 m e com altura de 1.7 m.

Este pedestal apoia-se sobre um bloco constituído por alvenaria irregular de pedra ligada com argamassa de cal. Os testes de reconhecimento indicam que o firme rochoso está localizado a cerca de 50 a 65 m de profundidade [6].

2.3 Descrição dos materiais

O núcleo do minarete é constituído por alvenaria de enchimento revestida por blocos de quartzito de Deli. A escada, situada entre o núcleo e a casca, é constituída por quartzito de Deli. A casca do minarete é composta por três tipos de alvenaria. Nos três primeiros pisos, o revestimento interior é composto por blocos de quartzito de Deli e o revestimento exterior é constituída por blocos de arenito vermelho e amarelado. Nos dois últimos pisos, o revestimento interior é composto por blocos de arenito vermelho e o revestimento exterior é constituído por blocos de mármore branco. O material interno da casca corresponde uma alvenaria irregular. A casca possui, ainda, cavilhas de ferro que se assumem como elementos de ligação dos diferentes tipos de alvenaria. As vigas do minarete são compostas por blocos de quartzito de Deli. A argamassa utilizada é constituída por areia, cal e pó de tijolo.

3 Ensaios de identificação dinâmica

Foram realizados ensaios de vibração ambiental, tendo por objectivo a determinação das propriedades modais (frequências naturais, modos de vibração e coeficientes de amortecimento) do minarete e avaliar o grau da ligação entre o núcleo e a casca.

Na instrumentação da estrutura utilizaram-se 8 acelerómetros uniaxiais piezoeléctricos com domínio igual a ± 0.5 g e sensibilidade de 10 V/g. Os ensaios foram realizados com recurso a 9 disposições de instrumentação (*setups*), nos quais foram medidas as vibrações em 20 pontos do minarete (5 por balcão) [6].

Os ensaios de identificação modal permitiram estimar 14 modos de vibração: dez modos de flexão, dois modos de torção, um axial e um modo combinado (Figura 3).

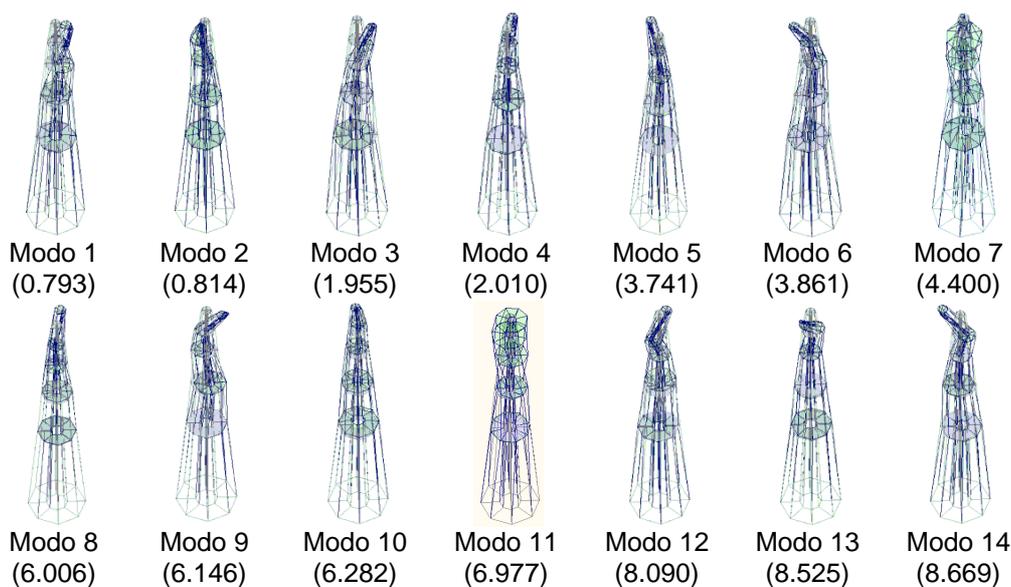


Figura 3 – Modos de vibração estimados e respectivas frequências em Hz [6].

Note-se que os dois primeiros modos de vibração não se apresentam claramente definidos no topo da estrutura, nomeadamente no quarto balcão. As direcções dos modos de flexão apresentam-se quase ortogonais para pares de frequências próximas. Este facto demonstra a axissimetria das secções do minarete [6].

4 Modelos numéricos

A modelação numérica foi realizada com recurso a três modelos numéricos. Dois modelos foram criados com recurso ao Método de Elementos Finitos. Apesar de ambos serem tridimensionais, um recorre a elementos sólidos (Modelo de sólidos) e outro a elementos de viga compostos (Modelos de vigas). O terceiro modelo foi baseado no Método dos Elementos Rígidos, com recurso a elementos bidimensionais (Modelo rígido).

O modelo de elementos sólidos foi realizado através do programa de elementos finitos DIANA [7]. A casca do minarete foi modelada através de três panos de alvenaria. Na modelação do núcleo, foi utilizado apenas um tipo de alvenaria. A fundação, as aberturas, as portas e as escadas foram também modeladas (Figura 4). Nos níveis com aberturas de ventilação, as propriedades mecânicas foram ponderadas de acordo com a percentagem do volume de material. Na sua totalidade, o modelo de elementos sólidos é constituído por 65912 elementos e 57350 nós, resultando em cerca de 172000 graus de liberdade.

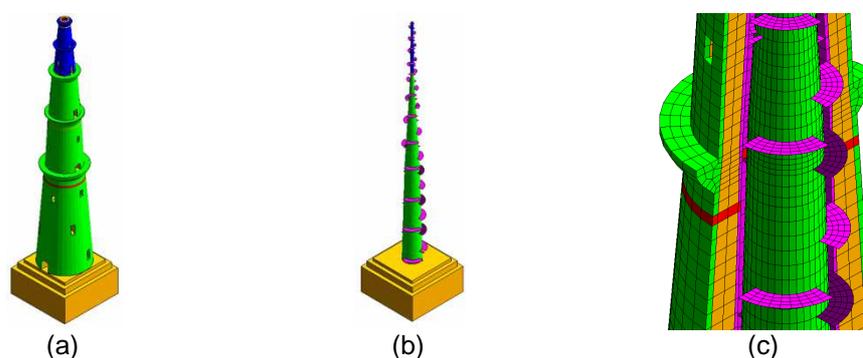


Figura 4 – Modelo com elementos sólidos: (a) vista geral; (b) escadas modeladas através de elementos de casca, (c) pormenor do modelo.

O modelo de vigas foi desenvolvido com recurso a elementos tridimensionais de viga de três nós, baseados na teoria de Mindlin-Reissner [7]. Tendo por objectivo modelar os panos de alvenaria que constituem o minarete, foram utilizados elementos de vigas compostas. Cada secção dos elementos de vigas compostas é constituída por quatro secções do tipo tubular (extradorso, interior e intradorso da casca e extradorso do núcleo) e uma secção circular (interior do núcleo), assumindo compatibilidade de deformações entre a casca e o núcleo da estrutura. Cada uma destas secções possui diferentes propriedades materiais. Este modelo não considera as escadas, as aberturas e os balcões. Após comparação com os resultados obtidos no modelo de elementos sólidos verificou-se que as simplificações assumidas não influenciam significativamente o comportamento global do minarete. Este modelo é constituído por 20 elemento de viga e 41 nós, contabilizando 250 graus de liberdade.

O terceiro modelo numérico foi realizado com base no Método dos Elementos Rígidos, que modela as estruturas através de elementos rígidos e de molas, permitindo a formação dos mecanismos de colapso [8]. Os elementos rígidos

utilizados apenas consideram paralelepípedos rectangulares. Assim, recorreu-se a secções rectangulares e propriedades materiais equivalentes. Este modelo é constituído por 39 elementos que perfazem 117 graus de liberdade. Uma vez que o software baseado no método dos elementos rígidos é dedicado, obtém-se uma resposta de forma muito rápida. Para o caso em estudo, uma análise não-linear dinâmica com o modelo de vigas requer 23 horas, enquanto o modelo rígido apenas necessita de 20 minutos. Além disso, o modelo rígido permite obter fendas discretas que ilustram de forma mais clara a forma de colapso.

5 Calibração dos modelos numéricos

A calibração dos modelos numéricos foi realizada relativamente aos valores das frequências estimadas experimentalmente, baseada na proposta de Douglas e Reid [9]. Os módulos de elasticidade dos diferentes materiais que constituem a casca e o núcleo da estrutura foram definidos como variáveis a calibrar, com excepção do modelo de sólidos, em que também foi calibrado o módulo de elasticidade e a espessura das escadas. A optimização das variáveis foi realizada através do programa GAMS [10], no qual se definiu uma função-objectivo de minimização da soma do erro quadrático entre os valores das frequências experimentais e numéricas. Uma vez que os modelos numéricos apresentam simetria segundo dois eixos, os pares de modos de vibração de flexão e respectivas frequências são iguais (Modelo de vigas) ou semelhantes (Modelo de sólidos), segundo direcções ortogonais. Assim, consideraram-se os valores médios dos pares de modos de flexão experimentais para a calibração do modelo de vigas e do modelo rígido.

Os modelos consideram que os materiais do 1º ao 3º piso são diferentes dos materiais do 4º e 5º piso. Esta hipótese foi considerada uma vez que a fase de construção dos dois últimos pisos difere da fase construção dos pisos inferiores. Além disso, os modos de vibração estimados experimentalmente revelam uma concentração de deformação nos dois pisos superiores (Figura 3).

Os modelos numéricos baseiam-se em diferentes hipóteses de modelação. Assim, no modelo de sólidos foram consideradas dez variáveis de calibração (Tabela I), nomeadamente: os módulos de elasticidade da casca e do núcleo, bem como o módulo de elasticidade e a espessura das escadas. Na calibração do modelo de vigas consideraram-se cinco variáveis, referentes aos diferentes materiais (Tabela II). Por último, no modelo rígido apenas se consideraram duas variáveis a calibrar, correspondentes ao módulo de elasticidade da alvenaria do 1º ao 3º piso e ao módulo de elasticidade da alvenaria dos dois pisos superiores (Tabela III).

Tabela I - Valores das propriedades materiais do modelo de sólidos.

Material	Módulo de elasticidade [GPa]	Massa específica [kg/m ³]	Coefficiente de Poisson	f _c [kPa]
Núcleo 1 - 3	1.545	1800	0.2	2000
Núcleo 4 - 5	0.300	1800	0.2	600
Revestimento exterior da casca 1 - 3	6.171	2600	0.2	3000
Preenchimento da casca 1 - 3	0.785	1800	0.2	2000
Revestimento interior da casca 1 - 3	2.000	2300	0.2	5200
Revestimento exterior da casca 4 - 5	2.000	2600	0.2	3000
Preenchimento da casca 4 - 5	0.300	1800	0.2	600
Revestimento interior da casca 4 - 5	6.602	2600	0.2	2500
Escadas	3.689	2000	0.2	5200

Tabela II - Valores calibrados das propriedades materiais do modelo de vigas.

Material	Módulo de elasticidade [GPa]	Massa específica [kg/m ³]	Coefficiente de Poisson	f _c [kPa]
Alvenaria de preenchimento 1 - 3	1.00	1800	0.2	1000
Alvenaria de preenchimento 4 - 5	0.60	1800	0.2	600
Arenito	2.50	2300	0.2	2500
Quartzito	5.21	2600	0.2	5200
Mármore	3.00	2600	0.2	3000

Tabela III - Valores calibrados das propriedades materiais do modelo rígido.

Material	Módulo de elasticidade [GPa]	Massa específica [kg/m ³]	Coefficiente de Poisson	f _c [kPa]	f _t [kPa]	f _s [kPa]	φ [°]
Alvenaria 1 - 3	3.18	1900	0.2	3000	35	45	15
Alvenaria 4 - 5	0.57	1900	0.2	1500	35	45	15

As dimensões do modelo de elementos sólidos restringiram a sua utilização. Assim, este modelo numérico foi considerado apenas nas análises estáticas.

O modelo constitutivo, utilizado para a simulação do comportamento não-linear dos modelos de sólidos e de vigas, é um modelo de fendilhação distribuída (*"Total strain fixed crack model"* na nomenclatura Inglesa), no qual as direcções das fendas são fixas de acordo as direcções principais do vector das extensões. Na relação tensão-extensão considerou-se amolecimento (*"softening"*) exponencial seguido de endurecimento linear em tracção. Em compressão assumiu-se endurecimento e amolecimento parabólico. O comportamento ao corte foi simulado através de uma lei linear, no qual a rigidez ao corte é reduzida após fendilhação (coeficiente de redução ao corte igual a 0.01), valor por defeito em [7]. Os valores dos parâmetros do modelo constitutivo foram definidos através de bibliografia [1, 6 e 11]. Nas Tabelas I e II apresentam-se as tensões resistentes à compressão, f_c. A tensão resistente à tracção e a energia de fractura em tracção foram consideradas iguais para todos os materiais (f_t = 50 kPa e G_f = 20 N/m). A energia de fractura em compressão, G_c, foi assumida igual a 0.0016 do valor de f_c.

No modelo rígido considerou-se que o modelo constitutivo é parabólico em compressão e bilinear com amolecimento em tracção. Na relação entre as tensões de corte e o esforço normal assumiu-se uma lei de Mohr – Coulomb [8]. Neste modelo apenas é necessário definir a tensão resistente à compressão, f_c, à tracção, f_t, ao corte, f_s, e o ângulo de atrito, φ (Tabela III).

Nos três modelos numéricos o amortecimento, C, foi simulado com recurso ao modelo de amortecimento viscoso de Rayleigh (C=aM+bK), em que a e b são as constantes de ponderação da matriz de massa, M, e de rigidez, K, respectivamente) [12]. Os valores das constantes foram determinados com recurso aos coeficientes de amortecimento determinados nos ensaios de vibração ambiental (a = 0.2256; b = 0.00057).

6 Análise estrutural

As técnicas de análise estrutural utilizadas dividem-se em dois grupos: a) validação dos modelos; b) avaliação do desempenho sísmico do minarete. O primeiro grupo engloba a determinação dos modos de vibração e frequências próprias da estrutura e a análise ao estado limite de serviço (peso próprio da estrutura). Os modos de

vibração e respectivas frequências permitem realizar a validação dos modelos em regime linear elástico, enquanto a análise da estrutura quando sujeita ao seu peso próprio permite verificar as propriedades geométricas e materiais. No segundo grupo, foram realizadas análises não-lineares estáticas (*pushover*) e análises não-lineares dinâmicas com integração no tempo. Note-se que o modelo de elementos sólidos não foi utilizado com análise dinâmica, devido ao elevado esforço computacional necessário. No entanto, este modelo foi útil na validação dos modelos simplificados. As análises não-lineares dinâmicas foram realizadas com recurso a cinco acelerogramas artificiais gerados através do espectro de resposta preconizado no regulamento indiano, considerando o amortecimento igual a 2.5% (valor do coeficiente de amortecimento do primeiro modo de vibração estimado experimentalmente). A máxima aceleração dos acelerogramas, *PGA*, é igual a 0.25g.

6.1 Validação dos modelos

Numa análise global, os modelos numéricos apresentam-se ajustados aos valores das frequências experimentais (Tabela IV e Figura 5). O modelo de vigas apresenta o maior erro associado ao modo de torção. Este modo corresponde ao quinto modo do modelo de vigas, enquanto experimentalmente se apresenta como o sétimo modo de vibração. Esta diferença poderá estar relacionada com as escadas. O modelo rígido apresenta erros inferiores a 5%, com excepção do modo vertical. Contudo, este modelo não permite o cálculo do modo de torção. O modelo de elementos sólidos considera os diferentes tipos de aberturas. Estas aberturas causam uma assimetria ligeira no comportamento da estrutura. No entanto, as diferenças entre os valores das frequências dos pares de modos de flexão são muito reduzidas, demonstrando que as diferenças determinadas experimentalmente não se devem, exclusivamente, às aberturas. Estas diferenças podem estar relacionadas com outros factores, tais como: diferenças nas propriedades mecânicas dos materiais, imperfeições geométricas, existência de fendas, etc. No entanto, é possível desprezar os efeitos das aberturas e considerar uma ligação perfeita entre o núcleo e a casca, tal como admitido no modelo de vigas e no modelo rígido.

Tabela IV – Comparação das frequências dos modelos com os valores experimentais.

Modo	Frequências [Hz]						
	Experimental	Modelo de sólidos	Erro [%]	Modelo de vigas	Erro [%]	Modelo Rígido	Erro [%]
1º Flexão z	0.789	0.71	-10.01	0.734	-8.42	0.778	-3.17
1º Flexão x	0.814	0.71	-12.77				
2º Flexão x	1.954	2.07	5.93	2.257	13.87	1.886	-4.84
2º Flexão z	2.010	2.09	3.98				
3º Flexão x	3.741	3.55	-5.10	4.129	8.62	3.582	-5.77
3º Flexão z	3.862	3.59	-7.04				
1º Torção	4.442	4.80	8.06	3.656	-17.69	---	---
4º Flexão x	5.986	5.98	-0.10	6.665	10.21	6.419	5.65
4º Flexão z	6.109	6.02	-1.45				
1º Axial	6.282	5.35	-14.83	6.098	-2.93	7.061	12.41

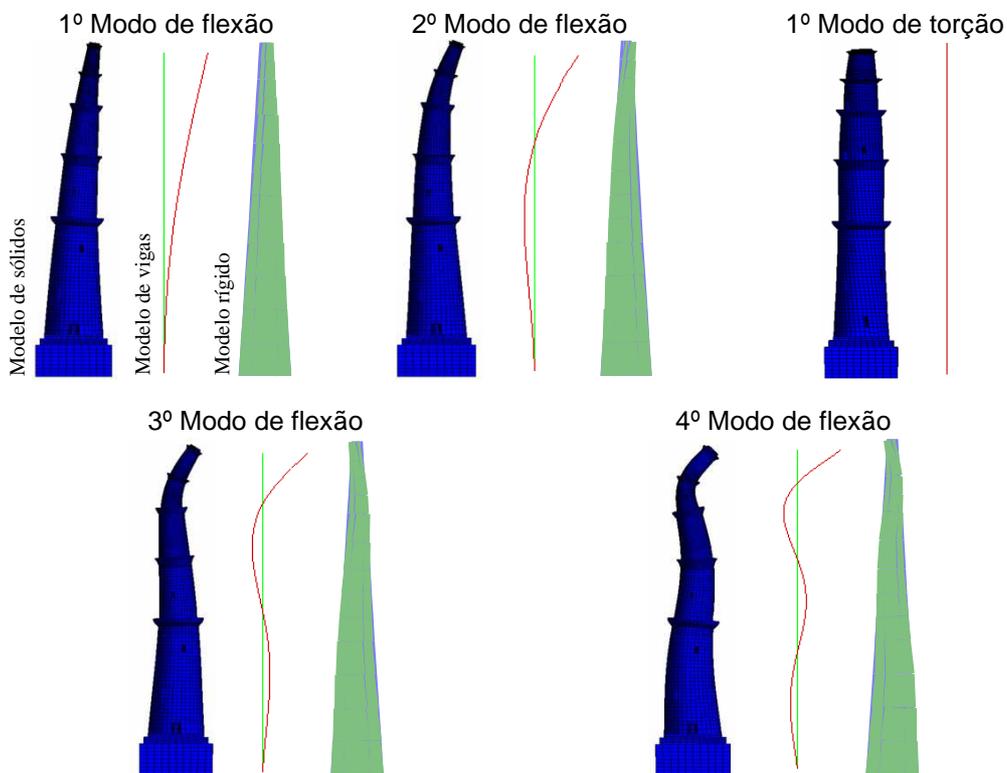


Figura 5 – Modos de vibração dos modelos numéricos (o modelo rígido não considera o modo de torção).

6.2 Análise do comportamento da estrutura em serviço

Na análise em serviço considerou-se apenas acção do peso próprio da estrutura. Nesta análise verificou-se que os três modelos apresentam estados de tensão semelhantes. Peso total do minarete é aproximadamente igual a 75000 kN e a média da tensão de compressão na base é igual a 0.6 MPa. A tensão de compressão máxima (1.29 MPa) ocorre no revestimento exterior da casca. Os materiais mantêm-se em regime linear elástico e a máxima tensão corresponde a cerca de 25% da tensão limite de cedência (Tabela V).

Tabela V – Tensões de compressões máximas do modelo de vigas e modelo rígido.

Material	Tensão normal máxima σ_{max} [kPa]	f_c [kPa]	σ_{max}/f_c [%]	Modelo rígido [Pa]
Alvenaria de preenchimento 1 - 3	494	2000	24.70	
Alvenaria de preenchimento 4 - 5	102	600	17.00	
Arenito	617	2500	24.68	
Quartzito	1290	5208	24.77	
Mármore	127	3000	4.23	

6.3 Análise sísmica não-linear estática

A análise não-linear estática foi realizada com recurso a um padrão de aceleração uniforme. As forças foram aplicadas incrementando a aceleração na direcção horizontal (proporcionais à massa da estrutura), com controlo do deslocamento no topo da estrutura. Na Figura 6 apresentam-se as curvas de capacidade da análise estática não-linear (o coeficiente sísmico, α , é igual ao quociente entre o somatório das forças horizontais e o peso próprio da estrutura). Os modelos simplificados apresentam um comportamento similar, em que o coeficiente sísmico máximo é igual, em média, a 0.21. O modelo de elementos sólidos apresenta uma capacidade inferior aos modelos simplificados (coeficiente sísmico máximo igual a 0.18). Nos três modelos verifica-se que a tensão de cedência em compressão não é atingida e que o colapso do minarete ocorre através do mecanismo de derrube pela base.

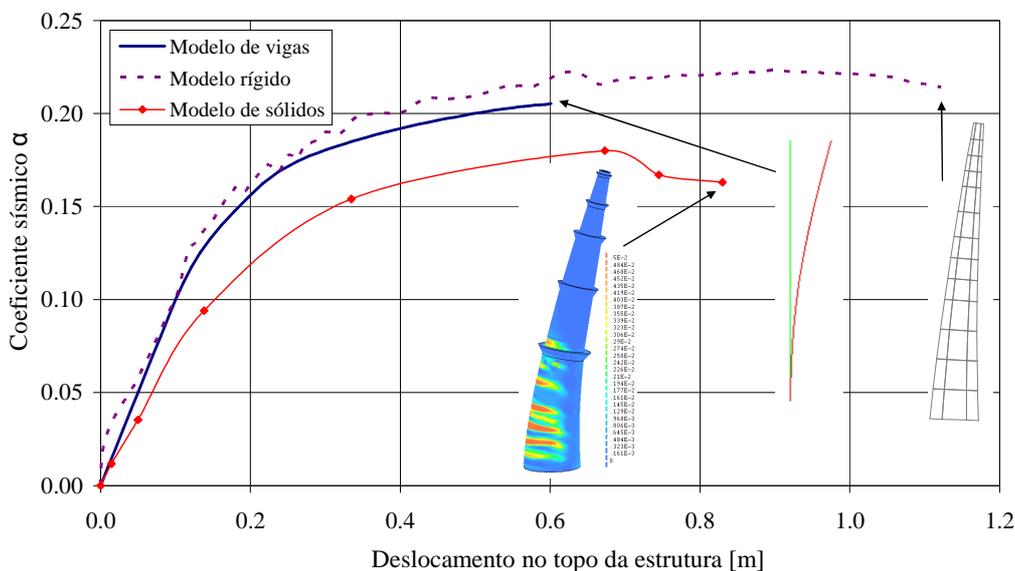


Figura 6 – Análise não-linear estática proporcional à massa da estrutura.

6.4 Análise sísmica não-linear dinâmica

A análise não-linear dinâmica com integração no tempo foi realizada apenas para os modelos de vigas e rígido. Nesta análise recorreu-se a cinco acelerogramas artificiais compatíveis com o espectro de resposta do regulamento indiano ($PGA = 0.25g$). Na Figura 7 apresentam-se os valores máximos do coeficiente sísmico e do deslocamento ao nível dos vários pisos do modelo rígido. O valor médio do coeficiente sísmico na base é igual a 0.2 e mantém-se praticamente constante no primeiro piso, enquanto no segundo piso o valor médio do coeficiente sísmico é igual a 0.25. Nos terceiro e quarto pisos os coeficientes sísmicos médios são iguais a 0.70 e 0.95, respectivamente. Os deslocamentos máximos do primeiro, segundo e terceiro pisos aumentam de forma praticamente linear, enquanto no quarto e quinto pisos verifica-se uma amplificação dos deslocamentos. O deslocamento do último piso é aproximadamente o dobro do deslocamento do quarto piso (máximo *drift* igual a 3%). Assim, através do modelo rígido verifica-se que os dois últimos pisos são os mais vulneráveis do minarete, destacando-se o comportamento do último piso.

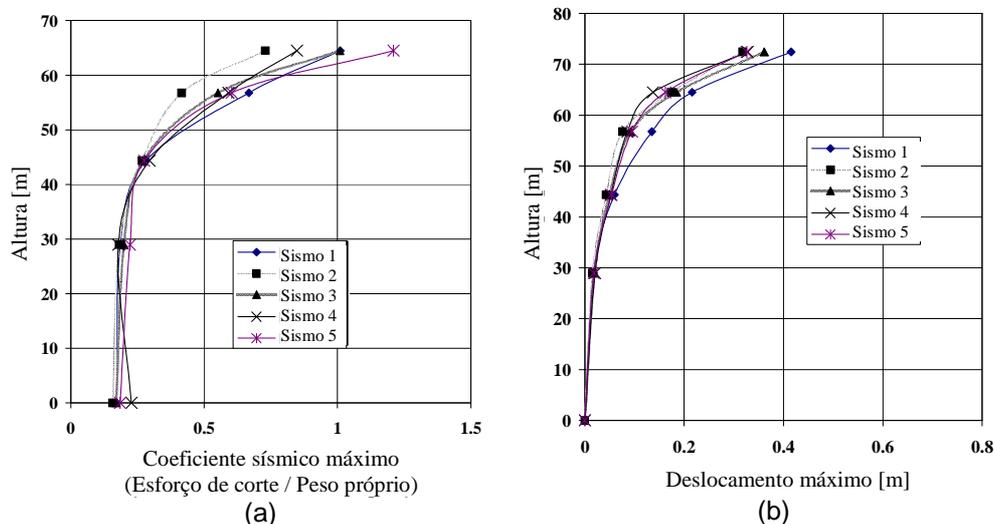


Figura 7 – Resultados da análise não-linear dinâmica com o modelo rígido: (a) coeficiente sísmico máximo; (b) deslocamento máximo.

Na Figura 8 apresentam-se os valores máximos do coeficiente sísmico e do deslocamento ao nível dos vários pisos do modelo de vigas. O valor médio do coeficiente sísmico na base é igual a 0.16, aumentando para 0.18 no primeiro piso. No segundo piso o coeficiente sísmico médio é igual a 0.28, enquanto o quarto e quinto pisos apresentam um coeficiente sísmico médio é igual a 0.47 e 0.89, respectivamente. Os máximos deslocamentos ocorrem no quarto e quinto pisos, 0.35 m e 0.65 m, respectivamente. O valor máximo de *drift* ocorre no último piso (6%). À semelhança do modelo rígido, os resultados da análise não-linear dinâmica do modelo de vigas demonstram que os dois pisos superiores são os mais vulneráveis.

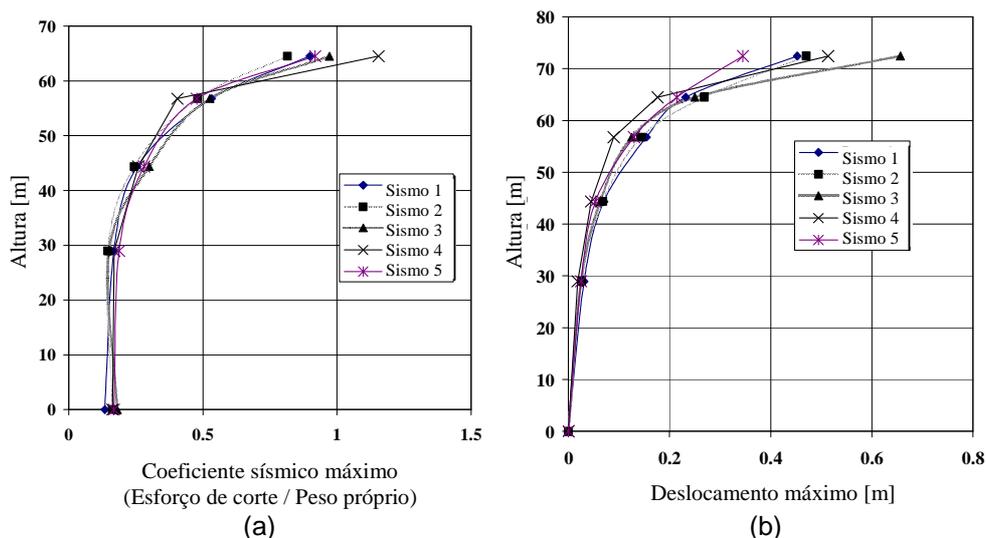


Figura 8 – Resultados da análise não-linear dinâmica com o modelo de vigas: (a) coeficiente sísmico máximo; (b) deslocamento máximo.

6.5 Comparação das análises sísmicas

Os vários modelos numéricos apresentam um comportamento semelhante. No entanto, as diferentes técnicas de análise estrutural apresentam resultados significativamente diferentes.

A análise não-linear estática indicou que a concentração de fendas ocorre na base da estrutura, provocando o seu colapso por derrube. Contudo, na análise dinâmica não-linear verifica-se que os dois últimos pisos são os mais vulneráveis à acção sísmica.

As diferenças encontradas podem dever-se ao tipo de distribuição de força utilizada na análise não-linear estática, ou ainda à ausência da contribuição de modos de vibração com importância para o comportamento do minarete. Os resultados da análise não-linear dinâmica são mais representativos do comportamento do minarete, uma vez que a concentração dos danos causados pela ocorrência de sismos no passado ocorreu nos pisos superiores. Além disso, os modos de vibração estimados experimentalmente (Figura 3) demonstram que os pisos superiores apresentam amplitudes significativamente superiores aos restantes pisos. Assim, conclui-se que os dois pisos superiores são os pisos mais vulneráveis do minarete.

7 Estudo paramétrico

Na análise do desempenho sísmico de construções históricas recomenda-se a realização de estudos paramétricos. De facto, na presença de dificuldades na quantificação de um ou vários parâmetros envolvidos na análise, um estudo paramétrico permite delimitar a resposta da estrutura. No caso em estudo, as propriedades resistentes das alvenarias foram quantificadas com recurso a bibliografia especializada, assumindo-se como valores aproximados aos realmente existentes na estrutura. Além disso, recomenda-se o estudo sobre diferentes distribuições de forças a aplicar na análise não-linear estática, tendo por objectivo compreender as diferenças entre esta e a análise não-linear dinâmica.

No estudo paramétrico utilizou-se apenas o modelo de vigas, uma vez que este modela melhor a distribuição geométrica e material (secções com os vários panos de alvenaria).

7.1 Análise não-linear estática

A resposta da análise não-linear estática é dependente do tipo de distribuição da força aplicada. Assim, procurou-se avaliar o desempenho sísmico do minarete através da análise estática não-linear com três distribuições de forças diferentes: (a) proporcional à massa (padrão de aceleração uniforme); (b) distribuição linear em altura de deslocamentos [1]; (c) proporcional ao primeiro modo de vibração.

Na Figura 9 apresentam-se as três curvas de capacidade. Nas análises não-lineares realizadas verificou-se que o coeficiente sísmico máximo é igual a 0.205, 0.108 e 0.072 para uma distribuição proporcional à massa, linear em altura de deslocamentos e proporcional ao primeiro modo de vibração, respectivamente. Além destas diferenças significativas, verifica-se que a estrutura colapsa pela base para a distribuição proporcional à massa, enquanto nas restantes análises a secção de rotura situa-se no primeiro piso. Assim, conclui-se que a distribuição da força altera significativamente a resposta. No entanto, os resultados deste tipo de análise não convergiram para os resultados da análise dinâmica.

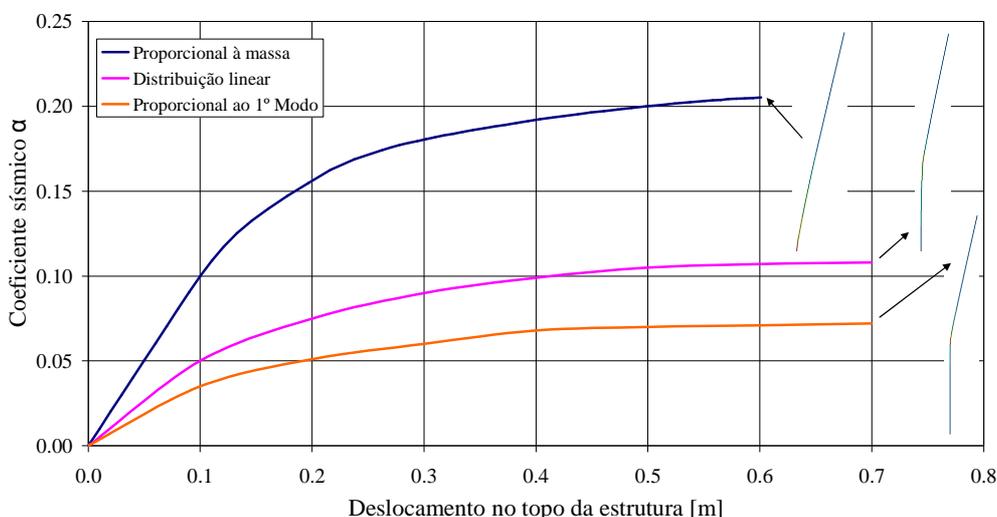


Figura 9 – Curvas de capacidade das análises não-lineares estáticas.

7.2 Análise não-linear dinâmica

O estudo paramétrico com recurso à análise não-linear dinâmica tem por objectivo avaliar a influência dos parâmetros mais relevantes no comportamento do minarete, nomeadamente: tensão resistente e energia de fractura em tracção e amortecimento. Na totalidade foram realizadas 75 análises, utilizando três valores diferentes para os parâmetros. Em cada alteração dos valores dos parâmetros realizaram-se cinco análises dinâmicas, considerando os cinco acelerogramas artificiais gerados anteriormente e tendo por objectivo obter a resposta média representativa do comportamento dinâmico da estrutura em função da acção imposta na base. Na Tabela VI apresentam-se os valores considerados no estudo paramétrico.

Tabela VI – Valores dos parâmetros considerados no estudo paramétrico.

Parâmetro	Valor base	Valor médio	Valor máximo
Tensão resistente à tracção [kPa]	50	100	200
Energia de fractura em tracção [N/m]	20	50	100
Coefficiente de amortecimento [%]	2.5	5.0	8.0
Amortecimento proporcional à massa a	0.2256	0.4361	0.7194
Amortecimento proporcional à rigidez b	0.00057	0.00119	0.0017

Os valores da energia em tracção foram considerados proporcionais à tensão resistente à tracção, de acordo com [11, 13 e 14]. Nas primeiras análises não-lineares dinâmicas consideram-se os coeficientes de amortecimento determinados com recurso aos ensaios de vibração ambiental (baixas amplitudes). No entanto, estes valores podem não ser representativos do amortecimento da estrutura quando sujeita à acção sísmica. No caso das construções históricas de alvenaria os coeficientes de amortecimento podem atingir valores de cerca de 8% a 10% [15]. Assim, consideraram-se três curvas de amortecimento: curva obtida através dos ensaios de vibração ambiente e proporcionais à curva experimental considerando 5% e 8% para o coeficiente de amortecimento da primeira frequência.

Na Figura 10 apresentam-se os resultados médios dos cinco sismos com amortecimento igual a 2.5%, fazendo variar a resistência à tracção, f_t , e a energia de

fractura em tracção, G_f . A energia de fractura não tem praticamente influência no comportamento global do minarete. A variação da resistência à tracção apresenta maiores alterações na resposta da estrutura, nomeadamente no último piso. Neste piso os deslocamentos e *drifts* máximos apresentam uma variação de cerca de 10%.

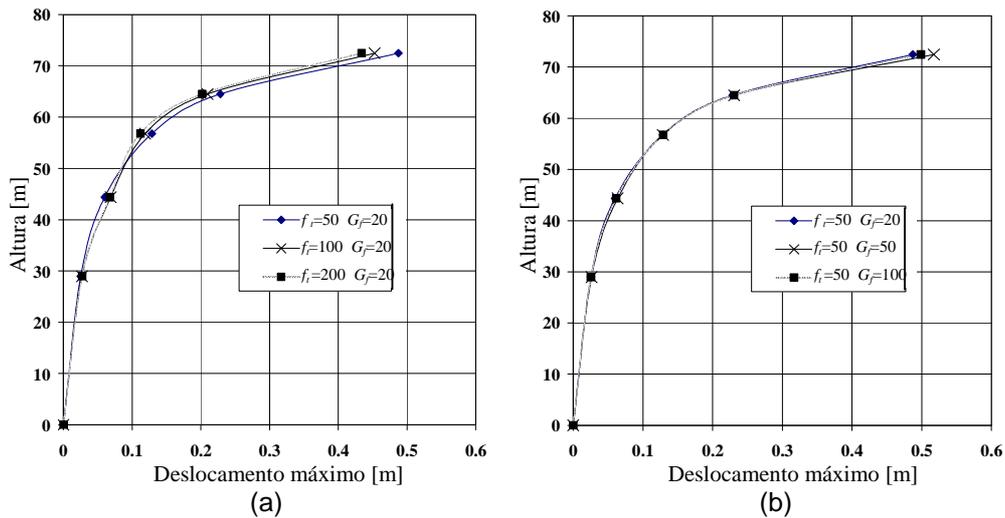


Figura 10 – Resultados médios da análise não-linear dinâmica variando a: (a) tensão resistente à tracção [kPa]; (b) energia de fractura em tracção [N/m].

O amortecimento é o parâmetro que mais influencia a resposta do minarete. Na Figura 11 apresentam-se a média dos deslocamentos e *drifts* máximos para diferentes amortecimentos. Nos dois pisos inferiores verifica-se que a estrutura é praticamente independente dos valores de amortecimento considerados. No entanto, nos pisos três e quatro superiores apresentam uma diminuição significativa das amplitudes da resposta para um aumento do amortecimento.

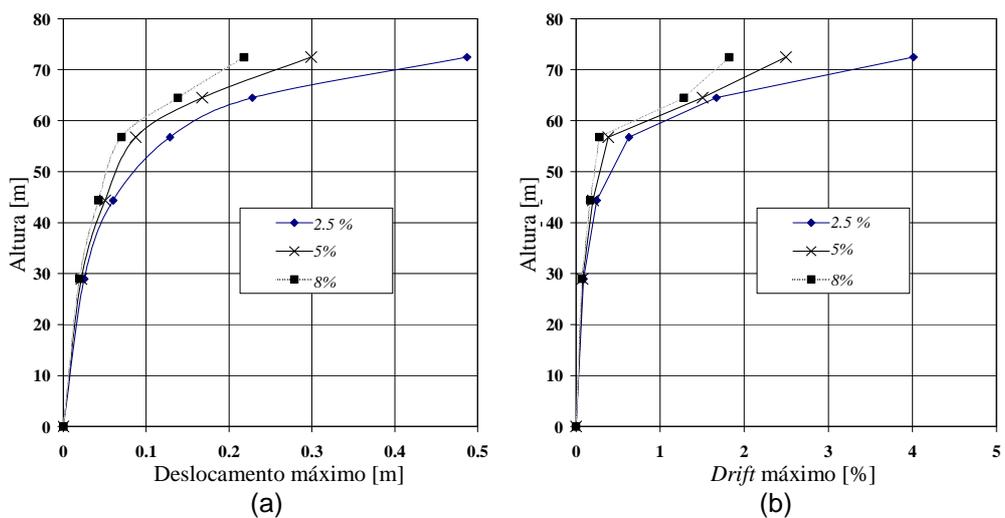


Figura 11 – Resultados médios da análise não-linear dinâmica para $f_t = 50$ kPa e $G_f = 20$ N/m e fazendo variar o amortecimento: (a) deslocamento; (b) *drift*.

8 Conclusões

No presente trabalho apresentou-se uma estratégia para avaliação do desempenho sísmico do *Qutb Minar*. Para tal recorreu-se a três modelos numéricos com diferentes hipóteses de modelação. Os modelos permitiram superar as dificuldades associadas ao estudo do comportamento de estruturas históricas de grandes dimensões. De facto, a combinação da resposta apresentada pelos modelos permitiu compreender claramente o comportamento do minarete quando sujeito à acção sísmica.

Os modelos numéricos apresentam um comportamento semelhante quando sujeito ao mesmo tipo de técnica de análise estrutural. De facto, as análises não-lineares estáticas apresentam respostas significativamente diferentes das análises não-lineares dinâmicas com integração no tempo.

Os resultados das análises não-lineares estáticas demonstram que as secções de rotura se situam ao nível do primeiro piso e na base, verificando-se o mecanismo de derrube por perda de estabilidade do minarete. As análises não-lineares dinâmicas indicam que os dois últimos pisos constituem a parte mais vulnerável da estrutura. As diferenças entre as análises estáticas e dinâmicas estão relacionadas com contribuição integral dos modos de vibração para o comportamento global do minarete. Note-se que a análise estática apenas considera a contribuição do primeiro modo de vibração. Os resultados da análise dinâmica são considerados como representativos do comportamento do minarete quando sujeito à acção sísmica, uma vez que na ocorrência de sismos no passado, a concentração de danos ocorreu também nos pisos superiores. Além disso, os modos de vibração estimados experimentalmente demonstram que os pisos superiores apresentam amplitudes significativamente superiores aos restantes pisos. Assim, conclui-se que os dois pisos superiores correspondem à parte mais vulnerável do minarete.

O conjunto de análises realizadas permitiu concluir que: (a) a distribuição das forças aplicadas na análise não-linear estática altera significativamente a resposta da estrutura; (b) as análises estáticas que consideram apenas o primeiro modo de vibração não são recomendáveis para a avaliação do desempenho sísmico de torres de alvenaria; (c) o amortecimento foi o parâmetro que mais influenciou a resposta da estrutura aquando de um estudo paramétrico.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com o apoio do projecto “*Improving the Seismic Resistance of Cultural Heritage Buildings*”, contrato ALA-95-23-2003-077- 122, financiado pelo *EU-India Economic Cross Cultural Programme*.

Referências

- [1] Indian Code - *Criteria for earthquake resistant design of structures*, IS 1983, Parte 1, 2005.
- [2] Chandran S. *et al.* – “Seismic vulnerability assessment of Qutb Minar, India” em *Structural Analysis of Historical Constructions*. Ed. por Lourenço, Roca, Modena and Agrawal, 2006, p. 1545-1553.
- [3] Penã F. *et al.* – “Seismic analysis of masonry monuments by an integrated approach that combines the finite element models with a specific mechanistic model” em IX Conference on Computational Plasticity. Ed. por Oñate and Owen, 2007, artigo 235.

- [4] Lourenço P.B. – “Computations on historic masonry structures”. *Prog. Struct. Engng. Mater* 2002, N°4, p.301-319.
- [5] Chandran S. – “Numerical Analysis of Monumental Structures”. Tese de Mestrado, Indian Institute of Technology Madras, Chennai, India, 2005.
- [6] Ramos L.F. *et al.* – “Investigation techniques carried out on the Qutb Minar, New Delhi, India”, em *Structural Analysis of Historical Constructions*. Ed. por Lourenço, Roca, Modena and Agrawal, 2006, p. 633-40.
- [7] DIANA – TNO, Building and Construction Research, cd-rom, versão 9, 2005.
- [8] Casolo S.; Penã F. – “Rigid element model for in-plane dynamics of masonry walls considering hysteretic behavior and damage”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics Journal*, 2007, N°21 (2): 193-211.
- [9] Douglas B.M.; Reid W.H. – “Dynamic test and system identification of bridges”, *Journal of Structural Division*, 1982, N°108: 2295-2312.
- [10] GAMS – The General Algebraic Modeling System, GAMS development corporation, cd-rom, 1998.
- [11] Pina-Henriques J.; Lourenço P.B. – “Masonry compression: a numerical investigation at the meso-level”. *Engineering Computations Journal*, 2006, N°24 (4): 382-407.
- [12] Chopra A.K. – *Dynamic of structures – Theory and applications to earthquake engineering*. Prentice Hall, 2000.
- [13] Vasconcelos G. *et al.* – “Characterization of fracture surfaces obtained in direct tensile tests” em 10th Portuguese Conference on Fracture, Universidade do Minho, 2006.
- [14] Lourenço P.B. *et al.* – “Experimental investigation of bricks under uniaxial tensile testing”. *Masonry International Journal*, 2005, N°18 (1).
- [15] Rivera D. *et al.* – “Evaluation of the measured seismic response of the Mexico city Cathedral”. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics Journal*, 2008, N°37: 1249-1268.