

# Modelação e Previsão de Utilizações de Água Usando uma Ferramenta de Optimização para a Estimação de Parâmetros

Júlio F. Ferreira da Silva<sup>1</sup>

*Universidade do Minho, Departamento de Engenharia Civil  
Azurém, P – 4800-058 Guimarães, Portugal*

## RESUMO

A correcta caracterização, modelação e previsão das utilizações de água é uma tarefa indispensável para a adequada concepção e para a gestão optimizada e sustentável dos sistemas de abastecimento de água e de drenagem de águas residuais. Neste trabalho é descrita e aplicada uma metodologia que se revela como uma ferramenta prática para a previsão a curto prazo das solicitações de água. Descreve-se o procedimento preconizado para a modelação dos caudais horários. O primeiro passo consiste no agrupamento dos dados históricos em quatro tipos característicos: os dias úteis, os Sábados, os Domingos e os feriados. Caracteriza-se a sazonalidade ao longo de cada dia característico recorrendo a índices que são sucessivamente determinados por um algoritmo de médias móveis usando dados dos últimos dias. A actualização sucessiva dos índices sazonais incorpora as variações mais recentes registadas nos caudais de água. Incluem-se estes índices no modelo. Recorre-se a uma técnica de optimização para a estimação dos parâmetros do modelo em análise. Estudam-se modelos alternativos. Os resultados do modelo preconizado são comparados com os modelos estocásticos ARIMA. Simula-se a aplicação do procedimento desenvolvido à previsão a curto prazo de utilizações horárias de água ocorridas em sistemas de abastecimento de água reais.

## 1. INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de ferramentas funcionais para a caracterização, modelação e previsão a curto prazo das utilizações de água constitui uma tarefa primordial para a gestão racional, optimizada e sustentável dos sistemas de utilização da água. Os programas de controlo dos sistemas de abastecimento de água e de drenagem de águas residuais necessitam de uma adequada gestão da informação, nomeadamente das utilizações de água. Para a consecução desta tarefa é fundamental dispor dos registos de caudais medidos à saída dos reservatórios, fazer o seu tratamento e análise estatística e construir modelos que sejam capazes de se ajustar às séries cronológicas e de antecipar as necessidades futuras. Assim, será possível melhorar a garantia da continuidade do serviço e executar as tarefas de exploração da forma mais económica possível. A gestão optimizada das estações elevatórias é um caso típico onde é necessário dispor previamente de modelos de previsão a curto prazo das solicitações de água. Para a correcta fundamentação dos esquemas de funcionamento dos

---

<sup>1</sup> Doutor em Engenharia Civil. Professor Auxiliar do DEC da UMinho

equipamentos electromecânicos é necessário o perfil das solicitações de água para as próximas horas.

A modelação e previsão das utilizações de água constituem assuntos que têm merecido a atenção de diversos investigadores, engenheiros e gestores de sistemas de abastecimento de água. São diversos os relatos de desenvolvimentos de modelos teóricos e da aplicação de diversas técnicas, como os métodos estatísticos convencionais, os modelos estocásticos auto-regressivos, integrados e de médias móveis ARIMA, ou os métodos heurísticos, designadamente as redes neuronais artificiais, os algoritmos genéticos, etc. Por exemplo, em Zahed (1990), Ferreira da Silva (1994) e Ferreira da Silva *et al* (1996) podem ser encontrados exemplos da aplicação de métodos determinísticos baseados em séries matemáticas, em Ferreira da Silva *et al* (2006) da utilização de métodos de análise estocástica de sucessões cronológicas, em Msiza *et al* (2007) e Adamowski (2008) do recurso às redes neuronais artificiais. Barnett *et al.* (2004) e Bougadis *et al.* (2005) desenvolveram modelos de previsão de utilizações de água incorporando como variáveis os factores climáticos, como a temperatura, a humidade, a precipitação. No entanto, como estes factores apresentam uma componente fortemente aleatória, então são de difícil modelação e a sua utilização para a obtenção de previsões é, ainda, mais problemática, na medida em que é necessário dispor dos valores previstos para os instantes futuros. Embora, conceptualmente seja interessante a associação das utilizações de água aos factores climáticos, na prática a sua utilização como variáveis dos modelos de previsão não tem produzido qualquer acréscimo de qualidade, relativamente às previsões realizadas com técnicas de análise de sucessões cronológicas.

O principal objectivo deste trabalho consiste no desenvolvimento duma ferramenta de previsão das utilizações horárias de água que seja facilmente implementável pelos responsáveis pela gestão dos sistemas urbanos de condução da água. Este modelo deverá apresentar uma eficiência semelhante a outros modelos alternativos, designadamente os incorporados nos pacotes de software de análise estatística.

## 2. DESCRIÇÃO GERAL DA METODOLOGIA PRECONIZADA

Box e Jenkins (1970) apresentaram uma metodologia de modelação de sucessões cronológicas que inclui as componentes: identificação, estimação e avaliação do diagnóstico. Seguindo de perto esta referência, então o esquema geral proposto para a modelação e previsão de utilizações horárias de água é o seguinte:

1. Análise da sucessão cronológica de caudais. Constituição de séries de acordos com dias tipo: Dias de trabalho, Sábados, Domingos e Feriados;
2. Identificação dos dias com anomalias, por exemplo fugas, reveladas pela existência dum caudal nocturno superior ao característico para esses instantes, e remoção da série dos caudais destes dias;
3. Caracterização da sazonalidade. Determinação dos índices sazonais para sucessivos períodos de 4 dias;
4. Identificação dos parâmetros a incluir no modelo;
5. Estimação dos parâmetros do modelo usando uma ferramenta de optimização;
6. Avaliação do diagnóstico. Avaliação da qualidade do modelo;
7. Estudo de modelos alternativos;
8. Selecção do modelo;
9. Realização de previsões.

A metodologia deve incluir, desde logo, como tarefa preliminar a detecção de erros ou a falta de coerência nos dados, já que a eficiência dum modelo de previsão está muito dependente da informação base usada.

Na etapa da identificação o objectivo consiste em procurar um modelo que descreva a sucessão cronológica. As utilizações horárias de água apresentam um carácter periódico com ciclo de 24 h e revelam um comportamento característico típico nos dias de trabalho, nos Sábados, nos Domingos e nos Feriados. Assim, recomenda-se a separação prévia dos dados históricos relativos a estes quatro tipos de dias. Será sensato investigar a hipótese dos valores de caudais de água num dado instante estarem relacionados com o(s) valor(es) ocorrido(s) no(s) instante(s) imediatamente anterior(es) e com os valores do mesmo instante dos ciclos anteriores.

A caracterização quantitativa da sazonalidade faz-se com recurso a um procedimento que determina índices sazonais baseado no conceito de médias móveis. Estes índices são sucessivamente actualizados usando como dados os registos de caudais dos últimos quatro ciclos.

Na etapa de estimação são determinados os parâmetros do modelo com recurso a uma ferramenta de optimização.

Na avaliação do diagnóstico, verifica-se a adequação do modelo já identificado e estimado e deve seguir-se as duas subetapas: controlo da qualidade estatística do modelo e da qualidade do ajustamento.

A fase seguinte é relativa à procura de modelos alternativos, eventualmente vizinhos do primeiro modelo seleccionado, já que muitas vezes existem alguns modelos a descrever a sucessão cronológica com igual elevado grau de qualidade.

A selecção do modelo a adoptar poderá basear-se em critérios como os apresentados por Akaike (AIC) ou a extensão Baysiana (BIC). O coeficiente de correlação ( $r$ ) e a raiz do erro quadrático médio poderão ( $REQM$ ), também, ser usados para este efeito.

Sendo o objectivo último da análise o estabelecimento de previsões, então deve definir-se um período, pós-amostral não utilizado na estimação, para se fazer um estudo comparativo, com o cálculo dos erros de previsão, dos diversos modelos que passaram nos filtros da avaliação do diagnóstico.

### 3. IDENTIFICAÇÃO DA SAZONALIDADE DAS UTILIZAÇÕES HORÁRIAS DE ÁGUA

Os índices sazonais revelam a evolução das utilizações ao longo dum determinado período. Estes índices podem ser facilmente determinados recorrendo ao conceito de médias móveis que incluem, dinamicamente, os registos mais recentes. A caracterização do comportamento típico dos caudais registados num determinado ponto de medição ajuda na identificação de comportamentos anómalos, designadamente na detecção de fugas de água.

A componente sazonal ou estacional ( $E_t$ ) pode, de acordo com Murteira (1993), ser caracterizada usando-se modelos determinísticos através de uma análise de regressão em termos de polinómios trigonométricos, já que muitas funções periódicas podem representar-se por uma combinação linear de senos e cosenos. Uma alternativa, mais simples e muito utilizada para a definição de factores de ponta, consiste na utilização do método das médias (simples ou móveis). Esta metodologia tem como principal vantagem a sua fácil programação ou utilização, já que qualquer *software* comercial dedicado a *time series* tem a possibilidade do cálculo e representação gráfica destes índices sazonais. No modelo multiplicativo, que é o tradicionalmente usado, a componente estacional representa a taxa de acréscimo em relação ao nível da sucessão. Os factores estacionais correspondem a um coeficiente de ponderação do nível da sucessão de utilizações. Quando o período sazonal é  $S$  e para qualquer inteiro  $k$

$$\sum_{t=k+1}^{k+S} E_t = S \quad (1)$$

com  $S = 2k$  o período sazonal par, define-se a média móvel de  $S$  termos bilateral e centrada

$$M_t = \frac{1}{S} \left( \frac{1}{2} C_{t-\frac{S}{2}} + C_{t-\frac{S}{2}+1} + \dots + C_t + \dots + C_{t-\frac{S}{2}-1} + \frac{1}{2} C_{t+\frac{S}{2}} \right) \quad t = \frac{S}{2} + 1, \dots, N - \frac{S}{2} \quad (2)$$

com  $t$  o instante médio das observações incluídas na média móvel e  $C_t$  a utilização de água no instante  $t$ .

Calculando-se os valores

$$E_j^* = \frac{1}{N-1} \sum_{i=2}^N \left[ \frac{C_{S(i-1)+j}}{M_{S(i-1)+j}} \right] \quad j = 1, 2, \dots, k \quad k = S/2 \quad (3)$$

$$E_j^* = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \left[ \frac{C_{S(i-1)+j}}{M_{S(i-1)+j}} \right] \quad j = k+1, k+2, \dots, S \quad (4)$$

obtém-se a estimativa da componente sazonal

$$E_t = E_t^* \frac{S}{\sum_{i=1}^S E_i^*} \quad t = 1, 2, \dots, S \quad (5)$$

#### 4. IDENTIFICAÇÃO DO MODELO PARA A PREVISÃO DE UTILIZAÇÕES HORÁRIAS

Dispondo como dados uma sucessão cronológica de utilizações com observações até ao instante  $t$ ,  $\{C_t, C_{t-1}, C_{t-2}, \dots\}$  é nosso objectivo caracterizar o valor no instante  $t$ ,  $C_t$  que se considera ser função dos valores históricos, ou seja,

$$C_t = f(C_{t-1}, C_{t-2}, \dots, C_{t-24}, \dots, C_{t-48}, \dots) \quad (6)$$

Os processos mistos (autoregressivo e médias móveis) têm-se revelado como modelos parcimoniosos, isto é, com poucos parâmetros, o que é uma característica a procurar. Assim, seguindo esta recomendação, pode apresentar-se a seguinte expressão para modelar utilizações horárias de água:

$$C_t = (\phi_1 C_{t-1}) \frac{E_t}{E_{t-1}} + \phi_2 C_{t-24} + \theta_1 \left( \frac{C_{t-1} + C_{t-2}}{2} \right) + \theta_2 \left( \frac{C_{t-24} + C_{t-48}}{2} \right) + \varepsilon_t \quad (7)$$

onde  $\phi_1$ ,  $\phi_2$ ,  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são números reais e  $\varepsilon_t$  o erro aleatório.

A expressão anterior constitui um modelo auto-regressivo e de médias móveis rectificado com os índices sazonais. Os valores de  $\phi_1$ ,  $\phi_2$ ,  $\theta_1$  e  $\theta_2$  serão determinados pela técnica de optimização.

#### 5. ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MODELO USANDO UMA FERRAMENTA DE OPTIMIZAÇÃO

Nesta etapa procede-se à estimação dos parâmetros: de  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ . Para a estimação dos parâmetros dos modelos auto-regressivos e de médias móveis existem três

metodologias mais utilizadas que são: a máxima verosimilhança, os mínimos quadrados e os momentos.

Para o modelo preconizado, a estimativa dos parâmetros pode fazer-se usando o método dos mínimos quadrados, ou seja, minimizando:

$$S(\phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q) = \sum_{t=1}^N \left( C_t - \phi_1 C_{t-1} \frac{E_t}{E_{t-1}} - \phi_2 C_{t-2} - \dots \right)^2 \quad (8)$$

Ora, a minimização da soma do quadrado dos erros pode ser conseguida adoptando uma ferramenta de optimização que recorre ao conceito de gradiente reduzido generalizado, o GRG2 desenvolvido por Leon Lasdon da Universidade do Texas e Allan Waren da Universidade de Cleveland incorporado no Microsoft Excel®.

O problema pode ser formulado, de forma geral, através de:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } \sum_{t=1}^N \varepsilon_t^2 &= f(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q) \\ \text{sujeito a: } 0 \leq \phi_i \leq 1; \text{ e } 0 \leq \theta_i \leq 1 \end{aligned} \quad (9)$$

onde:

$$\sum_{t=1}^N \varepsilon_t^2 = \sum_{t=1}^N [C_t(\text{real}) - C_t(\text{mod})]^2 \quad (10)$$

sendo  $C_t(\text{real})$  o valor real da utilização de água no instante  $t$  e  $C_t(\text{mod})$  o valor determinado pelo modelo para o mesmo instante  $t$ .

## 6. AVALIAÇÃO DA QUALIDADE DO MODELO

Para a avaliação da qualidade dum modelo podem seguir-se os diversos procedimentos recomendados em publicações especificamente dedicadas à modelação de sucessões cronológicas como Murteira (1993). Os passos recomendados estão resumidos na tabela seguinte:

Tabela 1 - Procedimento para avaliação da qualidade do modelo

1	Verificar se os parâmetros estimados são significativamente diferentes de zero
2	Verificar se os parâmetros estimados estão afastados das regiões de não estacionaridade e de não invertibilidade (o rácio-t em módulo, $ t  \geq 1,96$ )
3	Verificar se as correlações entre estimadores apresentam valores $< 0,7$
4	Verificar se a FAC residual tem valores dentro dos limites críticos
5	Verificar se a estatística $Q$ é manifestamente inferior ao quantil 0,95 da distribuição Qui-quadrado com $m-p-q$ graus de liberdade
6	Verificar se a FACP residual tem valores dentro dos limites críticos

A análise da qualidade da aproximação entre o conjunto de valores reais e o determinado pelo modelo pode, também, fazer-se usando como critério o coeficiente de correlação e a raiz do erro quadrático médio

$$REQM = \sqrt{\frac{[C_t(\text{real}) - C_t(\text{mod})]^2}{N}} \quad (11)$$

## 7. APLICAÇÕES

Neste capítulo serão aplicados os procedimentos e o modelo preconizados aos registos de caudais medidos num reservatório na freguesia de Urgezes em Guimarães e aos caudais cedidos a Crestuma em Vila Nova de Gaia, os primeiros disponibilizados pelos então SMAS de Guimarães e os últimos pela empresa Águas do Douro e Paiva no seu *site internet*.

### 7.1 Caracterização da sazonalidade através de índices

Na figura seguinte estão registados os índices sazonais relativos às utilizações de água em Urgezes–Guimarães nos primeiros quatro dias das sucessões cronológicas de caudais dos dias de trabalho e dos Sábados. Estes índices foram calculados pelo *software* SPSS (2006).

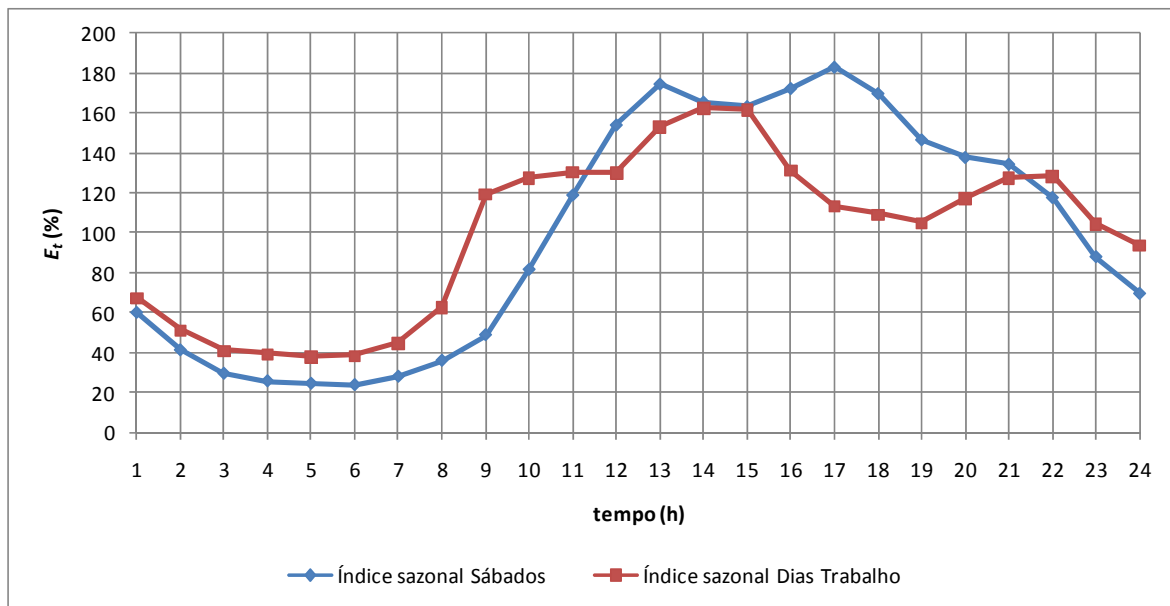


Figura 1 - Exemplos de índices sazonais em Urgezes-Guimarães

### 7.2 Modelação e previsão horária para Urgezes-Guimarães

Neste item começar-se-á pela aplicação do procedimento e do modelo propostos aos registos de caudais horários de Sábados que estão representados na figura seguinte. Os valores dos primeiros quatro dias são usados para o cálculo dos índices sazonais. Aplicando o modelo proposto pela expressão (7) aos seis Sábados seguintes, mas ignorando a média móvel sazonal, ou seja fazendo  $\theta_2=0$ , temos como resultados:

Tabela 2 – Aplicação do modelo proposto aos registos de caudais de Sábados de Urgezes

Parâmetro	Valor
$\phi_1$	0.7056
$\phi_2$	0.1653
$\theta_1$	0.1315
$r$ (%)	98.9
$REQM$	4.25

Para melhor avaliação da eficiência do modelo proposto fez-se a análise dos mesmos dados recorrendo aos procedimentos da modelação estocástica e o melhor modelo ARIMA, o SARIMA (101,101), apresenta um coeficiente de correlação  $r=97.1\%$  e  $REQM = 4.55$ .

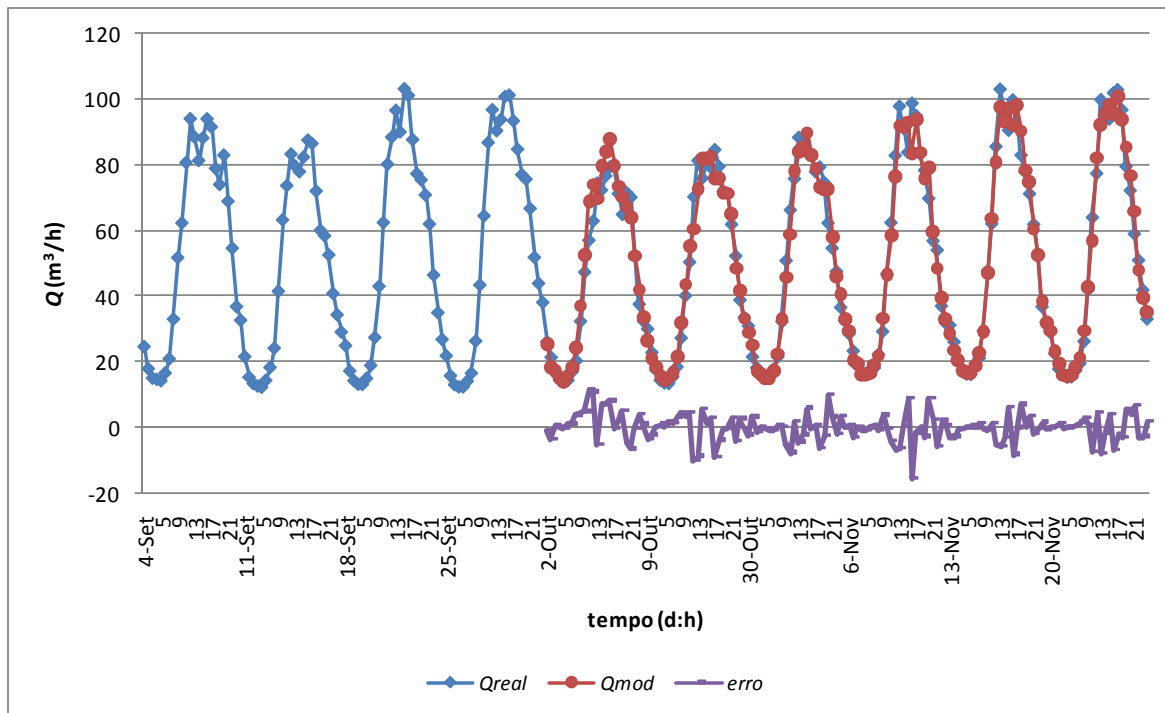


Figura 2 – Modelação dos caudais de Sábados em Urgezes-Guimarães

Na figura seguinte representam-se os valores das previsões para um horizonte de 24 h e os registos dos caudais ocorridos no Sábado dia 27 de Novembro. O coeficiente de correlação entre os dois conjuntos de valores vale  $r=99.5\%$  e o  $REQM=6.84$ .

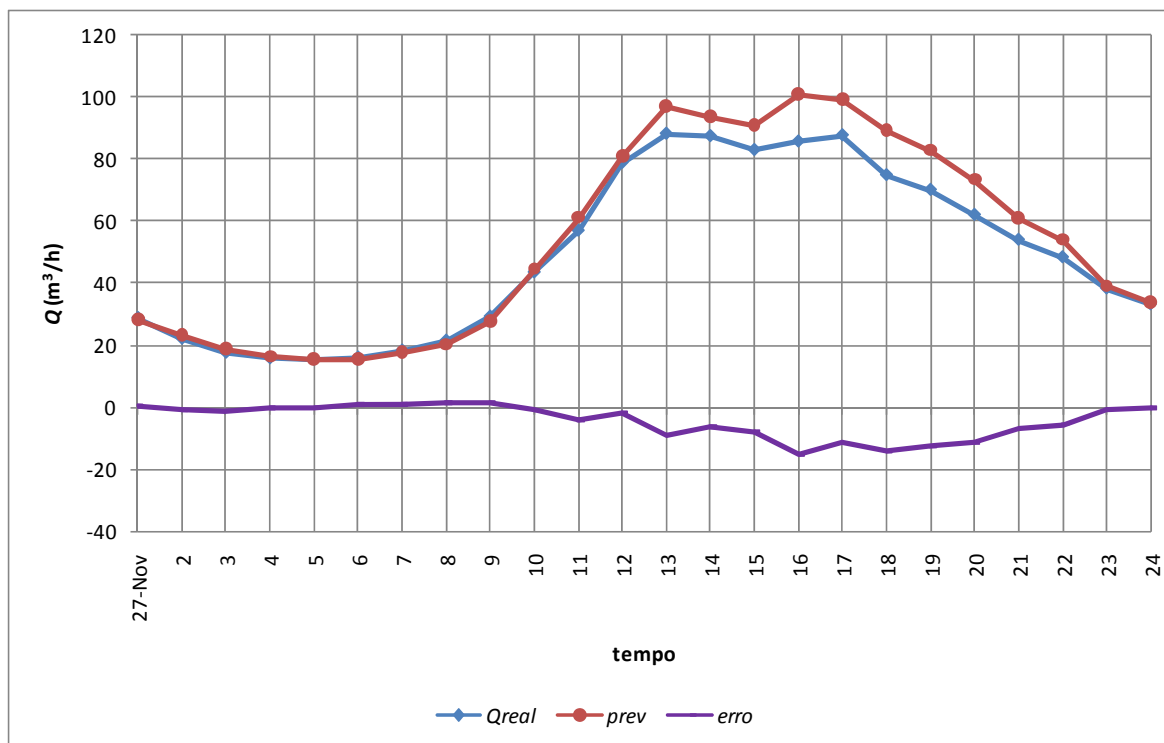


Figura 3 – Previsões para horizonte de 24 h e caudais ocorridos no Sábado dia 27 de Nov.

Os valores das previsões hora a hora e os registos dos caudais ocorridos no Sábado dia 27 de Novembro estão representados nas figuras seguintes. A cada nova incorporação na sucessão cronológica do registo de caudal entretanto ocorrido corresponde nova chamada da

ferramenta de optimização para actualizar os valores dos parâmetros do modelo. O coeficiente de correlação entre os dois conjuntos de valores vale  $r=99.7\%$  e o  $REQM=1.43$ .

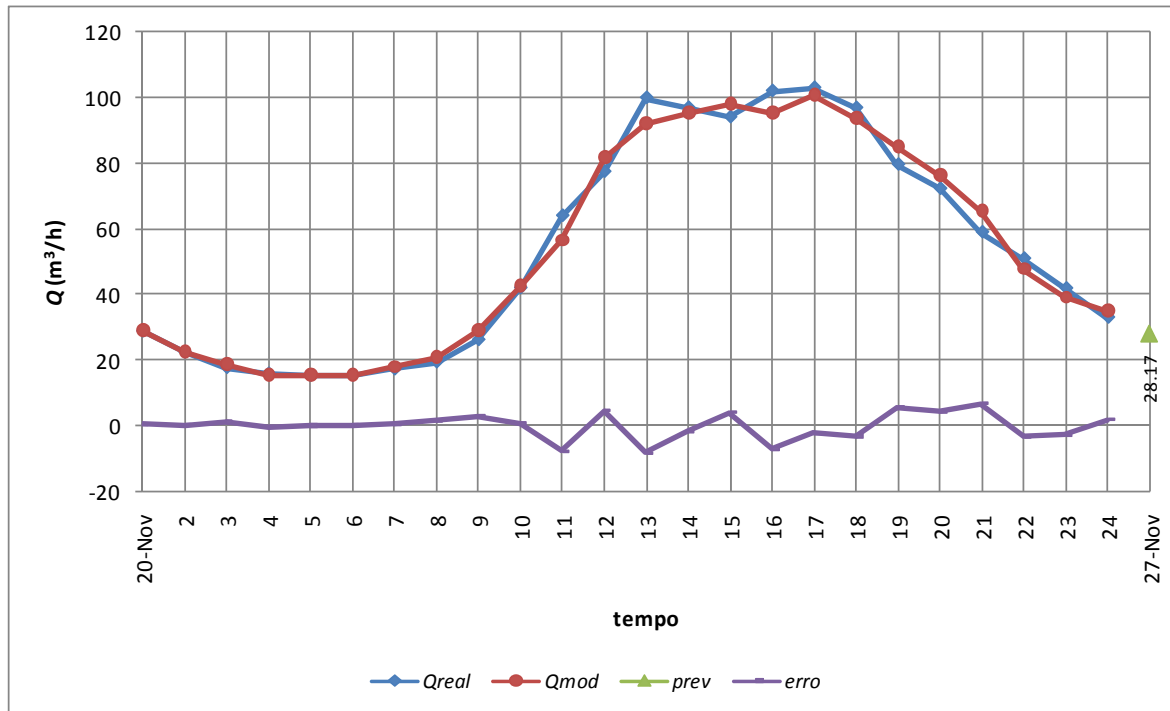


Figura 4 – Pormenor do ajuste do modelo aos caudais do Sábado 20 Nov. em Urgezes-Guimarães e previsão para 1.<sup>a</sup> hora do dia 27 Nov.

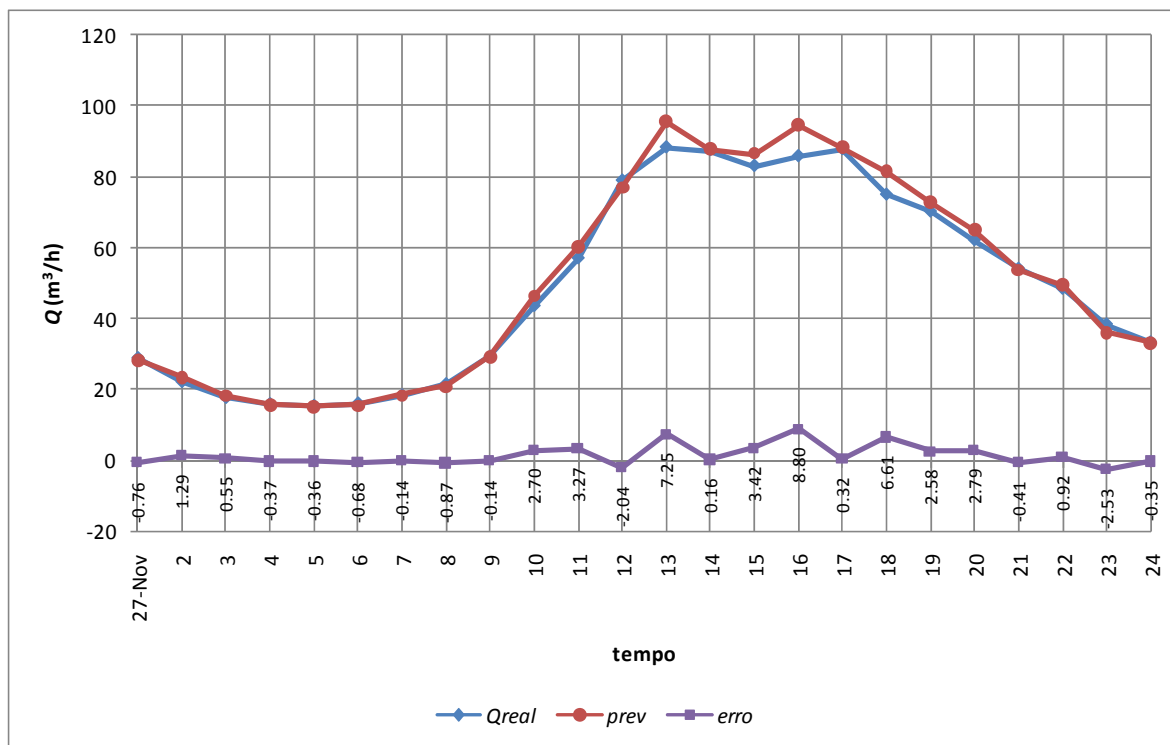


Figura 5 - Previsão hora a hora para todo o dia Sábado dia 27 de Novembro

Adoptando o mesmo procedimento, mas trabalhando com os dados relativos aos mesmos dias de trabalho usados em Ferreira da Silva *et al* (2006), os resultados a que agora



chegamos, usando o modelo da expressão (7) e incluindo o parâmetro  $\theta_2$ , foram ligeiramente inferiores aos conseguidos então. O coeficiente de correlação entre os caudais registados e os valores previstos hora a hora pelo modelo SARIMA (101,101) foi de  $r=99.6\%$  e pelo modelo agora desenvolvido é  $r=98.9\%$ . Os valores reais dos caudais e as previsões hora a hora para este dia encontram-se na figura seguinte:

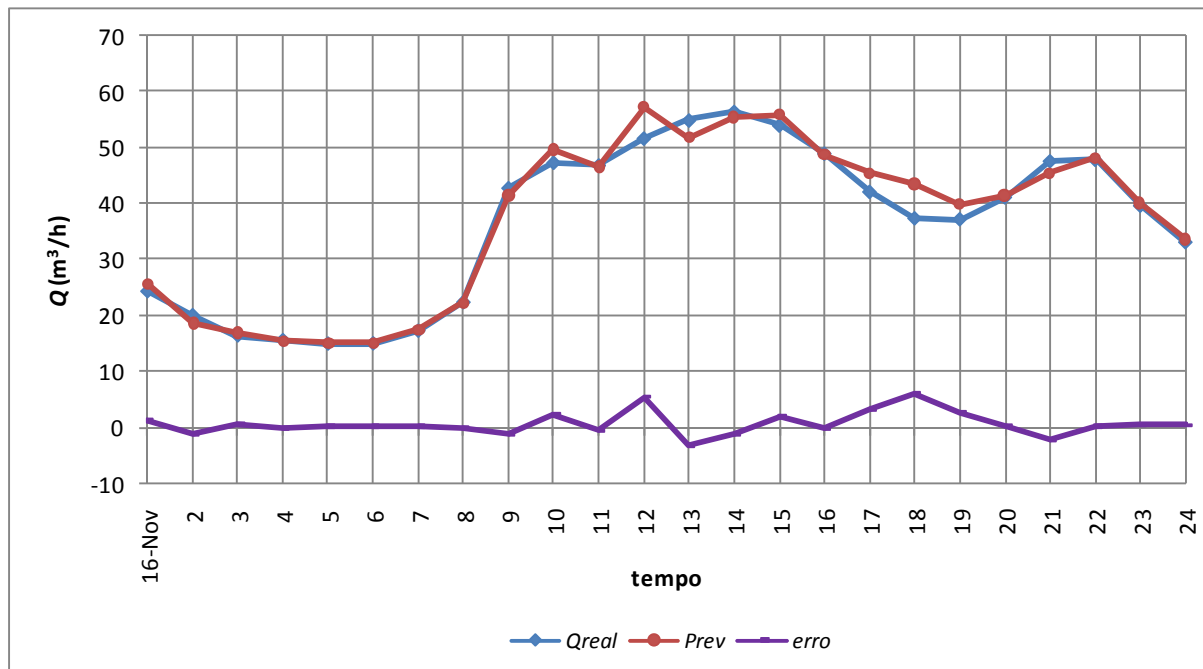


Figura 6 - Previsão hora a hora para dia de trabalho 16 de Novembro

### 7.3 Modelação e previsão horária para Crestuma Vila Nova de Gaia

Os valores dos caudais cedidos a Crestuma nos Domingos 16, 23 e 30 de Novembro e 7 de Dezembro de 2008 ao serem modelados usando a expressão (7) conduzem aos seguintes resultados:

Tabela 3 – Modelo para as utilizações de água em Crestuma aos Domingos

Parâmetro	Valor
$\phi_1$	0.503
$\phi_2$	-0.084
$\theta_1$	0.498
$\theta_2$	0.084
$r$ (%)	97.6
<i>REQM</i>	1.20

O modelo SARIMA (101,101) no mesmo período apresenta um coeficiente de correlação  $r=94.9\%$  e  $REQM = 1.74$ .

Na figura seguinte está representada a sucessão cronológica de caudais horários cedidos a Crestuma e os valores determinado pelo modelo.

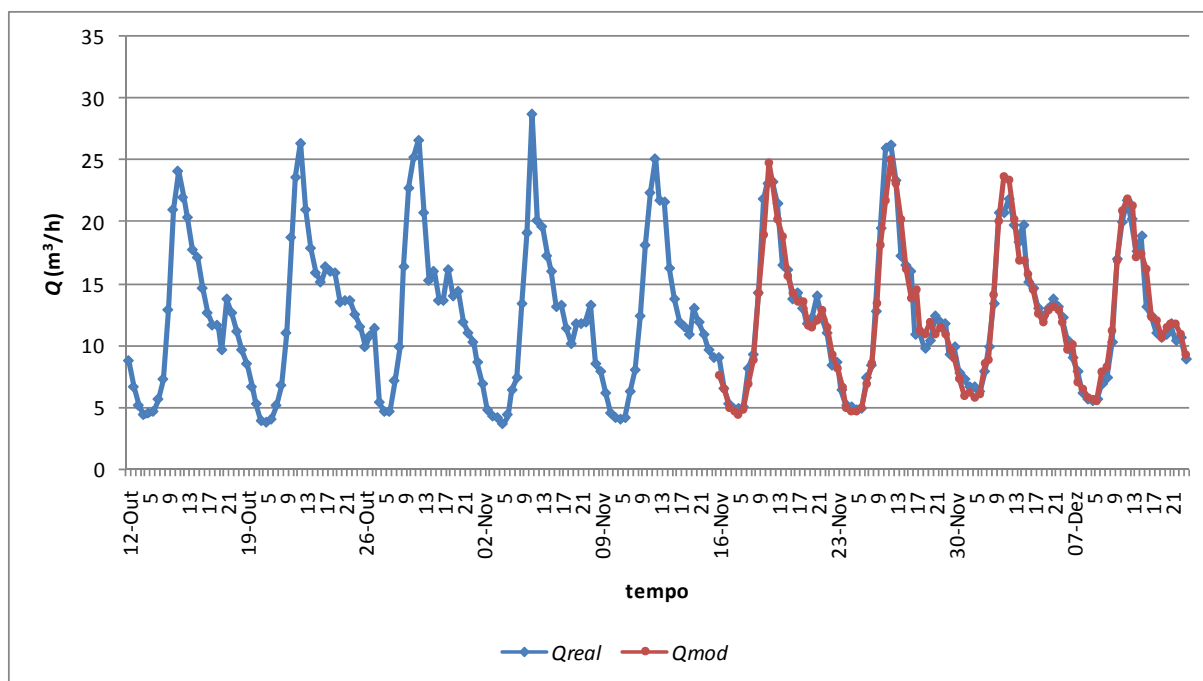


Figura 7 – Modelação dos caudais de Domingos em Crestuma Vila Nova de Gaia

Os índices sazonais relativos aos sucessivos conjuntos de 4 dias de Domingo em Crestuma Vila Nova de Gaia encontram-se na figura seguinte:

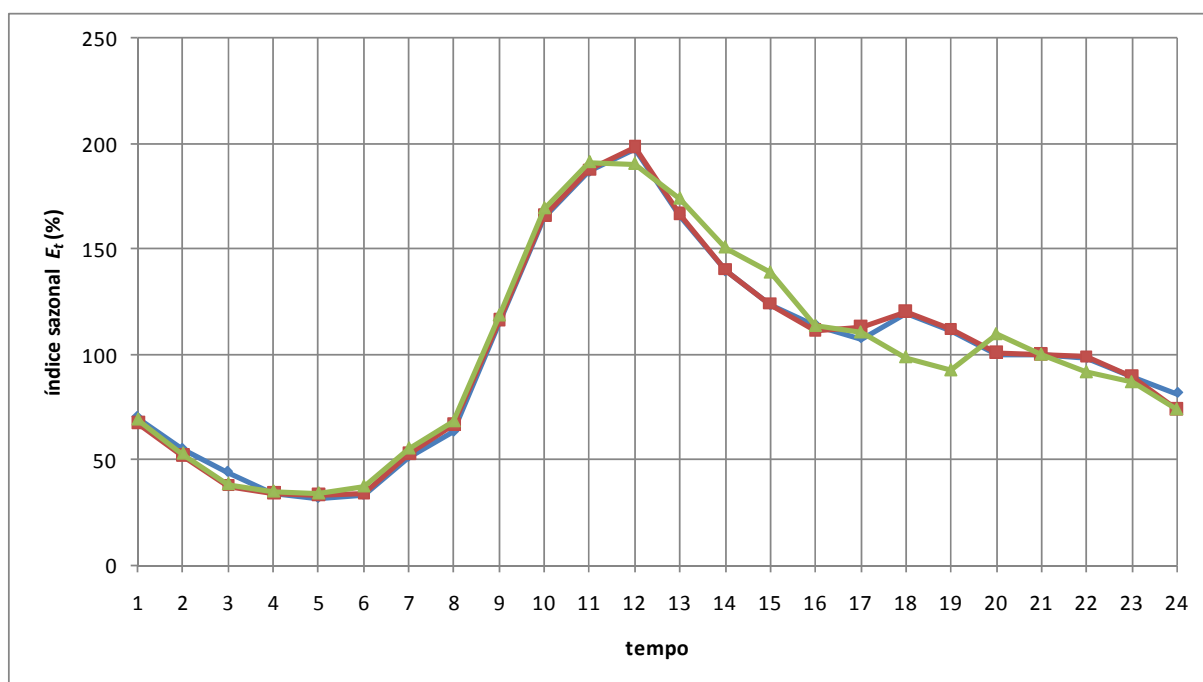


Figura 8 – Índices sazonais de Domingos em Crestuma para sucessivos conjuntos de 4 dias

Na figura seguinte representam-se os valores das previsões pelo modelo usando um horizonte de 24 h e os registos dos caudais ocorridos no Domingo dia 14 de Dezembro 2008. O coeficiente de correlação entre os dois conjuntos de valores vale  $r=96.8\%$  e o  $REQM=1.48$ . O modelo SARIMA (101,101) leva a  $r=95.7\%$  e o  $REQM=1.79$ .

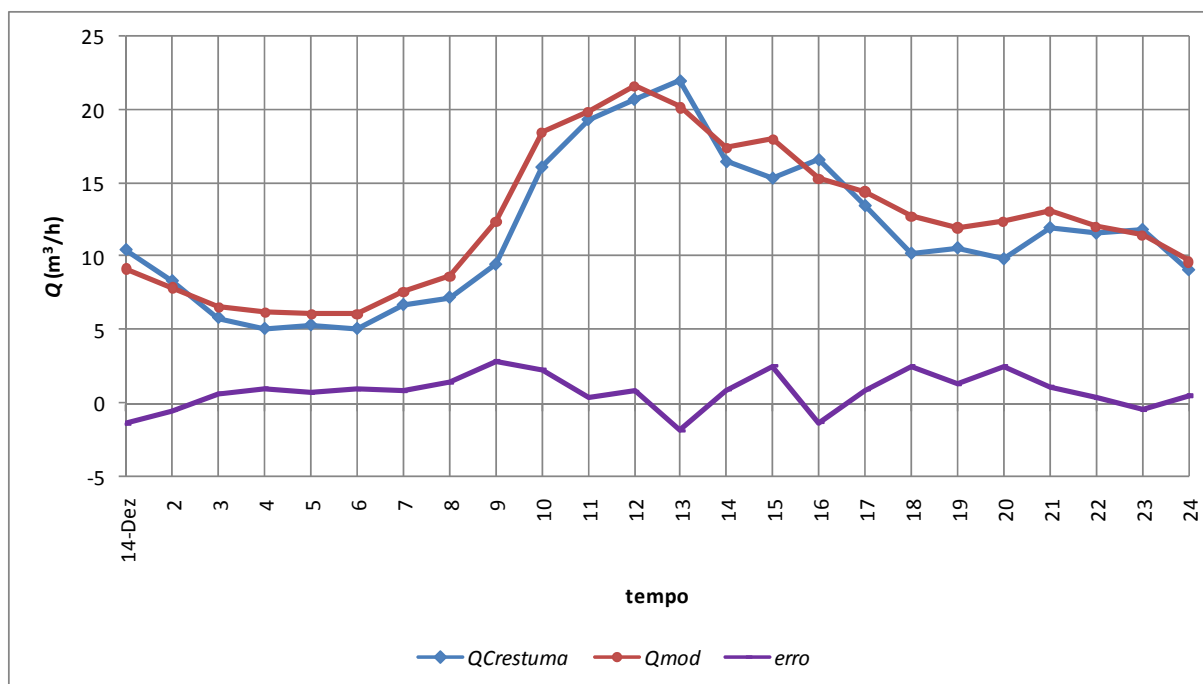


Figura 9 – Previsões para horizonte de 24 h e caudais ocorridos no Domingo dia 14 Dez 2008

A modelação dos caudais cedidos a Crestuma nos dias de trabalhos do mês de Outubro de 2008 registados na figura seguinte resulta em  $r=92.5\%$  e  $REQM=1.74$ . O modelo SARIMA (101,101) conduz, neste caso, a  $r=90.9\%$  e o  $REQM=1.92$ , no entanto ao realizar previsões para um horizonte de 24 horas o modelo ARIMA apresenta resultados ligeiramente melhores. Este quadro repete-se quando se trabalha com os caudais registados nos Sábados de Novembro e Dezembro de 2008.

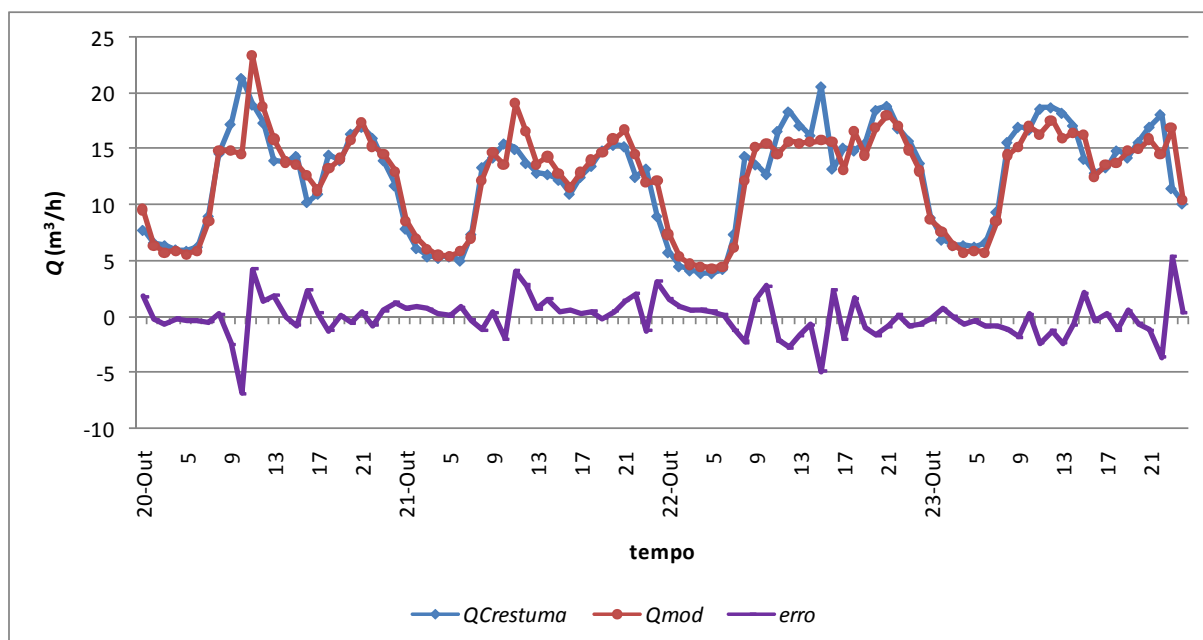


Figura 10 – Modelação dos caudais de dias de trabalho em Crestuma Vila Nova de Gaia

## 8. CONCLUSÕES

A concepção e a gestão optimizadas e sustentáveis dos sistemas de infra-estruturas urbanas de utilização da água necessitam de ferramentas que procedam à caracterização, modelação e previsão das solicitações de água.

O procedimento e o modelo propostos para a modelação e previsão das utilizações horárias de água são fáceis de implementar, por exemplo numa folha de cálculo. Como os resultados da modelação e das subsequentes previsões estão intrinsecamente ligados às características dos dados, então recomenda-se a prévia separação e tratamento dos valores dos caudais relativos aos seguintes dias típicos: dias de trabalho, Sábados, Domingos e Feriados.

O modelo desenvolvido é auto-regressivo e de médias móveis, no entanto o termo relativo ao registo de caudal imediatamente anterior ao instante considerado é ponderado pelos índices sazonais mais recentes. Como é parcimonioso, os valores dos parâmetros são facilmente actualizados por uma ferramenta de optimização. Tem a capacidade de se ajustar bem às variações distintivas das sucessões cronológicas de caudais, conforme se constatou pelas aplicações a casos concretos. A sua aptidão fica provada através dos critérios de aferição da qualidade dos modelos de análise de sucessões cronológicas, dos elevados coeficientes de determinação e dos reduzidos valores da raiz do erro quadrático médio. Estes indicadores conferem o bom ajuste dos modelos aos dados reais e indicam que o modelo preconizado pode ser usado para a realização de previsões a curto prazo das utilizações de água.

## 9. REFERÊNCIAS

- Adamowski, JF. Peak daily water demand modeling using artificial neural networks. *JWRPM, ASCE* 134 (2): 119-128 Mar-Apr (2008);
- Barnett, Michael *et al.* Real-time automation of water supply and distribution for the city of Jacksonville, Florida, USA – EICA, pp. 15-28, Setembro, (2004);
- Bougadis, J., Adamowski, K. e Diduch, R. Short-term municipal water demand forecasting, Intersciences John Wley & Sons, (2005);
- Box, G.E.P., G.M.Jenkins, *Time series analysis forecasting and control*, (1970);
- Ferreira da Silva, Júlio F., *Modelos Base de Apoio à Decisão no planeamento de Sistemas de Abastecimento de água*, Trabalho de Síntese submetido à Universidade do Minho no Âmbito de provas de Aptidão Pedagógica e Capacidade Científica; Dezembro (1994);
- Ferreira da Silva, Júlio F., J. M. P. Vieira e Naim Haie, Modelação e Previsão de Consumos de Água em Tempo Real Utilizando Séries Matemáticas. 3º Congresso Nacional da Água, Março, (1996);
- Ferreira da Silva, Júlio F. e Marta Pinto, Caracterização, modelação e previsão de utilizações de água utilizando ferramentas estatísticas, 8.º Congresso da água, Figueira da Foz, 13-17 Março; (2006);
- Murteira, Bento J. F. *et al*; *Análise de sucessões cronológicas*, McGraw-Hill, Lisboa, (1993);
- Msiza, I.S., Nelwamondo, F.V., Marwala, T. Artificial Neural Networks and Support Vector Machines for water demand time series forecasting Systems, Man and Cybernetics, 2007, IEEE International Conference on, pp 638-643, 7-10 Oct. (2007);
- SPSS, Manual do Software SPSS V15, SPSS Inc., (2006);
- Tavares, L. Valadares *et al*; *Investigação Operacional*; Instituto Superior Técnico; McGraw-Hill; Lisboa,(1996);
- Zahed, K. F. Previsão de demanda de consumo em tempo real no desenvolvimento operacional de sistemas de distribuição de água. Tese de doutoramento, Escola Politécnica da USP. 135p, (1990).