

# ENSINO E APRENDIZAGEM DA ESTATÍSTICA

## REALIDADES E DESAFIOS

**José António Fernandes**

*Universidade do Minho*

[jfernandes@iep.uminho.pt](mailto:jfernandes@iep.uminho.pt)

### Resumo

*A influência da Estatística na vida das pessoas e nas instituições tem-se tornado cada vez mais visível, o que implica que todos os cidadãos devam ter conhecimentos de Estatística para se poderem integrar na sociedade actual. Ora, esta relevância da Estatística na sociedade tem-se repercutido no incremento do seu ensino nas escolas, o qual não mais deixou de se desenvolver e aprofundar desde a sua introdução no ensino secundário na década de sessenta, do século passado.*

*Tendo por base literatura publicada, sobretudo em Portugal, nesta conferência são abordados quatro aspectos do ensino e da aprendizagem da Estatística: o tratamento do tema nos programas de Matemática do ensino básico e secundário; a aprendizagem da Estatística; o seu ensino; e, finalmente, alguns desafios para futuras investigações.*

*O estudo destas dimensões da Educação Estatística a partir de alguns estudos realizados em Portugal assume-se como uma contextualização a ter em conta e que melhor reflectirá a nossa realidade, permitindo, ao mesmo tempo, a partir de estudos realizados noutros países, estabelecer desafios para o futuro.*

*Palavras-chave: a Estatística nos programas escolares; aprendizagem da Estatística; ensino da Estatística; futuras investigações em Educação Estatística.*

### 1. A Estatística nos programas escolares

O tema de Estatística foi introduzido, pela primeira vez, nos programas escolares portugueses de Matemática do ensino secundário nos anos sessenta, do século XX, com a reforma do ensino da Matemática, conhecida por Matemáticas Modernas. Posteriormente, em consequência da reforma do sistema educativo de 1986, no início dos anos noventa, o tema é incluído também no 2.º e no 3.º ciclo do ensino básico e, finalmente, em 2007, é introduzido explicitamente no 1.º ciclo do ensino básico.

Actualmente, no ensino básico (Ministério da Educação, 2007), a Estatística desenvolve-se no tema “Organização e tratamento de dados” e dele fazem parte os tópicos que constam da Tabela 1.

1.º ciclo	2.º ciclo	3.º ciclo
<p><i>Representação e interpretação de dados e situações aleatórias</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Leitura e interpretação de informação apresentada em tabelas e gráficos</li> <li>- Classificação de dados utilizando diagramas de Venn e de Carroll</li> <li>- Tabelas de frequências absolutas, gráficos de pontos e pictogramas- Gráficos de barras</li> <li>- Moda</li> <li>- Situações aleatórias</li> </ul>	<p><i>Representação e interpretação de dados</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Formulação de questões</li> <li>- Natureza dos dados</li> <li>- Tabelas de frequências absolutas e relativas</li> <li>- Gráficos de barras, circulares, de linha e diagramas de caule-e-folhas</li> <li>- Média aritmética</li> <li>- Extremos e amplitude</li> </ul>	<p><i>Planeamento estatístico</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Especificação do problema</li> <li>- Recolha de dados</li> <li>- População e amostra</li> </ul> <p><i>Tratamento de dados</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Organização, análise e interpretação de dados</li> <li>- histograma</li> <li>- Medidas de localização e dispersão</li> <li>- Discussão de resultados</li> </ul> <p><i>Probabilidade</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Noção de fenómeno aleatório e de experiência aleatória</li> <li>- Noção e cálculo da probabilidade de um acontecimento</li> </ul>

Tabela 1 - Tópicos do tema “Organização e tratamento de dados” do ensino básico

No ensino secundário, no programa de Matemática A (Ministério da Educação, 2002a), a Estatística, incluindo as Probabilidades e a Combinatória, desenvolve-se pelos temas que constam da Tabela 2.

10.º ano	12.º ano
<p><i>Estatística – Generalidades</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Objecto da Estatística e breve nota histórica sobre a evolução desta Ciência; utilidade na vida moderna</li> <li>- Recenseamento e sondagem</li> <li>- Estatística Descritiva e Estatística Indutiva</li> </ul> <p><i>Organização e interpretação de caracteres estatísticos (qualitativos e quantitativos)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Atributos qualitativos e atributos quantitativos</li> <li>- Variável discreta; função cumulativa</li> <li>- Variável contínua: tabelas de frequências; gráficos; função cumulativa</li> <li>- Medidas de localização de uma amostra: moda ou classe modal; média; mediana; quartis</li> <li>- Medidas de dispersão de uma amostra: amplitude; variância; desvio padrão; amplitude interquartis</li> <li>- Diagramas de “extremos e quartis”</li> </ul> <p><i>Referência a distribuições bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ideia intuitiva de correlação</li> <li>- Coeficiente de correlação</li> <li>- Ideia intuitiva de recta de regressão</li> </ul>	<p><i>Introdução ao cálculo de Probabilidades</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Experiência aleatória; conjunto de resultados; acontecimentos</li> <li>- Operações sobre acontecimentos</li> <li>- Aproximações conceptuais para Probabilidade: aproximação frequentista; definição clássica; definição axiomática de probabilidade (caso finito); propriedades da probabilidade</li> <li>- Probabilidade condicionada e independência; probabilidade da intersecção de acontecimentos; acontecimentos independentes</li> </ul> <p><i>Distribuição de frequências relativas e distribuição de probabilidades</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Variável aleatória; função massa de probabilidade</li> <li>- Modelo Binomial</li> <li>- Modelo Normal</li> </ul> <p><i>Análise Combinatória</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Arranjos completos, arranjos simples, permutações e combinações.</li> <li>- Triângulo de Pascal</li> <li>- Binómio de Newton</li> <li>- Aplicação ao cálculo de probabilidades</li> </ul>

Tabela 2 - Temas de Estatística do programa de Matemática A do ensino secundário

No caso do programa de Matemática B (Ministério da Educação, 2002b), o tema de Estatística apresenta o mesmo desenvolvimento que o de Matemática A, um menor desenvolvimento das Probabilidades - não contempla a definição axiomática de probabilidade nem a probabilidade condicionada - e não inclui o tema de Combinatória. No programa de Matemática Aplicada às Ciências Sociais (Ministério da Educação, 2001), à semelhança do programa de Matemática B, o tema de Estatística apresente uma abordagem menos teórica e não inclui também o tema de Combinatória. Neste programa, relativamente aos outros, destaca-se o estudo de relações entre variáveis qualitativas, do conceito de probabilidade total e da regra de Bayes e a introdução ao tópico da inferência estatística. Para além destes cursos, a Estatística também é estudada em muitos cursos profissionais.

## 2. Aprendizagem da Estatística

Na aprendizagem da Estatística, bem como em outras áreas da Matemática, é importante ter em conta a natureza do seu conhecimento, o tipo de tarefas e as dificuldades dos alunos reveladas pela investigação empírica realizada.

Para Garfield e Ahlgren (1988), os alunos vêem a Estatística à imagem da Matemática, significando que eles procuram encontrar nas situações estatísticas uma solução única e definitivamente correcta ou errada, isenta de qualquer ambiguidade ou erro, o que para estes autores constitui um fonte de dificuldades. Moore (1992), considerando a Estatística com a ciência dos números em contexto, vai mas longe ao argumentar que a Estatística é uma ciência matemática, mas não é um ramo da matemática, tendo emergido como disciplina de direito próprio, com modos característicos de pensamento, que são mais importantes do que os métodos específicos ou a teoria matemática. Para este autor algumas diferenças chave entre as duas disciplinas são:

- em Estatística, o contexto motiva os procedimentos e é fonte de significado e a base para a interpretação;
- a indeterminação, desordenação ou limitação de contexto na Estatística é marcadamente diferente da natureza mais precisa e finita que caracteriza a aprendizagem tradicional de outros domínios matemáticos;
- a necessidade de aplicação de cálculos precisos ou a execução de procedimentos está rapidamente a ser substituída pela necessidade do uso selectivo, ponderado e preciso de instrumentos tecnológicos e de software cada vez mais sofisticado;
- a natureza fundamental de muitos (mas não todos) problemas estatísticos é não terem uma solução matemática única. Antes, os problemas estatísticos realistas usualmente começam com uma questão e culminam com a apresentação de uma opinião que pode ter diferentes graus de razoabilidade;
- a principal meta da educação estatística é capacitar os alunos para apresentarem descrições, julgamentos, inferências e opiniões pensadas acerca de dados ou argumentar sobre as interpretações de dados, usando várias ferramentas matemáticas apenas na medida em que forem necessárias.

Gal e Garfield (1997) consideram que os alunos de qualquer nível de escolaridade, depois de concluírem o estudo da Estatística, se devem tornar cidadãos capazes de:

- compreender e lidar com a incerteza, variabilidade e informação estatística no mundo à sua volta e participar efectivamente na sociedade de informação emergente;
- contribuir para ou tomar parte na produção, interpretação e comunicação de dados de problemas que encontram na vida profissional. (p. 3)

Esta meta geral desdobra-se em oito submetas básicas inter-relacionadas:

1. compreender o propósito e a lógica das investigações estatísticas;
2. compreender o processo das investigações estatísticas;
3. dominar os *skills* procedimentais;
4. compreender as relações matemáticas;
5. compreender a probabilidade e o acaso;
6. desenvolver *skills* interpretativos e a literacia estatística;
7. desenvolver a capacidade para comunicar estatisticamente;
8. desenvolver disposições estatísticas úteis.

Analisando estas submetas podemos verificar que as seis primeiras se referem, sobretudo, a “fazer” Estatística e as três últimas se relacionam com *skills* de dar sentido e de comunicação, bem como de reflexão e questionamento. Estes dois grupos de submetas orientam o ensino e a aprendizagem em direcções diferentes e, frequentemente, as primeiras seis são mais enfatizadas pelos professores e livros de texto. Ora, o facto de ser mais provável que a maioria dos alunos venha a ser consumidor de informação e não tanto produtor de informação (Gal, 2002) destaca, se não mais, igualmente a relevância da interpretação, da comunicação e de uma atitude crítica face à informação com que se confrontam.

Para que os alunos atinjam estas submetas é necessário criar um ambiente de aprendizagem que permita simultaneamente desenvolver a dupla perspectiva de produtor e consumidor de informação estatística, designadamente ao nível da comunicação, das tarefas e do reconhecimento das dificuldades de aprendizagem.

As formas de comunicação compatíveis com a consecução das submetas devem privilegiar o envolvimento do aluno e do professor, este último como aquele que procura compreender as ideias dos alunos e ajudá-los a progredir, uma comunicação que não seja apenas unidireccional (do professor para os alunos) ou contributiva mas também reflexiva e instrutiva (Brendefur & Frykholm, 2000; Menezes, 2004), padrões de interacção que não se limitem aos padrões de recitação, funil, extracção ou focalização mas que atribua um lugar de destaque ao padrão de discussão (Menezes, 2004) e que no questionamento seja dado ao aluno tempo suficiente para poder pensar e dar uma resposta.

O desenvolvimento dos alunos enquanto produtores e consumidores de informação estatística conduz-nos a valorizar os projectos de investigação estatística (Balachowski, 1998) e as tarefas que enfatizam o raciocínio e o pensamento estatístico, a interpretação e a capacidade crítica e de reflexão. Por outro lado, a abordagem desta temática deve partir de situações da vida real do aluno ou com ele relacionadas, de modo a promover o significado, a motivação e o interesse dos alunos, em contraste com o ensino centrado no professor e em actividades rotineiras, em que a principal preocupação é a aplicação de fórmulas e procedimentos, ficando a interpretação para segundo plano (Batanero, 2000). Em síntese, recorrendo à classificação das tarefas de Ponte (2005), podemos dizer que as tarefas a privilegiar devem ser tarefas abertas e que incluam um elevado grau de desafio para os alunos.

Para Batanero, Godino e Roa (2004), as dificuldades em estocástica devem-se muito à natureza do seu raciocínio e conhecimento, referindo que são encontrados resultados contra-intuitivos em níveis muito elementares, que os resultados das experiências não são reversíveis e que a estocástica está cada vez mais relacionada com as aplicações. Assim, para estes autores, a reflexão epistemológica pode ajudar os professores a compreenderem o papel dos

conceitos na Estatística e em outras áreas, a sua importância na aprendizagem dos alunos e as suas dificuldades conceptuais na resolução de problemas.

Há um razoável conhecimento sobre dificuldades, erros e obstáculos dos alunos em Estatística. No nosso país, Carvalho (2004), Boaventura (2003) e Barros (2004) identificaram vários erros cometidos por alunos do 7.º ano (participaram no estudo 533 alunos), do 12.º ano (participaram no estudo 181 alunos) e futuros professores do 1.º e do 2.º ciclo do ensino básico (participaram no estudo 37 futuros professores), respectivamente, em conteúdos elementares de Estatística, que constam da Tabela 3.

<b>Dificuldades e erros</b>	<b>7.º ano</b>	<b>12.º ano</b>	<b>Futuros professores</b>
Frequência absoluta: no denominador da fracção colocar o valor da frequência absoluta e confundir o conceito de frequência absoluta com o de frequência relativa.	✓		
Gráficos: interpretar a informação presente num gráfico e identificar a variável em estudo e saber como a colocar no sistema de eixos.	✓		
Gráfico circular: estabelecer a proporção para encontrar o valor do ângulo, orientar o transferidor para marcar o sector circular e legendar o gráfico.	✓		
Gráfico de barras: decidir em qual dos eixos colocar a variável, construir a escala e legendar o gráfico.	✓		
Média: cálculo da média simples de duas médias dadas para determinar a média ponderada (lei do fecho).		✓	✓
Determinar um conjunto de dados, conhecidas a média, a mediana e a moda desse conjunto.		✓	
Inverter o algoritmo da média (raciocínio por tentativa e erro, lei do fecho, não ponderaram as médias dadas, uso incorrecto da fórmula da média e resolução errada da equação).			✓
Possibilidade/impossibilidade da média e moda tomarem certos valores dados.			✓
Âmbito de aplicação da média (variável nominal, média das frequências).		✓	✓
Âmbito de aplicação da mediana (variável nominal).		✓	
Determinar a média de dados agrupados (média das frequências e dos valores da variável).	✓		✓
Determinar a mediana de dados agrupados (metade da amplitude dos dados, mediana dos valores da variável, mediana das frequências, tomar a mediana pela sua localização, ignorar o valor zero e tomar a moda pela mediana).	✓		
Moda: seleccionar a maior frequência em vez do valor da variável estatística que lhe corresponde.	✓		✓
Propriedades da média e da mediana.			✓
Atribuir significado às medidas de tendência central.		✓	
Justificar argumentos sem ser através do cálculo das estatísticas utilizadas.	✓		
Seleccionar a estatística que melhor representa uma distribuição.	✓		✓
Localizar a média, mediana e moda em distribuições assimétricas e simétricas.		✓	
Planear os passos para realizar um estudo estatístico	✓		

Tabela 3 - Dificuldades e erros em Estatística de alunos do 7.º ano, 12.º ano e futuros professores do 1.º e do 2.º ciclo (Barros, 2004; Boaventura, 2003; Carvalho, 2004)

Das dificuldades e erros, e referidas pelos vários estudos, salienta-se o facto de algumas delas serem comuns a alunos de diferentes níveis de escolaridade, o que significa que uma maior experiência de ensino, em geral, não contribui significativamente erradicar muitos desses erros e dificuldades.

### 3. Ensino da Estatística

Nesta secção analisam-se os principais resultados de alguns estudos sobre o ensino da Estatística, considerando, por um lado, o ensino tal como ocorre nas escolas e, por outro, intervenções de ensino tendo em vista melhorar a aprendizagem dos alunos.

#### O ensino da Estatística nas escolas

O ensino da Estatística, tal como ocorre na sala de aula, foi estudado na segunda parte do estudo de Barros (2004) e nos estudos de Ribeiro (2005) e de Nunes (2008). No estudo de Barros participaram três futuras professoras, que leccionaram o tema de Estatística do 6.º ano no âmbito do seu estágio pedagógico, e nos estudos de Ribeiro e de Nunes participaram três professoras que leccionaram o tema de Estatística do 6.º e do 7.º ano, respectivamente. Em todos estes estudos recorreu-se à observação das aulas da unidade didáctica de Estatística e a entrevistas como principais métodos de recolha de dados. No caso do estudo de Ribeiro (2005), posteriormente, Fernandes, Carvalho e Ribeiro (2007) procederam a uma análise mais aprofundada sobre as tarefas de ensino usadas pelas professoras, a qual também se inclui no presente texto.

Na Tabela 4 apresentam-se algumas características das professoras e futuras professoras que participaram nesses estudos e, de forma breve, os principais aspectos do seu ensino na unidade de Estatística.

Aspectos do ensino da Estatística no 6.º e 7.º ano	Futuros professores		
	6.º ano	6.º ano	7.º ano
Pouca formação em Estatística e de carácter teórico (em geral, frequentaram uma disciplina semestral no ensino superior e não participaram em acções de formação contínua ou outras).	✓	✓	✓
Visão da Estatística como um tema fácil ao nível do conhecimento do conteúdo.	✓	✓	✓
Algumas professoras revelaram dificuldades pontuais em alguns conceitos estatísticos (âmbito de aplicação da média e mediana, probabilidades, inverter o algoritmo da média, organização de dados em classes).	✓	✓	✓
Visão da Estatística como um tema fácil de os alunos aprender.	✓	✓	✓
Dificuldades no âmbito do conhecimento didáctico (ao nível da planificação das aulas e de gerir situações imprevistas e o pouco tempo disponível para leccionar a unidade didáctica).	✓	✓	✓
Grande influência do manual escolar na selecção das tarefas de ensino.	✓	✓	✓
Seleção de tarefas envolvendo dados dos alunos ou com eles relacionados.		✓	✓

Aspectos do ensino da Estatística no 6.º e 7.º ano	Futuros professores	Professores	
	6.º ano	6.º ano	7.º ano
Mais de metade das tarefas incidiram no grupo de objectivos “contar, calcular e construir”, seguindo-se o número de tarefas do grupo de objectivos “ler e interpretar” (quase exclusivos do tópico Gráficos) e do grupo de objectivos “definir e exemplificar” (exclusivos do tópico Termos e conceitos estatísticos).			✓
Tarefas centradas, quase sempre, nas fases de tratamento, análise e interpretação de dados, e raramente dirigidas a outras fases do método estatístico.	✓	✓	✓
Foi com surpresa que as professoras reconheceram as dificuldades dos alunos, atribuindo-as à falta de tempo, à sua heterogeneidade e ao seu fraco desempenho e pouco interesse.		✓	✓
Adopção de uma metodologia tradicional (apresentação teórica dos termos e conceitos, centrada no professor, seguida de um momento de prática).	✓	✓	✓
Na comunicação na sala de aula salientou-se claramente a exposição pelo professor e um questionamento focalizado, confirmatório e centrado na testagem dos conhecimentos e na memorização (Matos & Serrazina, 1996).	✓	✓	✓
Os alunos trabalharam individualmente e só muito esporadicamente trabalharam em grupo, embora algumas professoras reconhecessem vantagens na sua utilização, especialmente na Estatística.	✓	✓	✓
Não foram usadas Tecnologias de Informação e Comunicação, embora algumas professores reconhecessem o seu interesse (pelo facto de as não saberem usar, pela falta de condições na escola ou por falta de tempo).	✓	✓	✓
Utilização de testes escritos na avaliação dos alunos.	✓	✓	✓
Elaboração de um trabalho de grupo, pouco sucedido em virtude da falta de acompanhamento durante a sua realização.	✓		✓

Tabela 4 - Antecedentes e principais aspectos do ensino da unidade de Estatística do 6.º ano e do 7.º ano (Barros, 2004; Nunes, 2008; Ribeiro, 2005)

Num estudo mais recente, envolvendo quatro professoras, duas com experiência predominante no 3.º ciclo do ensino básico e as outras duas com experiência predominante no ensino secundário, recorrendo-se a entrevistas, Fernandes, Alves, Machado, Correia e Rosário (2009) verificaram alguma evolução nas práticas de ensino e de avaliação destas professoras em relação aos estudos antes relatados. No ensino da Estatística, destaca-se o trabalho de grupo, que reveste um carácter mais sistemático e abrangente no tema de Estatística, o recurso a tarefas de carácter prático, contextualizadas e relacionadas com a vida real, e o recurso, em maior ou menor grau, às novas tecnologias no ensino da Estatística, destacando-se a utilização da folha de cálculo e das calculadoras gráficas.

Na avaliação em Estatística, diferentemente dos outros temas da Matemática, evidencia-se o trabalho de grupo, a que atribuem maior peso, ambas as professoras do 3.º ciclo não fazem um teste apenas sobre Estatística, admitindo colocar algumas questões de Estatística nos outros testes escritos, e a avaliação formativa centra-se no questionamento realizado ao

longo da realização do trabalho de grupo ou é desvalorizada pelo facto de os alunos não sentirem dificuldades neste tema. Finalmente, em termos de auto e co-avaliação, em geral esporádica, a sua influência na classificação dos alunos é variável, desde a sua consideração explícita até à não produção de qualquer efeito. Neste último caso, para professora em questão, a auto-avaliação, efectuada no final dos períodos escolares, constitui uma oportunidade para o aluno tomar consciência do trabalho por si realizado e conhecer a opinião da professora.

Os resultados destes estudos indicam que, em geral, os professores reconhecem e valorizam algumas das recomendações actuais para o ensino da Estatística, sem, no entanto, as implementarem sistematicamente nas suas práticas pedagógicas. Desta constatação resulta claramente a necessidade dos professores experienciarem durante a sua formação inicial e contínua e no trabalho colaborativo entre pares situações didáticas que os ajudem na implementação dessas orientações, designadamente situações que relevem o significado, a interpretação e a argumentação em Estatística (Ponte, Galvão, Trigo-Santos & Oliveira, 2001). Caso contrário, será pouco provável que os professores explorem tais situações na sala de aula com os seus alunos (Contreras & Blanco, 2001). Seguidamente, apresentam-se algumas intervenções de ensino, desenvolvidas no âmbito de investigações realizadas no nosso país. Estas intervenções, pelos resultados muito positivos obtidos, assumem-se como fonte de ideias e propostas tendo em vista a melhoria do ensino da Estatística nas escolas.

### **Intervenções de ensino em Estatística**

Carvalho (2001), no âmbito da sua tese de doutoramento, realizou uma investigação para estudar e compreender o papel das interações entre pares no desenvolvimento lógico e no desempenho estatístico de alunos do 7.º ano de escolaridade, que frequentavam duas escolas da grande Lisboa. Para tal, conduziu um estudo *quasi experimental*, administrando um pré-teste, seguido de uma intervenção no grupo experimental (três sessões de trabalho colaborativo em díadas e uma discussão geral entre toda a turma e a investigadora) e, finalmente, um pós-teste. No trabalho colaborativo foram trabalhadas tarefas não-habituais de Estatística, enquanto no pré-teste e pós-teste os alunos foram avaliados através de tarefas habituais de Estatística.

Dos resultados de toda a investigação, salienta-se o papel facilitador que o trabalho colaborativo nas díades teve na promoção dos desempenhos dos sujeitos, quer quanto ao seu desenvolvimento lógico quer quanto aos conteúdos estatísticos abordados neste ano de escolaridade. Segundo a autora,

o facto de [os alunos] terem trabalhado em díade durante as três sessões de trabalho colaborativo facilitou a apropriação de conhecimentos e a mobilização de competências estatísticas, nomeadamente porque há estratégias que são descobertas através de uma co-elaboração e que os alunos se revelam capazes de continuar a utilizar quando voltam a trabalhar individualmente, em tarefas de tipo habitual, como acontece no pós-teste. (Carvalho, 2001, p. 472)

Também Sousa (2002) relata um estudo, realizado no âmbito da sua dissertação de mestrado, sobre o ensino e a aprendizagem da unidade de Estatística numa turma do 6.º ano de escolaridade através da realização da investigação estatística: “Como são os alunos da minha turma?”.

Trabalhando em par pedagógico (a professora da turma e a investigadora) e privilegiando uma dinâmica de sala de aula resultante do trabalho dos alunos em pequenos grupos, acompanhado pelas professoras, e intercalado com períodos de debate, envolvendo toda a turma, a investigação estatística desenvolveu-se ao longo de seis sessões, centradas nas várias fases de realização do trabalho: primeira sessão, preparação das questões de investigação; segunda sessão, recolha de dados; terceira sessão, tratamento dos dados; quarta



sessão, balanço do trabalho desenvolvido; quinta sessão, preparação dos relatórios; e sexta sessão, apresentação dos trabalhos.

Em termos de resultados, a autora salienta as vantagens do funcionamento em par pedagógico e as aprendizagens dos alunos. No primeiro caso, destaca o facto de os alunos terem podido usufruir de um apoio mais eficaz em termos de tempo e de oportunidade, e de potenciar o trabalho colaborativo das professoras, tanto em termos de preparação como de implementação. Quanto às aprendizagens dos alunos, a realização da investigação estatística promoveu a interdisciplinaridade, integrando conhecimentos de Estatística com outros conhecimentos (não só de Matemática), a aprendizagem acerca do próprio processo investigativo, as competências de comunicação e argumentação e permitiu-lhes ler e interpretar a realidade numa perspectiva menos egocêntrica.

Finalmente, Pimenta (2006) apresenta um estudo sobre a avaliação do raciocínio estatístico desenvolvido num trabalho de projecto, realizado por estudantes de uma Escola Superior de Saúde no âmbito do trabalho final de graduação. Para tal, recorreu aos cinco componentes básicos do raciocínio estatístico de Wild e Pfannkuch (1999): 1. *Reconhecimento da necessidade de dados* — muitas situações da vida real só podem compreendidas através de análises adequadas de dados previamente recolhidos; 2. *Transnumeração* — refere-se à compreensão que surge quando é alterada a representação dos dados; 3. *Percepção de variação* — compreensão da variação que existe e é transmitida aos dados, assim como da incerteza com origem na variação não explicada; 4. *Raciocínio com modelos estatísticos* — um gráfico simples, uma regressão linear ou medidas estatísticas constituem modelos usados para representar a realidade; e 5. *Integração da Estatística no contexto* — o pensamento estatístico apenas é significativo quando se integra num contexto.

Os resultados obtidos mostram que os estudantes atingiram um bom nível de raciocínio estatístico no âmbito do estudo descritivo. No entanto, os estudantes não atingiram o mesmo nível de raciocínio estatístico quando trabalharam com os métodos estatísticos, especialmente ao nível inferencial. Face a este resultado, o autor admite ser muito optimista a “pretensão de converter estes futuros profissionais em estatísticos amadores” (p. 4), até porque, por um lado, não temos de aprofundar a preparação destes profissionais ao nível do cálculo e da representação gráfica uma vez que, hoje em dia, os computadores resolvem estes problemas, e, por outro lado, temos de passar de uma aprendizagem centrada numa transmissão mais ou menos passiva do conhecimento para uma aprendizagem activa da literacia estatística (Gal, 2002; Batanero, 2003).

#### **4. Desafios para futuras investigações em Educação Estatística**

Em síntese, ao longo das sucessivas reformas curriculares, podemos constatar que o estudo do tema de Estatística na escola foi sendo cada vez mais aprofundado, fazendo actualmente parte de todos os programas escolares de Matemática dos diferentes níveis de escolaridade. Em termos da sua aprendizagem, salienta-se os vários estudos, realizados em Portugal, que nos permitem ter um razoável conhecimento sobre as dificuldades e erros dos alunos de diferentes níveis de escolaridade. Finalmente, relativamente ao ensino da Estatística, os estudos revistos permitem inferir práticas de ensino (tal como os professores as implementam nas suas aulas) que não cumprem inteiramente as orientações e recomendações actuais sobre o seu ensino, enquanto os estudos relativos a intervenções de ensino revelam experiências sucedidas e que podem ser de muito interesse para a orientação das práticas pedagógicas de sala de aula.

Tal como aqui foi descrito, o conhecimento que temos sobre o ensino e a aprendizagem da Estatística nas escolas implica um forte esforço na formação e no desenvolvimento

profissional dos professores, seja ao nível da formação inicial, da formação contínua ou da promoção de práticas colaborativas entre professores.

Em qualquer destes âmbitos de formação, para além de um necessário aprofundamento do conhecimento estatístico, importa também conhecer e aprofundar o conhecimento didáctico dos futuros professores e daqueles que estão em exercício. A este respeito o Enfoque Ontosemiótico, desenvolvido por Godino e seus colaboradores, constitui uma perspectiva promissora de análise dos processos de estudo, que começa a ser usado tanto na formação inicial como na formação em serviço.

A introdução de novas temáticas e o aprofundamento de outras na reformulação do programa de Matemática do ensino básico (Ministério da Educação, 2007) justifica também a necessidade da realização de estudos que contribuam para um melhor conhecimento acerca da aprendizagem e do ensino dessas temáticas. Neste caso, salienta-se o tema da variação, incluído pela primeira vez neste programa escolar, e o tema da associação estatística, não incluído explicitamente.

Em relação à variação ou variabilidade, apenas recentemente tem sido objecto de estudo a nível internacional (e.g., ver estudos de Watson e colaboradores) e são praticamente inexistentes estudos efectuados no nosso país. Neste âmbito, um estudo exploratório sobre a variação em contexto de Probabilidades (Fernandes & Correia, in press), em que participaram 17 professores de vários níveis de ensino (do 2.º ciclo ao ensino secundário), revelou quão limitadas são suas as ideias. Tendo-se recorrido a três tarefas usadas por Watson e Kelly (2007) no estudo da noção de variação em alunos do 3.º ano, 5.º ano, 7.º ano e 9.º ano de escolaridade, observaram-se muitos aspectos semelhantes aos que encontramos nas respostas dos alunos que participaram nesse estudo, designadamente respostas inapropriadas face ao pedido que era formulado na tarefa, isto é, respostas que envolviam aspectos incompatíveis ou que não respondiam ao que era pedido; com uma variação excessiva ou insuficiente e centros não apropriados, elevados ou baixos; com justificações não apropriadas; em elevado número (cerca de metade) sem qualquer variação e baseadas numa visão estrita de probabilidade; em que é patente algum conflito entre as ideias de variação e de probabilidade estrita; em que se observa uma compreensão razoável da variação em torno do centro; e em que a representação gráfica traduz cada um dos aspectos referidos na tarefa.

Embora no caso da associação estatística já existam alguns estudos (e.g., Batanero e colaboradores), eles estão mais centrados em alunos do ensino secundário e superior. Assim, no caso dos alunos mais novos, designadamente em alunos portugueses do 3.º ciclo, importa investigar a associação estatística numa vertente mais intuitiva e menos formal. Neste domínio, seria importante conhecer e avaliar as ideias intuitivas dos alunos, bem como as suas possibilidades de aprendizagem dos principais conceitos envolvidos.

Batanero, Godino e Estepa (1998) referem quatro concepções erradas identificadas em alunos do ensino secundário, antes do ensino formal da associação: *concepção determinista*, em que os alunos não admitem excepções à existência de uma relação funcional, que atribua apenas um único valor à variável dependente para cada valor da variável independente; *concepção unidireccional*, em que a dependência é percebida apenas quando é positiva (associação directa); *concepção local*, em que os alunos fazem os seus julgamentos usando apenas parte dos dados fornecidos no problema (não consideram a informação de todas as células de uma tabela de contingência); e *concepção causal*, em que os alunos apenas consideram existir associação entre as variáveis se ela puder ser atribuída a uma relação causal. Ora, estas concepções assumem-se como obstáculos à aprendizagem dos alunos, pelo que devem ser despoletadas e avaliadas.

Em relação ao ensino, ao nível do 3.º ciclo, deve valorizar-se o estudo da associação estatística a partir das representações tabulares e das representações gráficas (diagrama de dispersão). Em termos numéricos, recorrendo ao diagrama de dispersão, Kader e Franklin (2008) propõem a utilização da “razão de pontos dos quadrantes” (número de pontos do 1.º quadrante, mais os do 3.º quadrante, menos os do 2.º quadrante, menos os do 4.º quadrante, tudo a dividir pelo número total de pontos) como primeira medida intuitiva da associação entre duas variáveis quantitativas e propõem três níveis na evolução do desenvolvimento do conceito de associação: no primeiro, construir e interpretar um diagrama de dispersão e procurar tendências gerais dos dados; seguidamente, expandir a interpretação do diagrama de dispersão com a “razão de pontos dos quadrantes”; e, por último, explorar as limitações do “razão de pontos dos quadrantes” e introduzir o coeficiente de correlação de Pearson para as ultrapassar.

## 5. Referências bibliográficas

- Barros, P. M. (2004). *Os futuros professores do 2.º ciclo e a estocástica: dificuldades sentidas e o ensino do tema*. Dissertação de mestrado não publicada, Universidade do Minho, Braga.
- Batanero, C. (2000). Dificultades de los estudiantes en los conceptos estadísticos elementales: el caso de las medidas de posición central. In C. Loureiro, F. Oliveira & L. Brunheira (Orgs.), *Ensino e aprendizagem da estatística* (pp. 31-48). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática, Departamentos de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Batanero, C. (2003). Los retos de la cultura estadística. *Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística*, Buenos Aires.
- Batanero, C., Godino, J. D. & Estepa, A. (1998). Building the meaning of statistical association through data analysis activities. In A. Olivier & K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 1: pp. 221-236) (*Research Forum*). University of Stellenbosch, South Africa.
- Batanero, C., Godino, J. D. & Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of Statistics Education*, 12(1) (On line).
- Boaventura, M. G. (2003). *Dificuldades de alunos do ensino secundário em conceitos estatísticos: O caso das medidas de tendência central*. Dissertação de Mestrado não publicada, Universidade do Minho, Braga.
- Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two perspectives teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 125-153.
- Carvalho, C. (2001). *Interação entre pares: Contributos para a promoção do desenvolvimento lógico e do desempenho estatístico no 7.º ano de escolaridade* (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.
- Carvalho, C. (2004). Um olhar da Psicologia pelas dificuldades dos alunos em conceitos estatísticos. In J. A. Fernandes, M. V. Sousa & S. A. Ribeiro (Orgs.), *Ensino e aprendizagem de probabilidades e estatística - Actas do I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 85-102). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Contreras, L. C. & Blanco, L. J. (2001). Qué conocen los maestros sobre el contenido que enseñan? Un modelo formativo alternativo. Comunicação apresentada no Congresso Nacional de Didácticas Específicas, Granada 2001.
- Fernandes, J. A. & Correia, P. F. (in press). Variação em contexto de Probabilidades na perspectiva de professores de Matemática. Comunicação apresentada no *3rd International Meeting EME08*, Braga, 29 de Novembro a 1 de Dezembro.

- Fernandes, J. A., Alves, M. P., Machado, E. A., Correia, P. F. & Rosário, M. A. (2009). Ensino e avaliação das aprendizagens em Estatística. In J. A. Fernandes, M. H. Marinho, F. Viseu & P. F. Correia (Orgs.), *Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 52-71). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho, CD-ROM.
- Fernandes, J. A., Carvalho, C. & Ribeiro, S. A. (2007). Caracterização e implementação de tarefas de Estatística: um exemplo no 7.º ano de escolaridade. *Revista Zetetiké*, 15(28), 27-61.
- Gal, I. & Garfield, J. (1997). Curricular goals and assessment challenges in statistics education. In I. Gal & J. B. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education* (pp. 1-13). Amsterdam: IOS Press.
- GAL, I. (2002). Adults' statistical literacy: meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), pp. 1-25.
- Garfield, J. & Ahlgren, A. (1988). Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: implications for research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), pp. 44-63.
- Kader, G. D. & Franklin, C. A. (2008). The evolution of Pearson's correlation coefficient. *Mathematics Teacher*, 104(4), 292-299.
- Matos, J. M. & Serrazina, M. L. (1996). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Menezes, L. (2004). *Investigar para ensinar Matemática: Contributos de um projecto de investigação colaborativa para o desenvolvimento profissional de professores*. (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.
- Ministério da Educação (2001). *Programa de Matemática Aplicada às Ciências Sociais*. Lisboa: Autor.
- Ministério da Educação (2002a). *Programa de Matemática A* (10.º, 11.º e 12.º anos). Lisboa: Autor.
- Ministério da Educação (2002b). *Programa de Matemática B* (10.º, 11.º e 12.º anos). Lisboa: Autor.
- Ministério da Educação (2007). *Programa ajustado de Matemática do ensino básico*. Lisboa: Autor.
- Moore, D.S.(1992). Teaching statistics as a respectable subject. In F. & S. Gordon (Eds.), *Statistics for the twenty-first Century* (pp. 14-25). Washington, DC: The Mathematical Association of America.
- Nunes, A. R. (2008). *Ensino da estocástica no 6.º ano de escolaridade: Opções metodológicas e dificuldades sentidas pelos professores*. Dissertação de mestrado não publicada, Universidade do Minho, Braga.
- Pimenta, R. (2006). Assessing statistical reasoning through project work. *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador (Bahia), Brazil: International Association for Statistical Education, CD ROM.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In Grupo de Trabalho de Investigação (Org.). *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Ponte, J. P., Galvão, C., Trigo-Santos, F. & Oliveira, H. (2001). O início da carreira profissional de professores de Matemática e Ciências. *Revista de Educação*, 10(1), pp. 31-45.
- Ribeiro, S. A. (2005). *O Ensino da Estatística no 7.º ano de escolaridade: Caracterização e dificuldades sentidas pelos professores*. Dissertação de mestrado não publicada, Universidade do Minho, Braga.
- Sousa, O. (2002). Investigações estatísticas no 6.º ano. In Grupo de Trabalho de Investigação (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 75-97). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Watson J. M., & Kelly, B. A. (2007). Assessment of students' understanding of variation. *Teaching Statistics*, 29(3), 80-88.
- Wild, C. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (with discussion). *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.