



## Experimental research of a new CFRP-based shear strengthening technique for reinforced concrete beams

Verificação experimental de uma nova técnica de reforço ao corte com CFRP para vigas de betão armado



S. DIAS<sup>a</sup>

sdias@civil.uminho.pt

J. BARROS<sup>a</sup>

barros@civil.uminho.pt

### Abstract

A Near Surface Mounted (NSM) strengthening technique was developed to increase the shear resistance of reinforced concrete beams. The NSM technique is based on fixing, by epoxy adhesive, CFRP laminate strips into saw-cut slits on the concrete cover of lateral surfaces of the beams. To assess the efficacy of this technique, an experimental program of four-point bending tests was carried out. Each of the four tested series was composed of five beams: without any shear reinforcement; reinforced with conventional steel stirrups; strengthened with U strips of wet lay-up CFRP sheets; and two beams strengthened with precured laminate strips of CFRP, one of them with laminates positioned at 90° and the other with laminates positioned at 45° in relation to the beam axis. Influences of the laminate strip percentage, laminate strip inclination and beam height on the efficacy of the NSM technique were analyzed. This efficacy was assessed not only in terms of the increase of maximum load and deflection at beam rupture, but also in terms of the beam strength performance per unit length of the applied material. © 2005 IBRACON. All rights reserved.

**Keywords:** shear strengthening; shear failure; concrete; CFRP; NSM laminates; efficacy.

### Resumo

Neste trabalho apresenta-se a técnica de reforço ao corte baseada na inserção de laminados de CFRP em finos entalhes efectuados nas faces laterais de vigas de betão armado. De forma a validar a técnica de reforço proposta foi realizado um programa experimental que englobou vigas sem qualquer armadura transversal, vigas com estribos verticais de aço, vigas em que o reforço ao corte foi materializado por intermédio de faixas discretas de manta de CFRP coladas externamente em forma de U, e vigas reforçadas ao esforço transversal com laminados de CFRP dispostos verticalmente ou inclinados a 45°, inseridos em entalhes efectuados no betão de recobrimento das faces laterais da viga. Os parâmetros avaliados foram a percentagem de CFRP, a orientação do reforço e a altura da viga. O desempenho da nova técnica de reforço foi avaliado quer em termos mecânicos quer em termos da quantidade de material de CFRP utilizado. © 2005 IBRACON. All rights reserved.

**Palavras-chave:** reforço ao corte; rotura por corte; betão; CFRP; laminados inseridos; eficácia.

<sup>a</sup> School of Engineering of Minho University, 4800-058, Guimarães, Portugal

## 1 Introdução

Uma intervenção de reforço ao esforço transversal de um determinado elemento estrutural de betão armado pode ser provocada pela necessidade de mudança do tipo de utilização (aumento das cargas a actuar na estrutura); erros de projecto e/ou de construção; redução da resistência dos materiais resultante da sua degradação (carbonatação do betão e corrosão das armaduras); alterações nos códigos de dimensionamento com a introdução de prescrições mais severas; ocorrência de acidentes (sismos, incêndios, explosões, cheias ou actos de vandalismo). Além disso, refira-se também os casos de elementos estruturais que, posteriormente a uma operação de reforço à flexão, o seu modo de rotura passa a ser por corte. Esta ocorrência deve ser evitada dado que a rotura por corte é frágil e quase instantânea. Assim, à necessidade de um reforço à flexão pode, também, estar associada a necessidade de um reforço ao esforço transversal.

A utilização de materiais compósitos de CFRP (Polímeros Reforçados com Fibras de Carbono) no reforço ao corte deriva de se pretender evitar os aspectos negativos que são apontados às técnicas de reforço tradicionais (reforço por encamisamento das secções e reforço com elementos metálicos). Tal justifica-se pelo facto dos compósitos de CFRP apresentarem propriedades como: elevada rigidez e resistência à tracção; baixo peso específico; bom comportamento à fadiga e excelente resistência à agressividade ambiental. O reduzido peso específico dos compósitos de CFRP facilita o seu transporte e o seu manuseamento. A disponibilização destes materiais com dimensões quase ilimitadas em termos de comprimento, ao contrário do que acontece com as chapas de aço, elimina a necessidade de executar emendas no reforço. A elevada resistência à corrosão dos compósitos de CFRP permite a sua utilização em ambientes agressivos como, por exemplo, em zonas costeiras. As elevadas potencialidades dos materiais compósitos em termos mecânicos proporcionam soluções de reforço que poucas alterações introduzem na arquitectura inicial das estruturas, pois consegue-se obter consideráveis aumentos da capacidade resistente dos elementos estruturais por intermédio de reduzidas percentagens de reforço. Além disto, existem materiais compósitos de CFRP que se adaptam perfeitamente a superfícies curvas, o que é difícil e oneroso de se conseguir por meio de chapas metálicas. A par destes factos, as técnicas de reforço utilizando materiais compósitos são de fácil e rápida execução.

São duas as técnicas de reforço ao corte com materiais compósitos de CFRP desenvolvidas até ao momento: por colagem externa de compósitos de CFRP (mantas e laminados); por inserção de varões de CFRP em entalhes realizados no betão de recobrimento (Dias e Barros [1]).

Diversos estudos experimentais (Taerwe *et al.* [2]; Chaallal *et al.* [3]; Triantafillou [4]; Khalifa *et al.* [5]; Triantafillou e Antonopoulos [6]; Etman *et al.* [7] e Basler *et al.* [8]) têm demonstrado que a colagem externa de compósitos de CFRP (mantas e laminados) permite aumentar consideravelmente a resistência ao corte de vigas de betão armado. No entanto, em resultado da ocorrência de roturas prematuras, principalmente a devida ao descolamento antecipado do CFRP, o nível de tensão máxima aplicado no

reforço é bastante inferior à sua resistência última. Além disto, estes modos de rotura são frágeis e quase instantâneos. Estes factos, associados à susceptibilidade dos compósitos de CFRP colados externamente quer à acção do fogo como a actos de vandalismo, têm motivado a realização de investigação de forma a se contornar os pontos frágeis desta técnica.

Nesse sentido, De Lorenzis e Nanni [9] utilizaram varões de CFRP inseridos em entalhes efectuados no betão de recobrimento das faces laterais de vigas de betão armado. Esta técnica de reforço permitiu aumentar significativamente a capacidade de carga das vigas de referência (sem reforço). Ao mesmo tempo, esta técnica garante uma maior protecção do reforço de CFRP pois este encontra-se inserido no interior do elemento estrutural e não colado externamente. Um dos aspectos menos positivos desta técnica é a necessidade de ter de se efectuar entalhes com grandes dimensões no betão de recobrimento, o que é um processo moroso.

Face ao exposto, torna-se necessário o desenvolvimento de novas técnicas de reforço ao corte com CFRP de forma a evitar os aspectos negativos apontados às técnicas desenvolvidas até ao momento. Barros e Dias [10] propuseram uma nova técnica de reforço ao corte para vigas de betão armado baseada em procedimentos de reforço semelhantes aos utilizados por De Lorenzis e Nanni [9]. No entanto, em vez de varões, foram utilizadas faixas de laminado de CFRP inseridas em finos entalhes. Refira-se que estudos efectuados com esta técnica aplicada no reforço à flexão (Ferreira [11], Fortes *et al.* [12] e Barros *et al.* [13]) permitiram verificar tratar-se de uma técnica mais eficaz que as baseadas na colagem externa de CFRP, dado que a precocidade da descolagem do CFRP é retardada, sendo mesmo evitada em muitos casos, resultando níveis de deformação mais elevados nos CFRP e aumentos mais significativos na capacidade de carga dos elementos reforçados. O reforço à flexão de vigas de betão armado permitiu não somente aumentar significativamente a capacidade de carga das correspondentes vigas de referência (não reforçadas), como também assegurar que a rotura das vigas ocorresse para elevados níveis de deformação. Ensaio de arranque em flexão revelaram que os valores das tensões médias de corte alcançadas são significativamente superiores aos registados com técnicas baseadas na colagem exterior (Sena-Cruz e Barros [14]).

## 2 Programa experimental

A eficácia da técnica de reforço ao corte baseada na inserção de laminados de CFRP em finos entalhes efectuados no betão de recobrimento foi avaliada por intermédio da realização de uma campanha de ensaios experimentais com vigas de betão armado com rotura por corte, em que a percentagem de CFRP, a orientação do reforço e a altura da viga foram parâmetros avaliados (Dias e Barros [15]). Estes ensaios foram efectuados no Laboratório do Subgrupo de Estruturas (LEST) do Departamento de Engenharia Civil da Universidade do Minho.

### 2.1 Concepção dos modelos

O programa de ensaios experimentais era constituído por duas séries de vigas de betão armado (séries A e B). A série

A dispunha de dez vigas com secção transversal de 0.15x0.3 m<sup>2</sup>, comprimento de 1.6 m e vão de 1.5 m. As dez vigas da série B tinham secção transversal de 0.15x0.15 m<sup>2</sup>, comprimento de 1.0 m e vão de 0.9 m. Todas as vigas tinham um vão de corte igual a duas vezes a altura da secção transversal ( $a/h = 2$ ). Para cada uma das séries foram considerados dois tipos de armaduras longitudinais na face traccionada, um constituído por 4φ10 e o outro por 4φ12. Em todas as vigas foram utilizados 2φ6 para armadura longitudinal de compressão.

Tabela 1 - Características das vigas ensaiadas.

	Vigas	Sistema de reforço ao esforço transversal
Série A	VA10	-
	VAE-30	Estribos a 90° (6φ6, 2r *, 300 mm de espaçamento)
	VAM-19	Mantas de CFRP coladas externamente (forma de U, fibras orientadas a 90°, 8 faixas de 2 camadas com 25 mm de largura e 190 mm de espaçamento)
	VACV-20	Laminados de CFRP inseridos em entalhes verticais (16 laminados espaçados de 200 mm)
	VACI-30	Laminados de CFRP inseridos em entalhes inclinados a 45° (12 laminados espaçados de 300 mm)
	VA12	-
	VAE-15	Estribos a 90° (10φ6, 2r *, 150 mm de espaçamento)
	VAM-9.5	Mantas de CFRP coladas externamente (forma de U, fibras orientadas a 90°, 14 faixas de 2 camadas com 25 mm de largura e 95 mm de espaçamento)
	VACV-10	Laminados de CFRP inseridos em entalhes verticais (28 laminados espaçados de 100 mm)
	VACI-15	Laminados de CFRP inseridos em entalhes inclinados a 45° (24 laminados espaçados de 150 mm)
Série B	VB10	-
	VBE-15	Estribos a 90° (6φ6, 2r *, 150 mm de espaçamento)
	VBM-8	Mantas de CFRP coladas externamente (forma de U, fibras orientadas a 90°, 10 faixas de 2 camadas com 25 mm de largura e 80 mm de espaçamento)
	VBCV-10	Laminados de CFRP inseridos em entalhes verticais (16 laminados espaçados de 100 mm)
	VBCI-15	Laminados de CFRP inseridos em entalhes inclinados a 45° (12 laminados espaçados de 150 mm)
	VB12	-
	VBE-7.5	Estribos a 90° (10φ6, 2r *, 75 mm de espaçamento)
	VBM-4	Mantas de CFRP coladas externamente (forma de U, fibras orientadas a 90°, 16 faixas de 2 camadas com 25 mm de largura e 40 mm de espaçamento)
	VBCV-5	Laminados de CFRP inseridos em entalhes verticais (28 laminados espaçados de 50 mm)
	VBCI-7.5	Laminados de CFRP inseridos em entalhes inclinados a 45° (24 laminados espaçados de 75 mm)

\* 2r - estribos de dois ramos.

A resistência ao corte foi materializada recorrendo a quatro distintos sistemas de reforço: o convencional utilizando estribos verticais de aço e os restantes três utilizando compósitos de CFRP unidireccionais. Para esta última solução foram utilizadas faixas discretas de manta de CFRP, em forma de U, coladas externamente, e laminados de CFRP inseridos em entalhes efectuados no betão de recobrimento das faces laterais da viga (entalhes verticais e entalhes inclinados a 45°). A quantidade de reforço nos vários sistemas utilizados foi determinada de forma a que o modo de ruína dos elementos fosse por corte e para valores de carga semelhantes. Nas Figuras 1 e 2 e na Tabela 1 apresentam-se os dados necessários à caracterização das vigas ensaiadas.

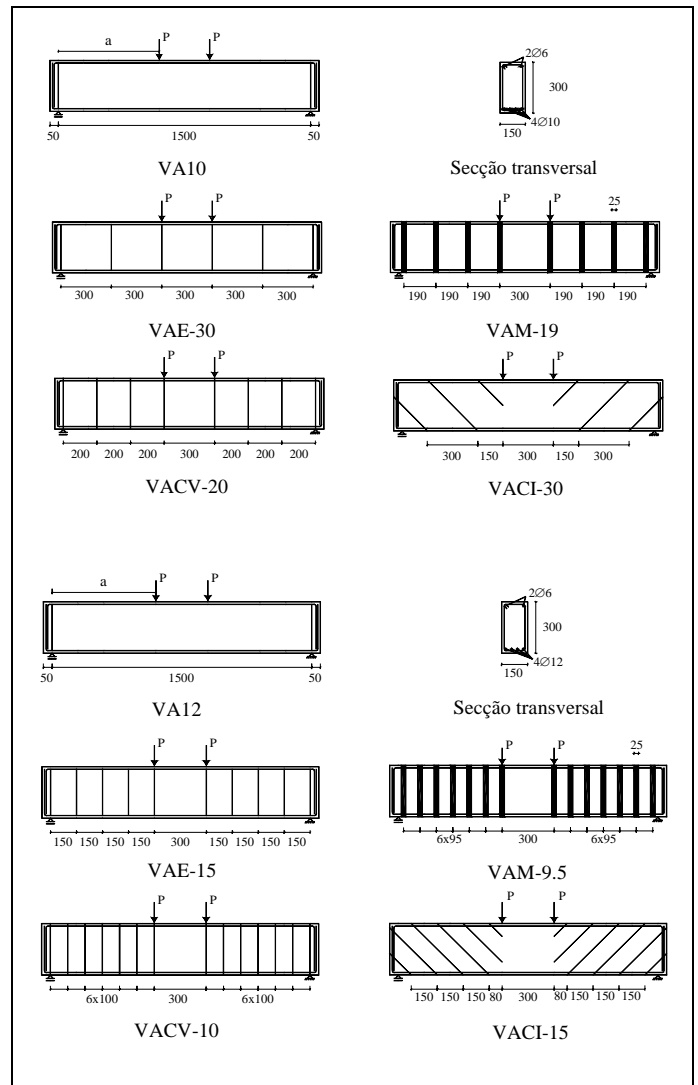


Figura 1 - Características das vigas da série A.

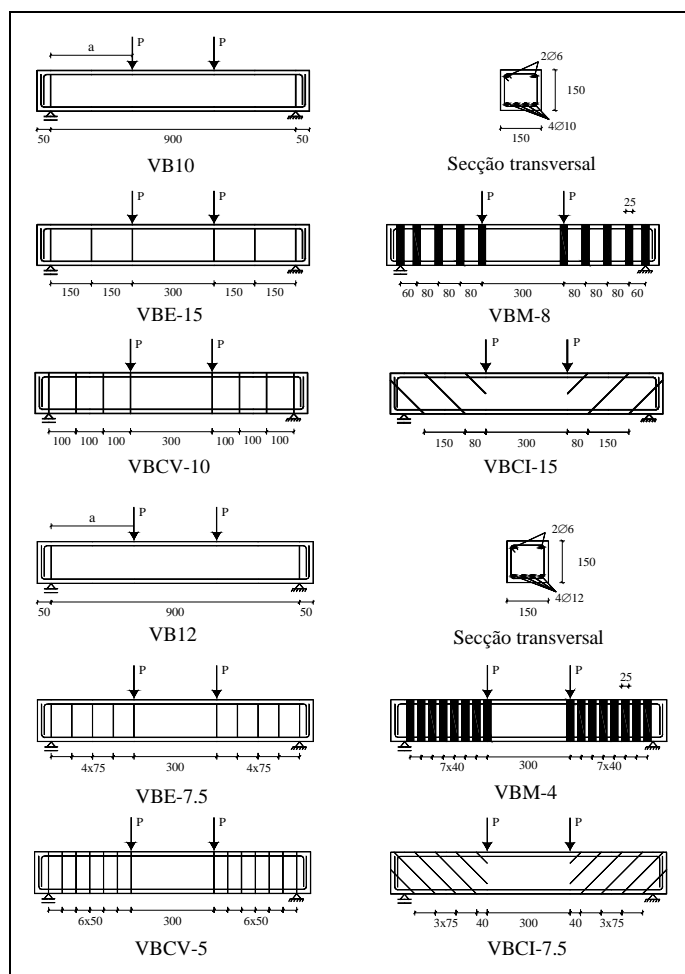


Figura 2 - Características das vigas da série B.

## 2.2 Caracterização dos materiais

A avaliação do valor médio da resistência à compressão ( $f_{cm}$ ) do betão das vigas foi efectuada experimentalmente aos 28 dias e à data da realização dos ensaios das vigas, a qual corresponde a uma idade média de 227 dias para a série A e 105 dias para a série B. Para tal, efectuaram-se ensaios de compressão uniaxial sobre cilindros de 150 mm de diâmetro e 300 mm de altura. Aos 28 dias o valor de  $f_{cm}$  obtido foi de 37.6 MPa e 49.5 MPa para a série A e B, respectivamente. À data da realização dos ensaios das vigas o valor de  $f_{cm}$  obtido foi de 49.2 MPa e 56.2 MPa para a série A e B, respectivamente.

Nas vigas ensaiadas utilizaram-se armaduras de três tipos de varões de aço nervurado (varões com diâmetro de 6, 10 e 12 mm), cujas principais propriedades foram avaliadas experimentalmente por intermédio de ensaios de tracção. Os valores obtidos encontram-se registados na Tabela 2.

Neste trabalho foram utilizados dois sistemas compósitos de CFRP unidireccionais, a manta flexível *curada "in situ"* (390 GPa de módulo de elasticidade, 3000 MPa de resistência à tracção e 8.0‰ de extensão última) e o laminado semi-rígido *pré-fabricado* (150 GPa de módulo de elasticidade, 2200 MPa de resistência à tracção e 14.0‰ de extensão última). As características dos reforços referidas

anteriormente foram obtidas das fichas técnicas disponibilizadas pelo fornecedor (BeTTor [16]). Em relação aos laminados de CFRP foram efectuados ensaios experimentais tendo-se obtido, em termos médios, 166 GPa de módulo de elasticidade, 2286 MPa de resistência à tracção e 13.0‰ de extensão última.

Tabela 2 - Caracterização dos aços.

Vigas	Tensão (MPa)	φ6 (longitudinal)	φ6 (transversal)	φ10	φ12
Série A	$f_{sym}$	622	540	464	574
	$f_{sum}$	702	694	581	672
Série B	$f_{sym}$	618	540	464	571
	$f_{sum}$	691	694	581	673

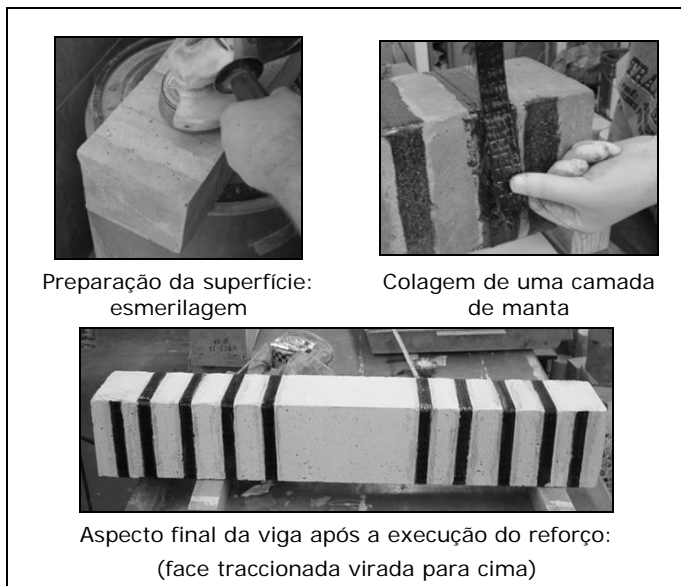
## 2.3 Aplicação dos sistemas de reforço

### 2.3.1 Colagem externa de mantas

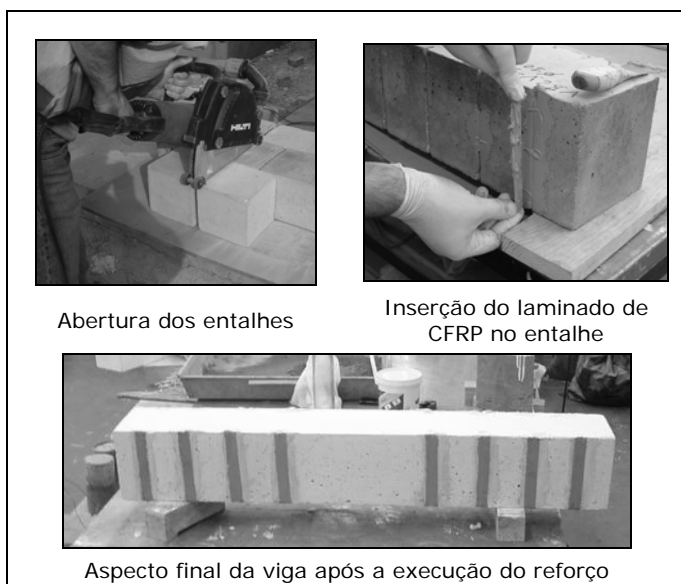
A colagem externa de mantas de CFRP envolveu a preparação da superfície de betão, de forma a garantir que a base tivesse boas condições de aderência, e a colagem propriamente dita do reforço. O tratamento da superfície de betão consistiu na passagem de um esmeril nas zonas de colagem do CFRP com o objectivo de remover a camada superficial. No intuito de evitar concentração de tensões que pudessem provocar uma rotura prematura do reforço, procedeu-se ao arredondamento das arestas nas zonas onde estava prevista a colagem dos reforços. Posteriormente, aplicaram-se jactos de ar a fim de eliminar as impurezas remanescentes. Após verificar que a superfície de betão a reforçar não se apresentava degradada nem delaminada (caso contrário seria necessário aplicar uma argamassa de regularização designada por "putty"), uma camada de primário foi aplicada em toda a extensão da zona de reforço, de forma a garantir a melhor aderência possível da manta à base. Após o corte do reforço com as dimensões desejadas, procedeu-se à colagem do CFRP recorrendo a uma resina epoxi. Durante a aplicação do reforço houve a preocupação em garantir o alinhamento das fibras na direcção desejada, de não existirem bolhas de ar nem excessos de resina. Na Figura 3 ilustram-se algumas das fases do processo de aplicação do reforço ao corte de vigas de betão armado por colagem externa de mantas de CFRP.

### 2.3.2 Inserção de laminados

A aplicação do sistema pré-fabricado envolveu as seguintes tarefas: 1) abertura dos entalhes no betão de recobrimento com cerca de 5 mm de espessura e 15 mm de profundidade; 2) limpeza dos entalhes executados no betão aplicando jactos de ar; 3) corte dos laminados de CFRP com o comprimento desejado; 4) limpeza dos laminados de CFRP utilizando um desengordurante; 5) preenchimento do entalhe com adesivo; 6) aplicação de adesivo no laminado; 7) inserção do laminado no entalhe com o cuidado necessário de forma a evitar a formação de vazios; 8) remoção do adesivo em excesso e execução do acabamento final. A Figura 4 ilustra algumas das fases que se acabam de referir.



**Figura 3 - Reforço ao corte por intermédio da colagem de externa de mantas de CFRP.**



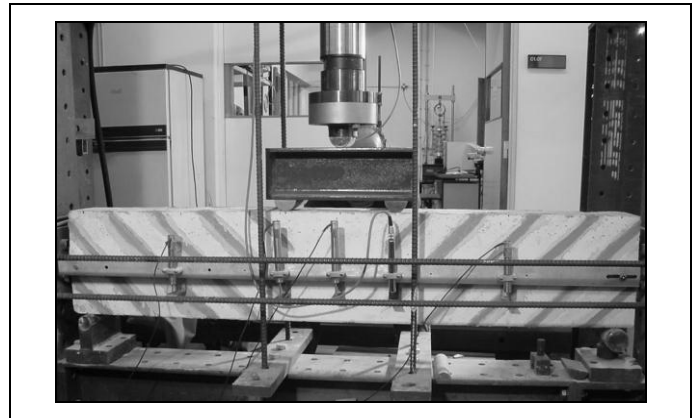
**Figura 4 - Reforço ao corte por intermédio da inserção de laminados de CFRP.**

## 2.4 Sistema de ensaio

As vigas foram submetidas a quatro pontos de carga até à sua rotura. Na Figura 5 apresenta-se o esquema geral do ensaio das vigas. Para instrumentação recorreu-se a uma célula de carga com uma capacidade máxima de carga de 300 kN (0.06% de linearidade) e a cinco LVDT's de 25 mm e 50 mm de campo de medida. Os LVDT's ficaram suportados num sistema que evita o registo de deslocamentos parasitas ("Japanese Yoke"), tal como representado na Figura 5. Cada ensaio foi controlado pelo LVDT colocado a meio vão, tendo-se utilizado uma velocidade de deslocamento de 0.01 mm/s.

## 3 Apresentação e análise de resultados

Nesta secção apresentam-se os resultados obtidos em cada uma das séries de vigas ensaiadas, especialmente os referentes à capacidade de carga máxima, à capacidade deformacional das vigas na rotura, bem como os modos de ruína observados.

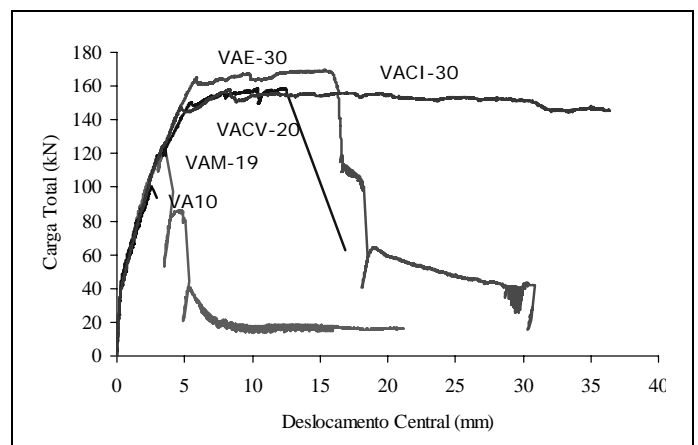


**Figura 5 - Esquema geral do ensaio das vigas.**

### 3.1 Série A

#### 3.1.1 Vigas com 4φ10 longitudinais

Na Figura 6 apresentam-se as curvas correspondentes à relação entre a carga total e o deslocamento central das vigas VA10, VAE-30, VAM-19, VACV-20 e VACI-30. Na Tabela 3 incluem-se, para cada um dos modelos referidos, os valores registados para a carga total máxima. Atribuindo as designações  $F_{max,VA10}$  e  $F_{max,VAE-30}$  à força máxima registada na viga sem qualquer armadura de resistência ao esforço transversal e na viga reforçada somente com estribos, respectivamente, determinaram-se os factores  $F_{max}/F_{max,VA10}$  e  $F_{max}/F_{max,VAE-30}$  indicados na Tabela 3 ( $F_{max}$  é a força máxima registada em qualquer viga). Designando por  $\delta_p,VA10$  e  $\delta_p,VAE-30$  os deslocamentos correspondentes a  $0.95F_{max,VA10}$  e  $0.95F_{max,VAE-30}$  (ver exemplo da obtenção deste deslocamento na Figura 7), determinaram-se os factores  $\delta_p/\delta_p,VA10$  e  $\delta_p/\delta_p,VAE-30$  incluídos na Tabela 3 (em qualquer viga,  $\delta_p$  é o deslocamento correspondente a  $0.95F_{max}$  após  $\delta_{Fmax}$ ).



**Figura 6 - Curvas carga total vs deslocamento central das vigas da série A com 4φ10 longitudinais.**

Da análise da Figura 6 e dos resultados apresentados na Tabela 3 verifica-se que a participação dos compostos de CFRP (mantas e laminados) proporcionou um aumento significativo da capacidade máxima de carga da viga de referência VA10 (sem qualquer reforço ao corte). Tendo por base os resultados obtidos na viga VA10, constata-se que em termos de  $F_{max}$  os estribos permitiram um aumento de 69%, enquanto os CFRP garantiram incrementos de 22% a 58%, sendo o maior valor o registado na viga com laminados verticais (VACV-20) e o menor na viga com faixas de manta (VAM-19). Comparando a força máxima registada nas vigas reforçadas com CFRP com a observada na viga VAE-30 (com estribos) verifica-se que nas vigas VAM-19, VACV-20 e VACI-30 alcançou-se um valor 28%, 6% e 7% inferior, respectivamente.

O melhor desempenho dos laminados aplicados com uma inclinação de 45° foi evidente em termos de capacidade deformacional da viga na sua rotura. Considerando como indicador de capacidade deformacional o deslocamento  $\delta_p$ , constata-se que, quando comparado com o deslocamento de pico verificado na viga VA10 ( $\delta_{p,VA10}$ ), o deslocamento "máximo" registado nas vigas VAE-30, VACV-20, VACI-30 e

VAM-19 foi 480%, 359%, 1006% e 34% superior, respectivamente, pelo que a viga reforçada com laminados inclinados a 45° introduziu um acréscimo de capacidade deformacional 91% superior ao acréscimo proporcionado pela viga estribada.

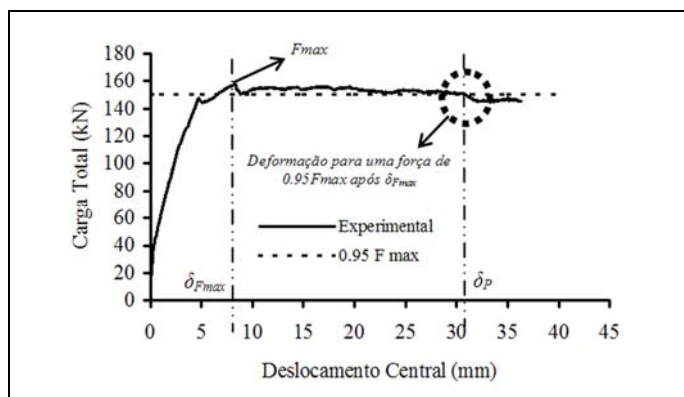


Figura 7 - Deslocamento para uma carga de 0,95F<sub>max</sub> após  $\delta_{F_{max}}$ .

Tabela 3 - Comparação do comportamento último das vigas da série A com 4φ10 longituginais.

Vigas	$F_{max}^*$ (kN)	$F_{max}/F_{max,VA10}$	$F_{max}/F_{max,VAE-30}$	$\delta_p$ (mm)	$\delta_p/\delta_{p,VA10}$	$\delta_p/\delta_{p,VAE-30}$
VA10	100.40	1.00	0.59	2.80	1.00	0.17
VAE-30	169.35	1.69	1.00	16.25	5.80	1.00
VAM-19	122.06	1.22	0.72	3.75	1.34	0.23
VACV-20	158.64	1.58	0.94	12.86	4.59	0.79
VACI-30	157.90	1.57	0,93	30.96	11.06	1.91

\*  $F_{max} = 2P$  (Ver Figura 1).



Figura 8 - Modos de rotura das vigas da série A com 4φ10 longituginais.

Na Figura 8 apresentam-se os modos de ruína verificados nas cinco vigas ensaiadas. A viga VA10 rompeu pela ocorrência de uma fenda de corte num dos vãos de corte, após se ter desenvolvido um pequeno número de fendas de flexão. Na viga com estribos de aço (VAE-30), após o desenvolvimento de fendas de flexão (em maior número que no caso anterior) surgiram fendas de corte em cada um dos vãos de corte. A rotura acabou por ocorrer por abertura excessiva de uma dessas fendas, onde se deu a rotura de um dos estribos aí localizados. O aumento da abertura da fenda de corte foi acompanhado pelo fecho das restantes fendas. A viga reforçada com faixas de manta de CFRP (VAM-19) rompeu violentamente, com destacamento da manta, logo após a formação da fenda de rotura por corte. As vigas reforçadas com laminados inseridos no betão de recobrimento apresentaram modos de rotura menos frágeis que o verificado na viga VAM-19 (manta), principalmente a viga VACI-30, cuja rotura foi por flexão. Na viga VACV-20, após a cedência do aço da armadura longitudinal, a ruína da viga deu-se pela abertura excessiva de uma das fendas de corte (fenda de rotura) provocando o deslizamento dos laminados de CFRP que atravessavam a referida fenda de rotura. Nas vigas reforçadas com laminados inseridos, carga residual de valor próximo da correspondente carga máxima foi mantida até flechas elevadas, principalmente na viga VACI-30, o que não aconteceu na viga reforçada com faixas de manta (Figura 6).

### 3.1.2 Vigas com 4 $\phi$ 12 longituginais

Na Figura 9 apresentam-se as curvas correspondentes à relação entre a carga total e o deslocamento central das vigas VA12, VAE-15, VAM-9.5, VACV-10 e VACI-15. Na Tabela 4 apresentam-se, para cada um destes modelos, indicadores da eficácia das técnicas de reforço adoptadas em termos de aumento da capacidade de carga e de deformação na rotura das vigas. Atribuindo as designações  $F_{max,VA12}$  e  $F_{max,VAE-15}$  à força máxima registada na viga sem qualquer armadura de resistência ao esforço transverso e na viga reforçada somente com estribos, respectivamente, determinaram-se os factores  $F_{max}/F_{max,VA12}$  e  $F_{max}/F_{max,VAE-15}$  indicados na Tabela 4. Designando por  $\delta_{p,VA12}$  e  $\delta_{p,VAE-15}$  os deslocamentos correspondentes a  $0.95F_{max,VA12}$  e  $0.95F_{max,VAE-15}$ , determinaram-se os factores  $\delta_p/\delta_{p,VA12}$  e  $\delta_p/\delta_{p,VAE-15}$  incluídos na Tabela 4.

Da análise da Figura 9 e dos resultados apresentados na Tabela 4 verifica-se que a presença dos compósitos de CFRP (mantas e laminados) aumentou significativamente a

capacidade máxima de carga da viga de referência VA12 (sem qualquer reforço ao corte). Tendo por base os resultados da viga VA12 constata-se que em termos de  $F_{max}$  os estribos permitiram um aumento de 85%, enquanto os CFRP garantiram incrementos de 54% a 125%, sendo o maior valor o registado na viga com laminados inclinados (VACI-15) e o menor na viga com faixas de manta (VAM-9.5). Comparando a força máxima registada nas vigas reforçadas com CFRP com a observada na viga VAE-15 (com estribos) verifica-se que na viga VAM-9.5 alcançou-se um valor 17% inferior, na viga VACV-10 atingiu-se um valor 9% superior e na viga VACI-15 registou-se um valor 22% superior.

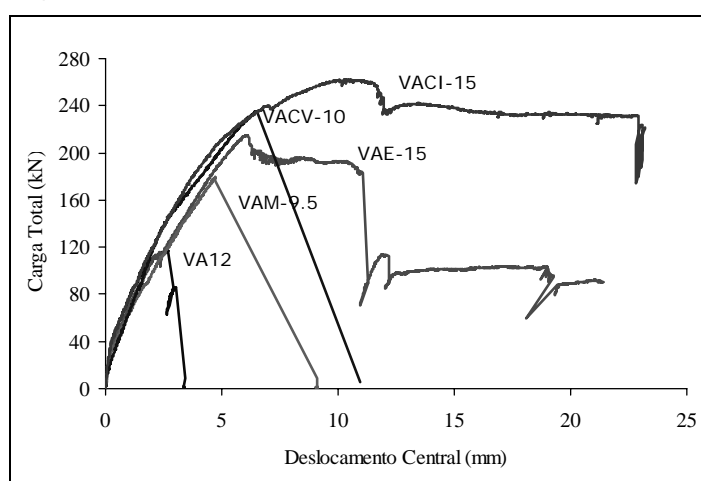


Figura 9 - Curvas carga total vs deslocamento central das vigas da série A com 4 $\phi$ 12 longituginais.

O melhor desempenho dos laminados aplicados a 45° também foi notório em termos de capacidade deformacional da viga na sua rotura. Quando comparado com o deslocamento de pico verificado na viga VA12 ( $\delta_{p,VA12}$ ), o deslocamento "máximo" registado na viga VAE-15 foi 131% superior, enquanto nas vigas reforçadas com laminados inclinados, verticais e com faixas de manta foi 329%, 145% e 79% superior, isto é, a viga reforçada com laminados inclinados a 45° proporcionou um acréscimo de capacidade deformacional 85% superior ao acréscimo proporcionado pela viga estribada.

Tabela 4 - Comparação do comportamento último das vigas da série A com 4 $\phi$ 12 longituginais.

Vigas	$F_{max}^*$ (kN)	$F_{max}/F_{max,VA12}$	$F_{max}/F_{max,VAE-15}$	$\delta_p$ (mm)	$\delta_p/\delta_{p,VA12}$	$\delta_p/\delta_{p,VAE-15}$
VA12	116.50	1.00	0.54	2.74	1.00	0.43
VAE-15	215.04	1.85	1.00	6.34	2.31	1.00
VAM-9.5	179.54	1.54	0.83	4.91	1.79	0.77
VACV-10	235.11	2.02	1.09	6.70	2.45	1.06
VACI-15	262.38	2.25	1.22	11.75	4.29	1.85

\*  $F_{max} = 2P$  (Ver Figura 1).

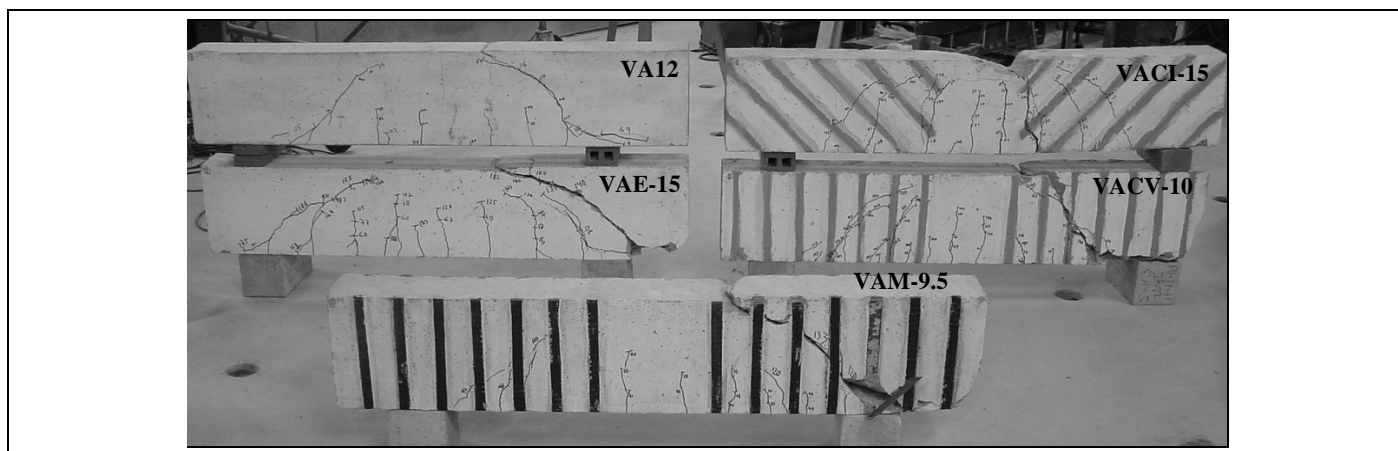


Figura 10 - Modos de rotura das vigas da série A com 4 $\phi$ 12 longitudinais.

Na Figura 10 apresentam-se os modos de ruína verificados nas cinco vigas ensaiadas. As primeiras fendas que surgiram na viga VA12 foram de flexão. O aumento do carregamento provocou o aparecimento de duas fendas de corte (uma em cada vão de corte). A ruína da viga ocorreu pela abertura excessiva de uma dessas fendas. Na viga estribada (VAE-15), após o desenvolvimento de fendas de flexão (em maior número que no caso anterior) surgiram fendas de corte em cada um dos vãos de corte. A rotura acabou por ocorrer por abertura excessiva de uma dessas fendas, onde se deu o rompimento de um dos estribos aí localizados. Em ambas as vigas, o aumento da abertura da fenda de corte foi acompanhado pelo fecho das restantes fendas. A viga reforçada com faixas de manta de CFRP (VAM-9.5) rompeu violentamente, com destacamento da manta, logo após a formação da fenda de rotura por corte. As vigas reforçadas com laminados inseridos no betão de recobrimento apresentaram modos de rotura menos frágeis que o verificado na viga VAM-9.5 (manta), especialmente a viga VACI-15, cuja rotura foi por flexão. A ruína da viga VACV-10 ocorreu pela abertura excessiva de uma das fendas de corte (fenda de rotura) provocando o deslizamento dos laminados de CFRP que atravessavam a referida fenda. Na viga reforçada com laminados inseridos em entalhes inclinados a 45°, carga residual de valor próximo da correspondente carga máxima foi mantida até flechas elevadas (Figura 9).

## 3.2 Série B

### 3.2.1 Vigas com 4 $\phi$ 10 longitudinais

Na Figura 11 apresentam-se as curvas correspondentes à relação entre a carga total e o deslocamento central das vigas VB10, VBE-15, VBM-8, VBCV-10 e VBCI-15. Na Tabela 5 apresentam-se os valores da carga total máxima registados nestas vigas. Atribuindo as designações  $F_{max,VB10}$  e  $F_{max,VBE-15}$  à força máxima registada na viga sem qualquer armadura de resistência ao esforço transversal e na viga reforçada somente com estribos, respectivamente, determinaram-se os factores  $F_{max}/F_{max,VB10}$  e  $F_{max}/F_{max,VBE-15}$

indicados na Tabela 5. Designando por  $\delta_{p,VB10}$  e  $\delta_{p,VBE-15}$  os deslocamentos correspondentes a  $0.95F_{max,VB10}$  e  $0.95F_{max,VBE-15}$ , determinaram-se os factores  $\delta_p/\delta_{p,VB10}$  e  $\delta_p/\delta_{p,VBE-15}$  que estão incluídos na Tabela 5.

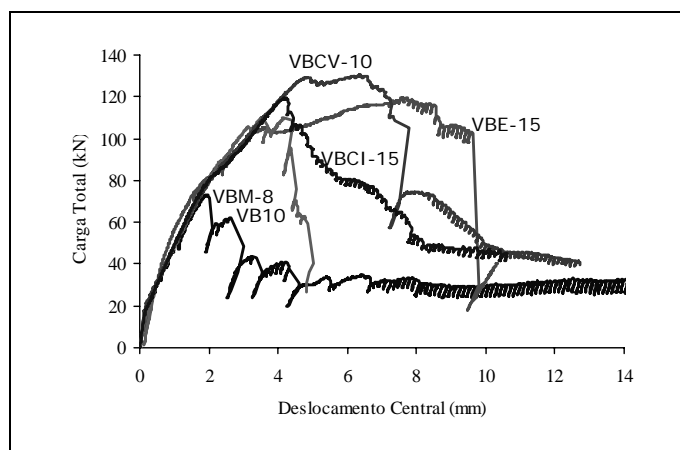


Figura 11 - Curvas carga total vs deslocamento central das vigas da série B com 4 $\phi$ 10 longitudinais.

Da análise da Figura 11 e dos resultados apresentados na Tabela 5 verifica-se que a participação dos CFRP (mantas e laminados) aumentou significativamente a capacidade máxima de carga da viga de referência VB10 (sem qualquer reforço ao corte). Tendo por base os resultados da viga VB10 constata-se que em termos de  $F_{max}$  os estribos permitiram um aumento de 63%, enquanto os CFRP garantiram incrementos de 50% a 77%, sendo o maior valor o registado na viga com laminados verticais (VBCV-10) e o menor na viga com manta (VBM-8). Comparando a força máxima registada nas vigas reforçadas com CFRP com a obtida na viga VBE-15 (com estribos) verifica-se que na viga VBM-8 alcançou-se um valor 8% inferior, na viga VBCV-10 atingiu-se um aumento de 9% e na viga VBCI-15 alcançou-se um valor muito similar.



Tabela 5 - Comparação do comportamento último das vigas da série B com 4 $\phi$ 10 longitudinais.

Vigas	$F_{max}^*$ (kN)	$F_{max}/F_{max, VB10}$	$F_{max}/F_{max, VBE-15}$	$\delta_p$ (mm)	$\delta_p/\delta_{p,VB10}$	$\delta_p/\delta_{p,VBE-15}$
VB10	74.02	1.00	0.61	2.00	1.00	0.23
VBE-15	120.64	1.63	1.00	8.53	4.27	1.00
VBM-8	111.14	1.50	0.92	4.40	2.20	0.52
VBCV-10	131.22	1.77	1.09	6.83	3.42	0.80
VBCI-15	120.44	1.63	1.00	4.27	2.14	0.50

\*  $F_{max} = 2P$  (Ver Figura 2)

Das formas de reforço ao corte com compósitos de CFRP avaliadas, o melhor desempenho em termos de capacidade deformacional da viga na sua rotura foi garantido pelos laminados verticais. Quando comparado com o deslocamento de pico verificado na viga VB10 ( $\delta_{p,VB10}$ ), o deslocamento "máximo" registado na viga VBE-15 foi 327% superior, enquanto nas vigas reforçadas com laminados verticais, inclinados e com faixas de manta foi 242%, 114% e 120% superior, respectivamente, isto é, a viga reforçada com laminados verticais introduziu um acréscimo de capacidade deformacional que é 80% do acréscimo proporcionado pela viga estribada.

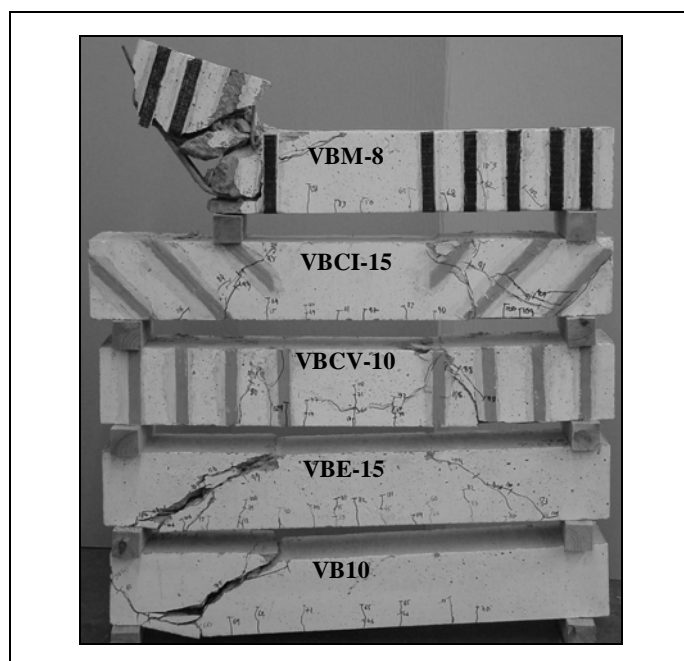


Figura 12 - Modos de rotura das vigas da série B com 4 $\phi$ 10 longitudinais.

Na Figura 12 apresentam-se os modos de ruína verificados nas cinco vigas ensaiadas. A viga VB10 rompeu pela ocorrência de uma fenda de corte num dos vãos de corte, após se ter desenvolvido um pequeno número de fendas de flexão. Na viga estribada (VBE-15), após o desenvolvimento de fendas de flexão (em maior número que no caso anterior) surgiram fendas de corte em cada um dos vãos de corte. A rotura acabou por ocorrer por abertura excessiva de uma dessas fendas, tendo rompido um dos estribos que atravessava essa fenda. O aumento da abertura da fenda de corte foi acompanhado pelo fecho das restantes fendas.

A viga reforçada com faixas de manta de CFRP rompeu violentamente, com destacamento da manta, logo após a formação da fenda de rotura por corte. A energia elástica acumulada nas faixas de manta durante a deformação da viga e libertada quase instantaneamente no momento da formação da fenda de corte impediu que o controlador do equipamento assegurasse a estabilidade do ensaio após a carga máxima. As vigas reforçadas com laminados de CFRP inseridos apresentaram modos de rotura menos frágeis que o verificado na viga VBM-8 (manta), principalmente a reforçada com laminados verticais (VBCV-10). Nas vigas reforçadas com laminados inseridos a capacidade de carga pós-pico foi significativa, o que não aconteceu nas vigas reforçadas com manta ou com estribos. A ruína da viga VBCV-10 ocorreu por flexo-corte conjuntamente com a entrada em cedência da armadura longitudinal. A rotura da viga VBCI-15 ocorreu pela abertura excessiva de uma das fendas de corte.

### 3.2.2 Vigas com 4 $\phi$ 12 longitudinais

Na Figura 13 apresentam-se as curvas correspondentes à relação entre a carga total e o deslocamento central das vigas VB12, VBE-7.5, VBM-4, VBCV-5 e VBCI-7.5. Na Tabela 6 apresentam-se, para cada um dos modelos anteriormente referidos, indicadores da eficácia das técnicas de reforço ao corte adoptadas em termos de aumento da capacidade de carga e de deformabilidade na rotura das vigas. Atribuindo as designações  $F_{max,VB12}$  e  $F_{max,VBE-7.5}$  à força máxima registada na viga sem qualquer armadura de resistência ao esforço transversal e na viga reforçada somente com estribos, respectivamente, determinaram-se os factores  $F_{max}/F_{max,VB12}$  e  $F_{max}/F_{max,VBE-7.5}$  indicados na Tabela 6. Designando por  $\delta_{p,VB12}$  e  $\delta_{p,VBE-7.5}$  os deslocamentos correspondentes a  $0.95F_{max,VB12}$  e  $0.95F_{max,VBE-7.5}$ , determinaram-se os factores  $\delta_p/\delta_{p,VB12}$  e  $\delta_p/\delta_{p,VBE-7.5}$  que estão incluídos na Tabela 6.

Da análise da Figura 13 e dos resultados apresentados na Tabela 6 verifica-se que a presença dos compósitos de CFRP (mantas e laminados) proporcionou um aumento significativo da capacidade máxima de carga da viga de referência VB12 (sem qualquer reforço ao corte). Tendo por base os resultados da viga VB12 constata-se que em termos de  $F_{max}$  os estribos permitiram um aumento de 110%, enquanto os CFRP garantiram incrementos de 84% a 96%, sendo o maior valor o registado na viga com laminados inclinados (VBCI-7.5) e o menor na viga com laminados verticais (VBCV-5). Comparando a força máxima registada nas vigas reforçadas com CFRP com a observada na viga VBE-7.5 (com estribos) verifica-se que na viga

Tabela 6 - Comparação do comportamento último das vigas da série B com 4φ12 longitudinais.

Vigas	$F_{max}^*$ (kN)	$F_{max}/F_{max, VB12}$	$F_{max}/F_{max, VBE 7.5}$	$\delta_p$ (mm)	$\delta_p/\delta_{p,VB12}$	$\delta_p/\delta_{p,VBE-7.5}$
VB12	75.7	1.00	0.48	2.03	1.00	0.40
VBE-7.5	159.1	2.10	1.00	5.09	2.51	1.00
VBM-4	143.0	1.89	0.90	3.52	1.73	0.69
VBCV-5	139.2	1.84	0.87	4.44	2.19	0.87
VBCI-7.5	148.5	1.96	0.93	4.92	2.42	0.97

\*  $F_{max} = 2P$  (Ver Figura 2).

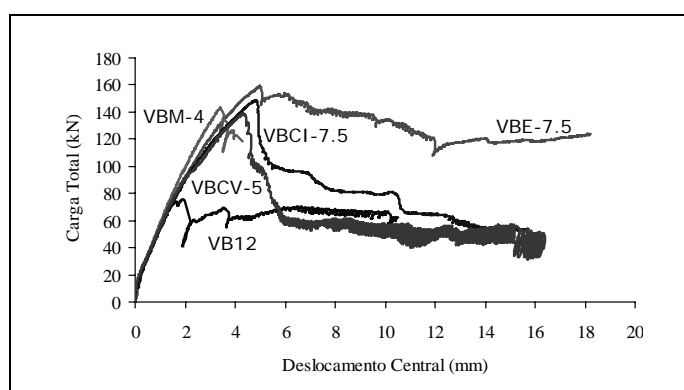


Figura 13 - Curvas carga total vs deslocamento central das vigas da série B com 4φ12 longitudinais.

VBE-7.5 (com estribos) verifica-se que na viga VBM-4 alcançou-se um valor 10% inferior, na viga VBCV-5 atingiu-se um valor 13% inferior e na viga VBCI-7.5 alcançou-se um valor 7% inferior.

Das formas de reforço ao corte com CFRP avaliadas, o melhor desempenho em termos de capacidade deformacional da viga na sua rotura foi garantido pelos laminados inclinados a 45°. Quando comparado com o deslocamento de pico verificado na viga VB12 ( $\delta_{p,VB12}$ ), o deslocamento "máximo" registado na viga VBE-7.5 foi 151% superior, enquanto nas vigas reforçadas com laminados inclinados, verticais e com faixas de manta foi, respectivamente, 142%, 119% e 73% superior, isto é, a viga reforçada com laminados inclinados a 45° introduziu um acréscimo de capacidade deformacional que é 97% do acréscimo proporcionado pela viga estribada.

Na Figura 14 apresentam-se os modos de ruína verificados nas cinco vigas ensaiadas. As primeiras fendas que surgiram na viga VB12 foram de flexão. Com o aumento do carregamento surgiram duas fendas de corte (uma em cada vão de corte). A ruína da viga ocorreu pela abertura excessiva de uma dessas fendas. Na viga estribada (VBE-7.5), após o desenvolvimento de fendas de flexão (em maior número que no caso anterior) surgiram fendas de corte em cada um dos vãos de corte. A rotura acabou por ocorrer por abertura excessiva de uma dessas fendas, tendo rompido um dos estribos que atravessam essa fenda. Em ambas as vigas, o aumento da abertura da fenda de corte foi acompanhado pelo fecho das restantes fendas. A viga reforçada com faixas de manta de CFRP (VBM-4) rompeu violentamente, com destacamento da manta, logo após a formação da fenda de rotura por corte. As vigas

reforçadas com laminados inseridos no betão de recobrimento apresentaram modos de rotura menos frágeis que o verificado na viga VBM-4 (manta). A ruína da viga VBCV-5 ocorreu pela abertura excessiva de uma das fendas de corte provocando o deslizamento de laminados de CFRP que atravessavam a fenda de rotura. A ruína da viga VBCI-7.5 ocorreu pela abertura excessiva de uma das fendas de corte.

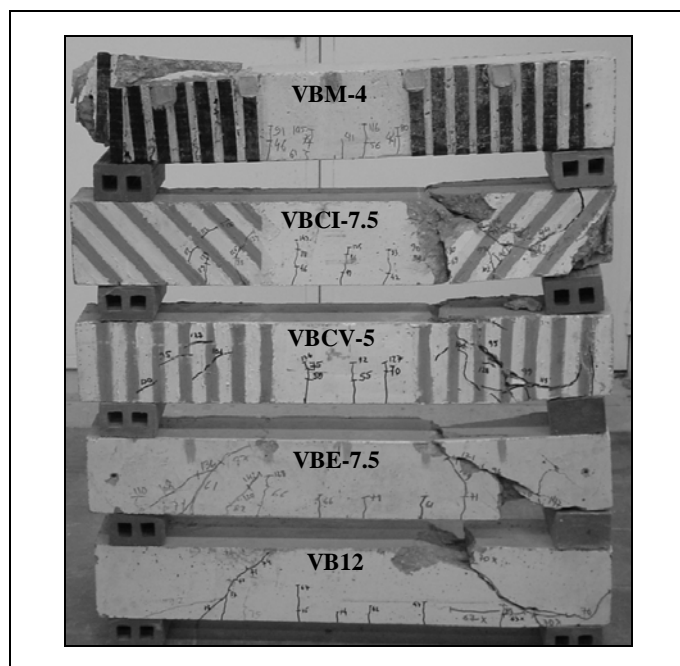


Figura 14 - Modos de rotura das vigas da série B com 4φ12 longitudinais.

#### 4 Análise do rendimento do reforço vs material gasto

Nesta secção pretende-se efectuar uma análise do grau de eficácia obtido com o reforço ao corte de vigas de betão armado utilizando-se laminados de CFRP inseridos em entalhes efectuados no betão de recobrimento das faces laterais das vigas. Nesta análise é considerada a quantidade de laminados de CFRP, em metros lineares, aplicados em cada viga.

Na Tabela 7 apresentam-se, para cada uma das vigas reforçadas segundo a técnica anteriormente referida, o ganho de resistência,  $\Delta F$  (rendimento), conferido pelos laminados CFRP, o respectivo comprimento de reforço

utilizado ( $I_{cfRP}$ ) e a relação entre o rendimento do reforço e o comprimento de CFRP utilizado ( $\Delta F/I_{cfRP}$ ).

A análise da Tabela 7 permite concluir que:

- a relação ganho de resistência/comprimento do CFRP ( $\Delta F/I_{cfRP}$ ) é superior para o caso dos laminados inseridos em entalhes inclinados a 45°, tornando esta solução mais económica do que a que recorre à inserção de laminados em entalhes verticais;

- para cada série de vigas ensaiadas (A e B) a solução com laminados inseridos em entalhes inclinados a 45° torna-se mais económica à medida que aumenta a capacidade portante das vigas (passagem de 4φ10 para 4φ12 longitudinais);

- a técnica de reforço ao corte em análise proporcionou valores da relação ganho de resistência/comprimento de CFRP mais elevados para as vigas da série B, o que leva a concluir que se trata de uma técnica de reforço ao corte que também é eficaz para elementos de pequena altura.

**Tabela 7 - Rendimento do CFRP vs material gasto.**

Séries	Vigas	$F_{max}$ (kN)	$\Delta F$ (kN)	$I_{cfRP}$ (m)	$\Delta F/I_{cfRP}^{**}$ (kN/m)
A ( $h = 0.30m$ )	VA10 *	100.4	-	-	-
	VACV-20	158.64	58.24	4.8	12.13
	VACI-30	157.9	57.5	3.68	15.63
	VA12 *	116.5	-	-	-
	VACV-10	235.11	118.61	8.4	14.12
	VACI-15	262.38	145.88	7.35	19.85
B ( $h = 0.15m$ )	VB10 *	74.02	-	-	-
	VBCV-10	131.22	57.2	2.4	23.83
	VBCI-15	120.44	46.42	1.97	23.56
	VB12 *	75.7	-	-	-
	VBCV-5	139.2	63.5	4.2	15.12
	VBCI-7.5	148.5	72.8	3.91	18.62

\* Vigas de referência (sem reforço ao corte);

\*\* Grau de eficácia do reforço.

## 5 Conclusões

Dos resultados obtidos no programa de ensaios efectuado com modelos de vigas podem ser avançadas as conclusões seguintes:

- a utilização de compósitos de CFRP como elementos resistentes ao esforço transversal, colados externamente (mantas) ou inseridos no betão de recobrimento (laminados), permite aumentar significativamente a capacidade máxima de carga de vigas de betão armado com rotura por corte;

- de entre as técnicas de reforço ao corte com CFRP, a que permitiu maior incremento da carga máxima foi a baseada na inserção de laminados em entalhes efectuados no betão de recobrimento das faces laterais das vigas. Tendo por base o comportamento registado

nos modelos não reforçados, verificou-se que a capacidade de carga máxima dos modelos reforçados com faixas de manta e com laminados inseridos aumentou, em média, 54% e 83%, respectivamente;

- de entre as técnicas de reforço ao corte CFRP, a que permitiu maior incremento de capacidade deformacional das vigas foi a baseada na inserção de laminados em entalhes efectuados no betão de recobrimento das faces laterais das vigas. Tendo por base o comportamento registado nos modelos não reforçados, verificou-se que a capacidade deformacional dos modelos reforçados com faixas de manta e com laminados inseridos aumentou, em média, 77% e 307%, respectivamente;

- as vigas reforçadas com faixas de laminado apresentaram valores de carga máxima e de capacidade deformacional semelhantes aos registados nas vigas estribadas. Tendo por base os resultados obtidos nos modelos não reforçados, verificou-se que os modelos reforçados com estribos de aço e com laminados de CFRP apresentaram um aumento médio da carga máxima de 82% e 83%, respectivamente. Tendo por base os resultados obtidos nos modelos não reforçados, verificou-se que os modelos reforçados com estribos de aço e com laminados de CFRP apresentaram uma capacidade deformacional, respectivamente, 272% e 307% superior;

- após a carga de pico, as vigas reforçadas com laminados inseridos apresentaram uma capacidade de carga residual superior ao registado nas restantes vigas;

- aumentando a altura da viga, os laminados de CFRP inseridos em entalhes inclinados a 45° tornam-se mais eficazes que os laminados inseridos em entalhes verticais;

- os modos de rotura das vigas reforçadas ao corte com laminados de CFRP inseridos no betão de recobrimento são menos frágeis que os verificados nas vigas reforçadas com mantas de CFRP coladas externamente;

- quando comparada com a técnica que recorre à colagem externa de mantas de CFRP, a que se baseia na inserção de laminados de CFRP no betão de recobrimento é mais fácil e rápida de executar, pelo que mais económica. Além disto, este sistema de reforço fica mais protegido da acção do fogo e de actos de vandalismo;

- da análise do parâmetro  $\Delta F/I_{cfRP}$ , ou seja a relação entre o acréscimo da capacidade máxima de carga proporcionado pelo reforço ao corte com laminados inseridos ( $\Delta F$ ) e o comprimento do CFRP utilizado no reforço ( $I_{cfRP}$ ), ao qual foi atribuído a designação de grau de eficácia do reforço, conclui-se que este é superior para o caso dos laminados inseridos em entalhes inclinados a 45°, aumentando à medida que a capacidade resistente das vigas aumenta. Esta análise também leva a concluir que a técnica de reforço ao corte apresentada neste trabalho também é eficaz para elementos de viga de pequena altura.

## 6 Agradecimentos

Os autores deste trabalho manifestam os seus agradecimentos à colaboração prestada pela empresa UNIBETÃO (Central de Braga) na betonagem dos modelos e pelas empresas BeTTor MBT Portugal e S&P Reinforcement pela prestabilidade e fornecimento dos sistemas compósitos de CFRP utilizados. Ao CEMACON (INEGI) agradece-se a colaboração prestada nos ensaios de tracção uniaxial com

provetes de laminado de CFRP. Um agradecimento especial ao Miguel Freitas, finalista da licenciatura em Engenharia Civil da Universidade do Minho, pela colaboração na campanha de ensaios levada a cabo para a realização deste trabalho.

[16] Bettor MBT Portugal, 1999, "Sistema Compósito MBrace" - Fichas técnicas, Lisboa.

## 7 Referências bibliográficas

- [1] Dias, S.J.E. e Barros, J.A.O., 2004, "Materiais Compósitos no Reforço ao Corte de Vigas de Betão Armado", Relatório Técnico 04-DEC/E-03, Departamento de Engenharia Civil, Universidade do Minho, Fevereiro, 74 pp.
- [2] Taerwe, L., Khall, H. e Matthys, S., 1997, "Behaviour of RC beams strengthened in shear by external CFRP sheets", Proceedings of the Third International Symposium Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-3), JCI, Japão, pp. 483-490.
- [3] Chaallal, O., Nollet, M.J. e Perraton D., 1998, "Shear strengthening of RC beams by externally bonded side CFRP Strips", Journal of Composites for Construction, vol. 2, nº2, May, pp. 111-113.
- [4] Triantafillou T., 1998, "Shear strengthening of reinforced concrete beams using epoxy-bonded FRP composites", ACI Structural Journal, March-April, pp. 107-115.
- [5] Khalifa, A., Gold, W.J., Nanni A. e Aziz, M.I.A., 1998, "Contribution of externally bonded FRP to shear capacity of RC flexural members", Journal of Composites for Construction, vol. 2, nº4, Novembro, pp. 195-202.
- [6] Triantafillou T. e Antonopoulos C.P., 2000, "Design of concrete flexural members strengthened in shear with FRP", Journal of Composites for Construction, November, pp. 198-205.
- [7] Etman, E., Zaher, F. e Beeby, A.W., 2001, "Experimental study of shear-strengthened beams", 7<sup>th</sup> International Conference on Inspection, Appraisal, Repairs & Maintenance of Buildings & Structures, September, Nottingham, United Kingdom, pp. 313-320.
- [8] Basler, M., White, D. e Desroches, M., 2003, "Shear strengthening with bonded CFRP L-shaped plates", Field Applications of FRP Reinforcement: Case Studies, ACI International SP-215, Editors: Sami Rizkalla and Antonio Nanni, pp. 373-384.
- [9] De Lorenzis, L. e Nanni, A., 2001, "Shear strengthening of reinforced concrete beams with-near surface mounted fiber-reinforced polymer rods", ACI Structural Journal, Vol. 98, nº1, January-February, pp. 60-68.
- [10] Barros, J.A.O. e Dias, S.J.E., 2003, "Shear strengthening of reinforced concrete beams with laminate strips of CFRP", Proceedings of the International Conference Composites in Constructions - CCC2003, Cosenza, Itália, 16-19 September, pp. 289-294.
- [11] Ferreira, D.R.S.M., 2000, "Pilares de betão armado reforçados com laminados de fibras de carbono", Tese de Mestrado, Escola de Engenharia da Universidade do Minho.
- [12] Fortes, A.S., Barros, J.A.O. e Padaratz, I.J., 2002, "Vigas de betão armado reforçadas com laminados de CFRP inseridos no betão de recobrimento", Relatório 02-DEC/E-13, Departamento de Engenharia Civil, Universidade do Minho, Junho, 32 pp.
- [13] Barros, J.A.O., Sena-Cruz, J.M., Dias, S.J.E., Ferreira, D.R.S.M. e Fortes, A.S., 2003, "Investigação no âmbito da utilização de materiais compósitos no reforço de estruturas de betão", V<sup>o</sup> Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, São Paulo, Brasil.
- [14] Sena-Cruz, J. e Barros, J., 2002, "Caracterização experimental da ligação de laminados de CFRP inseridos no betão de recobrimento", Relatório Técnico 02-DEC/E-15, Departamento de Engenharia Civil, Universidade do Minho, Setembro, 54 pp.
- [15] Dias, S.J.E. e Barros, J.A.O., 2004, "CFRP no reforço ao corte de vigas de betão armado: investigação experimental e modelos analíticos", Relatório Técnico 04-DEC/E-08, Departamento de Engenharia Civil, Universidade do Minho, Maio, 109 pp.