



## MÓDULO DE ELASTICIDADE TANGENTE INICIAL DE ARGAMASSAS CONFINADAS TRIAXIALMENTE- ANÁLISE E PREVISÃO

Gihad Mohamad  
[gihad@civil.uminho.pt](mailto:gihad@civil.uminho.pt)

Paulo B. Lourenço  
[pbl@civil.uminho.pt](mailto:pbl@civil.uminho.pt)

Humberto R. Roman  
[Humberto.roman@gmail.com](mailto:Humberto.roman@gmail.com)

### Resumo

Os principais parâmetros para análise dos mecanismos de ruptura nas alvenarias consideram o bloco sob tensão biaxial e argamassa sob tensão triaxial. Este estudo tem por objetivo discutir os resultados experimentais, para a determinação do módulo de elasticidade confinado, de Khoo (1972), Atkinson e Noland (1983) e Mohamad (1998) e comparar com os ensaios de prismas de Mohamad (1998). Como conclusão, nota-se que a relação entre a tensão confinante e a resistência à compressão da argamassa se mostrou ser fortemente linear. O módulo de elasticidade da argamassa diminuiu com o aumento da tensão lateral, para o traço de argamassa 1:1:6 nos estudos formulados por Khoo (1972) e Mohamad (1998), contrastando com os testes realizados por Atkinson e Noland (1983) que obteve um aumento no módulo de elasticidade em função da tensão confinante. O Poisson diminuiu com o aumento das tensões laterais. Esta diminuição aparenta ser exponencial para argamassa 1:1:6 e linear para o traço 1:0.25:3. O modelo para previsão da relação entre o módulo de elasticidade confinado não representou os ensaios experimentais em prismas na sua totalidade, isto talvez se deva ao caráter granular e a porosidade do material.

**Palavras Chave:** Argamassas, Alvenaria, Triaxial, Módulo de elasticidade confinado.

## 1. INTRODUÇÃO

As alvenarias quando submetidas a um carregamento vertical fazem surgir, na argamassa de assentamento, tensões horizontais devido à aderência existente entre a unidade e a argamassa por consequência das deformações laterais impedidas, como mostra a Figura 1.1. O módulo de elasticidade dos materiais que compõem à alvenaria sempre foi tratado como constante e, muitas vezes, era obtida a partir de ensaios uniaxiais. Por isso, estudar o comportamento da argamassa é de fundamental importância para se compreender os critérios de ruptura nas paredes (por indução de tração no bloco ou por esmagamento da junta horizontal). Atualmente, os principais critérios de ruptura baseiam-se na diferença entre os módulos de elasticidade entre o bloco e argamassa (Hamid e Drysdale (1979), Shrive (1985), Cheema e Klingner (1986) e Afshari e Kaldjian (1989)). Este trabalho pretende discutir e mostrar alguns resultados experimentais de estudos mecânicos em argamassas confinadas triaxialmente com vistas a uma descrição futura de um modelo comportamental para a alvenaria. As principais propriedades discutidas neste trabalho são: módulo de elasticidade e Poisson.

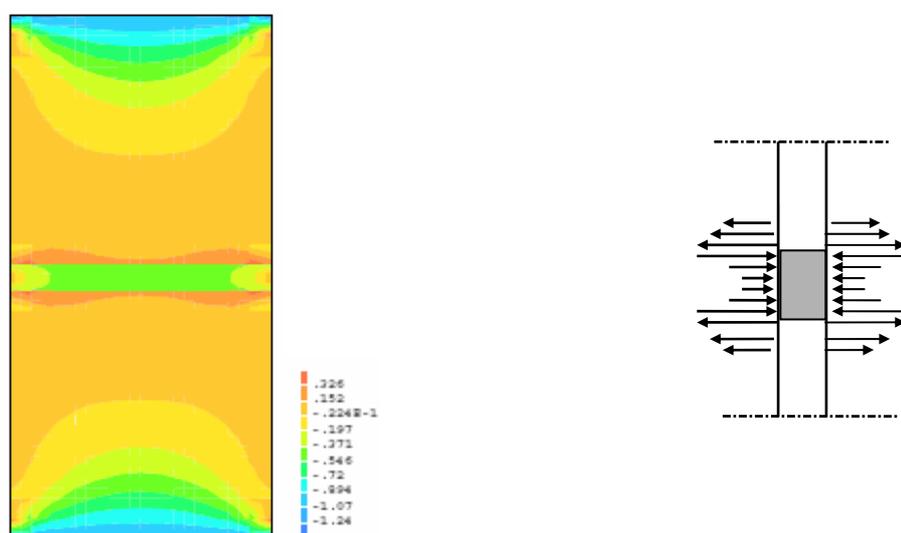


Figura 1.1- Distribuição das tensões horizontais  $S_x$  no conjunto bloco/argamassa.

## 2. ESTUDOS DESENVOLVIDOS POR KHOO (1972)

Um dos primeiros pesquisadores a verificarem o comportamento triaxial da argamassa confinada foi Khoo (1972), o autor estudou dois traços de argamassa 1:1/4:3 e 1:1:6 com fatores água/cimento de 0.64 e 1.29 respectivamente. Utilizaram cimentos de alta resistência e areia fina. Os testes realizados por Khoo (1972) indicaram que existe uma grande dificuldade em se manter as pressões laterais constantes, devidos as mudanças no volume das amostras. Os testes preliminares realizados por Khoo (1972) indicaram uma não correspondência nos resultados de argamassas em função da forma do corpo-de-prova (cúbicos e cilíndricos). Khoo (1972) aplicou nos testes triaxiais diferentes tensões confinantes como mostra a Tabela 2.1.

Tabela 2.1- Resultados das resistências à compressão das argamassas confinadas.

Argamassa- Traço	Tensão Confinante (MPa)	Resistência à compressão triaxial da argamassa (MPa)
1:1/4:3	0	19.8
	1.94	27.85
	4.07	37.6
	6.18	42.85
	8.31	50.07
	10.41	55.55
1:1:6	0	4.54
	1.94	11.36
	4.07	17.43
	6.18	20.56
	8.31	26.49
	10.41	28.56

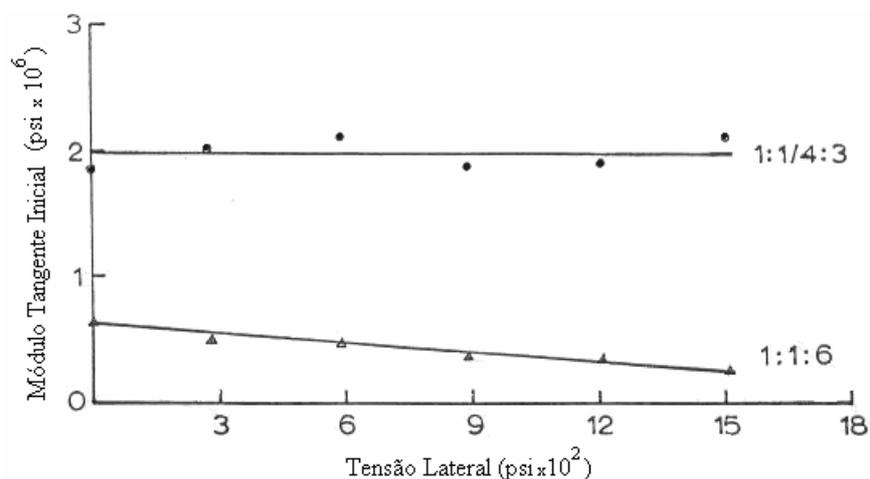
A resistência à compressão da argamassa aumenta linearmente com o aumento da tensão-confinante. A equação que representa o aumento da resistência é mostrada na Tabela 2.2. Nota-se um bom acordo entre a reta e os resultados experimentais obtidos por Khoo (1972).

Tabela 2.2- Envoltória de ruptura da argamassa confinada.

Argamassa-Tipo de Traço	Equação
1:1/4:3	$f_a^* = f_a + 3.4 \times f_{tl}$
1:1:6	$f_a^* = f_a + 2.3 \times f_{tl}$

Onde,  $f_a^*$  é a resistência à compressão da argamassa confinada;  $f_a$  é a resistência à compressão uniaxial da argamassa;  $f_{tl}$  é a tensão de confinamento.

Os resultados de módulo de elasticidade mostraram a tendência de diminuir de valor com o aumento da tensão lateral. Esta diminuição é mais sensível para o traço de argamassa 1:1:6. O coeficiente de Poisson, também, diminuiu com o aumento das tensões confinantes. Como pode ser visualizado na Figura 2.1.



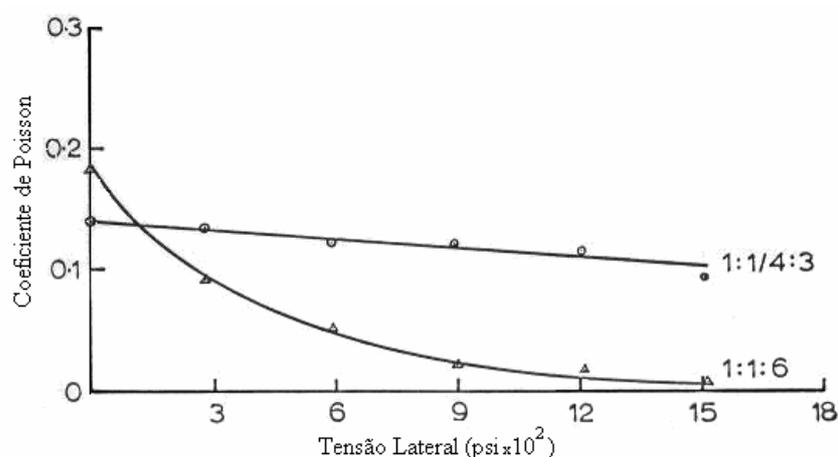


Figura 2.1- Módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson confinado (Khoo (1972)).

Os valores dos resultados do módulo de elasticidade da Figura 2.1 são fornecidos em psi, ou seja, igual a  $\text{lb}/\text{in}^2$ . Para transformar em MPa, multiplica-se por 0.0068948.

### 3. ESTUDOS DESENVOLVIDOS POR ATKINSON E NOLAND (1985)

Atkinson e Noland (1985) realizaram testes de compressão triaxial para quatro tipos de argamassas, com seis níveis de tensão confinante. Na Tabela 3.1 se pode observar os resultados de resistência à compressão confinada para o traço 1:1/4:3 e 1:2:9.

Tabela 3.1- Resistência última das argamassas confinadas de traços 1:1/4:3 e 1:2:9.

Argamassa 1:1/4:3		Argamassa 1:2:9	
Tensões de confinamento Aplicada	Resistência Última (MPa)	Tensões de confinamento Aplicada	Resistência Última (MPa)
0.21	31.05	0.21	6.9
0.69	32.43	0.69	8.2
1.72	39.33	1.72	11.73
3.44	44.16	3.44	15.18
6.88	69.00	6.88	22.10
10.31	-	10.31	-

De acordo com os resultados de Atkinson e Noland (1985), existe uma relação linear entre a resistência da argamassa confinada e as tensões de confinamento. As relações, para os diferentes traços de argamassas, são mostradas na Tabela 3.2.

Tabela 3.2- Equação das envoltórias de ruptura da argamassa confinada.

Argamassa- Tipo de Traço	Equação
1:1/4:3	$f_a^* = f_a + 5 \cdot f_{tl}$
1:1/2:4 1/2	$f_a^* = f_a + 3 \cdot f_{tl}$
1:1:6	$f_a^* = f_a + 2 \cdot f_{tl}$
1:2:9	$f_a^* = f_a + 2 \cdot f_{tl}$

Onde,  $f_a^*$  é a resistência à compressão da argamassa confinada;  $f_a$  é a resistência à compressão uniaxial da argamassa;  $f_{tl}$  é a tensão de confinamento.

Atkinson e Noland (1985) usaram prismas de alvenaria para verificar o comportamento das argamassas nas juntas. Os autores observaram que as fissuras visíveis iniciavam em pontos aleatórios ao longo da altura da face menor dos prismas, a aproximadamente 90% da carga última. O modo de ruptura dos prismas construídos, segundo o autor, variou dependendo do tipo de tijolo e das argamassas utilizadas. Os prismas utilizando argamassas fortes (traço 1:1/4:3 e 1:1/2:4.5), fissuraram repentinamente e rompem explosivamente, vizinha à carga última. Para prismas construídos usando argamassa de traço 1:1:6 e 1:2:9, a velocidade de propagação das fissuras foram menores, e a ruptura foi mais dúctil do que a observada para prismas com argamassas fortes.

Atkinson e Noland (1985) analisaram a curva tensão-deformação das argamassas triaxialmente para cada pressão de confinamento e chegaram a conclusão que a mesma mostra claramente a transição do comportamento frágil para baixos níveis de tensão para um comportamento dúctil para altas pressões. As argamassas confinadas apresentaram um comportamento não-linear, para níveis de carregamento aproximadamente superior a 50% da carga última. Também foi observado que o valor do coeficiente de Poisson foi maior para argamassas fortes quando aplicados níveis baixos de tensão lateral. Os resultados são apresentados na Figura 3.1.

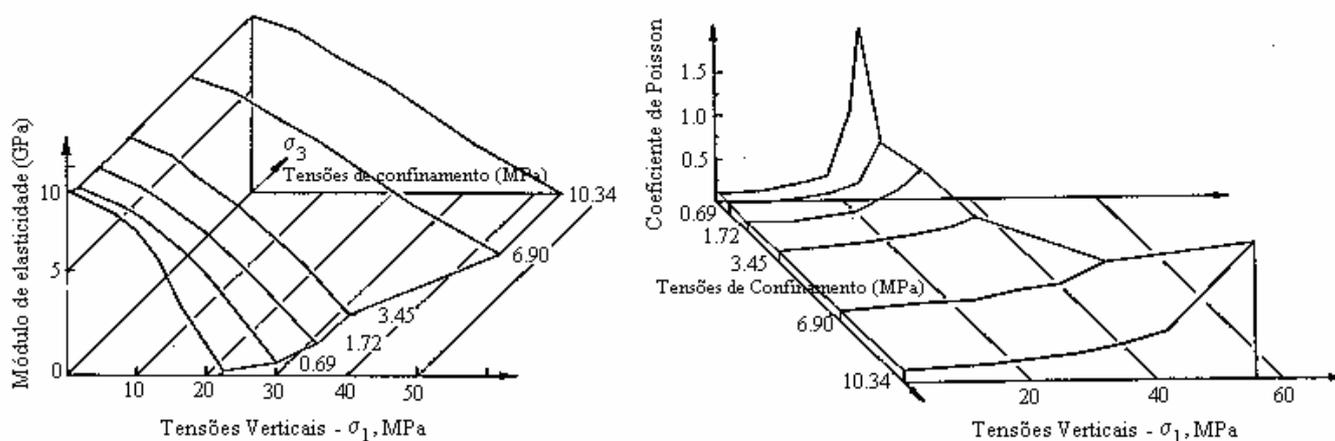


Figura 3.1- Variação do módulo de elasticidade e Poisson confinado das argamassas (Atkinson e Noland (1985)).

#### **4. ESTUDOS DESENVOLVIDOS POR MOHAMAD (1998)**

O trabalho pretendeu caracterizar as argamassas confinadas obtendo-se as principais propriedades mecânicas. A Tabela 4.1 mostra os resultados dos diferentes traços de argamassas à compressão para os cinco níveis de tensão confinante.

Tabela 4.1- Resistência à compressão das argamassas confinadas para diferentes tensões confinantes.

Resistência à compressão última das argamassas confinadas (MPa)				
Tensões laterais (MPa)	Traço 1 : ¼ : 3	Traço 1: 0.5: 4.5	Traço 1: 1: 6	Traço 1 : 1: 6
0	34.6	24.1	11.4	5.1
0.5	36.7	19.4	13.7	6.6
1	39.7	25.7	14.3	7.6
2.5	44.6	31.0	17.8	-
4	-	-	22.4	-

Os resultados de resistência à compressão confinada mostram ser fortemente linear com coeficiente de correlação próximos de 1, como mostra a Tabela 4.2. Nota-se que, para o traço 1:0.5:4.5, o coeficiente de correlação obtido fora baixo, comparado aos demais, em função dos resultados de resistência à compressão, para o nível de tensão de confinamento igual a 0.5 MPa, ter valor diferente do esperado. Fora optado por considerar todos os resultados sem excluir os possíveis problemas existentes.

Tabela 4.2 - Coeficiente angular e linear da reta de aumento da resistência à compressão com o acréscimo da tensão lateral, juntamente com seus respectivos coeficientes de correlação.

Traço de Argamassa	Resistência à compressão (MPa)		
	a	b	Coef. de correlação
1:1/4:3	34.9	4.0	0.98
1:1/2:4.5	21.4	3.6	0.67
1:1:6	11.8	2.6	0.99
1:1:6	5.2	2.5	0.99

Onde, a é o coeficiente linear e b é o coeficiente angular. A equação tem a seguinte forma:  $f_a^* = a + b \cdot f_{il}$ .

Os dados mostram que a medida que se aumentou a tensão lateral, houve um aumento na resistência da argamassa. A envoltória de ruptura da argamassa comprimida triaxialmente se aproximou da envoltória de ruptura de Mohr-Coulomb e apresentou um comportamento linear.

Os traços de argamassas (1:1:6) apresentaram coeficientes angulares próximos em todos os estudos analisados. Isto pode indicar que as argamassas com resistências menores que 10 MPa apresentam comportamentos similares de aumento de resistência confinada.

Na Tabela 4.3 são apresentados os resultados para os testes de determinação do módulo de elasticidade das argamassas para os diferentes níveis de tensões laterais.

Tabela 4.3 - Módulo de elasticidade tangente inicial determinado a um nível de tensão da ordem de 30% da resistência última do corpo-de-prova.

Módulo de elasticidade $E_0$ , das argamassas confinadas				
Tensões laterais (MPa)	Traço 1:1/4:3	Traço 1:0,5:4.5	Traço 1:1:6	Traço 1:1:6
0	15319	12190	7802	5918
0.5	21405	22727	7207	4909
1	22737	20091	7989	3176
2.5	27539	21600	7934	-
4	-	-	3809	-

A Figura 4.1 apresenta a variação do módulo de elasticidade com a tensão de confinamento. De acordo com os resultados, foi verificado um aumento do módulo de elasticidade em função da tensão confinante para o traço de argamassa 1:1/4:3 e 1:0.5:4.5 e uma diminuição no módulo de elasticidade para os traços 1:1:6.

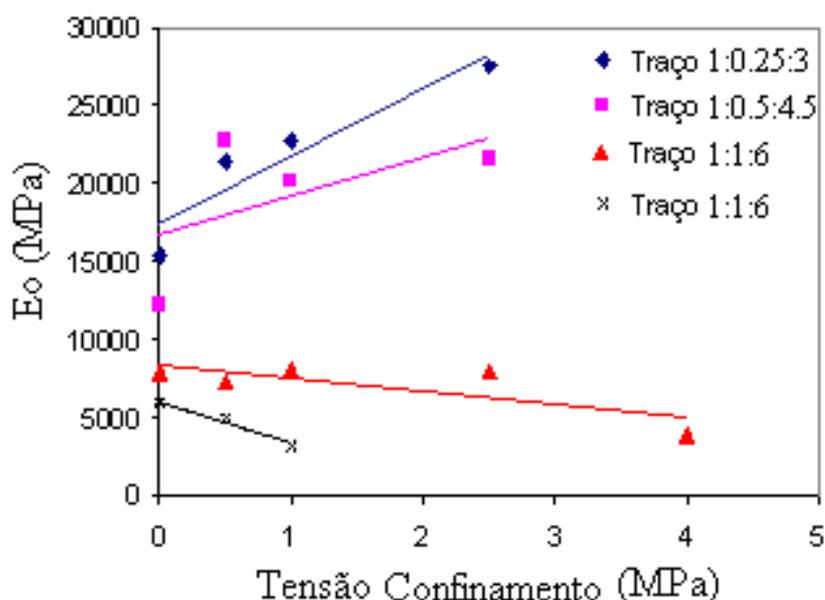


Figura 4.1 - Relação entre o módulo de elasticidade e as tensões confinantes (MPa).

A Tabela 4.4 mostra os resultados experimentais do coeficiente de Poisson em relação as tensões laterais, para diferentes traços de argamassas. O coeficiente de Poisson fora obtido para um nível de tensão inicial (30% da resistência à compressão) e próximo da ruptura (tensões finais).

Tabela 4.4 - Coeficiente de Poisson das argamassas confinadas.

Traço	Tensões laterais (MPa)	Coeficiente de Poisson	
		Tensão inicial	Tensões finais
1:1/4:3	0	0.20	0.20
	0.5	0.20	0.20
	1	0.20	0.20
	2.5	0.10	0.10
1:0.5:4.5	0	0.10	0.14
	0.5	0.28*	0.21
	1	0.13	0.17
	2.5	0.09	0.24
1:1:6	0	0.10	0.37
	0.5	0.07	0.11
	1	0.20*	0.38
	2.5	0.05	0.09
	4	0.02	0.09
1:1:6	0	0.17	0.14
	0.5	0.04	0.17
	1	0.05	0.07

\* O alto valor do Poisson se deve ao fato do plano de ruptura passar pelos strain-gauge, elevando os prováveis valores.

A Figura 4.2 apresenta a curva tensão-deformação (lateral e longitudinal) para diferentes traços de argamassa no nível de compressão lateral de 2.5 MPa.

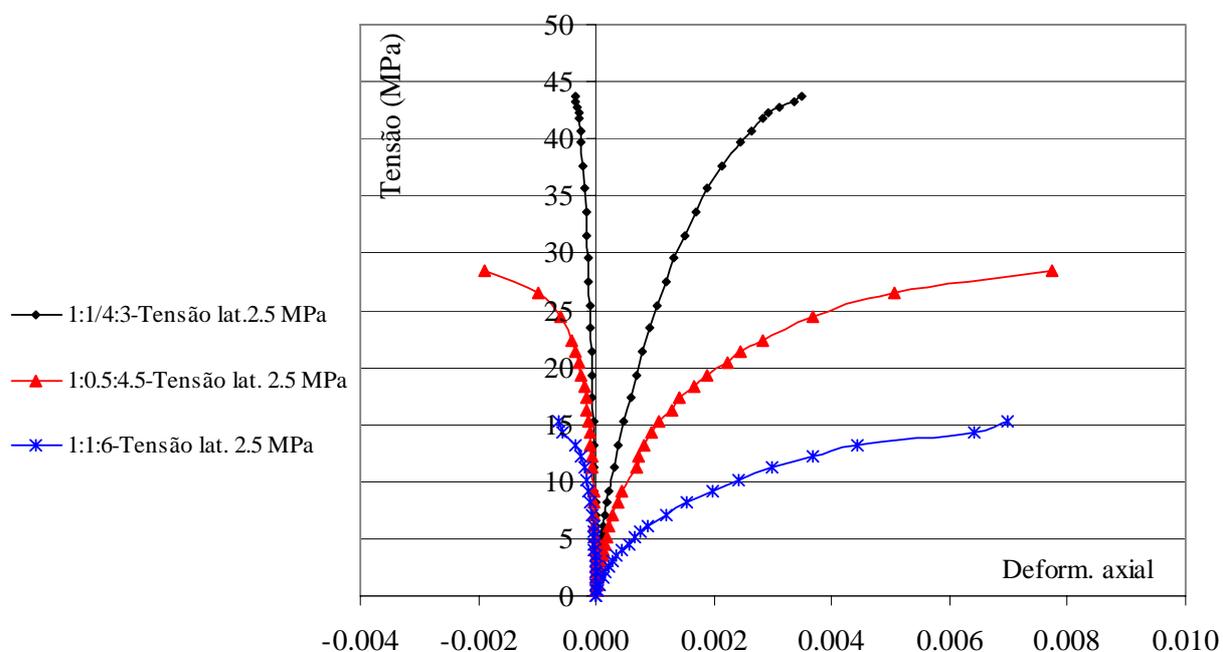


Figura 4.2 - Tensão-deformação em argamassas confinadas (Tensão lateral = 2.5 MPa).

## 5. PREVISÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE CONFINADO DA ARGAMASSA

O módulo de elasticidade confinado da argamassa pode ser determinado usando a teoria de elasticidade, deduzindo-se a partir de um elemento infinitesimal. A Figura 5.1 mostra as argamassas sob compressão uniaxial e sob confinamento triaxial, com as respectivas relações correspondentes.

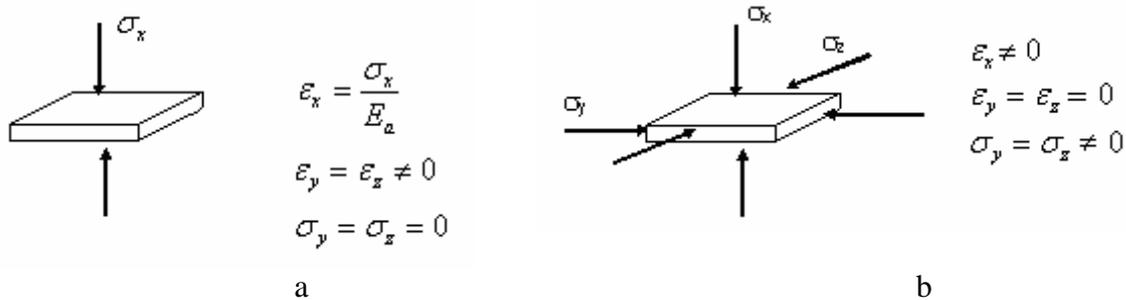


Figura 5.1 - (a) Elemento de argamassa sob compressão uniaxial. (b) elemento de argamassa confinado triaxialmente.

$E_a$  é o módulo de elasticidade da argamassa uniaxial. Das seis relações acima e da lei de Hooke deduz-se a Equação (5.1).

$$\sigma_{xx} = \frac{E_a}{1 + \nu_a} \times \varepsilon_{xx} + \frac{\nu_a E_a}{(1 + \nu_a) \times (1 - 2\nu_a)} \times (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) \quad (5.1)$$

Para um estado triaxial, as deformações na direção  $y$  e  $x$  são iguais a zero ( $\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = 0$ ). Portanto, simplificando a Equação (5.1) obtém-se as Equações (5.2) e (5.3).

$$\sigma_{xx} = \frac{E_a}{1 + \nu_a} \times \varepsilon_{xx} + \frac{\nu_a E_a}{(1 + \nu_a) \times (1 - 2\nu_a)} \times (\varepsilon_{xx}) \quad (5.2)$$

$$\sigma_{xx} = \frac{E_a}{1 + \nu_a} \times \varepsilon_{xx} \left[ 1 + \frac{\nu_a}{(1 - 2\nu_a)} \right] \quad (5.3)$$

A deformação na direção  $x$  é igual a:  $\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_{aa}}$  (Equação (5.4)). As Equações (5.5) e (5.6) são simplificações da Equação (5.3).

$$\frac{\sigma_{xx}}{\varepsilon_{xx}} = \frac{E_a}{1 + \nu_a} \times \left[ 1 + \frac{\nu_a}{(1 - 2\nu_a)} \right] \quad (5.5)$$

$$E_{aa} = \frac{E_a}{1 + \nu_a} \times \left[ 1 + \frac{\nu_a}{(1 - 2\nu_a)} \right] \quad (5.6)$$

A Equação (5.7) retrata a relação entre o módulo de elasticidade confinado ( $E_{aa}$ ) em função do módulo de elasticidade uniaxial ( $E_a$ ) e o coeficiente de Poisson ( $\nu_a$ ).

$$\frac{E_{aa}}{E_a} = \frac{1 - \nu_a}{1 - \nu_a - 2\nu_a^2} \quad (5.7)$$

Com a Equação (5.7) se pode prever o comportamento do módulo de elasticidade confinado em função do Poisson da argamassa e do módulo de elasticidade uniaxial.

Para efeitos de comparação mediu-se o módulo de elasticidade do prisma através do conjunto bloco e uma junta de argamassa (bases de medida 1, 2, 3, 4, 7, 8, 9 e 10), como mostra a Figura 5.2. Posteriormente fora feita a média de todos os deslocamentos na frente e no verso do prisma. Partindo-se da premissa que as deformações do conjunto, até o limite de 30% da resistência à compressão são governadas basicamente pela deformação da junta, consegue-se obter, com estes resultados, o módulo de elasticidade confinado da argamassa ( $E_{aa}$ ) presente na junta de assentamento dos prismas.

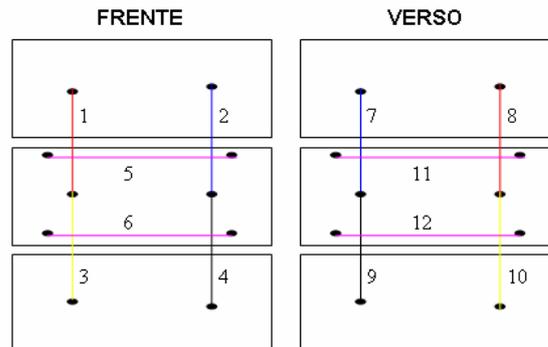


Figura 5.2 - Bases de medidas em prismas de blocos de concreto.

Se nota, que os resultados obtidos experimentalmente para a determinação do módulo de elasticidade confinado, mostrado na Tabela 5.1, são bastantes distintos do calculado pela Equação (5.7) para as argamassas de traço 1:0.5:4.5, 1:1:6 e 1:2:9. Somente houve uma aproximação para a argamassa de traço 1:0.25:3, cuja resistência era de 19 MPa. A relação apresentada na Tabela 5.1 para  $E_{aa}/E_a$  variou de 0.9 a 2.56 e dependia da resistência à compressão da argamassa. O pouco acordo existente poderia ser explicado pelo fato da argamassa não ser tratada como um material contíguo e sim, como uma composição granular, cujas características são dependentes do teor de cimento, fator água/cimento e granulometria da areia. Portanto, a Equação (5.7) deve ser multiplicada por um fator de correção que leve em conta as variações físicas e intrínsecas do material como a porosidade. Além disso, se deve considerar as modificações do Poisson com o aumento da tensão confinante.

Tabela 5.1 - Resultados obtidos da linearização da curva tensão-deformação de prismas de blocos de concreto.

Traço	$f_{arg.}$ (MPa)	$\nu_a$ (teórico)	$a$	$E_{aa}=1/a$ (MPa)	$E_a$ (MPa)	$E_{aa}/E_a$	$E_{aa}/E_a$ Eq. (5.7)
1:0.25:3	19.9	0.15	9.857e-5	10145	11230	0.9	1.06
1:0.5:4.5	8.63	0.15	1.1404e-5	8787	6409	1.37	1.06
1:1:6	4.2	0.15	1.6135e-5	6197	4033	1.54	1.06
1:2:9	2.29	0.15	1.9122e-4	5229	2042	2.56	1.06
1:0.25:3*	19.2	0.15	8.826e-5	11330	11055	1.02	1.06
1:1:6*	5.41	0.15	1.44e-4	6944	4527	1.53	1.06

\* Prismas construídos com blocos de resistência à compressão na área líquida igual a 27 MPa, os demais possuíam resistência à compressão na área líquida igual a 18 MPa. O valor de “a” é uma constante obtida da linearização da curva tensão-deformação de prismas, cujo valor invertido fornece o módulo de elasticidade tangente inicial da argamassa confinada ( $E_{aa}$ ).  $E_a$  é o módulo de elasticidade tangente inicial uniaxial obtido experimentalmente em cilindros de 5cm de diâmetro por 10 cm de altura;  $\nu_a$  é o coeficiente de Poisson teórico estimado.

## 6. CONCLUSÃO

- Nos três estudos analisados (Khoo (1972), Atkinson e Noland (1985), Mohamad (1998)), o aumento da resistência à compressão com a tensão lateral foi linear, onde o coeficiente angular para os três estudos deram próximos.

- O Módulo de elasticidade da argamassa confinada diminuiu com o aumento da tensão confinante para o traço de argamassa 1:1:6 nos estudos formulados por Khoo (1972) e Mohamad (1998).

- Notou-se uma significativa redução do coeficiente de Poisson nas argamassas para o aumento nas tensões confinantes nos três estudos analisados o que pode indicar uma diferença no modo de ruptura da argamassa, para os traços 1:1:6 e 1:2:9.

- A proporção entre o  $E_{aa}/E_a$  obtido com os prismas, comparados com os resultados de módulo de elasticidade uniaxial, variou de 0.9 à 2.56. Para argamassas de traço 1:0.25:3, a relação  $E_{aa}/E_a$  se aproxima de 1. A argamassa de traço 1:2:9, quando confinada entre dois blocos, apresentou módulo de elasticidade 2.56 vezes maior em relação ao uniaxial.

- A Equação (5.7) não descreve o comportamento triaxial de argamassas para os traços 1:0.5:4.5, 1:1:6 e 1:2:9.

## 7. REFERENCIAS

Khoo, C. L.- “ A Failure criterion for brickwork in axial compression”- Thesis submitted for the degree of Doctor of philosophy. University of Edinburgh. February 1972.

Atkinson, R. H.; Noland, J. L.; Abrams, D.P. and McNary S. – “A deformation failure theory for stack-bond brick masonry prisms in compression”- Proc. 3<sup>rd</sup> NAMC, Arlington, Texas 1985.

Mohamad, G. - “Comportamento mecânico na ruptura de prismas de blocos de Concreto”- Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil)-UFSC, Florianópolis. 1998-178p.

Cheema, T. S. and Klingner R. E. Compressive Strength of Concrete Masonry Prism. American Concrete Institute- ACI Structural Journal . 1986 Jan; Vol. 83(n° 1):88-97.

Hamid, A. A. and Drysdale R. G. Suggested failure criteria for grouted concrete masonry under axial compression. American Concrete Institute- Journal Proceedings. Out. 1979; Vol. 76(n° 10):1047-1062.

Afshari, F. and Kaldjian M. J. Finite element analysis of concrete masonry prisms. American Concrete Institute- Materials Journal. Set./Out. 1989; Vol. 86(n° 5):525-530.

Shrive, N. G. Compressive strength and strength testing of masonry, Proc. 7 IBMAC, Eds. T. McNeilly and J. C. Scrivener, Melbourne, BDRI. 1985; 699-710.