

# Dimensionamento Optimizado de Sistemas Adutores Elevatórios de Água

Uma ferramenta essencial para o planeamento e gestão dos sistemas de abastecimento de água

Júlio F. Ferreira da Silva<sup>1</sup>, José M. P. Vieira<sup>2</sup>, Naim Haie<sup>3</sup>

*Universidade do Minho, Departamento de Engenharia Civil  
Azurém 4800-058 Guimarães, Portugal*

## RESUMO

Neste trabalho divulga-se um algoritmo para a concepção e dimensionamento de sistemas de abastecimento de água que incorpora ferramentas de optimização. São caracterizados os elementos base, designadamente descreve-se o procedimento para calcular os custos de investimento e os encargos de exploração. Concebe-se a tarefa de dimensionamento como um procedimento de optimização. Apresenta-se a formulação matemática do problema. O objectivo consiste em determinar o diâmetro da adutora que maximiza os resultados e que respeite as restrições técnicas. A equação resultante para a função objectivo e as restrições são não-lineares. Referem-se os algoritmos de optimização que poderão ser usados para o cálculo diâmetro *ótimo*. Descreve-se a metodologia desenvolvida.

O interesse da formulação proposta é demonstrado com exemplos de aplicação. Emprega-se a metodologia na definição de fórmulas de pré-dimensionamento e no estabelecimento de funções de custo que quantifiquem os investimentos e os encargos de exploração em função do caudal de projecto. Estes resultados são elementos indispensáveis para modelos de optimização que definam a implantação e as políticas de exploração de origens de abastecimento de água, ou seja para o planeamento e gestão de recursos hídricos.

## 1. INTRODUÇÃO

O propósito do desenvolvimento de planos gerais e directores de utilização de recursos hídricos, de estratégias de concepção e metodologias de dimensionamento e de gestão de sistemas de captação, adução e distribuição de água, consiste em disponibilizar as quantidades de água solicitadas pelos diversos e distintos utilizadores, sob adequadas condições técnicas e com a melhor qualidade possível. No entanto, estes planos e programas operacionais devem revelar-se racionais e preferencialmente optimizados.

Os órgãos dos sistemas elevatórios de água devem ser concebidos respeitando restrições técnicas e atendendo a considerações económicas, dado que exigem investimentos vultuosos e porque são responsáveis pelos principais custos do serviço de abastecimento de

---

<sup>1</sup> Assistente (Eventual correspondência para [juliofs@civil.uminho.pt](mailto:juliofs@civil.uminho.pt))

<sup>2</sup> Professor Catedrático

<sup>3</sup> Professor Associado

água potável. A procura de soluções para o problema em questão pode deparar-se com algumas dificuldades, designadamente devido à natureza não-linear e discreta da função objectivo e das restrições. Depois de formulado matematicamente o problema, apresentam-se as técnicas de optimização que poderão ser empregues na obtenção do diâmetro económico. Divulga-se, também, um procedimento mais simples, baseado num processo iterativo facilmente programável.

O abastecimento de água a aglomerados populacionais caracteriza-se, geralmente, pelo crescimento das solicitações ao longo do tempo. Dada a incerteza associada às projecções das utilizações de água para um futuro relativamente longínquo, foi objectivo do presente trabalho estudar os efeitos que estas variabilidades têm na concepção e dimensionamento dos sistemas de abastecimento de água. Assim, foram desenvolvidos estudos considerando diversos ritmos de crescimento das utilizações ao longo do período de análise económica de projectos. Analisou-se, ainda, o efeito que as perdas de carga localizadas têm no dimensionamento do sistema adutor. O algoritmo desenvolvido consente a realização de diversas simulações, isto é, permite estudar a relação funcional entre os parâmetros e o dimensionamento optimizado do sistema elevatório.

Uma das tarefas do planeamento e gestão de recursos hídricos, designadamente quando pretende definir estratégias de exploração das origens de água que abastecem uma região, é determinar os locais de captação e as quantidades a extrair ao longo do tempo. Estas políticas são definidas por técnicas de optimização que no processo de procura das soluções óptimas necessitam de quantificar a aptidão de cada alternativa em análise. O programa desenvolvido permite o dimensionamento optimizado dos sistemas adutores elevatórios e simultaneamente disponibiliza as funções indispensáveis para quantificar os benefícios e os custos associados a cada alternativa de implantação e de extracção das captações.

## 2. DESCRIÇÃO DAS METODOLOGIAS EXISTENTES - ESTADO DA ARTE

O dimensionamento de sistemas adutores elevatórios de água é um problema que é solucionado com estudos técnico-económicos. Os elevados montantes despendidos com o investimento e com as despesas de exploração, em especial com a energia eléctrica, pressionam no sentido da procura de soluções optimizadas. Este assunto tem interessado os engenheiros desde o aparecimento dos grupos de electrobomba. Assim, são diversos os estudiosos que têm proposto metodologias para conceber e dimensionar sistemas elevatórios que garantam as solicitações em adequadas condições técnicas ao menor custo possível.

A análise dos modelos divulgados revela que alguns autores introduzem propositadamente diversas simplificações para abreviar o processo de cálculo e para que determinada ferramenta matemática possa ser aplicada. Por exemplo, era frequente utilizar fórmulas práticas para o cálculo das perdas de carga, admitir o factor de resistência constante, ignorar as perdas de carga localizadas ou considerar expressões lineares para quantificar os custos. Alguns estudos foram realizados considerando sistemas onde as solicitações são invariáveis. A seguir faz-se uma breve síntese de trabalhos divulgados nas duas últimas décadas sobre dimensionamento de adutoras elevatórias.

LENCASTRE (1983) apresenta uma metodologia de dimensionamento onde considera na análise económica o custo do investimento na tubagem e os encargos com a energia. A função de custo utilizada para avaliar o investimento é uma expressão não-linear obtida por regressão. Usa a equação de Manning-Strickler para o cálculo das perdas de carga contínuas. O diâmetro óptimo é encontrado recorrendo ao conceito de matemático de extremo, ou seja determina uma expressão analítica para a derivada e igualando-a a zero encontra a equação do diâmetro óptimo. VIEIRA (1984) apresenta a formulação geral para o dimensionamento

económico, incluindo o crescimento do custo da energia eléctrica ao longo do período de análise e divulga tabelas para o cálculo de factores de actualização em função da lei e das taxas de crescimento. FERREIRA DA SILVA (1988) introduz na metodologia de análise técnico-económica diversos períodos em que as utilizações de água apresentam ritmos de crescimento distintos e considera o faseamento da instalação dos grupos de electrobomba. COIADO et al. (1993) apresenta uma equação que permite o cálculo do diâmetro económico de uma adutora que funcione 24 horas ininterruptas e considera o custo da tubagem, dos grupos de electrobomba e da energia. Usa a equação de Hazen-Williams como fórmula de resistência e admite o conceito de comprimento equivalente para as perdas localizadas. HATHOOT (1996) et al apresenta uma metodologia de cálculo iterativo onde admite o custo da tubagem como proporcional ao quadrado do diâmetro e os encargos com a energia sem considerar qualquer evolução ao longo do tempo. O sistema elevatório é composto pela adutora e por um conjunto de grupos de electrobomba instalados em série. Recorre ao conceito de extremo da análise matemática para definir o diâmetro óptimo. A metodologia que desenvolveu define, também, o espaçamento entre grupos de electrobomba. FERREIRA DA SILVA et al (1999) apresenta expressões para o cálculo do valor actual do custo da energia que reduzem o trabalho de cálculo. SWAMEE (2001) formula o problema considerando o custo de tubagem, o custo do equipamento de elevação e o custo da energia. Quantifica o investimento com a tubagem através de uma função de custo não-linear e o custo do sistema de bombagem em função da potência. Considera a solicitação constante, isto é os encargos com a energia são invariáveis no tempo. A técnica de optimização utilizada é a programação geométrica com restrições. A utilização de ferramentas de optimização no dimensionamento de sistemas de distribuição de água, tem sido objecto de diversos trabalhos de investigação. Um dos autores que têm introduzido contributos e levantado temas de discussão é WALSKI (1990, 2001).

### 3. CARACTERIZAÇÃO E QUANTIFICAÇÃO DOS ELEMENTOS BASE

#### 3.1 Solicitações

As solicitações dos diversos utilizadores de água devem ser convenientemente caracterizados e quantificados, incluindo recorrendo a cenários de evolução alternativos. Em FERREIRA DA SILVA (1995 e 1997) estão descritas as diversas metodologias que poderão ser usadas para a concretização desta operação. Os métodos de extrapolação temporal são de utilização imediata, pelo que têm tido grande aceitação junto dos engenheiros projectistas. O método mais simples admite o crescimento linear, cuja lei pode ser definida por:

$$U_n = U_0(1 + \alpha n) + \varepsilon_{U_n} \quad (1)$$

sendo  $U_n$  - projecção da utilização de água para o ano  $n$ ;  $U_0$  - utilização de água no ano inicial;  $\alpha$  - taxa de crescimento das utilizações,  $\varepsilon_{U_n}$  - componente aleatória das utilizações no ano  $n$ .

#### 3.2 Benefícios / Custos

O valor actual da globalidade dos investimentos, das despesas de exploração e dos benefícios pela disponibilidade e cedência de água é calculado por:

$$VA = \sum_{j=1}^n \frac{B_j}{(1+r)^j} + \frac{Cl}{(1+r)^n} - \left[ CI_i + \sum_{j=1}^n \frac{CM_j}{(1+r)^j} + \sum_{j=1}^n \frac{CE_j}{(1+r)^j} + \frac{CI_s}{(1+r)^s} \right] \quad (2)$$

em que:  $B_j$  - Benefício pela cedência de água ano  $j$ ;  $Cl$  - Valor residual;  $CI_i$  - Investimento

inicial;  $CI_s$  - Investimento de substituição;  $CM_j$  - Custo de Manutenção ano  $j$ ;  $CE_j$  - Custo de energia ano  $j$ ;  $s$  - Ano de substituição dos equipamentos,  $r$  - Valor do dinheiro.

Em muitas aplicações o cálculo do valor actual dos fluxos financeiros pode ser simplificado, ficando, por vezes, reduzido a:

$$VA = CI_i + \frac{CI_s}{(1+r)^s} + \sum_{j=1}^n \frac{CE_j}{(1+r)^j} \quad (3)$$

O custo de investimento na adutora, de acordo com FERREIRA DA SILVA (2002), pode ser quantificado por:

$$CIA = \left( B_{A0} + B_{A1}D + B_{A2}D^2 \right) \epsilon_{AL} \quad (4)$$

sendo:  $CIA$  - Custo de investimento na adutora;  $D$  - Diâmetro,  $\epsilon_A$  - Factor que simula as estratégias comerciais do construtor e a situação do mercado de construção.

Os parâmetros desta função de custo devem ser definidos preferencialmente a partir da medição / orçamentação das quantidades de trabalho necessárias à construção. Os preços unitários usados devem reflectir os valores médios praticados no mercado.

O custo de investimento nos grupos de electrobomba e órgãos acessórios pode ser quantificado recorrendo às tabelas de preços dos produtos em armazém, a consultas aos fornecedores, à medição e orçamentação das tubagens, válvulas e instalações eléctricas necessárias ao funcionamento das estações elevatórias. A consulta aos preços praticados no mercado revela que esta função pode ser caracterizada por patamares em virtude da gama discreta de equipamentos disponíveis. No entanto, admitindo que o investimento para a totalidade dos equipamentos electromecânicos da estação elevatória pode ser quantificado em função da potência dos grupos de electrobomba, pode definir-se o seguinte modelo agregado:

$$CIEE_{ee} = \left( c_{EE_e} + a_{EE_e} Pot^{b_{EE_e}} \right) \epsilon_{ee} \quad (5)$$

ou em função do caudal e da altura de elevação:

$$CIEE_{ee} = \left( c_{EE_e} + a_{EE_e} Q^{\alpha_{EE_e}} H^{\beta_{EE_e}} \right) \epsilon_{ee} \quad (6)$$

em que:  $CIEE_{ee}$  - Custo de investimento nos equipamentos electromecânicos da estação elevatória;  $Pot$  - Potência dos grupos de electrobomba;  $Q$  - Caudal;  $H$  - altura de elevação.

Em FERREIRA DA SILVA et al. (1999) apresenta-se um procedimento que permite quantificar o valor actual do principal custo de exploração, a energia eléctrica, e chega-se a:

$$VACE = \sum_{e=1}^{n_e} \left\{ \sum_{a=n_{(e-1)}+1}^{n_{(e)}} Pot_e K_e S_e \right\} \quad (7)$$

onde:  $VACE$  - Valor Actual do Custo da energia;  $e$  - etapa ou fase de investimento,  $n_{(e)}$  - horizonte da etapa ou fase  $e$ ,  $n_{(e-1)+1}$  - ano 1 da etapa  $e$ ;  $Pot_e$  - Potência dos grupos de electrobomba na fase  $e$ ;  $S_e$  - Factor que define  $tb_t$  e  $pe_t$  e os actualiza, depende da lei de crescimento, do tempo de bombagem e do preço da energia;  $K_e$  - Variável auxiliar.

O termo auxiliar  $K_e$  é caracterizado em função do tipo de lei de crescimento das utilizações, por exemplo se a tendência for linear, então este factor é calculado por:

$$K_e = \frac{pe_0 (U_{mda})_{n_{(e-1)}} 365}{Q_e 3600} = \frac{pe_0 (tb_{mda})_{n_{(e)}} 365}{(1 + \alpha_e (n_{(e)} - n_{(e-1)}))} \quad (8)$$

onde:  $pe_0$  - Preço da energia no anual inicial;  $U_{mda}$  - Utilização média diária anual ( $m^3$ /dia);  $tb_{mda}$  - tempo médio diário anual de elevação (h);  $n_{(e-1)}$  - horizonte da etapa anterior;  $\alpha_e$  - taxa de crescimento das utilizações na fase  $e$ ;  $Q_e$  - Caudal de projecto da fase  $e$  ( $m^3$ /s).

Se a projecção das utilizações for realizada adoptando um crescimento do tipo linear

então pode calcular-se  $S_e$  através de:

$$S_e = \sum_{a=n_{(e-1)}+1}^{n_e} \frac{(1 + \alpha_e \cdot (a - n_{(e-1)}))(1 + \beta)^a}{(1 + r)^a} \quad (9)$$

sendo:  $\beta$  - taxa de crescimento do preço da energia eléctrica.

Quantificados os principais custos podemos definir o custo total do empreendimento. Considerando um número genérico de fases ou etapas de investimento ( $n_e$ ) será:

$$C_T = CIA + \sum_{e=1}^{n_e} \frac{CIEE_{ee} n_{(e-1)} (1 + \beta_{ee})^{n_{(e-1)}}}{(1 + r)^{n_{(e-1)}}} + VACE \quad (10)$$

sendo:  $\beta_{ee}$  - taxa de crescimento do preço das obras para a instalação dos equipamentos electromecânicos na estação elevatória;  $n_{(e-1)}$  - ano da realização do investimento (exemplo:  $e=1 \Rightarrow n_{(e-1)}=0$ ;  $e=2 \Rightarrow n_{(e-1)}=20$ ).

Considerando o custo de construção da adutora proporcional ao quadrado do diâmetro e o custo da estação elevatória em função da potência dos grupos de electrobomba, então:

$$C_T = (B_{A0} + B_{A1}D + B_{A2}D^2) \varepsilon_A L + \sum_{e=1}^{n_e} \left\{ \frac{9,81Q_e}{\eta_e} \left( H_g + \left( f_e + \frac{\sum K.D}{L} \right) \frac{8LQ_e^2}{\pi^2 g D^5} \right) S_e K_e + \left[ c_{EE_e} + a_{EE_e} \left[ \frac{9,81Q_e}{\eta_e} \left( H_g + \left( f_e + \frac{\sum K.D}{L} \right) \frac{8LQ_e^2}{\pi^2 g D^5} \right) \right]^{b_{EE_e}} \right] \frac{\varepsilon_{ee} (1 + \beta_{ee})^{n_{(e-1)}}}{(1 + r)^{n_{(e-1)}}} \right\} \quad (11)$$

Se o custo da estação elevatória for definido em função do caudal e da altura de elevação, então o custo total é calculado por:

$$C_T = (B_{A0} + B_{A1}D + B_{A2}D^2) \varepsilon_A L + \sum_{e=1}^{n_e} \left\{ \frac{9,81Q_e}{\eta_e} \left( H_g + \left( f_e + \frac{\sum K.D}{L} \right) \frac{8LQ_e^2}{\pi^2 g D^5} \right) S_e K_e + \left[ c_{EE_e} + a_{EE_e} Q_e^{\alpha_{EE_e}} \left[ \left( H_g + \left( f_e + \frac{\sum K.D}{L} \right) \frac{8LQ_e^2}{\pi^2 g D^5} \right) \right]^{b_{EE_e}} \right] \varepsilon_{ee} \frac{(1 + \beta_{ee})^{n_{(e-1)}}}{(1 + r)^{n_{(e-1)}}} \right\} \quad (12)$$

O factor de resistência ( $f_e$ ) em cada fase é definido pela expressão de Colebrook-White:

$$\frac{1}{\sqrt{f_e}} = -2 \log \left( \frac{k}{3,7D} + \frac{2,51\nu}{VD\sqrt{f_e}} \right) \quad (13)$$

#### 4. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OPTIMIZAÇÃO

O dimensionamento da adutora consiste na procura do diâmetro que conduza à maximização da diferença entre os benefícios e o custo global dos investimentos e encargos de exploração do sistema elevatório. Trata-se de um problema de optimização que envolve uma função objectivo não-linear e restrições para os limites do diâmetro. O problema pode ser formulado por:

$$\text{Optimizar } z = f(D) \quad (14)$$

sujeito a:  $D_{\min} = D = D_{\max}$

onde  $f(D)$  é a função dos fluxos financeiros envolvidos ao longo do período de análise,  $D_{\min}$  e  $D_{\max}$  os limites impostos pelas restrições técnicas.

#### 4.1 Função objectivo

Em geral, o objectivo será a optimização dos resultados, ou seja:

$$\text{Max } VA \Leftrightarrow \text{Max}(R_T - C_T) \quad (15)$$

em que:  $VA$  - Valor actual dos fluxos financeiros;  $R_T$  - Receita total;  $C_T$  - Custo total.

No entanto, se todas as alternativas garantirem os mesmos proveitos então o objectivo será:

$$\text{Min } C_T \quad (16)$$

#### 4.2 Restrições

Embora não havendo concordância relativamente aos limites, são diversos os estudiosos que recomendam que a velocidade de escoamento da água nas adutoras deva estar compreendido entre valores aceitáveis. O limite inferior para a velocidade conduz a:

$$D \leq \left( \frac{4}{\pi V_{\min}} \right)^{0,5} Q_1^{0,5} \Leftrightarrow D \leq 1,128 \left( \frac{Q_1}{V_{\min}} \right)^{0,5} \quad (17)$$

Assim, admitindo a velocidade mínima de 0,6 m/s vem:

$$D \leq 1,457 Q_1^{0,5} \quad (18)$$

Respeitando o valor máximo definido pelo regulamento (Decreto-Regulamentar 23/95 de 23 de Agosto) vem:

$$V \leq 2,013 D^{0,4} \Rightarrow D \geq 0,826 Q_2^{0,417} \quad (19)$$

sendo:  $D$  - Diâmetro de cálculo (m);  $V$  - Velocidade (m/s);  $Q_1$  - Caudal de projecto da primeira fase do empreendimento (m<sup>3</sup>/s);  $Q_2$  - Caudal de projecto da última fase (m<sup>3</sup>/s).

### 5. MÉTODOS DE OPTIMIZAÇÃO

A procura do diâmetro óptimo pode ser realizada usando os conceitos da análise matemática ou recorrendo a um método numérico. Sabe-se da análise matemática que uma condição necessária e suficiente para que o diâmetro óptimo  $D^*$  seja um extremo é que a derivada  $f'(D^*) = 0$ . No entanto, esta abordagem poderá apresentar algumas dificuldades, designadamente na obtenção da derivada de uma função objectivo complicada ou quando aquela função apresenta descontinuidades. Os métodos numéricos unidimensionais podem usar uma estratégia de procura directa (procura de Fibonacci e o seu caso particular da secção de ouro ou procura de Davies, Swann e Campey) ou recorrer a funções de aproximação (interpolação quadrática e cúbica). O desenvolvimento deste assunto pode ser encontrado em qualquer publicação dedicada aos métodos numéricos ou à investigação operacional como FERNANDES (1998) ou NOCEDAL(1999). Poderão ser adaptados outros métodos, como os que usam o conceito de gradiente ou os algoritmos de optimização global. A selecção e emprego da técnica de optimização dependerá das características da função objectivo e das restrições e do seu desempenho. Por exemplo, a utilização de funções de custo descontínuas poderá eliminar alguns métodos. O método de optimização não linear designado *Gradiente Reduzido Generalizado*, com derivadas calculadas numericamente, tem-se revelado, na maioria dos casos, como uma ferramenta robusta. Este método de optimização consiste

essencialmente em calcular iterativamente o gradiente reduzido da função objectivo, ou seja consiste em determinar as derivadas desta função em ordem às variáveis decisionais.

## 6. METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO

O procedimento de procura da solução do problema enunciado inicia-se com a caracterização e cálculo das solicitações ao longo do período de vida útil. Os parâmetros de natureza económica poderão condicionar a solução, pelo que os valores a adoptar deverão reflectir as condições vigentes e previsíveis para o período de análise. A metodologia desenvolvida permite o ensaio de diversas leis alternativas para o crescimento das utilizações de água ao longo do período de vida útil do empreendimento, o faseamento da instalação dos grupos de electrobomba e a análise dos efeitos dos diversos parâmetros intervenientes.

Tendo sido adoptada a fórmula de Darcy para quantificar as perdas de carga na adutora (incluindo perdas localizadas), com o factor de resistência calculado pela expressão de Colebrook (o factor de resistência é definido implicitamente, ou seja, é função do diâmetro), então desenvolveu-se uma metodologia em que este factor é afinado iterativamente. Em alternativa poder-se-ia utilizar uma outra expressão para o factor de resistência ou definir analiticamente a sua derivada.

Correndo o programa de cálculo para distintos valores do caudal é possível calcular o respectivo diâmetro óptimo, seleccionar o diâmetro comercial mais vantajoso, determinar os devidos benefícios / custos e subsequentemente aplicar as ferramentas estatísticas adequadas para determinar a lei que melhor define o diâmetro em função do caudal e de outros parâmetros que condicionam o dimensionamento. Os mesmos resultados podem ser tratados para estabelecer-se a lei que determina o custo do sistema elevatório em função de eventual caudal de projecto. Dada a gama discreta de diâmetros comerciais a função de custo de investimento caracteriza-se pela existência de patamares.

O algoritmo do programa de cálculo automático desenvolvido é o seguinte:

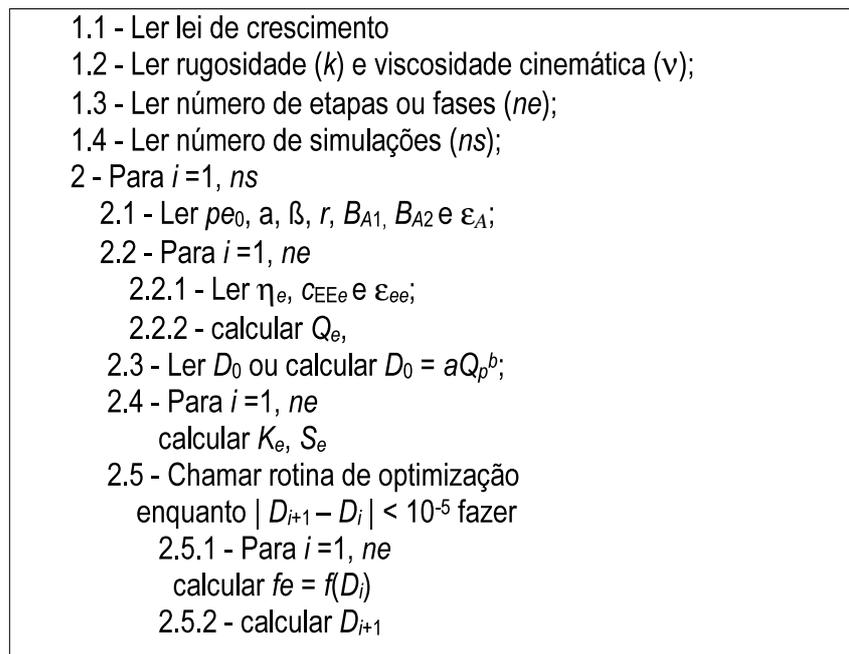


Figura 1 - Algoritmo resumido do programa de cálculo

Com a preocupação de encontrar uma ferramenta de mais fácil utilização, foi

construído um processo iterativo expedito. Nesta metodologia, o diâmetro óptimo da adutora é encontrado recorrendo ao conceito de extremo de uma função. Considera-se o custo dos equipamentos electromecânicos directamente proporcionais à potência,  $\varepsilon_A = 1$  e  $\varepsilon_{ee} = 1$ . Derivando a expressão do custo total em ordem ao diâmetro e igualando a zero vem:

$$\frac{dC_T}{dD} = (B_{A1} + 2B_{A2}D)L + \frac{8}{\pi^2} \sum_{e=1}^{n_e} \left[ \left( -\frac{5Lf_e}{D^6} - \frac{4\sum K}{D^5} \right) \frac{Q_e^3}{\eta_e} \left( S_e K_e + \frac{c_{EEe}(1+\beta_{ee})^{n(e-1)}}{(1+r)^{n(e-1)}} \right) \right] = 0 \quad (20)$$

Se for admissível considerar as perdas de carga localizadas como uma percentagem das contínuas ( $p_{\Delta H_l}$ ), então o diâmetro pode ser encontrado através de:

$$D_{i+1} = \frac{1,263(1+p_{\Delta H_l})^{1/6}}{(B_{A1} + 2B_{A2}D)^{1/6}} \sum_{e=1}^{n_e} \left( \frac{f_e Q_e^3}{\eta_e} \left( S_e \cdot K_e + \frac{c_{EEe}(1+\beta_{ee})^{n(e-1)}}{(1+r)^{n(e-1)}} \right) \right)^{1/6} \quad (21)$$

Nesta expressão aparece o factor e resistência de Colebrook que é função do diâmetro. Para ultrapassar este contratempo propõe-se um procedimento iterativo baseado no algoritmo anterior, mas alterando o passo 2.5.2, ou seja substituindo a rotina relativa ao método de optimização pela expressão anterior.

## 7. APLICAÇÕES

### 7.1 Exemplos de dimensionamento optimizado

#### 7.1.1 Resolução usando processo iterativo expedito

Para ilustrar a metodologia desenvolvida serão apresentados alguns exemplos. Os elementos base usados são os seguintes: Tempo de funcionamento médio dos grupos de electrobomba no mês de maior consumo 16 h; Rendimento 1ª fase  $\eta_1=65\%$ , 2ª fase  $\eta_2=70\%$ ; Material da adutora Ferro Fundido Dúctil; Rugosidade de cálculo  $k = 0,2$  mm; Viscosidade cinemática  $\nu = 1,16 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s; O desnível geométrico ( $H_g$ ) é de 120,0 m; Comprimento da adutora  $L=1000$  m; Preço médio do kWh 0,085 €; taxa de crescimento do preço da energia eléctrica  $\beta = 2\%$ , valor do dinheiro  $r = 5\%$ ; taxa de crescimento das utilizações  $a_1=3\%$ ,  $a_2=1,875\%$ ; Perda localizadas avaliadas em 20% das contínuas e  $\varepsilon_A = 1$ .

Os custos de construção da adutora são quantificados por:

$$CIA = 27,66 + 160,43D + 361,74D^2 \quad (22)$$

$CIA$  - Custo de investimento na adutora (€/m)  $D$  - Diâmetro (m).

Tabela 1 - Exemplos de cálculos usando método iterativo expedito

$Q_1$	$Q_2$	$D_{opt}$	$H_1$	$Pot_1$	$H_2$	$Pot_2$	$CIA$	$VACE$	$CT$
(l/s)	(l/s)	(mm)	(m)	(kW)	(m)	(kW)	(10 <sup>3</sup> €)	(10 <sup>3</sup> €)	(10 <sup>3</sup> €)
38,9	50	249,2	122,81	67,40	125,18	87,72	90,10	548,74	638,84
77,8	100	338,1	122,26	134,19	124,18	174,03	123,25	1090,86	1214,12
233,3	300	545,0	121,66	400,61	123,08	517,46	222,54	3250,95	3473,49

onde:  $Q_1$  - Caudal de projecto da 1ª fase;  $Q_2$  - Caudal de projecto da 2ª fase;  $D_{opt}$  - Diâmetro de cálculo óptimo;  $VACE$  - Valor actual do custo de exploração (energia);  $CT$  - Custo total.

### 7.1.2 Resolução usando o Algoritmo do Gradiente Reduzido Generalizado

Neste caso, os elementos base distintos dos usados no exemplo anterior são: taxa de crescimento das utilizações  $a_1=2\%$ ,  $a_2=1,43\%$ , comprimento  $L = 6700,0$  m, as perdas de carga localizadas foram avaliadas utilizando  $\sum K_i=30,0$  e inclui-se os equipamentos electromecânicos, cuja taxa de crescimento do preço  $\beta_{ee} = 2\%$ . O investimento no conjunto destes equipamentos é quantificado através do seguinte modelo agregado:

$$CIEE_{ee} = 55,4Q^{0,614}H^{0,361} \quad (23)$$

onde:  $CIEE_{ee}$  - custo de investimento nos equipamentos electromecânicos ( $10^3$  €),  $Q$  - caudal ( $m^3/s$ ),  $H$  - altura de elevação (m).

Tabela 2 - Exemplos de saídas do programa de cálculo usando método do Gradiente Reduzido

$Q1$	$Q2$	$D_{opt}$	$H1$	$Pot1$	$H2$	$Pot2$	$CIA$	$CIEE$	$VACE$	$CT$
(l/s)	(l/s)	(mm)	(m)	(kW)	(m)	(kW)	( $10^3$ €)	( $10^3$ €)	( $10^3$ €)	( $10^3$ €)
38,9	50	251,0	138,1	81,07	149,5	104,7	607,70	74,75	688,34	1370,8
77,8	100	341,0	134,9	158,3	144,2	202,1	833,59	113,22	1336,9	2283,8
233,3	300	552,8	131,3	462,2	138,4	581,8	1519,9	219,68	3881,3	5620,9

$Q1$	$Q2$	$DCp$	$H1$	$Pot1$	$H2$	$Pot2$	$CIA$	$CIEE$	$VACE$	$CT$
(l/s)	(l/s)	(mm)	(m)	(kW)	(m)	(kW)	( $10^3$ €)	( $10^3$ €)	( $10^3$ €)	( $10^3$ €)
77,8	100	350	133,0	156,2	141,2	197,9	858,40	112,55	1314,9	2285,9
233,3	300	600	127,5	449,0	132,3	556,0	1702,7	216,88	3744,5	5664,0

sendo:  $DCp$  - Diâmetro comercial de projecto.

### 7.2 Definição de fórmula de pré-dimensionamento

A execução do programa de cálculo para os diversos caudais de projecto, desde 10 l/s a 1500 l/s, com os elementos base descritos no primeiro exemplo, disponibiliza um conjunto de resultados que analisados e tratados com uma ferramenta matemática de regressão não-linear, permite a obtenção duma expressão de aproximação ao diâmetro de adutoras elevatórias. Os diversos estudos realizados conduziram a:

$$D = 1,05Q_2^{0,47} \quad (24)$$

Outros ensaios poderão ser realizados. Usando os dados dos problemas anteriores e incrementando a taxa de crescimento das utilizações ( $a$  (%)), o somatório dos coeficientes de perda de carga localizada e a diferença entre os parâmetros económicos ( $dpe=r-\beta$ ) chega-se a:

$$D = \left( 0,94\alpha^{-0,055} (\sum K)^{0,078} dpe^{-0,106} \right) Q_2^{0,405\alpha^{0,006} (\sum K)^{0,049} dpe^{-0,01}} \quad (25)$$

### 7.3 Definição de função de custo

As saídas de resultados foram tratadas tendo em vista o estabelecimento de funções que quantifiquem os custos em função do caudal de projecto. Na tabela 3 estão registados os diâmetros comerciais óptimos, as funções de custo do investimento na adutora e do valor actual do custo da energia em função do caudal de projecto. Para dado sistema elevatório e determinada simulação das condições económico-financeiras vigentes e projectáveis é possível, pela simples observação de um quadro resumo de resultados deste tipo, definir de imediato o diâmetro comercial óptimo e respectivos custos.

Tabela 3 - Exemplos de funções de custo

$Q_p$ (L/s)	DN (mm)	$C_{adutora}$ (€/m)	$VACE = c + aQ_p^b$		
			$c$	$a$	$b$
8-10	125	53,36	11.214	27475.909	1.198
11-16	150	59,86	16.359	24244.741	1.188
17-33	200	74,21	23.870	19012.571	1.150
34-56	250	90,37	45.614	17823.734	1.158
57-81	300	108,34	70.457	16519.133	1.156
82-111	350	128,12	93.710	15372.485	1.146
112-145	400	149,71	119.197	14534.616	1.138
146-185	450	173,10	148.011	13910.014	1.133
186-251	500	198,31	205.037	13536.533	1.141
252-360	600	254,14	249.426	12693.939	1.120
361-489	700	317,21	335.780	12169.384	1.116
490-638	800	387,51	434.920	11765.673	1.112
639-808	900	465,05	547.308	11440.543	1.110
809-1000	1000	549,83	1228.882	10610.367	1.167

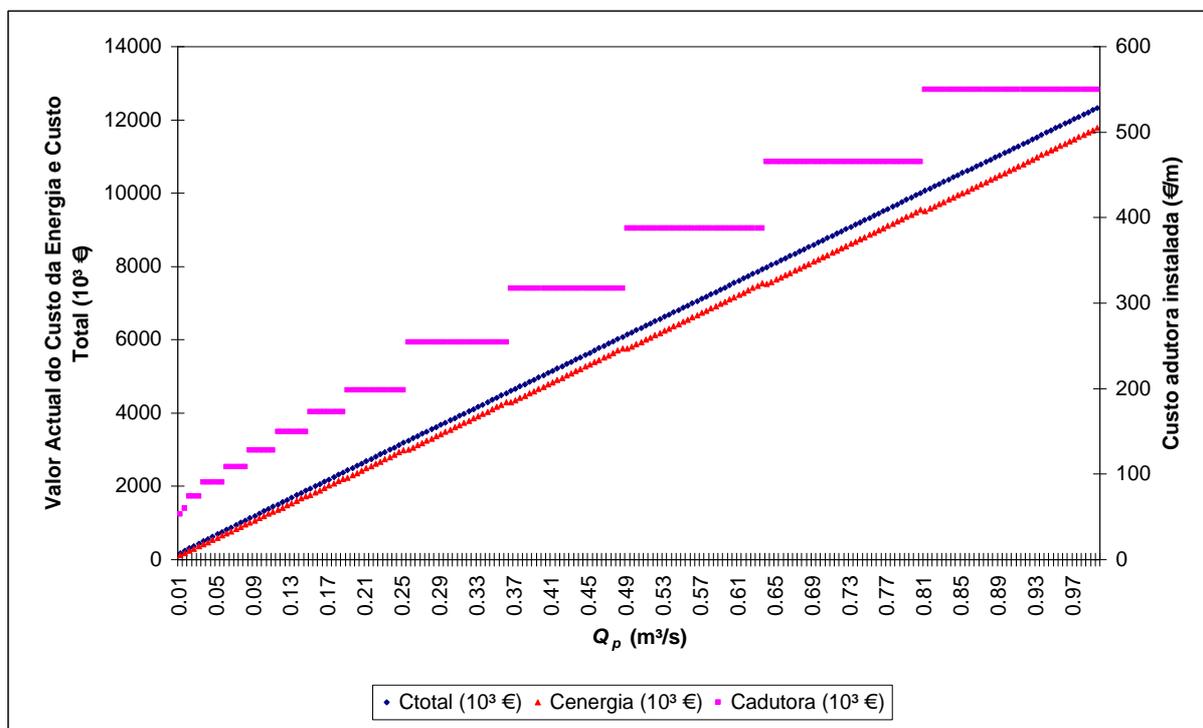


Figura 2 - Custo de investimento e de exploração versus caudal de projecto

Frequentemente os engenheiros são solicitados para estimarem os custos associados a determinado projecto ou alternativa, pelo que pode justificar-se a definição de expressões que permitam a realização de cálculos rápidos. Estas funções poderão, também, ser úteis numa primeira fase de um processo de optimização. No caso que temos analisado chegamos a:

$$VACE = 11791,482Q_p + 9,167 \quad r^2=99.99\%; \quad (26)$$

$$C_{total} = 12327,45Q_p^{0,99} + 57,545 \quad r^2=100.00\% \quad (27)$$

$VACE$  - Valor Actual do Custo da Energia ( $10^3$  €);  $Q_p$  - Caudal de projecto ( $m^3/s$ );  $C_{total}$  - Custo total actualizado ( $10^3$  €).

## 8. CONCLUSÕES

Neste trabalho divulgase uma metodologia que permite dimensionar de forma otimizada sistemas elevatórios de água. Evidencia-se a importância do adequado dimensionamento destes sistemas no processo de otimização dos recursos financeiros disponíveis para investimento e na racionalização dos encargos de exploração.

A metodologia de dimensionamento preconizada segue os procedimentos adoptados na formulação e resolução de problemas de optimização. A função objectivo diz respeito à maximização dos resultados obtidos ao longo do período de análise económica e as restrições relacionam-se com os limites admissíveis para a velocidade de escoamento na adutora. O algoritmo desenvolvido considera o crescimento dos tempos de bombagem ao longo do período de vida útil do empreendimento, em função da lei usada na projecção das utilizações, o faseamento da instalação dos grupos de electrobomba e expressões não-lineares para quantificar os custos. Admite-se que o custo de construção da adutora é função do quadrado do diâmetro e que o investimento nos grupos de electrobomba é proporcional à potência ou ao caudal e altura de elevação. Sendo os encargos de exploração função da altura de elevação (e implicitamente do diâmetro) e determinando-se as perdas de carga através da fórmula de Darcy, com o factor de resistência calculado pela expressão de White-Colebrook, foi necessário desenvolver um algoritmo em que se afina iterativamente os valores de cálculo. Considera-se o termo relativo às perdas de energia localizadas, apesar do inerente aumento de complexidade no processo de cálculo na fase de optimização. Referem-se as técnicas de programação não-linear que poderão ser usadas para a resolução do problema de optimização e divulga-se um procedimento iterativo expedito que pode ser facilmente implementado numa qualquer máquina programável.

O programa desenvolvido possibilita, também, a realização de estudos de análise de influência dos diversos parâmetros intervenientes no processo de dimensionamento e análises de sensibilidade aos resultados. Face às características do sistema, do material da adutora e das condições económico-financeiras vigentes e projectáveis é possível definir funções que reproduzem os resultados do processo de dimensionamento. Estas funções são especialmente interessantes quando são utilizadas por técnicas de optimização em modelos de planeamento de sistemas de abastecimento de água e de gestão de recursos hídricos à escala regional. As diversas alternativas em estudo no processo de optimização têm ser avaliadas quanto ao seu mérito. Devido à dimensão destes problemas, as funções que permitem dimensionar rapidamente os sistemas elevatórios e quantificar os seus custos poderão afirmar-se como uma importante ferramenta na procura de soluções preliminares racionais. Se estas funções conseguirem reflectir com elevado grau de realismo as soluções encontradas pelas ferramentas matemático-numéricas de dimensionamento, então as políticas definidas pelos modelos de optimização-simulação dos sistemas regionais de abastecimento de água poderão ser implementadas com êxito, ou seja conseguirão revelar-se optimizadas.

Os diversos subprogramas foram organizados para permitem a realização de simulações de cenários alternativos de crescimento das utilizações ou dos diversos custos. Esta concepção teve o intuito de disponibilizar resultados que ajudem na fundamentação de decisões relacionadas com a construção ou reabilitação dos sistemas de abastecimento de água e implicitamente com o planeamento e gestão de recursos hídricos.

## AGRADECIMENTOS

Os autores registam o apoio dado pela Fundação para a Ciência e Tecnologia ao Centro de Engenharia Civil da Universidade do Minho. Este trabalho foi realizado com o apoio parcial do projecto POCTI/ECM/2512/95.

## 9. REFERÊNCIAS

- Coiado, Evaldo M. e António R. Júnior, “Influência da evolução do custo da energia eléctrica no diâmetro económico de uma instalação de recalque de água de abastecimento”, in *Revista Brasileira de Engenharia*, Vol. 11 n.º 2, pp 27-48, 1993.
- Fernandes, Edite M. G. P., “Computação Numérica”, *Universidade do Minho*, 1998.
- Ferreira da Silva, Júlio F., “Dimensionamento de condutas elevatórias - Decisão apoiada em critérios técnico-económicos”, in *Revista Engenharia Civil UM*, 1988.
- Ferreira da Silva, Júlio, Naim Haie e J. P. Vieira, “Análise, Modelação em cascata e Projecção de Consumos de Água”, in *Revista Engenharia Civil. UM*, Número 1, Guimarães, 1995.
- Ferreira da Silva, Júlio “Caracterização, Modelação e Projecção das Utilizações de Água”, *UM*, 1997
- Ferreira da Silva, Júlio F., Naim Haie e J. M. Pereira Vieira, "Análise de custos com a energia eléctrica nos sistemas de abastecimento de água", IV SILUSBA, APRH, ABRH; AMCT, Coimbra, 1999.
- Ferreira da Silva, Júlio “Custos de instalação de condutas em sistemas de adução e distribuição de água”, *UM*, 2002.
- Hathoot, Helmi M. et al, “Optimal Pipeline Sizing Technique”, *Journal of Transportation Engineering*, Vol 122, N.º 3, pp. 254-257, 1996.
- Lencastre, A. “Hidráulica Geral”, Lisboa, 1983.
- Nocedal, Jorge e S. J. Wright, “Numerical Optimization”, *Springer*, 1999.
- Regulamento Geral dos Sistemas Públicos e Prediais de Abastecimento de Água, aprovado pelo Decreto- Regulamentar 23/95 de 23 de Agosto.
- Swamee, P. K. “Optimal Design of Pumping Mains”, *Journal of Transportation Engineering*, Vol 127, N.º 3, pp. 264-267, May 2001.
- Vieira, José M. P. “Diâmetro económico de condutas elevatórias”. Apontamentos de Hidráulica Aplicada, *Universidade do Minho*, Braga, 1984.
- Walski, Thomas M., *Water distribution systems: simulation and sizing*, *Chelsea: Lewis*, 1990.
- Walski, Thomas M., “The wrong paradigm – Why water distribution optimization doesn’t work”, *Journal of Water Planning and Management*, pp. 203-205, July/August, 2001.

This document was created with Win2PDF available at <http://www.daneprairie.com>.  
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.