UIN IMAM BONJOL PADANG
MAp Journal
Mathematics & Applications
Web : ejournal.uinib.ac.id/jurnal/index.php/MAp
Email : map_journal@uinib.ac.id

PENENTUAN HARGA OPSI DENGAN MODEL *REGIME SWITCHING LOGNORMAL* (RSLN) *2-STATE*

OPTION PRICING WITH A 2-STATE LOGNORMAL SWITCHING REGIME MODEL

Darma Ekawati[1§], Apriyanto[2], Rahmah Abubakar[3]

[1]Program Studi Statistika, FMIPA, Universitas Sulawesi Barat, Jl. Prof. Dr. Baharuddin Lopa, SH., Talumung, Majene, Sulawesi Barat, Indonesia [Email: darmaekawati@unsulbar.ac.id]
[2] Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Sulawesi Barat, Jl. Prof. Dr. Baharuddin Lopa, SH., Talumung, Majene, Sulawesi Barat, Indonesia [Email: riyadh.math06@gmail.com]
[3] Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Sulawesi Barat, Jl. Prof. Dr. Baharuddin Lopa, SH., Talumung, Majene, Sulawesi Barat, Indonesia [Email: rahmahabubakar@unsulbar.ac.id]
[§]*Corresponding Author*

Received Nov 11th 2022; Accepted Dec 26th 2022; Published Dec 30th 2022

Abstrak

Opsi adalah suatu kontrak antara dua pihak dimana pemegang opsi memiliki hak untuk membeli atau menjual sejumlah instrumen dengan harga tertentu dalam jangka waktu yang telah ditentukan. Tujuan dari penelitian ini adalah menentukan harga opsi beli dan opsi jual tipe eropa dengan menggunakan model regime switching lognormal 2 state. Parameter dari model regime switching lognormal 2 state diestimasi dengan menggunakan Algoritma Ekspektasi-Maksimasi (EM). Penelitian ini menggunakan data sekunder harga saham dengan hasil estimasi parameter menunjukkan standar deviasi pada *state 1* sebesar 0.025543 dengan rata-rata 0.006355 serta standar deviasi pada *state* 2 sebesar 0.051013 dengan rata-rata -0.005482. Hasil estimasi diperoleh harga opsi jual dan beli tipe eropa masing-masing sebesar 98.40 dan 1033.48 untuk harga eksekusi sebesar 4000.
Kata Kunci: Algoritma EM, Opsi, *Regime Switching*, Saham.

Abstract

An option is a contract between two parties in which the option holder has the right to buy or sell a certain amount of instrument at a certain price within a predetermined period of time. The purpose of this study was to determine the price of buy and sell european type options using the 2-state lognormal switching regime model. The parameters of the 2-state lognormal switching regime model are estimated using the EM Algorithm. This study used secondary data on stock prices with parameter estimation results showing a standard deviation in state-1 of 0.025543 with an average of 0.006355 and a standard deviation in state-2 of 0.051013 with an average of -0.005482. The estimated results obtained the price of european type selling and buying options of 98.40 and 1033.48 respectively for the execution price of 4000.
Keywords*: EM Algorithm, Options, Stocks, Switching Regime.*

1. Pendahuluan

Investasi adalah suatu bentuk penenaman dana guna memberikan keuntungan tingkat pengembalian (*return*) baik pada masa sekarang atau dan dimasa depan [1]. Investasi berdasarkan wujudnya dapat dibedakan menjadi dua jenis yaitu investasi riil (umumnya berwujud dan waktunya panjang) dan investasi finansial (umumnya tidak berwujud dan waktunya singkat) [2]. Dalam berinvestasi semakin tinggi potensi keuntungan yang didapatkan maka semakin tinggi pula tingkat risiko (*risk*) yang dihadapi. Hal ini menjadi suatu masalah bagi para investor dalam berinvestasi. Risiko tidak dapat dihilangkan tapi dapat diminimalisasi dan dikelola maka dari itu diperlukan menajemen risiko yang baik. Pada masa sekarang sudah banyak alternatif yang bisa menunjang agar dapat meminimalisir risiko dan mendapatkan keuntungan seperti yang diharapkan. Selain berinvestasi secara langsung dengan membeli sekuritas yang diperdagangkan di pasar modal, investor juga dapat berinvestasi dengan membeli produk *derivative* [3].

Opsi merupakan salah satu produk *derivative* yang beruupa kontrak antara dua pihak dimana pemegang opsi memiliki hak untuk membeli atau menjual suatu asset dalam jangka waktu tertentu. Berdasarkan waktu pelaksanaannya, opsi dibedakan menjadi 2 (dua), Opsi tipe Eropa (*Europian Option*) dan opsi tipe Amerika (*American Option*) [4]. Selain itu, opsi juga dapat berupa opsi beli (*call option*) atau opsi jual (*put option*) [5].

Harga opsi sangat dipengaruhi oleh harga saham acuan, dalam hal ini tingkat pengembalian (*return*) saham. Pemodelan return saham yang paling sering digunakan adalah model *Black-Scholes*. Model *Black-Scholes* mengasumsikan bahwa pergerakan harga saham mengikuti gerak *Brownian* yang mengakitbatkan *return* saham berdistribusi normal dan harga saham berdistribusi *lognormal*. Beberapa penelitian pengembangan dari model *Black-Scholes* antara lain penentuan harga opsi *put* dan *call* tipe eropa dengan membandingkan harga opsi yang diterbitkan Honda Motor Company, Ltd dengan harga teoritis sebagai bahan pertimbangan untuk pengambilan keputusan pembelian opsi [6], penggunaan Metode *Center Time Center Space* (CTCS) dalam mencari solusi numerik dari persamaan persamaan differensial parsial model *Black-Scholes* [7], dan penentuan harga opsi *call* tipe Eropa menggunakan Model *Black-Scholes*, *Antithetic Variate* dan *Binomial* yang menunjukkan bahwa semakin banyak simulasi pada *Antithetic Variate* dan semakin banyak langkah pada model *Binomial* menghasilkan harga opsi *call* yang kovergen ke harga opsi *call* yang dihasilkan oleh model *Black-Scholes* dengan *standard error* yang konvergen ke nol [8]. Pendekatan dengan model *Black-Scholes* memberikan hasil prediksi yang layak untuk data saham pada interval waktu yang singkat, tetapi kurang sesuai untuk permasalahan jangka panjang, misalnya untuk pergerakan harga saham yang lebih ekstrim yang disebabkan oleh beberapa faktor antara lain gejolak politik dan ketidakpastian ekonomi.

Salah satu model untuk pemodelan return saham jangka panjang adalah model *regime switching lognormal*. Model ini sangat andal dalam memberikan gambaran perilaku pasar yang diamati yaitu *return* dan volatilitas saham dengan lebih baik dan stabil [9]. Model *regime switching lognormal* juga mampu menjelaskan perilaku dan pergerakan harga saham yang ekstrem [10]. Pemodelan proses harga saham dengan menggunakan model *regime switching*, memungkinkan terjadinya peralihan antara K status secara acak [11]. Alasan penggunaan model *regime switching* adalah bahwa *return* saham mungkin beralih dari waktu ke waktu antara keadaan volatilitas yang rendah dan volatilitas lebih tinggi.

Penelitian ini membahas tentang penentuan harga opsi beli dan jual tipe eropa dengan menggunakan model *regime switching lognormal* (RSLN) 2-State, dimana parameter dari model RSLN 2-State diestimasi dengan menggunakan Algoritma EM.

2. Landasan Teori

a. Harga Opsi

Harga opsi merupakan cerminan dari nilai intrinsik opsi dan setiap tambahan jumlah atas nilai intrinsik [12]. Jika K adalah harga eksekusi opsi yang telah disepakati dan S_T adalah harga saham (*underlying asset*) pada waktu T, maka nilai *payoff* pada saat jatuh tempo untuk opsi beli tipe eropa adalah [5]:

$$C = max\{S_T - K, 0\}$$

dan nilai *payoff* pada saat jatuh tempo untuk opsi jual tipe eropa adalah [5]:

$$P = max\{K - S_T, 0\}$$

b. Rantai Markov (*Markov Chain*)

Definisi 2.1. Diberikan $\{X_t; t = 0,1, \dots\}$ adalah suatu proses stokastik yang menjalani nilai-nilai berhingga atau terhitung. Notasi $X_t = i$ menunjukkan proses berada di status i pada saat t. Kapanpun proses berada di status i, peluang proses akan berada di status j pada waktu berikutnya adalah [13]:

$$\begin{aligned} P(X_{t+1} = j | X_t = i, X_{t-1} = i_{t-1}, \dots, X_1 = i_1, X_0 \\ = i_0) = P(X_{t+1} = j | X_t = i) \\ = p_{i,j} \end{aligned}$$

Lebih lanjut, nilai $P(X_{t+1} = j | X_t = i) = p_{i,j}$ menunjukkan peluang suatu proses yang berada di status i akan melakukan transisi ke status j [13], dengan

$$\sum_{j=0}^{\infty} p_{i,j} = 1$$

Untuk $p_{i,j} \geq 0; i, j \geq 0$

Selanjutnya, dibentuk matriks P yang berisi nilai-nilai $p_{i,j}$ yaitu matriks probabilitas transisi satu langkah [13], dan dapat dituliskan dengan formula sebagai berikut:

$$P = \begin{bmatrix} p_{0,0} & p_{0,1} & \cdots \\ p_{1,0} & p_{1,1} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{i,0} & p_{i,1} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

c. Model Hidden Markov

Model Markov $\{X_t, t = 0, 1, \dots\}$ memiliki probabilitas transisi $p_{i,j}$ dan probabilitas status awal $\pi x_0 = P(X_0 = i), i \geq 0$. Sebuah sinyal akan tampak setiap kali rantai Markov memasuki suatu status. Ketika rantai Markov memasuki status j yang independen terhadap status dan sinyal sebelumnya, maka akan tampak sinyal k dengan probabilitas e_{jk} dimana $\sum_{k \epsilon Y} e_{jk} = 1$. Jika y_n menyatakan sinyal ke-*n* yang tampak, maka

$$\begin{aligned} P(y_t = k \mid X_0, y_0, \dots, X_{t-1}, y_{t-1}, X_t = j) \\ = P(y_t = k | X_t = j) = e_{jk} \end{aligned}$$

Model di atas merupakan barisan sinyal $y_0, y_1, \dots$

teramati (*observed*) sedangkan barisan status sebenarnya dari rantai Markov merupakan barisan $X_0, X_1, \ldots$ tidak teramati (*unobserved*) dan dinamakan model hidden Markov (model Markov tersembunyi) [13].

Diberikan barisan observasi $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$ dan barisan *state* untuk setiap waktu observasi $X = \{X_1, X_2, \ldots\}$ dengan parameter θ, maka fungsi likelihood data lengkap (*likelihood* gabungan) adalah sebagai berikut:

$$L = (Y, X; \theta) = P(Y|X; \theta)P(X; \theta)$$

$$= \pi X_1 \prod_{t=2}^{n} p_{t-1,t} \prod_{t=1}^{n} P(y_t|X_t; \theta)$$

dan fungsi likelihood data tidak lengkap (*likelihood* data observasi/marginal *likelihood*) adalah sebagai berikut:

$$L = (Y; \theta) = \sum_X P(Y|X; \theta)P(X; \theta)$$

$$= \sum_X \pi X_1 \prod_{t=2}^{n} p_{t-1,t} \prod_{t=1}^{n} P(y_t|X_t; \theta)$$

dengan X_1 merupakan *state* awal dan $\pi X_1 = P(X_1 = i; \theta)$ [14].

d. Algoritma Ekspektasi-Maksimisasi

Karakteristik utama dari algoritma EM adalah melakukan perhitungan secara *iterative* (berulang-ulang) untuk mendapatkan estimator dengan adanya permasalahan data tidak lengkap. Setiap iterasi dari algoritma EM terdiri dari dua tahap, yaitu [15]:

1) Tahap ekspektasi atau *expectation step* (E-step). Pada tahap ekspektasi yang dicari ekspektasi dari fungsi likelihood data lengkap berdasarkan data terobservasi yang digunakan untuk mengganti keberadaan atau keanggotaan pada setiap kelas laten yang tidak diketahui. Fungsi tersebut dinotasikan sebagai:

$$Q(\theta, \theta^m) = E_{X|Y,\theta^m}[\log P(X, Y; \theta)]$$

2) Tahap maksimisasi atau *maximization step* (M-step). Pada tahap maksimisasi dicari nilai estimator yang dapat memaksimumkan fungsi Q yang telah didefinisikan pada tahap ekspektasi. Nilai estimator dinotasikan sebagai:

$$\theta^m = \underset{\theta}{\arg max}\, Q(\theta, \theta^{m-1})$$

dengan θ^m adalah estimator untuk parameter θ pada iterasi ke-*m*.

Kedua tahap tersebut dilakukan berulang-ulang (*iterative*) sehingga didapatkan estimator yang memaksimumkan fungsi *loglikelihood.* Metode aproksimasi *iterative* dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut [16]:

1) menentukan nilai awal parameter θ^m dengan $m = 0$
2) Hitung $Q(\theta, \theta^m)$
3) Tentukan θ^{m+1} yang memaksimumkan $Q(\theta, \theta^m)$ yaitu $\theta^{m+1} \epsilon \underset{\theta}{\arg max}\, Q(\theta, \theta^{m-1})$
4) Ganti *m* dengan *m* + 1 dan ulangi langkah ke 2 sampai ke 4 hingga kriteria hentinya tercapai yaitu $\log L(Y; \theta^{m+1}) - \log L(Y; \theta^m)$ kurang dari suatu bilangan yang sangat kecil.

e. Model *Regime Switching Lognormal 2-State*

Model *regime switching* (*Markovian switching*) adalah suatu model yang dapat mendiagnosis terjadinya perubahan kondisi dari kondisi sebelumnya, misalnya perubahan nilai mean dan volatilitas dari return saham. Model ini mampu memperlihatkan transisi dan ramalan probabilitas yang penting dalam rangka memprediksi terjadinya perubahan signifikan harga saham [11].

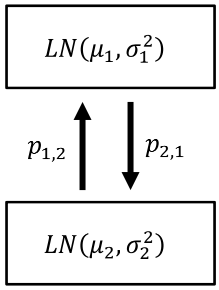
Model *regime switching* menganggap proses perpindahan antar *regime* (*state*) sejumlah *K* bersifat acak. Setiap *regime* memiliki sifat dan karakter yang berbeda dengan *regime* lainnya. Proses *regime*, khususnya return saham pada periode waktu tertentu diasumsikan mengikuti proses Markov dengan peluang perubahan regime hanya bergantung dengan *regime* sebelumnya, bukan berdasarkan proses historis [11].

Salah satu bentuk model *regime switching* adalah model *regime switching lognormal* (RSLN). Model ini mengasumsikan bahwa proses return saham berada pada satu dari *K state*. Dimana, ρ_t adalah *state* pada interval $[t, t+1]$, $\rho_t = 1, 2, \ldots, K, S_t$ adalah harga saham pada waktu ke-*t* dan *Rt* adalah proses *logreturn* sehingga jika $R_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$, maka:

$$R_t|\rho_t \sim N\left(\mu_{\rho_t}, \sigma_{\rho_t}^2\right)$$

dimana μ_R dan σ_R^2 adalah mean dan variansi dari *state* ke *R* [11].

Alasan dibalik model *regime switching* adalah pasar saham dapat mengalami perubahan dari waktu ke waktu diantaranya periode stabil, periode volatilitas rendah, dan periode volatilitas tinggi yang mungkin timbul karena beberapa ketidakpastian kebijakan politik atau ekonomi suatu negara. Model yang digunakan dalam peramalan adalah model *Regime Switching Lognormal* (RSLN) *2-State*. Model RSLN-2 diilustrasikan oleh gambar berikut [11].



Gambar 1. *Regime Switching Lognormal 2-State*

Matriks transisi P menyatakan peluang perpindahan *state*. *Regime switching* mengasumsikan pengambilan suatu tempat (*state*) pada akhir tiap unit waktu. Secara umum dituliskan [11]:

$$p_{i,j} = P[\rho_{t+1} = j|\rho_t = i]$$

untuk *i* = 1,2 dan *j* = 1,2 dengan matriks transisi

$$P = \begin{bmatrix} p_{1,1} & 1 - p_{1,1} \\ 1 - p_{2,2} & p_{2,2} \end{bmatrix}$$

Jadi, terdapat enam parameter yang harus diestimasi pada model RSLN dengan *2-state* mempunyai, yaitu:

$$\theta = \{\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2, p_{1,1}, p_{2,2}\}$$

Dari peluang transisi dapat diperoleh distribusi *invariant* π_1 dan π_2 yaitu peluang proses akan berada pada *state-1* dan peluang proses akan berada pada *state-2* tanpa adanya syarat informasi historis sebelumnya. distribusi *invariant* π_1 dan π_2 yang dicari yaitu [11]:

$$\pi P = \pi$$

$$[\pi_1, \pi_2]\begin{bmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} \\ p_{2,1} & p_{2,2} \end{bmatrix} = [\pi_1, \pi_2]$$

Sehingga,

$$\pi_1 = \frac{p_{2,1}}{p_{1,2} + p_{2,1}} \qquad (2.1)$$

dan

$$\pi_2 = \frac{p_{1,2}}{p_{1,2} + p_{2,1}} \qquad (2.2)$$

selanjutnya, diketahui bahwa $R_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$, maka untuk $S_0 = 1$ diperoleh:

$$S_n = exp\left(\sum_{t=1}^{n} R_t\right)$$

Jika dimisalkan D_1 menyatakan banyak waktu dimana proses berada pada *state-1*, dan *n* adalah banyaknya observasi, maka *n* - D_1 adalah banyak waktu dimana proses berada pada *state-2*, sehingga *conditional sum* adalah jumlah dari [11]:

1) D_1 independen, variabel random berdistribusi normal dengan *mean* μ_1 dan variansi σ_1^2
2) $n - D_1$ independen, variabel random berdistribusi normal dengan *mean* μ_2 dan variansi σ_2^2.

Hasil dari penjumlahan tersebut juga berdistribusi normal dengan *mean* $D_1\mu_1 + (n - D_1)\mu_2$ dan variansi $D_1\sigma_1^2 + (n - D_1)\sigma_2^2$. Ini berarti, variabel kondisional $S_l|D_1$ berdistribusi lognormal dengan

$$\mu = D_1\mu_1 + (n - D_1)\mu_2$$

dan

$$\sigma^2 = D_1\sigma_1^2 + (n - D_1)\sigma_2^2 \qquad (2.3)$$

3. Hasil Dan Pembahasan

Dalam artikel ini, penentuan harga opsi eropa menggunakan model RSLN 2-*state* dimana parameternya diestimasi menggunkan Algoritma EM. Studi kasus penelitian ini adalah perhitungan opsi beli dan opsi jual tipe eropa menggunakan model RSLN 2-*state*. Data yang digunakan adalah data sekunder harga penutupan saham mingguan PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk. Tingkat suku bunga bebas risiko mengacu pada suku bunga Indonesia yaitu sebesar 5%.

a. Estimasi Parameter Model RSLN 2-State dengan Algoritma EM

Dimisalkan *return* saham $R = (R_1, R_2, \dots, R_n)$, status (*state*) pada pasar finansial adalah $\rho = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n)$. Selanjutnya ditentukan parameter dari model *regime switching* yang dinotasikan dengan θ. Fungsi *likelihood* data lengkap (likelihood gabungan) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} L = (R, \rho; \theta) &= P(R|\rho;\theta)P(\rho;\theta) \\ &= \pi_{\rho_1} \prod_{t=2}^{n} p_{t-1,t} \prod_{t=1}^{n} P(R_t|\rho_t;\theta) \end{aligned}$$

dengan

$$\begin{aligned} P(R_t|\rho_t;\theta) &= f(R_t|\rho_t;\theta) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\rho_t}^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{R_t-\mu_{\rho_t}}{\sigma_{\rho_t}}\right)^2} \end{aligned}$$

dan fungsi log-likelihood data lengkap sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \log L = (R, \rho; \theta) &= \log \pi_{\rho_1} + \sum_{t=2}^{n} \log(p_{t-1,t}) \\ &+ \sum_{t=1}^{n} \left[-\frac{1}{2}\log(2\pi\sigma_{\rho_t}^2) - \frac{1}{2}\left(\frac{R_t - \mu_{\rho_t}}{\sigma_{\rho_t}}\right)^2\right] \end{aligned}$$

dan fungsi *likelihood* data tidak lengkap (*likelihood* data observasi/*marginal likelihood*) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} L(R, \theta) &= \sum_{\rho} P(R|\rho;\theta)P(\rho;\theta) \\ &= \sum_{\rho_1,\dots,\rho_t=1}^{2} \pi_{\rho_1} \prod_{t=2}^{n} p_{t-1,t} \prod_{t=1}^{n} P(R_t|\rho_t;\theta) \end{aligned}$$

E-step algoritma EM dapat ditunjukkan dengan parameter pada iterasi ke-*m* dengan menggunakan ekspektasi bersyarat dari persamaan *log-likelihood* data lengkap, diperoleh:

$Q(\theta, \theta^m) = E[\log L(R, \rho; \theta) | R, \theta^m]$

$= \sum_{i=1}^{2} = E[\log L(R, \rho; \theta) | R, \theta^m] + \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \sum_{t=2}^{2} \log p_{ij} \, P(\rho_{t-1} = i, \rho_t = j | R, \theta^m) + \sum_{i=1}^{2} \sum_{t=1}^{n} \left[-\frac{1}{2} \log\left(2\pi\sigma_{\rho_t}^2\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{R_t - \mu_{\rho_t}}{\sigma_{\rho_t}}\right)^2 \right] P(\rho_t = i | R, \theta^m)$ (3.1)

Selanjutnya, M-*step* dari algoritma EM untuk mencari parameter θ yang memaksimumkan fungsi $Q(\theta, \theta^m)$, yaitu

$$\theta^m = \underset{\theta}{\arg max} \, Q(\theta, \theta^m)$$

Nilai estimasi dari $\pi_1, \pi_2, p_{1,2}, p_{2,1}, \mu_1, \mu_2, \sigma_1,$

σ_2 yang memaksimumkan fungsi Q pada setiap iterasi diperoleh dari turunan pertama dari Q harus sama dengan nol. Dari $\sum_{i=1}^{2} \log \pi_i \, P(\rho_1 = i | R, \theta^m)$ pada persamaan 3.1 dengan menggunakan pengali Lagrange dan $\sum_{i=1}^{2} \pi_i = 1$, nilai $\pi_i (i = 1,2, \ldots)$ dapat diestimasi dengan:

$$\hat{\pi}_i = \frac{P(\rho_1 = i | R, \theta^m)}{\sum_{i=1}^{2} P(\rho_1 = i | R, \theta^m)}$$

Dari $\sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \sum_{t=2}^{n} \log p_{ij} \, P\left(\rho_{t-1} = i, \rho_t = j | R, \hat{\theta}^m\right)$ pada persamaan 3.1 dengan menggunakan pengali Lagrange dan $\sum_{j=1}^{2} p_{i,j} = 1$, nilai $p_{i,j}$ dapat diestimasi dengan

$$\hat{p}_{i,j} = \frac{\sum_{t=2}^{n} P\left(\rho_{t-1} = i, \rho_t = j | R, \hat{\theta}^m\right)}{\sum_{j=1}^{2} \sum_{t=2}^{n} P\left(\rho_{t-1} = i, \rho_t = j | R, \hat{\theta}^m\right)}$$

Selanjutnya, untuk $i = 1,2$ nilai μ_i dapat diestimasi dengan:

$$\hat{\mu}_i = \frac{\sum_{t=1}^{n} (R_t) P(\rho_t = i | R, \theta^m)}{\sum_{t=1}^{n} P(\rho_t = i | R, \theta^m)}$$

dan nilai σ_i dapat diiestimasi dengan

$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n} (R_t - \hat{\mu}_i)^2 P(\rho_t = i | R, \theta^m)}{\sum_{t=1}^{n} P(\rho_t = i | R, \theta^m)}$$

Kedua tahap tersebut dilakukan berulang-ulang (*iterative*) sehingga didapatkan estimator yang memaksimumkan fungsi *loglikelihood*. Metode aproksimasi *iterative* dilakukan dengan langkahlangkah sebagai berikut:

1) Set nilai awal parameter θ^m dengan *m = 0*
2) Dengan nilai dari θ^m, hitung $Q(\theta, \theta^m)$
3) Tentukan $\theta^{m+1} \epsilon \underset{\theta}{\arg max} \, Q(\theta, \theta^m)$

Ganti *m* dengan *m + 1* dan ulangi langkah ke-2 sampai ke-4 hingga kriteria hentinya tercapai yaitu $\log L(R; \theta^{m+1}) - \log L(R; \theta^m)$ kurang dari suatu bilangan yang sangat kecil.

b. Penentuan Harga Opsi dengan RSLN 2-State

Metode yang paling populer dalam penetuan harga opsi tipe eropa adalah metode *Black-Scholes*. Pada model ini, pergerakan harga saham dimodelkan sebagai suatu proses stokastik. Harga opsi beli dan opsi jual tipe Eropa dengan menggunakan model *Black-Scholes* dapat dihitung dengan menggunakan formula berikut:

$$C = S_0 N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2)$$

dan

$$P = K e^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1)$$

dengan $d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$ dan $d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$.

Penentuan harga opsi beli dan opsi jual tipe eropa dengan menggunakan model RSLN 2-*state* mengacu pada formula model *Black-Scholes* dengan memodifikasi σ sesuai dengan konsep model RSLN 2-*state* yang terdapat pada persamaan 2.3, sehingga harga opsi beli dan opsi jual tipe Eropa dengan menggunakan RSLN 2-*state* dihitung dengan formula berikut:

$$C = S_0 N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2) \qquad (3.2)$$

dan

$$P = Ke^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1) \qquad (3.3)$$

dengan $d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$, $d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$, $\sigma_2 = d_1\sigma_1^2 + (n - d_1)\sigma_2^2$.

c. Studi Kasus

Studi kasus pada penelitian ini adalah perhitungan opsi beli dan opsi jual tipe Eropa menggunakan model RSLN-2 state dengan data sekunder harga penutupan saham mingguan dari PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk (BBRI.JK) pada tanggal 02 Januari 2017 sampai dengan 30 Desember 2019. Berikut disajikan grafik pergerakan harga saham mingguan PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk tahun 2017-2019:

Gambar 2. Grafik harga penutupan saham mingguan PT Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk. tahun 2017-2019

Gambar 2 menunjukkan pergerakan harga saham PT Bak Rakyat Indonesia (Persero) Tbk. tahun 2017-2019. Terlihat bahwa pada tahun 2017, harga saham cenderung mengalami kenaikan, kemudian pada tahun 2018 harga saham mengalami penurunan dan kembali mengalami kenaikan pada tahun 2019.

Dinamika harga saham acuan diklasifikasikan sebagai siklus ekspansi dan resesi, dimana ekspansi merupakan harga saham dengan tren ke atas (mengalami kenaikan), sementara resesi merupakan harga saham dengan tren ke bawah (mengalami penurunan).

Estimasi parameter model RSLN 2 state dari data saham acuan dengan Algoritma EM dilakukan dengan menggunakan Software R. Hasil estimasi parameter model RSLN 2 state disajikan pada tabel berikut:

Tabel 1. Hasil estimasi parameter model

Parameter	Hasil Estimasi
$\hat{\mu}_1$	0.006355
$\hat{\mu}_2$	- 0.005482
$\hat{\sigma}_1$	0.025543
$\hat{\sigma}_2$	0.051013
$\hat{p}_{12}$	0.030401
$\hat{p}_{21}$	0.102639

Ket.:
$\hat{\mu}_1$ = Estimasi nilai rata-rata *state-1*
$\hat{\mu}_2$ = Estimasi nilai rata-rata *state-2*
$\hat{\sigma}_1$ = Estimasi nilai ragam *state-1*
$\hat{\sigma}_2$ = Estimasi nilai ragam *state-2*
$\hat{p}_{12}$ = Estimasi nilai peluang transisi dari *state-1* ke *state-2*
$\hat{p}_{21}$ = Estimasi nilai peluang transisi dari *state-2* ke *state-1*

Dari tabel hasil estimasi parameter di atas terlihat bahwa standar deviasi return saham pada state 2 lebih stabil dibandingkan dengan standar deviasi return saham pada state 1. Selanjutnya, berdasarkan persamaan 2.1 dan 2.2, diperoleh peluang proses akan berada pada state 1 (π_1) adalah 0.7718437 dan peluang proses akan berada pada state 2 (π_2) adalah 0.2281563.

Selanjutnya, berdasarkan persamaan 3.2 dan 3.3 akan ditentukan harga opsi beli dan opsi jual tipe Eropa dengan tingkat suku bunga bebas risiko yang digunakan mengacu pada suku bunga Bank Indonesia (BI 7-Day Repo Rate) yang dikeluarkan pada tanggal 20 Januari 2020 yaitu 5% dan harga saham pada saat opsi dikeluarkan S_0 yaitu harga saham BRI pertanggal 20 Januari 2020 yaitu sebesar Rp. 4.740. Hasil perhitungan opsi beli dan opsi jual tipe Eropa dengan waktu jatuh tempo 1 (satu) tahun dengan harga eksekusi (strike price) bervariasi disajikan pada tabel berikut:

Tabel 2. Harga opsi beli dan opsi jual tipe Eropa menggunakan model RSLN 2 *state* dengan harga eksekusi (*srike price*) bervariasi

Harga Eksekusi (Rp.)	Harga Opsi Beli (Rp.)	Harga Opsi Jual (Rp.)
4000	1033.48	98.40
4250	855.58	158.31
4500	697.68	238.22
4750	560.69	339.03
5000	444.41	460.56
5250	347.72	601.67
5500	268.81	760.57
5750	205.52	935.09
6000	155.56	1122.94

Dari tabel 2 di atas terlihat besaran harga opsi beli dan opsi jual tipe Eropa menggunakan model RSLN-2 state yang berubah seiring dengan perubahan harga eksekusi. Dimana harga opsi beli menurun seiring dengan peningkatan harga eksekusi, sedangkan harga opsi jual meningkat seiring dengan peningkatan harga eksekusi opsi pada waktu jatuh tempo.

4. Kesimpulan Dan Saran

Berdasarkan pembahasan mengenai penentuan harga Opsi dengan model RSLN-2 *State* dapat diambil kesimpulan sebagai berikut;

1. Simpangan baku *return* saham acuan pada *State* 2 lebih stabil dibandingkan dengan simpangan baku *return* saham acuan pada *State* 1. Berdasarkan hasil estimasi dengan menggunakan Algoritma EM diperoleh simpangan baku pada *State* 1 adalah 0.025543 dengan rata-rata 0.006355, dan simpangan baku pada *State* 2 adalah 0.051013 dengan rata-rata -0.005482.
2. Nilai peluang transisi dari *State* 1 ke *State* 2 adalah 0.030401 dan nilai peluang transisi dari *State* 2 ke *State* 1 adalah 0.102639.
3. Harga opsi beli maupun opsi jual tipe eropa menggunakan model RSLN-2 state dipengaruhi oleh volatilitas harga saham, harga eksekusi, tingkat suku bunga bebas risiko dan waktu jatuh tempo opsi.
4. Harga opsi juga berubah seiring dengan perubahan harga eksekusi. Dimana harga opsi beli menurun seiring dengan peningkatan harga eksekusi, sedangkan harga opsi jual meningkat seiring dengan peningkatan harga eksekusi opsi pada waktu jatuh tempo.

5. Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada rekan peneliti bidang ilmu Aktuaria Universitas Sulawesi Barat.

6. Daftar Pustaka

[1] D. Mutiasalisa, D. Devianto, and I. Rahmi HH, “Pembentukan Portofolio Optimal Berdasarkan Indeks Kinerja Keuangan Pada Saham LQ-45,” *J. Mat. Unand*, vol.

10, no. 2, pp. 177–186, 2021.

[2] A. Apriyanto and R. H. Basalamah, “Penentuan Harga Opsi Beli Tipe Untuk Return Saham Yang Berdistribusi Fat Tail di Pasar Modal Indonesia,” *Prox. J. Penelit. Mat. dan Pendidik. Mat.*, vol. 2, no. 1, pp. 12–18, 2019.

[3] M. A. Darmawan, I. Kasse, and S. D. Anugrawati, “Penentuan Nilai Opsi Bermuda Menggunakan Metode Trinomial,” *J. Siger Mat.*, vol. 3, no. 1, pp. 1–6, 2022.

[4] F. Zubedi, N. Ahmad, S.L. Mahmud, and R. Mowuu, “Penentuan Harga Beli Opsi Asia Menggunakan Monte Carlo Antithetic Variate dan Monte Carlo-Control,” *Euler*, vol. 10, no. 1, pp. 7–14, 2022.

[5] J. C. Hull, *Option, Futures, and Other Derivatives*. Toronto: Pearson Prentice Hall Internasional, 2012.

[6] M. N. Mooy, A. Rusgiyono, and R. Rahmawati, “Penentuan Harga Opsi Put dan Call Tipe Eropa Terhadap Saham Menggunakan Model Black-Scholes,” *J. Gaussian*, vol. 6, no. 3, pp. 407–417, 2017,

[7] W. Irawan, M. Rosha, and D. Permana, “Penentuan Harga Opsi dengan Model Black-Scholes Menggunakan Metode Beda Hingga Center Time Center Space (CTCS),” *J. Math. UNP*, vol. 7, no. 3, pp. 72–77, 2022.

[8] F. Zubedi, F. A. Oroh, and M. A. Allu, “Penentuan Harga Call Opsi Eropa dengan Menggunakan Model Black-Scholes, Antithetic Variate, dan Binomial,” *J. Ris. /dan Apl. Mat.*, vol. 4, no. 2, pp. 74–81, 2020.

[9] B. Guo, Y. Wu, H. Xie, and B. Miao, “A Segmented Regime-Switching Model with Its Application to Stock Market Indices,” *J. Appl. Stat.*, vol. 38, no. 10, pp. 2241–2252, 2011.

[10] P. A. G. Dolores, “A Regime-Switching Lognormal Model of Philippine Stock Exchange Index (PSEi) Returns,” *J. Math. Soc. Philipp.*, vol. 39, pp. 25–34, 2016.

[11] M. R. Hardy, “A Regime-Switching Model of Long-Term Stock Returns,” *North Am. J.*, vol. 5, pp. 41–53, 2001.

[12] F. J. Fabozzi and H. M. Markowitz, *The Theory and Practice of Investment Management*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2002.

[13] S. M. Ross, *Introdution to Probability Models*. Oxford: Elsevier.

[14] L. R. Rabiner, “A Tutorial Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition,” *Proc. IEEE*, vol. 7, no. 2, 1989.

[15] A. P. Dempster, N. M. Laird, and D. B. Rubin, “Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm,” *J. R. Stat. Soc. Ser. B*, vol. 39, no. 1, pp. 1–38, 1977.

[16] M. R. Gupta and Y. Chen, “Theory and Use of the EM Algorithm,” *Found. Trends Signal Process.*, vol. 4, no. 3, pp. 223–296, 2010.