



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO
FACULTAD DE QUÍMICA
PROGRAMA EDUCATIVO DE QUÍMICO EN ALIMENTOS



PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

TEMA TÉCNICAS DE CONTEO

M. EN P. E. ANA MARGARITA ARRIZABALAGA REYNOSO
TOLUCA DE LERDO; ESTADO DE MÉXICO. AGOSTO DE 2015

TÉCNICAS DE CONTEO

INTRODUCCIÓN

Suponga que se encuentra al final de una línea de ensamble final de un producto y que un supervisor le ordena contar los elementos de un lote que se ha manufacturado hace unas horas y del que se desconoce el número de productos que lo constituyen; de inmediato usted empezará a contar un producto tras otro y al final informará al supervisor que son, 48, 54 u otro número cualquiera. Ahora suponga que ese mismo supervisor le plantea la siguiente pregunta ¿Cuántas muestras o grupos será posible formar con los productos del lote, si las muestras o grupos a formar son de ocho elementos cada una de ellas?

En el primer caso el cuantificar los elementos del lote no presenta dificultad alguna para la persona encargada de hacerlo; pero cuando se le hace el segundo planteamiento, al tratar de formar las muestras o grupos de ocho elementos la persona encargada empezará a tener dificultad para hacerlo; en casos como éste es necesario hacer uso de las **Técnicas de conteo** para cuantificar los elementos del evento en cuestión (el número de muestras posibles a formar de ocho elementos).

¿Qué son las **Técnicas de conteo**?

Las **Técnicas de conteo** son aquellas herramientas usadas para enumerar eventos difíciles de cuantificar. Ejemplos en los que definitivamente se hace uso de las **Técnicas de conteo** son:

- ¿Cuántas comisiones pro limpieza del colegio se pueden formar si hay 150 alumnos que desean ayudar en esta tarea y se desea formar comisiones de ocho alumnos?
- ¿Cuántas representaciones de alumnos pueden ser formadas a) si se desea que estas consten solo de alumnos de Químico en Alimentos; b) se desea que el presidente sea un Químico; c) se desea que el presidente y tesorero sean Químicos Farmacéuticos Biólogos? Para todos los casos, se desea que las representaciones consten de once alumnos.
- ¿Cuántas maneras tiene una persona de seleccionar una lavadora, una batidora y dos licuadoras, si encuentra en una tienda 8 modelos diferentes de lavadoras, 5 modelos diferentes de batidoras y 7 modelos diferentes de licuadoras?

Se les denomina **Técnicas de conteo** a las **Combinaciones y Permutaciones** destacando que proporcionan la información de todas las maneras posibles en que ocurre un evento determinado.

Las bases para entender el uso de las técnicas de conteo son el **Principio de la Multiplicación** y el **Principio Aditivo**, que a continuación se definen y se hace uso de ellos.

PRINCIPIO DE LA MULTIPLICACIÓN

Si se desea realizar una actividad que consta de r pasos, en donde el primer paso de la actividad a realizar puede ser llevado a cabo de N_1 maneras o formas, el segundo paso de N_2 maneras o formas y el r -ésimo paso de N_r maneras o formas, entonces esta actividad puede ser llevada a efecto de:

$$PM = [N_1 \times N_2 \times \dots \times N_r] \text{ maneras o formas}$$

El principio de la multiplicación implica que cada uno de los pasos de la actividad debe ser llevada a efecto, uno tras otro.

Ejemplos

- Una persona desea construir su casa, para lo cual considera que puede construir los cimientos de su casa de cualquiera de dos maneras (concreto o block de cemento), mientras que las paredes las puede hacer de adobe, adobón o ladrillo; el techo puede ser de concreto o lámina galvanizada y por último los acabados los puede realizar de una sola manera ¿Cuántas maneras tiene esta persona de construir su casa?

Solución

Considerando que $r = 4$ pasos

$N_1 =$ maneras de hacer cimientos = 2

$N_2 =$ maneras de construir paredes = 3

$N_3 =$ maneras de hacer techos = 2

$N_4 =$ maneras de hacer acabados = 1

$$PM = [N_1 \times N_2 \times N_3 \times N_4] = [2 \times 3 \times 2 \times 1] = 12 \text{ maneras de construir la casa}$$

El principio de la multiplicación proporciona todas las maneras o formas posibles de como se puede llevar a cabo una actividad cualquiera.

- ¿Cuántos números telefónicos es posible diseñar considerando que dichos números telefónicos deben constar de seis dígitos tomados del 0 al 9?
 - a. Considere que el cero no puede ir al inicio de los números y es posible repetir dígitos
 - b. El cero no debe ir en la primera posición y no es posible repetir dígitos
 - c. ¿Cuántos de los números telefónicos del inciso (b) empiezan por el número siete?
 - d. ¿Cuántos de los números telefónicos del inciso (b) forman un número impar?

Solución

a. $PM = [9 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10] = 900,000$ números telefónicos

b. $PM = [9 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5] = 136,080$ números telefónicos

c. $PM = [1 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5] = 15,120$ números telefónicos

d. $PM = [8 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 5] = 67,200$ números telefónicos

PRINCIPIO ADITIVO

Si se desea llevar a efecto una actividad, la cual tiene formas alternativas para ser realizada, donde la primera de esas alternativas puede ser realizada de M maneras o formas, la segunda alternativa puede realizarse de N maneras o formas..... y la última de las alternativas puede ser realizada de W maneras o formas, entonces las opciones de realizarla se calculan:

$$PA = [M + N + \dots + W] \text{ maneras o formas}$$

Ejemplos

- Una persona desea comprar una lavadora de ropa, para lo cual ha pensado que puede seleccionar de entre las marcas Whirlpool (W), Easy (E) y General Electric (GE), cuando acude a hacer la compra se encuentra que la lavadora de la marca W se presenta en dos tipos de carga (8 u 10 kilogramos), en cuatro colores diferentes y puede ser automática o semiautomática; mientras que la lavadora de la marca E, se presenta en tres tipos de carga (8, 10 o 15 kilogramos), en dos colores diferentes y puede ser automática o semiautomática y la lavadora de la marca GE se presenta en solo un tipo de carga, que es de 10 kilogramos, dos colores diferentes y solo hay semiautomática. ¿Cuántas maneras tiene esta persona de comprar una lavadora?

Solución

M = Número de maneras de seleccionar una lavadora Whirlpool

N = Número de maneras de seleccionar una lavadora de la marca Easy

W = Número de maneras de seleccionar una lavadora de la marca General Electric

$$PM = [M = 2 \times 4 \times 2] = 16 \text{ maneras}$$

$$PN = [N = 3 \times 2 \times 2] = 12 \text{ maneras}$$

$$PW = [W = 1 \times 2 \times 1] = 2 \text{ maneras}$$

$$PA = [M + N + W] = 16 + 12 + 2 = 30 \text{ maneras de seleccionar una lavadora}$$

- Una pareja que se tiene que casar, junta dinero para el enganche de su casa; en el Fraccionamiento Lomas de la Presa le ofrecen un modelo económico o un condominio; en el Fraccionamiento Playas le ofrecen tres modelos residencial, californiano y provenzal. ¿Cuántas alternativas diferentes de vivienda le ofrecen a la pareja?

Solución

FLP = Modelo Económico o Condominio (2)

FP = Residencial, Californiano, Provenzal (3)

$$PA = [FLP + FP] = 2 + 3 = 5 \text{ maneras de seleccionar una casa}$$

NOTACIÓN FACTORIAL

Se usa la notación $n!$ para denotar el producto de los enteros positivos desde 1 hasta n .

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times n$$

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$n! = (n - 1)! \times n$$

La definición de $n!$ (ene factorial) es el producto desde la unidad hasta el valor que ostenta n .

Ejemplos

- $10! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 10 = 3,628,800$
- $8! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 8 = 40,320$
- $6! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 6 = 720$

TÉCNICAS DE CONTEO

Para comprender lo que son las permutaciones es necesario definir lo que es una combinación y lo que es una permutación para establecer su diferencia y de esta manera entender claramente cuando es posible utilizar una combinación y cuando utilizar una permutación al momento de querer cuantificar los elementos de algún evento.

COMBINACIÓN

Es todo arreglo de elementos en donde no interesa el lugar o posición que ocupa cada uno de los elementos que constituyen dicho arreglo.

PERMUTACIÓN

Es todo arreglo de elementos en donde nos interesa el lugar o posición que ocupa cada uno de los elementos que constituyen dicho arreglo.

Ejemplos

Para ver de una manera objetiva la diferencia entre una combinación y una permutación se presentan las siguientes situaciones:

- Suponga que un salón de clase está constituido por 35 alumnos.
 - a. El maestro desea que tres de los alumnos lo ayuden en actividades tales como mantener el aula limpia o entregar material a los alumnos cuando así sea necesario.
 - b. El maestro desea que se nombre a los representantes del salón: un Presidente, un Secretario y un Tesorero.

Solución

- a. Suponga que por unanimidad se ha elegido a Daniel, Arturo y a Rafael para limpiar el aula o entregar material; aunque pudieron haberse seleccionado a Rafael, Daniel y a Enrique, o pudo haberse formado cualquier grupo de tres personas para realizar las actividades mencionadas anteriormente. ¿Es importante el orden como se selecciona

a los elementos que forma el grupo de tres personas? Reflexionando al respecto el orden en este caso no tiene importancia, ya que lo único que interesa es el contenido de cada grupo; dicho de otra forma ¿Quiénes están en el grupo? Por tanto, este ejemplo es una **combinación**; quiere decir que las combinaciones permiten formar grupos o muestras de elementos en donde lo único que interesa es el contenido de los mismos.

- b. Suponga que se han nombrado como representantes a Daniel como Presidente, a Arturo como Secretario y a Rafael como Tesorero, pero resulta que a alguien se le ocurre hacer algunos cambios, los que se muestran a continuación:

Cambios

PRESIDENTE	Daniel	Arturo	Rafael	Daniel
SECRETARIO	Arturo	Daniel	Daniel	Rafael
TESORERO	Rafael	Rafael	Arturo	Arturo

Ahora se tienen cuatro arreglos; la pregunta ahora es ¿Se trata de la misma representación? La respuesta sería no, ya que el cambio de función que se hace a los integrantes de la representación original hace que definitivamente cada una de las representaciones trabaje de manera diferente. Por otra parte ¿Importa el orden de los elementos en los arreglos? La respuesta definitivamente sería sí, luego entonces las representaciones antes definidas son diferentes ya que el orden o la forma en que se asignan las funciones sí importa, por lo tanto es este caso se trata de un **permutaciones**.

OBTENCIÓN DE FÓRMULA DE PERMUTACIONES

Para hacer esto se partirá de un ejemplo: ¿Cuántas maneras hay de asignar los cuatro primeros lugares de un concurso de creatividad que se verifica en las instalaciones la Facultad, si hay 14 participantes?

Solución

Haciendo uso del principio de la multiplicación:

$PM = [14 \times 13 \times 12 \times 11] = 24,024$ maneras de asignar los primeros cuatro lugares del concurso.

Esta solución se debe, a que al momento de asignar el primer lugar se tiene a 14 posibles candidatos; una vez asignado ese lugar quedan 13 posibles candidatos para el segundo lugar; luego se tendrían 12 candidatos posibles para el tercer lugar y por último 11 candidatos posibles para el cuarto lugar.

Si n es el total de participantes en el concurso y r es el número de participantes que van a ser premiados; partiendo de la expresión anterior, entonces:

$$[14 \times 13 \times 12 \times 11] = [n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times (n - r + 1)]$$

Si la expresión anterior es multiplicada por $(n - r)! / (n - r)!$, entonces:

$$[n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times (n - r + 1)] [(n - r)! / (n - r)!] = [n! / (n - r)!]$$

Por tanto, la fórmula de permutaciones de r objetos tomados de entre n objetos es:

$${}_n P_r = \frac{(n!)}{(n - r)!}$$

Esta fórmula permitirá obtener todos aquellos arreglos en donde el orden es importante y solo se usen parte (r) de los (n) objetos con que se cuenta, además hay que hacer notar que no se pueden repetir objetos dentro del arreglo, esto es, los (n) objetos son todos diferentes.

Entonces, ¿Qué fórmula hay que usar para arreglos en donde se utilicen los (n) objetos con que se cuenta?

Si en la fórmula anterior se sustituye (n) en lugar de (r) , entonces:

$${}_n P_n = n! / (n - n)! = n! / 0! = n! / 1 = n!$$

Como $0! = 1$ de acuerdo a demostración matemática, entonces:

$${}_n P_n = n!$$

Ejemplos

- ¿Cuántas representaciones diferentes será posible formar, si se desea que consten de Presidente, Secretario, Tesorero, Primer Vocal y Segundo Vocal?, si esta representación puede ser formada de entre 25 miembros del sindicato de una pequeña empresa.

Solución

Por el principio de la multiplicación

PM = $[25 \times 24 \times 23 \times 22 \times 21] = 6,375,600$ maneras de formar una representación de ese sindicato que conste de presidente, secretario, tesorero, primer vocal y segundo vocal.

Por la fórmula

$$n = 25, \quad r = 5$$

$${}_{25} P_5 = [25! / (25 - 5)!] = [25! / 20!] = [(25 \times 24 \times 23 \times 22 \times 21 \times \dots \times 1) / (20 \times 19 \times 18 \times \dots \times 1)] = 6,375,600 \text{ maneras de formar la representación}$$

- ¿Cuántos puntos de tres coordenadas (x, y, z), será posible generar con los dígitos 0, 1, 2, 4, 6 y 9?, Si: a. No es posible repetir dígitos, y b. Es posible repetir dígitos.

Solución

Por la fórmula

$$n = 6, \quad r = 3$$

$${}_6P_3 = [6! / (6 - 3)!] = [6! / 3!] = [6 \times 5 \times 4 \times 3! / 3!] = [6 \times 5 \times 4] = 120 \text{ puntos posibles}$$

Por el principio de la multiplicación

$$PM = [6 \times 6 \times 6] = 216 \text{ puntos posibles}$$

¿Cuál es la razón por la que no se utiliza en este caso la fórmula? No es utilizada debido a que la fórmula de permutaciones sólo se usa cuando los objetos no se repiten, esto quiere decir que en el inciso (a) los puntos generados siempre van a tener coordenadas cuyos valores son diferentes; por ejemplo: (1, 2, 4), (2, 4, 6), (0, 4, 9), etc.; mientras que los puntos generados en el inciso (b) las coordenadas de los puntos pueden tener valores diferentes o repeticiones de algunos valores o pueden tener todas las coordenadas un mismo valor; por ejemplo: (1, 2, 4), (1, 2, 2), (1, 1, 1), etc.

PRUEBAS ORDENADAS

Se le llama **Prueba Ordenada** al hecho de seleccionar (r) objetos de entre (n) objetos contenidos en una urna uno tras otro. Una prueba ordenada puede ser llevada a efecto de dos maneras:

- Con sustitución o con reemplazo (**PO_{CS}**): En este caso se procede a seleccionar el primer objeto de entre los (n) que hay; se observa de qué tipo es y se procede a regresarlo a la urna; luego se selecciona el siguiente objeto, lo anterior se repite hasta que se han extraído los (r) objetos de la prueba; por tanto el número de pruebas ordenadas con sustitución se obtiene:

$$\text{Número total de pruebas ordenadas con sustitución} = [n \times n \times n \times \dots \times n] = n^r$$

Hay (n) maneras de seleccionar el primer objeto; luego al seleccionar el segundo objeto, dado que se ha regresado a la urna el primer objeto, también se tendrán (n) objetos y así sucesivamente.

- Sin sustitución o sin reemplazo (**PO_{SS}**) : En este caso se procede a seleccionar el primer objeto, el cual no es regresado a la urna; luego se selecciona el segundo objeto, lo anterior se repite hasta completar los (r) objetos de la prueba; por lo que el número total de pruebas ordenadas sin sustitución se obtiene:

$$\text{Número total de pruebas ordenadas sin sustitución} = [n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)] = [{}_n P_r]$$

Hay (**n**) maneras de seleccionar el primer objeto; luego al seleccionar el segundo objeto hay (**n - 1**) maneras, dado que el primer objeto no se regresa a la urna; luego cuando se extrae el **r-ésimo** objeto, hay (**n - r + 1**) de que sea seleccionado.

Ejemplos

- ¿Cuántas maneras hay de que se asignen tres premios del sorteo de la Lotería en donde el primer premio es una departamento, el segundo premio es un auto y el tercer premio es un centro de cómputo, si los participantes en este sorteo son 120 personas? a. Sí la asignación se puede hacer con sustitución y b. Sí la asignación se puede hacer sin sustitución.

Solución al inciso (a)

Por el principio de la multiplicación

$$PM = [120 \times 120 \times 120] = 1, 728,000 \text{ maneras de asignar los premios}$$

Por la fórmula

$$n = 120, \quad r = 120$$

$$n^r = 120^3 = 1,728,000 \text{ maneras de asignar los tres premios}$$

Hay que considerar que en este caso, al regresar cada boleto que es extraído de la urna, las personas que participan en el sorteo tienen la posibilidad de no ganar uno solo de los premios, de ganar un premio, dos de los premios o los tres premios. Cosa que generalmente no ocurre.

Solución al inciso (b)

Por el principio de la multiplicación

$$PM = [120 \times 119 \times 118] = 1, 685,040 \text{ maneras de asignar los premios}$$

Por la fórmula

$$n = 120, \quad r = 3$$

$${}_{120}P_3 = [120! / (120 - 3)!] = [120! / 117!] = [120 \times 119 \times 118] = 1, 685,040 \text{ maneras de asignar los premios}$$

Hay que hacer notar que en este caso, como los boletos que son seleccionados ya no regresan a la urna de donde fueron extraídos, los participantes solo pueden recibir un premio en caso de que fueran de los afortunados. Esta es la forma en que generalmente se efectúa un sorteo.

- ¿Cuántas formas hay de asignar las primeras cinco posiciones de una carrera de autos de fórmula K, si participan 26 autos en esta carrera? Considere que la asignación es totalmente al azar.

Solución

Esta asignación debe ser sin sustitución; esto es, se trata de una prueba ordenada sin sustitución considerando $n = 26$ y $r = 5$, por lo que la solución es:

${}_{26}P_5 = [26! / (26 - 5)!] = [26! / 21!] = [26 \times 25 \times 24 \times 23 \times 22] = 7,893,600$ maneras de asignar las cinco primeras posiciones de salida

COMBINACIONES

Una **combinación**, es un arreglo de elementos en donde no nos interesa el lugar o posición que ocupan los mismos dentro del arreglo. En una combinación nos interesa formar grupos y el contenido de los mismos. La fórmula para determinar el número de combinaciones es:

$${}_nC_r = \frac{(n!)}{(n-r)!(r!)}$$

${}_nC_r$ = Combinaciones de (r) objetos tomados de entre (n) objetos

Ejemplos

- Si se cuenta con 14 alumnos que desean colaborar en una campaña pro limpieza del colegio a) ¿Cuántos grupos de limpieza podrán formarse si se desea que consten de 5 alumnos cada uno de ellos? b) Si entre los 14 alumnos hay 8 mujeres ¿Cuántos de los grupos de limpieza tendrán a 3 mujeres?

Solución al inciso (a)

$n = 14$, $r = 5$

$${}_{14}C_5 = [14! / (14-5)!5!] = [14! / 9!5!] = [(14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9!) / (9!5!)] = 2002 \text{ grupos}$$

Entre los 2002 grupos de limpieza hay grupos que contienen solo hombres, grupos que contienen solo mujeres y grupos mixtos, con hombres y mujeres.

Solución al inciso (b)

$n = 14$ (8 mujeres y 6 hombres), $r = 5$

En este caso nos interesan aquellos grupos que contengan 3 mujeres y 2 hombres

$$\begin{aligned} {}_8C_3 * {}_6C_2 &= [(8! / (8-3)!3!)] * [(6! / (6-2)!2!)] \\ &= [(8! / 5!3!)] * [(6! / 4!2!)] \\ &= [8 \times 7 \times 6 \times 5 / 2!] \\ &= 840 \text{ grupos} \end{aligned}$$

Hay 840 grupos con 3 mujeres y 2 hombres, puesto que cada grupo debe constar de 5 personas.

- Para resolver un examen un alumno debe contestar 9 de 12 preguntas: a. ¿Cuántas maneras tiene el alumno de seleccionar las 9 preguntas? b. ¿Cuántas maneras tiene si forzosamente debe contestar las 2 primeras preguntas? c. ¿Cuántas maneras tiene si debe contestar una de las 3 primeras preguntas?

Solución al inciso (a)

$n = 12$, $r = 9$

${}_{12}C_9 = [12! / (12-9)!9!] = [12! / 3!9!] = [12 \times 11 \times 10 / 3!] = 220$ maneras de seleccionar las nueve preguntas o dicho de otra manera, el alumno puede seleccionar cualquiera de 220 grupos de 9 preguntas para contestar el examen.

Solución al inciso (b)

${}_2C_2 * {}_{10}C_7 = 1 \times 120 = 120$ maneras de seleccionar las 9 preguntas entre las que están las dos primeras preguntas.

Solución al inciso (c)

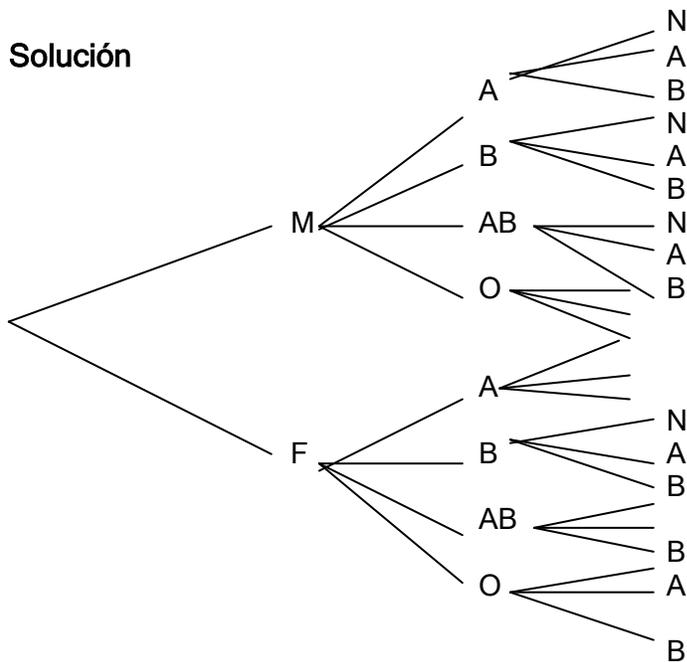
${}_3C_1 * {}_9C_8 = 3 \times 9 = 27$ maneras de seleccionar la 9 preguntas entre las que está una de las tres primeras preguntas.

DIAGRAMA DE ÁRBOL

Un diagrama de árbol es una representación gráfica de un experimento que consta de (r) pasos, donde cada uno de los pasos tiene un número finito de maneras de ser llevado a cabo.

Ejemplos

- Un médico general clasifica a sus pacientes de acuerdo a: su sexo (masculino o femenino), tipo de sangre (A, B, AB u O) y en cuanto a la presión sanguínea (Normal, Alta o Baja). ¿Mediante un diagrama de árbol diga en cuantas clasificaciones pueden estar los pacientes de este médico?

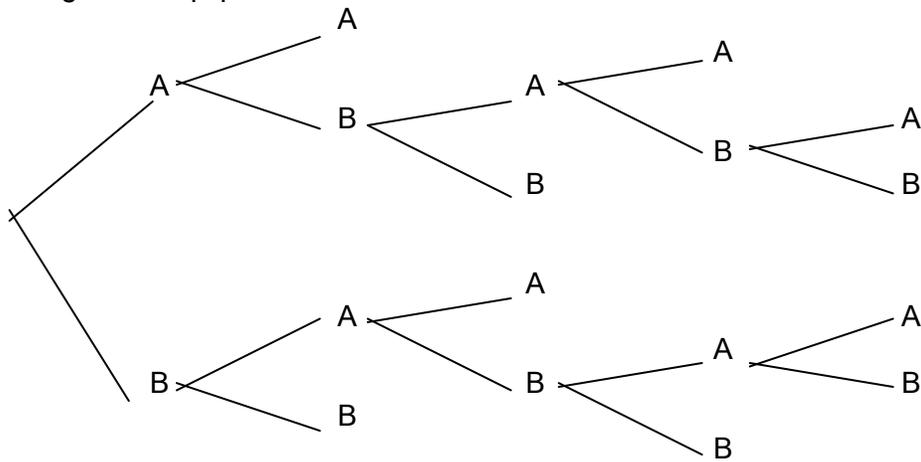


Si se cuentan todas las ramas terminales, el número de clasificaciones son $[2 \times 4 \times 3] = 24$; por ejemplo: MAN, MAA, MAB, MBN, MBA, MBB, etc.

- Dos equipos denominados A y B se disputan la final de un partido de baloncesto; aquel equipo que gane dos juegos seguidos o complete un total de tres juegos ganados será el que gane el torneo. Mediante un diagrama de árbol diga de cuantas maneras puede ser ganado este torneo.

Solución

A = gana el equipo A
 B = gana el equipo B



En este diagrama se muestran que hay solo diez maneras de que se gane el torneo; se obtienen contando las ramas terminales de este diagrama de árbol, las que es posible enumerar: AA, ABB, ABAA, ABABA, ABABB, etc.

Referencias Bibliográficas

- Celis de la Rosa, A. de J. y Labrada M., V. (2014). *Bioestadística*. México: Manual Moderno. ISBN: 978-607-448-423-6.
- De Oteyssa, E., Lam, E., Hernández, C., y Carrillo, A. (2015). *Probabilidad y Estadística*. México: Pearson. ISBN: 978-607-32-3401-6.
- Devore, J. (2012). *Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias*. México: Cengage. ISBN-978-607-481-619-8.
- Garza O., B. (2014). *Estadística y Probabilidad*. México: Pearson. ISBN: 978-607-32-2783-4.
- Gutiérrez B., A. L. (2012). *Probabilidad y estadística, un enfoque por competencias*. México: McGraw Hill. ISBN978-607-15-0712-9.
- Johnson, R. A. (2012). *Probabilidad y Estadística para Ingenieros de Miller y Freud*. México: Pearson. ISBN: 978-607-32-0799-7.
- Johnson, R., y Kuby, P. (2012). *Estadística Elemental*. México: Cengage. ISBN: 978-607-481-807-9.
- Mendenhall, W., Beaver, R. J. y Beaver, B. M. (2008). *Introducción a la Probabilidad y Estadística*. México: Thomson. ISBN: 978-970-686-794-0.
- Pagano, M. y Gauvreau, K. (2001). *Fundamentos de Bioestadística*. México: International Thomson Editores.
- Spiegel, M. R. (2013). *Probabilidad y Estadística*. Serie Schaum. México: McGraw Hill. ISBN: 978-607-15-1188-1.
- Triola, M. F. (2009). *Estadística*. México: Pearson Educación. ISBN: 978-970-26-1287-2.
- Walpole, R. E. y Myers, R. H. (2014). *Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias*. México: Pearson Educación. ISBN: 978-670-32-1417-9.