Universidad Autónoma del Estado de México
Facultad de Planeación Urbana y Regional

## *LICENCIATURA EN CIENCIAS AMBIENTALES*

# *MATEMÁTICAS I*

## *UNIDAD DE COMPETENCIA II:*

Funciones Lineales y cuadráticas, polinomios y trascendentales

Profesor:
M en A. Pedro Libien Jiménez

Septiembre de 2015

| No. De diapositiva | Descripción |
| --- | --- |
| 2-4 | Guion explicativo |
| 5 | Objetivo de la unidad de aprendizaje |
| 6 | Objetivo del área curricular o disciplinaria |
| 7 | Propósito de la Unidad de Competencia 2. Funciones lineales y cuadráticas, polinomios y trascendentales |
| 8 | Título de la Unidad de aprendizaje: Unidad de aprendizaje II Función lineal y cuadrática, polinomios y trascendentales. |
| 9 | Índice de la unidad de competencia II |
| 10-11 | Desarrollo del tema 2.1. Definición y concepto de funciones |

## Guion Explicativo

| No. De diapositiva | Descripción |
|---|---|
| 12 | Desarrollo del tema 2.2. Clasificación de funciones |
| 13-15 | Función polinomial |
| 16-21 | Función lineal |
| 22 | Función cuadrática |
| 23 | Función racional |
| 24 | Función trascendente |
| 25 | Función exponencial |
| 26 | Función logarítmica |

## Guion Explicativo

| No. De diapositiva | Descripción |
| --- | --- |
| 27-32 | Desarrollo del tema 2.3 Tabulación y gráfica de funciones |
| 33 | Desarrollo del tema 2.4 Análisis de funciones.<br>Dominio |
| 34 | Desarrollo del tema 2.4 Análisis de funciones.<br>Rango |
| 35 | Desarrollo del tema 2.4 Análisis de funciones.<br>Puntos de Inflexión |
| 36-38 | Desarrollo del tema 2.4 Análisis de funciones.<br>Máximos y mínimos |
| 39-47 | Desarrollo del tema 2.5. Ejemplos de  funciones en contexto |
| 48 | Fuentes bibliográficas para consulta y ampliar información del tema |

## Objetivos de la unidad de aprendizaje Matemáticas I

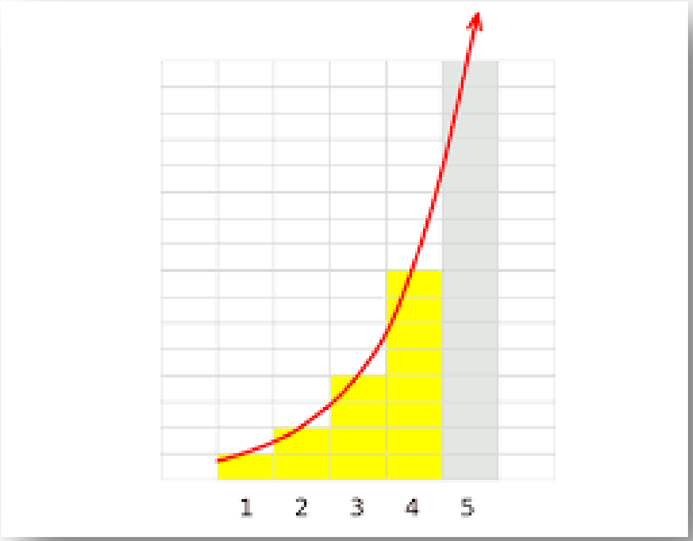
- Formular, analizar y resolver problemas mediante el razonamiento y aplicación de procedimientos matemáticos de álgebra y cálculo diferencial e integral básico que sirvan de apoyo al estudio disciplinario y comprensión cuantitativa de fenómenos de ocupación territorial

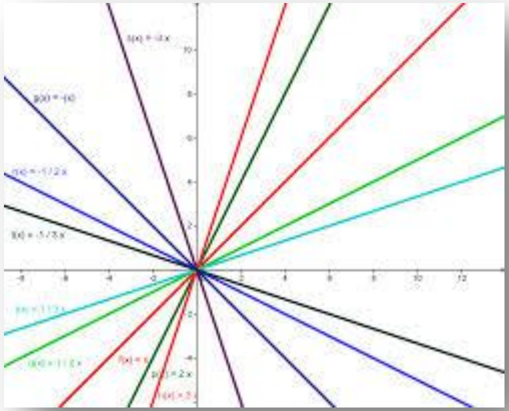
## Objetivos del área curricular o disciplinaria Matemáticas I

- Conocer y aplicar los distintos métodos e instrumentos de apoyo necesarios para el análisis de los procesos ambientales y de ocupación territorial.

## Propósito de la unidad de competencia 2
## Funciones Lineales y cuadráticas, polinomios y trascendentales.

- El alumno analizará y explicará algunos problemas y fenómenos ambientales; contribuyendo a la capacidad de comprensión e identificación de variables y formulación de ecuaciones lineales o cuadráticas, Mostrando calidad tanto en el trabajo individual como de equipo, Con una visión de respeto, perseverancia y tolerancia, así como la disposición de aprender a aprender.



**Unidad de Competencia II: Funciones Lineales y cuadráticas, polinomios y trascendentales.**

## Unidad de Aprendizaje
## Matemáticas I

## Unidad de Competencia II:
## Funciones Lineales y cuadráticas, polinomios y trascendentales.

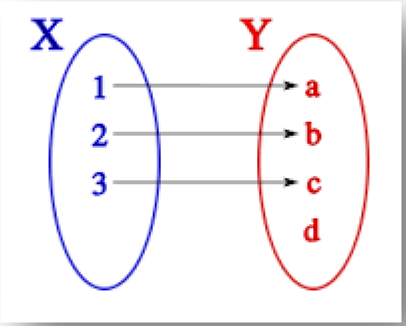
2.1 Definición y conceptos de funciones.
2.2 Clasificación de funciones.
2.3 Tabulación y gráfica de funciones
2.4 Análisis de funciones.
- Dominio y rango
- Raíces.
- Puntos de inflexión.
- Máximos y mínimos.

2.5 Ejemplos de funciones en contexto

## 2.1 Definición y conceptos de funciones.

Una función matemática:

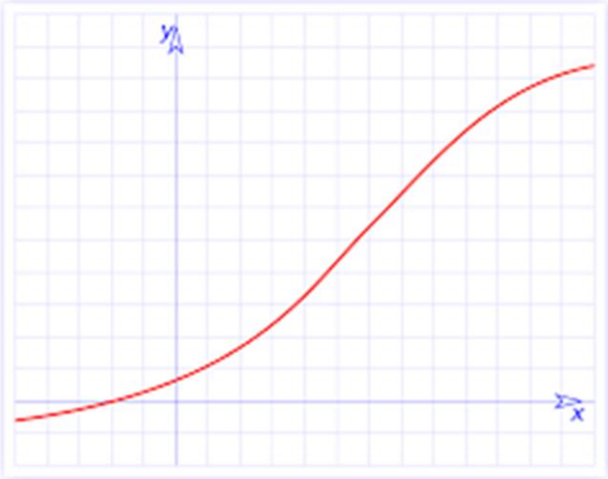
Es la **correspondencia o relación** f de los elementos de un conjunto A con los elementos de un conjunto B.



## 2.1 Definición y conceptos de funciones.

Una función cumple con las condiciones de:

- **Existencia** (todos los elementos de A están relacionados con los elementos de B) y
- **Unicidad** (cada elemento de A está relacionado con un único elemento de B).



## 2.2. Clasificación de funciones

Las funciones se clasifican en:

- Polinomiales:
  - Lineal
  - Cuadrática

- Trascendental:
  - Exponenciales
  - Logaritmicas

Función Polinomial:

- Es una función asociada a un polinomio.

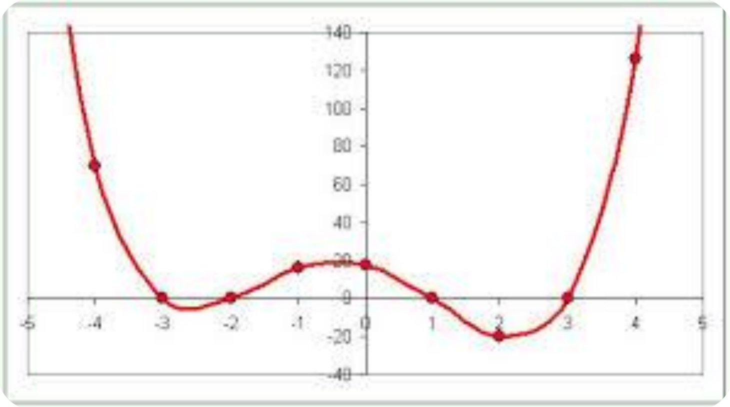
Es decir, un polinomio definido para todo número real ; es decir, una suma finita de potencias de multiplicados por coeficientes reales, de la forma:

$$P(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_n x^n$$

Funciones Polinomiales Básicas:

| Grado | Nombre | Expresión |
|---|---|---|
| 0 | Función constante | $y = a$ |
| 1 | Función lineal | $y = ax + b$ es un binomio del primer grado |
| 2 | Función cuadrática | $y = ax^2 + bx + c$ es un trinomio del segundo grado |
| 3 | Función cúbica | $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ es un cuatrinomio de tercer grado |

- Una función polinomial es una función cuya regla esta dada por un polinomio en una variable.
- El grado de una función polinomial es el grado del polinomio en una variable, es decir, la potencia mas alta que aparece en la variable.

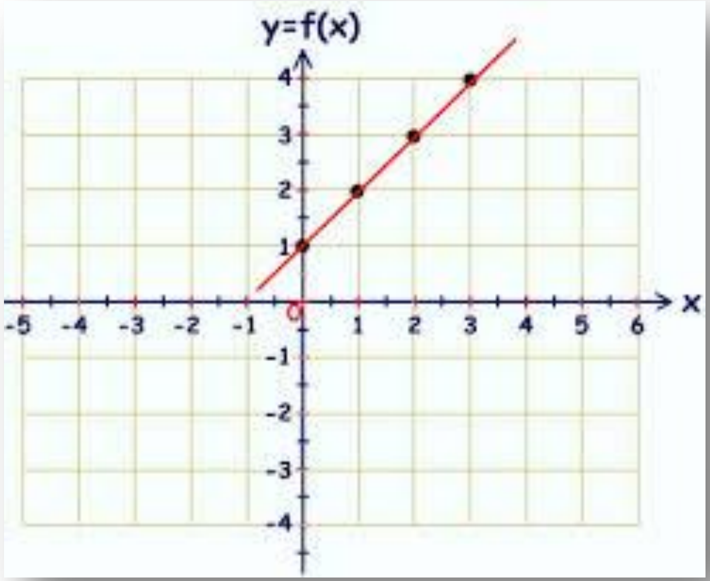


## Función Lineal:

- Una función lineal es una función polinomial de grado 1.

$$f(x) = ax + b$$

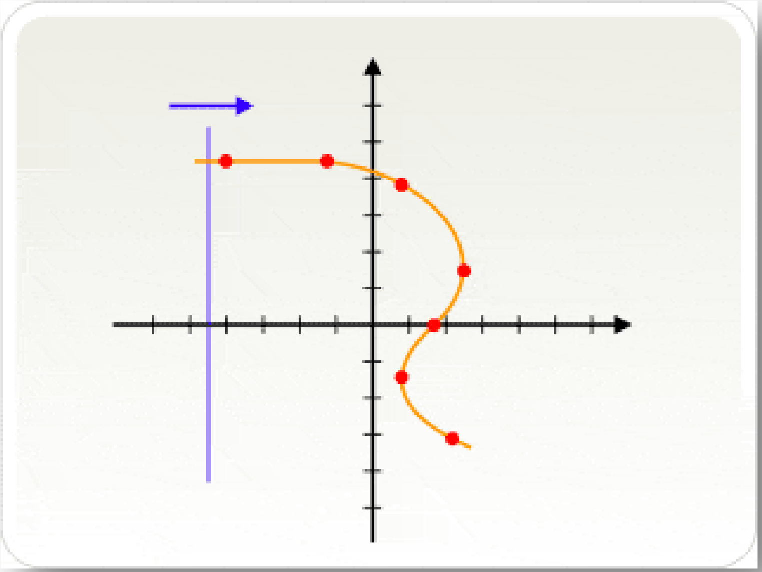
- Su gráfica es una recta.



## Función Lineal:

Tipos:

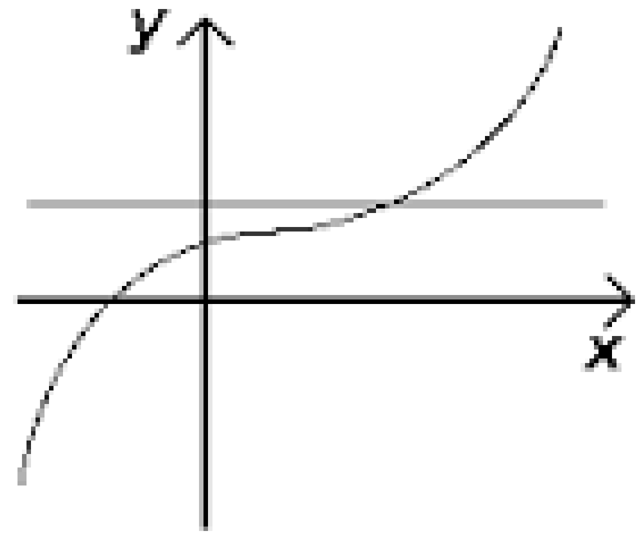
a. Línea vertical : x = a



Función Lineal:

Tipos:

b. Línea horizontal: y = b



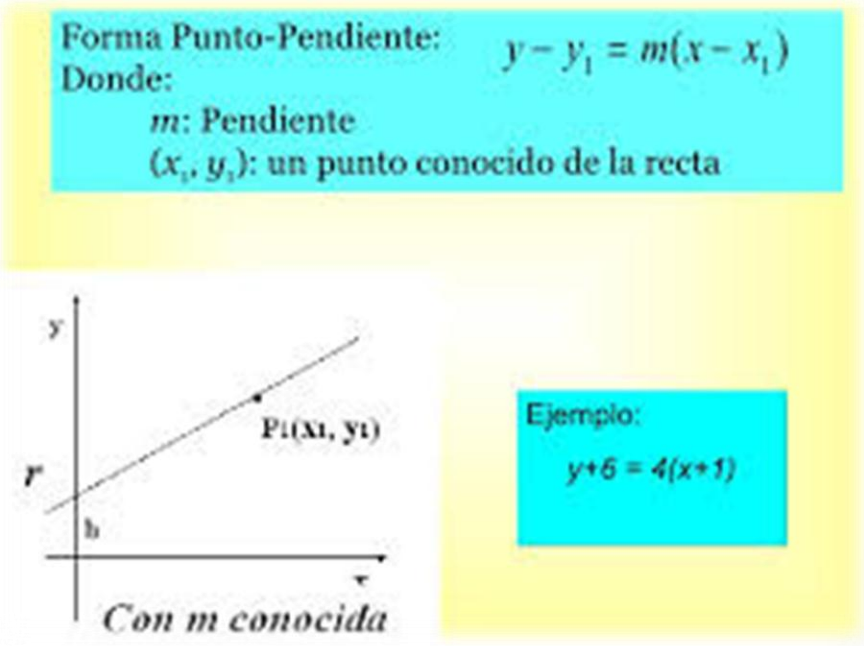
# 2.2. Clasificación de funciones

## Función Lineal:

Tipos:

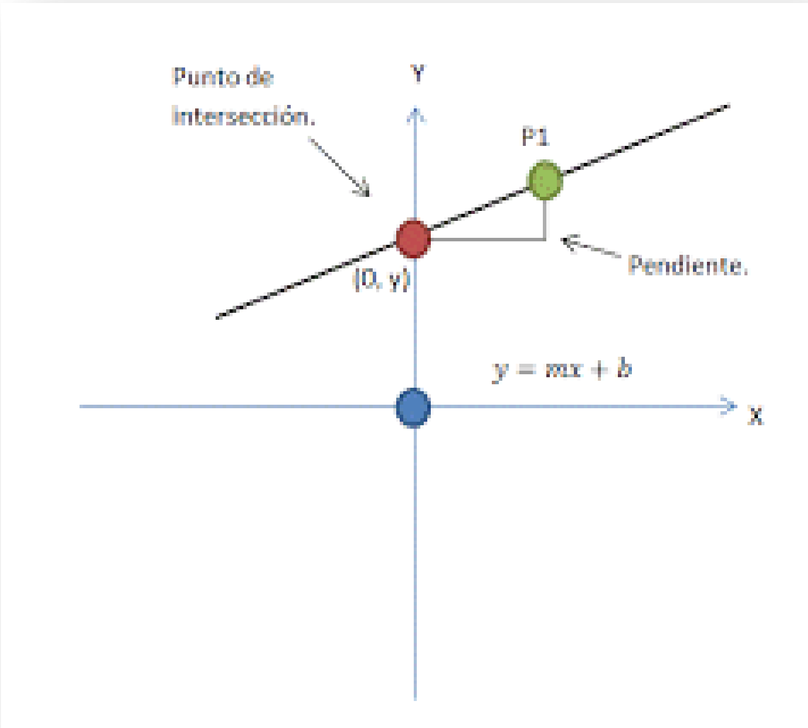
c. Forma punto-pendiente:

$$y-y_1 = m\,(x-x_1)$$



## 2.2. Clasificación de funciones

Función Lineal:

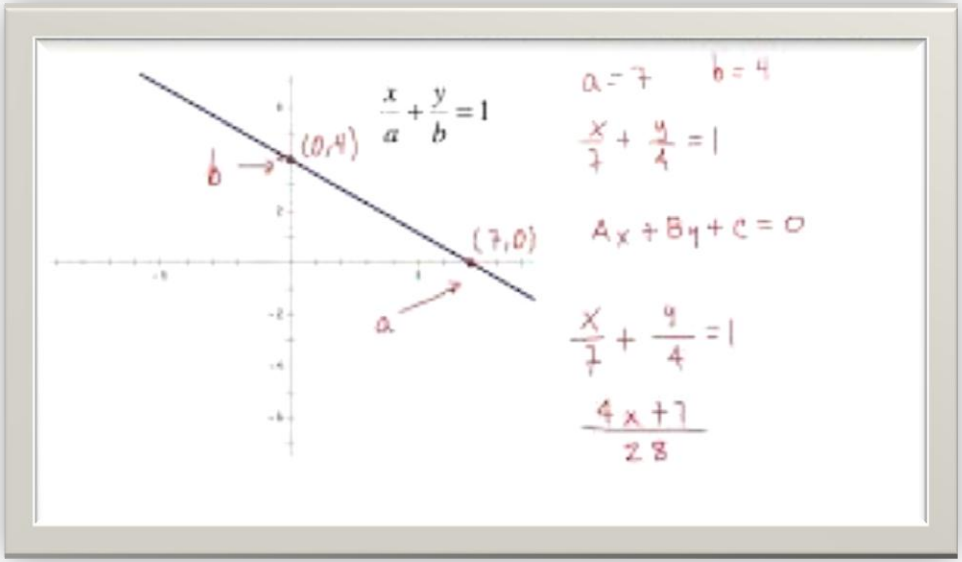



Tipos:

d. Forma pendiente-ordenada al origen:

$$y = mx + b$$

## 2.2. Clasificación de funciones




Función Lineal:

Tipos:

e. Forma general:

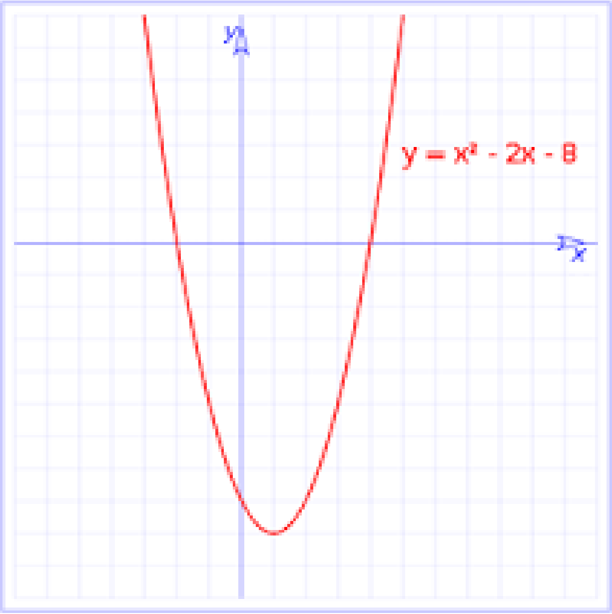
$$Ax + By + C = 0$$

## Función Cuadrática:

- Si el grado de una función polinomial es 2, se llama Función Cuadrática.

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

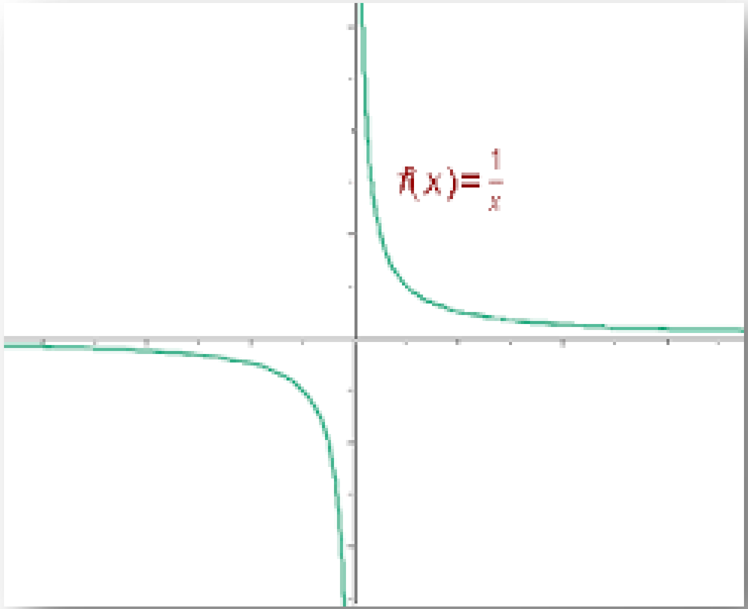
- Su gráfica es una parábola.



## Función Racional:

- Una función que puede expresarse como el cociente de dos funciones polinomiales

$$Q(x) = f(x) / g(x)$$



## Función Trascendental:

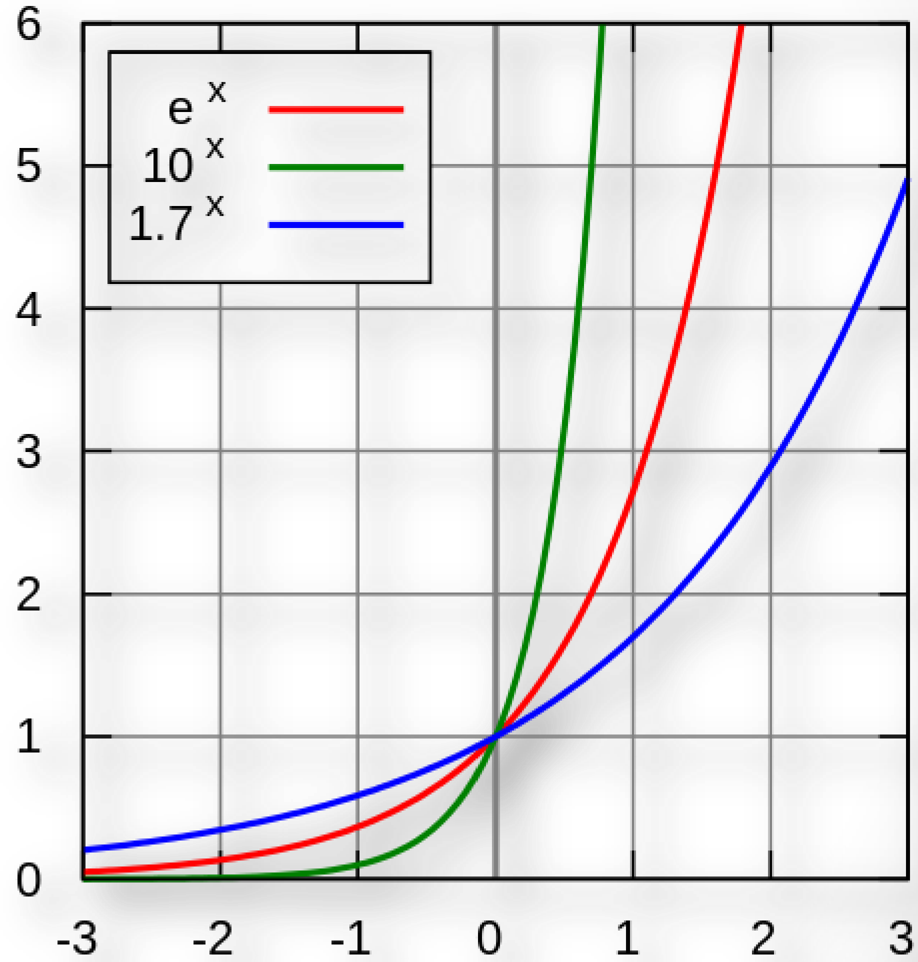
- Una función trascendente es una función que trasciende al álgebra en el sentido que no puede ser expresada en términos de una secuencia finita de operaciones algebraicas de suma, resta y extracción de raíces.
- La función exponencial y logarítmica son algunos ejemplos de funciones trascendentes, así como las trigonométricas.

## Función Exponencial:

- La función exponencial es del tipo:

$$f(x) = a^x$$

Sea a un número real positivo. La función que a cada número real x le hace corresponder la potencia $a^x$ se llama función exponencial de base a y exponente x.

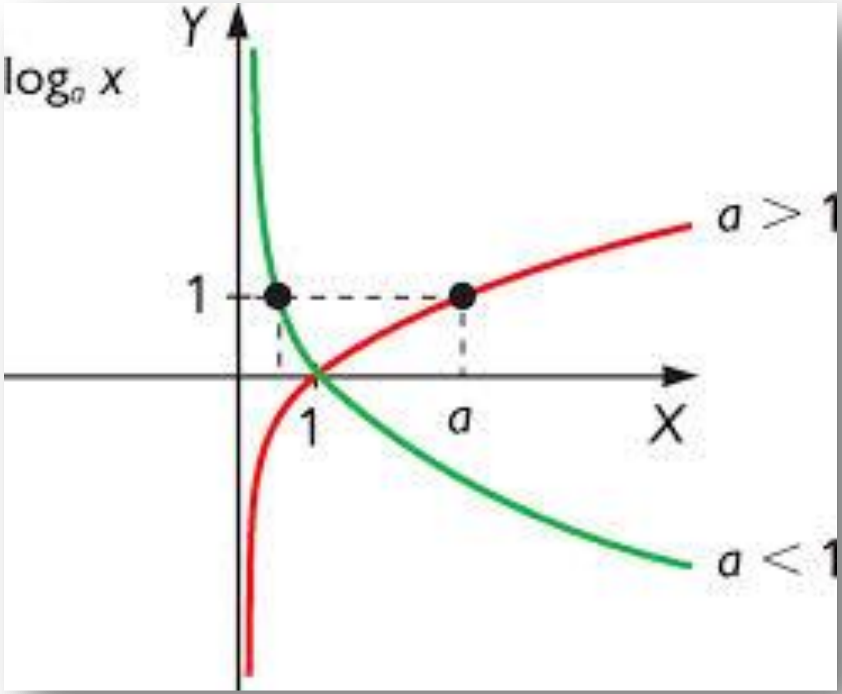


## Función Logarítmica:

- La función logarítmica en base a es la función inversa de la exponencial en base a.

$$f(x) = \log_a x$$

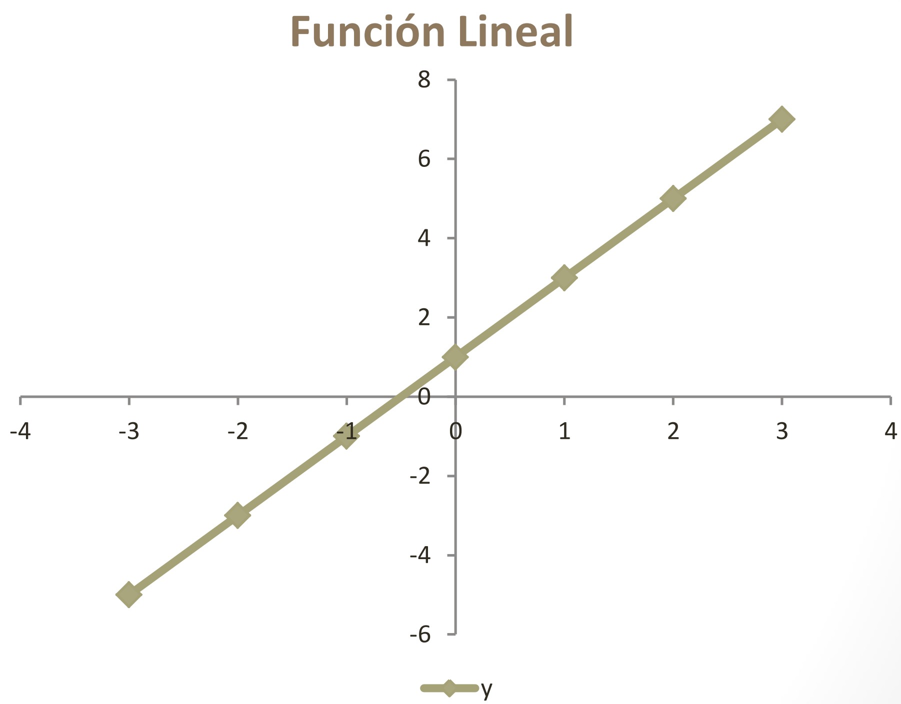
$$a > 0,\ a \neq 1$$



## Función Lineal:

- Graficar la siguiente función: $y = 2x + 1$
- Tabulación:

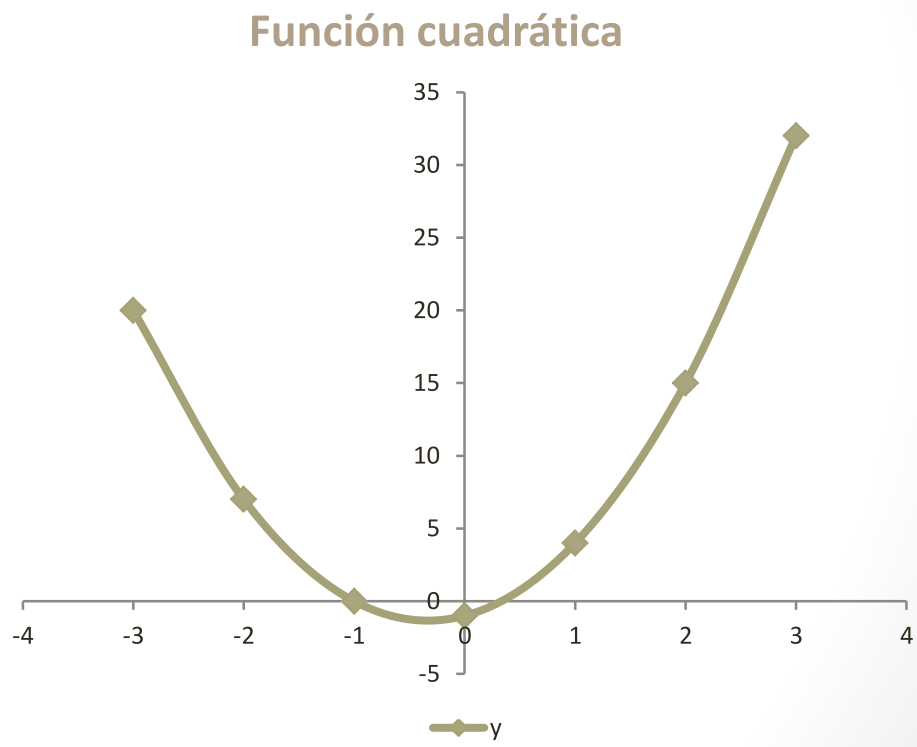
| x | y |
|---|---|
| -3 | -5 |
| -2 | -3 |
| -1 | -1 |
| 0 | 1 |
| 1 | 3 |
| 2 | 5 |
| 3 | 7 |



## Función Cuadrática:

- Graficar la siguiente función: y = 3x2+ 2x - 1
- Tabulación:

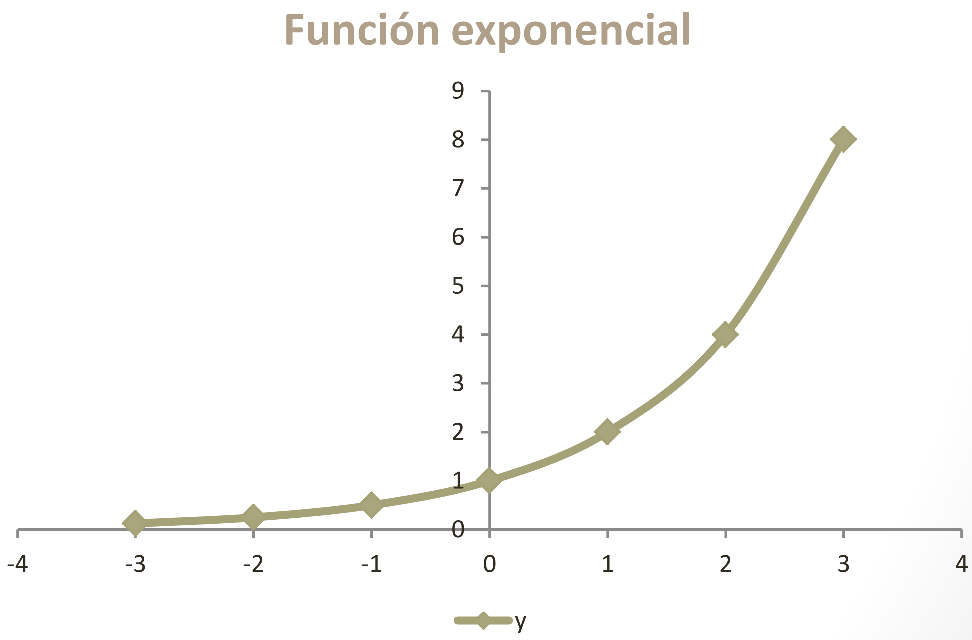
| x | y |
|---|---|
| -3 | 20 |
| -2 | 7 |
| -1 | 0 |
| 0 | -1 |
| 1 | 4 |
| 2 | 15 |
| 3 | 32 |



## Función Exponencial:

- Graficar la siguiente función: y = $f(x) = 2^x$
- Tabulación:

| x | y |
|---|---|
| -3 | 0.125 |
| -2 | 0.25 |
| -1 | 0.5 |
| 0 | 1 |
| 1 | 2 |
| 2 | 4 |
| 3 | 8 |



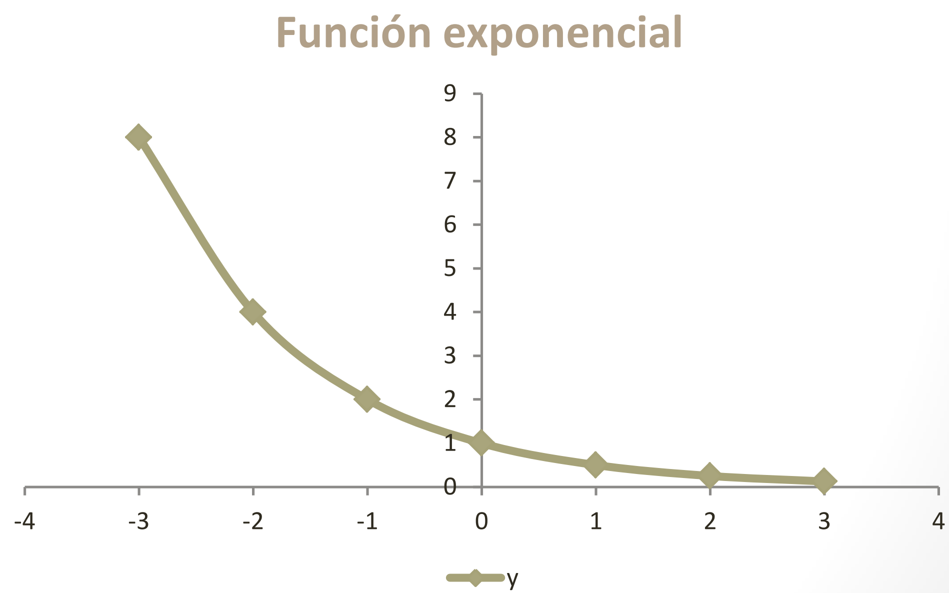
## 2.3. Tabulación y Gráfica de funciones

Función Exponencial:

- Graficar la siguiente función: y = $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x}$

- Tabulación:

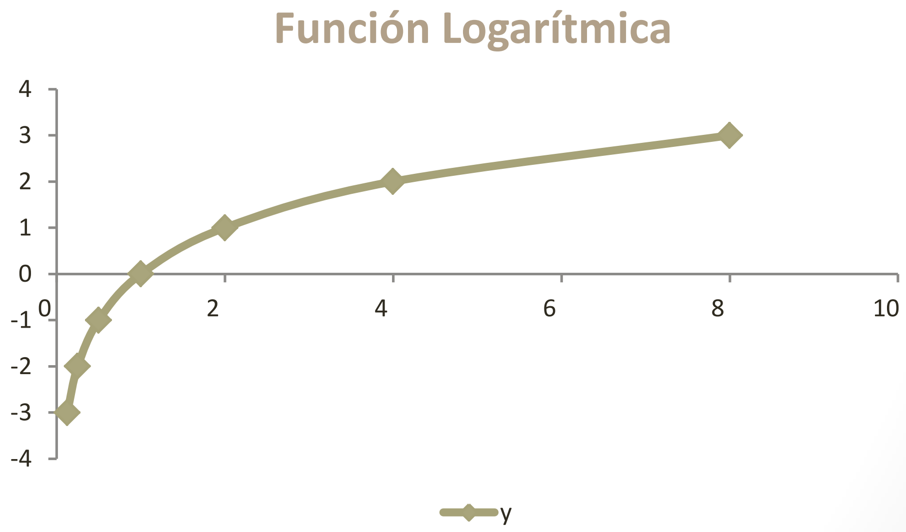
| x | y |
|---|---|
| -3 | 0.125 |
| -2 | 0.25 |
| -1 | 0.5 |
| 0 | 1 |
| 1 | 2 |
| 2 | 4 |
| 3 | 8 |



## Función Logarítmica:

- Graficar la siguiente función: $f(x) = \log_2 x$
- Tabulación:

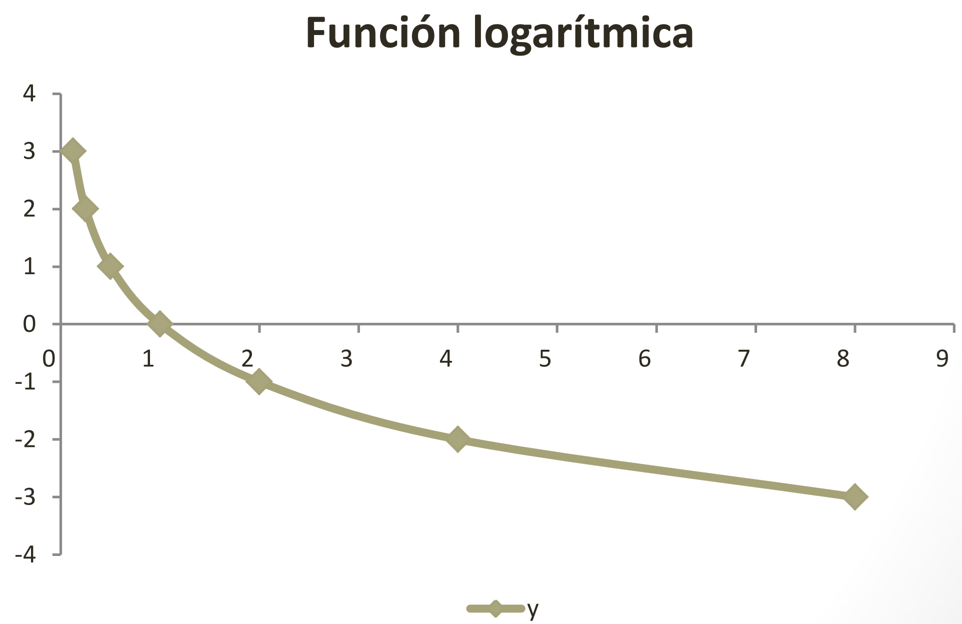
| x | y |
|---|---|
| 1/8 | -3 |
| 1/4 | -2 |
| 1/2 | -1 |
| 1 | 0 |
| 2 | 1 |
| 4 | 2 |
| 8 | 3 |



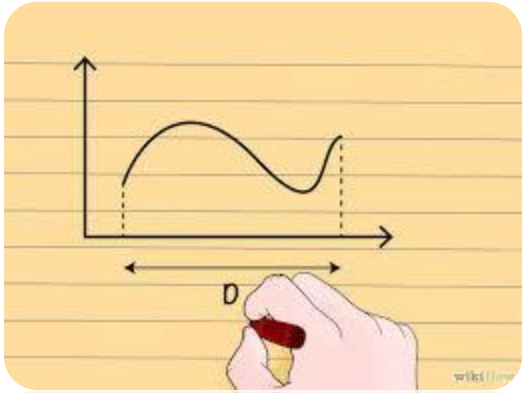
## Función Logarítmica:

- Graficar la siguiente función: $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$
- Tabulación:

| x | y |
|---|---|
| 1/8 | 3 |
| 1/4 | 2 |
| 1/2 | 1 |
| 1 | 0 |
| 2 | -1 |
| 4 | -2 |
| 8 | -3 |



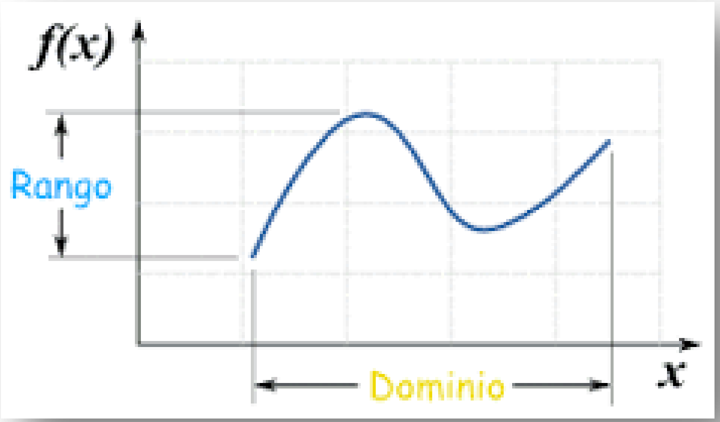
- Dominio:
  - El **dominio de una función** está dado por el conjunto de valores que puede tomar una función.
  - Por ejemplo si **f(x) = x**; esta variable **x** puede tomar cualquier valor, no tiene ninguna restricción, entonces su dominio esta compuesto por todos los números Reales.



- Rango:
- Está determinado por todos los valores que pueden resultar al evaluar una función.

- Son los valores obtenidos para la variable dependiente (y).

- Todos los valores de salida de la función.



- Puntos de inflexión.
- Si **f'' = 0** y **f''' ≠ 0**

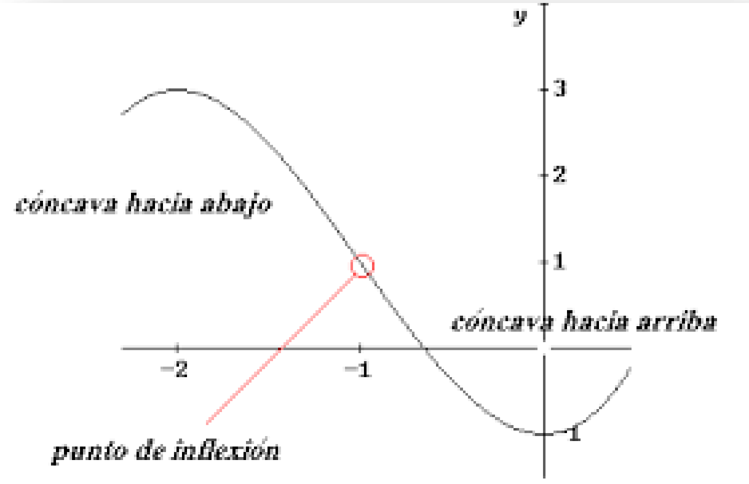
Para hallar los **puntos de inflexión**, seguiremos los siguientes pasos:

1 Hallamos la derivada segunda y calculamos sus raíces.

2 Realizamos la derivada tercera, y calculamos el signo que toman en ella los ceros de derivada segunda y si:

- **f'''(x) ≠ 0** Tenemos un punto de inflexión.

3 Calculamos la imagen (en la función) del punto de inflexión.



- Máximos y mínimos.

## Máximos

- Si f y f' son derivables en a, **a** es un **máximo relativo o local** si se cumple:
  1. $f'(a) = 0$
  2. $f''(a) < 0$

## Mínimos

- Si f y f' son derivables en a, **a** es un **mínimo relativo o local** si se cumple:
  1. $f'(a) = 0$
  2. $f''(a) > 0$

- Máximos y mínimos.

## Máximos

- **Cálculo de los máximos y mínimos relativos**

$$f(x) = x^3 - 3x + 2$$

1. **Hallamos la derivada primera y calculamos sus raíces.**
   - $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0$
   - $x = -1$ $\qquad$ $x = 1$
2. **Realizamos la 2ª derivada, y calculamos el signo que toman en ella los ceros de derivada primera y si:**

**$f''(x) > 0$ Tenemos un mínimo.**

**$f''(x) < 0$ Tenemos un máximo.**

$f''(x) = 6x$

$f''(-1) = -6$ Máximo

$f''(1) = 6$ Mínimo

- Máximos y mínimos.

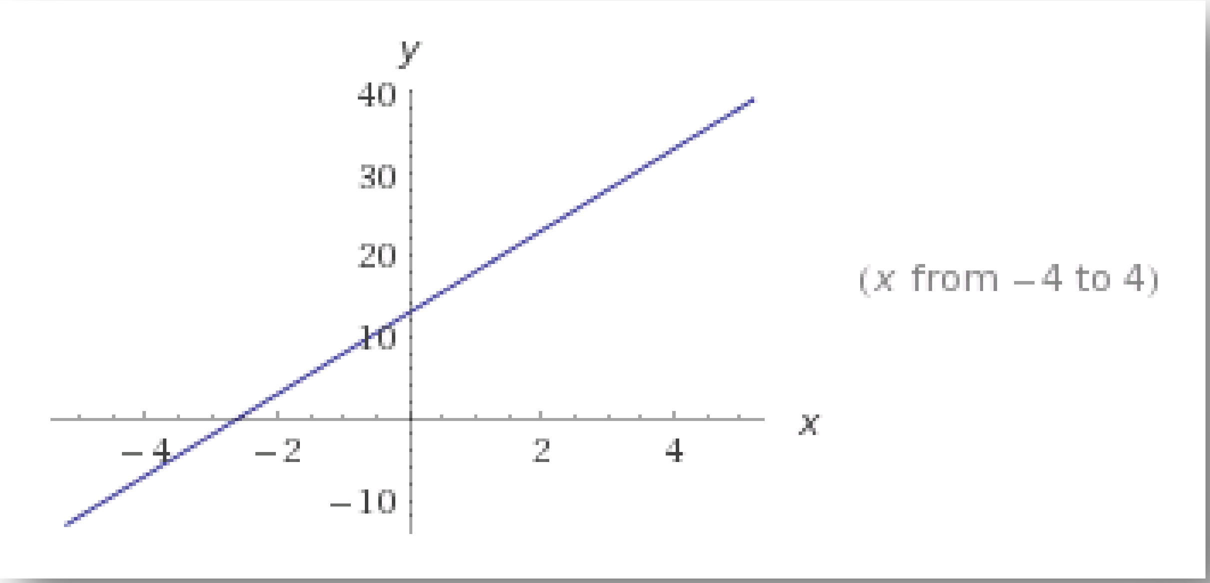
3. **Calculamos la imagen (en la función) de los extremos relativos.**

- $f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 2 = 4$
- $f(1) = (1)^3 - 3(1) + 2 = 0$
- Máximo$(-1, 4)$ Mínimo$(1, 0)$

## Ejemplo de Función Lineal:

*1. Si* $f(x) = 5x + 13$; tenemos:

- m = la pendiente es 5
- b = 13



## Ejemplo de Función Cuadrática:

*1. Si* $f(x) = y = -x^2 + 4x - 3$

1. Vértice

- $x_v = -4/-2 = 2$ $\quad y_v = -2^2 + 4 \cdot 2 - 3 = 1$ $\quad V(2, 1)$

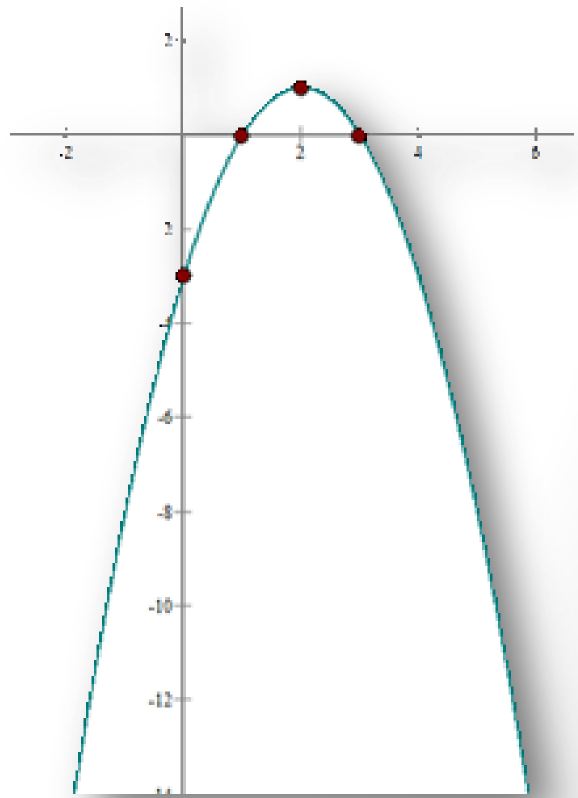
2. Puntos de corte con el eje OX.

- $x^2 - 4x + 3 = 0$

  (3, 0) (1, 0)

3. Punto de corte con el eje OY.

- (0, −3)



## Ejemplo de Función Cuadrática:

*2. Si* $f(x) = y = x^2 + 2x + 1$

1. Vértice

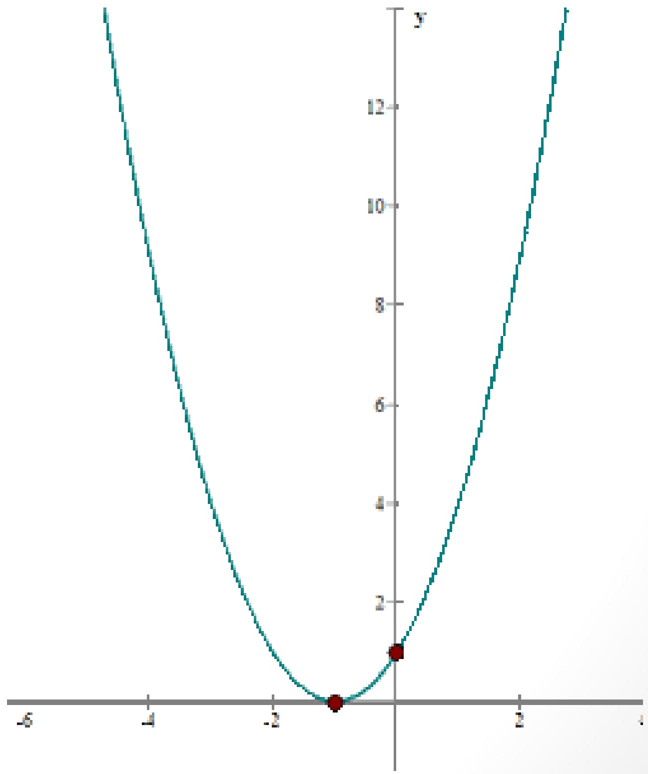
- $x_v = -2/2 = -1$ $y_v = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) + 1 = 0$ $V(-1, 0)$

2. Puntos de corte con el eje OX.

- $x^2 + 2x + 1 = 0$
- Coincide con el vértice: $(-1, 0)$

3. Punto de corte con el eje OY.

- $(0, 1)$



## Ejemplo de Función Exponencial:

Las amebas son seres unicelulares que se reproducen partiéndose en dos. Supongamos que las condiciones de un cultivo son tales que las amebas se duplican aproximadamente cada hora, y que inicialmente solo hay una ameba. Calcular el número de amebas que habrá según pasan las horas

| Tiempo (hs) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Número de amebas | 2 | 4 | 8 | | | | | … |

## Ejemplo de Función Exponencial:

El número total al cabo de x horas será

Y = $f(x) = 2^x$

Si al comienzo del proceso había k amebas, el número total sería:

Y = $f(x) = 2^x$ k

Ejemplos de Aplicación:

Función lineal

1.- Canto de los Grillos y temperatura

Los entomólogos descubrieron que existe una relación lineal entre el número de sonidos de grillos de una cierta especie y la temperatura. Cuando la temperatura es de 70°F, los grillos cantan a razón de 120 sonidos/min, y cuando es de 80°F, lo hacen a 160 sonidos/min.

a) Encuentre una ecuación que establezca la relación entre la temperatura del aire T y el número de sonidos/min N de los grillos.
b) Encuentre N con una función de T y utilice esta fórmula para determinar el número de sonidos cuando la temperatura es de 120°F.

Ejemplos de Aplicación:

Función Cuadrática

2.- Más y más empresas y propietarios de casas instalan paneles solares en sus azoteas para extraer energía de los rayos solares. Segúnk el Departamento de energía de Estados Unidos, se espera que el consumo en kilowatts-hora de celda solar en dicho país (en millones) sea

$S(t) = 0.73\ t2 + 15.8\ t + 2.7\ (0 \leq t \leq 8)$

En el año t, con t=0 correspondiente al inicio de 2000.

¿Cuál será el consumo en kilowatt-hora de celda solar proyectado en Estados Unidos a principios de 2006? ¿A principio de 2008?

Ejemplos de Aplicación:

Función exponencial

3.- La altura (en pies) de cierto tipo de árbol se calcula por

$$K(t) = \frac{160}{1+240e^{-0.2t}}$$

Donde t es la edad del árbol en años. Calcule la edad de un árbol de 80 pies.

Ejemplos de Aplicación:

Función exponencial

4.- La longitud (en centímetros) de un mero típico del Pacífico con t años de edad es de aproximadamente

$$f(t) = 200(1 - 0.956e^{-0.18t})$$

Suponga que un mero del Pacífico capturado por Mike mide 140 cm. ¿Cuál es su edad aproximada?

## Fuentes Bibliográficas


- Leithold Lois, El Cálculo, Editorial Harla, 1973
- Spiegel Murray, Cálculo superior, Serie Schaum, McGrawHill, 1992
- Sydsaeter Knut y Peter J. Hammond, Matemáticas para el Análisis Económico,
- Prentice Hall.1996
- Granville W Anthony, Cálculo Diferencial e Integral, Limusa, 1980
- Frank Budnick, Matemáticas aplicadas para la administración, economía y ciencias sociales, McGraw Hill, 1993
- Definición de función - Qué es, Significado y Concepto http://definicion.de/funcion/#ixzz3nMzwDv4D
- Video funciones polinomiales: https://youtu.be/eXhPtQGXlIg?list=PLAFn9q_BCao_dRTmmB1HMyyF5G-yeLCMc