

## **Penalaran Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Pola Bilangan dan Scaffoldingnya**

Peni Suhartatik<sup>1✉</sup>, Suiswo<sup>2</sup>, Aburrahman As'ari<sup>3</sup>

<sup>1,2</sup>Pendidikan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Malang,  
Jl. Semarang No 5, Malang, Indonesia  
pennysuhartatik@gmail.com

### **Abstract**

The purpose of this study is to describe students' mathematical reasoning in solving number pattern problems and their scaffolding. This type of research is descriptive. This study uses a qualitative approach. The data in this study is a description of the facts that occurred during the research process. The sources of data in this study came from the test results contained in the student answer sheets and the results of interviews. This research was conducted at SMP Negeri 10 Malang. The subjects of this study were 3 students of class VIII. The instrument used in the study consisted of a written test in the form of description questions and interviews. Written tests were used to analyze the results of students' mathematical reasoning and interview tests were used to explore students' mathematical reasoning. The results showed that the mathematical reasoning of the three students in solving number pattern problems improved better after being given scaffolding.

**Keywords:** Mathematical reasoning, mathematical problems, scaffolding

### **Abstrak**

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan masalah pola bilangan dan scaffoldingnya. Jenis penelitian ini adalah deskriptif. Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif. Data dalam penelitian ini merupakan gambaran dari fakta-fakta yang terjadi selama proses penelitian. Sumber data dalam penelitian ini berasal dari hasil tes yang terdapat pada lembar jawaban siswa dan hasil wawancara. Penelitian ini dilakukan di SMP Negeri 10 Malang. Subyek penelitian ini adalah 3 siswa kelas VIII. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari tes tertulis dan wawancara. Tes tertulis digunakan untuk menganalisis hasil penalaran matematis siswa dan tes wawancara digunakan untuk menggali penalaran matematis siswa. Hasil penelitian menunjukkan bahwa penalaran matematis ketiga siswa dalam menyelesaikan masalah pola bilangan meningkat lebih baik setelah diberikan scaffolding.

**Kata kunci:** Penalaran matematis, masalah matematis, scaffolding

Copyright (c) 2023 Peni Suhartatik, Suiswo, Aburrahman As'ari

✉ Corresponding author: Peni Suhartatik

Email Address: pennysuhartatik@gmail.com (Jl. Semarang No 5, Malang, Indonesia)

Received 14 October 2021, Accepted 30 January 2023, Published 03 February 2023

DoI: <https://doi.org/10.31004/cendekia.v7i1.1068>

## **PENDAHULUAN**

Pembelajaran matematika pada dasarnya ditujukan untuk memecahkan masalah yang terjadi dalam keseharian, terutama dalam hal pemanfaatan bilangan dan tanda-tanda matematis. Hal ini seperti yang diungkapkan Basir (2015) bahwa matematika yang dibelajarkan di sekolah bertujuan untuk mempertajam siswa dalam melakukan penalaran yang berkaitan dengan pemecahan masalah pada kehidupan sehari-hari. Maka dari itu, dalam pembelajaran matematika perlu peran guru untuk merangsang proses bernalar matematis pada siswa. Peran guru sangat penting untuk mendorong siswa karena pelajaran matematika sering kali dianggap sebagai pelajaran yang menakutkan. Guru harus mengupayakan terselenggaranya pembelajaran matematika yang merangsang daya bernalar matematis pada siswa melalui pembelajaran yang menyenangkan. Dalam hal ini, siswa tidak merasa mendapat paksaan dalam mengembangkan kemampuan bernalarnya sehingga tidak tertekan ketika gagal dalam

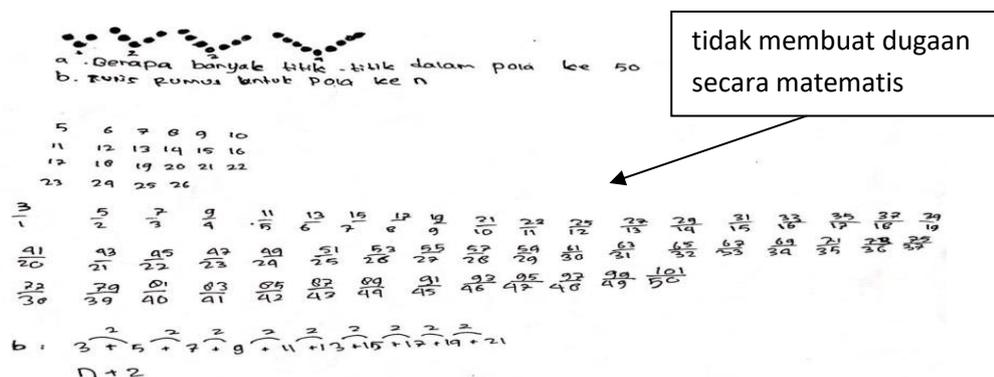
menyelesaikan soal yang diberikan guru. Dengan demikian, ketika siswa mengalami hambatan dalam menyelesaikan soal, siswa memiliki keinginan dan kemauan untuk mencoba kembali.

Berbicara lebih lanjut mengenai penalaran matematis, dapat dikatakan penalaran menjadi kunci dasar untuk dapat menguasai matematika. Penalaran matematis merujuk pada kemampuan mendayagunakan pikiran untuk berpikir logis dan analitis dalam suatu pola tertentu. Hal ini sejalan dengan pendapat Basir (2015) yang menyatakan bahwa penalaran bertumpu pada kerangka berpikir analitis dalam bingkai logika penalaran. Pengembangan kemampuan bernalar matematis sangat penting agar siswa dapat menguasai konsep belajar matematika dengan lebih baik. Dalam kaitannya dengan hal ini, kemampuan bernalar matematis siswa memberikan proses belajar mandiri yang lebih berarti karena siswa dibelajarkan untuk terlibat dalam pencarian hubungan suatu konsep dengan pengetahuan yang diajarkan guru dalam pembelajaran. Sumartini (2015) mengemukakan bahwa penalaran matematis mengarahkan siswa untuk dapat membuat kesimpulan serta menemukan bukti dari suatu pernyataan yang dirumuskan dalam gagasan baru pada suatu permasalahan matematis.

Kemampuan bernalar matematis harus senantiasa dibelajarkan agar menjadi kebiasaan khususnya dalam pembelajaran matematika. Hal ini berkaitan dengan urgensinya di dalam pembelajaran matematika bahwa penalaran matematis membantu siswa dalam proses berpikirnya. Sejalan dengan hal ini, Usniati (Fajriyah, dkk., 2019) menjelaskan jika penalaran matematis siswa tidak berkembang, pelajaran matematika hanya sebatas peniruan prosedural dari hal-hal yang dicontohkan. Siswa cenderung tidak memahami makna sehingga terkesan hanya mengandalkan informasi atau materi yang diberikan guru. Lebih jauh, siswa akan menjadi pasif dan tidak memiliki semangat untuk memecahkan masalah dengan mencari sumber informasi lain serta tidak adanya keingintahuan akan alasan atas pengetahuan yang diterima.

Permasalahan matematika yang hanya diajarkan sebatas peniruan prosedural, dampaknya tampak pada rendahnya kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal HOTS yang membutuhkan penalaran. Dalam kaitannya dengan HOTS (Safrida, dkk., 2016) mengemukakan bahwa kebanyakan siswa kesulitan dalam menyelesaikan soal HOTS. Kesulitan ini terjadi karena soal HOTS terdiri atas banyak kata-kata dengan pola yang berbeda dari kebiasaan yang diterima siswa. Rendahnya kemampuan dalam menyelesaikan soal HOTS berimbas pada rendahnya hasil PISA karena soal-soal PISA mengarah pada tipe soal HOTS.

Fakta bahwa kemampuan penalaran matematis siswa masih kurang, hal ini ditunjukkan oleh studi pendahuluan. Penelitian ini berpijak atas dasar permasalahan yang ditemukan peneliti selama melakukan observasi awal pada siswa kelas VIII di SMPN 10 Malang. Siswa kelas VIII mengalami kesalahan dalam proses bernalar. Hasil jawaban siswa tersaji pada Gambar 1.



**Gambar 1. Hasil Jawaban Salah Satu Siswa**

Data tersebut dianalisis berdasarkan indikator penalaran matematis yang tercantum dalam kurikulum Australia terdiri dari: 1) analisis 2) membuat dugaan dan generalisasi, 3) pembenaran dan argumen logis (Australian Academy of Science, n.d.2018). Indikator ini sesuai dengan materi yang akan dianalisis. Pada saat observasi awal ini, peneliti menemukan permasalahan pada proses bernalar siswa. Sebagaimana ditemukan adanya penyimpangan proses bernalar pada saat siswa ditugaskan untuk menemukan pola dari suatu bilangan. Dalam hal ini, siswa cenderung mencari penyelesaian masalah dengan cara menyusun pola bilangan secara berurutan. Hal ini tidak sesuai dengan indikator penalaran matematis dalam kurikulum akademik Australia salah satunya yaitu membuat dugaan dan generalisasi. Menurut logika matematika, cara yang dilakukan siswa tidak efisien jika digunakan untuk mencari banyaknya suku dalam jumlah yang besar. Siswa cenderung mengalami kesulitan. Sehingga proses bernalar menjadi hal yang sangat penting agar siswa mampu menemukan cara paling efektif untuk menyelesaikan soal dengan pola bilangan besar. Pada konteks ini, melalui proses bernalar siswa akan mampu menyusun strategi dalam membentuk rumusan tertentu guna menyelesaikan persoalan matematis.

Mengacu pada rendahnya kemampuan bernalar siswa, hal tersebut dapat dikembangkan dengan berbagai teknik. Salah satu teknik yang dapat digunakan untuk siswa adalah teknik *scaffolding*. *Scaffolding* merupakan pengembangan dari teori (Vygotsky, 1986) tentang *Zona of Proximal Development (ZPD)*. Konsep teknik ini menerangkan bahwa seorang anak memiliki dua area dalam proses pembelajarannya. Area pertama merupakan batas kemampuan seorang anak. Area kedua merupakan bantuan eksternal yang diperolehnya dari orang lain. Teknik *scaffolding* adalah metode pembelajaran yang menyesuaikan dengan kebutuhan siswa di kelas (Pfister, dkk., 2015). Penggunaan teknik *scaffolding* dalam mengatasi permasalahan rendahnya kemampuan bernalar siswa dipilih karena dapat membangun konsep pemahaman siswa yang digunakan untuk bernalar (Vygotsky, 1986). Hal tersebut dibandingkan dengan hasil penelitian sebelumnya (Sumartini, 2015) yang menemukan bahwa metode pembelajaran berbasis masalah masih menemukan kendala yaitu hanya mengetahui penalaran matematis secara keseluruhan saja. Sedangkan untuk *scaffolding*, guru dapat mengetahui kemampuan penalaran individu secara lebih jelas (Vygotsky, 1986). *Scaffolding* dapat didefinisikan sebagai proses yang memungkinkan seorang anak untuk memecahkan masalah, melaksanakan tugas, atau mencapai

tujuan yang berada di luar usahanya tanpa bantuan (Warli dan Fadiana, 2015). Konsep *scaffolding* digunakan untuk mendefinisikan, menjelaskan, dan mendukung pembelajaran siswa yang dilakukan oleh guru atau teman sebaya. Selain itu, *scaffolding* juga merupakan mekanisme untuk mengamati proses perkembangan siswa yang telah dibantu dalam mencapai potensi belajarnya. Parameswari, dkk. (2018) mengemukakan bahwa *scaffolding* yang diberikan bersifat sementara. Jika siswa telah mampu menemukan penyelesaian dari permasalahannya sendiri, *scaffolding* sudah tidak diberikan lagi. *Scaffolding* yang diberikan guru berfungsi untuk mengatasi kesulitan yang menghambat siswa dalam mengembangkan kemampuan matematisnya.

Dalam pemberian *scaffolding* seorang guru harus memperhatikan aspek tertentu. Salah satu aspek yang digunakan yaitu aktifasi kognitif. Aktifasi kognitif adalah proses pemindahan tanggung jawab (Pfister, dkk., 2015). Semakin banyak partisipasi siswa maka semakin banyak pula tanggung jawab yang harus dipegang oleh siswa. Dalam proses partisipasi, seorang siswa akan memperoleh kemampuan yang lebih baik. Kemampuan tersebut merupakan gabungan kemampuannya sendiri dan bantuan dari orang lain. Dengan demikian, pemberian *scaffolding* kepada seorang anak diharapkan mampu membuat anak mencapai suatu proses dan hasil pembelajaran yang tepat. Berdasarkan hasil wawancara dengan guru bidang studi, sampel penelitian diambil dari siswa yang berkemampuan sedang tetapi memiliki logika yang baik. Oleh karena itu, pemberian *scaffolding* sangat berpengaruh terhadap kemampuan akhir sampel penelitian.

Pada hakikatnya, penelitian tentang penalaran matematis dan pemberian *scaffolding* pada siswa untuk meningkatkan kemampuan siswa juga telah dilakukan. Beberapa penelitian terdahulu yang digunakan sebagai landasan dalam penelitian ini. Penelitian (Fatimah, 2019) mengemukakan hasil penelitiannya bahwa siswa mampu melakukan penalaran matematis. Namun, saat menganalisis masalah siswa melakukan kesalahan dalam merepresentasikan jawaban. Adapun indikator yang digunakan dalam penelitian ini mencakup analisis masalah, perencanaan pemecahan masalah, pelaksanaan rencana pemecahan masalah, dan pemeriksaan kembali. Penelitian (Parameswari, dkk., 2018) tentang *Pelaksanaan Scaffolding untuk Mengatasi Kesulitan Siswa dalam Menyelesaikan Masalah PtLSV*. Penelitian dilakukan pada kelas VII MTs Attaraqie Malang sebanyak 28 siswa. Penelitian menggunakan dua tes, yakni tes awal (diagnostic) dan tes akhir dengan *scaffolding* Polya. Hasil temuan menunjukkan kesulitan yang dialami siswa, meliputi 1) sulit menuliskan informasi yang diketahui dan ditanyakan pada soal karena kesulitan memahami masalah; 2) sulit menyusun rencana terutama pada penentuan konsep dan langkah awal dalam menyelesaikan masalah; 3) sulit melaksanakan rencana, meliputi model matematika, konsep, dan perhitungan matematis tidak mampu dituliskan dengan baik sehingga hasil akhirnya salah; dan sulit memeriksa Kembali, meliputi jawaban tidak dilakukan pengecekan dan tidak diinterpretasikan dengan baik. Dengan demikian, disimpulkan masalah mengenai PtLSV tidak mampu diselesaikan siswa dengan baik. Penelitian (Sari, dkk., 2016) hasil yang ditemukan menunjukkan bahwa pemberian *scaffolding* mampu meningkatkan penalaran matematis siswa di SMPN 1 Pogalan Trenggalek yang teridentifikasi dalam 4 indikator. Adapun keempat indikator tersebut,

mencakup menentukan pola dan struktur dalam penyelesaian pola bilangan; menggeneralisasikan dugaan mengenai bentuk keteraturan; melakukan evaluasi dugaan, serta membangun argumen matematika. Penelitian (Hidayati & Widodo, 2015) proses penalaran matematis diteliti dari siswa dengan kemampuan rendah, sedang, dan tinggi. Temuan penelitian menunjukkan siswa yang memiliki kemampuan matematika rendah menunjukkan adanya kemajuan dalam bernalar matematis ketika memecahkan masalah kecuali pada tahap membuat rencana pemecahan masalah dan tahap melaksanakan rencana pemecahan masalah. Adapun siswa dengan kemampuan matematika sedang menunjukkan peningkatan bernalar matematis ketika memecahkan masalah kecuali tahap melaksanakan rencana pemecahan masalah. Sementara itu, siswa dengan kemampuan matematika tinggi menunjukkan peningkatan bernalar matematis pada setiap tahap memecahkan masalah.

Oleh karena penelitian dengan topik penalaran matematis selalu mengalami perkembangan dari waktu ke waktu serta adanya kelemahan pada hasil akhir penelitian sebelumnya, peneliti tertarik mengkaji mengenai penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika. Penelitian ini memiliki keunikan dan pembeda dengan penelitian terdahulu pada metode, subjek, dan indikator yang digunakan. Dengan demikian, peneliti mengangkat judul “*Penalaran Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika dan Scaffoldingnya*”.

## **METODE**

Jenis penelitian yang digunakan yaitu penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika pada materi pola bilangan yakni sebelum pemberian *scaffolding*, saat proses *scaffolding*, dan efektifitas *scaffolding* yang diberikan. Subjek penelitian ini diambil dari siswa kelas VIII SMPN 10 Malang semester 2 tahun ajaran 2020/2021. Adapun kelas VIII dipilih sebagai subjek penelitian berdasarkan atas pertimbangan siswa telah menerima pembahasan materi mengenai pola bilangan. Pada penelitian ini, sebanyak 10 siswa calon subjek penelitian diberikan soal tes awal oleh peneliti terkait materi tentang pola bilangan. Hasilnya diperoleh 3 kriteria, yakni siswa dengan jawaban benar sebanyak 2 siswa, siswa dengan jawaban sistematis tetapi salah sebanyak 3 siswa, serta siswa menjawab salah sebanyak 5 siswa. Mengacu pada ketiga kriteria tersebut siswa yang memerlukan bantuan *scaffolding* dalam kasus ini ditetapkan berdasarkan kriteria kedua yakni siswa dengan jawaban sistematis tetapi salah. Kemampuan tersebut ditunjukkan dengan jawaban tertulis pada lembar jawaban hasil pekerjaan siswa dari hasil tes. Siswa yang menjawab sistematis tetapi salah diambil 3 subjek. Dengan demikian, penelitian ini menggunakan 3 siswa sebagai subjek penelitian. Adapun instrumen yang digunakan berupa lembar tes tertulis dengan soal yang berbentuk uraian dan wawancara.

## **HASIL DAN DISKUSI**

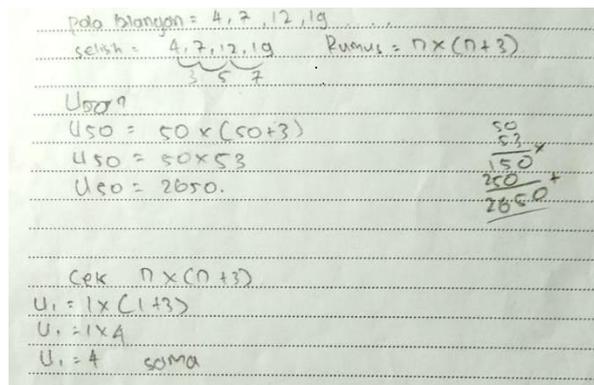
Temuan penelitian ini mengacu pada hasil analisis pekerjaan siswa setelah mengerjakan soal 1 sebelum pemberian *scaffolding*, saat pemberian *scaffolding*, dan mengerjakan soal 2 untuk melihat

efektivitas *scaffolding* yang diberikan. Soal 1 dan 2 merupakan soal yang digunakan untuk menganalisis 3 indikator penalaran matematis yang dilakukan subjek dalam menyelesaikan masalah pola bilangan. Berdasarkan analisis jawaban ketiga subjek penelitian, yaitu UNR, RR, dan NAR, ketiganya melakukan kesalahan-kesalahan yang menandakan siswa tidak melakukan penalaran matematis. Berikut dipaparkan data hasil penelitian dari ketiga subjek tersebut.

### Penalaran Matematis UNR dalam Menyelesaikan Masalah Matematika

#### Penalaran Matematis UNR dalam Menyelesaikan Masalah pada Soal 1 sebelum *Scaffolding*

Proses penalaran matematis UNR pada indikator analisis dapat diperoleh dari hasil pekerjaan UNR dalam mengubah soal cerita menjadi bentuk barisan pola bilangan. Kemudian, UNR menuliskan selisih antar suku. Proses penalaran matematis UNR pada indikator membuat dugaan dan generalisasi dapat diperoleh dari hasil pekerjaan UNR ketika membuat rumus umum " $n \times (n + 3)$ ". Proses penalaran matematis UNR pada indikator membenaran dan argumen logis dapat diperoleh dari hasil pekerjaan UNR ketika memeriksa kebenaran rumus umum " $n \times (n + 3)$ ". Akan tetapi, UNR hanya memeriksa kebenaran rumus tersebut pada suku pertama saja. UNR tidak memeriksa kebenaran pada suku kedua, ketiga, dan keempat. Ketika hasil yang diperoleh sama dengan suku pertama, UNR langsung menyimpulkan bahwa rumus umum tersebut sudah benar. Berikut hasil jawaban UNR dalam menyelesaikan soal 1 yang disajikan dalam bentuk gambar.



Gambar 2. Hasil Jawaban Soal 1 Oleh UNR

#### Penalaran Matematis UNR dalam Menyelesaikan Masalah pada Soal 1 saat *Scaffolding*

Pada tahap ini, peneliti mengarahkan UNR untuk membuat pola-pola dari tiap suku. Kemudian, UNR menuliskan semua kemungkinan pola yang ada mulai dari  $U_1, U_2, U_3, U_4$ . Berdasarkan hasil membuat dugaan pola-pola tersebut, UNR membuat generalisasi rumus yaitu  $n^2 + 3$ . Pada tahap ini, *scaffolding* yang diberikan sudah berhasil. Berikut hasil jawaban UNR yang disajikan dalam bentuk gambar.

Diketahui : 4, 7, 12, 19

$$1 \rightarrow 4 = 1^2 + 3$$

$$2 \rightarrow 7 = 2^2 + 3$$

$$3 \rightarrow 12 = 3^2 + 3$$

$$4 \rightarrow 19 = 4^2 + 3$$

$$U_n = n^2 + 3$$

$$50 = 50^2 + 3$$

$$= 2500 + 3$$

$$= 2503$$

Gambar 3. Hasil Pekerjaan UNR Soal 1 Saat Diberikan Scaffolding

### Penalaran Matematis UNR dalam Menyelesaikan Masalah pada Soal 2 setelah Scaffolding

UNR mengerjakan soal 2 dengan lengkap dan kesimpulan yang diperoleh juga benar. Pekerjaan UNR untuk soal 2 ini memperlihatkan kemajuan penalaran matematis yang lebih baik dari sebelumnya. Berikut hasil pekerjaan UNR dalam menyelesaikan soal 2. Selain itu, UNR juga menuliskan prosesnya dalam membentuk model matematika. Hal itu menunjukkan UNR mampu melakukan tahap analisis serta tahap membuat dugaan dan generalisasi dengan baik. Oleh karena itu, proses *scaffolding* yang dilakukan oleh peneliti telah berdampak baik pada keterampilan UNR dalam bernalar matematis. Berikut merupakan kerangka penalaran matematis UNR dalam menyelesaikan soal tes 2 (setelah pemberian *scaffolding*) yang disajikan dalam bentuk gambar.

pola bilangan = 3, 8, 15, 24

5    7    9

$$U_1 = 3 = 1 \times (1+2) = 1 \times 3 = 3$$

$$U_2 = 8 = 2 \times (2+2) = 2 \times 4 = 8$$

$$U_3 = 15 = 3 \times (3+2) = 3 \times 5 = 15$$

$$U_4 = 24 = 4 \times (4+2) = 4 \times 6 = 24$$

dst

$$? = U_{50}$$

$$U_{50} = 50 \times (50+2) = 50 \times 52 = 2600$$

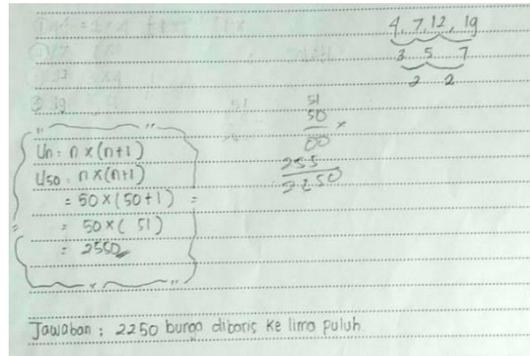
Gambar 4. Hasil Pekerjaan Soal 2 oleh UNR Setelah Scaffolding

### Penalaran Matematis RR dalam Menyelesaikan Masalah Matematika

#### Penalaran Matematis RR dalam Menyelesaikan Masalah Matematika sebelum Scaffolding

Proses penalaran matematis RR pada tahap analisis dapat diketahui dari hasil pekerjaannya ketika mengidentifikasi atau menuliskan poin-poin utama seperti yang diketahui dalam bentuk barisan bilangan. Berdasarkan hasil pekerjaan, RR mengetahui bahwa soal tersebut merupakan pola bilangan bertingkat dua. RR menuliskan barisan pola bilangan 4, 7, 12, 19, kemudian menulis beda tingkat pertama yaitu 3, 5, 7, dan selanjutnya RR menulis beda tingkat kedua yaitu 2. Pada tahap membuat dugaan dan generalisasi, RR tidak menulis dugaannya pada lembar jawaban tetapi langsung membuat rumus umum. Adapun pada tahap pembenaran dan argument logis, jawaban RR tidak menunjukkan

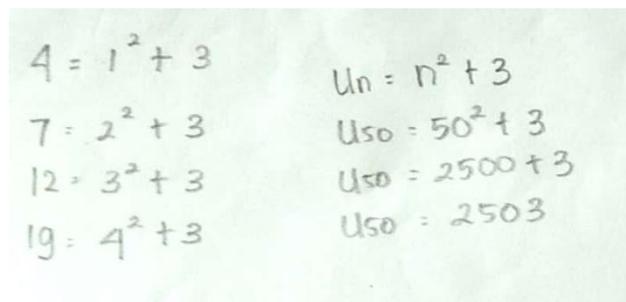
adanya pembenaran dan argumen logis. RR hanya menuliskan mencari  $U_{50}$  menggunakan rumus yang sudah didapatkan tersebut. Berikut merupakan kerangka penalaran matematis RR dalam menyelesaikan soal 1 yang disajikan dalam bentuk gambar.



Gambar 5. Hasil Pekerjaan Soal 1 Oleh RR

### ***Penalaran Matematis RR dalam Menyelesaikan Masalah Matematika saat Scaffolding***

Berdasarkan analisis pekerjaan RR dalam menyelesaikan soal 1, RR tidak melakukan penalaran matematis dengan benar. RR melakukan kesalahan-kesalahan pada tahap penalaran matematis, yakni tahap membuat dugaan dan generalisasi. Saat diberikan *scaffolding*, RR sudah tidak bingung lagi dalam menjawab soal. RR juga tidak menuliskan hasil analisis pada lembar jawaban. Namun, RR yakin dengan jawabannya kalau soal tersebut membentuk sebuah barisan pola bilangan. Oleh karena itu, peneliti tidak memberikan *scaffolding* pada tahap analisis. Berikut hasil jawaban RR yang disajikan dalam bentuk gambar.



Gambar 6. Hasil Pekerjaan RR Saat Scaffolding

### ***Penalaran Matematis RR dalam Menyelesaikan Masalah Matematika setelah Scaffolding***

RR mengerjakan soal 2 dengan lengkap dan hasil akhir yang diperoleh juga benar. Pekerjaan RR untuk soal 2 ini memperlihatkan kemajuan penalaran matematis yang lebih baik dari sebelumnya. RR telah melakukan ketiga tahapan penalaran matematis. RR terlihat lebih komunikatif dalam menuliskan jawabannya yang menandakan adanya kemajuan. Barisan pola bilangan yang dibentuk juga sesuai dengan poin pada tiap level berdasarkan informasi pada soal. Selain itu, RR juga mampu membuat dugaan pola-pola yang dibentuk dari barisan pola bilangan yang diketahui. Dengan demikian, dapat dikatakan bahwa RR sudah mampu membuat dugaan dan generalisasi. Oleh karena itu, proses *scaffolding* yang dilakukan oleh peneliti telah berdampak baik pada RR dalam keterampilan penalaran

matematis yang dilakukan. Berikut kerangka penalaran matematis RR dalam menyelesaikan soal 2 (setelah pemberian *scaffolding*) yang disajikan dalam bentuk gambar.

$3, 8, 15, 24$   
 $3 = 1 \times (1+2)$   
 $8 = 2 \times (2+2)$   
 $15 = 3 \times (3+2)$   
 $24 = 4 \times (4+2)$   
 $U_n = n \times (n+2)$

$U_n = n \times (n+2)$   
 $U_{50} = 50 \times (50+2)$   
 $U_{50} = 50 \times (52)$   
 $U_{50} = 2600$

$50$   
 $52$   
 $100$   
 $250$   
 $\hline$   
 $2600$

Gambar 7. Hasil Pekerjaan Soal 2 oleh RR Setelah Scaffolding

### Penalaran Matematis NAR dalam Menyelesaikan Masalah Matematika

#### *Penalaran Matematis NAR dalam Menyelesaikan Masalah Matematika sebelum Scaffolding*

Penalaran matematis NAR pada tahap analisis dapat diketahui dari hasil pekerjaan siswa dalam mengidentifikasi atau menuliskan poin-poin utama seperti barisan bilangan yang dibentuk dari banyaknya poin pada tiap level. Penalaran matematis NAR pada tahap membuat dugaan dan generalisasi dapat diketahui dari hasil pekerjaannya dalam membuat dugaan pola yang dibentuk dari barisan bilangan. Tahap ini dapat dilihat ketika NAR membuat pola yang sesuai dengan barisan bilangan. Namun pada tahap ini, NAR kurang tepat dalam membuat dugaan. Selain itu, NAR juga tidak membuat generalisasi dari dugaan membuat pola. Penalaran matematis NAR pada tahap pembenaran dan argumen logis dapat diketahui dari hasil pekerjaannya dalam mencari nilai suku ke-50. Namun, pada tahap ini NAR tidak menunjukkan adanya tahapan pembenaran. Berikut merupakan kerangka penalaran matematis NAR dalam menyelesaikan soal 1 yang disajikan dalam bentuk diagram.

$3, 5, 7, 9$   
 $4, 7, 12, 19$   
 $50 = 50 \times (50+1)$   
 $50 = 50 + 51$   
 $51 = 51 + 52$   
 $103$   
 $51 = 51 + 56$   
 $107$   
 $105$   
 $105$   
 $105$

jadi, bunga yang ditanam  
 Arti dibayar  $50 = 101$

Gambar 8. Hasil Pekerjaan Soal 1 oleh NAR

#### *Penalaran Matematis NAR dalam Menyelesaikan Soal 1 saat Scaffolding*

Dalam menyelesaikan soal 1, NAR tidak melakukan penalaran matematis dengan benar. NAR melakukan kesalahan-kesalahan pada tahap penalaran matematis, antara lain tahap membuat dugaan dan mencari nilai  $U_{50}$ . Pada tahap analisis NAR menuliskan apa yang diketahui dari soal. NAR menuliskan barisan bilangan 4, 7, 12, 19. NAR mengetahui bahwa barisan tersebut membentuk barisan pola bilangan. NAR mengira rumus yang dicari hanya untuk suku pertama, kedua, dan ketiga saja. Peneliti mengarahkan agar NAR dapat mencari semua suku ke- $n$  dengan cara membuat pola-pola dari

suku yang sudah diketahui. Kemudian, peneliti juga mengarahkan agar NAR membuat rumus umum dari pola-pola yang sudah didapatkan. Berdasarkan hasil pekerjaan NAR pada gambar 4.28 menunjukkan bahwa NAR tidak menuliskan pembenaran dugaannya. NAR langsung mencari nilai suku ke-50 dengan menggunakan rumus yang sudah didapatkan. Berikut hasil pekerjaan NAR yang akan disajikan dalam bentuk gambar.

$$\begin{aligned}
 1 &\rightarrow 4 = 1^2 + 3 \\
 2 &\rightarrow 7 = 2^2 + 3 \\
 3 &\rightarrow 12 = 3^2 + 3 \\
 4 &\rightarrow 19 = 4^2 + 3 \\
 \\ 
 U_n &= n^2 + 3 \\
 U_{50} &= 50^2 + 3 \\
 &= 2500 + 3 \\
 &= 2503
 \end{aligned}$$

Gambar 9. Hasil Pekerjaan NAR Soal 1 Saat Scaffolding

*Penalaran Matematis NAR dalam Menyelesaikan Masalah Matematika setelah Scaffolding*

Penalaran matematis NAR pada tahap analisis dapat diketahui dari hasil pekerjaan siswa dalam mengidentifikasi atau menuliskan poin-poin utama seperti barisan pola bilangan yang dibentuk dari banyak poin yang diperoleh pada tiap level. Penalaran matematis NAR pada tahap membuat dugaan dan generalisasi dapat diketahui dari hasil pekerjaannya dalam membuat dugaan pola-pola dari suku yang sudah diketahui. Penalaran matematis NAR pada tahap pembenaran dan argumen logis dapat diketahui dari hasil pekerjaannya dalam meninjau ulang dengan cara memeriksa kebenaran dugaannya menggunakan cara lain, yaitu menggunakan cara rumus. Pada tahap membuat pembenaran, NAR memeriksa dugaannya dengan menggunakan cara rumus. Pada langkah pertama, NAR mencari beda antar suku yaitu 5, 7, 9. Kemudian, NAR mencari beda antar suku kedua, yaitu 2. Selanjutnya, ketika jawaban menggunakan cara rumus sama dengan menggunakan cara membuat dugaan, NAR menganggap jawabannya sudah benar. Berikut disajikan kerangka penalaran matematis NAR dalam menyelesaikan soal 2 (setelah pemberian *scaffolding*) yang disajikan dalam bentuk gambar berikut.

$$\begin{aligned}
 1 &\rightarrow 3 = 1^2 + 1 \times 2 = 1 + 2 = 3 \\
 2 &\rightarrow 8 = 2^2 + 2 \times 2 = 4 + 4 = 8 \\
 3 &\rightarrow 15 = 3^2 + 3 \times 2 = 9 + 6 = 15 \\
 4 &\rightarrow 24 = 4^2 + 4 \times 2 = 16 + 8 = 24 \\
 \\ 
 n &= n^2 + (n \times 2) \\
 U_{50} &= 50^2 + (50 \times 2) \\
 &= 2500 + 100 = 2600 \\
 \\ 
 \text{System of Equations:} \\
 2a + b &= 5 & a + b + c &= 3 \\
 a &= 1 & 3 - 1 + b &= 5 & 1 + 2 + c &= 3 \\
 & & 3 + b &= 5 & 3 + c &= 3 \\
 & & b &= 2 & c &= 1 \\
 \\ 
 U_n &= a \cdot n^2 + b \cdot n + c \\
 U_{50} &= 1 \cdot 50^2 + 2 \cdot 50 + 1 \\
 U_{50} &= 2500 + 100 + 1 \\
 U_{50} &= 2600
 \end{aligned}$$

Gambar 10. Hasil Pekerjaan Soal 2 oleh NAR Setelah Pemberian Scaffolding

### *Penalaran Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Soal 1*

Berdasarkan hasil pekerjaan UNR dalam menjawab soal 1, UNR telah memenuhi tahap analisis dengan menulis barisan bilangan yang dibentuk dari soal cerita dan menuliskan beda antar suku. Pernyataan ini sejalan dengan pendapat (Siskawati, 2014) yang menjelaskan bahwa analisis merupakan salah satu indikator dalam penalaran matematis. Hal yang selanjutnya dilakukan UNR adalah membentuk sebuah rumus. Berdasarkan hasil wawancara, UNR membuat dugaan rumus tersebut dengan membuat perkiraan. Dalam hal ini, UNR memenuhi tahap membuat dugaan dan generalisasi. Sebagaimana yang diungkapkan (Cañadas & Castro, 2007) bahwa generalisasi dugaan termasuk salah satu indikator penalaran matematis. Selanjutnya, UNR memeriksa kebenaran rumus yang sudah didapatkan dengan menguji dan menerapkan rumus tersebut pada pola pertama saja. Pada pemeriksaan ini, hasil dugaan menggunakan rumus tersebut diperoleh hasil yang sama dengan nilai pada suku pertama sehingga UNR menyimpulkan bahwa rumus tersebut sudah benar. Berdasarkan hasil wawancara, UNR telah melakukan tahapan pembenaran dan argumen logis. Hal ini didukung oleh pendapat (Wahyudi, 2016) yang menyatakan bahwa penalaran matematis mengarah pada kemampuan untuk menganalisis situasi matematis serta membangun argumen atau alasan yang logis. Sumpter (2014) juga menyatakan bahwa memberikan alasan atau argumen merupakan salah satu cara untuk melihat penalaran subjek.

Berbeda dengan sebelumnya, hasil pekerjaan RR pada soal 1 menunjukkan bahwa RR mampu menuliskan poin-poin utama seperti yang diketahui dalam bentuk barisan bilangan. Dalam hal ini, RR menulis beda tingkat pertama dan beda pada tingkat kedua sehingga disimpulkan RR telah memenuhi tahap analisis. Sebagaimana diungkapkan (Kalukar, 2014) bahwa salah satu indikator penalaran matematis adalah analisis. Berdasarkan wawancara, RR tidak menuliskan dugaannya di lembar jawaban, tetapi langsung membuat rumus umum. Pada langkah ini, RR sudah memenuhi tahap membuat dugaan dan generalisasi. Hal tersebut sesuai dengan pendapat (Cañadas & Castro, 2007) bahwa generalisasi dugaan termasuk salah satu indikator penalaran matematis. Pada langkah berikutnya, jawaban RR tidak menunjukkan adanya pembenaran dan argumen logis. RR hanya menuliskan mencari  $U_{50}$  menggunakan rumus yang sudah didapatkan tersebut.

Adapun hasil pekerjaan NAR pada soal 1 menunjukkan bahwa NAR sudah melakukan tahap analisis yang ditunjukkan dengan mengidentifikasi atau menuliskan poin-poin utama, seperti barisan bilangan yang dibentuk. Hal ini sesuai dengan pendapat (Siskawati, 2014) dan (Kalukar, 2014) yang menyatakan bahwa analisis merupakan bagian dari penalaran matematis. Langkah selanjutnya, NAR membuat dugaan pola yang dibentuk dari barisan bilangan. Pada tahap ini, NAR sudah memenuhi langkah membuat dugaan dan generalisasi. Stylianides (2008) menyebutkan bahwa mengidentifikasi pola dan membuat dugaan sebagai bentuk generalisasi matematis. Kemudian pada langkah terakhir, NAR tidak menunjukkan adanya tahap pembenaran. Selain itu, NAR tidak menunjukkan adanya pernyataan yang mengarah pada argumen logis. Namun, NAR langsung mencari nilai  $U_{50}$  dan membuat kesimpulan.

### **Scaffolding untuk Membantu Penalaran Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Soal 1**

Pertama, UNR melakukan kesalahan dalam membuat dugaan rumus umum. UNR tidak membuat dugaan dari pola pertama, kedua, ketiga, keempat, dan membuat kesimpulan, tetapi hanya mengira-ngira saja. Pada situasi ini, peneliti memberikan stimulus pada UNR untuk membuat dugaan dari pola-pola yang sudah diketahui pada soal. Oleh karena itu, peneliti mulai memberikan *scaffolding*, tepatnya pada tahapan membuat dugaan dan generalisasi. Adapun stimulus yang diberikan peneliti berupa pertanyaan-pertanyaan dan arahan yang dapat mendorong UNR agar dapat menemukan pola yang dapat digunakan untuk mencari  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$ , dan seterusnya sehingga membentuk rumus umum. Anghileri (2006) berpendapat bahwa mengajukan pertanyaan di sisi lain akan membuat siswa memperluas pemikiran mereka sendiri. Hal ini juga di dukung pendapat (Hasan, 2015) yang menyatakan bahwa pada pelaksanaan *scaffolding* memberikan pertanyaan pancingan atau arahan dapat membuat siswa menyebutkan konsep yang dia gunakan dalam menyelesaikan masalah. Kegiatan ini membuat UNR mengerti bagaimana seharusnya membuat dugaan pola-pola yang sesuai dengan barisan. Setelah menyadari bahwa jawabannya salah, UNR mencoba kembali membuat dugaan pola-pola dari suku yang diketahui hingga menemukan pola yang sesuai untuk digunakan mencari semua suku ke- $n$ . Pada penyelesaian selanjutnya, UNR dapat menyelesaikan pekerjaannya sampai pada tahap akhir dengan benar tanpa peneliti memberi *scaffolding*. Van de Pol, dkk. (2010) mengungkapkan bahwa salah satu karakteristik dari *scaffolding* adalah *transfer of responsibility* dengan meminta siswa untuk memperbaiki secara mandiri setelah pemberian *scaffolding*. Berdasarkan penjelasan tersebut, *scaffolding* yang tepat untuk UNR yakni *scaffolding* (Anghileri, 2006) level 2 berupa *restructuring*.

Kedua, RR melakukan kesalahan dalam membuat dugaan dari pola yang didapatkan. Berdasarkan wawancara, diketahui RR tidak menulis dugaannya pada lembar jawaban, tetapi langsung menuliskan rumus umumnya saja. Peneliti kemudian memberikan *scaffolding* awal kepada RR berupa pemberian pertanyaan-pertanyaan yang mengarahkannya untuk membuat dugaan pola-pola dari barisan bilangan yang ada, sehingga membentuk rumus umum. Qamar, K., & Riyaldi (2016) berpendapat bahwa pertanyaan pancingan atau arahan dapat membantu siswa untuk meningkatkan pemahaman terhadap suatu konsep matematika. Selain itu, RR juga kurang tepat dalam membuat generalisasi. Namun, ketika peneliti memberikan arahan dalam membuat dugaan pola proses membuat generalisasi, RR dapat memahaminya dengan benar. Hal ini dibuktikan ketika peneliti meminta RR untuk menghubungkan jawabannya dengan barisan pola bilangan pada soal (*reviewing: looking, touching, and verbalizing*) yang bertujuan agar RR mengetahui letak kesalahannya. Sesuai dengan ungkapan (Anghileri, 2006) yakni dorongan kepada siswa berfungsi untuk melihat kembali dan menyuarakan pemikiran mereka agar dapat memperlihatkan kesalahan yang dilakukan. Hal ini juga sejalan dengan (Pfister, dkk., 2015) yang menyatakan bahwa *scaffolding* adalah metode pembelajaran yang disesuaikan dengan kebutuhan individu siswa di dalam kelas. Dengan demikian, *scaffolding* yang tepat untuk RR yaitu *scaffolding* (Anghileri, 2006) level 2 berupa *reviewing* dan *restructuring*.

Ketiga, NAR melakukan kesalahan dalam membuat rumus umum. NAR salah dalam tahapan membuat dugaan dan generalisasi, sehingga mengakibatkan salahnya penalaran matematis tahap selanjutnya. Peneliti memulai dengan memberikan *scaffolding* pada tahap membuat dugaan dan generalisasi. Peneliti menanyakan bagaimana merumuskan pola pada bunga pertama, kedua, ketiga, dan seterusnya sehingga membentuk sebuah pola umum untuk barisan bilangan tersebut. Mawasdi & Yuniarta (2018) menyatakan bahwa pertanyaan dorongan mampu memperbaiki kesalahannya pada saat siswa melakukan kesalahan. Hal ini senada dengan (Anghileri, 2006) yang mengungkapkan bahwa pengajuan pertanyaan akan membuat siswa memperluas pemikiran mereka sendiri. Berdasarkan kegiatan tersebut, NAR memperbaiki kesalahan pada tahap membuat dugaan dan generalisasi. Peneliti kemudian mengimbau untuk mencocokkan dugaan pola-pola yang sudah sesuai untuk barisan bilangan tersebut. Pada akhir kegiatan, peneliti memberikan kesempatan kepada NAR untuk memperbaiki pekerjaannya secara lebih lengkap. Dengan demikian, *scaffolding* yang tepat untuk NAR yaitu *scaffolding* (Anghileri, 2006) level 2 berupa *restructuring*.

Dari hasil pemaparan diatas maka akan diuraikan penalaran matematis pada setiap tahapan dengan *scaffolding* yang diberikan. Pertama pada tahap analisis, kemungkinan kesalahan yang dilakukan siswa yaitu siswa tidak mampu mengeksplorasi masalah pada soal dan tidak dapat membandingkan pola yang tetap sama dan pola yang berubah. *Scaffolding* yang di berikan siswa diminta untuk menjelaskan kembali informasi-informasi utama yang terkandung dalam soal. Pada tahap ini tipe *scaffolding* yang diberikan yaitu *reviewing*. Pada tahap kedua membuat dugaan dan generalisasi, kesalahan yang dilakukan siswa yaitu tidak dapat membentuk dugaan pola dari barisan bilangan dan membuat generalisasi dari dugaannya tersebut. Pada tahap ini *scaffolding* yang diberikan yaitu siswa diminta untuk membuat dugaan dari pola-pola yang diketahui dan membuat generalisasi dari dugaannya tersebut. Pada tahap ini tipe *scaffolding* yang diberikan yaitu *restructuring*. Selanjutnya pada tahap ketiga yaitu pembenaran dan argumen logis, kesalahan yang dilakukan siswa tidak dapat membuat pembenaran dari dugaannya yang melibatkan argumen logis. *Scaffolding* yang diberikan yaitu siswa diminta membuktikan kebenaran dari hasil dugaannya dengan menggunakan argumen yang logis. Pada tahap ini tipe *scaffolding* yang diberikan yaitu *restructuring*.

#### *Efektivitas Scaffolding terhadap Penalaran Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Soal 2*

Berdasarkan hasil pekerjaan siswa dalam mengerjakan soal 2, diketahui bahwa penalaran matematis UNR mengalami kemajuan yang lebih baik dari sebelumnya. UNR mampu membuat dugaan dan generalisasi pola yang dihasilkan dari barisan bilangan pada soal. National Council of Teachers of Mathematics (2000) menyatakan bahwa pengerjaan matematika melibatkan penemuan, dan membuat dugaan dengan menebak informasi sebagai jalur utama menuju penemuan. Selain itu, UNR juga dapat membuat generalisasi dari hasil dugaannya dengan benar. UNR juga dapat menjawab suku ke-50 dengan benar. Berdasarkan hasil wawancara yang dilakukan menunjukkan bahwa UNR melakukan ketiga tahapan penalaran matematis dengan benar. Dalam hal ini *scaffolding* yang diberikan oleh peneliti mampu memberikan dampak positif pada kemampuan penalaran matematis siswa. Fasiah

(2019) menyatakan bahwa tujuan dari *scaffolding* adalah membimbing siswa menuju jawaban suatu tugas. Kesalahan yang dilakukan UNR pada soal 1 sudah tidak terlihat lagi pada penyelesaian soal 2. Hal tersebut sesuai dengan yang dikemukakan oleh (Hadiyanto dkk, 2016) bahwa *scaffolding* dapat mengurangi kesalahan yang dilakukan siswa.

Pada hasil pekerjaan RR dalam menyelesaikan soal 2 juga menunjukkan kemajuan yang lebih baik dari sebelumnya. Jawaban RR tampak lebih jelas dan sistematis dalam menyelesaikan soal 2. RR mampu membuat dugaan dengan baik dari barisan pola bilangan. National Council of Teachers of Mathematics (2000) menyatakan bahwa pengerjaan matematika melibatkan penemuan, dan membuat dugaan dengan menebak informasi sebagai jalur utama menuju penemuan. Selain itu, RR juga dapat membuat generalisasi dari hasil dugaannya tersebut. RR juga benar dalam menentukan hasil suku ke-50. Berdasarkan hasil wawancara yang dilakukan oleh peneliti, RR menunjukkan kemajuan dalam penalaran matematis serta dapat memberikan penjelasan lebih lanjut terkait jawabannya. Dalam hal ini *scaffolding* yang diberikan oleh peneliti mampu memberikan dampak positif pada kemampuan penalaran matematis siswa. Kesalahan yang dilakukan UNR pada soal 1 sudah tidak terlihat lagi pada penyelesaian soal 2. Hal tersebut sesuai dengan yang dikemukakan oleh (Hadiyanto, dkk., 2016) bahwa *scaffolding* dapat mengurangi kesalahan yang dilakukan siswa.

Di sisi lain, pekerjaan NAR dalam menyelesaikan soal 2 juga menunjukkan kemajuan yang lebih baik dari sebelumnya. NAR dapat membuat dugaan dengan benar, (National Council of Teachers of Mathematics, 2000) menyatakan bahwa pengerjaan matematika melibatkan penemuan, dan membuat dugaan dengan menebak informasi sebagai jalur utama menuju penemuan. NAR juga benar dalam membuat generalisasi dari dugaannya. Selanjutnya, NAR juga dapat menentukan hasil suku ke-50 dengan benar. Kesalahan yang dilakukan NAR pada soal 1 juga sudah tidak terulang pada penyelesaian soal 2 yaitu menentukan suku ke-50. Hal ini di dukung oleh pendapat (Hadiyanto, dkk., 2016) bahwa *scaffolding* dapat mengurangi kesalahan yang dilakukan siswa. Berdasarkan hasil pekerjaan menunjukkan bahwa NAR sudah melakukan ketiga tahapan penalaran matematis. Sesuai dengan pendapat (S. Fatimah, dkk., 2019) *scaffolding* dilakukan untuk mencapai aspek-aspek yang belum terpenuhi dalam fase-fase berfikir siswa, hingga siswa dapat melampaui fase tersebut dengan baik. Dalam hal ini *scaffolding* yang diberikan oleh peneliti mampu memberikan dampak positif pada kemampuan penalaran matematis siswa. Hal ini di dukung oleh pendapat (Fasihah, 2019) menyatakan bahwa tujuan dari *scaffolding* adalah membimbing siswa menuju jawaban suatu tugas.

## **KESIMPULAN**

Berdasarkan temuan dan pembahasan yang telah dipaparkan, penelitian ini disimpulkan bahwa ketiga subjek dalam penelitian ini telah memenuhi tahapan penalaran matematis dalam mengerjakan soal yang berkaitan dengan pola bilangan setelah diberikan *scaffolding*. Siswa mampu melakukan proses analisis, membuat dugaan dan generalisasi, serta membenaran dan argumen logis. Kemampuan siswa dalam proses analisis tampak ketika siswa mampu menganalisis masalah dengan menuliskan

poin-poin utama pada soal dengan bahasanya sendiri. Sementara itu, kemampuan siswa dalam proses membuat dugaan dan generalisasi terlihat ketika siswa mampu membuat dugaan dan menemukan rumus yang tepat pada pola bilangan tertentu. Adapun kemampuan pembenaran dan argumen logis terlihat ketika siswa mampu melakukan pembenaran dugaan dengan mengecek apakah hasil generalisasinya sudah benar pada penyelesaian pola bilangan.

Pada ketiga siswa yang terpilih sebagai subjek penelitian, sebelum dilakukan *scaffolding* ketiganya menunjukkan hasil penyelesaian soal pola bilangan yang berbeda. Perbedaan tersebut tampak pada kemampuan menganalisis masalah dengan menuliskan poin-poin utama pada soal; kemampuan membuat dugaan dengan mengira-ngira; tidak menuliskan hasil dugaannya pada lembar jawaban; dan kemampuan membuat dugaan pola yang dibentuk dari barisan pola bilangan, tetapi tidak membuat generalisasi dari hasil dugaannya. Di samping itu, perbedaan ketiga subjek penelitian juga terlihat dari kemampuannya dalam proses pengecekan hasil jawaban; mengikuti rumus yang sudah ada, serta langsung mencari pola bilangan dan langsung membuat kesimpulan.

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dipaparkan, peneliti menyarankan pada tahap siswa membuat dugaan untuk memberikan *scaffolding* level 2 yaitu *explaining* (menjelaskan) cara membuat dugaan dari barisan bilangan, dan *restructuring* (merestrukturisasi) untuk menstruktur hasil dugaannya dan membuat generalisasi untuk mencari suku ke- $n$ . Selanjutnya, pada tahap pembenaran dan argumen logis siswa diberikan *scaffolding* level 2 yaitu *reviewing* (meninjau) hasil generalisasi hasil dugaannya benar atau salah jika digunakan untuk mencari suku ke- $n$  dengan melibatkan argumen logis.

## REFERENSI

- Anghileri, J. (2006). Scaffolding practices that enhance mathematics learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(1), 33–52.
- Australian Academy of Science. (2018). *Teachers' Guide: Assessing Reasoning*. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-010-9242-9>
- Basir, M. A. (2015). Kemampuan penalaran siswa dalam pemecahan masalah matematis ditinjau dari gaya kognitif. *Jurnal Pendidikan Matematika FKIP Unissula*, 3(1), 106–114.
- Cañadas, M. C., & Castro, E. (2007). A proposal of categorisation for analysing inductive reasoning. *PNA. Revista de Investigación En Didáctica de La Matemática*, 1(2), 67–78.
- Fajriyah, L., Nugraha, Y., Akbar, P., & Bernard, M. (2019). Pengaruh kemandirian belajar siswa smp terhadap kemampuan penalaran matematis. *Journal on Education*, 1(2), 288–296.
- Fasihah. (2019). *Analisis Level Kemampuan Geometri Siswa SMP Kelas VIII Tentang Segi Empat Berdasarkan Perluasan teori Van Hiele Melalui Pemberian Scaffolding*. Universitas Negeri Malang.
- Fatimah, S., Muhsetyo, G., & Rahardjo, S. (2019). Proses berpikir tingkat tinggi siswa SMP dalam menyelesaikan soal PISA dan scaffoldingnya. *Jurnal Kajian Pembelajaran Matematika*, 3(1), 24–33.

- Hadiyanto, F. R., Susanto, H., & Qohar, A. (2016). Identifikasi Kesalahan Siswa Kelas VII Dalam Menyelesaikan Soal Geometri. *Prosiding Seminar Nasional Matematika Dan Pembelajarannya Dengan Tema "Tren Penelitian Matematika Dan Pendidikan Matematika Abad, 21*.
- Hasan, B. (2015). Penggunaan scaffolding untuk mengatasi kesulitan menyelesaikan masalah matematika. *Apotema: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 1(1), 88–98.
- Hidayati, A., & Widodo, S. (2015). Proses penalaran matematis siswa dalam memecahkan masalah matematika pada materi pokok dimensi tiga berdasarkan kemampuan siswa di sma negeri 5 kediri. *Repository Publikasi Ilmiah*, 131–143.
- Kalukar, E. (2014). *Profil Penalaran Siswa SMA dalam Memecahkan Masalah Matematika Dilihat dari Perbedaan Gaya Kognitif Fiel Dependent dan Field Independent*. PPS Unesa.
- Mawasdi, E., & Yuniarta, T. N. H. (2018). Nalisis Kesalahan Newman Dengan Pemberian Scaffolding Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Materi SPLDV Bagi Siswa Kelas VIII MTS NEGERI salatiga. *Genta Mulia: Jurnal Ilmiah Pendidikan*, 9(1).
- Moleong, L. J. (2014). *Metodologi Penelitian Kualitatif*, cetakan ke-1, Bandung: PT. *Remaja Rosdakarya Offset*.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principle Standards for School Mathematics*. Reston Nebraska-Lincoln.
- Parameswari, P., Chandra, T. D., & Susiswo, S. (2018). Pelaksanaan Scaffolding untuk Mengatasi Kesulitan Siswa dalam Menyelesaikan Masalah PtLSV. *Jurnal Pendidikan: Teori, Penelitian, Dan Pengembangan*, 3(5), 656–670.
- Pfister, M., Opitz, E. M., & Pauli, C. (2015). Scaffolding for mathematics teaching in inclusive primary classrooms: A video study. *ZDM*, 47(7), 1079–1092.
- Qamar, K., & Riyaldi, S. (2016). *Trend in International Mathematic and Science Study, Result From TIMSS 2015*. Pusat Penilaian Pendidikan Badan Penelitian dan Pengembangan.
- Safrida, L. N., As'ari, A. R., & Sisworo, S. (2016). Pengembangan perangkat pembelajaran berbasis problem solving Polya untuk meningkatkan kemampuan penalaran matematis siswa materi peluang kelas XI SMA. *Jurnal Pendidikan: Teori, Penelitian, Dan Pengembangan*, 1(4), 583–591.
- Sari, N. I. P., & Hidayanto, E. (2016). *Diagnosis Kesulitan Penalaran Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Pola Bilangan dan Pemberian Scaffolding*.
- Siskawati, F. . (2014). *Penalaran Siswa SMP dalam Memecahkan Masalah Matematika Ditinjau dari Perbedaan Kepribadian Extrovert dan Introvert*. PPS Unesa
- Sumartini. (2015). Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa melalui Pembelajaran Berbasis Masalah. *Jurnal Pendidikan Matematika FKIP Unissula*, 4(1), 1–10.
- Sumpter, L. (2014). Mathematical Reasoning at Pre-School Level. In a Mathematics Education Perspective on Early Mathematics Learning between The Poles of Instruction and Construction (POEM). *Research Symposium in Malmö, Sweden, Malmö University*. <https://www.diva->

[portal.org/smash/get/diva2:805153/FULLTEXT01.pdf](https://portal.org/smash/get/diva2:805153/FULLTEXT01.pdf)

Van de Pol, J., Volman, M., & Beishuizen, J. (2010). Scaffolding in teacher–student interaction: A decade of research. *Educational Psychology Review*, 22(3), 271–296.

Vygotsky, L. (1986). *Thought and Language (Rev. ed.)*. MIT Press.

Warli dan Fadiana, M. (2015). Math Learning Model That Accomodates Cognitive Style to Build Problem Solving Skills. *Higher Education Studies*, 5(4), 86–98.