

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

**UNIVERSITE M'HAMED BOUGARA BOUMERDES**

**FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR**



**POST-GRADUATION ENERGETIQUE, MECANIQUE ET MATERIAUX  
OPTION : ENERGETIQUE ET FLUIDES**

**MEMOIRE de MAGISTER**

Présenté par

Malek HAMZAOUI

---

**SIMULATION DES TRANSFERTS THERMIQUES PAR CONVECTION ET  
PAR CONDUCTION DANS UN PALIER HYDRODYNAMIQUE EN  
PRESENCE D'UN ECOULEMENT LAMINAIRE CONFINE**

---

Soutenu le : 28/11/ 2006 devant le Jury suivant :

MM.

- |                |                              |            |
|----------------|------------------------------|------------|
| • ADJLOUT. L   | Professeur (USTO)            | Président  |
| • HANCHI. S    | Professeur (EMP)             | Examineur  |
| • MOHAMMEDI. K | Maître de Conférences (UMBB) | Examineur  |
| • MANSOURI. K  | Maître de Conférences (UMBB) | Examineur  |
| • BALISTROU. M | Maître de Conférences (UMBB) | Rapporteur |

تشغيل المحامل ذات السطوح الناعمة الأسطوانية مع وجود جريان داخلي دون تغذية ( دون تجديد مانع التشحيم ) ذو سرعة دوران عالية و لزوجة متغيرة يوضح جليا عجز ناتج عن أسباب حرارية. بالإضافة إلى العمل الفعال في فصل الأجزاء الصلبة للمحمل أثناء الحركة، الزيت المغذى يضمن صرف الجزء الأكبر من الحرارة، الناجمة عن التبدد اللزوجي، مع جزيئات هذا المانع المصروفة عن الحواف الجانبية لكرسي التحميل. ولذا يجب معرفة بكل دقة المجال الحراري و مجال الضغط داخل المانع العازل للتلامس، بحيث نأخذ بعين الاعتبار التغير في التمرکز و سرعة الدوران نستعمل في هذه الدراسة طريقة ديناميكية حرارية للمسألة المطروحة مع الأخذ بعين الاعتبار استمرارية المجال الحراري عند الالتصاقات اسطوانة/مانع و درجة حرارة ثابتة على السطح الخارجي للأسطوانة الخارجية. الطريقة المستعملة تعطي المجال الحراري و مجال الضغط في شريط مانع التشحيم. النتائج المحصل عليها تقارن مع نتائج كل من كونغ و بيار.

كلمات مفتاحيه : المحامل ذات السطوح الناعمة الأسطوانية، التشحيم، علم التلامس،الديناميكية الحرارية، الحجم المتناهي

## Résumé

L'utilisation des paliers lisses cylindriques en présence d'un écoulement confiné, à grande vitesse de rotation et à viscosité variable, a mis en évidence des défaillances dues à des causes thermiques. Il est donc nécessaire de connaître le champ de température et le champ de pression dans le film lubrifiant séparant les solides, en prenant en considération le changement de l'excentricité relative et la variation de la vitesse de rotation. Pour le champ de pression, l'influence du type de lubrifiant est mise en évidence.

Une approche numérique du problème thermohydrodynamique (THD) par la méthode des volumes finis, avec des conditions traduisant la continuité des flux de chaleur aux interfaces film/arbre et film/roulement et une température supposée constante à la surface externe du roulement, est adoptée. Un code de calcul est utilisé pour estimer le champ de température et le champ de pression dans le film lubrifiant. Les résultats obtenus sont comparés avec ceux obtenus expérimentalement et théoriquement par Cowking et par I. Pierre.

Mots clés : Palier, lubrification, tribologie, thermohydrodynamique, Volumes Finis

## Abstract

The use of the cylindrical smooth journal bearings in the presence of a confined flow at high rotation speed and variable viscosity highlighted failures due to thermal causes. It is thus, necessary to know with exactitude the temperature and pressure fields in the lubricating film, separating the solids, taking into consideration the relative eccentricity change, and the variation of the rotation speed. For the pressure field, influence of lubricant type is studied.

A thermohydrodynamic approach problem (THD) of the problem with conditions which translating the continuity of the heat flows to the interface film/tree and film/bearing and a presumed constant temperature on the external surface of the bearing, is adopted in order to obtain a realistic estimate of the performances of a stage.

A computer code is used to estimate the field of temperature and the field of pressure in lubricating film. The results obtained are compared with those obtained in experiments and theoretically by Cowking and I Pierre.

Key words: Journal Bearing, Lubrication, Tribology, Thermohydrodynamic, Finite Volume

## **REMERCIEMENTS**

J'exprime ma profonde reconnaissance à mon Directeur de recherche le Docteur Mourad BALISTROU pour ses conseils et ses encouragements. Il m'a témoigné de sa confiance et de son aide scientifique par son expérience et sa compétence. Il m'a donné les moyens numériques nécessaires qui m'ont permis de terminer ce travail.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude au professeur Michel FILLON, Directeur de la recherche au laboratoire de la mécanique des solides à l'université de Poitiers et membre du journal ASME "The American Society of Mechanical Engineers", pour toutes les réponses aux questions que je lui ai envoyées sur la lubrification thermohydrodynamique, ainsi que pour Plus de 100 publications et thèses de doctorats reçues.

Je remercie également le professeur Michael KHONSARI de l'université de Louisiana au USA, le professeur B. JACOBSON de l'université du LUND en Suède, le professeur Andras SZERI, Mr P. MASPEYROT Maître de Conférence à l'université de Poitiers, Mr A. MAOUI du centre universitaire d'Oum El-Bouaghi, Mr Larbi Adlane Ben Daoud de ENP el harrach Alger, Mr Lounes ILLOUL AMRANE et Mr Walid Abd El-Malek DJIAR Doctorants à l'université de Paris VI pour les articles et thèses utilisées dans l'étude bibliographique de ce mémoire.

J'adresse mes sincères remerciements :

A Monsieur le Professeur Lahaouari ADJLOUT, de l'université d'ORAN, pour l'attention qu'il a accordée à ce travail et sa participation au jury en qualité de Président.

A Monsieur Samir HANCHI, maître de conférences à l'Ecole Militaire Polytechnique de Bordj El Bahri pour ses orientations précieuses dans l'élaboration de la simulation numérique et de l'honneur qu'il me fait d'avoir bien voulu examiner ce travail et participer au jury.

A Monsieur Kamel MOHAMMEDI, maître de conférences à l'université de Boumerdes, d'avoir bien voulu examiner ce travail et participer au jury.

A Monsieur Kacem MANSOURI, Maître de conférences à l'université de Boumerdes, qui m'a fait l'honneur de participer au jury en qualité d'examinateur.

*À ma mère,*

*À mon père,*

*À mes frères et mes sœurs,*

*À mes amis et collègues,*

*Je dédie ce travail.*

# SOMMAIRE

Notations	8
Liste des figures	11
Introduction générale	17
CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE	19
1. Etude bibliographique	20
1.1 Introduction	20
1.2 Historique sur les premières études	20
1.3 Les effets thermiques	25
1.4 Les études thermoélastohydrodynamiques	34
1.5 Le mésalignement	39
1.5.1 Etudes expérimentales	40
1.5.2 Etudes théoriques	41
1.6 L'usure dans les paliers	44
1.7 Stabilité des paliers	44
1.8 Conclusion	46
CHAPITRE 2 : GENERALITES ET POSITION DU PROBLEME	47
2.1 Introduction	48
2.2 Généralités	48
2.2.1 Géométrie du palier	49
2.2.2 Cas d'un palier infiniment long	52
2.2.3 Cas d'un palier infiniment court	52
2.3 Fonctionnement d'un palier	52
2.4 Conditions de fonctionnement d'un palier	55
2.4.1 Avantages et points forts	55
2.4.2 Inconvénients et points faibles	55
2.5 Les différents régimes de fonctionnement du palier	56
2.5.1 Courbe de Stribeck	56

2.5.1.1	Définition	56
2.5.1.2	Lubrification limite	56
2.5.1.3	Lubrification mixte	58
2.5.1.4	Lubrification hydrodynamique	60
2.6	Epaisseur du film	61
2.7	Modélisation mathématique	63
2.7.1	Equations générales de la mécanique des fluides visqueux	63
2.7.1.1	Equation de continuité	64
2.7.1.2	Equation de quantité de mouvement	65
2.7.2	Développement des équations	68
2.7.2.1	Hypothèses	68
2.7.2.2	Equation de continuité	68
2.7.2.3	Equation de quantité de mouvement	69
2.7.3	Equation de température	70
2.8	Classification des lubrifiants	71
2.9	Relations Viscosité -Température	72
2.10	Indice de viscosité	75
2.10	L'alimentation des paliers	75
2.11.1	L'alimentation des paliers à patins oscillants	76
2.11.1.1	L'alimentation par bain d'huile	76
2.11.1.2	L'alimentation dirigée	76
2.11.1.3	L'alimentation par rainure	76
2.11.2	L'alimentation des paliers lisses	77
2.11.2.1	L'alimentation par une rainure circonférentielle	77
2.11.2.2	L'alimentation par une rainure axiale	77
2.12	Conclusion	78
CHAPITRE 3 : EQUATIONS GENERALES DU PROBLEME		79
3.1	Introduction	80
3.2	Analyse de l'écoulement dans le palier	80
3.2.1	Introduction	80
3.2.2	Principe	80
3.2.2.1	Définition	80
3.2.3	Analyse phénoménologique	81

3.2.4	Adimensionnalisation des équations	82
3.2.4.1	Equation de continuité	82
3.2.4.2	Equation adimensionnelle de la quantité de mouvement	82
3.2.4.3	Expression adimensionnelle de l'équation de l'énergie	84
3.2.5	Propagation de la chaleur dans les solides	86
3.2.5.1	Propagation de la chaleur dans le coussinet	86
3.2.5.2	Propagation de la chaleur dans l'arbre en rotation	86
3.2.6	Conditions d'univalence	87
3.2.7	Conditions aux limites	89
3.2.7.1	A l'interface film-coussinet	89
3.2.7.2	A l'interface film-arbre	89
3.2.7.3	Sur les faces externes du coussinet	90
3.2.7.4	Sur les faces latérales de l'arbre	90
3.2.7.5	Conditions aux limites géométriques	91
3.2.7.6	Condition aux limites sur les vitesses	91
3.2.7.7	Condition aux limites sur la pression	92
3.3	Conclusion	92
<b>CHAPITRE 4 : SIMULATION NUMERIQUE DU FILM LUBRIFIANT</b>		<b>94</b>
4.1	Introduction	95
4.2	Historique	95
4.3	Code de calcul	96
4.4	Présentation générale de la méthode des volumes finis	96
4.5	Description générale de la méthode des volumes finis	97
4.6	Discrétisation d'un domaine de calcul	97
4.7	Description du solveur	99
4.8	Représentation des résultats et discussions	100
4.8.1	Introduction	100
4.8.2	Influence de la température externe et de l'excentricité relative	101
4.8.2.1	Discussions des résultats obtenus	108
4.8.2.2	Relation entre température maximale et excentricité relative	110
4.8.2.3	Température de l'interface film/coussinet	112
4.8.2.4	Conclusion	114

---

4.8.3	Influence de la vitesse de rotation sur la température de lubrifiant	115
4.8.3.1	Influence de la vitesse sur la température maximale du palier	119
4.8.3.2	Conclusion	120
4.8.4	Champ de pression	121
4.8.4.1	Influence de la vitesse de rotation sur le champ de pression	121
4.8.4.2	Influence de la base de lubrifiant sur la pression	123
4.8.4	Comparaison avec les résultats de E. W. Cowking	126
4.8.5	Comparaison avec les résultats d'I. Pierre	128
4.8.6	Comparaison avec les résultats de S. Bukovnik et al.	129
4.9	Conclusion	130
	Conclusion générale et perspectives	131
	Références bibliographiques	134
	Annexes	142

Notations

$a, m, n$	Constante de Mc Coule et Walther
$C$	Jeu radial [m]
$C_p$	Chaleur spécifique de lubrifiant [J/kg.°C]
$D$	Diamètre [m]
$D_{ij}$	Tenseur des taux des déformations
$E$	Energie [J]
$e$	Excentricité [m]
$f_i$	Force de volume
$H$	Enthalpie [J]
$h$	Épaisseur du film [m]
$h_a$	Coefficient global d'échange de l'arbre [W/m <sup>2</sup> .°C]
$h_c$	Coefficient global d'échange du coussinet [W/m <sup>2</sup> .°C]
$k_a$	Coefficient de conduction de l'arbre [W/m.°C]
$k_c$	Coefficient de conduction du coussinet [W/m.°C]
$k_h$	Coefficient de conduction de lubrifiant [W/m.°C]
$k_{ijmn}$	Tenseur symétrique
$k_s$	Coefficient de conduction de l'air [W/m.°C]
$L$	Largeur du palier [m]
$N$	Vitesse de rotation de l'arbre [tr/min]
$O_a$	Centre de l'arbre
$O_c$	Centre du coussinet
$p$	Pression du film [Pa]
$Q$	Chaleur [J]
$R_a$	Rayon de l'arbre [m]
$R_c$	Rayon interne du coussinet [m]
$R_e$	Rayon externe du coussinet [m]
$S$	Source interne de la chaleur [J]
$s$	Entropie [J/°C]
$T$	Température [°C]

---

$t$	Temps [s]
$T_a$	Température de l'arbre [°C]
$T_b$	Température ambiante [°C]
$T_c$	Température du coussinet [°C]
$u, v, w$	Composantes du vecteur vitesse dans le fluide [m/s]
$W$	Travail [J]
$x, y, z$	Coordonnées cartésiennes

***Lettres grecques***

$\alpha$	Coefficient de compressibilité
$\beta$	Coefficient de thermoviscosité
$\delta_{ij}$	Symbole de Kronecker
$\varepsilon = e/C$	Excentricité relative
$\varepsilon_r$	Jeu relatif
$\varsigma$	Coefficient de viscosité volumique
$\eta$	Rapport caractéristique
$\theta$	Coordonnée circonférentielle
$\lambda$	Coefficient de viscosité
$\mu$	Viscosité dynamique du lubrifiant
$\mu_0$	Viscosité dynamique du lubrifiant a la température $T_0$
$\rho$	Masse volumique du lubrifiant
$\sigma_{ij}$	Tenseur des contraintes
$\tau_{ij}$	Tenseur des contraintes de Cauchy
$\Phi$	Fonction de dissipation
$\varphi$	Angle de calage
$\psi$	Variable de Sommerfeld
$\omega$	Vitesse angulaire de l'arbre

***Nombres adimensionnels***

$$Bi = \frac{h.R}{K} \quad \text{Nombre de Biot}$$

$$N_d = \frac{\mu_0 \cdot \omega^2 \cdot Ra^2}{k_0 \cdot T_0} \quad \text{Nombre de dissipation (nombre de Brinkman)}$$

$$Pe = \frac{\rho_0 \cdot Cp_0 \cdot \omega \cdot C^2}{k_0} \quad \text{Nombre de Peclet.}$$

$$Re = \frac{\rho_0 \cdot \omega \cdot Ra^2}{\mu_0} \quad \text{Nombre de Reynolds}$$

**Indices**

<i>a</i>	Arbre
<i>c</i>	Coussinet
<i>e</i>	Extérieure
<i>i, j</i>	Due aux composantes spatiales
<i>r</i>	Relative
HD	hydrodynamique
ISOADI	arbre isotherme et surface intérieure du coussinet adiabatique
TEHD	thermoelastohydrodynamique
THD	thermohydrodynamique

**Liste des figures**

- Figure 1.1** *Schéma du dispositif d'essai utilisé par G. Hirn*
- Figure 1.2** *modèle de Hori*
- Figure 2.1** *Schéma d'un palier lisse*
- Figure 2.2** *Palier développé*
- Figure 2.3** *les différentes limites de fonctionnement d'un palier dans un diagramme PV*
- Figure 2.4** *les différents régimes de lubrification*
- Figure 2.5** *Bilan sur un élément*
- Figure 4.1** *Exemple de discrétisation d'un domaine de calcul*
- Figure 4.2** *Exemple de deux volumes de contrôle.*
- Figure 4.3** *Situation des points d'interpolation pour chaque face d'une maille*
- Figure 4.4** *Contours des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.75, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.5** *Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.75, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.6** *Contours des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=25^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.75, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.7** *Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=25^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.75, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.8** *Contours des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=30^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.75, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.9** *Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=30^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.75, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.10** *Contours des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=35^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.75, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.11** *Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=35^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.75, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.12** *Contours des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=40^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.75, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.13** *Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=40^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.75, à une vitesse de rotation de 600rad/s*

- Figure 4.14** *Contours des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.65, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.15** *Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.65, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.16** *Contours des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=25^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.65, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.17** *Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=25^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.65, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.18** *Contours des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=30^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.65, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.19** *Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=30^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.65, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.20** *Contours des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=35^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.65, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.21** *Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=35^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.65, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.22** *Contours des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=40^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.65, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.23** *Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=40^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.65, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.24** *Contours des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=25^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.8, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.25** *Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=25^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.8, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.26** *Contours des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.5, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.27** *Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.5, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.28** *Contours des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=25^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.5, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.29** *Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=25^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.5, à une vitesse de rotation de 600rad/s*
- Figure 4.30** *Contours des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=30^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.5, à une vitesse de rotation de 600rad/s*

- Figure 4.31** Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $Text=30^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.5, à une vitesse de rotation de 600rad/s
- Figure 4.32** Contours des températures dans le lubrifiant avec  $Text=35^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.5, à une vitesse de rotation de 600rad/s
- Figure 4.33** Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $Text=35^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.5, à une vitesse de rotation de 600rad/s
- Figure 4.34** Contours des températures dans le lubrifiant avec  $Text=40^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.5, à une vitesse de rotation de 600rad/s
- Figure 4.35** Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $Text=40^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.5, à une vitesse de rotation de 600rad/s
- Figure 4.36** Contours des températures dans le lubrifiant avec  $Text=20^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.6, à une vitesse de rotation de 600rad/s
- Figure 4.37** Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $Text=20^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.6, à une vitesse de rotation de 600rad/s
- Figure 4.38** Contours des températures dans le lubrifiant avec  $Text=25^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.6, à une vitesse de rotation de 600rad/s
- Figure 4.39** Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $Text=25^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.6, à une vitesse de rotation de 600rad/s
- Figure 4.40** Contours des températures dans le lubrifiant avec  $Text=30^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.6, à une vitesse de rotation de 600rad/s
- Figure 4.41** Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $Text=30^{\circ}\text{C}$ , et excentricité relative de 0.6, à une vitesse de rotation de 600rad/s
- Figure 4.42** Pourcentage de la chaleur dissipée par les différents éléments du palier en fonction de l'excentricité relative
- Figure 4.43** Température maximale en fonction de l'excentricité relative
- Figure 4.44** Température de l'interface film/coussinet avec  $Text=25^{\circ}\text{C}$  et excentricité de 0.5
- Figure 4.45** Evolution de la température de l'interface arbre/lubrifiant pour  $Text=25^{\circ}\text{C}$  et une excentricité relative de 0.5
- Figure 4.46** Contours des températures dans le lubrifiant avec  $Text=20^{\circ}\text{C}$ , et une vitesse de rotation de 100rad/s
- Figure 4.47** Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $Text=20^{\circ}\text{C}$ , et une vitesse de rotation de 100rad/s

- Figure 4.48** *Contours des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ , et une vitesse de rotation de  $150\text{rad/s}$*
- Figure 4.49** *Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ , et une vitesse de rotation de  $150\text{rad/s}$*
- Figure 4.50** *Contours des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ , et une vitesse de rotation de  $200\text{rad/s}$*
- Figure 4.51** *Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ , et une vitesse de rotation de  $200\text{rad/s}$*
- Figure 4.52** *Contours des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ , et une vitesse de rotation de  $250\text{rad/s}$*
- Figure 4.53** *Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ , et une vitesse de rotation de  $250\text{rad/s}$*
- Figure 4.54** *Contours des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ , et une vitesse de rotation de  $300\text{rad/s}$*
- Figure 4.55** *Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ , et une vitesse de rotation de  $300\text{rad/s}$*
- Figure 4.56** *Contours des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ , et une vitesse de rotation de  $350\text{rad/s}$*
- Figure 4.57** *Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ , et une vitesse de rotation de  $350\text{rad/s}$*
- Figure 4.58** *Contours des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ , et une vitesse de rotation de  $400\text{rad/s}$*
- Figure 4.59** *Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ , et une vitesse de rotation de  $400\text{rad/s}$*
- Figure 4.60** *Contours des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ , et une vitesse de rotation de  $500\text{rad/s}$*
- Figure 4.61** *Répartition des températures dans le lubrifiant avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ , et une vitesse de rotation de  $500\text{rad/s}$*
- Figure 4.62** *Courbes des températures maximales en fonction de la vitesse de rotation*
- Figure 4.63** *Ecart de température entre les deux résultats de la figure 4.47 en fonction de la vitesse de rotation*
- Figure 4.64** *Contours des pressions dans le cas d'une vitesse de rotation de  $200\text{rad/s}$ , excentricité relative de  $0.8$  et  $T_{ext}=25^{\circ}\text{C}$ .*

- Figure 4.65** *Répartition des pressions dans le cas d'une vitesse de rotation de 200 rad/s, excentricité relative de 0.8 et  $T_{ext}=25^{\circ}C$*
- Figure 4.66** *Contours des pressions dans le cas d'une vitesse de rotation de 300 rad/s, excentricité relative de 0.8 et  $T_{ext}=25^{\circ}C$ .*
- Figure 4.67** *Répartition des pressions dans le cas d'une vitesse de rotation de 300 rad/s, excentricité relative de 0.8 et  $T_{ext}=25^{\circ}C$*
- Figure 4.68** *Contours des pressions dans le cas d'une vitesse de rotation de 400 rad/s, excentricité relative de 0.8 et  $T_{ext}=25^{\circ}C$*
- Figure 4.69** *Répartition des pressions dans le cas d'une vitesse de rotation de 400 rad/s, excentricité relative de 0.8 et  $T_{ext}=25^{\circ}C$*
- Figure 4.70** *Contours des pressions dans le cas d'une vitesse de rotation de 500 rad/s, excentricité relative de 0.8 et  $T_{ext}=25^{\circ}C$*
- Figure 4.71** *Répartition des pressions dans le cas d'une vitesse de rotation de 500 rad/s, excentricité relative de 0.8 et  $T_{ext}=25^{\circ}C$*
- Figure 4.72** *Contours des pressions dans le cas d'un lubrifiant ISO VG46 à base minérale.*
- Figure 4.73** *Répartition des pressions dans le cas d'un lubrifiant ISO VG46 à base minérale.*
- Figure 4.74** *Contours des pressions dans le cas d'un lubrifiant ISO VG46 à base PAO.*
- Figure 4.75** *Répartition des pressions dans le cas d'un lubrifiant ISO VG46 à base PAO.*
- Figure 4.76** *Contours des pressions dans le cas d'un lubrifiant ISO VG46 à base d'ester.*
- Figure 4.77** *Répartition des pressions dans le cas d'un lubrifiant ISO VG46 à base d'ester.*
- Figure 4.78** *Courbes des températures maximales en fonction de la charge spécifique pour différentes vitesses de rotation*
- Figure 4.79** *Evolution de la température maximale en fonction de l'excentricité relative à une vitesse de rotation de 5500 tr/min et  $T_{ext}=20^{\circ}C$*
- Figure 4.80** *Champ de température à l'interface film/coussinet*
- Figure 4.81** *Isothermes à l'interface film/coussinet*
- Figure 4.82** *Répartition de la température dans le lubrifiant*

**Liste des tableaux**

- Tableau 2.1**      *Classification ISO des huiles industrielles*
- Tableau 4.1**      *Caractéristiques du fonctionnement*
- Tableau 4.2**      *Représentation des valeurs la pression max en fonction des différentes vitesses de rotation*
- Tableau 4.3**      *Différentes types de lubrifiant*
- Tableau 4.4**      *Différentes pressions maxi pour différents types de lubrifiants*

# **Introduction générale**

Les paliers hydrodynamiques ont pour objectif principal de supporter une charge radiale. Ces organes de support et de guidage en rotation sont de plus en plus utilisés dans les machines tournantes contemporaines. De nos jours, ils sont pour la plupart très sollicités tant au niveau de la température de fonctionnement qu'au niveau de l'épaisseur minimale du film fluide. Cette situation résulte des conditions de plus en plus sévères appliquées sur ces organes de guidage de rotors.

L'accroissement des vitesses et des charges augmente l'énergie dissipée dans le film d'huile, modifiant sensiblement les caractéristiques du lubrifiant et les performances du palier. Ceci entraîne d'une part une baisse de la viscosité du lubrifiant, donc de la capacité de charge, et d'autre part une déformation élastique des surfaces de contact qui peut être dans certains cas très importante, de l'ordre de l'épaisseur minimale du film.

Le mésalignement est aussi un facteur perturbant les conditions de fonctionnement du palier, notamment en réduisant considérablement l'épaisseur minimale du film et en augmentant les gradients de température. Afin de prédire au mieux le comportement du palier, il est donc nécessaire de réaliser des simulations numériques aussi précises que possible, prenant en compte tous ces paramètres.

Les théories isothermes utilisées généralement pour prédire les performances des paliers ont une application restreinte. La plupart du temps, elles ne concernent que les paliers fonctionnant avec un lubrifiant peu visqueux comme l'eau, ou bien elles imposent des conditions de fonctionnement pour lesquelles l'énergie dissipée par cisaillement est faible.

Les effets thermiques dans les paliers hydrodynamiques ont été largement étudiés au cours des vingt dernières années, ainsi que les effets élastiques, mais peu d'études regroupent les deux approches. Le but de l'étude menée dans ce mémoire a donc été de développer une simulation qui tienne compte du plus grand nombre de paramètres, comme

les effets thermiques, les effets hydrodynamiques (HD), afin qu'elle soit la plus précise possible.

Le travail effectué est présenté en quatre parties. La première est une étude bibliographique, la seconde présente les généralités et développement des équations, la troisième représente l'analyse phénoménologique et équations générales du problème, enfin la quatrième partie représente la simulation numérique.

L'étude bibliographique qui constitue le premier chapitre retrace brièvement les travaux effectués sur les phénomènes thermiques. Puis les travaux sur le régime thermo-élastohydrodynamique (TEHD) sont présentés avant ceux concernant le mésalignement.

Le deuxième chapitre concerne la présentation de la géométrie et principes du fonctionnement d'un palier, les détails des analyses théoriques du comportement thermo-hydrodynamique (THD) d'un palier lisse.

Le troisième chapitre expose les détails des analyses phénoménologiques du comportement thermo-hydrodynamique (THD) d'un palier lisse qui permet de simplifier les équations définies précédemment moyennant des hypothèses dites de lubrification. En outre l'existence de transfert de chaleur impose de considérer le bilan thermique dans chacun des milieux, solide et fluide. La continuité de cet ensemble d'équations est assurée par les conditions aux limites aux interfaces fluide-arbre, fluide-coussinet et coussinet milieu ambiant.

Le quatrième chapitre de ce mémoire, aborde la simulation numérique du problème thermohydrodynamique dans les paliers lisses après une introduction sur le code de calcul et du modèle numérique utilisé.

# CHAPITRE 1

## Etude bibliographique

---

## 1. Etude bibliographique

Les frottements sont omniprésents dans tout ce qui nous entoure. Même si parfois ils nous semblent gênants, il est pourtant impossible d'imaginer de les supprimer. C'est le principe de l'action/réaction : un système mécanique où les différentes parties n'interagiraient pas les unes avec les autres ne fonctionnerait pas. L'étude de ces frottements et de la lubrification est le but de la tribologie, discipline dont l'importance est grandissante. Le nom tribologie, créé en 1966, vient du Grec «*τριβειν*» Tribein : frotter, et «*λογος*» logos : parole, étude ou science ; ainsi la tribologie est l'étude ou la science, du frottement. Plus généralement la tribologie regroupe l'étude de la lubrification, du frottement et de l'usure des éléments de machine.

### 1.1. Introduction

Une partie importante de la recherche est aujourd'hui concentrée sur l'économie d'énergie, que ce soit en termes de consommation ou de source d'énergie, l'efficacité est devenue une priorité. Il faut donc réduire toujours plus les frottements et diminuer l'usure afin d'améliorer le rendement des machines et minimiser les pertes d'énergie. Ceci nécessite, pour de nombreux mécanismes, de s'intéresser aux problèmes de lubrification et en particulier à la lubrification hydrodynamique.

### 1.2. Historique sur les premières études

Les lois de Guillaume Amontons (1663-1705), puis de Charles Augustin Coulomb (1736-1806) ont été, jusqu'au milieu du 19<sup>e</sup> siècle, les seules lois connues pour décrire le frottement dans les paliers lisses [SUR2001]. Ces lois peuvent s'énoncer ainsi :

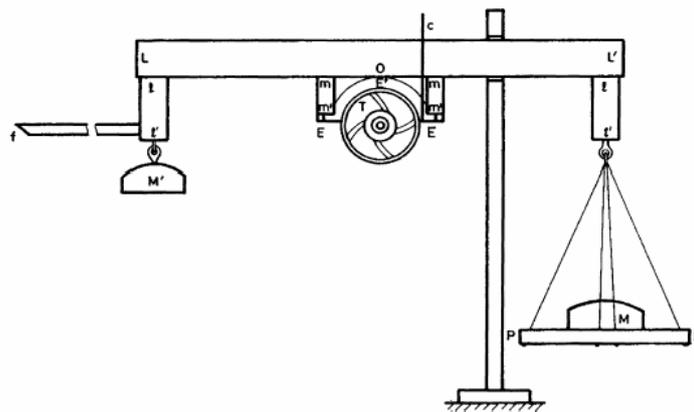
- La force de frottement est directement proportionnelle à la force appliquée ;
- La force de frottement est indépendante de la surface de contact.

Cependant, suite à la révolution industrielle et au développement des machines, de nombreuses observations ont mis en défaut les lois de Coulomb.

Gustave Adolph Hirn (1815–1890), [FRE2001] plus particulièrement connu pour ses travaux en thermodynamique, réalise les premières expériences de lubrification hydrodynamique en 1847. Les essais effectués sur le dispositif dont le schéma est présenté *figure 1.1*, lui ont permis en l'absence de lubrifiant de retrouver les lois d'Amontons et de

Coulomb. Mais en présence de fluide, Hirn constate que pour une charge donnée, le couple de frottement à faible vitesse présente des fluctuations et est relativement élevé ; lorsque la vitesse augmente le couple devient stable, passe par un minimum puis, à température constante, sa valeur est proportionnelle à la vitesse de rotation. Il montre aussi que le couple dépend directement de la viscosité du fluide. Il distingue ainsi le « frottement médiat » lorsqu'un film fluide (hydrodynamique) sépare les surfaces, du « frottement immédiat » lorsque le film est rompu. Il constate que pour de faibles charges, l'eau et même l'air peuvent être de très bons lubrifiants. Enfin Hirn a mis en évidence le rodage qui intervient pendant la période de démarrage. Par ailleurs, à l'aide d'un système de refroidissement par circulation d'eau et en maintenant la température du bain d'eau constante à 1°C près, Hirn détermine le rapport entre le travail mécanique et la calorie ; compte tenu des unités utilisées, il trouve que l'équivalent mécanique de la kilocalorie est compris entre 350 kg.m (3 434 J) et 450 kg.m (4 415 J) ; il retient la valeur de 370 kg.m (3 630 J) obtenue dans la plupart des cas. On sait maintenant que cette valeur est trop faible ; à la même époque Mayer obtenait 365 kg.m (3 580 J) et Joule 417 kg.m (4 090 J).

Les résultats obtenus par Hirn sur le frottement hydrodynamique sont en opposition totale avec les lois de Coulomb, aussi l'Académie des Sciences en France en 1849 et la Royal Society en Angleterre refusèrent successivement de les accepter ; ils ne furent publiés qu'en 1854 dans le Bulletin de la Société Industrielle de Mulhouse où on peut encore les consulter. [FRE2001]



**Figure 1.1.** Schéma du dispositif d'essai utilisé par G.Hirn [FRE2001]

Presque 30 ans plus tard, en Angleterre en 1882, [FRE2001] « the Institution of Mechanical Engineers » engage Beauchamp Tower (1845–1904) [FRE2001] pour réaliser

des essais sur la lubrification des paliers. Dès 1883, B. Tower présente dans un premier rapport ses résultats obtenus sur le frottement et constate, qu'ils correspondent mieux aux lois du frottement liquide qu'à celles du frottement solide données par les lois de Coulomb.

En effet, le frottement varie peu avec la charge, il augmente avec la vitesse et diminue rapidement lorsque la température augmente. Il montre par ailleurs, la présence d'un film lubrifiant entre les surfaces de l'arbre et du coussinet ainsi que l'existence d'une génération de pression dans ce film. La mise en évidence de cette génération de pression dont l'importance est capitale, a été fortuite : la rainure d'alimentation du palier étudié était placée par erreur, mais c'était souvent l'usage à l'époque, dans la zone chargée ; ainsi l'huile était évacuée du palier à partir de la rainure par le tube d'alimentation. Pour arrêter cette fuite, B. Tower obtura le tube d'abord avec un bouchon en liège puis en bois mais à chaque fois, la pression hydrodynamique chassait le bouchon. Un manomètre permettant des mesures jusqu'à 14 bars fut alors vissé à la place du bouchon ; en quelques instants, l'aiguille atteignit la valeur maximale alors que la pression moyenne calculée à partir de la charge n'était que de 7 bars. Ainsi, l'existence d'une pression hydrodynamique dans un palier était prouvée pour la première fois. A la suite de cette observation, B. Tower montre que pour assurer de bonnes conditions de fonctionnement, il fallait que les rainures soient placées dans les zones non chargées du palier et laisser l'arbre entraîner l'huile dans la zone de pression. Dans un second rapport présenté en 1885, B. Tower [STA2005] donne la répartition de pression mesurée à la surface du coussinet ; l'intégration de cette pression permet de retrouver la charge avec une erreur de 2% seulement, ce qui est remarquable.

Les études expérimentales de B. Tower, qui pour la première fois ont mis en évidence l'existence d'une pression hydrodynamique dans le film lubrifiant d'un palier, ont permis le développement de la théorie de la lubrification.

Entre 1840 et 1846, Jean Louis Marie Poiseuille (1799–1869) [FRE2001] établit les équations qui gouvernent l'écoulement d'un fluide dans un tube de faible diamètre afin de décrire l'écoulement du sang dans les vaisseaux. Ces lois très utilisées en lubrification, ont été confirmées indépendamment quelques années plus tard par Hagen en Allemagne. Elles sont usuellement connues sous le nom de lois de Hagen–Poiseuille.

C'est Osborne Reynolds (1842–1912), [FRE2001] très connu pour ses études des écoulements turbulents qui, dans un article publié en 1886, établit les bases de la

lubrification hydrodynamique actuelle dans le but d'expliquer les résultats expérimentaux de Tower.

Dans la première partie de son étude, Reynolds discute les résultats de Tower. Il montre que lorsqu'un film de lubrifiant sépare totalement les surfaces, le frottement n'est pas proportionnel à la vitesse car l'élévation de température dans le film entraîne une diminution de la viscosité et donc du frottement. Il suggère que dans les expériences réalisées par Tower, les rayons de l'arbre et du coussinet sont différents et que l'épaisseur minimale du film est située en aval de la ligne de charge. Par ailleurs, il note que lorsque la charge augmente, la pression dans la zone de sortie du film devient négative, ce qui entraîne la rupture du film.

Dans une seconde partie de son mémoire, Reynolds analyse les écoulements simples entre deux plaques parallèles, puis inclinées. Il donne une explication physique du phénomène de portance dû à la conservation du débit dans le coin d'huile. Enfin, il explique la nécessité du rodage par l'existence des rugosités qui jouent un rôle dans la zone où l'épaisseur du film est la plus faible.

Dans la troisième partie de son travail, Reynolds présente les hypothèses de base de la lubrification hydrodynamique :

- l'épaisseur du film est très faible devant les autres dimensions,
- l'écoulement est laminaire,
- le lubrifiant obéit à la loi de Newton, sa viscosité est constante et il est incompressible,
- les forces massiques et les forces d'inertie dans le fluide sont négligées,
- la courbure générale du film est négligée,
- la vitesse du fluide selon l'épaisseur du film est très faible devant les autres vitesses ( $U$  et  $W$ ),
- les gradients de vitesse selon l'épaisseur du film sont prépondérants devant les autres.

Compte tenu de ces hypothèses, les équations de Navier–Stokes se réduisent à :

$$\begin{aligned}\frac{\partial p}{\partial x} &= \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\end{aligned}\tag{1.1}$$

Par intégration et, en supposant qu'il n'y a pas de glissement entre le fluide et les surfaces du contact, Osborne Reynolds obtient le champ de vitesse dans le fluide :

$$\begin{aligned}u &= \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} (y-h)y + U_0 \frac{h-y}{h} + U_1 \frac{y}{h} \\ w &= \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial z} (y-h)y\end{aligned}\tag{1.2}$$

Ces expressions reportées dans l'équation de continuité, intégrée à travers l'épaisseur du film donnent :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\mu \left\{ (U_0 + U_1) \frac{\partial h}{\partial x} + 2V_1 \right\}\tag{1.3}$$

Cette équation est connue depuis sous le nom d'équation de Reynolds, c'est l'équation de base de la lubrification hydrodynamique.  $U_1$  et  $U_2$  sont les vitesses des surfaces bobiles.

Dans la dernière partie de son mémoire, Reynolds a intégré cette équation dans le cas du coin d'huile infiniment long ( $\partial p / \partial z = 0$ ). Il a aussi proposé une solution dans le cas du palier infiniment long en utilisant des développements en série. Cependant, l'intégration est très laborieuse et la solution n'est acceptable que dans le cas des paliers très peu chargés.

En fin, Reynolds [FIL1987], [STO2000] est le premier qui a établi le modèle de la variation de la viscosité dynamique en fonction de la température pour l'huile d'olive :

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = \exp[-0.0123 \cdot (T_1 - T_2)]\tag{1.4}$$

Depuis plus d'un siècle, de nombreuses améliorations lui ont été apportées, aussi bien par des études théoriques que par des études expérimentales. Les travaux présentant ces améliorations, notamment l'étude des phénomènes thermiques, des déformations de

surfaces, ou encore les défauts de fonctionnement comme le mésalignement ou l'usure sont rapportés dans la suite de ce chapitre.

Dès 1910 au Etats Unies, Kingsbury [STA2005] propose un modèle analytique pour calculer les performances hydrodynamique d'une butée hydrodynamique.

C'est Lord Reyleigh [STA2005] en 1918, qui est le premier à introduire le problème de la lubrification des paliers à patins oscillant, il montre que ces paliers sont les plus stables par rapport aux autres paliers.

### 1.3. Les effets thermiques

Le modèle isotherme, qui fût utilisé durant de nombreuses années, ne donne de bons résultats que dans des cas simples, pour lesquels l'énergie dissipée est faible et l'augmentation de température trop faible pour induire une variation de la viscosité du lubrifiant. Cette observation, mise en évidence par des études expérimentales, conduit naturellement à étudier les phénomènes thermiques.

De nombreuses études font l'historique des travaux effectués sur les phénomènes thermiques, notamment celles de Pinkus, Khonsari, Fillon, Frêne, Boncompain, Bousaid, Bonneau, Nicolas ou, plus récemment, Tanaka. Nous ne ferons donc dans cette partie qu'un rappel des principaux travaux effectués sur le sujet.

La première approche du phénomène thermique a été réalisée par Kingsbury [FRE1990], [FIL1987] en 1933, qui propose de prendre en compte les variations de température et de viscosité à travers l'épaisseur du film. Cette étude, à la fois théorique et expérimentale, donne la première solution correcte du problème thermique en lubrification, mais ne s'applique qu'à un cas axisymétrique. Il propose un système de trois équations :

$$\mu = f(T)$$

$$s = \mu \cdot \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$H = s \cdot (u - u_0) = -k \cdot \frac{dT}{dy}$$

Où :

$\mu$  : est la viscosité dynamique du fluide,  $T$  : température,  $u$  : la vitesse du fluide,  $u_0$  : est la vitesse de liquide (lubrifiant) au point où la température est la plus haute dans le film,  $s$  : est la contrainte de cisaillement dans le film,  $k$  : est le coefficient de conductivité thermique de l'huile,  $H$  : est le flux thermique par unité de surface et par unité du temps dans la direction  $y$  du film d'huile lubrifiant.

Swift [FIL1987], propose en 1937, une approche plus simple qui utilise un modèle global.

Une température moyenne de fonctionnement est utilisée pour calculer une viscosité moyenne. Bien que n'offrant pas des résultats très précis, cette méthode, encore utilisée à l'heure actuelle, présente l'avantage d'être rapide et simple à mettre en oeuvre.

Quelques années plus tard et exactement en 1944, Hagg [FRE1990] propose une formulation analytique du travail de Kingsbury en choisissant une variation simple de la viscosité en fonction de la température pour des paliers fonctionnant à haute vitesse.

Durant la seconde guerre mondiale, Fogg [FRE1990], [FIL1987] met en évidence expérimentalement un phénomène de portance qu'il attribue, dans ses travaux publiés en 1946, à la dilatation du fluide sous l'effet de l'échauffement dû au cisaillement dans un blochet à faces parallèles. Ce phénomène sera appelé 'coin thermique'. Cependant, en 1958, Cameron montrera que ce phénomène, bien que très faible, est dû à la dilatation des surfaces.

En 1949, Cope [FRE1990], [FIL1987] fait intervenir l'équation de l'énergie pour obtenir la température dans le film et par conséquent les variations de viscosité à travers le film. Il montre que ces variations influencent fortement les performances du blochet à faces parallèles.

Dans son étude publiée en 1958, Cameron [FRE1990] montre que dans le cas du blochet à faces parallèles, les déformations thermiques peuvent expliquer le phénomène de "coin thermique" observé par Fogg [FIL1987]. Il démontre également que la variation de viscosité avec la température joue un rôle beaucoup plus important que la dilatation du fluide.

Dowson [**DOW1962**] présente en 1962 un travail qui représente une avancée considérable dans l'étude des phénomènes thermiques. Il modifie l'équation de Reynolds classique afin de prendre en compte les variations de viscosité et de masse volumique à travers l'épaisseur du film fluide. C'est l'équation de Reynolds généralisée qui, couplée avec l'équation de l'énergie, permet l'étude locale des phénomènes thermiques en lubrification hydrodynamique. La résolution de ces équations est basée sur des méthodes de calcul numérique (différences finies ou éléments finis), ce qui nécessite l'application de conditions aux limites particulières sur la température. On peut citer les conditions aux limites de type isotherme, adiabatique ou encore la condition d'échange thermique entre les fluides et les solides (continuité de flux de chaleur) qui est la plus utilisée, car sans doute la plus proche de la réalité.

En 1963, Dowson et Hudson [**DOW1963**] imposent une condition d'égalité de flux de chaleur à l'interface solide/liquide dans un blochet à patin incliné. La mise en œuvre de cette condition nécessite la résolution de l'équation de la chaleur dans le patin. De plus, il faut poser de nouvelles conditions sur les autres frontières de ce patin. Ils utilisent la méthode des différences finies pour la résolution numérique des équations aux dérivées partielles dans les solides et le film lubrifiant.

C'est encore Dowson qui publie en 1964 avec Hudson [**DOW1964**] un travail sur un palier dans lequel ils imposent une condition d'égalité de flux à l'interface film/coussinet. Ceci implique la résolution de l'équation de la chaleur, dite équation de Laplace, dans le coussinet. De plus, il faut imposer de nouvelles conditions sur les autres frontières du coussinet. Le problème thermohydrodynamique ainsi posé n'admet plus de solution analytique.

En 1965 Vogelphol [**FRE1990**] fait une analyse thermique complète du système formé par le film fluide et les solides délimitant le contact. Il rappelle que la seule approche scientifique possible est de faire une analyse thermique complète du système formé par le film et les solides délimitants le contact.

Une analyse thermohydrodynamique dans les paliers lisses est proposée en 1966 par Dowson et March [**DOW1966**]. Ils utilisent des conditions de convection et de rayonnement à la surface externe du coussinet (contact solide/milieu ambiante), et utilisent des conditions de convection aux contacts liquide/solide. Ils essaient d'étendre les résultats

theoriques obtenus précédemment au cas d'un palier cylindrique. Les résultats obtenus sur la température sont des segments de droites, avec des points anguleux.

Une résolution analytique du problème thermohydrodynamique de lubrification d'un palier lisse cylindrique a été faite en 1971 par Al. Nica [ALN1971]. Il résout le problème pour deux types de paliers, l'un infiniment long et l'autre de longueur fini, et introduisit le problème de la variation de viscosité comme une loi de puissance du rapport

des épaisseurs des films lubrifiant  $\mu = \mu_1 \left( \frac{h}{h_1} \right)^q$ . Il a comparé ses résultats analytiques avec

ceux trouvés expérimentalement.

Dans certaines configurations de palier, en particulier dans le cas des paliers à patins oscillants fortement chargés, il existe à l'entrée des patins un écoulement inverse et la composante axiale de la vitesse du fluide est négative. Donc il y a un problème de récirculation du fluide, ce problème existe même dans les paliers lisses avec rainure d'alimentation [FRE1990].

Cowking en 1981 [COW1981] effectue une analyse thermohydrodynamique d'un palier hydrodynamique à patins. La température dans le film est déterminée à partir d'une forme particulière de l'équation de l'énergie, en imposant une température moyenne à travers l'épaisseur de film. Les résultats obtenus par la modélisation THD sont proche de ceux trouvés expérimentalement par Cope. De plus, il confirme que l'application d'une hypothèse adiabatique surestime la température à l'interface film/patin. Le choix d'un modèle THD semble donc être des plus réaliste pour résoudre les problèmes thermiques dans un palier.

En 1983, Ferron et al. [FER1983] présentent une comparaison entre théorie et expérimentation sur un palier lisse. Le modèle THD tient compte des transferts thermiques entre le fluide, l'arbre et le coussinet, mais aussi de la recirculation du lubrifiant et de la cavitation. Ils mesurent expérimentalement les pressions et les températures dans le palier soumis à différentes charges à plusieurs vitesses. Ils observent une bonne concordance entre théorie et expérimentation, mais soulignent que les dilatations différentielles ainsi que les déformations thermiques doivent être prises en compte afin d'obtenir une meilleure précision dans le calcul et dans les mesures.

La même année, Mitsui, Hori et Tanaka [MIT1983] réalisent une étude théorique et expérimentale du refroidissement du fluide au niveau de la rainure d'alimentation. Ils mesurent les températures aux surfaces du coussinet et de l'arbre, ainsi que les températures d'entrée et de sortie du film. Ils introduisent alors un "coefficient de mélange" obtenu expérimentalement qui varie entre 0,4 et 0,8, qui peut être utilisé dans les calculs THD pour prédire la température d'entrée du fluide au niveau de la rainure.

Dans sa thèse un an plus tard, Boncompain propose une modélisation de la zone inactive du film dans laquelle il modélise les filets fluides grâce à une largeur équivalente de fluide dans la zone de rupture. Les filets proviennent de la division du film lubrifiant dans la zone de divergence du contact. Une largeur fictive du fluide est définie et la conservation du débit est appliquée. Le détail de cette modélisation est exposé dans plusieurs travaux ultérieurs comme celui de Pierre [PIE2000a].

Khonsari et Beaman [KHO1985] publient en 1985 une étude THD dans laquelle ils tiennent compte de la cavitation et du mélange de fluide dans la rainure. Deux types de conditions aux limites sont étudiées : THD et ISOADI (arbre isotherme et surface intérieure du coussinet adiabatique). Ils montrent que les gradients de température suivant l'épaisseur du film sont beaucoup plus importants que ceux que l'on peut observer suivant la direction circonférentielle. Ils concluent également que l'hypothèse adiabatique pour la surface de l'arbre est une solution satisfaisante qui donne de bons résultats et permet un gain de temps de calcul non négligeable.

Boncompain, Fillon et Frêne [BON1986] présentent la même année une analyse THD en incluant le calcul des déformations thermoélastiques. Ils obtiennent des résultats théoriques proches des résultats expérimentaux de Ferron en prenant en compte les dilatations différentielles de l'arbre et du coussinet. Ils aboutissent à la même conclusion que Khonsari sur les gradients de température et montrent que la plus grande partie de la chaleur est évacuée par le fluide. Mitsui et al. poursuivent leurs travaux avec une expérimentation dans le but de recueillir des données sur la répartition de température dans un palier et de les comparer à leurs résultats théoriques. Ils concluent que la température maximale augmente fortement avec la vitesse ou la viscosité et décroît avec l'augmentation d'excentricité, et que sa localisation est également fonction de ces paramètres.

Mitsui [MIT1987] présente la suite de son travail dans lequel il résout numériquement l'équation de l'énergie par différences finies, dans le film complet et dans les filets fluides. Il considère que la température ne varie pas axialement dans les filets fluides. Il obtient une bonne concordance entre résultats numériques et expérimentaux sur les variations de la température maximale dans le palier. Il conclut que la température maximale de la surface du coussinet dépend directement de la viscosité de lubrifiant, de l'excentricité relative et de la vitesse de rotation de l'arbre ; le changement de l'angle de calage crée une épaisseur minimale de film lubrifiant.

Fillon et al. [FIL1987] présentent les différents travaux selon leur chronologie en les classant dans différentes catégories représentant leur niveau d'évolution. Ils présentent également un modèle TEHD appliqué au cas du palier ainsi qu'une comparaison avec des résultats expérimentaux.

Gethin [GET1988] propose en 1988 une modélisation par éléments finis pour analyser les performances thermohydrodynamiques de paliers. Il compare deux modélisations avec des résultats expérimentaux et trouve une bonne concordance sauf pour la température maximale dans le film, légèrement sous-estimée. Il conclut qu'un gain de temps de calcul conséquent peut être obtenu tout en minimisant la perte de précision.

Han et Paranjpe [HAN1990] présentent en 1990 une méthode de résolution basée sur les volumes finis, pour prédire les performances THD de paliers hydrodynamiques. Ils étudient un palier automobile et montrent que la pression et la configuration de l'alimentation ont une grande importance sur les performances du palier

En 1991, Elrod [ELR1991] met en place un algorithme pour résoudre les équations de Reynolds et de l'énergie dans le film pour une glissière. La résolution numérique des équations est déterminée à partir des polynômes de Legendre.

Fillon [FIL1992] réalise une étude expérimentale et théorique (TEHD) sur les paliers à patins oscillants et montre que les conditions de fonctionnement ont une forte influence sur les températures dans le palier qui sont plus sensibles à la vitesse qu'à la charge. A l'aide du modèle numérique développé, il confirme des observations expérimentales faites précédemment et montre que les déformations thermoélastiques

conduisent à une réduction du jeu d'assemblage dans les paliers hydrodynamiques à patins.

Deux ans plus tard, Paranjpe et Han [PAR1994] proposent dans la suite de leurs travaux une étude THD tridimensionnelle d'un palier soumis à une charge statique, tenant compte de la conservation de la masse dans la zone de cavitation, de la conduction à travers le coussinet et l'arbre et des recirculations et mélanges de fluide dans la rainure. Ils concluent que la chaleur évacuée par conduction dans les solides ne représente qu'une petite partie de la chaleur dissipée, qui est évacuée à 90% par le fluide.

Khonsari publie en 1996 avec Jang et Fillon [KHO1996] une généralisation des analyses THD pour les paliers hydrodynamiques. Ils proposent une méthode simple et rapide pour calculer les températures dans le palier à partir des meilleures méthodes existantes. Ils valident cette méthode avec les résultats d'autres méthodes et des résultats expérimentaux de la littérature. Cette étude est un outil précieux pour les concepteurs qui peuvent dorénavant choisir la méthode qui leur convient.

Ma et Taylor [MAT1996] publient leurs travaux sur deux types de paliers l'un est elliptique et l'autre circulaire (cylindrique) avec une étude expérimentale grâce à laquelle ils montrent que les effets thermiques sont importants dans les deux types de paliers étudiés.

Gethin [GET1996] s'intéresse aux paliers fonctionnant à hautes vitesses. Il analyse l'influence des conditions aux limites sur la température et le rôle de la dissipation visqueuse sur les performances de paliers à deux et trois lobes.

Bouchoule [BOU1996], réalise une étude expérimentale sur les paliers à patins fonctionnant à des vitesses élevées. Fillon et Khonsari [FIL1996] complètent leurs travaux sur les paliers lisses avec une étude sur les paliers à patins oscillants où ils donnent une méthode qui permet de trouver, facilement et rapidement, les températures de fonctionnement à la surface des patins.

En 1997, Fillon poursuit son travail avec Monmousseau et Frêne [FIL1997] et présente un modèle TEHD transitoire pour un palier à patins. Ils montrent que l'épaisseur minimale du film et le jeu radial décroissent beaucoup lors du démarrage, ce qui peut causer des avaries.

L'année suivante, Monmousseau et al. [MON1998a] décrivent dans la suite de leurs travaux les avaries qui peuvent être causées par des problèmes de température sur des paliers à patins oscillants lors de démarrages rapides. Ils prennent en compte les transferts de chaleur à travers l'arbre et le coussinet et montrent que le phénomène prépondérant est la dilatation de l'arbre. Ils publient la même année une étude TEHD sur les paliers à patins oscillants soumis à une charge dynamique [MON1998b].

Une étude des conditions aux limites thermiques est réalisée par Banwait et Chandrawat [BAN1998b] sur un palier lisse. Ils testent deux conditions aux limites à l'entrée et tiennent compte des transferts de chaleur du coussinet vers le fluide dans la rainure d'alimentation et concluent que ce phénomène doit être pris en compte afin d'obtenir des résultats précis. Kucinski [KUS1999] présente cette même année et publie en 1999 son travail expérimental, sur les instabilités thermiques dans les paliers. Son étude traite des phénomènes transitoires qui peuvent conduire à des situations dangereuses, ainsi que de la lubrification contaminée. Dadouche [DAD1998], [DAD2000] présente quant à lui un travail théorique et expérimental sur les effets thermiques dans les butées hydrodynamiques à géométrie fixe. Les principales conclusions tirées de l'étude expérimentale sont les suivantes :

- les conditions de fonctionnement ont une nette influence sur le champ de température et notamment les températures situées dans la zone la plus chaude ;
- la température maximale ne varie pas linéairement avec la température d'alimentation ;
- le champ de pression est très sensible à l'augmentation de la charge. Par contre, l'effet de la vitesse de rotation est très limité ;
- le débit de fuite augmente avec la vitesse de rotation et diminue avec la charge appliquée ;
- les conditions de fonctionnement affectent sensiblement l'épaisseur du film.

Pierre présente en 2000 [PIE2000a] ses travaux sur les effets THD dans les paliers alignés et mésalignés. L'étude proposée est tridimensionnelle afin de prédire au mieux les performances du palier mésaligné, celle du palier aligné étant quasiment aussi bien prédite par la modélisation bidimensionnelle.

Lors du Proceedings of International Tribology Conference à Nagasaki (Japon) en 2000, I. Pierre et M. Fillon [PIE2000b] présentent une étude sur les limites du modèle 2D

utilisé à l'aide d'une comparaison avec le modèle 3D dans un palier aligné avec une étude thermohydrodynamique. Les résultats sont présentés sous forme d'histogrammes pour différentes valeurs de la vitesse de rotation. Ils trouvent que les températures du plan médian du palier sont différentes pour les deux modèles tels que la différence est de 4°C dans le fluide, et de 5 à 10°C dans le coussinet, et que le modèle 2D est plus efficace dans les paliers courts. Ils concluent que d'après les différentes remarques faites quelles que soient les conditions de fonctionnement et les caractéristiques géométriques du palier, les performances hydrodynamiques obtenues par le biais des deux modélisations sont équivalentes, et le choix d'une huile plus au moins visqueuse n'influe pas sur les écarts de caractéristiques de fonctionnement déterminées par les deux modèles.

Pierre [**PIE2000a**] présente une étude tridimensionnelle de l'influence des paramètres géométriques sur les performances THD d'un palier lisse. Les effets de plusieurs facteurs géométriques comme la longueur, le diamètre ou le jeu radial mais aussi de différentes conditions de fonctionnement (vitesse, charge, lubrifiant) sur le comportement du palier sont analysés. Elle conclut que les performances du palier sont fortement dépendantes des conditions de fonctionnement ou de la géométrie du palier. Costa *et al.* [**COS2000**] publient les résultats obtenus durant sa thèse qui est une étude expérimentale de l'effet de la position de la rainure et de la pression d'alimentation sur les performances THD d'un palier lisse.

Ils montrent que la position de la rainure peut avoir un rôle important dans le comportement du palier, notamment sur la température maximale ou la pression maximale qui peuvent être dans certains cas réduites.

En 2001, B. Bou-Saïd [**BOU2001a**] présente une étude bibliographique sur la lubrification par la méthode des éléments finis, de 1950 jusqu'à 1999. Il présente des travaux les plus récents sur la non-linéarité, liées à la turbulence, aux effets d'inerties et aux effets thermiques en première partie. En deuxième partie, il fait une présentation générale sur les effets non newtoniens en lubrification, et finalement il conclut que pour traiter les discontinuités géométriques ou de champ, la méthode des éléments finis est la plus puissante.

La même année, B. Bou-Saïd [**BOU2001b**] présente une étude numérique par la méthode des éléments finis sur quelques problèmes non linéaires liés aux écoulements en lubrification ; il présente les équations utiles pour une étude convenable d'écoulements

particuliers qui possèdent une forte non linéarités tels que les effets d'inertie, de turbulence, thermiques et non newtonien et les discrétisations par la MEF. Il conclut que la MEF utilisée est une approche numérique fiable pour les traitements des discontinuités.

Lors du congrès français de mécanique en 2003 à Nice, J. Bouyer et M. Fillon [BOU2003b] présentent l'influence des déformations élastiques et des effets thermiques sur les performances d'un palier hydrodynamique soumis à de très fortes charges ; ils comparent l'influence des modèles HD, EHD, THD, TEHD utilisés sur l'épaisseur du film et sur la pression maximale de film. Ils observent l'influence des déformations élastiques sur la température maximale. Ils concluent que les déformations dues au champ de pression jouent un rôle important dans la prédiction du comportement du palier, notamment sur la pression maximale qui est 50% plus faible que celle obtenue avec l'hypothèse d'un coussinet rigide. L'épaisseur minimale du film est peu influencée par des effets élastiques, mais on peut noter que la forme du film fluide change. De plus, l'épaisseur minimale du film est sensible aux effets thermiques locaux.

Wang et Zhu [WAN2006] en 2006, utilisent un fluide non newtonien comme lubrifiant et comparent les résultats avec ceux d'un fluide newtonien. Ils prennent en compte les effets thermiques, le phénomène de cavitation et le problème transitoire ; ils utilisent un modèle de variation de la viscosité polynomiale de type :

$$\bar{\mu} = 3.287 - 3.64\bar{T} + 0.777\bar{T}^2 \quad 1.6$$

Ils concluent que la pression dans le fluide non newtonien est supérieure à celle dans le lubrifiant newtonien, de même que pour la température.

Dans un article publié en 2006, Kumar et al. [KUM2006] présentent une étude paramétrique sur les effets thermiques dans les paliers hydrodynamiques. Cette étude est basée sur quatre modèles : lubrifiant isovisqueux et palier rigide, fluide isovisqueux en présence des déformations élastique des solides, fluide thermovisqueux et palier rigide et lubrifiant thermovisqueux et palier flexible. Ils utilisent une loi de viscosité de type :

$$\bar{\mu} = \exp \left[ \bar{a}_1 \left( \frac{1 + 273.12/T_r}{\bar{T}_f + 273.12/T_r} \right) \right] \quad 1.7$$

Avec  $\bar{a}_1 = 11.26$  est le coefficient de thermoviscosité,  $T_r$  est la température de référence et  $\bar{T}_f$  est la température du fluide.

Les auteurs prennent en compte la variation de l'excentricité relative en fonction de la charge appliquée pour chaque cas étudié, ils utilisent des conditions d'égalité des flux et d'égalité des températures aux interfaces solides/liquide. Ils ont utilisés la méthode des éléments finis pour la résolution du problème. Ils comparent ces résultats avec ceux de Ferron et al. et de Khonsari et al.

Les phénomènes thermiques sont avec les effets dynamiques parmi les phénomènes les plus étudiés dans la lubrification hydrodynamique et ce, depuis de nombreuses années.

Dans l'optique de toujours prédire au mieux les performances des paliers hydrodynamiques, d'autres phénomènes s'ajoutent à ces études, comme le calcul des déformations, qu'elles soient dues au champ de pression ou au champ de température. L'étude du comportement élastohydrodynamique était jusqu'alors plutôt concentrée sur les contacts élastohydrodynamiques qui sont le siège de très gros efforts ; mais avec les performances de plus en plus élevées qui sont demandées aux paliers, ce phénomène devient également un problème, d'où l'apparition d'études TEHD (thermoélastohydrodynamique) qui combinent effets thermiques et déformations.

#### **1.4. Les études thermoélastohydrodynamiques**

Les études thermoélastohydrodynamiques ont d'abord été utilisées dans les paliers soumis à des charges dynamiques comme les paliers de bielles de moteur automobile. En effet, c'est dans ce type d'application que les déformations élastiques dues au champ de pression sont les plus importantes. Les déformations dues au champ de pression ou déformations élastiques ou encore mécaniques ne sont à considérer que dans des cas très sollicités où le palier subit une forte charge donc une pression hydrodynamique de l'ordre de plusieurs dizaines ou centaines de mégapascals. Les déformations thermiques se rapprochent du calcul de dilatation sauf dans les cas sévères où les gradients de température sont forts comme pour un palier fonctionnant à grande vitesse. De nos jours, de plus en plus de modèles tiennent compte des déformations des surfaces du contact car il est maintenant bien connu qu'elles jouent un rôle très important sur le comportement des paliers actuels.

Jusque dans les années 80, les études sur les déformations sont essentiellement dédiées aux déformations élastiques des billes de roulements.

En 1983, Ferron et al. [FER1983] constatent que la dilatation des éléments du palier entraîne une modification du jeu radial en fonctionnement.

Dans leur étude des effets thermiques sur les paliers publiée en 1986, Boncompain et al. [BON1986] constatent l'importance des effets thermoélastiques en les rendant responsables des écarts observés entre théorie et expérimentation.

Fillon, Bligoud et Frêne [FIL1992] réalisent en 1992 une comparaison théorie/expérimentation sur un palier à patins oscillants et montrent qu'une étude THD ne suffirait pas à prédire correctement le comportement du palier et qu'il est nécessaire de prendre en compte les déformations de tous les éléments du palier (patins, bague support, arbre).

Desbordes et al. [DES1994] s'intéressent à l'influence des déformations de patins sur les caractéristiques dynamiques d'un palier à patins oscillants mais cette étude est isotherme.

Toutefois, ils montrent que les déformations de patins conduisent à une réduction de l'épaisseur de film et à l'augmentation de la pression maximale. Ils publient un an plus tard une étude tridimensionnelle des déformations de patins d'un palier soumis à une charge dynamique. Leurs conclusions sont que le comportement dynamique du palier est sensiblement modifié lorsque la charge dynamique devient élevée par rapport à la charge statique. De plus, ils observent que la modélisation 3D donne une épaisseur minimale du film 40% inférieure et une pression maximale inférieure de 16% à celles obtenues par la modélisation 2D.

Comme nous l'avons décrit dans la première partie de ce chapitre, Monmousseau a présenté dans les deux années qui suivent une étude thermoélastohydrodynamique transitoire d'un palier à patins oscillants. Cette modélisation bidimensionnelle, qu'il compare à ses résultats expérimentaux, lui permet de conclure que les effets élastiques doivent impérativement être pris en compte dans les simulations numériques afin de prédire un éventuel serrage ou grippage au cours des phases de démarrage et d'arrêt.

M. Fillon, P. Monmousseau, J. Frêne [FIL1997] présentent un travail théorique expérimental sur l'étude thermoélastohydrodynamique des paliers à patins oscillants en régime transitoire. L'étude théorique est basée sur la résolution des équations par la

méthode des différences finies ; ils ont proposé dans le cadre de ce travail une méthode de prédiction du comportement TEHD transitoire des paliers hydrodynamiques. Ils concluent que les principaux résultats sur les phénomènes thermiques dans les paliers à patins oscillants en régime transitoire sont les suivants :

- expérimentalement, la température augmente rapidement durant la première minute,
- une modélisation réaliste doit tenir compte des transferts thermiques dans les solides et de la recirculation de fluide chaud entre les patins ;
- les déformations thermiques et mécaniques sont très importantes et doivent être prises en compte pour la prédiction des performances des paliers ; bien que les conditions de fonctionnement soient peu sévères dans la configuration étudiée, la réduction du jeu d'assemblage atteint 14 % ;
- un très bon accord théorie-expérience est observé lorsque l'on utilise un modèle thermo-élastohydrodynamique.

La même année, Monmousseau, Fillon et Frene [SUR2001] ont analysé théoriquement les effets thermiques dans un palier à quatre patins oscillants durant les phases de démarrage. Ils ont montré que seule une étude TEHD en régime transitoire permet d'obtenir des résultats comparables à ceux relevés sur un dispositif d'essais. La température maximale prédite est mesurée à l'interface film/patin en fonction du temps pour une vitesse de rotation de l'arbre variant de 0 à 1600 tr/min en 2s, puis la vitesse reste constante et égale à sa valeur nominale. L'équilibre thermique est atteint au bout de 2 à 3 minutes. L'analyse THD sous-estime la température maximale. Les déformations thermiques et mécaniques sont très significatives et conduisent à une diminution de l'épaisseur minimale et du jeu radial de l'ordre de 20% pour le cas étudié : les expansions thermiques de l'arbre et des patins sont les plus importantes.

En 2001, Souchet et Piffeteau [SOU2001] présentent une étude numérique sur le comportement thermoélastohydrodynamique transitoire de paliers de bielle soumis à une charge dynamique. Ils montrent que, pour les cas étudiés, la modélisation TEHD n'apporte pas beaucoup plus de précision par rapport à une modélisation EHD isotherme sur un moteur automobile 4 cylindres en ligne. Une étude similaire est présentée par Kucinski et al [KUC2000] sur un palier lisse. L'étude TEHD transitoire bidimensionnelle qu'ils proposent utilise la méthode des éléments finis pour prédire le comportement du palier soumis à une charge statique. L'étude théorique utilise la méthode des éléments finis pour résoudre les équations de Reynolds, de l'énergie et de déformation de l'analyse TEHD.

Les résultats sont présentés pour un palier à 4 patins en régime établi et transitoire. Ils observent une variation significative des caractéristiques statiques et dynamiques lorsque les effets thermiques et élastiques sont pris en compte.

Plus récemment, Wang et al. [WAN2002] présentent une étude théorique et expérimentale d'un palier hydrodynamique soumis à des conditions extrêmes en frottement mixte. Ce modèle, très complet, tient compte des rugosités de surface, des contacts locaux au niveau des aspérités, des déformations thermoélastiques des surfaces actives, des effets thermovisqueux et piezovisqueux, ainsi que du possible mésalignement de l'arbre dans le palier. Ils montrent que la flexion de l'arbre ainsi que le mésalignement doivent être pris en compte dans l'analyse en lubrification mixte, et que la rugosité de la surface a une influence importante sur les résultats du calcul du contact dès lors qu'elle s'approche de l'ordre de l'épaisseur minimale du film fluide.

La prise en compte des déformations qu'elles soient mécaniques ou thermiques est donc aujourd'hui prise en compte de façon très générale. Ce phénomène étudié surtout au cours des dix dernières années permet d'obtenir des résultats numériques plus proches de la réalité que ceux que l'on obtiendrait avec des calculs THD. Cependant, il n'est vraiment intéressant de prendre en compte les déformations des surfaces que pour des cas très sollicités (haute vitesse, forte charge, lubrification mixte, structure très souple...) où les conditions de fonctionnement sont très sévères. Un autre facteur peut également nécessiter la prise en compte des déformations, du fait qu'il conduit le palier à fonctionner sous des conditions plus ou moins sévères selon les cas étudiés, c'est le mésalignement. Les études concernant ce phénomène, plus courant que l'on pourrait le penser et très étudié depuis de nombreuses années, sont décrites dans la partie suivante.

En 2003, dans sa thèse J. Bouyer [BOU2003c] présente une étude générale sur les paliers lisses cylindriques sur plusieurs aspects : hydrodynamique, thermohydrodynamique, thermoélasto-hydrodynamique, les problèmes d'usure, de cavitation et de mésalignement. Il a abordé le problème de déformation élastique due au champ de pression et au champ de température ; il a validé ses résultats théoriques expérimentalement et même analytiquement pour les dilatation dues aux champs de pression et température. Il a conclu que : le modèle complet (TEHD) a une forte influence sur tous les paramètres du palier lorsqu'il est fortement sollicité. Les déformations mécaniques, dues au champ de pression, ainsi que les déformations thermiques, dues à la fois aux dilatations des éléments

du palier et aux gradients thermiques existants à l'interface, ont une influence considérable sur les performances du palier. La pression maximale est diminuée de presque 50% dans certains cas de paliers fortement chargés, l'épaisseur minimale du film augmente de près de 40%. Ceci confirme également que la prise en compte des déformations mécaniques et thermiques est indispensable à la détermination précise des caractéristiques de fonctionnement d'un palier soumis à des conditions de fonctionnement sévères.

Lors du 16<sup>ème</sup> congrès français de la mécanique à Nice en 2003, P. Michaud et al. [MIC2003] exploitent notamment la modélisation TEHD pour étudier les paliers de tête de bielle. Ces études sont basées sur la méthode des éléments finis. Ils mettent en évidence la variation de l'épaisseur de film en fonction du temps et de la composante circonférentielle  $\theta$ , et proposent un profil de pression parabolique dans la direction axiale du palier ; ils imposent sur le bord extérieur de la bielle une condition de type adiabatique, avec une comparaison de ces résultats à ceux trouvés expérimentalement. Ils concluent que la comparaison sur la pression entre les résultats du modèle TEHD 2D montre une très bonne concordance sur les allures, un écart apparaît sur les valeurs maximales de la pression ; cet écart est dû à la non prise en compte du phénomène de pompage d'huile et de la pression d'alimentation, ce qui montre les limites du modèle 2D. Les comparaisons sur la température maximale sont réalisées pour les différentes vitesses de rotation et les différentes huiles utilisées. Dans tous les cas, les températures obtenues par le modèle numérique TEHD 2D sont toujours proches de celles mesurées expérimentalement.

#### **1.4. Le mésalignement**

Depuis les cinquante dernières années, le mésalignement, que ce soit pour des paliers ou pour des butées, fût un phénomène de plus en plus étudié. A notre connaissance, la première personne à s'intéresser au mésalignement fut Fisher qui, en 1922, avait noté que le malignement pouvait entraîner des différences notables dans l'écoulement aux extrémités du palier ainsi qu'un échauffement irrégulier de celui-ci. Les premières études furent essentiellement expérimentales. Les premiers travaux concernant le problème de mésalignement sont réalisés en 1932 par Mckee qui a mesuré les profils de pression dans la direction axiale du palier. Piggott s'y intéresse de plus près et montre en 1942 qu'un mésalignement de 0,0002 radian peut réduire la capacité maximale de chargement d'un palier de 40%. En 1949, Buske et Rolli observent que le mésalignement perturbe la

symétrie axiale de la distribution de pression dans le palier. Mais dans ces études, le mésalignement ne représente qu'une partie du travail et il est étudié en tant que singularité, comme un phénomène qui peut parfois intervenir dans les mesures.

### 1.5.1. Etudes expérimentales

Après avoir soutenu sa thèse en 1972, Nicolas poursuit ses travaux avec Frêne en 1973 [BOU2003c], où ils effectuent une comparaison entre théorie et expérimentation pour un palier soumis à une charge centrale et un couple quelconque, la rainure d'alimentation étant située soit au point d'épaisseur maximale du film d'huile, soit à 180° dans la section médiane du coussinet. Ils notent que les moments hydrodynamiques générés dans les paliers complets sont très petits et que par conséquent, les paliers n'ont qu'une faible résistance au couple de mésalignement. A une excentricité donnée dans le plan médian, ils constatent également que le mésalignement n'a qu'une faible influence, sur la charge, le débit axial, le coefficient de frottement. La pression maximale augmentent rapidement et son point d'application se rapproche des extrémités du palier lorsque le degré de mésalignement augmente.

En 2000, I. Pierre [PIE2000a] montre à l'aide d'une étude expérimentale l'influence du rapport de la longueur du palier au diamètre de l'arbre et du jeu radial sur les angles du mésalignement et sur la température dans le palier. Elle conclut que la pression maximale augmente avec l'amplitude du mésalignement. Dans le cas d'un palier court, la pression maximale est très élevée par rapport à celle dans le cas du palier de longueur finie, et la température maximale dans le palier dépend du couple de mésalignement, celle-ci augmente lorsque le couple s'accroît et elle diminue lorsque le couple se réduit ; lorsque l'angle de mésalignement varie, elle observe une similitude entre les variations du couple de mésalignement et celles de la température maximale.

En 2002, I. Pierre, J. Bouyer, et M. Fillon [PIE2002] présentent une étude expérimentale sur le mésalignement des paliers lisses cylindriques. Dans cette étude, ils ont comparé les résultats expérimentaux avec ceux obtenus théoriquement, ils ont trouvé que les deux résultats (théorique et expérimental) sont presque confondus.

En 2004, I. Pierre, J. Bouyer, et M. Fillon [PIE2004] ont abordé le modèle THD sur le mésalignement des paliers lisses cylindriques, l'étude est tridimensionnelle.

Il y a donc peu d'études purement expérimentales et quelques études alliant théorie et expérimentation. En effet, une grande partie des travaux réalisés sur le mésalignement est théorique et concerne la modélisation du mésalignement essentiellement réalisée avec des méthodes numériques.

### 1.5.2. Etudes théoriques

En 1980, Hori et Uematsu [HOR1980] font une étude pratique sur un système multirotors pour lequel ils analysent l'influence du mésalignement sur la stabilité. Ils constatent que pour un grand mésalignement, le système finit toujours par se stabiliser et que les mésalignements horizontaux et verticaux ont la même influence sur la stabilité.

Une équation de Reynolds modifiée, introduisant la proportion de fluide au noeud considéré, permet de calculer le champ de pression en utilisant la méthode Newton-Raphson ainsi que les effets sur la capacité de chargement et l'angle de calage. Ils observent que la théorie respecte bien les résultats expérimentaux observés pour des excentricités élevées.

Jang et Chang [JAN1987] obtiennent une solution adiabatique pour le palier mésaligné avec des lubrifiants non-newtoniens et en considérant la viscosité comme une fonction exponentielle de la température. Cette solution adiabatique montre que la capacité de chargement peut être très réduite par rapport à celle donnée par les solutions isothermes.

En 1989 P. Maspeyrot [MAS1989], aborde l'étude de comportement dynamique des paliers de vilebrequin, il spécifie l'influence des défauts de forme soient parabolique et/ou conique et des mésalignements, et compare le premier et le deuxième palier d'un vilebrequin de moteur automobile à quatre cylindres en ligne. Il utilise la méthode de mobilité de Booker pour déterminer l'épaisseur minimale du film et la trajectoire de centre de l'arbre tels que le champ de pression étant déterminé par la méthode des différences finies associées à la méthode de Gauss Seidel avec coefficient de sur relaxation. Il conclut que ces défauts de forme ont une faible influence sur le couple de frottement et le débit axial, l'épaisseur minimale du film lubrifiant diminuant, dans une des sections extrêmes, de 30% à 60%. Il conclut encore, que :

- l'augmentation de la pression d'alimentation entraîne une diminution de la température d'équilibre du palier et une augmentation du débit axial ;
- la pression d'une ou deux rainures d'alimentation réduit l'épaisseur minimale du film lubrifiant et augmente la température d'équilibre ;

- le contact se produit effectivement au voisinage du point de combustion
- le couple de frottement augmente brutalement au même instant.
- les moments hydrodynamiques (due à la dissymétrie du champ de pression) atteignent des valeurs importantes et leurs incidences sur les déformations des chapeaux de palier sont non négligeables.

Il montre ensuite que, dans des conditions de fonctionnement choisies et pour le palier étudié, les vitesses de mésalignement ont une influence assez faible sur les différentes caractéristiques calculées.

Monmousseau et Fillon et Frene étudient en 1998 [MON1998a] [MON1998b] l'influence du mésalignement (statique et dynamique) d'un palier à patins oscillants à travers trois différents cas isothermes, pour lesquels ils comparent le jeu radial et la viscosité, pour un cas initial puis pour un cas déduit d'une analyse thermohydrodynamique, et enfin pour un cas traité par analyse thermoélastohydrodynamique. Ils en déduisent que les caractéristiques du palier sont largement modifiées en augmentant le mésalignement ainsi que la charge dynamique en réduisant la viscosité et le jeu.

Banwait, Chandrawat et Adithan [BAN1998a] étudient un palier mésaligné avec une modélisation THD. Ils soulignent l'influence du mésalignement sur les caractéristiques statiques du palier, les champs de pression et de température, et l'épaisseur minimale du film.

Monmousseau et Fillon [MON1999] proposent en 1999 une étude statique et dynamique d'un palier à patins oscillants mésaligné. Il constate ainsi qu'une augmentation de la charge dynamique accentue le couple engendré par le mésalignement ; de plus ils remarquent que les effets thermiques dans le palier (augmentation de la température et diminution du jeu radial d'assemblage) se traduisent par une augmentation du couple de mésalignement.

Guha [GUH2000] présente en 2000 une étude sur un palier mésaligné incluant le phénomène de rugosité. Il étudie les deux types de mésalignement, axial et de torsion. Il compare et analyse l'influence de la rugosité et du degré de mésalignement sur la capacité de charge, l'angle de calage, le débit axial et le coefficient de frottement. Il montre que la

capacité de charge diminue avec l'augmentation de la rugosité alors qu'elle augmente avec le degré de mésalignement.

En 2002, Pierre et al. [**PIE2002**] comparent des résultats expérimentaux avec des résultats théoriques obtenus à partir d'une modélisation THD tridimensionnelle d'un palier mésaligné. Ils concluent que, aux incertitudes expérimentales près, le modèle donne une très bonne estimation des performances du palier mésaligné fonctionnant en régime établi.

Das, Guha et Chattopadhyay [**DAS2002**] présentent en 2002 une étude de paliers mésalignés fonctionnant avec des fluides micropolaires et comparent le fluide non-newtonien qu'ils utilisent avec un fluide Newtonien. Ils concluent que le fluide utilisé présente des avantages parmi lesquels une meilleure capacité de charge et un coefficient de frottement plus faible.

En 2002, Bouyer and Fillon [**BOU2002**] présentent une analyse expérimentale des effets de mésalignement sur les performances d'un palier lisse hydrodynamique.

Les résultats de cette étude nous mènent aux conclusions suivantes :

- Quand un couple de mésalignement est appliqué, la pression maximum dans le mi plan du palier diminue. La position de la pression maximum change également : de 202.5 degrés dans le cas aligné à 187.5 degrés à 2000 tr/min et à 172.5 degrés à 4000 tr/min.
- Ils observent une augmentation de la température dans le mi plan du palier de 2 à 3 K quand un grand degré de mésalignement a été appliqué. Dans la direction axiale, l'augmentation peut atteindre 7 K.
- Le débit d'huile est augmenté par l'augmentation de degré de mésalignement, et plus sensiblement quand la vitesse de rotation ou la charge statique est basse.
- L'épaisseur de film minimum est le paramètre qui est le plus sensiblement affecté par le mésalignement. Elle peut être réduite à quelques micromètres dans le cas de petites charges statiques.

À la suite de ces observations, ils tirent une conclusion plus générale : quand la charge et/ou la vitesse de rotation sont faibles, les effets hydrodynamiques sont plus petits, et donc incapables de contrecarrer le mésalignement.

En conclusion, la plupart des études faites sur le mésalignement sont théoriques et peu d'études expérimentales donnent suffisamment d'informations pour être vraiment

complètes. Mais toutes ces études font apparaître que le mésalignement modifie (de façon plus ou moins importante selon les cas) les caractéristiques statiques d'un palier comme le champ de pression, l'épaisseur du film fluide aux extrémités, l'excentricité relative et que cela entraîne la réduction de la capacité de chargement du palier. Un autre défaut de fonctionnement peut également modifier sensiblement les performances du palier : l'usure.

### **1.6. L'usure dans les paliers**

L'usure dans les paliers est un phénomène qui intervient surtout sur des paliers qui fonctionnent pendant de très longues périodes (plus de 10 ans) et souvent sur de grosses lignes d'arbre comme dans les bateaux ou sur de grosses turbines. L'étude de ce phénomène, pourtant plus courant qu'on ne pourrait le penser, a débuté dans le milieu industriel car il posait un réel problème aux utilisateurs de paliers.

Kumar et Mishra [KUM1996] présentent une étude sur l'usure dans les paliers hydrodynamiques ; ils montrent que le défaut diminue sensiblement la stabilité du palier hydrodynamique lorsqu'il est peu chargé mais aussi lorsqu'il est fortement chargé. Un palier présentant un défaut d'usure représentant plus de 30% du jeu radial est beaucoup plus stable. Ils poursuivent leurs travaux la même année en étudiant les paliers non-circulaires en régime turbulent présentant un défaut d'usure en régime établi. Ils concluent que l'usure augmente le couple de frottement ainsi que le débit et réduit la capacité de charge des paliers.

La turbulence est encore plus prononcée lorsque le défaut est grand et augmente la capacité de charge, le coefficient de frottement et le débit. La présence du défaut augmente également l'excentricité relative.

### **1.7. Stabilité des paliers**

Les études de stabilité de paliers sont généralement effectuées pour des applications où l'arbre, supporté par les paliers, est de masse importante, et tourne à des vitesses élevées mais sous des charges latérales faibles comme par exemple les turbines des centrales. L'intérêt de telles études est de prendre en compte l'influence des paliers sur les paramètres critiques du rotor, c'est-à-dire, sa vitesse critique, sa fréquence de battement.

Dès 1955, **Hori [LIG1997]** a utilisé, pour représenter le comportement en stabilité du palier, un modèle à 8 coefficients composés de 4 ressorts  $K_{ij}$  et 4 amortisseurs  $D_{ij}$ , associés en parallèle comme l'illustre la figure 1.3. La présence de quatre termes s'explique par le fait que les forces générées hydrodynamiquement par déplacement ne sont pas colinéaires à celui-ci.

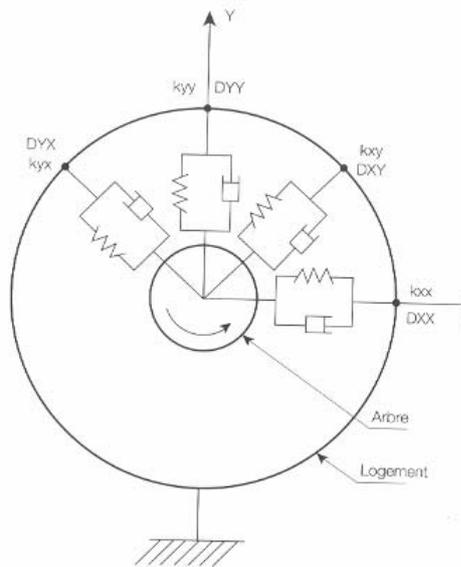


Figure 1.2. Modèle de Hori [LIG1997]

L'étude de la stabilité d'une position d'équilibre peut être effectuée sur le système linéaire associé. Le théorème de Lyapunov [FRE1990] exprime que, si l'équation caractéristique de la matrice à coefficients constants réels du système linéaire associé, à toutes les parties réelles de ses racines négatives, alors le système non-linéaire est stable.

Dernièrement, Das, Guha et Chattopadhyay [DAS2005] présentent en 2005 une étude sur l'analyse de la stabilité linéaire d'un palier lisse fonctionnant avec des fluides micropolaires et comparent le fluide non-newtonien qu'ils utilisent avec un fluide Newtonien et avec une analyse non linéaire. Ils concluent que :

- Un seuil plus élevé de stabilité est réalisé dans la lubrification avec des fluides micropolaires que dans la lubrification newtonienne.
- Le seuil de la stabilité s'améliore graduellement avec l'effet non newtonien et un effet maximum observé au  $lm$  ( $lm$ =longueur caractéristique des particules par le jeu radial du palier) autour de 10.0.
- La stabilité non linéaire fournit une meilleure stabilité que l'analyse linéaire.

- Le rapport de mouvement giratoire se trouve entre 0.49 et 0.58 pour le régime micropolaire de lubrifiant.

### **1.8. Conclusion**

Les nombreuses études sur les paliers hydrodynamiques dont nous avons donné ici un bref aperçu (non exhaustif) mettent en évidence la nécessité de prendre en compte non seulement les phénomènes thermiques mais aussi les déformations, aussi bien élastiques que thermiques afin de prédire au mieux le comportement des paliers soumis à des conditions sévères.

En effet, ces organes de guidage en rotation d'arbres de plus en plus sollicités sont souvent difficiles à équiper en capteurs divers qui pourraient servir à détecter d'éventuelles avaries.

C'est pourquoi l'on se doit de réaliser des modèles numériques très précis qui permettent de s'affranchir d'expérimentations qui seraient lourdes et coûteuses à mettre en oeuvre.

La plupart des modèles de la littérature tiennent maintenant compte des effets thermiques mais peu d'entre elles considèrent les déformations élastiques et thermiques ensemble. Elles incluent très souvent les déformations élastiques dues au champ de pression mais rarement les déformations thermiques ou alors elles ne considèrent que les effets des dilatations. Même que la majorité des études sur le misalignement sont théoriques et peu d'études expérimentales.

## CHAPITRE 2

# GENERALITES ET POSITION DU PROBLEME

---

## 2.1. Introduction

Les écoulements confinés entre parois mobiles font partie intégrante de la plupart des machines tournantes et représentent, par ailleurs, des situations d'écoulements qui sont essentielles en mécanique des fluides.

La théorie isotherme de lubrification est largement utilisée [FRE1990] pour le calcul des performances des butées et paliers hydrodynamiques. Cependant l'accroissement des charges et des vitesses de rotation, engendrent une augmentation de l'énergie dissipée dans les mécanismes lubrifiés. Les températures dans le fluide et les matériaux contigus au film deviennent très élevées, ainsi les déformations thermoélastiques engendrées ne sont plus négligeables.

## 2.2. Généralités

Le palier auquel nous nous intéressons dans cette étude est un palier lisse qui ne comporte pas de rainure d'alimentation. La configuration géométrique d'un palier est définie grâce à trois grandeurs qui sont sa longueur  $L$ , son diamètre  $D$  ou son rayon  $R$  et le jeu radial  $C$ . Ce dernier paramètre est le jeu qui existe entre l'arbre et le coussinet : il est déterminé par  $C = R_c - R_a$ ,  $R_c$  étant le rayon du coussinet et  $R_a$  celui de l'arbre.

Si l'on rapporte l'ensemble des forces exercées sur l'arbre au centre  $O_o$  du palier, on obtient la capacité de charge  $W$  du palier. Lorsque le palier fonctionne sous des conditions normales, c'est-à-dire lorsqu'il est aligné, la géométrie du contact est alors définie par l'excentricité  $e$  (distance entre les centres de l'arbre  $C_o$  et du coussinet  $O_o$ ) et l'angle de calage  $\varphi$  (angle entre la ligne des centres et la direction de la charge). On utilise également l'excentricité relative qui est le rapport de l'excentricité et du jeu radial ( $\varepsilon = e/C$ ). Si l'on caractérise par  $\theta$  la position angulaire d'un point quelconque de la surface du coussinet, on obtient l'équation de l'épaisseur du film en tout point du palier :

$$h_0(\theta) = C + e \cdot \cos(\theta - \varphi) = C \cdot (1 + \varepsilon \cdot \cos(\theta - \varphi))$$

Mais parfois les lignes des centres de l'arbre et du coussinet peuvent ne plus être parallèles ; c'est le mésalignement.

### 2.2.1 Géométrie du palier

On nomme palier fluide un guidage où il n'existe plus de contact métal/métal. Un fluide, sous pression ou non, sert d'interface.

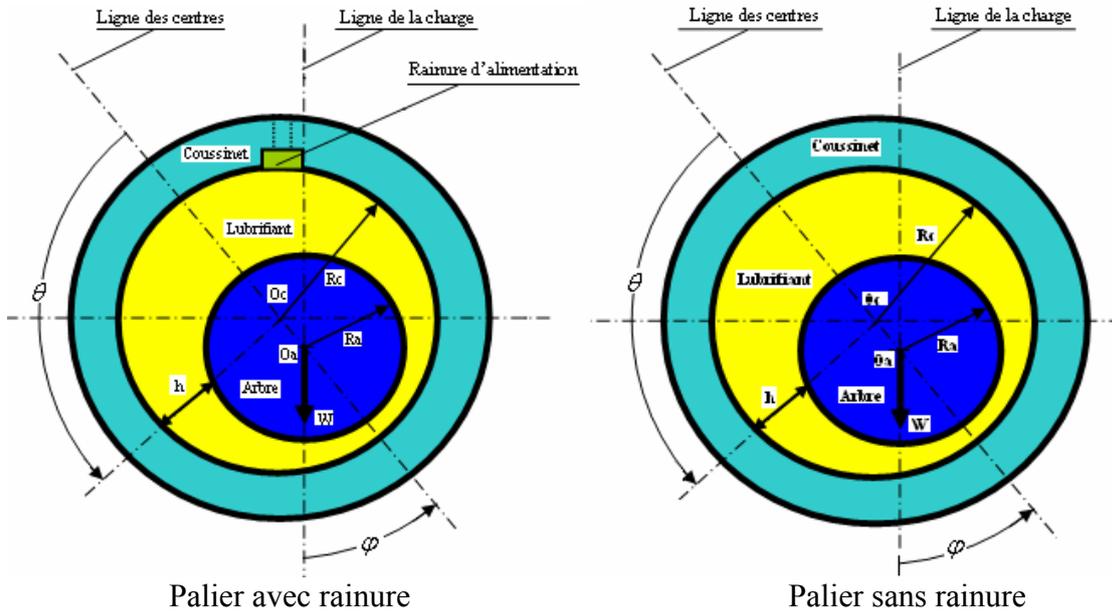


Fig. 2-1 Schéma d'un palier lisse

$W$  : charge constante

$Ra$  : rayon de l'arbre

$Oc$  : centre de coussinet

$e$  : excentricité

$Rc$  : rayon intérieur du coussinet

$Oa$  : centre de l'arbre

$C$  : jeu radial

$\varphi$  : angle de calage

tels que :

$$\begin{cases} C = Rc - Ra \\ e = \|OaOc\| \\ \varepsilon = C/Ra \end{cases}$$

Un palier lisse (figure 2.1) est constitué d'un coussinet de centre  $Oc$  et de rayon  $Rc$  et d'un arbre de centre  $Oa$  et de rayon  $Ra$ . La distance  $OaOc$  est l'excentricité. L'angle que fait la ligne des centres ( $OaOc$ ) avec la direction de la charge est l'angle de calage  $\varphi$ . Si les axes du coussinet et de l'arbre sont parallèles (palier aligné), ces deux paramètres sont suffisants pour repérer le positionnement de l'arbre à l'intérieur du coussinet ; les rayons  $Ra$  et  $Rc$  sont très voisins. On peut, en négligeant la courbure du film, développer le coussinet et l'assimiler à un plan (fig.2.2).

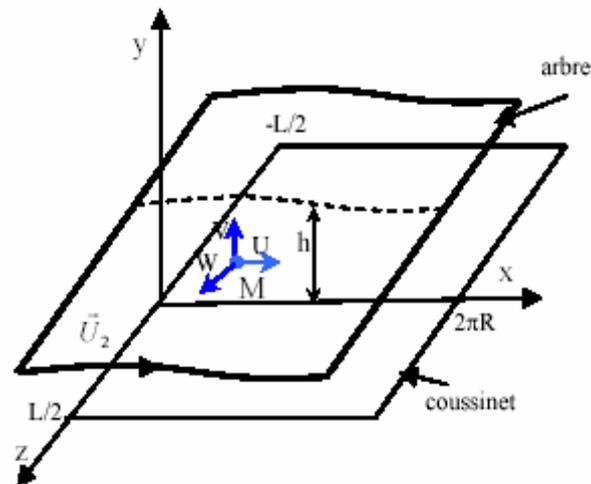


Figure 2.2 Palier développé

Dans ces conditions, et pour un fluide incompressible et isovisqueux en régime permanent, l'équation de Reynolds s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6 \cdot \mu \cdot v \frac{dh}{dx} \quad 2.1$$

avec :

$p$  : pression

$x, z$  : coordonnées circonférentielle et axiale

$h$  : épaisseur du film lubrifiant

$v = \omega \cdot R$  : vitesse linéaire de l'arbre

$\mu$  : viscosité dynamique du fluide

Cette équation n'a pas de solution analytique ; un certain nombre de solutions approchées ont été proposées, mais toutes sont très complexes et les calculs sont très longs. Actuellement, ces calculs s'effectuent aisément grâce aux progrès des techniques numériques et au développement des ordinateurs. Les méthodes des différences finies et des éléments finis peuvent être utilisées ; cependant, la méthode des différences finies est plus généralement employée car sa mise en œuvre est simple.

Si l'épaisseur du film ne dépend pas de  $z$ , l'équation de Reynolds peut s'écrire :

$$h^3 \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial (h^3)}{\partial x} + h^3 \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6 \cdot \mu \cdot v \frac{dh}{dx} \quad 2.2$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{3}{h} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} = 6 \cdot \frac{\mu \cdot v}{h^3} \frac{dh}{dx} \quad 2.3$$

Finalement :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{3}{h} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} = 6 \cdot \frac{\mu \cdot v}{h^3} \frac{dh}{dx} \quad 2.4$$

l'épaisseur du film s'écrit :

$$h = C \cdot (1 + \varepsilon \cdot \cos(\theta))$$

avec :

C : jeu radial

$\theta$  : coordonnée angulaire

$\varepsilon$  : excentricité relatif

tels que :

$$\begin{cases} \theta = x/R \\ \varepsilon = e/C \end{cases} \text{ avec } \varepsilon \in [0,1]$$

Dans le cas d'une rainure d'alimentation située sur la ligne des centres et pour une pression d'alimentation égale à la pression atmosphérique, les conditions qui correspondent le plus à la réalité physique sont celles de Swift, dites encore conditions de Reynolds, qui s'écrivent (fig. 2) [FRE2004]

- Suivant Oz :  $p\left(\theta, z = -\frac{l}{2}\right) = p\left(\theta, z = \frac{l}{2}\right) = 0$
- Suivant OR :  $p(\theta = 0, z) = p(\theta = \theta_s, z) = 0$
- $\frac{\partial p}{\partial \theta}(\theta = \theta_s, z) = \frac{\partial p}{\partial z}(\theta = \theta_s, z) = 0$
- $p(\theta, z) = 0$  si  $\theta_s < \theta < 2\pi$

avec  $\theta_s$  limite de la zone active de film

### 2.2.2 Cas d'un palier infiniment long

Lorsque le rapport  $L/D$  de la longueur au diamètre du palier est grand, on peut négliger le débit axial. L'écoulement est donc purement circonférentiel. En pratique ce calcul s'applique aux paliers tels que  $L/D > 4$  [LIG1997]

L'équation de Reynolds se réduit à :

$$\frac{d}{d\theta} \left( h^3 \frac{dp}{d\theta} \right) = 6 \cdot \mu \cdot R \cdot V \cdot \frac{dh}{d\theta} \quad 2.5$$

On peut résoudre cette dernière équation analytiquement, en effectuant le changement de variable suivant :

$$1 + \varepsilon \cdot \cos \theta = \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \varepsilon \cdot \cos \psi} \quad 2.6$$

### 2.2.3. Cas d'un palier infiniment court

Lorsque le rapport  $L/D$  de la longueur au diamètre du palier est faible, on peut négliger le gradient de pression circonférentiel devant le gradient de pression axial. Les résultats obtenus sont applicables aux paliers dont le rapport  $L/D$  est inférieur à 0.5. L'équation de Reynolds s'écrit alors : [LIG1997]

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( h^3 \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6 \cdot \frac{\mu \cdot V}{R} \cdot \frac{dh}{d\theta} \quad 2.7$$

avec les conditions aux limites de Gumbel, qui suppose que la zone de pression est limitée à la partie convergente du film :

$$\begin{cases} p\left(\theta, z = -\frac{L}{2}\right) = p\left(\theta, z = +\frac{L}{2}\right) = 0 \\ p(\theta, z) \geq 0 \end{cases}$$

Avec ces conditions le champ de pression s'écrit :

$$p(\theta, z) = -\frac{3 \cdot \mu \cdot V}{C^2 \cdot R} \cdot \left( z^2 - \frac{L}{4} \right) \cdot \frac{\varepsilon \cdot \sin(\theta)}{(1 + \varepsilon \cdot \cos(\theta))^3} \quad 2.8$$

### 2.3. Fonctionnement d'un palier

Il existe plusieurs types de diagrammes pour présenter la zone de fonctionnement possible d'un palier de bielle ou de ligne d'arbre par rapport aux risques d'avaries qui ne sont encore que rarement quantifiés par le calcul. Seuls les types de diagramme les plus souvent rencontrés seront présentés. De plus, étant donné qu'il s'agit de représenter les allures types de fonctionnement, la figure ne possédera pas d'échelle. [LIG1997]

La figure (2.3) représente les domaines, dans le diagramme (PV), où le palier possède un fonctionnement possible. Les limites qui régissent ce fonctionnement sont représentées par des portions de courbes répertoriées de **a** à **g**.

Le domaine **I** correspond à un régime de lubrification hydrodynamique parfaite souhaitée pour la majorité des paliers.

Le domaine **II** correspond à un régime de lubrification mixte que l'on adopte parfois lorsque l'on recherche un très faible coefficient de friction au

détriment d'un taux d'usure qui peut être élevé (ce régime correspond à la zone de friction minimale sur la courbe de Stribeck).

Les limites des domaines de fonctionnement **I** et **II**, sont produites par les phénomènes suivants :

#### **Limite a**

La vitesse de l'arbre n'est pas suffisante pour générer une pression hydrodynamique au sein du lubrifiant capable de maintenir distante les surfaces antagonistes. L'épaisseur minimale de film d'huile dans le palier est inférieure à l'épaisseur seuil. Des contacts entre les aspérités des surfaces antagonistes peuvent alors survenir. L'effort entre l'arbre et le coussinet est supporté en partie par les aspérités des deux surfaces antagonistes et la pression hydrodynamique. La chaleur générée par le contact n'est pas suffisante pour conduire au grippage.

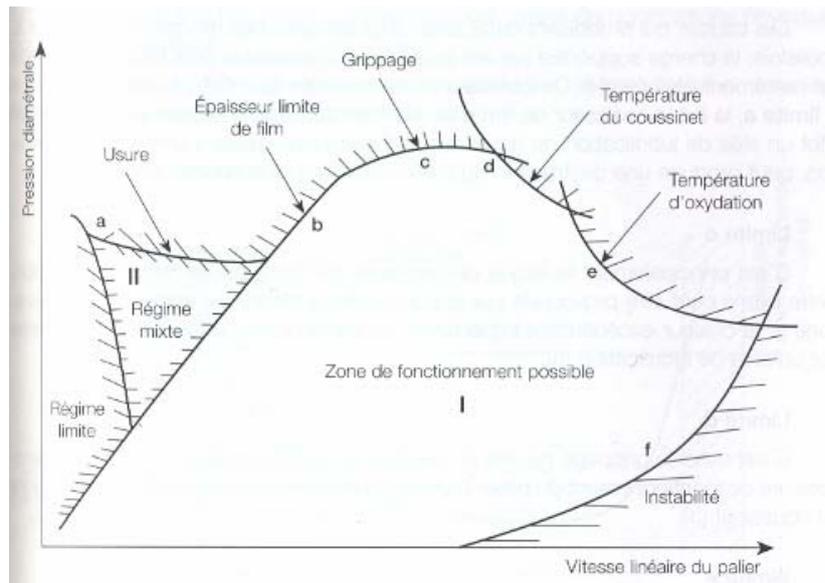
Cependant, la présence de contacts entre aspérités provoque l'usure. Ce régime de fonctionnement n'est pas recommander pour un palier où l'on désire un fonctionnement de longue durée. [LIG1997]

#### **Limite b**

Les causes qui produisent cette limite sont très proches de celles de la **limite a**. Toutefois, la charge supportée par les aspérités est beaucoup plus faible et la vitesse est nettement plus élevée. On constate alors que le produit  $PV$ , plus élevé que dans la **limite a**, aussi que l'épaisseur minimale, sont les principales causes en limitation. En effet un aléa de lubrification ou un passage d'impuretés, dues à une mauvaise filtration, peut produire une destruction du palier par usure et échauffement. [LIG1997]

#### **Limite c**

C'est principalement le risque de grippage qui est la cause de cette limitation. Cette avarie peut être provoquée par le non équilibre thermique entre la chaleur évacuée et la chaleur excédentaire importante, du fait de fortes valeurs du  $PV$ , générée par un aléa de lubrification.[LIG1997]



**Fig. 2.3** les différentes limites de fonctionnement d'un palier dans un diagramme *PV* [LIG1997]

#### Limite d

C'est aussi le grippage qui est en cause avec la différence toutefois que la température de fonctionnement du palier provoque l'écoulement par fluage du revêtement du coussinet. [LIG1997]

#### Limite e

La cause, de nouveau thermique, est différente de la précédente. La forte température de l'huile, provoque une oxydation de celle-ci qui peut, outre les modifications de caractéristiques de l'huile, entraîner la corrosion de revêtement du coussinet. [LIG1997]

#### Limite f

Des problèmes d'instabilité de fonctionnement, c'est-à-dire de fouettement de l'arbre, limitent le fonctionnement du palier à vitesse élevée et faible charge. Pour annihiler ce phénomène, on utilise des paliers multilobes, avec un rapport de jeu de palier adéquat. [LIG1997]

## 2.4. Condition de fonctionnement d'un palier

Il est nécessaire que l'épaisseur minimum du film lubrifiant (entrefer) soit supérieure à la hauteur maximum des défauts de surface.

### 2.4.1. Avantages et points forts

- Facile à mettre en œuvre pour des pivots de glissement élevée et continue.
- Adaptation aux fortes charges et grandes vitesses.
- Supportent les charges dynamiques importantes.
- Rigidité et capacité d'amortissement importante.
- Pas d'effet Brinell.
- Pas de limitation de diamètre

### 2.4.2. Inconvénient et points faibles

- Complexité et coût d'installation (circuit hydrodynamique et calage)
- Manque de standardisation
- Risque de fouettement
- Limitation de la stabilité (perfectionner la stabilité en utilisant des paliers multilobes, et à patins oscillants)
- Difficulté de réalisation pour les vitesses faibles, les mouvements aléatoires et les glissements

Généralement, les paliers lisses sont utilisés pour les rotors lourdement chargés (turbines de centrales électrique,...) tournant à très grandes vitesses (rotors de compresseurs) et soumis à des charge dynamiques (paliers de bielle, paliers de vilebrequin).

## 2.5. Les différents régimes de fonctionnement du palier

Historiquement, c'est *Richard Stribeck*, [LIG1997] qui le premier établit une classification basée sur le tracé d'un ratio du type de ceux précédemment. Ce graphe est toujours utilisé et a pris le nom de courbe de *Stribeck*. Il semble que celle-ci a été initialement établie pour définir la relation qui existe entre le coefficient de friction d'un palier et l'épaisseur de film, puis ultérieurement avec la variable :

$$\frac{\mu \cdot N}{P} \quad (\text{variable de } \mathbf{Hershey})$$

Avec :

$\mu$  : la viscosité dynamique,

$N$  : la vitesse de rotation de l'arbre par rapport au palier,

$P$  : la pression diamétrale appliquée au palier.

La variable de Hershey s'applique dans le cas d'un palier soumis à une charge fixe en intensité et direction. Dans les conditions d'obtention de cette courbe, il faut noter que le lubrifiant est supposé sans débit. Il n'y a donc pas de friction ou d'usure générée par l'érosion ou l'abrasion due au passage de particules dures. Cette hypothèse n'est bien entendu pas vérifiée sur un palier de moteur mais peut cependant l'être dans des conditions de laboratoire.

### 2.5.1. Courbe de Stribeck

#### 2.5.1.1. Définition

Cette courbe a permis de différencier trois principaux modes de fonctionnement ou régimes de lubrification d'un palier. Ceux-ci sont identifiés en fonction du type d'interactions de contact qui survient entre la surface du matériau antifriction et la surface antagoniste.

La figure 2.4 illustre ces trois modes de fonctionnement :

- la région 1 est définie comme étant un régime de lubrification limite
- la région 2 correspond à un régime de lubrification dit mixte
- la région 3 est dite lubrification hydrodynamique

#### 2.5.1.2. Lubrification limite

##### a) Définition

Ce régime est habituellement caractérisé par le fait que la charge appliquée sur le palier est totalement supportée par les aspérités en contact, ces aspérités possédant un film de lubrifiant absorbé complet ou rompu.

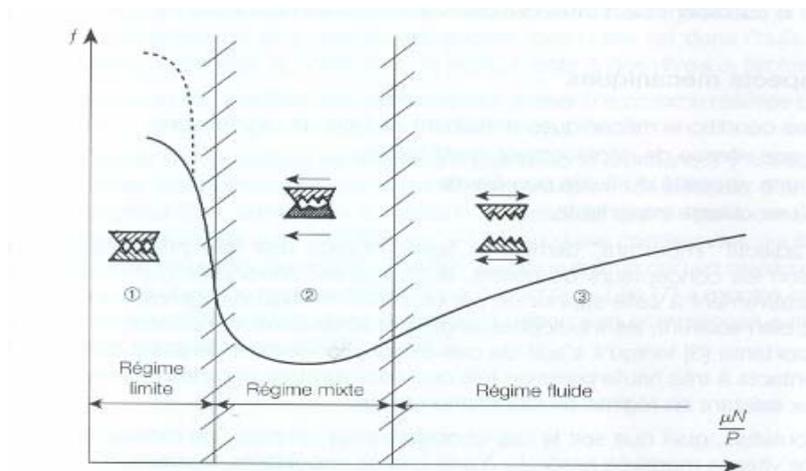
Lorsque le film adsorbé est rompu, voir inexistant sur les aires de contact, cette non continuité donne, dans la représentation de la courbe de *Stribeck*, un coefficient de friction plus élevé conformément au tracé en pointillé de la figure 2.4. Physiquement, celui-ci correspond au cas où les aspérités des deux surfaces antagonistes viennent s'entrechoquer et rompent, sous l'intensité du contact du film adsorbé. L'accroissement

de friction et d'usure peut alors être provoqué par l'adhérence des matériaux en contact et par le transfert de matière qui peut survenir lors de la rupture des zones de contact adhérentes.

### b) Aspect mécanique

Les conditions mécaniques entraînant ce type de régime sont :

- la vitesse de déplacement relatif faible ;
- une viscosité de fluide peu élevée ;
- une charge importante.



**Figure 2.4** les différents régimes de lubrification [LIG1997]

L'adjectif important derrière le terme charge doit être pris avec précaution car, selon les concepteurs de palier, la charge est considérée comme étant faible comparativement à celle supportée par un palier en régime hydrodynamique. Par contre, bien souvent, les tribologues anglais et américains, considèrent que la charge est importante lorsqu'il s'agit de cas de fonctionnement de paliers où surviennent des contacts à très haute pression tels que ceux existants dans les roulements à billes ou ceux existants en régime de lubrification mixte.

Toutefois, quel que soit le cas considéré pour un palier de moteur avec coussinet, une vitesse modérée associée à une charge importante, conduira à un échauffement trop important pour être supporté par le matériau antifriction (température de palier supérieure à la température de fusion du matériau antifriction).

En abordant ce mode de lubrification sous l'angle « constat », il apparaît que ce mode est aussi caractérisé par le fait que la friction et l'usure qui surviennent entre les deux surfaces en mouvement relatif sont déterminées par des propriétés géométriques et

mécaniques des surfaces, et par les propriétés du lubrifiant aux voisinages des surfaces (adsorption, piézoviscosité...)

### 2.5.1.3. Lubrification mixte

Comme pour le régime précédent, nous ne considérons que les cas relatifs aux paliers. Ainsi nous n'aborderons pas le cas des contacts concentrés qui sont, entre autre, du domaine des engrenages.

#### a) Définition du régime

En lubrification mixte, le mouvement relatif des surfaces antagonistes n'est pas encore hydrodynamique. En effet, doit-on considérer le régime comme initialisé lorsque l'épaisseur de film est telle que les plus hautes des aspérités des deux surfaces peuvent se rencontrer. En fait, le sujet n'a pas encore fait l'objet d'un accord unanime des spécialistes.

On distingue quatre approches :

- l'une, la plus courante, consiste à considérer que ce régime commence (à partir du régime hydrodynamique) lorsque le paramètre  $\lambda_c$  est inférieur à 3,  $\lambda_c$  étant le rapport entre l'épaisseur minimum de film et la valeur de l'écart type des rugosités cumulées de chaque surface. Le facteur 3 sous-entend que la probabilité de contact est quasi nulle (très inférieure à 0.12% car la distribution des hauteurs d'aspérités est tronquée par rapport à une distribution gaussienne).
- Une approche plus simple consiste à considérer que ce régime survient lorsque le coefficient de friction est minimum.
- Une autre approche consiste à considérer que ce régime survient lorsque la moyenne la plus forte de cinq hauteurs d'aspérités successives de chaque surface est supérieure à l'épaisseur de film.
- Et finalement, une approche qui tente de mieux représenter la réalité en modifiant le calcul du coefficient  $\lambda_c$  par rapport aux phénomènes observés lors de contact glissant ou roulant.

L'approche qui nous semble toutefois la plus réaliste est la première, pour trois raisons :

- lors de la première mise en route du système, il y a rodage des surfaces sans réelle usure ou dégradation. Les plus fortes hauteurs d'aspérités sont très rapidement supprimées ;

- le point de friction minimum n'est pas sans usure. Il est d'ailleurs fréquemment constaté que pour un palier fonctionnant au voisinage du point de friction minimale de la courbe de *Stribeck*, le volume d'usure est fonction du temps. Ceci implique que le contact entre aspérités a déjà un effet non négligeable ;
- par l'expérience, sans pouvoir être totalement déterministe, le point de transition se trouve à droite du point de friction minimum et pour des valeurs proches du ratio 3 indiqué dans la première approche.

La lubrification mixte a souvent été désignée dans les années 1960 à 1990 par le terme de lubrification onctueuse. Ce qualificatif donne plus une représentation de la lubrification mixte proche de la lubrification limite.

### **b) Lubrification des aspérités**

La stabilité de ce régime de lubrification est fonction des phénomènes qui surviennent au niveau des aspérités. Les principaux phénomènes sont :

- ✓ L'élasticité des surfaces, qui est traitée par la lubrification élastohydrodynamique des contacts concentrés. Cet aspect intéresse plus particulièrement les spécialistes de roulements où le contact s'effectue avec des actions de roulement et de glissement combinées.
- ✓ La présence de films de polymères. Ceux-ci sont générés lorsque les contacts entre aspérités donnent des températures supérieures à la température d'oxydation du lubrifiant. En effet, lorsque le lubrifiant subit une oxydation due à un échauffement, il peut résulter la polymérisation d'une chaîne moléculaire de haut poids. Bien que ce composant forme un film protecteur, il n'est plus soluble dans l'huile et forme des résidus beaucoup plus difficiles à cisailer.
- ✓ L'adsorption du lubrifiant en surface des aspérités.
- ✓ La création de film oxyde. Ceux-ci sont formés par l'oxygène présent dans le milieu ou dissous dans le lubrifiant.

### **c) Rodage**

La phase de rodage se situe, lorsqu'elle a lieu, en lubrification mixte. Il se produit alors une amélioration de la conformation, de la topographie des surfaces, de la compatibilité.

- a. La conformation des surfaces s'explique par le fait qu'il y a usure des zones

- à trop forte pression de contact pendant la phase de rodage.
- b. L'amélioration de l'état de surface se fait par l'intervention de différents mécanismes d'usure, abrasion et fatigue des aspérités trop hautes par rapport à l'épaisseur de film, et parfois par de légers grippage localisés (*scuffing*) de la surface.
  - c. L'amélioration de la compatibilité en friction s'obtiendra par la création d'un film d'oxyde sur la surface.

Dans le cas où l'arbre et le matériau antifriction, ou les particules dures, de celui-ci, sont de duretés assez proches, l'état de surface des deux corps antagonistes se parfait au cours du fonctionnement. C'est toutefois pendant les premiers instants que l'on assiste aux améliorations notables des caractéristiques de fonctionnement du palier. La valeur du point de friction minimum décroît.

#### 2.5.1.4. Lubrification hydrodynamique

##### Définition

Lorsqu'un fluide lubrifiant présente entre deux surfaces en mouvements relatifs l'une par rapport à l'autre (glissement ou rotation), génère une pression en son sein et maintient distantes les deux surfaces antagonistes, on dit qu'il y a lubrification hydrodynamique.

Dans certains cas, pour mieux différencier ce régime du régime à lubrification mixte, on parle de lubrification hydrodynamique parfaite ou totale. Il existe deux modes d'actions pour générer ce film porteur :

- Le coint convergent. C'est principalement le cas du fonctionnement des paliers à charges fixés ;
- L'écrasement de film. C'est un des aspects qui caractérise le fonctionnement hydrodynamique d'une bague de pied de bielle.

##### a) Remarques diverses

Les conditions de chargement et de fonctionnement conduisent à des simulations numériques plus ou moins complexes. Les principaux cas types de fonctionnement sont :

- le cas le plus simple, charge constante appliquée sur un palier en rotation uniforme ;

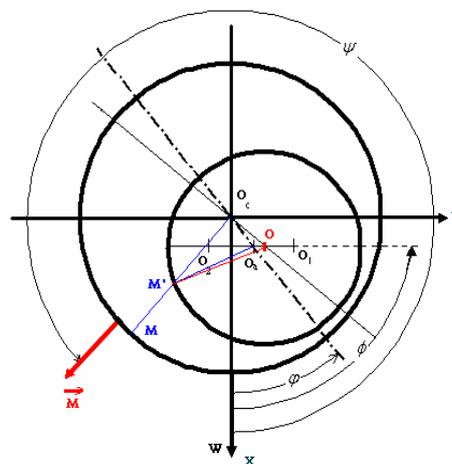
- charge dynamique non uniforme, appliquée sur un palier en rotation ;
- charge dynamique appliquée au système en mouvement oscillant ;
- charge dynamique appliquée sur un palier se déformant par élasticité c'est l'élastohydrodynamique. On différencie deux cas :
  - les déformées de logement de palier circulaire ;
  - les déformées locales survenant dans les contacts concentrés ;
- charge dynamique appliquée sur un corps se déformant par plasticité. C'est la lubrification plastohydrodynamique. Ce sujet concerne essentiellement la mise en forme des métaux ;
- le fluide peut être compressible.

## 2.6 Epaisseur de film

Dans le cas générale, et en fonctionnement statique d'un palier, on peut trouver une expression analytique générale de l'épaisseur de film lubrifiant. D'après la **figure \***, il est possible de repérer la position de l'arbre "  $O_1O_aO_2$  " dans le coussinet par l'excentricité « e » obtenue dans le plan médiane du palier, ainsi que par un angle et une amplitude d'inclinaison qui s'appel encore angle de mésalignement. L'angle de mésalignement  $\phi$  représente l'angle existant entre la projection de l'axe  $O_1O_2$  dans le plan médian avec l'axe vertical. Par ailleurs, l'amplitude de mésalignement sera caractérisée par la distance « d » obtenue en projetant l'axe  $O_1O_2$  dans le plan médian du palier, cette distance est dépend directement de jeu radial C, de l'excentricité « e » de l'angle de calage  $\varphi$  et de l'angle de mésalignement  $\phi$  [PIE2000].

$$d = O_1O_2$$

$$e = OcOa$$



**Figure 2.5** Section droite du palier pour une cote z quelconque

Considérons une section quelconque du palier d'abscisse  $z$ . tel que, l'arbre dans cette section admet une excentricité  $e_z$ , et la ligne des centre fait un angle  $\psi$  avec la direction de la charge voir **Figure\***. L'épaisseur de film est donnée par :

$$h = O_c M - O_c M' = R + C - O_c M' \quad 2.9$$

Si on met  $\alpha = O_c M' O$  et appliquons la règle des sinus dans le triangle  $O_c M' O$ , on obtient :

$$\frac{e_z}{\sin \alpha} = \frac{O_c M'}{\sin(M' O O_c)} = \frac{R}{\sin(O O_c M')} \quad 2.10$$

D'ailleurs, on a :

$$O O_c M' = \psi - \theta + \pi \quad 2.11$$

$$M' O O_c = \theta - \psi - \alpha \quad 2.12$$

D'autre part :

$$O_c M' = R \frac{\sin(\alpha + \psi - \theta)}{\sin(\psi - \theta)} = R (\cos \alpha + \sin \alpha \cdot \cot(\psi - \theta)) \quad 2.13$$

et

$$\sin(\psi - \theta) = -\frac{R}{e_z} \sin \alpha \quad 2.14$$

d'où

$$O_c M' = R \left( \cos \alpha - \frac{R}{e_z} \cos(\psi - \theta) \right) = R \sqrt{1 - \frac{e_z^2}{R^2} \sin^2(\psi - \theta) - e_z \cdot \cos(\psi - \theta)} \quad 2.15$$

Appliquant la règle des trois sinus sur le triangle  $O_a O_c O$ , on obtient :

$$\frac{e_z}{\sin(\phi - \varphi)} = \frac{O_c O}{\sin(\psi - \varphi)} \quad 2.16$$

la relation de Challe donne

$$e_z = e + O_c O \quad 2.17$$

d'où

$$e_z^2 = e^2 + O_c O^2 + 2e \cdot O_c O \cdot \cos(\phi - \varphi) \quad 2.18$$

Nous obtenons alors

$$\begin{aligned}\cos(\theta - \psi) &= \frac{1}{e_z} \left[ e \cdot \cos(\theta - \varphi) + OaO \cdot \cos(\theta - \phi) \right] \\ \cos(\theta - \psi) &= \frac{1}{e_z} \left[ e \cdot \sin(\theta - \varphi) + OaO \cdot \sin(\theta - \phi) \right]\end{aligned}\quad 2.19$$

si on considère l'arbre comme indéformable, nous pouvons écrire :

$$OaO = d \frac{z - \frac{L}{2}}{L} = \delta C \left( \frac{z}{L} - \frac{1}{2} \right) \quad 2.20$$

Où  $\delta = \frac{d}{C}$  représente la distance relative de mésalignement

En tenant compte des équations précédentes, nous pouvons exprimer l'épaisseur de film dans un section quelconque du palier par :

$$h = R + C - R \sqrt{1 - \frac{1}{R^2} \left( e \cdot \sin(\theta - \varphi) - \delta \frac{C}{L} \left( z - \frac{L}{2} \right) \sin(\theta - \phi) \right)^2} + e \cos(\theta - \varphi) - \delta \frac{C}{L} \left( z - \frac{L}{2} \right) \sin(\theta - \phi) \quad 2.21$$

par contre on à

$$R \sqrt{1 - \frac{1}{R^2} \left( e \cdot \sin(\theta - \varphi) - \delta \frac{C}{L} \left( z - \frac{L}{2} \right) \sin(\theta - \phi) \right)^2} \approx R \quad 2.22$$

l'expression de l'épaisseur de film devient

$$h = C + e \cos(\theta - \varphi) - \delta \frac{C}{L} \left( z - \frac{L}{2} \right) \sin(\theta - \phi) \quad 2.23$$

si on suppose que le palier est aligné, on à

$$\delta = 0 \quad 2.24$$

d'où

$$h = C + e \cos(\theta - \varphi) \quad 2.25$$

## 2.7. Modélisation mathématique

### 2.7.1. Equations générales de la mécanique des fluides visqueux

Les équations générales de la lubrification hydrodynamique par fluide newtonien prennent différentes formes selon les hypothèses effectuées. Dans ce chapitre, au risque de compliquer la présentation, nous démontrons la forme la plus générale de ces équations. Puis à la suite d'hypothèses plus restrictives, nous en déduisons des formes simplifiées spécifiques à l'étude de problèmes particuliers en lubrification.

Les équations générales de la mécanique des films visqueux permettent, compte tenu de

conditions géométriques et cinématiques, de déterminer les caractéristiques d'un écoulement en film mince et en particulier sa portance.

L'écoulement du fluide dans l'entrefer est régi par les équations de continuité, de la quantité de mouvement et de l'énergie.

### 2.7.1.1. Equation de continuité

La première étape est de noter un bilan de matière pour l'élément liquide, et on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Taux d'augmentation de la} \\ \text{masse de l'élément liquide} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{débit net de la masse} \\ \text{dans l'élément liquide} \end{array} \right\} \quad [\text{VER1995}] \quad 2.27$$

Le taux d'augmentation de la masse de l'élément liquide est :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \delta x \delta y \delta z) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta x \delta y \delta z \quad 2.28$$

Après nous devons expliquer le taux d'écoulement de la masse à travers une configuration de l'élément qui est donné par le produit de la densité, et de la composante normale de vitesse.

2.29

Bilan des quantités de mouvement sur un élément de volume infinitésimal :

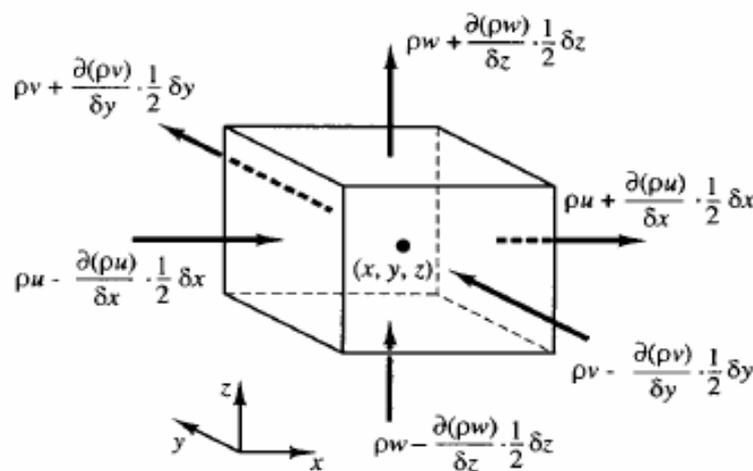


Figure 2.5 Bilan sur un élément

De la figure 2.5, le taux net de l'écoulement de la masse dans l'élément à travers ses frontières est donné par

$$\begin{aligned}
& \left( \rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \cdot \frac{1}{2} \delta x \right) \cdot \delta y \delta z - \left( \rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \cdot \frac{1}{2} \delta x \right) \cdot \delta y \delta z \\
& + \left( \rho v - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \cdot \frac{1}{2} \delta y \right) \cdot \delta x \delta z - \left( \rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \cdot \frac{1}{2} \delta y \right) \cdot \delta x \delta z \\
& + \left( \rho w - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \cdot \frac{1}{2} \delta z \right) \cdot \delta y \delta x - \left( \rho w + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \cdot \frac{1}{2} \delta z \right) \cdot \delta y \delta x
\end{aligned}$$

D'après la relation 2.27, on égalisant les relations 2.28 avec 2.29, et divisant les deux membres par l'élément de volume infinitésimale.

Ceci rapporte :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad 2.30$$

Ou par une notation plus compact de vecteur :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad 2.31$$

D'où l'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho V_j) = 0 \quad 2.32$$

$$\underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t} + V_j \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x_j}}_{\text{dérivé particulaire}} + \rho \cdot \frac{\partial}{\partial x_j} (V_j) = 0 \quad 2.33$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \cdot \frac{\partial}{\partial x_j} (V_j) = 0 \quad 2.34$$

Avec :

$$\frac{d\rho}{dt} \text{ représente la dérivée particulaire}$$

### 2.7.1.2. Equation de quantité de mouvement

L'application de la loi de Newton (loi fondamentale de la dynamique) du mouvement à un élément fluide infinitésimal satisfaisant l'hypothèse du *continuum* aboutit à l'équation de mouvement de Cauchy,

$$\rho \cdot \frac{dV_i}{dt} = f_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial X_j} \quad 2.35$$

Où la dérivée matérielle,  $\frac{dV_i}{dt}$ , comprend les termes suivants :

$$\underbrace{\frac{dV_i}{dt}}_{\text{accélération totale}} = \underbrace{\frac{\partial V_i}{\partial t}}_{\text{partie instationnaire}} + \underbrace{V_1 \frac{\partial V_i}{\partial X_1} + V_2 \frac{\partial V_i}{\partial X_2} + V_3 \frac{\partial V_i}{\partial X_3}}_{\text{partie convective}} \quad 2.36$$

avec,

$\rho$  : masse volumique du fluide,

$\{V\} \equiv V = \{V_1, V_2, V_3\}^t$  : vecteur vitesse de la particule fluide,

$\{f\} \equiv f = \{f_1, f_2, f_3\}^t$  : vecteur des forces de volume,

$[\tau]$  : tenseur des contraintes de Cauchy,

$\{X\} = \{X_1, X_2, X_3\}$  : système de coordonnées spatiales dans la configuration actuelle de l'élément fluide.

La partie instationnaire correspond à l'accélération locale d'une particule fluide et est nulle pour des écoulements en régime permanent. L'accélération convective représente le changement de vitesse résultant du transport de la particule d'un emplacement à un autre où la vitesse est différente.

Pour un fluide dit **newtonien**, l'équation constitutive exprime une relation linéaire entre les contraintes et le taux de déformation :

$$\tau_{ij} = -p.\delta_{ij} + \sigma_{ij} = -p.\delta_{ij} + K_{ijmn}D_{mn} \quad 2.37$$

Le terme  $(-p.\delta_{ij})$ , où  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecker, correspond à la partie sphérique des contraintes.

La grandeur  $p$  est approchée par la **pression thermodynamique**, laquelle est liée à la masse volumique et à la température par une équation d'état. Bien que des quantités thermodynamiques ne soient définies que pour des états d'équilibre, ce qui n'est pas obligatoirement le cas d'un fluide en mouvement. Les erreurs dues à cette approximation sont négligeables, pourvu que le temps de relaxation des molécules du fluide soit faible devant l'échelle temporelle de l'écoulement.

Dans la partie anisotropique,  $[\sigma]$  du tenseur de Cauchy, on identifie le tenseur **taux de déformation** :

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_i}{\partial X_j} + \frac{\partial V_j}{\partial X_i} \right) \quad 2.38$$

Puisque  $[\sigma]$  est un tenseur symétrique,  $K_{ijmn}$  doit l'être également. Si l'on suppose en plus que le milieu est isotropique, on démontre que deux termes seulement de  $K_{ijmn}$  sont non nuls et que l'équation constitutive peut s'écrire :

$$\tau_{ij} = -p.\delta_{ij} + 2.\mu.D_{ij} + \lambda.D_{mm}.\delta_{ij} \quad 2.39$$

où  $\mu$  et  $\lambda$  sont deux constantes scalaires appelées respectivement viscosité dynamique et coefficient de viscosité, appelées encore les coefficients de Lamé en mécanique des solides déformables élastiquement, et  $D_{mm} = \nabla.V$  est le taux de déformation volumétrique.

En définissant la pression moyenne,  $-\bar{p}$ , comme la moyenne des termes diagonaux de  $[\tau]$ , lorsque l'on pose  $i = j$ , la somme sur les indices répétés de l'équation précédente fournit :

$$p - \bar{p} = \zeta \nabla \cdot V \quad 2.40$$

Où  $\zeta = \left(\frac{2}{3}\mu + \lambda\right)$  est une constante de proportionnalité appelée coefficient de viscosité volumique.

Dans la majorité des problèmes de la mécanique des fluides, et exactement dans les cas où le fluide est incompressible, l'hypothèse de Stokes,

$$\zeta = 0 \quad 2.41$$

s'avère correcte. L'équation constitutive d'un fluide newtonien (2.39) devient donc :

$$\tau_{ij} = -\left(p + \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot V\right)\delta_{ij} + 2.\mu.D_{ij} \quad 2.42$$

où la constante  $\mu$  est appelée la **viscosité dynamique** du fluide.

En reportant l'équation constitutive d'un fluide newtonien 2.42 dans l'équation de mouvement de Cauchy 2.35, on obtient l'équation de quantité de mouvement

$$\rho \frac{dV_i}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial X_i} + f_i + \frac{\partial}{\partial X_j} \left[ 2 \cdot \mu \cdot D_{ij} - \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot (\nabla \cdot V) \delta_{ij} \right] \quad 2.43$$

Ou :

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho \vec{V} \cdot \overline{\text{grad}}(\vec{V}) = & -\overline{\text{grad}}(p) - \frac{2}{3} \mu \cdot \overline{\text{grad}}(\text{div}(\vec{V})) + \mu \Delta \vec{V} \\ & - \frac{2}{3} \overline{\text{grad}}(\mu) \cdot \text{div}(\vec{V}) + 2 \overline{\overline{D}} \cdot \overline{\text{grad}}(\mu) \end{aligned} \quad 2.44$$

avec :

$$\left( \overline{\text{grad}}(\vec{V}) \right)_{ij} = \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \quad 2.45$$

Bien que la viscosité soit une fonction de la pression et de la température qui caractérisent l'état thermodynamique du fluide.

Afin d'uniformiser notre notation par rapport à celle communément utilisée dans la littérature scientifique consacrée au palier lisse cylindrique, nous désignerons désormais  $\{V_1, V_2, V_3\} = \{u, v, w\}$  et  $\{X_1, X_2, X_3\} = \{x, y, z\}$ .

## 2.7.2. Développement des équations

Projetons la dernière équation sur les axes dans un espace annulaire. Néanmoins on prendra en compte des hypothèses simplificatrices dans le cas du problème étudié.

### 2.7.2.1. Hypothèses

Considérons les hypothèses suivantes :

- L'écoulement est laminaire
- Il n'y a pas de glissement entre le fluide et les parois de contact (adhérence à la paroi)
- La courbure générale du contact est négligée

En négligeant la courbure du film, la surface du coussinet est confondue avec le plan (xoz) dans la configuration du palier développé.

Le vecteur vitesse a pour composantes  $\vec{V} = \begin{cases} u \\ v \\ w \end{cases}$  et le vecteur position  $\vec{X} = \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases}$

### 2.7.2.2. Equation de continuité

L'expression de l'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad 2.46$$

### 2.7.2.3. Equation de quantité de mouvement

Les expressions des équations des quantités de mouvement s'écrivent avec :

La projection par rapport à (ox) donne l'équation suivante

$$\begin{aligned} \rho \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ &+ \mu \cdot \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial x} \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ &+ \left[ 2 \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \mu}{\partial x} + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \cdot \frac{\partial \mu}{\partial y} + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \cdot \frac{\partial \mu}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad 2.47$$

La projection par rapport à (oy) donne l'équation suivante

$$\begin{aligned} \rho \cdot \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{2}{3} \mu \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ &+ \mu \cdot \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial y} \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ &+ \left[ 2 \cdot \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial \mu}{\partial y} + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \cdot \frac{\partial \mu}{\partial x} + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \cdot \frac{\partial \mu}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad 2.48$$

La projection par rapport à (oz) donne l'équation suivante

$$\begin{aligned} \rho \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{2}{3} \mu \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ &+ \mu \cdot \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial z} \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ &+ \left[ 2 \cdot \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial \mu}{\partial z} + \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \cdot \frac{\partial \mu}{\partial y} + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \cdot \frac{\partial \mu}{\partial x} \right] \end{aligned} \quad 2.49$$

Pour un écoulement permanent, on obtient :

La projection par rapport à (ox) donne l'équation suivante

$$\begin{aligned} \rho \cdot \left( u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ &+ \mu \cdot \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial x} \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ &+ \left[ 2 \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \mu}{\partial x} + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \cdot \frac{\partial \mu}{\partial y} + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \cdot \frac{\partial \mu}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad 2.50$$

La projection par rapport à (oy) donne l'équation suivante

$$\begin{aligned} \rho \cdot \left( u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{2}{3} \mu \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ &+ \mu \cdot \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial y} \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ &+ \left[ 2 \cdot \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial \mu}{\partial y} + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \cdot \frac{\partial \mu}{\partial x} + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \cdot \frac{\partial \mu}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad 2.51$$

La projection par rapport à (oz) donne l'équation suivante

$$\begin{aligned} \rho \cdot \left( u \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{2}{3} \mu \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ &+ \mu \cdot \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial z} \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ &+ \left[ 2 \cdot \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial \mu}{\partial z} + \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \cdot \frac{\partial \mu}{\partial y} + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \cdot \frac{\partial \mu}{\partial x} \right] \end{aligned} \quad 2.52$$

### 2.7.3. Equation de la température

On suppose alors que l'énergie interne peut être exprimée en fonction d'une enthalpie massique uniquement fonction de la température T et de la pression P, soit donc [LIG1997] :

$$U = H(T, P) - \frac{P}{\rho} \quad 2.53$$

La quantité  $\rho \frac{dU}{dt}$  devient :

$$\rho \frac{dU}{dt} = \rho \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_p \frac{dT}{dt} + \rho \left( \frac{\partial H}{\partial P} \right)_T \frac{dP}{dt} - \rho \frac{d}{dt} \left( \frac{P}{\rho} \right) \quad 2.54$$

Compte tenu du premier principe de la thermodynamique, on possède les relations suivantes :

$$\left( \frac{\partial H}{\partial P} \right)_T = \frac{1}{\rho} (1 - \alpha T) \quad 2.55$$

Avec  $\alpha = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$  ou coefficient de dilatation volumique à pression constante

$$\left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_p = C_p \quad \text{Chaleur spécifique à pression constante}$$

L'expression (2.54) peut aussi s'écrire [LIG1997] :

$$\rho \cdot C_p \frac{dT}{dt} = C_p \frac{dT}{dt} - \alpha \cdot T \cdot \frac{dP}{dt} - P \frac{\partial V_i}{\partial x_i} \quad 2.56$$

On a encore

$$\rho \frac{dU}{dt} = \sigma_{ij} \cdot D_{ij} + \frac{\partial^2 (k \cdot T)}{\partial x_i^2} \quad 2.57$$

L'égalité des équations (2.54) et (2.57) conduit à :

$$\rho \cdot C_p \frac{dT}{dt} = \alpha \cdot T \cdot \frac{dP}{dt} - P \frac{\partial V_i}{\partial x_i} + \sigma_{ij} \cdot D_{ij} + \frac{\partial^2 \lambda T}{\partial x_i^2} \quad 2.58$$

Dans le cas d'un fluide newtonien ; l'équation de l'énergie devient :

$$\rho \cdot C_p \frac{dT}{dt} = \alpha \cdot T \cdot \frac{dP}{dt} + \frac{\partial k}{\partial x_i} \left( \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + k \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_i} \right)^2 + \mu \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) \quad 2.59$$

Si on néglige les termes des dilatations et de compressibilité de fluide on trouve

$$\rho \cdot C_p \frac{dT}{dt} = \frac{\partial k}{\partial x_i} \left( \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \mu \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) \quad 2.60$$

Pour un écoulement permanent l'équation de l'énergie devient :

$$\underbrace{\rho \cdot C_p \cdot \left( u \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right)}_{\text{Convection}} = \underbrace{\text{div} \left( k \cdot \overrightarrow{\text{grad}} (T) \right)}_{\text{Conduction}} + \underbrace{\mu \cdot \Phi}_{\text{Dissipation visqueuse}} \quad 2.61$$

## 2.8. Classification des lubrifiants

La classification internationale des huiles industrielles est la classification ISO VG dont chaque classe est repérée par le nombre entier qui correspond sensiblement à la viscosité cinématique en centistokes de lubrifiant à 40°C, le tableau 2.1 représente des viscosités de plusieurs types de lubrifiant selon la norme ISO 3448 (1975).

	Classe ISO de viscosité	Viscosité cinématique médiane en centistokes à 40.0°C	Limite de la viscosité cinématique à 40 °C	
			minimum	maximum
<b>Huile de broche</b>	<b>ISO VG 2</b>	2.2	1.98	2.42
	<b>ISO VG 3</b>	3.2	2.88	3.52
	<b>ISO VG 5</b>	4.6	4.14	5.06
	<b>ISO VG 7</b>	6.8	6.12	7.48
	<b>ISO VG 10</b>	10	9.00	11.0
	<b>ISO VG 15</b>	15	13.5	16.5
	<b>ISO VG 22</b>	22	19.8	24.2
<b>Huile de machine légère</b>	<b>ISO VG 32</b>	32	28.8	35.2
	<b>ISO VG 46</b>	46	41.4	50.6
<b>Huile de machine lourd</b>	<b>ISO VG 68</b>	68	61.2	74.8
	<b>ISO VG 100</b>	100	90	110
	<b>ISO VG 150</b>	150	135	165
	<b>ISO VG 220</b>	220	198	242
	<b>ISO VG 320</b>	320	288	352
<b>Huile à cylindre</b>	<b>ISO VG 460</b>	460	414	506
	<b>ISO VG 680</b>	680	612	748
	<b>ISO VG 1000</b>	1000	900	1100
	<b>ISO VG 1500</b>	1500	1350	1650

**Tableau 2.1** Classification ISO des huiles industrielles

## 2.9. Relation Viscosité-Température

La viscosité d'un fluide définit sa résistance à tout glissement interne de ses molécules les unes sur les autres. La viscosité du lubrifiant est sensible aux variations de la température ; l'échauffement du fluide entraîne une diminution importante de la viscosité. A titre d'exemple au voisinage de 20°C, la viscosité des huiles minérales peut varier entre

10 et 15% par degré Kelvin. C'est une fonction décroissante de la température. Elle chute très rapidement aux basses températures, puis lentement aux températures élevées.

Les tentatives de couplage ont conduit à définir la viscosité en fonction de la température par des relations mathématiques simples qui respectent au mieux la réalité. Reynolds, le premier (1886), a proposé une loi de type exponentielle.

Plusieurs lois, représentant la variation de la viscosité en fonction de la température ont été établies.

Parmi celles-ci, on peut citer :

- La relation proposé par Reynolds : **[FIL1987]**

$$\mu/\mu_0 = \exp(-\beta(T - T_0))$$

Où  $\mu$  et  $\mu_0$ , sont les viscosités dynamiques respectivement à la température  $T$  et  $T_0$  et  $\beta$  est le terme de thermoviscosité

- La relation établie par Mc Coull et Walther : **[DAD1998]**

$$\text{Log}_{10}\text{Log}_{10}(v + a) = -m\text{Log}_{10}T + n$$

Où  $v$  est la viscosité cinématique,  $a$ ,  $m$ ,  $n$  sont des constantes qui dépendent du lubrifiant et  $T$  représente la température absolue. En général, la valeur de  $a$  varie entre 0.6 et 0.75

La courbe de variation de la viscosité en fonction de la température (droite dans un repère logarithmique), tracée à l'aide de la relation de Mc Coull, a été normalisée par l'ASTM ( American Society for Testing Materials). Ce graphique permet de donner la viscosité d'une huile à n'importe quelle température si elle est connue pour deux autres températures données.

- La relation proposé par Grouff : **[DAD1998]**

$$\mu = \mu_0 \exp(-E/T)$$

$$\text{Avec : } E = a + bT + cT^2$$

Où  $\mu_0$  est la viscosité dynamique à une température donnée,  $T$  est la température absolue et où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont propres à chaque lubrifiant.

Cette dernière formulation nécessite quatre points de mesures, mais offre l'avantage, dans les extrapolations.

Lorsque  $E$  est une constante, cette formule est alors dite relation de Guzman-Andrade.

Une simplification de cette relation conduit à la formule de Vogel. Celle-ci s'écrit :

$$\mu = \mu_0 \exp\left(\frac{a}{(T-b)}\right)$$

- La relation de Batt : **[DAD1998]**

$$\left[\text{Log}_{10}(\nu + 0.8)\right]^{0.3} = A + \frac{B}{T}$$

Avec  $\nu$  est la viscosité cinématique du lubrifiant, T est la température absolue et A et B sont des constantes caractéristiques du lubrifiant

- La relation de Hugel et Clairbois : **[DAD1998]**

$$\text{Log}_{10}(\mu + a)(T + b) = c$$

Avec  $\mu$  est la viscosité dynamique du lubrifiant, T est la température absolue et a, b et c sont des constantes caractéristiques du lubrifiant

- La relation polynomiale :

$$\mu = k_0 - k_1 T + k_2 T^2$$

Cette relation est utilisée par Boncompain et al. en 1987 **[BON1987]**

Où  $k_0, k_1$  et  $k_2$  sont des coefficients de la viscosité dynamique du fluide.

- La relation de Sherman : **[SAN1995]**

$$\mu = \mu_0 \cdot \left(\frac{T}{T_0}\right)^{k_1} \cdot \exp\left[k_2 \cdot \left(\frac{1}{T} - k_3\right)\right]$$

Avec  $\mu_0$  et  $\mu$  sont les viscosités dynamiques respectivement aux températures  $T_0$  et T (en Kelvin),  $k_1, k_2$  et  $k_3$  sont des coefficients qui dépendent du fluide

A titre d'exemple pour l'eau la relation de Sherman **[SAN1995]**, pour une température de référence de 20°C, s'écrit :

$$\mu = \mu_0 \cdot \left(\frac{T}{293}\right)^{8.9} \cdot \exp\left[4700 \cdot \left(\frac{1}{T} - 1.293\right)\right]$$

- La relation de Sutherland : **[MIT1983]**

$$\mu = C_1 \cdot \frac{T^{3/2}}{T + C_2}$$

Avec  $C_1$  et  $C_2$  sont des constantes dépendant du fluide, et T est la température en Kelvin.

En général, cette formule est utilisée pour les gaz.

A titre d'exemple, pour l'air, on a

$$\begin{cases} C_1 = 1.458 \cdot 10^{-6} \text{ kg}/(\text{ms}\sqrt{K}) \\ C_2 = 110.4K \end{cases}$$

### 2.10. Indice de viscosité

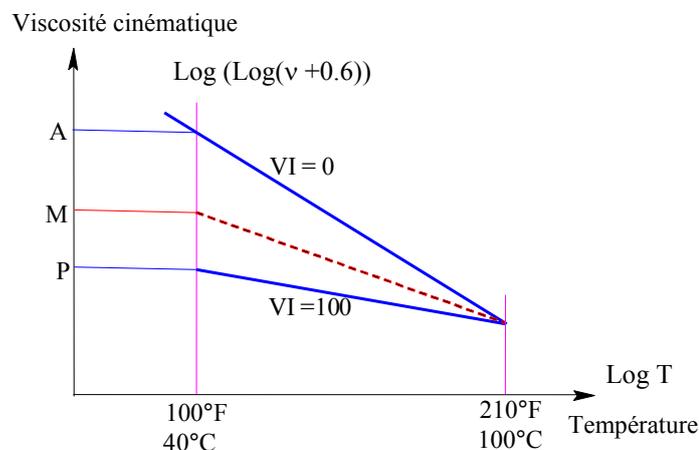
En 1935, Dean et Davis introduisent la notion d'indice de viscosité permettant de juger avec une seule valeur l'allure de la courbe de viscosité des huiles minérales.

Cet indice consiste à comparer une huile donnée à deux huiles de familles différentes

En fait, le V.I. (Viscosity Index) est défini par un coefficient obtenu en comparant la perte de viscosité cinématique d'une huile, à celle de deux huiles de référence qui présentent avec celle-ci la même viscosité à 100 °C, mais qui représentent, à 40 °C, les bornes supérieure et inférieure de l'ensemble des huiles connues à cette époque.

V.I. est défini par la relation 2.92, conformément à la figure 2.6

$$VI = \frac{\overline{MA}}{\overline{PA}} \cdot 100 \quad 2.92$$



**Fig. 2.6 :** *Indice de viscosité*

On trouve couramment aujourd'hui un indice de viscosité négatif ou supérieur à 100, car les huiles ont fortement évoluées (notamment par l'utilisation d'additifs).

### 2.11. L'alimentation des paliers

Le bon fonctionnement d'un palier implique la présence constante d'un film lubrifiant intercalé entre les divers éléments du contact. L'alimentation en lubrifiant est par conséquent, un facteur décisif dans le comportement du palier. Ainsi, il existe différentes

méthodes de lubrification des paliers et chacune d'entre elles correspond à des conditions particulières de fonctionnement du palier. Un inventaire des types d'alimentation les plus usités permettra de préciser leur domaines d'applications.

### **2.11.1 L'alimentation des paliers à patins oscillants**

#### **2.11.1.1 L'alimentation par bain d'huile**

La lubrification par bain d'huile est un procédé conventionnel dans lequel les patins sont immergés dans le lubrifiant. L'huile est injectée dans le palier par le biais d'orifices. Cependant, au-delà d'un régime particulier de fonctionnement (en l'occurrence si la vitesse angulaire dépasse 8000 tr/min), la lubrification est insuffisante pour faire baisser la température des patins et de l'arbre. En effet, le brassage de l'huile entre les patins engendre une augmentation de la puissance dissipée. Les risques d'avaries sont importants, et des phénomènes de grippage et de serrage peuvent alors intervenir [PIE2000a]. D'autres procédés de lubrification sont alors à envisager.

#### **2.11.1.2 L'alimentation dirigée**

Ce type de lubrification est principalement employé pour l'alimentation des paliers à patins. Le palier à patins est alimenté ponctuellement et de façon continue par l'intermédiaire d'orifices situés à l'entrée des patins ; on parle alors aussi de « spot lubrication ». Une réduction importante des températures ainsi qu'une augmentation de l'épaisseur minimale de film lubrifiant sont constatées lors du fonctionnement du palier. Ces tendances sont même accentuées lors de l'augmentation de la vitesse du palier. Ainsi, la lubrification dirigée permet d'obtenir une marge de sécurité importante dans le fonctionnement de palier à patins oscillants soumis à de fortes vitesses.

#### **2.11.1.3 L'alimentation par rainure**

Le palier à patins est alimenté par le biais de rainures situées à l'entrée de chaque patin ; on parle alors de « learning-edg lubrication ». L'alimentation par rainure est la méthode la plus efficace pour diminuer considérablement la température car elle permet d'introduire une quantité suffisante de fluide frais directement à l'entrée du contact [PIE2000a], réduisant ainsi le phénomène de recirculation du fluide chaud. Ce type d'alimentation est adopté pour de nombreuses applications industrielles, car la puissance dissipée est faible et la capacité de charge du palier est plus importante.

### 2.11.2 L'alimentation des paliers lisses

Lors de son fonctionnement, le palier lisse peut être soit immergé, soit alimenté par un orifice ou bien par une rainure. La plupart des paliers lisses admettent une alimentation par une rainure. Il en existe d'ailleurs plusieurs sortes (circonférentielle, axiale, hélicoïdale ou autre), cependant les rainures circonférentielles et axiales sont les plus usitées.

#### 2.11.2.1 L'alimentation par une rainure circonférentielle

Une rainure circonférentielle est généralement située dans la section médiane du palier. Ce type de rainure est principalement utilisé lorsque la charge admet une direction variable. Par ailleurs, des observations expérimentales ont révélé que le débit axial déterminé avec une rainure circonférentielle est inférieur à celui obtenu avec une rainure axiale. Ainsi, compte tenu des faibles débits, l'utilisation d'une rainure circonférentielle est préférable dans le cas d'une alimentation à pression ambiante. Néanmoins, ce genre de rainure réduit sensiblement la portance du palier car elle substitue à un palier de longueur  $L$ , deux paliers dont la longueur est inférieure à  $L/2$ .

#### 2.11.2.2 L'alimentation par une rainure axiale

Ce type de rainure permet de distribuer le lubrifiant suivant la longueur du palier et est généralement employé pour des configurations admettant une charge fixe en direction. Par ailleurs, la localisation de la rainure influence le comportement hydrodynamique du palier : un positionnement de la rainure proche de l'endroit de l'épaisseur maximale, permet d'obtenir des performances optimales [FRE1990]. Cependant, un mauvais positionnement de la rainure peut engendrer des problèmes de sous-alimentation du palier et provoquer l'apparition de zones où le film lubrifiant est rompu [COS2000]. La localisation et l'étendue de cette zone inactive sont fortement conditionnées par la position de la rainure.

De point de vue thermique, l'existence de plusieurs rainures assure un meilleur refroidissement du palier en limitant la récirculation du fluide chaud. De plus, la présence de plusieurs rainures d'alimentation dans un palier autorise un refroidissement plus stable du point de vu vibratoire, néanmoins sa capacité de charge peut être réduite [PIE2000a].

## 2.12. Conclusion

Ce chapitre nous permis donc de présenter des généralités sur les différents cas de lubrification et de la géométrie du palier, ainsi que les équations générales du mouvement et de l'énergie, et à la fin de ce chapitre on a présenté la classification ISO VG des lubrifiants industriels et quelques relations entre la viscosité et la température.

La présence des mouvements des parois entraîne le cisaillement de fluide qui génère une quantité de chaleur produite par dissipation visqueuse de fluide. Cette chaleur est propagée par convection dans le fluide et par conduction dans les solides, ce qui nécessite une étude couplée du problème.

La résolution de ces équations fait l'objet du dernier chapitre.

# CHAPITRE 3

## MODELISATION MATHEMATIQUE ET CONDITIONS AUX LIMITES

---

### **3.1. Introduction**

La modélisation de phénomène de lubrification des paliers lisses nécessite une analyse phénoménologique de problème. Les hypothèses simplificatrices deviennent un outil solide pour simplifier les équations du mouvement et de l'énergie dans le fluide. Néanmoins, les caractéristiques géométriques interviennent pour négliger quelques termes par rapport aux autres termes. L'objectif principale de cette analyse est de modéliser le problème de la lubrification thermohydrodynamique dans les paliers hydrodynamiques cylindriques.

### **3.2. Modèle mathématique**

#### **3.2.1 Introduction**

L'analyse adimensionnelle a deux objectifs principaux :

- fournir des informations sur les relations pouvant exister entre des variables mesurables d'un même phénomène physique ;
- permettre le regroupement de termes sans dimension afin d'effectuer des mesures sur ceux-ci dans des conditions d'expériences différentes.

La mécanique des fluides est l'un des plus vaste domaine d'utilisation de cette technique. De nombreuses expériences pratiques peuvent être approchées par l'analyse adimensionnelle comme par exemple l'usure, la lubrification, la convection, la combustion...

#### **3.2.2 Principe**

##### **3.2.2.1 Définition**

Les grandeurs dont la valeur numérique dépend d'un système d'unités de mesures sont dites grandeurs à dimensions (longueur, vitesse, force,...).

Lorsque l'on transforme une variable à dimension d'un système d'unités de mesures à un autre, on multiplie la variable par un coefficient appelé multiplicateur.

Les grandeurs dont la valeur numérique est indépendante du système d'unités de mesures sont dites sans dimension ou adimensionnelle (nombre de Reynolds...).

Lorsque l'on veut rendre une variable adimensionnelle, on fait apparaître un coefficient de transformation que l'on nomme coefficient de surcharge (par exemple une

accélération rapportée à l'accélération de pesanteur constituera une variable adimensionnelle).

Les grandeurs fondamentales ou principales sont, pour les problèmes nous concernant, la longueur, la température, le temps, la masse.

Les autres grandeurs (vitesse, puissance thermique, pression...) sont dites secondaires.

### Conséquences

1. Un multiplicateur est donc un produit de puissance des multiplicateurs correspondant aux grandeurs fondamentales.
2. Une expression mathématique de loi physique doit être indépendante du système cohérent d'unités choisi pour l'écrire. Ainsi, les termes employés doivent être dimensionnellement homogènes.

### 3.2.3. Variables adimensionnels

Depuis plusieurs années, les critères adimensionnels restent un outil valable et solide pour n'importe quel modélisation ; et jusqu'à l'heure actuelle cette analyse est toujours utilisée pour simplifier les équations complexes du problème, cette analyse est simple à mis en œuvre grâce à des simples changements de variables proposées.

La définition de la géométrie utilisée permet de présenter des nouvelles grandeurs mathématiques et physiques adimensionnelles, afin de décrire et de négliger quelques grandeurs par rapport aux autres grandeurs ; néanmoins, une simplification du problème étudié permet de présenter une approche réaliste du phénomène.

Appliquons pour cela les changements de variables suivantes [SAN2000] [FRE1990] :

$$\begin{array}{lll}
 u = Ra \cdot \omega \cdot \bar{u} & v = C \cdot \omega \cdot \bar{v} & w = Ra \cdot \omega \cdot \bar{w} \\
 x = Ra \cdot \theta & y = h \cdot \bar{y} & z = L \cdot \bar{z} \\
 \mu = \mu_0 \cdot \bar{\mu} & h = C \cdot \bar{h} & \varepsilon_r = \frac{C}{Ra} \\
 \eta = \frac{Ra}{L} & p = \Delta p \cdot \bar{p} & \varepsilon = \frac{e}{C}
 \end{array}$$

tels que :

$C$ ,  $Ra$ ,  $\mathcal{E}_r$  (égale  $C/Ra$ ), sont des échelles associées respectivement au jeu radial, au rayon de l'arbre et au jeu relatif.

- L'échelle caractéristique  $\Delta p$  est associée à la pression notée est laissées libre

### 3.2.4. Critère adimensionnelles des équations

Introduisons les changements des variables présentées ci-dessus dans les équations de continuité, des quantités de mouvement et de l'énergie données respectivement par les expressions 2.29, 2.49, 2.50 et 2.51 du chapitre (II) .

#### 3.2.4.1. Equation de continuité

Si on applique ces changements des variables sur l'équation de continuité, on trouve :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} + \frac{1}{h} \cdot \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \eta \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad 3.1$$

#### 3.2.4.2. Equation de quantité de mouvement

L'application des changements des variables pour chacun des équations du mouvement 2.49, 2.50 et 2.51 du chapitre (II) permet de déterminer l'expression de la variable adimensionnelle  $\Delta p$  associée à la pression.

On écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} + \frac{1}{h} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \eta \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = \frac{1}{\text{Re}} \left[ -\frac{\Delta p}{\mu_0 \omega} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} + \mu \left\{ \begin{aligned} & \frac{-2}{3} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} + \frac{1}{h} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \eta \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \theta^2} + \frac{1}{\varepsilon_r^2 h^2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \eta^2 \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right\} \right] \\ & - \frac{2}{3} \frac{1}{\text{Re}} \mu \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} + \frac{1}{h} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \eta \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) + \frac{2}{\text{Re}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \theta} \\ & + \frac{1}{\varepsilon_r \text{Re}} \left( \frac{1}{\varepsilon_r h} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \varepsilon_r \frac{\partial \bar{v}}{\partial \theta} \right) \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial y} + \frac{\eta}{\text{Re}} \left( \eta \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial \theta} \right) \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial z} \end{aligned} \right] \quad 3.2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u \frac{\partial \bar{v}}{\partial \theta} + \frac{1}{h} v \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \eta w \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = \frac{1}{\text{Re}} & \left[ -\frac{\Delta p \cdot C^2}{\varepsilon_r^4 \mu_0 \omega Ra^2} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \mu \left\{ \begin{aligned} & \frac{-2}{3 \varepsilon_r^2 h} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} + \frac{1}{h} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \eta \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \theta^2} + \frac{1}{\varepsilon_r^2 h^2} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} + \eta^2 \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \right\} \right] \\
& - \frac{2}{3} \frac{1}{\varepsilon_r^2 h \text{Re}} \mu \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} + \frac{1}{h} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \eta \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) + \frac{2}{\varepsilon_r^2 h^2 \text{Re}} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial y} \\
& + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{1}{\varepsilon_r^2 h} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \theta} \right) \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \theta} + \frac{\eta}{\varepsilon_r^2 \text{Re}} \left( \eta \varepsilon_r^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{1}{h} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right) \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial z}
\end{aligned} \tag{3.3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u \frac{\partial \bar{w}}{\partial \theta} + \frac{1}{h} v \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \eta w \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = \frac{1}{\text{Re}} & \left[ -\frac{\eta \Delta p \cdot C^2}{\varepsilon_r^2 \mu_0 \omega Ra^2} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \mu \left\{ \begin{aligned} & \frac{-2 \eta}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} + \frac{1}{h} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \eta \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \theta^2} + \frac{1}{\varepsilon_r^2 h^2} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} + \eta^2 \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z^2} \right\} \right] \\
& - \frac{2}{3} \frac{\eta}{\text{Re}} \mu \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} + \frac{1}{h} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \eta \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) + \frac{2 \eta^2}{\text{Re}} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial z} \\
& + \frac{1}{\varepsilon_r^2 h \text{Re}} \left( \frac{1}{h} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \eta \varepsilon_r^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial y} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \eta \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial \theta} \right) \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \theta}
\end{aligned} \tag{3.4}
\end{aligned}$$

avec :

$$\text{Re} = \frac{\rho_0 \cdot \omega \cdot Ra^2}{\mu_0} : \text{nombre de Reynolds.}$$

L'évaluation de l'expression de  $\Delta p$  à partir des équations de Navier Stokes nécessite que

les deux grandeurs  $\frac{\Delta p}{\rho_0 \cdot V_1^2}$  et  $\frac{1}{\varepsilon_r \cdot \text{Re}}$  doivent être du même ordre de grandeur.

Donc :

$$\Delta p = \frac{\mu_0 \cdot \omega \cdot Ra^2}{C^2}$$

A partir des simplifications proposées par Reynolds en 1886 [REY1886] , par Frêne et al en 1990 [FRE1990] et par San Andres en 2000 [SAN2000], on trouve les équations du mouvement simplifiées suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} + \frac{\bar{\mu}}{h^2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \frac{1}{\text{Re} \cdot h} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial y} = 0 \\ -\eta \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \frac{\bar{\mu}}{h^2} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} + \frac{1}{h^2} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} = 0 \end{array} \right. \quad 3.5$$

### 3.2.4.3. Critère adimensionnelle de l'équation de l'énergie

Dans le cadre de la mécanique des films minces visqueux, l'équation de l'énergie peut se simplifier très sensiblement car l'épaisseur du film est très faible devant sa longueur et sa largeur. Pour mettre en évidence les termes prépondérants, il est commode d'écrire cette équation sous forme adimensionnelle. [FRE1990]

Introduisons les variables adimensionnelles suivantes dans l'expression 2.90 :

$$\bar{k} = \frac{k}{k_0}, \quad \bar{T} = \frac{T}{T_0}, \quad \bar{Cp} = \frac{Cp}{Cp_0}$$

avec :  $k_0$  et  $Cp_0$  : sont respectivement la conductivité thermique et la chaleur spécifique de référence.

On trouve alors :

$$\begin{aligned}
Pe.Cp.\left(\bar{u}.\frac{\partial\bar{T}}{\partial\theta} + \frac{1-\bar{v}}{\bar{h}}.\frac{\partial\bar{T}}{\partial y} + \eta\bar{w}.\frac{\partial\bar{T}}{\partial z}\right) = \varepsilon_r^2.\left\{\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\bar{k}.\frac{\partial\bar{T}}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{(\varepsilon_r.\bar{h})^2}.\frac{\partial}{\partial y}\left(\bar{k}.\frac{\partial\bar{T}}{\partial y}\right)\right\} \\
+ \eta^2.\frac{\partial}{\partial z}\left(\bar{k}.\frac{\partial\bar{T}}{\partial z}\right) \\
+ \bar{\mu}.N_d.\left\{\varepsilon_r^2\left[2.\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial\theta}\right)^2 + 2.\frac{1}{\bar{h}^2}.\left(\frac{\partial\bar{v}}{\partial y}\right)^2 + 2.\eta^2.\left(\frac{\partial\bar{w}}{\partial z}\right)^2\right]\right\} \\
+ \varepsilon_r^2.N_d.\bar{\mu}\left\{\left(\frac{1}{\varepsilon_r.\bar{h}}.\frac{\partial\bar{u}}{\partial y} + \varepsilon_r.\frac{\partial\bar{v}}{\partial\theta}\right)^2 + \left(\eta.\frac{\partial\bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial\bar{w}}{\partial\theta}\right)^2\right\} \\
+ \left(\varepsilon_r.\eta.\frac{\partial\bar{v}}{\partial z} + \frac{1}{\varepsilon_r.\bar{h}}.\frac{\partial\bar{w}}{\partial y}\right)^2
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Si on met les mêmes simplifications proposées ci-dessus, on trouve l'équation de l'énergie simplifiée suivante :

$$\begin{aligned}
Pe.Cp.\left(\bar{u}.\frac{\partial\bar{T}}{\partial\theta} + \frac{1-\bar{v}}{\bar{h}}.\frac{\partial\bar{T}}{\partial y} + \eta\bar{w}.\frac{\partial\bar{T}}{\partial z}\right) = \frac{1}{(\bar{h})^2}.\frac{\partial}{\partial y}\left(\bar{k}.\frac{\partial\bar{T}}{\partial y}\right) \\
+ N_d.\frac{\bar{\mu}}{(\bar{h})^2}\left\{\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\bar{w}}{\partial y}\right)^2\right\}
\end{aligned} \tag{3.7}$$

avec :

$$Pe = \frac{\rho_0.Cp_0.\omega.C^2}{k_0} : \text{nombre de Peclet.}$$

$$N_d = \frac{\mu_0.\omega^2.Ra^2}{k_0.T_0} : \text{nombre de dissipation (nombre de Brinkman).}$$

On peut encore définir le terme de dissipation par :

$$N_d = Ne.Pr$$

$$Ne = \frac{Pe}{Re} = \frac{R^2\omega^2}{T_0Cp} : \text{nombre d'Eckert}$$

$$Pr = \frac{\mu_0Cp}{K_0} : \text{nombre de Prandtl}$$

De plus si en supposant la chaleur spécifique  $C_p$  et la conductivité thermique  $k$  du fluide constantes ( $\overline{C_p} = \overline{k} = 1$ ), l'équation d'énergie devient :

$$Pe \cdot \left( \overline{u} \frac{\partial \overline{T}}{\partial \theta} + \frac{1}{h} \overline{v} \cdot \frac{\partial \overline{T}}{\partial y} + \eta \overline{w} \frac{\partial \overline{T}}{\partial z} \right) = \frac{1}{(\overline{h})^2} \frac{\partial}{\partial y} \cdot \left( \frac{\partial \overline{T}}{\partial y} \right) + N_d \cdot \frac{\overline{\mu}}{(\overline{h})^2} \left\{ \left( \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \overline{w}}{\partial y} \right)^2 \right\} \quad 3.8$$

ou encore :

$$\underbrace{Pe \cdot \left( \overline{u} \frac{\partial \overline{T}}{\partial \theta} + \frac{1}{h} \overline{v} \cdot \frac{\partial \overline{T}}{\partial y} + \eta \overline{w} \frac{\partial \overline{T}}{\partial z} \right)}_{\varphi_c} = \underbrace{\frac{1}{(\overline{h})^2} \frac{\partial^2 \overline{T}}{\partial y^2}}_{\varphi_n} + \underbrace{N_d \cdot \frac{\overline{\mu}}{(\overline{h})^2} \left\{ \left( \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \overline{w}}{\partial y} \right)^2 \right\}}_{\varphi_d} \quad 3.9$$

Avec :

$\varphi_c$  : représente le flux de chaleur transporté par convection dans le film

$\varphi_n$  : représente la chaleur évacuée par conduction à travers l'épaisseur du film

$\varphi_d$  : représente la chaleur produite par dissipation visqueuse

### 3.2.5. Propagation de la chaleur dans les solides

Au sein des éléments solides du palier, les phénomènes thermiques sont régis par l'équation de la chaleur. Compte tenu de la forme des éléments, l'équation de la chaleur en régime stationnaire est écrite en coordonnées cylindriques.

#### 3.2.5.1. Propagation de la chaleur dans le coussinet

A partir d'un bilan thermique effectué sur un élément de volume infinitésimal du coussinet, l'équation de la chaleur s'écrit en coordonnées cylindriques sous la forme suivante :

$$\frac{\partial^2 T_c}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T_c}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 T_c}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T_c}{\partial z^2} = 0 \quad 3.10$$

sous forme adimensionnelle, cette dernière devient :

$$\frac{\partial^2 \overline{T}_c}{\partial \overline{r}^2} + \frac{1}{\overline{r}} \cdot \frac{\partial \overline{T}_c}{\partial \overline{r}} + \frac{1}{\overline{r}^2} \cdot \frac{\partial^2 \overline{T}_c}{\partial \theta^2} + \eta^2 \frac{\partial^2 \overline{T}_c}{\partial \overline{z}^2} = 0 \quad 3.11$$

#### 3.2.5.2. Propagation de la chaleur dans l'arbre en rotation

Si on applique les mêmes procédures sur l'arbre en rotation rapide, on trouve l'expression de l'équation de propagation de la chaleur dans l'arbre :

$$\frac{\partial^2 T_a}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T_a}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 T_a}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T_a}{\partial z^2} = a_a \cdot \omega \cdot \frac{\partial T_a}{\partial \theta} \quad 3.12$$

cette dernière s'écrit sous forme adimensionnelle :

$$\frac{\partial^2 \bar{T}_a}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \cdot \frac{\partial \bar{T}_a}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{\bar{r}^2} \cdot \frac{\partial^2 \bar{T}_a}{\partial \theta^2} + \eta^2 \frac{\partial^2 \bar{T}_a}{\partial \bar{z}^2} = a_a \cdot \omega \cdot \frac{\partial \bar{T}_a}{\partial \theta} \quad 3.20$$

Nous pouvons admettre, en accord avec les résultats expérimentaux [BON1987], que la température de l'arbre en rotation rapide est indépendante de la coordonnée angulaire  $\theta$ .

L'équation de la chaleur dans l'arbre se réduit à :

$$\frac{\partial^2 \bar{T}_a}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \cdot \frac{\partial \bar{T}_a}{\partial \bar{r}} + \eta^2 \frac{\partial^2 \bar{T}_a}{\partial \bar{z}^2} = 0 \quad 3.13$$

### 3.2.6. Conditions d'univalence

Les équations de la chaleur dans l'arbre et dans le coussinet décrivent une multitude de phénomènes de transfert thermique dans le palier. Pour établir les descriptions mathématiques complètes, il faut ajouter à ces équations les conditions d'univalence qui incluent les conditions géométriques, physiques, temporelles et aux limites.

Les conditions géométriques déterminent la forme et les dimensions du corps, siège du processus envisagé.

Les conditions physiques sont définies par les paramètres thermophysiques du corps (la conductivité thermique, la chaleur spécifique, la répartition des sources de chaleur interne...etc.).

Les conditions temporelles (initiales) indiquent la distribution de la température à l'instant initial.

Les conditions aux limites décrivent les traits particuliers de la marche du processus à la surface du corps. Elles varient suivant le mode de leur donnée.

**a- Température imposée** : dans ce cas, on donne à chaque instant la répartition de la température à la surface du corps  $T_p = f(x_p, y_p, z_p, t)$ , où  $T_p$  est la température à la surface du corps ;  $x_p, y_p, z_p$  les coordonnées à cette surface. Dans le cas particulier où la température de la surface du corps ne change pas dans le temps,  $T_p = \text{const}$ .

**b- Densité de flux imposée** : pour chaque point de la surface du corps et à chaque instant, on donne la densité du flux thermique, c'est-à-dire :  $q_p = f(x_p, y_p, z_p, t)$ , si le corps est thermiquement isolé, le flux est nul en tout point de sa surface (adiabatique).

**c- Transfert linéaire à la surface et condition mixte** : on donne les températures du milieu  $T_0$  et les conditions d'échange de chaleur de ce milieu avec la surface du corps. L'échange de chaleur entre le milieu et le corps est un processus de complexité exceptionnelle et dépend de nombreux facteurs. Pour décrire l'intensité de cet échange, on utilise l'hypothèse de Newton-Riehmman d'après laquelle  $q_p = h.(T_p - T_0) \dots$  (a), où h est le coefficient de proportionnalité, appelé encor coefficient de transmission de chaleur. En vertu de la dernière formule, ce coefficient est égal en valeur à la quantité de chaleur émise ou absorbée par unité de surface d'un corps et par unité de temps pour un écart de température d'un degré entre la surface et le milieu ambiant. Compte tenu de (a) et de la loi de Fourier

$$q = -k \frac{\partial T}{\partial n} ; \quad \text{où } \frac{\partial T}{\partial n} \text{ désigne la dérivée normale de T.}$$

$$\text{La condition aux limites peut s'écrire : } \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_p = -\frac{h}{k}(T_p - T_0) ;$$

n : normale à surface

k : coefficient de transmission

**d- Transfert de chaleur par rayonnement** : Un corps de température absolue  $T_1$ , placé dans une enceinte à la température absolue  $T_2$ , échange avec celle-ci la densité de flux thermique  $q = A.\sigma.(T_1^4 - T_2^4)$  si  $T_1 < T_2$ , dans cette expression, A est

le facteur d'émission et  $\sigma$  la constante de Stefan-Boltzmann ; l'émissivité  $A$  vaut 1 pour le corps noir et dépend des propriétés de la surface émettrice.

En utilisant la loi de Fourier, la condition de transfert par rayonnement s'écrit :

$$-k \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_p = A \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4) ;$$

cette condition n'est pas linéaire puisque la température intervient à la puissance quatre.

Dans le cas de faible écart de température,  $T_1 - T_2$  inférieure à environ  $100^\circ\text{C}$ , la

densité de flux rayonnée peut alors être linéarisée  $q = -k \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_p = h_r (T_1 - T_2) ;$

avec  $h_r$  le coefficient d'échange par rayonnement. Il dépend fortement des températures  $T_1$  et  $T_2$ .

**e- Transfert à l'interface de deux solides de nature différentes** Dans ce cas les conditions aux limites s'énoncent en partant de l'égalité des flux thermiques qui passent par la surface de contact des corps, c'est-à-dire

$$-k_1 \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{p_1} = -k_2 \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{p_2} \dots\dots\dots(b) ;$$

lorsque le contact thermique est parfait, au interface de contact les deux corps ont la même température, c'est-à-dire les isothermes passent incessamment d'un corps dans l'autre, les gradients thermiques en ces points vérifiant la condition (b).

### 3.2.7. Conditions aux limites

Différents types de conditions aux limites du film peuvent être utilisés ; toutefois la condition adiabatique de température imposée, simple à mettre en œuvre, ne peut que difficilement se justifier d'un point de vue physique. Pour cette étude, nous utilisons une condition qui traduit la continuité du flux de chaleur. Par ailleurs, des conditions de type convection et rayonnement sont employées au niveau des surfaces externes du palier. [FRE1990]

#### 3.2.7.1. A l'interface film-coussinet

L'épaisseur du film étant très faible, l'écoulement est tout entier situé à l'intérieur de la couche limite thermique et nous pouvons admettre que seule la transmission de chaleur par conduction intervient. La condition d'égalité de flux de chaleur s'écrit :

$$\left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} \right|_{r=1} = - \frac{k'(\theta) Ra}{k_c C} \left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right|_{y=0} \quad 3.14$$

$k'(\theta)$  représente le coefficient de conduction équivalent du fluide.

Dans la zone active du film, la surface du coussinet est totalement baignée par le fluide : le coefficient  $k'(\theta)$  est constant et égal à  $k_h$ . Dans la zone inactive du film, la surface du coussinet n'est que partiellement baignée par le fluide : le coefficient de conduction équivalent n'est plus constant, et pour cette dernière, on suppose que :

- toute la surface du coussinet est baignée par le fluide
- toutes les zones de film sont actives.

Donc on peut prendre  $k'(\theta)$  équivalent à  $k_h$ .

### 3.2.7.2. A l'interface film-arbre

L'arbre étant en rotation rapide, le flux de chaleur est indépendant de la coordonnée angulaire  $\theta$  ; le flux de chaleur sortant du film doit être intégré sur une couronne de rayon  $Ra$  et de largeur  $dz$ . En variable sans dimension, cette condition s'écrit :

$$\left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} \right|_{r=1} = \frac{-1}{2\pi} \frac{Ra}{C} \frac{k_h}{k_a} \int \left\{ \left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right|_{y=1} \right\} d\theta \quad 3.15$$

### 3.2.7.3. Sur les faces externes du coussinet

Des conditions de types convection et rayonnement sur les surfaces externes du coussinet sont utilisées.

Sur la paroi externe  $\bar{r} = \bar{R}_e$ , en utilisant le coefficient global d'échange  $h_c$ , nous pouvons écrire :

$$\left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial r} \right|_{\bar{r}=\bar{R}_e} = -Bi_c \left( \left. \bar{T} \right|_{\bar{r}=\bar{R}_e} - \bar{T}_b \right) \quad 3.16$$

Où  $\bar{T}_b$  est la température ambiante et  $Bi_c = \frac{h_c \cdot R_e}{k_c}$  est le nombre de Biot qui caractérise

l'échange thermique pour le coussinet.

De même sur les surfaces latérales du coussinet  $\left(\bar{z} = \pm \frac{1}{2}\right)$ , la condition s'écrit :

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \Big|_{\bar{z}=\pm \frac{1}{2}} = -\frac{h_c \cdot L}{k_c} \left( \bar{T} \Big|_{\bar{z}=\pm \frac{1}{2}} - \bar{T}_b \right) \quad 3.17$$

b- Une condition de type température externe du coussinet constante

$$\bar{T}_c \Big|_{r=\text{Re } c} = \bar{T}_0 \quad 3.18$$

De même sur les surfaces latérales du coussinet  $\left(\bar{z} = \pm \frac{1}{2}\right)$ , la condition s'écrit :

$$\bar{T}_c \Big|_{\bar{z}=\pm \frac{1}{2}} = \bar{T}_0 \quad 3.19$$

Ces conditions sont les plus utilisées dans la littérature, pour les études des paliers thermohydrodynamiques.

#### 3.2.7.4. Sur les faces latérales de l'arbre

Une condition identique à celle utilisée pour les parois externes du coussinet, est employée ; elle s'écrit :

$$\frac{\bar{T}}{\partial \bar{z}} \Big|_{\bar{z}=\pm \frac{1}{2}} = -Bi_a \left( \bar{T} \Big|_{\bar{z}=\pm \frac{1}{2}} - \bar{T}_b \right) \quad 3.20$$

$Bi_c = \frac{h_a \cdot L}{k_a}$  est le nombre de Biot qui caractérise l'échange thermique pour l'arbre.

Pour une température supposée constante sur les surfaces latérales de l'arbre, la condition s'écrit :

$$\bar{T}_a \Big|_{\bar{z}=\pm \frac{1}{2}} = \bar{T}_0 \quad 3.21$$

#### 3.2.7.5. Conditions aux limites géométriques

On distingue quatre conditions aux limites géométriques, les deux premières résultent de la géométrie du coussinet, et les deux autres résultent de la géométrie de l'arbre, laquelle impose au champ de température une répartition périodique suivant la variable  $\theta$ , on écrit :

- pour le coussinet :

$$\begin{aligned}
 T_c(\theta) &= T_c(\theta + 2.\pi) \\
 \frac{\partial T_c(r, \theta)}{\partial \theta} &= \frac{\partial T_c(r, \theta + 2.\theta)}{\partial \theta}
 \end{aligned}
 \tag{3.22}$$

- pour l'arbre :

$$\begin{aligned}
 T_a(\theta) &= T_a(\theta + 2\pi) \\
 \frac{\partial T_a(r, \theta)}{\partial \theta} &= \frac{\partial T_a(r, \theta + 2\theta)}{\partial \theta}
 \end{aligned}
 \tag{3.23}$$

### 3.2.7.6. Condition aux limites sur les vitesses

Dans les paliers lisses, on distingue deux conditions aux limites sur les vitesses, l'une sur l'arbre qui est en rotation et l'autre sur le coussinet qui est supposé fixe.

$$\begin{cases}
 V_a \neq 0 \\
 V_c = 0
 \end{cases}
 \tag{3.24}$$

En régime stationnaire et en supposant qu'il n'y a pas de glissement entre le fluide et les parois en contact, les conditions aux limites sur les vitesses du film s'écrivent :

Sur le coussinet ( $\bar{y} = 0$ ):  $\bar{u} = 0$  ;  $\bar{v} = 0$  ;  $\bar{w} = 0$

Sur l'arbre ( $\bar{y} = 1$ ):  $\bar{u} = 1$  ;  $\bar{v} = \frac{d\bar{h}}{d\theta}$  ;  $\bar{w} = 0$

### 3.2.7.7. Condition aux limites sur la pression

Il existe trois principales conditions aux limites sur la pression en tenant compte que le problème de cavitation mentionné précédemment ne peut être abordé dans les résolutions.

- La condition de **Sommerfeld**, est cohérente avec le modèle infiniment long mais peut être adaptée au palier infiniment court. Cette condition se traduit par :

$$p(\theta = 0, z) = p_0 \quad , \quad p(\theta = 2.\pi, z) = p_0
 \tag{3.25}$$

Avec  $p_0$  : pression d'alimentation

- La condition de **Gümbel** ou condition de  $\pi$  est beaucoup plus adaptée car elle est plus proche de la réalité. Elle s'exprime par :

$$\begin{cases}
 p(\theta = 0, z) = 0 \quad , \quad p(\theta = \pi, z) = 0 \\
 p(\theta, z) = 0 \quad \text{pour } \pi < \theta < 2.\pi
 \end{cases}
 \tag{3.26}$$

Cette condition, bien que présentant une discontinuité d'écoulement lorsque  $\theta = \pi$ , a l'avantage d'être très facilement utilisable.

- c. La condition de **Reynolds**, beaucoup plus physique, pallie les défauts précédents. On suppose qu'il existe un angle  $\theta_R$  où la pression et le gradient de pression sont nuls.

La pression s'exprime par :

$$\begin{cases} p(\theta = 0, z) = 0 \\ p(\theta = \theta_R, z) = 0 \quad , \quad \left. \frac{\partial p}{\partial \theta} \right|_{\theta = \theta_R, z} = 0 \\ p(\theta, z) = 0 \quad \text{pour} \quad \theta_R < \theta < 2.\pi \end{cases} \quad 3.27$$

### 3.3. Conclusion

Ce chapitre nous a donc permis de présenter les différentes équations nécessaires à la modélisation théorique du fonctionnement d'un palier à partir de l'analyse phénoménologique et des simplifications appropriées aux équations de la dynamique des fluides visqueux. L'application des équations relatives à la mécanique des films minces visqueux, autorise une analyse locale des phénomènes thermiques inhérents au palier.

L'analyse de l'écoulement du fluide lubrifiant entre les solides constitués par le palier et le transfert thermique dans l'arbre en rotation et dans le coussinet avec des conditions aux limites aux interfaces (aux contacts fluide/solide), milieu ambiant/coussinet, coussinet/film lubrifiant et film lubrifiant/arbre en rotation, ont permis d'écrire un modèle thermohydrodynamique de problème de lubrification des paliers lisses.

La simulation numérique de la dynamique de l'écoulement et de transfert de chaleur par convection et par conduction dans le palier avec lubrifiant fera l'objet du quatrième chapitre.

CHAPITRE 4

SIMULATION

NUMERIQUE DU FILM

LUBRIFIANT

---

## 4.1. Introduction

CFD ou la dynamique des fluides numériques est l'analyse des systèmes comportant l'écoulement des fluides, le flux de fluide, le transfert thermique et les réactions associées de phénomènes au moyen de simulation sur machine de calcul (ordinateur), cette technique est très puissante et occupe plusieurs domaines tels que l'éventail d'industriel et les domaines d'applications non industriels. Citons quelques domaines d'application de la CFD:

- aérodynamique des avions et des véhicules : ascenseur et drague.
- hydrodynamique des bateaux
- plan de puissance : combustion dans des moteurs de combustion interne et des turbines à gaz
- turbomachines : passages d'écoulements, diffuseurs tournants intérieurs etc..
- technologie électrique et électronique : refroidissement de l'équipement comprenant des microcircuits
- ingénierie de procédés chimiques : mélange et séparation, bâti de polymère
- environnement externe et interne des bâtiments : chargement de vent et ventilation de chauffage
- technologie marine : charges sur les poutres des structures de rivage
- technologie environnementale : distribution des polluants et des effluents
- hydrologie et océanographie : écoulements dans les fleuves, estuaires, océans
- météorologie : prévision de temps
- technologie biomédicale (biomécanique) : le sang traverse des artères et des veines

## 4.2. Historique

À partir des années 60 [VER1995], l'industrie aérospatiale a intégré des techniques de CFD dans la conception, et la fabrication des avions.

Plus récemment, les méthodes ont été appliquées à la conception des moteurs à combustion interne, des chambres de combustion, des turbines à gaz et des fours. En outre, les manufactures de véhicules à moteur prévoient dans leurs études en considérant les forces de résistance à l'avancement, les circulations d'air de capot et l'environnement à l'intérieur des voitures.

De plus en plus, la CFD devient une composante essentielle dans la conception des produits industriels et des processus.

Le but final des développements dans le domaine de CFD est de fournir des possibilités comparables à d'autres outils de IAO (ingénierie assistée par ordinateur) tels que des codes d'analyse d'effort.

La disponibilité du matériel de calcul de haute performance accessible et l'introduction des interfaces faciles à utiliser ont mené à une croissance récente d'intérêt, ceci a permis une entrée plus large de la CFD dans la communauté industrielle dans les années 90. [VER1995]

### 4.3. Code de calcul

Le logiciel de simulation numérique *Fluent* est capable de résoudre des problèmes tridimensionnels divers. Les écoulements calculés peuvent être compressibles ou incompressibles, stationnaires ou instationnaires, laminaires ou turbulents. Il offre également la possibilité de calculer des écoulements dans différents repères et notamment un repère tournant. Cette caractéristique permet le calcul simultané d'un écoulement au sein d'une partie fixe et d'une partie mobile (calcul couplé).

Le logiciel discrétise les équations de *Navier-Stockes*, de l'*énergie* et de la *chaleur* selon la méthode des volumes finis, avec une approche éléments finis ou différences finis. La représentation géométrique est réalisée avec le logiciel Gambit. L'idée de cette démarche est de créer un volume de contrôle parallélépipédique autour de chaque nœud. L'avantage de cette approche est la flexibilité géométrique des éléments finis en gardant la propriété de conservation des volumes finis.

### 4.4. Présentation générale de la méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis est une procédure d'approximation pour résoudre des équations aux dérivées partielles dans le domaine de la physique mathématique ou de l'ingénieur. Cette méthode consiste en la subdivision du domaine de résolution en éléments (parallélépipède, parallélogramme, cube,...etc.) et utilise une méthode d'approximation du problème posé sur chaque élément du domaine. Une discrétisation géométrique est réalisée sur le domaine et les équations sont approximées sur chaque élément. Les équations gouvernant le problème sont transformées en équations locales sur chaque élément, l'un dépend de l'autre, avec la prise en compte d'une manière appropriée des conditions aux limites du problème.

Ils existent plusieurs algorithmes basés sur la méthode des volumes finis tels que :

- L'algorithme SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) développé par Patankar and Spalding [VER1995] en 1972
- L'algorithme SIMPLER (SIMPLE Revised) développé par Patankar [VER1995] en 1980
- L'algorithme SIMPLEC (SIMPLE Consistant) développé par Van Doormal and Raithby [VER1995] en 1984
- L'algorithme PISO (Pressure Implicit with Spliting of Operators) développé par Issa [VER1995] en 1986

#### 4.5. Description générale de la méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis est l'une des récentes méthodes numériques de discrétisation, développée par S. V. Patankar. Elle peut être considérée comme un cas spécial de la méthode des résidus pondérés, où la fonction de pondération ou de test ( $\psi$ ) est égale à l'unité.

$$W(\Phi) = \int_D \langle \Psi \rangle \{R(\Phi)\} dD$$

$$W(\Phi) = \int_D \{R(\Phi)\} dD$$

Où :  $R(\Phi)$  représente le résidu qui s'annule lorsque  $\Phi$  est solution de l'équation considérée.

L'idée fondamentale de la formulation de la méthode des volumes finis est simple. Le domaine de calcul est divisé en un nombre de volumes attenants appelés volumes de contrôles, tel qu'il y a un volume de contrôle entourant chaque point de la grille. L'équation à résoudre, est intégrée sur chaque volume de contrôle. Des profils exprimant la variation de  $\Phi$  entre les points de la grille sont employés par morceaux pour évaluer les intégrales considérés, il y a donc une conservation de la fonction  $\Phi$  dans chaque volume de contrôle fini. Il en résulte une équation de discrétisation contenant les valeurs de  $\Phi$ , pour un groupe de points de la grille.

#### 4.6. Discrétisation d'un domaine de calcul

Le maillage du domaine de calcul ou le choix des éléments du maillage est conditionné par la forme géométrique de ce domaine. Pour le cas du domaine simple en coordonnées cartésiennes, il peut être discrétisé par des éléments ayant la même forme que le domaine de calcul.

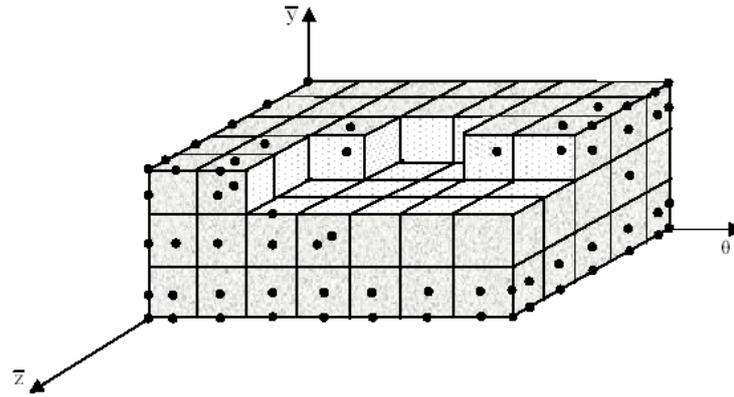


Figure 4.1 Exemple de discrétisation d'un domaine de calcul

La figure 4.2 représente deux modèles de volumes de contrôle, l'un est cartésien simple (fig. a), et l'autre est cylindrique (fig. b), les deux figures basées sur le même principe.

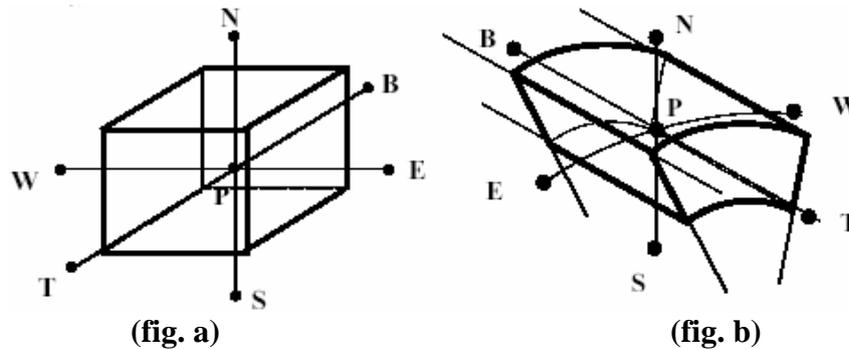


Figure 4.2 Exemple de deux volumes de contrôle.

La figure 4.3 représente la situation des zones pour chaque face d'une maille

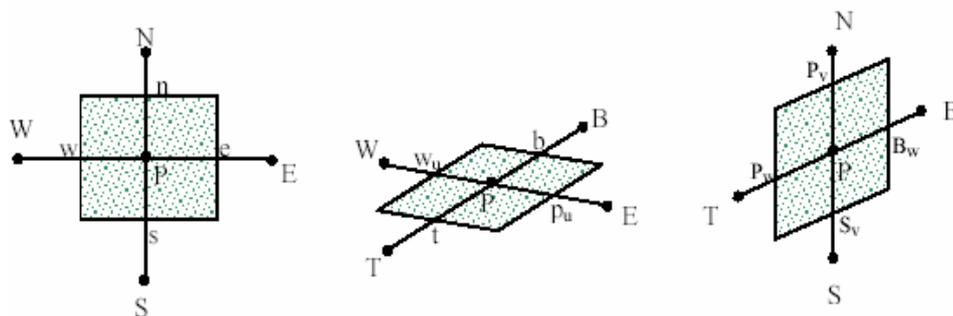


Figure 4.3 situation des points d'interpolation pour chaque face d'une maille

Les valeurs des grandeurs des point centraux  $P$  sont déterminées à partir des grandeurs des points  $E, W, S, N, T$  et  $B$  tels que E: Est, W: West, N: North, S: South, T : Top et B : Botom.

$$A_P T_P = A_E T_E + A_W T_W + A_T T_T + A_B T_B + A_N T_N + A_S T_S + S_C$$

Où :  $T_P, T_E, T_W, T_T, T_B, T_N, T_S$ , représentent les valeurs des températures des points P, E, W, T, B, N et S

$A_P, A_E, A_W, A_T, A_B, A_N, A_S$ , les coefficients de discrétisation

Sc est le terme source

Avec :

$$A_E = -Pe \frac{\bar{u}_e}{2} \Delta \bar{z}_p \Delta \bar{y}_p + \left( \frac{C}{Ra} \right)^2 \frac{\Delta \bar{y}_p}{d\theta_e} \Delta \bar{z}_p$$

$$A_W = +Pe \frac{\bar{u}_w}{2} \Delta \bar{z}_p \Delta \bar{y}_p + \left( \frac{C}{Ra} \right)^2 \frac{\Delta \bar{y}_p}{d\theta_w} \Delta \bar{z}_p$$

$$A_T = -Pe \eta \frac{\bar{w}_t}{2} \Delta \bar{y}_p \Delta \theta_p + \left( \frac{C \eta}{Ra} \right)^2 \frac{\Delta \bar{y}_p}{dz_e} \Delta \bar{\theta}_p$$

$$A_B = +Pe \eta \frac{\bar{w}_b}{2} \Delta \bar{y}_p \Delta \theta_p + \left( \frac{C \eta}{Ra} \right)^2 \frac{\Delta \bar{y}_p}{dz_b} \Delta \bar{\theta}_p$$

#### 4.7. Description du solveur FLUENT

Le maillage une fois constitué est relu dans le solveur et le calcul peut être initié en spécifiant dans le code les équations à résoudre avec les conditions aux limites correspondantes ainsi que les paramètres de résolution. Les inconnues associées aux différentes équations aux dérivées partielles sont intégrées sur chacun des éléments de maillage selon la technique des volumes finis. Des équations algébriques portant sur les valeurs des inconnues localisées au centres des mailles sont alors obtenues. La solution de ces équations est ensuite recherchée par une procédure itérative.

La technique des volumes finis employée par FLUENT consiste à intégrer sur chaque volume de contrôle (élément du maillage) les équations aux dérivées partielles et à les remplacer par des équations aux différences. Celles-ci expriment le bilan sur le volume de contrôle, bilan constitué des flux de convection, de conduction et des termes sources (par dissipation visqueuse).

Les intégrales volumique ou surfaciques (3D ou 2D) sont transformées en intégrales à l'aide du théorème de divergence sur une surface (3D) ou sur un contour (2D). Elles sont ensuite estimées à l'aide de différences finies qui font intervenir les valeurs des inconnus sur les arrêts. Afin de ne pas augmenter le nombre d'inconnues du problème, un schéma d'interpolation est employé pour exprimer la valeur de l'inconnue sur l'arrêt en fonction des valeurs au centre des mailles voisines.

Plusieurs schémas d'interpolations d'ordre de précision un, deux ou éventuellement trois sont disponibles dans le code FLUENT.

Les résolutions effectuées ici utilisent la variante du schéma « second order Upwind », en utilisant l'algorithme SIMPLEC car il est plus performant que SIMPLE. Ce schéma d'ordre deux est assez stable et précis, et pour les calculs réalisés il s'est avéré suffisant.

La solution du système d'équations qui découle de l'intégration sur chaque volume de contrôle des équations initiales est recherchée selon une procédure séquentielle dont chaque itération comporte plusieurs étapes. Parmi ces étapes, le calcul de l'équation de continuité qui permet d'apporter les corrections nécessaires au champ de pression.

## **4.8. Représentation des résultats et discussions**

### **4.8.1. Introduction**

L'importance des problèmes thermiques en lubrification hydrodynamique a fait l'objet de discussions pendant plusieurs années. Les difficultés du phénomène de lubrification en présence des problèmes thermiques ont retardé la maîtrise du phénomène de lubrification, qui demande des calculateurs assez puissants. L'objectif de notre étude est de simuler numériquement le champ thermique dans le lubrifiant pour différentes excentricités, température externe du coussinet, et vitesse de rotation de l'arbre, en gardant les autres grandeurs fixes.

Pour simplifier la modélisation, on prendra excentricité relative fixe à la place de la charge appliquée. Néanmoins, l'excentricité relative est une fonction de la charge appliquée et de la vitesse de rotation de l'arbre. L'augmentation de la charge est équivalente à une augmentation de l'excentricité relative à une vitesse de rotation donnée et constante.

Pour les calculs, on prendra les caractéristiques des matériaux présentés dans le tableau suivant :

	Notation	Unité	Valeur
Conductivité thermique du coussinet	$k_c$	W/mK	250
Coefficient de convection du coussinet	$h_c$	W/m <sup>2</sup> K	50
Conductivité thermique de l'arbre	$k_a$	W/mK	50
Coefficient de convection de l'arbre	$h_a$	W/m <sup>2</sup> K	100
Type de lubrifiant	<b>ISO VG32</b>	-----	-----
Densité du lubrifiant	$\rho$	Kg/m <sup>3</sup>	860
Chaleur spécifique de lubrifiant	Cp	J/KgK	2000
Viscosité dynamique à 40°C	$\mu_{40}$	10 <sup>-3</sup> Pa.s	28
Viscosité dynamique à 70°C	$\mu_{70}$	10 <sup>-3</sup> Pa.s	11
Viscosité dynamique à 100°C	$\mu_{100}$	10 <sup>-3</sup> Pa.s	4.05
Conductivité thermique de lubrifiant	$k$	W/mK	0.13

Tableau 4.1 caractéristiques du fonctionnement

Les résultats sont obtenus à partir d'un ordinateur de 1Go de RAM et de processeur de 2.8 GHz.

#### 4.8.2. Influence de la température externe et de l'excentricité relative

Les résultats obtenus définissent la localisation des températures de lubrifiant pour différentes températures de la surface externe du coussinet et pour plusieurs valeurs de l'excentricité relative.

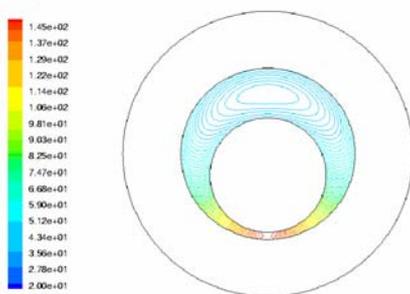


Figure 4.4 : Contours des températures dans le lubrifiant à  $T_{ext}=20^{\circ}C$ , et  $\omega = 600 \text{ rad/s } \varepsilon = 0.75$

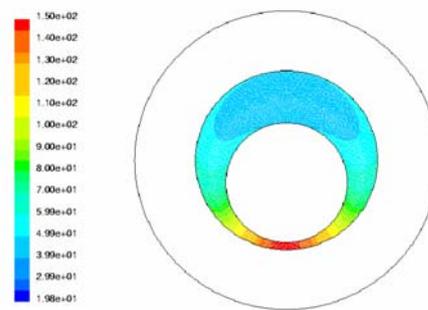


Figure 4.5 : Répartition des températures dans le lubrifiant à  $T_{ext}=20^{\circ}C$ , et  $\omega = 600 \text{ rad/s } \varepsilon = 0.75$

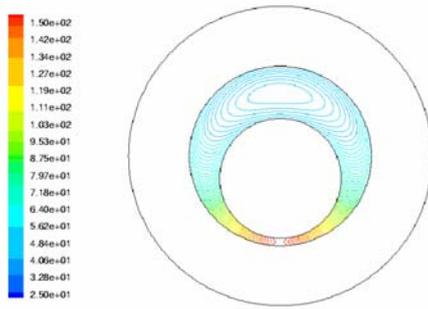


Figure 4.6 : Contours des températures dans le lubrifiant à  $T_{ext}=25^{\circ}\text{C}$ , et  $\omega = 600 \text{ rad/s } \varepsilon = 0.75$

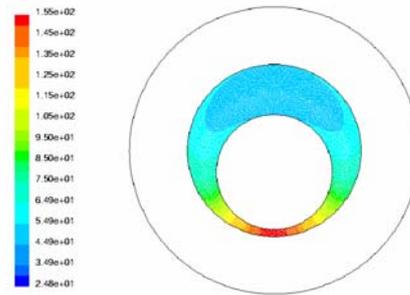


Figure 4.7 : Répartition des températures dans le lubrifiant à  $T_{ext}=25^{\circ}\text{C}$ , et  $\omega = 600 \text{ rad/s } \varepsilon = 0.75$

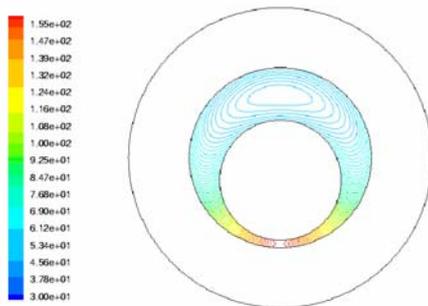


Figure 4.8 : Contours des températures dans le lubrifiant à  $T_{ext}=30^{\circ}\text{C}$ , et  $\omega = 600 \text{ rad/s } \varepsilon = 0.75$

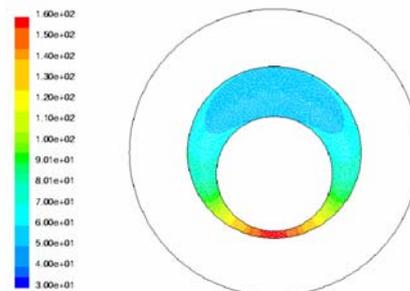


Figure 4.9 : Répartition des températures dans le lubrifiant à  $T_{ext}=30^{\circ}\text{C}$ , et  $\omega = 600 \text{ rad/s } \varepsilon = 0.75$

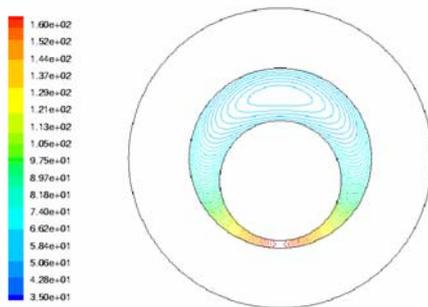


Figure 4.10 : Contours des températures dans le lubrifiant à  $T_{ext}=35^{\circ}\text{C}$ , et  $\omega = 600 \text{ rad/s } \varepsilon = 0.75$

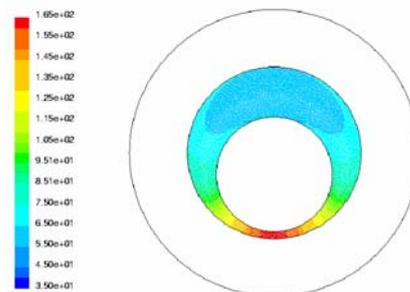


Figure 4.11 : Répartition des températures dans le lubrifiant à  $T_{ext}=35^{\circ}\text{C}$ , et  $\omega = 600 \text{ rad/s } \varepsilon = 0.75$

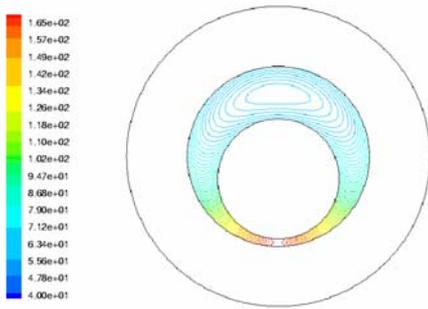


Figure 4.12 : Contours des températures dans le lubrifiant à  $T_{ext}=40^{\circ}\text{C}$ , et  $\omega = 600 \text{ rad/s}$   $\varepsilon = 0.75$

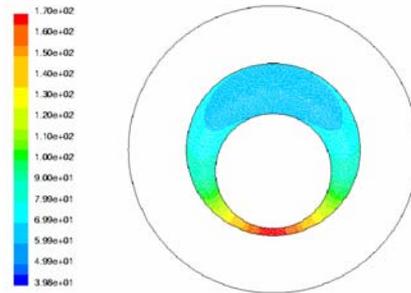


Figure 4.13 : Répartition des températures  $\varepsilon = 0.75$  dans le lubrifiant à  $T_{ext}=40^{\circ}\text{C}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

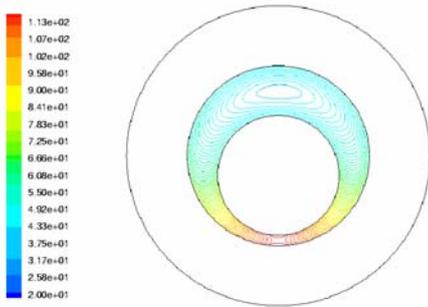


Figure 4.14 : Contours des températures  $\varepsilon = 0.65$  dans le lubrifiant à  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

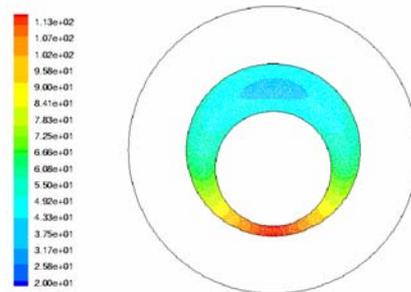


Figure 4.15 : Répartition des températures  $\varepsilon = 0.65$  dans le lubrifiant à  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

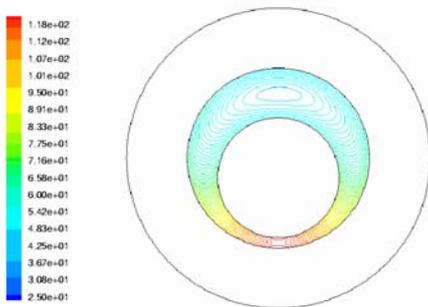


Figure 4.16 : Contours des températures  $\varepsilon = 0.65$  dans le lubrifiant à  $T_{ext}=25^{\circ}\text{C}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

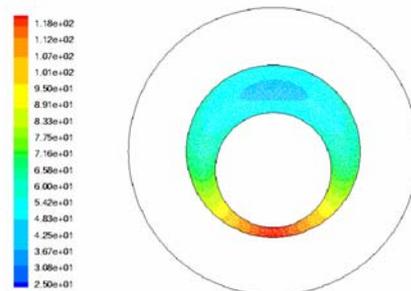


Figure 4.17 : Répartition des températures  $\varepsilon = 0.65$  dans le lubrifiant à  $T_{ext}=25^{\circ}\text{C}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

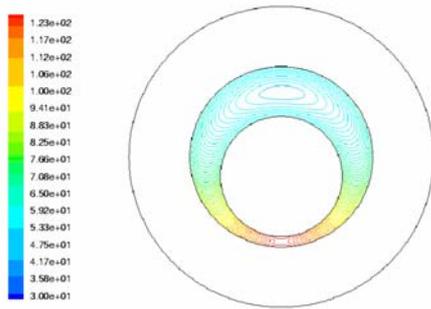


Figure 4.18 : Contours des températures  $\varepsilon = 0.65$  dans le lubrifiant à  $T_{ext}=30^{\circ}\text{C}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

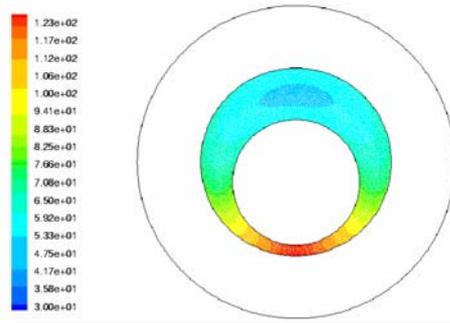


Figure 4.19 : Répartition des températures  $\varepsilon = 0.65$  dans le lubrifiant à  $T_{ext}=30^{\circ}\text{C}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

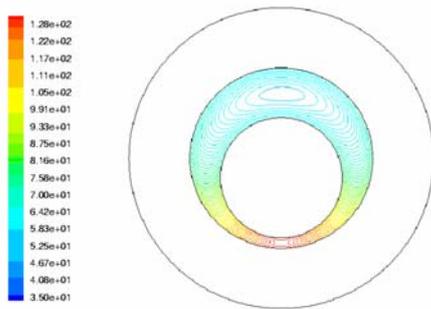


Figure 4.20 : Contours des températures  $\varepsilon = 0.65$  dans le lubrifiant à  $T_{ext}=35^{\circ}\text{C}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

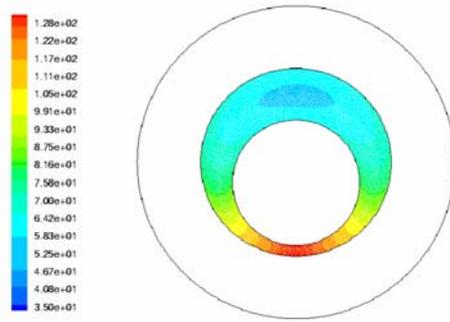


Figure 4.21 : Répartition des températures  $\varepsilon = 0.65$  dans le lubrifiant à  $T_{ext}=35^{\circ}\text{C}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

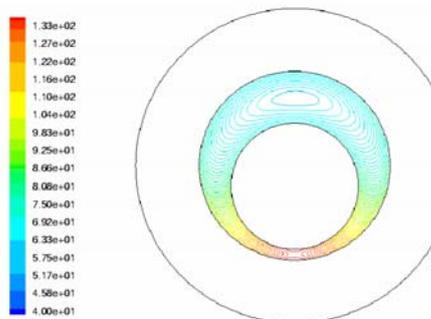


Figure 4.22 : Contours des températures  $\varepsilon = 0.65$  dans le lubrifiant à  $T_{ext}=40^{\circ}\text{C}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

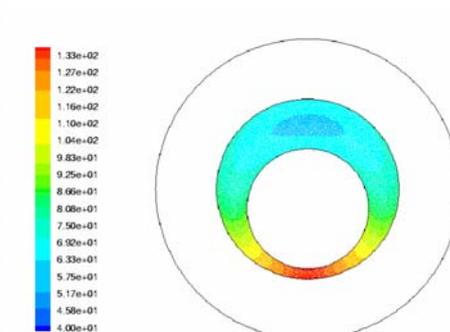


Figure 4.23 : Répartition des températures  $\varepsilon = 0.65$  dans le lubrifiant à  $T_{ext}=40^{\circ}\text{C}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

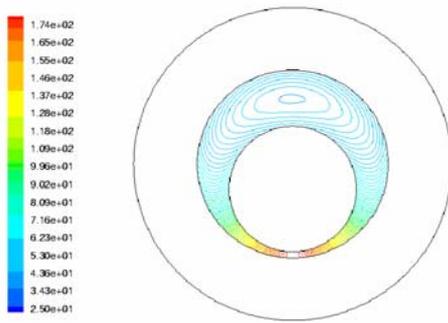


Figure 4.24 : Contours des températures et  $\varepsilon = 0.8$  dans le lubrifiant à  $T_{ext}=25^{\circ}\text{C}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

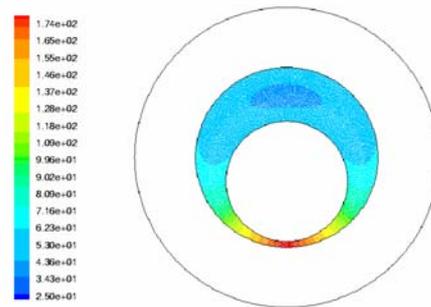


Figure 4.25 : Répartition des températures et  $\varepsilon = 0.8$  dans le lubrifiant à  $T_{ext}=25^{\circ}\text{C}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

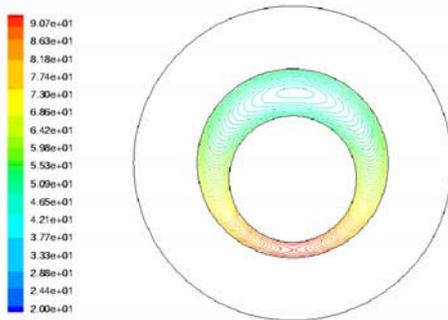


Figure 4.26 : Contours des températures et  $\varepsilon = 0.5$  dans le lubrifiant à  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

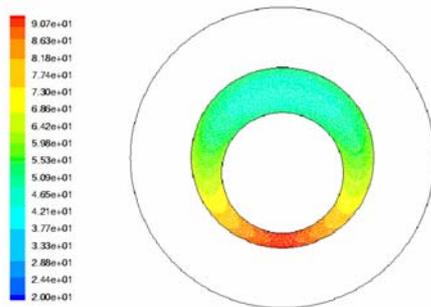


Figure 4.27 : Répartition des températures et  $\varepsilon = 0.5$  dans le lubrifiant à  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

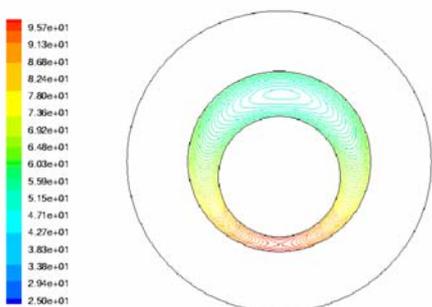


Figure 4.28 : Contours des températures et  $\varepsilon = 0.5$  dans le lubrifiant à  $T_{ext}=25^{\circ}\text{C}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

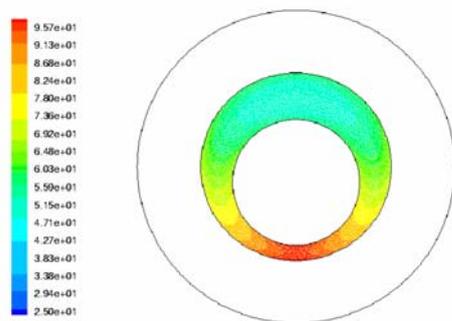


Figure 4.29 : Répartition des températures et  $\varepsilon = 0.5$  dans le lubrifiant à  $T_{ext}=25^{\circ}\text{C}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

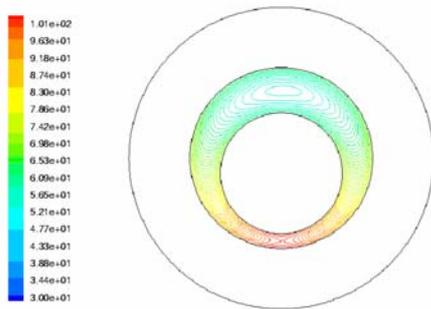


Figure 4.30 : Contours des températures et  $\varepsilon = 0.5$  dans le lubrifiant à  $T_{ext}=30^{\circ}\text{C}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

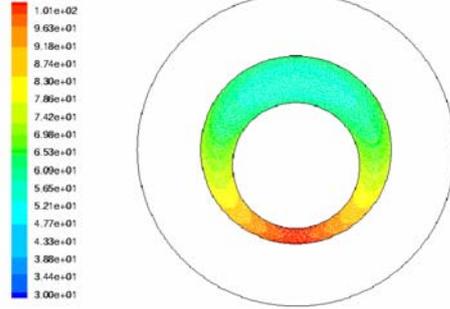


Figure 4.31 : Répartition des températures et  $\varepsilon = 0.5$  dans le lubrifiant à  $T_{ext}=30^{\circ}\text{C}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

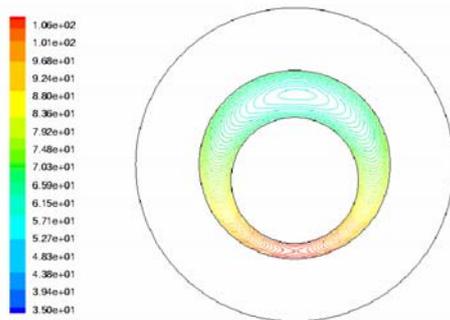


Figure 4.32 : Contours des températures et  $\varepsilon = 0.5$  dans le lubrifiant à  $T_{ext}=35^{\circ}\text{C}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

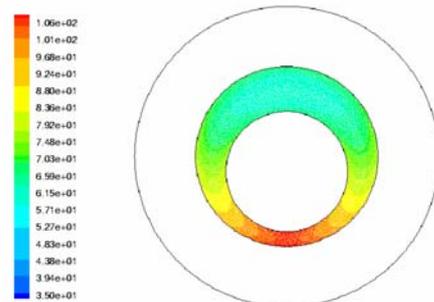


Figure 4.33 : Répartition des températures et  $\varepsilon = 0.5$  dans le lubrifiant à  $T_{ext}=35^{\circ}\text{C}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

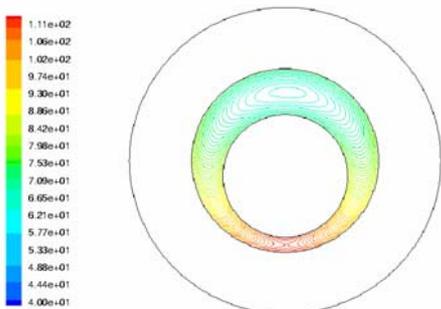


Figure 4.34 : Contours des températures et  $\varepsilon = 0.5$  dans le lubrifiant à  $T_{ext}=40^{\circ}\text{C}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

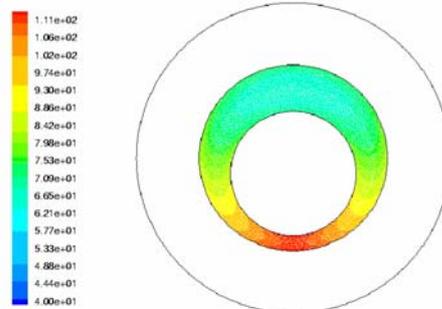


Figure 4.35 : Répartition des températures et  $\varepsilon = 0.5$  dans le lubrifiant à  $T_{ext}=40^{\circ}\text{C}$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

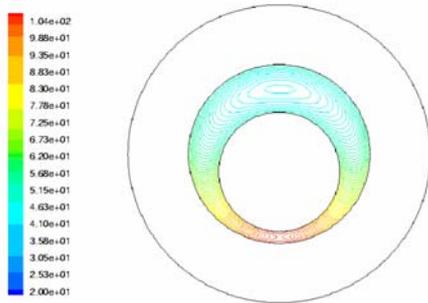


Figure 4.36 : Contours des températures et  $\varepsilon = 0.6$  dans le lubrifiant à  $Text=20^\circ C$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

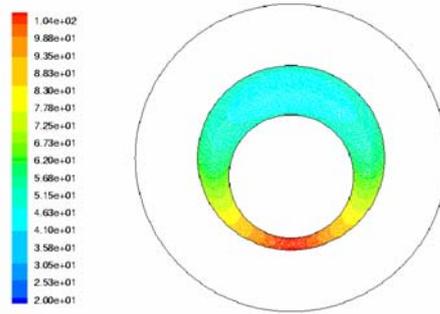


Figure 4.37 : Répartition des températures et  $\varepsilon = 0.6$  dans le lubrifiant à  $Text=20^\circ C$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

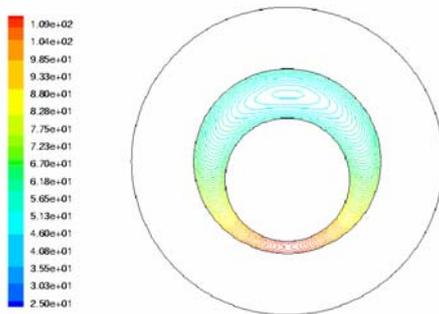


Figure 4.38 : Contours des températures et  $\varepsilon = 0.6$  dans le lubrifiant à  $Text=25^\circ C$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

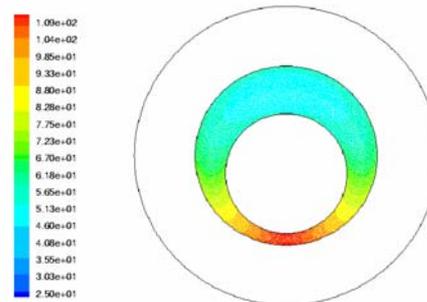


Figure 4.39 : Répartition des températures et  $\varepsilon = 0.6$  dans le lubrifiant à  $Text=25^\circ C$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

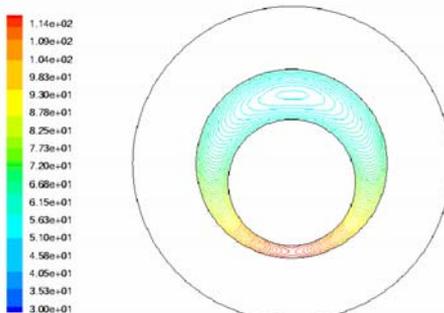


Figure 4.40 : Contours des températures et  $\varepsilon = 0.6$  dans le lubrifiant à  $Text=30^\circ C$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

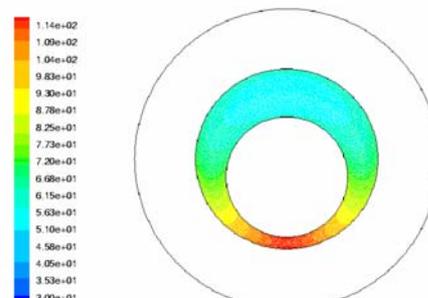


Figure 4.41 : Répartition des températures et  $\varepsilon = 0.6$  dans le lubrifiant à  $Text=30^\circ C$ ,  $\omega = 600 \text{ rad/s}$

#### 4.8.2.1. Discussions des résultats obtenus

Ce paragraphe traite de l'influence de l'excentricité relative et de la température externe du coussinet sur la température de lubrifiant pour une vitesse de rotation constante. L'étude des phénomènes thermiques dans les paliers nécessite une analyse locale de la production de chaleur dans le film, ainsi qu'une prise en compte des transferts de chaleur dans les éléments du palier.

Les résultats sont obtenus à partir de logiciel de simulation numérique FLUENT, avec des conditions spécifiques du fonctionnement d'un palier lisse cylindrique d'excentricité relative variant de 0.5 à 0.8 et de vitesse de rotation de 600rd/s, avec une viscosité variable en fonction de la température tel que  $\mu_{40^{\circ}\text{C}} = .028$  et  $\mu_{70^{\circ}\text{C}} = .011$ . Les conditions aux limites sont de types THD thermohydrodynamique (coefficient de conductivité thermique constant) aux interfaces arbre/film lubrifiant et coussinet/film lubrifiant et la température imposée est constante sur la surface externe du coussinet. Pour simplifier l'évacuation de la chaleur au milieu ambiante, l'existence de l'écoulement confiné est prit en compte dans cette partie.

La majorité les températures maximales de lubrifiant obtenues avec une excentricité importante, sont supérieures à 100°C, et situées dans la zone d'épaisseur minimale du film lubrifiant. La température minimale varie entre 50°C et 120°C et se situe dans la zone de divergence (épaisseur maximale) du film lubrifiant. Une augmentation de la température maximale est remarquée quand la température externe du coussinet augmente, donc la température de surface externe du coussinet influe directement sur la température de lubrifiant.

On appelle point éclair le point qui correspond à la température d'inflammation des vapeurs au contact d'une flamme ou d'une étincelle. La diversité des lubrifiants ne permet pas de donner des valeurs fines de celui-ci. Une plage de définition grossière est de 150°C jusqu'à 250°C.

On appelle point de feu lorsque l'on a dépassé le point éclair et que l'on continue à chauffer le lubrifiant. Celui-ci est obtenu lorsque la combustion des vapeurs persiste pendant au moins cinq (05) secondes. Après ce point, on atteint le point d'auto-inflammation, pour une température suffisamment élevée. Le lubrifiant est susceptible, en présence d'air, de s'enflammer en l'absence de flamme ou d'étincelle. Cette température varie entre 300°C et 400°C.

Les figures 4.4 à 4.13 représentent les répartitions des températures de lubrifiant pour une excentricité relative de 0.75 et pour des valeurs de la température externe du coussinet de 20°C à 40°C. Pour ces cas, la température maximale dans le lubrifiant varie entre 150°C et 170°C. Ces valeurs sont dans l'intervalle de température du point éclair du lubrifiant. Même remarque pour les cas des figures 4.24 et 4.25 pour une excentricité relative de 0.8.

Les configurations définissant le palier d'excentricité relative de 0.65 sont représentées sur les figures 4.14 à 4.23. On remarque que l'intervalle de variation de la température maximale dans le palier est exclu de l'intervalle des températures du point éclair du lubrifiant, mais le maximum de ces températures (pour une température externe du coussinet de 40°C) est proche de la marge de variation du point éclair du fluide. Même remarque pour les figures 2.26 jusqu'à 4.41 qui représentent les paliers d'excentricités relatives de 0.5 (fig. 4.26 à 4.35) et 0.6 (fig. 4.36 à 4.41).

On remarque que la température maximale de notre palier se trouve dans la plage de variation du point éclair pour des excentricités relatives supérieures à 0.7, donc il y a un risque d'inflammation en présence de l'air, d'une étincelle ou une flamme générée d'une façon générale à partir d'un contact métal-métal.

La présence de l'écoulement de lubrifiant confiné en l'absence de renouvellement de l'huile génère une difficulté d'évacuation de la chaleur. Boncompain et al. 1987 [BON1987] montrent pour un palier, que la plus grande partie de la chaleur générée par cisaillement est évacuée par l'écoulement du fluide. Paranjpe et Han en 1994 [PAR1994], montrent que la chaleur évacuée par le renouvellement d'huile, est égale à 90% de la chaleur totale évacuée par le palier en présence d'une rainure d'alimentation axiale. Ensuite, Pierre en 2000 [PIE2000a] montre que pour diminuer la température de lubrifiant, il faut augmenter le débit des fuites pour simplifier le renouvellement de lubrifiant d'où la diminution de la température de lubrifiant (augmentation des performances du palier). Enfin, Maoui [MAO2002a] en 2002, montre l'influence de l'effet de renouvellement de lubrifiant en présence d'une rainure d'alimentation axiale et présente ses résultats graphiquement (figure 4.42). Il prendra en compte les déformations des solides (arbre et coussinet) et le phénomène de cavitation dans le palier, cela justifie l'élévation importante de la température dans notre palier (absence de la rainure d'alimentation et de renouvellement d'huile).

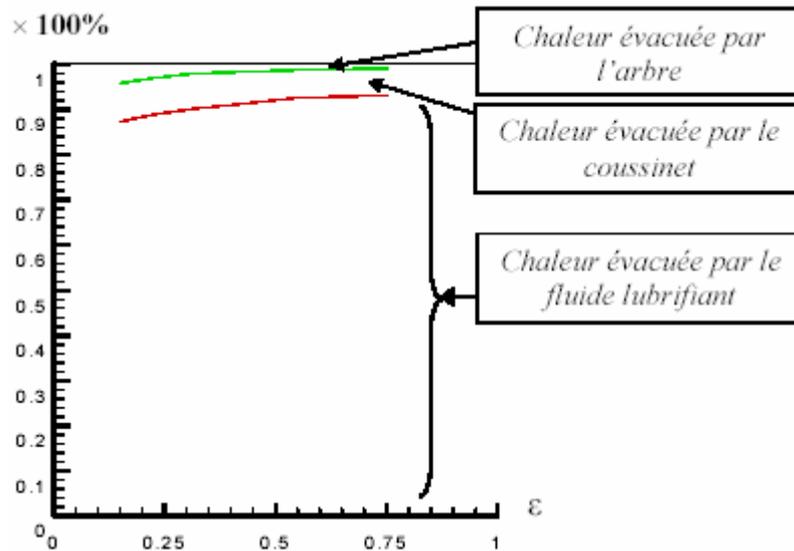


Figure 4.42 : Pourcentage de la chaleur dissipée par les différents éléments du palier en fonction de l'excentricité relative

La température du film lubrifiant est une fonction de l'épaisseur de film ( $h$ ), d'où de la charge appliquée sur l'arbre et de la composante angulaire  $\theta$ . On remarque que cette température augmente lorsque  $\theta$  varie de zéro à  $\pi$ , diminue avec la variation de  $\theta$  de  $\pi$  à  $2\pi$ , et atteint une valeur maximale à  $\theta=\pi$ . Cette valeur augmente avec l'augmentation de l'excentricité relative du palier. Néanmoins, la charge augmente sur l'arbre avec la croissance de la température de la surface externe du coussinet à une vitesse de rotation constante.

La variation de la température de lubrifiant est due à plusieurs facteurs de fonctionnement.

#### 4.8.2.2. Relation entre température maximale et excentricité relative

Pour maîtriser le fonctionnement d'un palier, il faut déterminer tout d'abord la valeur de la température maximale dans le film lubrifiant en fonctionnement normal d'un palier.

La figure 4.43 schématise des courbes représentatives des variations de la température maximale en fonction de l'excentricité relative du palier pour différentes températures de surface extérieure du coussinet à une vitesse de rotation constante.

La variation de la température maximale en fonction de l'excentricité relative est représenté sur la figure 4.43 pour cinq valeurs de température de paroi externe du coussinet ; la température maximale augmente avec l'augmentation de l'excentricité

relative et de la température de la paroi externe du coussinet pour une vitesse de rotation de 600rd/s, ce qui montre le changement des caractéristiques du fluide (dégradation visqueuse).

La relation température maximale/excentricité relative est non linéaire. L'augmentation de l'excentricité relative conduit à une diminution importante de la distance entre les parois du stator et du rotor (diminution de l'épaisseur minimale du film fluide), ce qui implique un risque d'obtenir un contact entre les deux solides (usure dans le palier). A cause de ce phénomène, il y a des chercheurs qui proposent de faire un revêtement (lubrification solide) sur la paroi interne du coussinet et sur la surface de l'arbre.

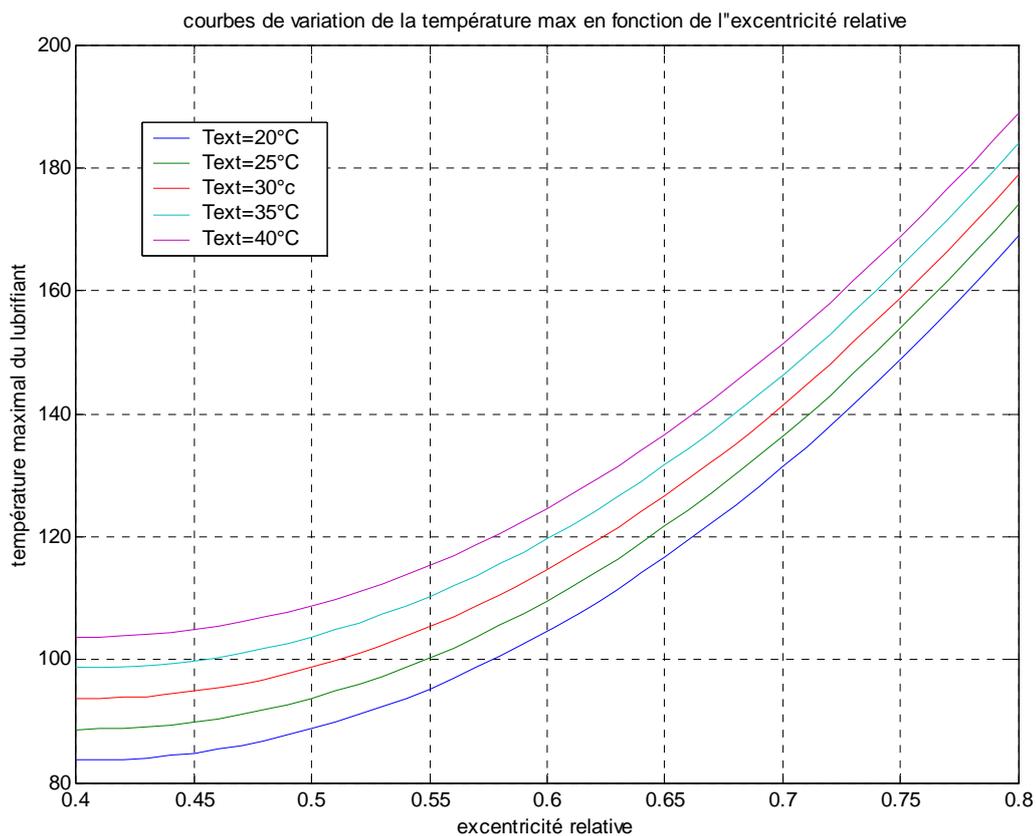


Figure 4.43 : Température maximale en fonction de l'excentricité relative

Bien que la température augmente avec l'augmentation de l'excentricité relative, ce qui implique une augmentation de la charge appliquée sur l'arbre, et d'après Boocker,

l'excentricité relative et la charge appliquée sont équivalentes à un régime établi, donc on peut varier l'excentricité relative à la place de la charge appliquée.

L'augmentation de la charge appliquée implique une augmentation de l'excentricité relative du palier, donc une augmentation de la vitesse devient nécessaire pour garder une excentricité constante ou ignorée la probabilité d'obtenir un contact métal/métal.

Industriellement, la probabilité de présence de contact métal/métal nulle est assuré par des pompes en présence des rainures d'alimentation dans la zone d'épaisseur minimale du film lubrifiant. Ces pompes augmentent la pression jusqu'à la pression donnant une épaisseur minimale suffisante pour éviter le contact (épaisseur minimale du film est strictement supérieure à la maximum de la rugosité des surfaces). Le régime devient hydrostatique. Après le maintien de la pression, un système de déclenchement automatique de fermeture est mis en évidence pour fermer l'alimentation du fluide ; le fonctionnement devient hydrodynamique. Ces systèmes sont utilisés généralement pendant le démarrage de rotation de l'arbre ou dans le cas de changement de régime de fonctionnement pour éviter l'usure et assurer la stabilité des paliers.

La température maximale de lubrifiant est directement proportionnelle à la température de la surface externe du coussinet.

En conclusion, plusieurs paramètres influent sur le fonctionnement des paliers, le changement d'un seul paramètre provoque un changement des autres paramètres, donc tous les paramètres sont liés entre eux.

#### **4.8.2.3. Température de l'interface film/coussinet**

Les figures 4.44 et 4.45 montrent la répartition de la température circumférentielle de l'interface film/coussinet et film/arbre respectivement pour une température externe du coussinet de 25°C , une excentricité relative de 0.5 et une vitesse de rotation de l'arbre de 600rad/s.

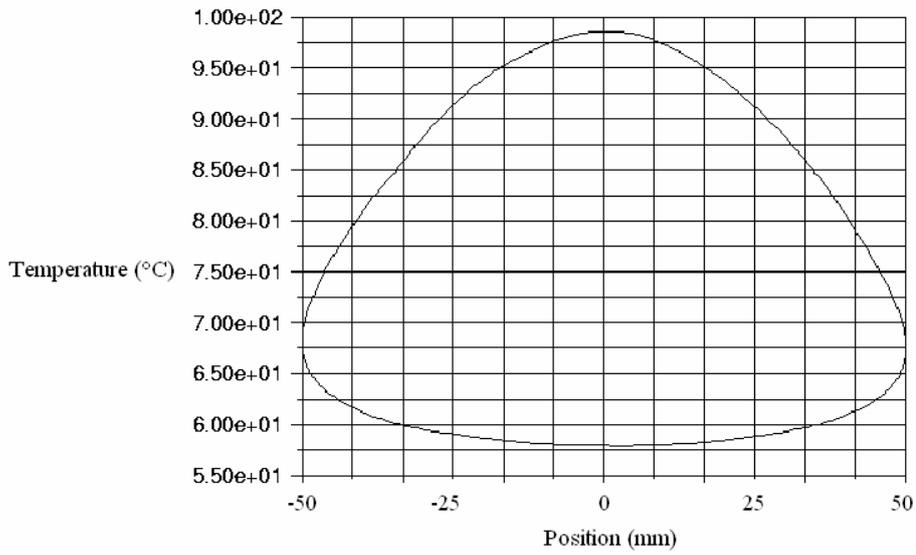


Figure 4.44 : Température de l'interface film/coussinet avec  $T_{ext}=25^{\circ}C$  et  $\varepsilon = 0.5$

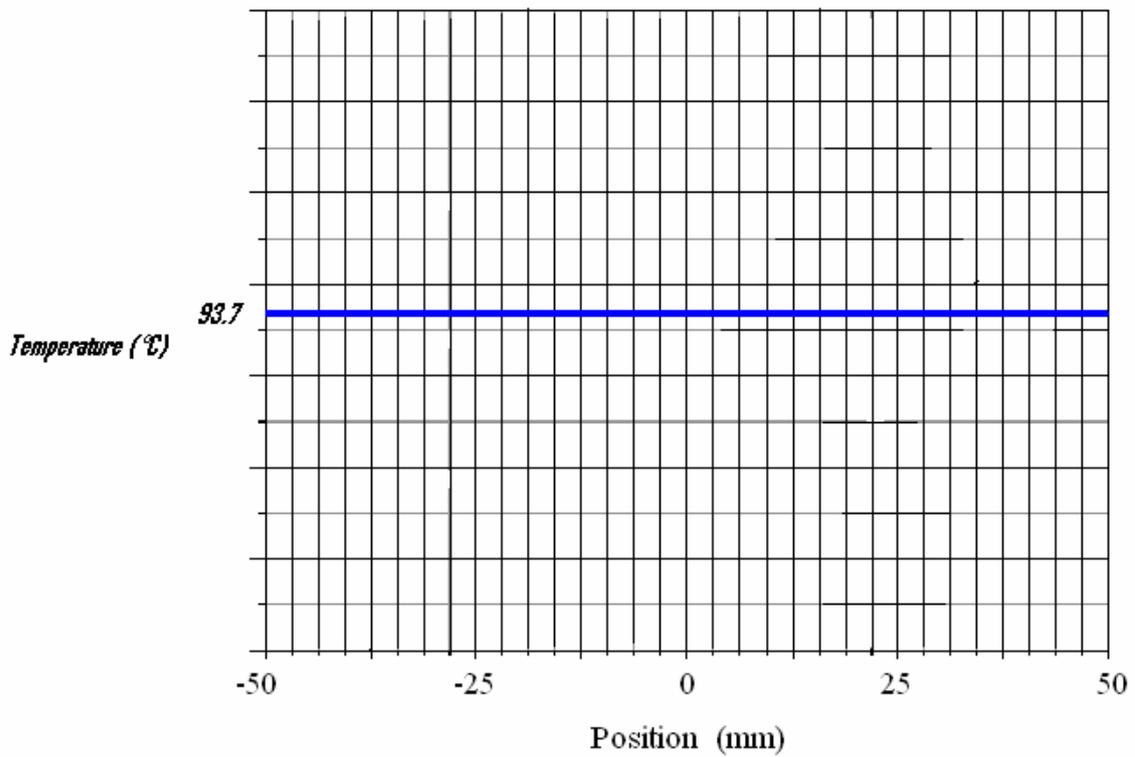


Figure 4.45 : Température de l'interface film/arbre avec  $T_{ext}=25^{\circ}C$  et  $\varepsilon = 0.5$

Une répartition du champ de température à l'interface film/coussinet (Figure 4.40), met en évidence une variation circonférentielle importante de la température, surtout dans la partie converge du lubrifiant.

La température de la surface interne du coussinet est une fonction de la composante circonférentielle  $\theta$ , nous remarquons une augmentation croissante de la température jusqu'à une valeur maximale, puis nous avons une chute de température. L'accroissement de température est provoqué par le cisaillement du fluide lorsque celui-ci arrive vers la partie converge du fluide. Une température maximale de  $97^{\circ}\text{C}$  est localisée en  $\theta=\pi$ , ensuite la baisse de la pression influx sur la baisse de la température. Nous constatons également une symétrie des isothermes par rapport à l'axe des centres. Par contre, la température de la surface de l'arbre est presque constante quelque soit  $\theta$ , et proche de la température maximale du lubrifiant pour une excentricité relative constante et à une vitesse de rotation bien définie. La vitesse de rotation de l'arbre est intervient dans l'homogénéité de la température de la surface de l'arbre qui est presque égale à la température maximale de lubrifiant ; donc, la température de la surface de l'arbre ne dépend pas de la composante circonférentielle  $\theta$ .

La température minimale de la surface interne du coussinet est supérieure à celle de la température externe, et le maximum de la température dans cette surface est égal à la température maximale du fluide. Donc, la zone la plus chaude est celle où l'épaisseur de film est plus petite dans l'interface coussinet/lubrifiant.

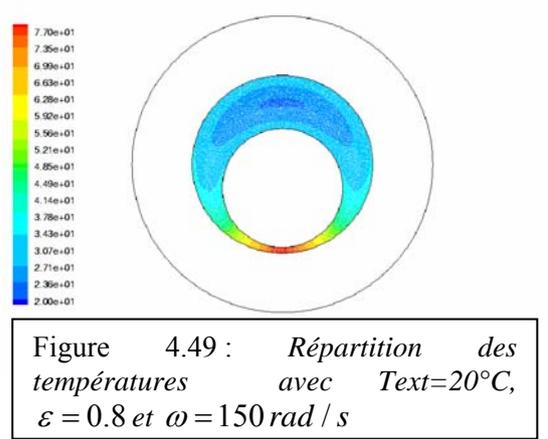
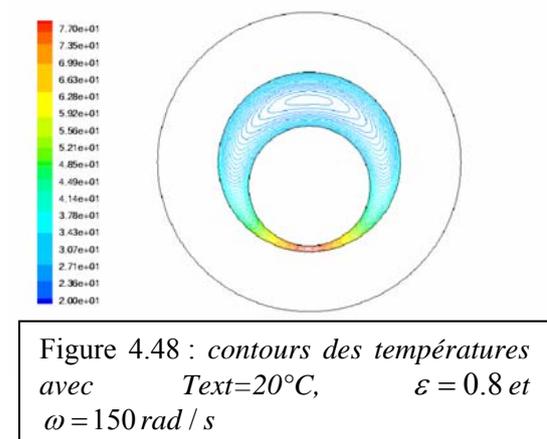
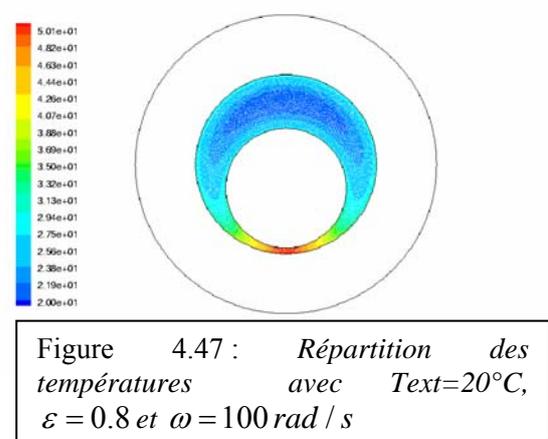
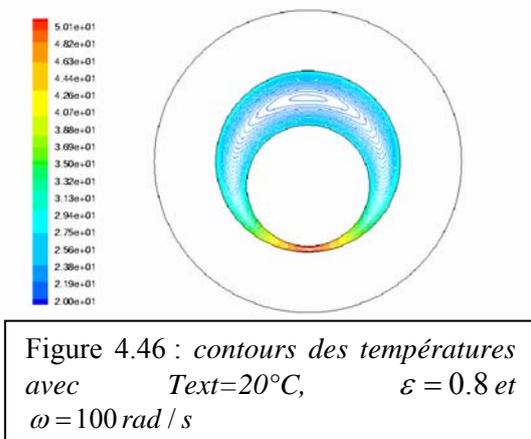
#### **4.8.2.4. Conclusion**

L'application d'une température imposée sur la surface externe du coussinet, provoque une augmentation non linéaire de la température maximale du lubrifiant en fonction de l'excentricité relative du palier. Néanmoins, l'augmentation de la température externe du coussinet implique directement une augmentation importante de la température maximale du palier dans certains cas jusqu'à la température du point éclair du lubrifiant. Les conditions de fonctionnement d'un palier sont fonction des variations de la température externe (variation en fonction des saisons). Le gradient de température suivant l'épaisseur du film est important dans la zone divergente que dans la zone d'épaisseur minimale du film fluide.

### 4.8.3. Influence de la vitesse de rotation sur la température de lubrifiant

La vitesse de rotation a une très grande influence sur le mouvement du fluide, d'où sur l'énergie dissipée par frottement visqueux, et influe directement sur la température du palier. Les figures suivantes montrent cette influence pour un cas de palier d'excentricité relative de 0.8 et une température externe du coussinet égale à 20°C.

Les vitesses de rotation de l'arbre sélectionnées sont les suivantes : 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 500 rad/s.



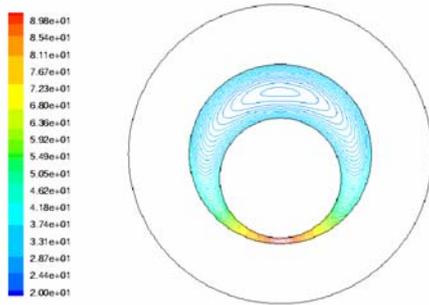


Figure 4.50 : contours des températures avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ ,  $\varepsilon = 0.8$  et  $\omega = 200 \text{ rad / s}$

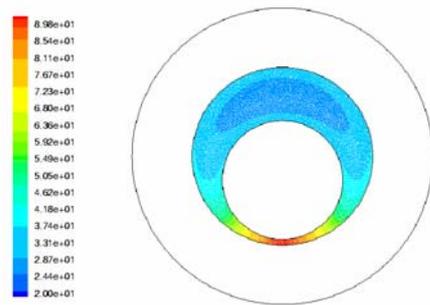


Figure 4.51 : Répartition des températures avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ ,  $\varepsilon = 0.8$  et  $\omega = 200 \text{ rad / s}$

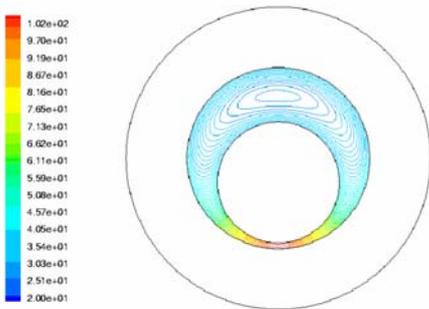


Figure 4.52 : contours des températures avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ ,  $\varepsilon = 0.8$  et  $\omega = 250 \text{ rad / s}$

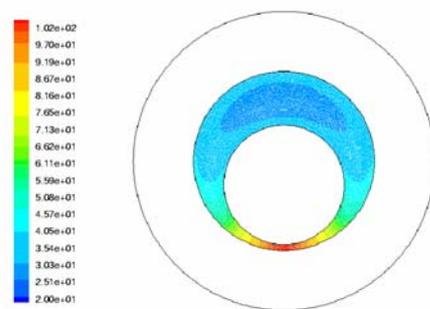


Figure 4.53 : Répartition des températures avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ ,  $\varepsilon = 0.8$  et  $\omega = 250 \text{ rad / s}$

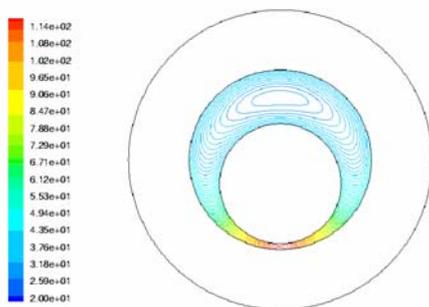


Figure 4.54 : contours des températures avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ ,  $\varepsilon = 0.8$  et  $\omega = 300 \text{ rad / s}$

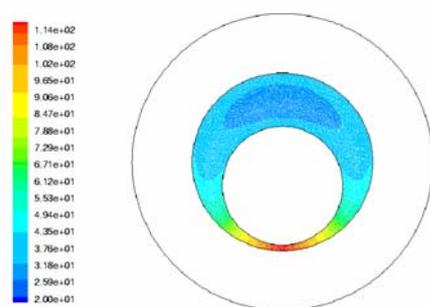


Figure 4.55 : Répartition des températures avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ ,  $\varepsilon = 0.8$  et  $\omega = 300 \text{ rad / s}$

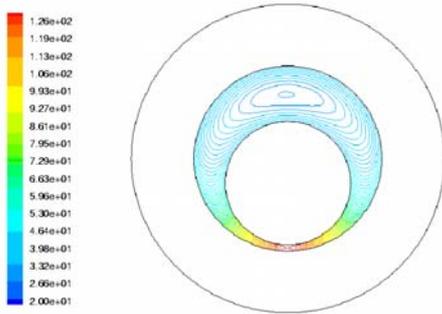


Figure 4.56 : contours des températures avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ ,  $\varepsilon = 0.8$  et  $\omega = 350 \text{ rad / s}$

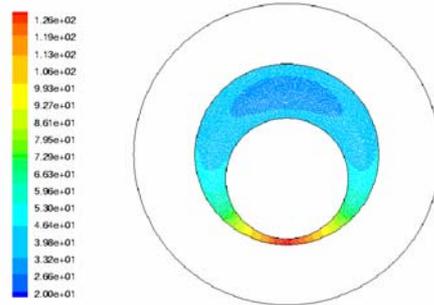


Figure 4.57 : Répartition des températures avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ ,  $\varepsilon = 0.8$  et  $\omega = 350 \text{ rad / s}$

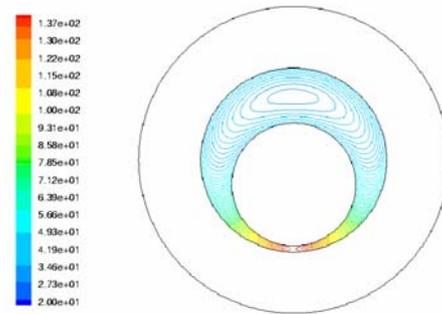


Figure 4.58 : contours des températures avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ ,  $\varepsilon = 0.8$  et  $\omega = 400 \text{ rad / s}$

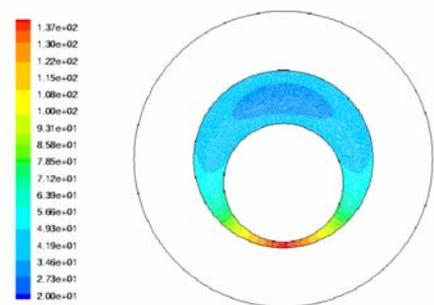


Figure 4.59 : Répartition des températures avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ ,  $\varepsilon = 0.8$  et  $\omega = 400 \text{ rad / s}$

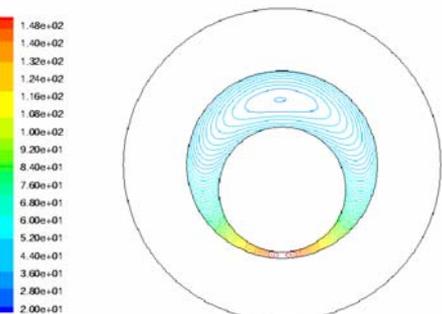


Figure 4.60 : contours des températures avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ ,  $\varepsilon = 0.8$  et  $\omega = 500 \text{ rad / s}$

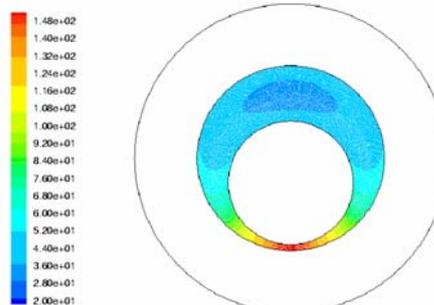


Figure 4.61 : Répartition des températures avec  $T_{ext}=20^{\circ}\text{C}$ ,  $\varepsilon = 0.8$  et  $\omega = 500 \text{ rad / s}$

Ces figures représentent les distributions des températures dans le film lubrifiant en fonction des différentes vitesses de rotation de l'arbre. Les figures 4.46 et 4.47 représentent les distributions des températures dont la vitesse de rotation est égale à 100 rad/s. Par contre, les figures 4.48 et 4.49 sont établies pour une vitesse de rotation de 150 rad/s. Les tracés 4.50 et 4.51 sont représentés pour une vitesse de rotation de 200 rad/s. Les figures 4.52, 4.53, 4.54, 4.55, 4.56, 4.57, 4.58, 4.59, 4.60 et 4.61 montrent deux à deux respectivement les distributions des températures dans l'entrefer pour les vitesses de rotation 250, 300, 350, 400 et 500 rad/s.

On remarque que les températures augmentent quand la vitesse de rotation croît et atteignent des écarts suffisamment grands lorsque la vitesse varie de 100 à 500 rad/s. Cette augmentation de la température est due à l'augmentation de la chaleur fournie par dissipation visqueuse, qui est générée par le taux de cisaillement du fluide lubrifiant. Elle est proportionnelle à la vitesse de rotation de l'arbre.

Globalement, l'augmentation de la vitesse de rotation provoque une augmentation importante des températures. On remarque que la température maximale sur la figure 4.58 est de 139°C et pour une vitesse de rotation de 400 rad/s. Sur la figure 4.60 représentant le palier à la vitesse de rotation de 500 rad/s, la température maximale est proche de 150°C. Cette température est dans l'intervalle de variation du point éclair. Cet écart de 11°C entre les deux valeurs, est très important du point de vue viscosité, masse volumique, chaleur massique de lubrifiant et conductivité thermique du fluide. Ces caractéristiques varient par l'augmentation de la température dans le cas général. Donc, il y a une dégradation des caractéristiques du fluide, cela implique une diminution de la durée de vie du matériau (palier).

Une variation de la vitesse de rotation de 400 rad/s à 500 rad/s provoque un risque de brûlure du palier en présence de l'air et d'une flamme ou d'une étincelle. Une grande vitesse de rotation génère une turbulence qui diminue la limite l'inflammation du lubrifiant et la rupture du film causé par la diminution de l'épaisseur minimale du film.

En conclusion, malgré qu'on a fixé la température de la surface externe du coussinet et l'excentricité relative du palier, la variation de la température de lubrifiant en fonction de la vitesse de rotation est très importante. Cette variation croît avec l'augmentation de la vitesse de rotation.

#### 4.8.3.1. Influence de la vitesse sur la température maximale du palier

La vitesse du fluide, générée à partir de la vitesse de rotation de l'arbre, a une grande influence sur le taux de cisaillement, et sur la température du fluide lubrifiant. La figure suivante représente la variation de la température maximale de lubrifiant en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre.

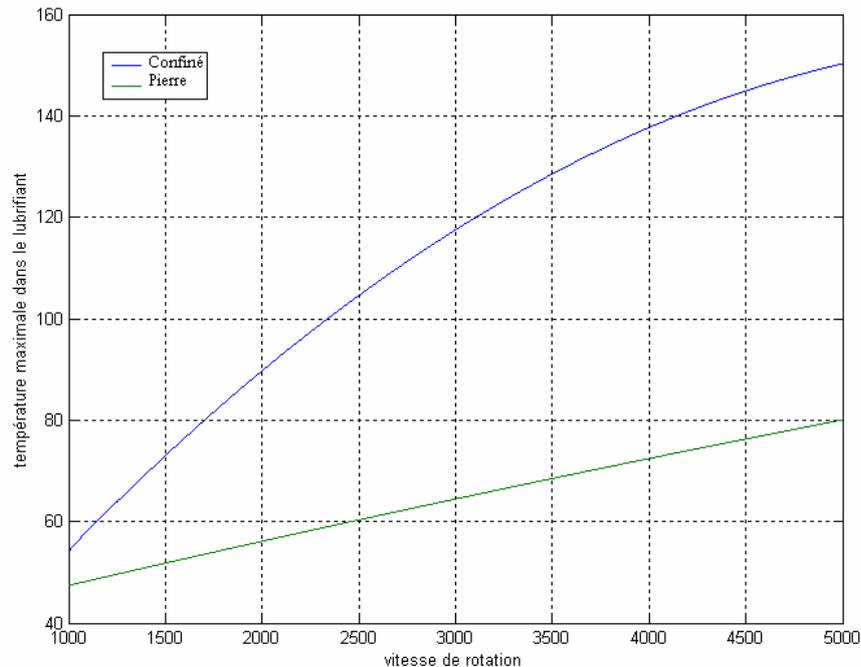


Figure 4.62 *Courbes des températures maximales en fonction de la vitesse de rotation*

La figure 4.62 montre que la température maximale de lubrifiant est proportionnelle à la vitesse de rotation de l'arbre, tel que lorsque la vitesse augmente la température maximale croît. Cette figure présente deux allures, celle d'un palier avec rainure d'alimentation axiale présenté en 2000 par I. Pierre, et l'autre celle du palier étudié (milieu confiné). La relation température maximale/vitesse de rotation ne varie pas linéairement car la viscosité du lubrifiant diminue lorsque la vitesse augmente. On remarque que l'écart de température entre les deux courbes augmente avec l'augmentation de la vitesse de rotation de l'arbre, ce qui implique que le renouvellement du fluide influe directement sur la température maximale. On peut dire que l'écart de température augmente avec l'augmentation de la vitesse de rotation en gardant une excentricité relative et une température externe du coussinet constante.

La courbe ci-dessous montre cette augmentation des écarts des températures.

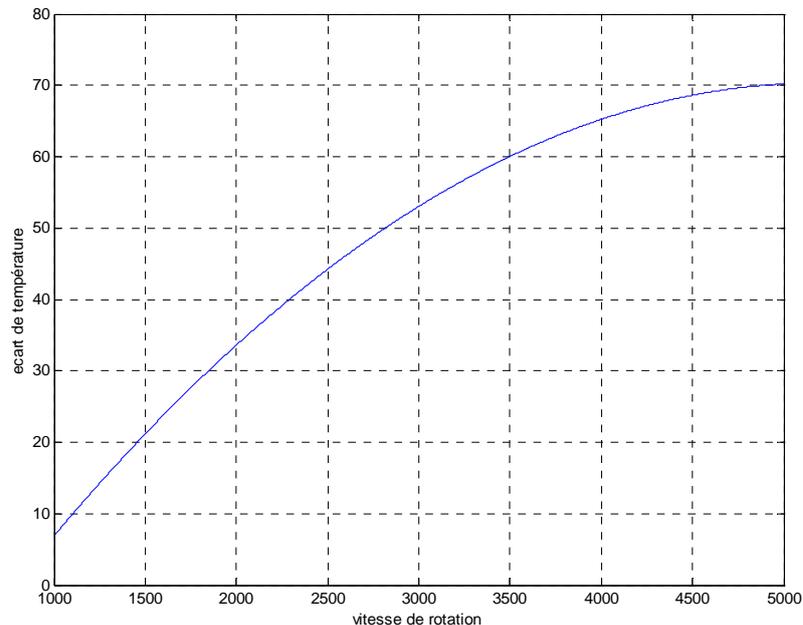


Figure 4.63 *Ecart de température en fonction de la vitesse de rotation*

La figure 4.63 montre que l'écart de température augmente d'une façon non linéaire avec l'augmentation de la vitesse de rotation. Cette augmentation est due à la difficulté d'évacuation de la chaleur de lubrifiant par conduction à travers les solides, tel que dans le cas d'un palier avec rainure d'alimentation. Le débit axial augmente avec l'augmentation de la vitesse de rotation. La vitesse de rotation augmente le débit renouvelé ce qui nous donne une bonne évacuation de la chaleur produite par dissipation visqueuse. La chaleur évacuée par renouvellement d'huile est de 90% de la chaleur totale évacuée par le palier, ce qui justifie l'augmentation remarquable de ces écarts de températures.

#### 4.8.3.2. Conclusion

A la lumière des études présentées ci-dessus, l'application d'une vitesse imposante accentue les effets thermiques dans le lubrifiant. La température maximale dans le film est principalement influencée par la vitesse de rotation de l'arbre. Par conséquent, le phénomène de cisaillement du fluide est prépondérant, une montée de la vitesse de rotation de 1000 tr/min jusqu'à 6000 tr/min provoque une hausse importante de la température maximale du fluide lubrifiant. La présence d'un renouvellement d'huile diminue la température de film lubrifiant d'une façon importante malgré l'augmentation de la vitesse. L'écart de température est justifié par l'augmentation du débit renouvelé quand la vitesse

de rotation croit. Cela implique que la vitesse axiale augmente en présence d'une rainure d'alimentation.

#### 4.8.4. Champ de pression

La détermination du champ de pression dans le film représente l'objectif principal des calculs des paliers. Le rôle fondamental des paliers est de supporter des charges mécaniques extérieures afin d'assurer le mouvement du mécanisme ou d'avoir la capacité de charge nécessaire pour assurer la séparation et éviter le contact métal/métal entre les pièces. Tous les autres phénomènes sont également étudiés pour justifier les valeurs obtenues du champ de pression ou de la charge afin d'assurer le bon fonctionnement du palier.

##### 4.8.4.1. Influence de la vitesse de rotation sur le champ de pression

La pression est un facteur très important dans le fonctionnement des paliers hydrodynamiques. Néanmoins, à partir de cette pression, on peut déduire la capacité de charge d'un palier pour différentes vitesses de rotation de l'arbre.

Les figures représentées ci-dessous montrent la répartition et contours des pressions dans le film lubrifiant pour différentes vitesses de rotation, une excentricité relative de 0.8 et une température de la surface externe du coussinet égale à 25°C, en utilisant un lubrifiant classique de type ISO VG32.

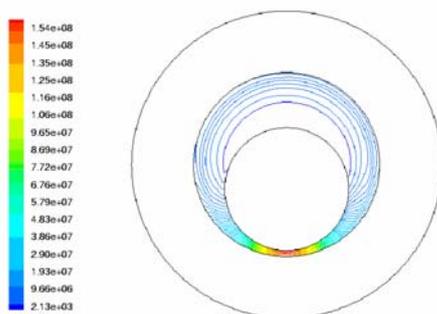


Figure 4.64 *Contours des pressions dans le cas de  $\omega = 200 \text{ rad/s}$ ,  $\varepsilon = 0.8$  et  $T_{ext} = 25^\circ\text{C}$*

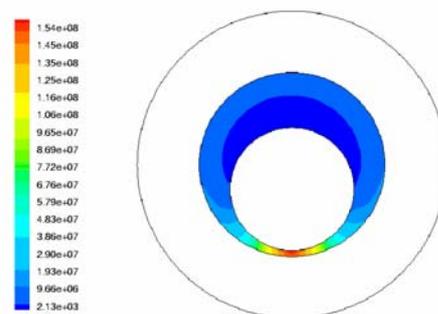


Figure 4.65 *Répartition des pressions dans le cas de  $\omega = 200 \text{ rad/s}$ ,  $\varepsilon = 0.8$  et  $T_{ext} = 25^\circ\text{C}$*

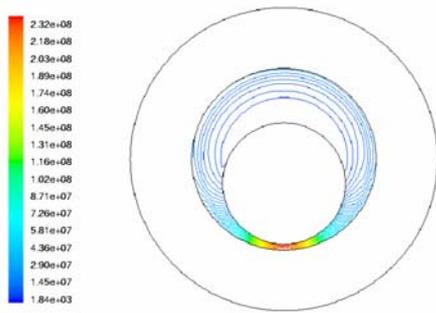


Figure 4.66 Contours des pressions dans le cas de  $\omega = 300 \text{ rad/s}$ ,  $\varepsilon = 0.8$  et  $T_{\text{ext}} = 25^\circ\text{C}$

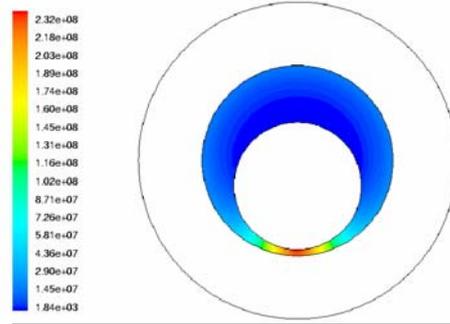


Figure 4.67 Répartition des pressions dans le cas de  $\omega = 300 \text{ rad/s}$ ,  $\varepsilon = 0.8$  et  $T_{\text{ext}} = 25^\circ\text{C}$

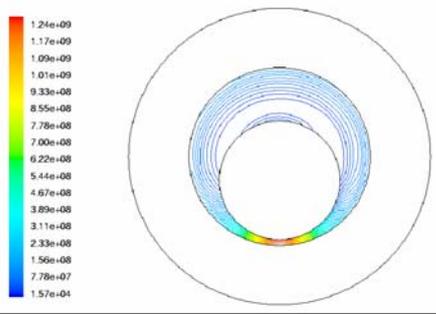


Figure 4.68 Contours des pressions dans le cas de  $\omega = 400 \text{ rad/s}$ ,  $\varepsilon = 0.8$  et  $T_{\text{ext}} = 25^\circ\text{C}$

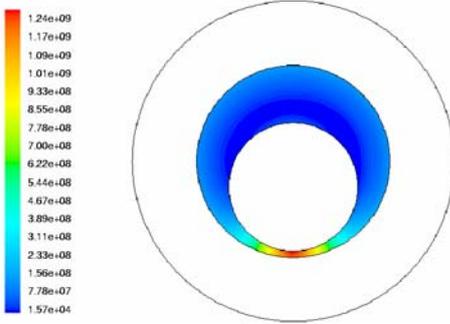


Figure 4.69 Répartition des pressions dans le cas de  $\omega = 400 \text{ rad/s}$ ,  $\varepsilon = 0.8$  et  $T_{\text{ext}} = 25^\circ\text{C}$

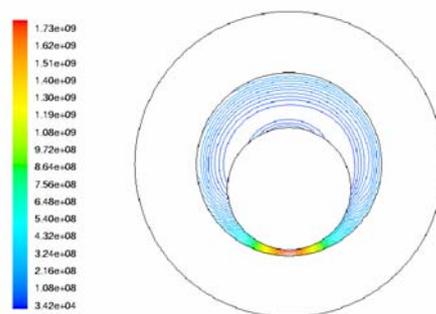


Figure 4.70 Contours des pressions dans le cas de  $\omega = 500 \text{ rad/s}$ ,  $\varepsilon = 0.8$  et  $T_{\text{ext}} = 25^\circ\text{C}$

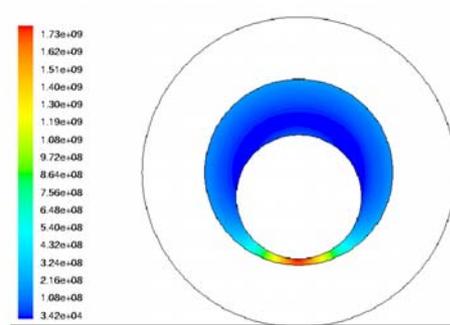


Figure 4.71 Répartition des pressions dans le cas de  $\omega = 500 \text{ rad/s}$ ,  $\varepsilon = 0.8$  et  $T_{\text{ext}} = 25^\circ\text{C}$

On remarque que la pression croît avec l'augmentation de la vitesse de rotation de l'arbre. La pression maximale égale à 154 MPa pour une vitesse de rotation de 200rad/s. Par contre le maximum de la pression est de 232 MPa dans le cas d'une vitesse de 300rad/s. La pression maximale est toujours localisée dans la zone d'épaisseur minimale du film lubrifiant, et une pression minimale est située dans la zone divergente du fluide. Le tableau suivant résume les résultats de la pression maximale en fonction de la vitesse de rotation :

	notations	unités	Valeurs numériques			
Vitesse de rotation	$\omega$	$rad/s$	200	300	400	500
Pression maximale	$P_{max}$	$MPa$	154	232	1240	1730

Tableau 4.2 Représentation des valeurs de la pression max en fonction des différentes vitesses de rotation

On remarque qu'à partir de ce tableau que les rapports  $r_1 = \frac{232-154}{300-200} = 0.78$  ,  
 $r_2 = \frac{1240-232}{400-300} = 10.08$  et  $r_3 = \frac{1730-1240}{500-400} = 4.9$  sont différents, ce qui justifie la non linéarité entre la vitesse de rotation et la pression maximale ; la variation de la pression maximale quand la vitesse de rotation varie de 400 à 500 rad/s est très importante par rapport aux autres variations.

#### 4.8.4.2. Influence de la base de lubrifiant sur la pression

Pour assurer un bon fonctionnement d'un palier, il faut tout d'abord s'assurer que vous avez utilisé le bon lubrifiant dans les différents cas de fonctionnement. Il est nécessaire donc de trouver un lubrifiant plus ou moins idéal pour chaque fonctionnement. Dans ce paragraphe, on va montrer l'influence de la base de lubrifiant sur la pression.

On prendra l'exemple d'un lubrifiant de type ISOVG 46, pour différentes bases de ce fluide. Le tableau suivant montre les différentes caractéristiques pour chaque base du même lubrifiant.

A 40°C	ISO VG46 Minérale	ISO VG46 PAO	ISO VG46 Ester
$\rho$ [Kg/m <sup>3</sup> ]	855	819	906
$\mu$ [mPa.s]	39.5	39.8	42.7
Indice de viscosité	106	144	190
$\rho.C_p$ [J/K.m <sup>3</sup> ]	1.74.10 <sup>6</sup>	1.82.10 <sup>6</sup>	1.87.10 <sup>6</sup>
k [W/m.K]	0.13	0.145	0.173

Tableau 4.3 différentes types de lubrifiant

Les figures ci-dessous montrent la répartition de pression pour chaque base de lubrifiant, minérale, PAO (Poly-Alpha-Olefin) et ester. Elles sont représentées pour une vitesse de rotation égale à 200 rad/s, une excentricité relative de 0.8 et une température externe du coussinet de 25°C

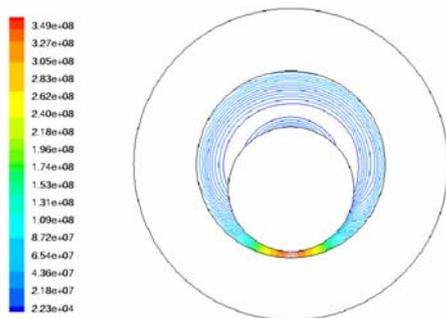


Figure 4.72 Contours des pressions dans le cas d'un lubrifiant ISO VG46 à base minérale

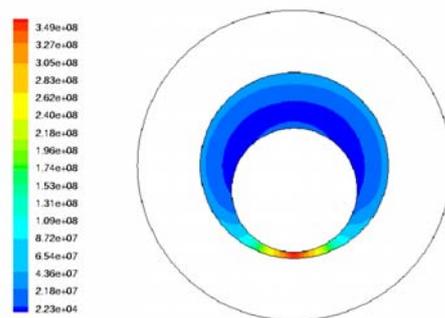


Figure 4.73 Répartition des pressions dans le cas d'un lubrifiant ISO VG46 à base minérale

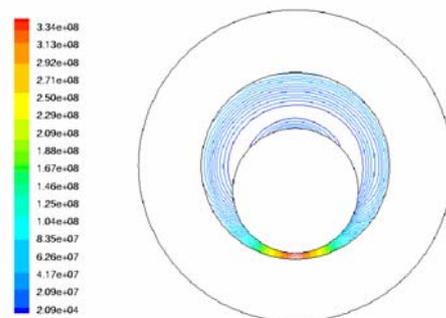


Figure 4.74 Contours des pressions dans le cas d'un lubrifiant ISO VG46 à base de PAO

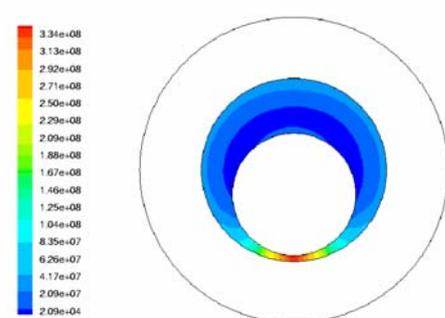


Figure 4.75 Répartition des pressions dans le cas d'un lubrifiant ISO VG46 à base de PAO

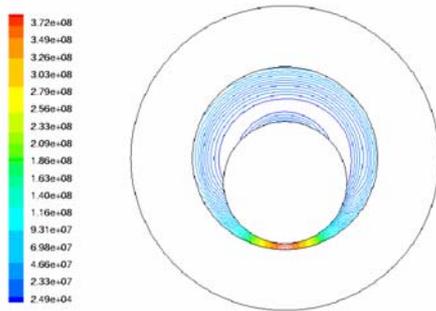


Figure 4.76 Contours des pressions dans le cas d'un lubrifiant ISO VG46 à base d'Ester

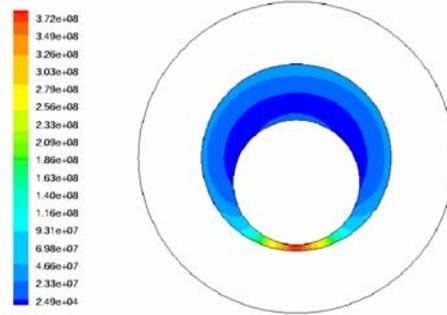


Figure 4.77 Répartition des pressions dans le cas d'un lubrifiant ISO VG46 à base d'Ester

### Interprétations des résultats

Les schémas des figures 4.72 et 4.73 représentent les contours et la répartition de pression dans le cas d'un lubrifiant ISO VG46 pour une base minérale. Par contre, les tracés des figures 4.74 et 4.75 montrent les évolutions des pressions pour une base de PAO et enfin les schémas représentés dans les figures 4.76 et 4.77 montrent les situations des pressions pour le même fluide mais de base ester. Dans tous les cas, la pression maximale est localisée dans la zone convergente du fluide. Le tableau suivant représente les différentes valeurs de la pression maximale pour chaque type de lubrifiant définie précédemment.

Lubrifiant	ISO VG46		
Type	Minérale	PAO	Ester
Pression maximale en [MPa]	349	334	372

Tableau 4.4 différentes pressions maxi pour différents types de lubrifiants

Le tableau présenté ci-dessus montre la valeur de la pression maximale pour chaque type. On remarque que la pression maximale dans le cas d'un lubrifiant de base d'ester est plus grande. Donc, le palier fonctionnant avec ce type de lubrifiant, supporte une charge importante que les paliers fonctionnant avec les autres types pour le même lubrifiant ISO VG46

On remarque aussi que pour un lubrifiant classique ISO VG32 la pression maximale est égale à 154 MPa (figures 4.72, 4.73). Elle est beaucoup plus faible que la pression dans le cas de lubrifiant de type ISO VG46

En conclusion, le type de lubrifiant influe directement sur la pression dans le palier d'où sur la charge appliquée.

#### 4.8.4. Comparaison avec les résultats de E. W. Cowking

Les courbes ci-dessous dont la figure 4.78 sont celles présentées par E. W. Cowking en 1981. Il traite le problème de lubrification thermohydrodynamique dans un palier en présence de deux arcs.

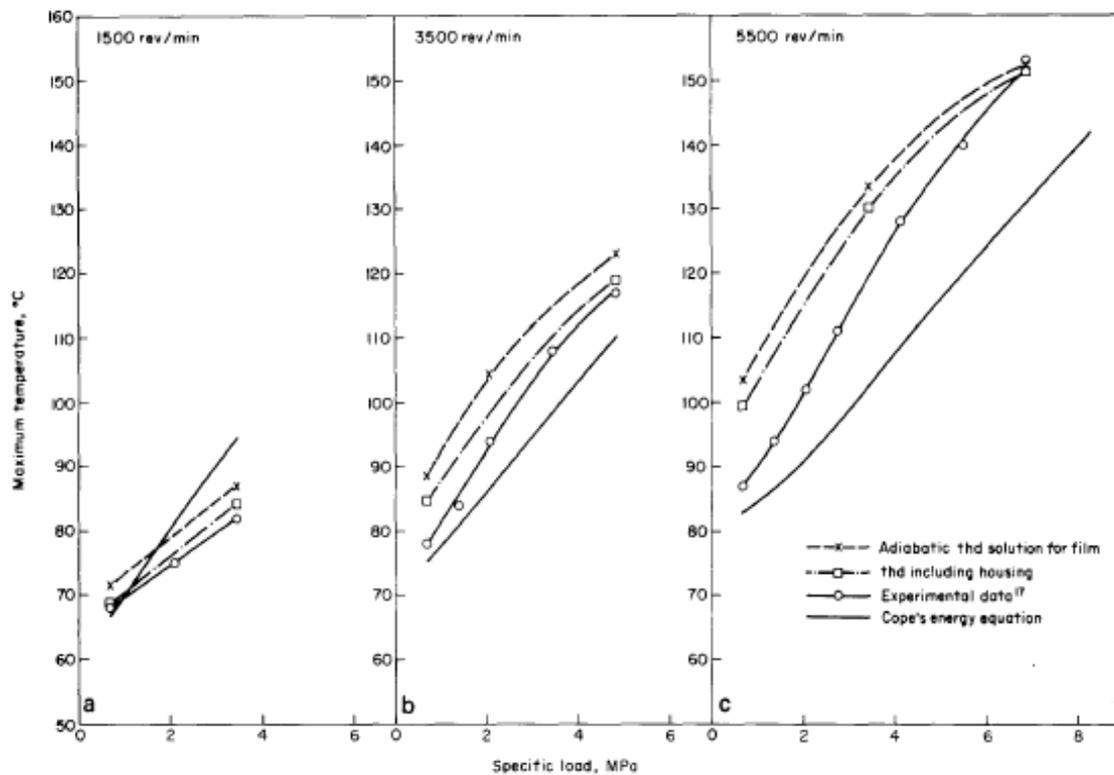


Figure 4.78 Courbes des températures maximales en fonction de la charge spécifique pour différentes vitesses de rotation [COW1981]

Les différentes courbes présentées par Cowking sont théoriques, il trouve que les températures maximales augmentent avec l'augmentation de la charge spécifique. Néanmoins, la charge spécifique est proportionnelle à l'excentricité relative pour différentes vitesses de rotation, donc la température augmente avec l'excentricité relative du palier.

Les résultats expérimentaux de Duffin et Oracz ont été exploités par Cowking pour valider son modèle théorique. Il trouve que les deux résultats sont équivalents et presque de la même marge de variation pour chaque vitesse de rotation. Il compare ensuite ses résultats avec ceux trouvés par Cope en 1949.

Cowking utilise deux rainures d'alimentation, mais on remarque dans ses travaux, que les rainures d'alimentation ne sont pas localisées dans les zones de pression minimale. Elles sont positionnées de telle manière que le coussinet soit divisé en deux arcs.

Pour notre modèle, nous avons comparé nos résultats avec les résultats de Cowking 1981 et ceux trouvés expérimentalement par Duffin et Oracz en 1968.

Les résultats obtenus sont équivalents à ceux obtenus par Cowking, et même avec les résultats expérimentaux de Duffin et Oracz. On remarque que nous obtenons la même marge de variation de la température maximale que celle obtenue dans le cas de Cowking, et le cas expérimental de Duffin et Oracz.

La figure 4.79 montre l'équivalence entre nos résultats et les autres résultats expérimentaux et théoriques.

La température maximale augmente d'une façon non linéaire avec l'excentricité relative du palier. L'excentricité relative croît avec l'augmentation de la charge appliquée, donc la température maximale augmente avec l'augmentation de la charge appliquée au palier.

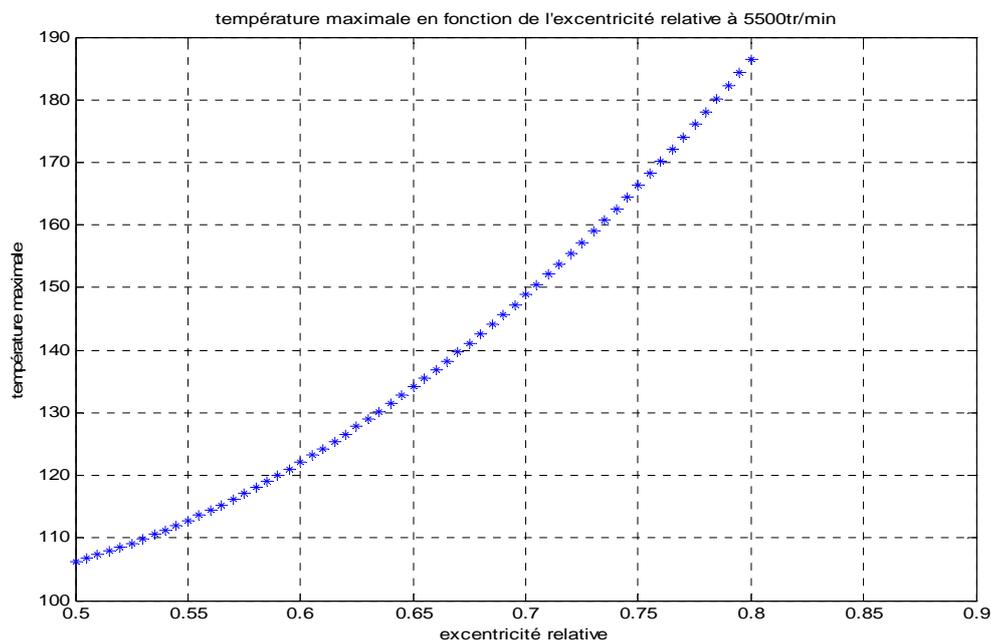


Figure 4.79 Evolution de la température maximale en fonction de l'excentricité relative à une vitesse de rotation de 5500 tr/min et  $T_{ext}=20^{\circ}C$

### 4.8.5. Comparaison avec les résultats d'I. Pierre

Les résultats d'I. Pierre sont établis à partir d'un modèle THD d'un palier lisse avec une rainure d'alimentation axiale. Ces résultats sont validés expérimentalement avec ceux trouvés par Ferron en 1982.

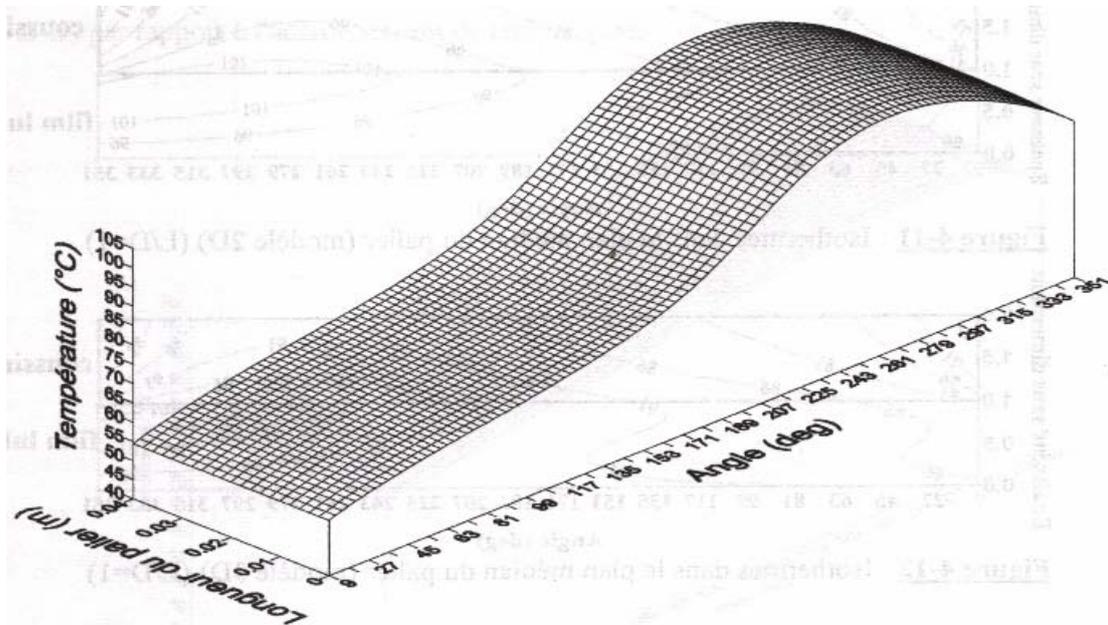


Figure 4.80 : *Champ de température à l'interface film/coussinet [PIE2000a]*

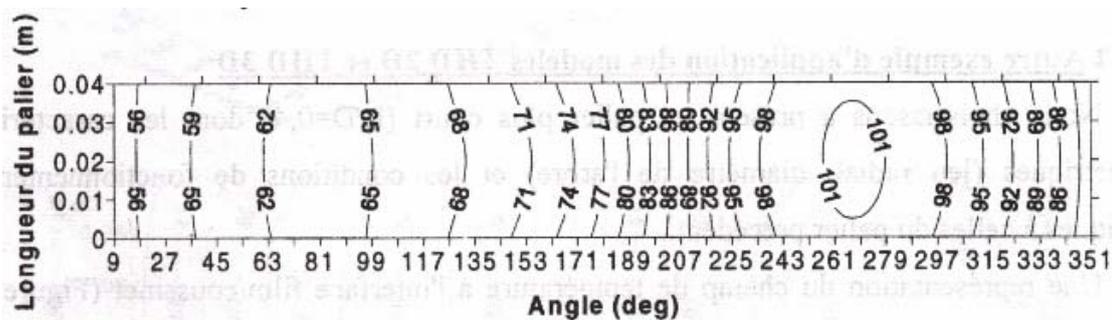


Figure 4.81 : *Isothermes à l'interface film/coussinet [PIE2000a]*

On remarque que la température maximale dans la figure 4.80 est localisée entre  $\theta=260^\circ$   $\theta=280^\circ$ . I. Pierre prend en compte la variation de l'angle de calage en fonction de la vitesse de rotation et de la charge appliquée, mais la température maximale est toujours localisée dans la zone d'épaisseur minimale du film lubrifiant. Nos résultats sont en concordance

avec ceux de Pierre, et ça pour la situation de la température en générale dans le fluide lubrifiant.

La figure 4.80 représente le champ de température à l'interface film/coussinet, et la figure 4.81 montre la localisation des isothermes à la même interface.

A la lumière de ces deux représentations graphiques d'I. Pierre (fig.4.80 et 4.81) [PIE2000a], la température maximale est même localisée dans l'interface film/coussinet dans la zone d'épaisseur minimale du film. Nous avons déjà remarqué cela dans nos résultats théoriques (figure 4.44). Le domaine de variation des températures d'I. Pierre se situe entre 54 et 101°C. Par contre, notre domaine est différent, à cause probablement du non renouvellement du fluide lubrifiant.

#### 4.8.6 Comparaison avec les résultats de S. Bukovnik et al.

S. Bukovnik et al [BUK2006] utilisent dans leur simulation numérique les codes de calcul AVL softwar EXCITENT et EXCITENT Designer. Ils obtiennent des résultats très encourageants dans le cas d'un palier sans rainure. Pour un palier dont l'alimentation est directe sans rainure d'alimentation, ils prennent en considération une viscosité variable en fonction de la température et de la pression, ainsi qu'un angle de calage variable. Ils montrent que l'effet de la température sur la viscosité est plus important que l'effet de la pression sur la viscosité.

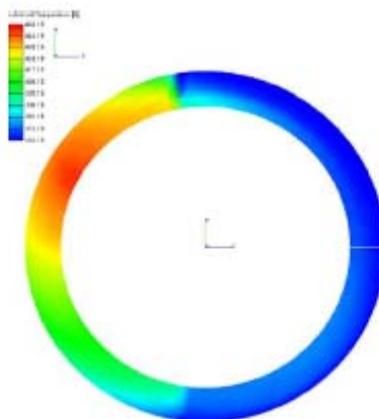


Figure 4.82 : Répartition de la température dans le lubrifiant [BUK2006]

La figure 4.82 représente le champ de température dans le lubrifiant. Ils utilisent un lubrifiant de type SAE 15W40 qui est équivalent au lubrifiant ISO VG32.

On remarque que la température maximale trouvée par S. Bukovnik et al (453,15 K) est proche de celle obtenue dans le cas de notre étude.

#### 4.9. Conclusion

Dans tous les mécanismes de contact lubrifié, l'énergie dissipée par cisaillement du fluide conduit à un échauffement, donc à une diminution de la viscosité du lubrifiant et de la portance du mécanisme. Ainsi, les effets thermiques jouent un rôle prépondérant dans le fonctionnement des paliers et des butées hydrodynamiques.

Dans cette étude, nous avons abordé le problème thermohydrodynamique d'un palier lisse cylindrique en régime établi, en tenant compte du transfert de chaleur à travers l'arbre et le coussinet. Nous avons supposé que l'écoulement du fluide dans le film mince est laminaire, et que le lubrifiant est un fluide newtonien dont la masse volumique est constante. La chaleur spécifique et la conductivité sont constantes. Par ailleurs, nous prenons en compte la variation de viscosité en fonction de la température.

Dans ce chapitre, nous avons vu que le champ thermique est du à la fois aux vitesses de rotation de l'arbre et à l'excentricité relative. L'excentricité relative, proportionnelle à la charge appliquée sur l'arbre ainsi que sur la vitesse de rotation, ont une influence considérable sur les performances du lubrifiant.

Pour un palier soumis à une grande vitesse de rotation, la température de lubrifiant devient importante, le fluide devient peu visqueux. L'augmentation importante de la température modifie sensiblement les performances du palier. Dans ce cas, l'étude THD devient insuffisante car l'augmentation de la température génère une déformation non uniforme des parois de l'arbre et du coussinet, ce qui modifie l'épaisseur du film et les paramètres de fonctionnement du palier.

La cavitation due à la diminution de la pression est responsable de la baisse de la température dans la zone divergente du palier pour différentes excentricités relatives.

Le choix de type de lubrifiant est très important pour augmenter la portance d'où la capacité de charge sur l'arbre en rotation ; l'augmentation de la vitesse de rotation provoque une augmentation de la pression maximale dans le palier, ce qui implique une augmentation de la capacité de charge.

## Conclusion générale et Perspectives

La réduction des frottements entre les solides en contact est l'un des principaux objectifs de la lubrification. Les pertes excessives par frottement conduisent au dysfonctionnement des mécanismes et à la diminution de leurs longévités.

Les organes de guidage en rotation des arbres, sont de plus en plus sollicités, et souvent difficiles à équiper en capteurs divers pour éviter les avaries et mesurer les performances des paliers hydrodynamiques. C'est pourquoi l'on se doit de réaliser des modèles numériques de plus en plus précis qui permettent de s'affranchir d'expérimentations coûteuses et lourdes à mettre en œuvre.

Plusieurs études ont été réalisées dans le but de mieux comprendre le comportement des paliers hydrodynamiques fonctionnant sous des conditions diverses. Dernièrement, la plupart des études de la littérature tiennent compte des effets thermiques dans des paliers, cylindriques, elliptiques, à patins oscillants ou fixes, en présence des rainures d'alimentation axiales, circonférentielles, spirales et autres.

L'étude effectuée a permis de prendre en compte plusieurs configurations du palier. Les comparaisons des résultats obtenus pour les différents cas ont permis de connaître les caractéristiques de fonctionnement des paliers. De plus, les performances thermohydrodynamiques obtenues, en faisant varier l'excentricité relative et la vitesse de rotation, sont en concordance avec la littérature.

La majorité des études publiées dans la littérature font état de modélisations thermo-hydrodynamiques en présence de renouvellement du fluide. Ces modélisations sont très utilisées dans l'industrie.

De rares études thermohydrodynamiques proposées adoptent des conditions de type adiabatique. Cette analyse fournit certes une bonne évaluation des performances hydrodynamique du palier. La simulation numérique proposée permet donc une étude thermohydrodynamique d'un palier lisse cylindrique aligné en régime permanent établi. Les divers travaux sur les paliers qui sont cités dans la littérature, tiennent compte de simplifications dans les développements des équations. Nous avons pris en considération de nouvelles approches dans les équations établies pour la simulation numérique étudiée.

Les travaux réalisés dans le cadre de ce mémoire ont donc permis une bonne connaissance des phénomènes thermiques intervenant lors du fonctionnement établi d'un palier lisse aligné en présence d'un écoulement confiné.

En présence d'un milieu confiné, la vitesse a une grande influence sur la température du palier telle que la température du lubrifiant atteint la température éclairée du fluide (ce qui change complètement le comportement du fluide), cela peut générer l'inflammation du lubrifiant dans le palier.

L'excentricité relative est un facteur important introduit dans le fonctionnement des paliers. Elle joue un rôle dans la variation de l'épaisseur de film. La température maximale est située dans la zone d'épaisseur minimale du film. Néanmoins, l'augmentation de l'excentricité relative implique directement une augmentation de la température maximale dans le palier.

Des études comparatives ont révélé une corrélation entre les résultats numériques et expérimentaux. L'existence de grands écarts de températures entre nos résultats théoriques et ceux de Pierre, de Cowking et des résultats expérimentaux de Duffin et Oracz justifie le rôle de la rainure d'alimentation, d'où du renouvellement du fluide. L'augmentation de ces écarts de températures est due à la difficulté d'évacuation de la chaleur produite par dissipation visqueuse, et que 90% de la chaleur est évacuée par convection en présence de renouvellement du fluide lubrifiant.

Donc quelles que soient les conditions de fonctionnement d'un palier, la température de lubrifiant diminue lorsque le jeu relatif augmente car la température maximale est toujours localisée dans la zone d'épaisseur minimale du film fluide.

A partir des différentes conclusions de ce travail, il nous semble intéressant de compléter cette étude par les perspectives suivantes :

- l'influence des additifs de lubrifiant afin d'améliorer les caractéristiques du fluide ;
- l'étude de l'influence de l'onctuosité du lubrifiant sur le comportement thermique du palier ;
- la prise en compte de l'effet piezoviscosité du fluide, les effets d'inerties et de glissement des parois ;
- l'utilisation un fluide non newtonien en présence de particules solides,
- la présentation de rugosité des parois ;

- l'étude du régime transitoire en prenant compte la variation de l'excentricité relative en fonction de la vitesse de rotation ;
- l'étude de l'usure et l'instabilité dynamique due au changement rapide de vitesse (accélération importante) pendant le démarrage et l'arrêt des paliers à de des vitesses de rotation élevées ;
- l'étude de la lubrification en présence de revêtement des surfaces de contact solide-liquide ;
- la prise en compte de la variation de la masse volumique et de chaleur spécifique en fonction de la température.

**Références bibliographiques**

- [ALN1971] **AI. Nica.** A thermohydrodynamic method of bearing analysis. *Journal of Tribology* November 1971, pp 218-226
- [BAN1998a] **S.S. Banwait, H.N. Chandrawat, and M. Adithan.** Thermohydrodynamic analysis of misaligned plain journal bearing. *Proc. Asiatrib'98*, Beijing, China :35–40, 1998.
- [BAN1998b] **S. S. Banwait and H. N. Chandrawat.** Study of thermal boundary condition for a plain journal bearing. *Tribology International*, 31(6) : 289-296,1998.
- [BHU2001] **Bharat Bhushan.** Modern Tribology Handbook. CLC Press LLC 2001.
- [BHU2001] **Bharat Bhushan.** Handbook of Micro/Nano Tribology. CLC Press LLC 2001.
- [BON1986b] **R. Boncompain, M. Fillon, and J. Frêne.** Analysis of thermal effects in hydrodynamic journal bearings. *ASME Journal of Tribology*, 108: 219–224, 1986.
- [BON1987] **R. Boncompain, M. Fillon et J. Frêne.** Effets thermiques dans les paliers hydrodynamiques. Aspects théoriques et expérimentaux. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*. Vol. 6, N° 2, pp 253-293, 1987.
- [BOU1996] **C. Bouchoule, M. Fillon, D. Nicolas, and F. Barresi.** Experimental study of thermal effects in tilting-pad journal bearing at high operating speeds. *ASME Journal of Tribology*, 118 :532–537, 1996.
- [BOU2000] **J. Bouyer and M. Fillon.** Experimental study on thermal effects of a misaligned hydrodynamic journal bearing. *7th Portuguese Conference on Tribology*, Porto, Portugal :63–66, 2000.
- [BOU2001a] **B. Bou-Said.** La méthode des éléments finis en lubrification. *Revue européenne des éléments finis*. Volume 10 N° 6-7, pp 637-652, 2001
- [BOU2001b] **B. Bou-Said.** Quelques problèmes non linéaires liés aux écoulements en lubrification et leur résolution par éléments finis. *Revue européenne des éléments finis*. Volume 10 N° 6-7, pp 741-753, 2001
- [BOU2002] **J. Bouyer and M. Fillon.** An experimental analysis of the misalignment effects on hydrodynamic plain journal bearing performances. *ASME Journal of Tribology*, 124 :313–319, 2002.

- [BOU2003a] **J. Bouyer and M. Fillon.** Improvement of the thd performance of misaligned plain journal bearing. *ASME Journal of Tribology*, 125 :334–342, 2003.
- [BOU2003b] **J. Bouyer and M. Fillon.** Influence des déformations élastiques et des effets thermiques sur les performances d’un palier hydrodynamique soumis à de très fortes charges. 16<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique, Nice, 1-5 Septembre 2003.
- [BOU2003c] **Jean Bouyer.** Étude des performances thermoélastohydro-dynamiques de paliers soumis à des conditions sévères. *Thèse de doctorat, université de Poitiers*, 2003
- [BUK2006] **S. Bukovnik, N. Dörr, V. Čaika, W. J. Bartz, B. Loibnegger.** Analysis of diverse simulation models for combustion engine journal bearings and the influence of oil condition. Existe dans *Tribology International* 2006, (Article in press 2005)
- [COS2000] **L. Costa, M. Fillon, A.S. Mirinda, and J.C.P. Claro.** An Experimental Investigation of the Effect of Groove Location and Supply Pressure on the THD Performance of a Steadily Loaded Journal Bearing. *ASME Journal of Tribology*, 122 : 227-232, 2000
- [COW1981] **E. W. Cowking ,** Thermohydrodynamic analysis of multi-arc journal bearings. *Tribology international*, 14 : 217-223, 1981
- [DAD1998] **A. Dadouche.** Etude des phénomènes thermiques dans les butées hydrodynamiques. *Thèse de doctorat, Université de Poitiers, juillet 1998.*
- [DAD2000] **A. Dadouche et M. Fillon.** Analyse théorique et expérimentale des effets thermiques dans les butées hydrodynamiques à géométrie fixe. *Mec. Ind.* 1 :141-150, 2000
- [DAS2002] **S. DAS, S.K. GUHA, and A.K. CHATTOPADHYAY.** On the steady-state performance of misaligned hydrodynamic journal bearings lubricated with micropolar fluids. *Tribology International*, 35: 201:210, 2002.
- [DAS2005] **S. DAS, S.K. GUHA, A.K. CHATTOPADHYAY.** Linear stability analysis of hydrodynamic journal bearings under micropolar lubrication *Tribology International*, 38 (2005) 500–507

- [DES1994] **DESBORD H. FILLON M. CHAN HEW WAI C. FRENE J.** Dynamic analysis tilting-pad journal bearings – Influence of pad deformation. *ASME Journal of Tribology* , 116: 621-628, 1994
- [Doe(2)1992] **Doe Fundamentals Handbook.** Thermodynamics, Heat Transfer, and Fluid Flow Volume 2 of 3. Departement of Energy. United Stat of America , Washington , D.C. 20585-1992
- [Doe(3)1992] **Doe Fundamentals Handbook.** Thermodynamics, Heat Transfer, Volume 3 of 3. Departement of Energy. United Stat of America Washington, D.C. 20585-1992
- [DOW1962] **D. Dowson.** A generalized Reynolds equation for fluid film lubrication. *Int. J. Sc., Pergamon press Ltd, Vol. 4: 159-170; 1962.*
- [DOW1963] **D. Dowson et J. D. Hudson.** Thermo-hydrodynamic analysis of the infinite slider Bearing : part I, the plane inclined slider bearing. *Inst. Mech. Engrs. Lubrication and Wear Convention 34-44; 1963*
- [DOW1966] **D. Dowson and C. N. March.** A Thermohydrodynamic analysis of journal bearings. *Proc. Instr. Mech. Engrs. Vol. 181, part 3D: 117-126; 1966-67*
- [ELR1991] **H. G. Elrod.** Efficient Numerical Method for Computation of Thermo-hydrodynamics of Laminar Lubricating Films. *ASME Journal of Tribology, Vol. 113, pp 506-163; 1991*
- [Enc2003] **Encyclopédie Encarta.** collection 2003
- [FER1983] **J. Ferron, J. Frêne, and R. Boncompain.** A study of the thermohydrodynamic performance of plain journal bearing –comparison between theory and experiments. *ASME Journal of Lubrication Technology*, 105 : 422-428, 1983
- [FIL1987] **M. Fillon, and J. Frêne et R. Boncompain.** Historical aspect and present development on thermal effects in hydrodynamic bearing. *Proceeding of the 13<sup>th</sup> Leeds-Lyon Symposium on Tribology, Elsevier, pp. 27-47, 1987*
- [FIL1992] **M. Fillon, J.C. Bligoud, and J. Frêne.** Experimental study of tilting-pad journal bearings - comparison with theoretical thermoelastohydrodynamic results. *ASME Journal of Tribology*, 114 :579–588, 1992.
- [FIL1995] **Michel Fillon.** Dossier d’habilitation a diriger de recherche. *Recueil des publications*

- [FIL1996] **M. Fillon and M. Khonsari.** Thermohydrodynamic design charts for tilting-pad journal bearing. *ASME Journal of Tribology* 118:232-238, 1996.
- [FIL1997] **M. Fillon, P. Monmousseau, J. Frêne.** Thermoelastohydrodynamique des paliers à patins oscillants en régime transitoire. *Rev. Gén. Therm.* 36 : 433-441, 1997
- [FIL2004] **M. Fillon and J. Bouyer.** Thermohydrodynamic analysis of a worn plain journal bearings. *Tribology International*, 37 : 129–136, 2004
- [FLU2003] **Fluent 6.1 tutorial guide**  
© *Fluent Inc.* 24-01-2003
- [FRE1990] **J. Frêne, D. Nicolas, B. Degueurce, D. Berthe, M. Godet.** Lubrification hydro-dynamique, Paliers et Butées. Collection de la direction des études de recherches d'électricité de France, Edition Eyrolles, 1990
- [FRE2001] **J. Frêne.** La tribologie de l'antiquité à nos jours. *Mec. Ind.* (2001) 2, 263–282. Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS.
- [FRE2004] **J. Frêne.** Butées et Palier hydrodynamique. *Techniques de l'ingénieur*, B 671
- [FRI2001] **D. Frihi et M. Lahrar.** Etude de comportement des paliers de lignes de tête de bielle des moteurs à combustion interne sous l'effet des défauts de formes et du malignement. 2<sup>ème</sup> Journées de la Mécanique, EMP (JM-EMP 2001), 23-24/12/2001.
- [GET1988] **D.T. Gethin.** A finite element approach analysing thermohydrodynamic lubrication in journal bearings. *Tribology International*, 21(2) :67–75, 1988.
- [GET1996] **D.T. Gethin.** Modelling the thermohydrodynamic behaviour of high speed journal bearings. *Tribology International*, 29(7) :579–596, 1996.
- [GUH2000] **S. K. Guha.** Analysis of steady-state characteristics of misaligned hydrodynamic journal bearing with isotropic roughness effect. *Tribology International*, 33: 1-12, 2000.
- [HAN1990] **T. Han and R.S. Paranjpe.** A finite Volume Analysis of the Thermo-hydrodynamic Performance of Finite Journal Bearings. *ASME Journal of Tribology Vol 112*, pp. 557-566; 1990

- [Hea 2001] **A Heat Transfer Text Book.** Third Edition. John H. Lienhard IV / John H. Lienhard V. Phlogiston press, c 2001. Cambridge Massachusetts <http://web.mit.edu/lienhard/www/ahtt.htm1>. This copy is : version 1.01 dated August 17,2001
- [HOR1980] **Y. Hori and R. Uematsu.** Influence of misalignment of support bearings on stability of a multi rotor system. *Tribology International*, 13: 249-252, 1980
- [JAN1987] **Y.G. Jang and C.C. Chang.** Adiabatic solutions for a misaligned journal bearing with non-Newtonian lubricants. *Tribology International*, 20: 267-275, 1987.
- [KHO1985] **M. M. Khonsari and J. J. Beaman.** Thermohydrodynamic analysis of laminar incompressible journal bearing. *ASME Transactions*, 29(2) : 141-150, 1985
- [KHO1996] **M. M. Khonsari, J. Y. Jang. M. Fillon.** On the generalization of thermohydro-dynamic analysis for journal bearings. *ASME Journal of Tribology*, 118 :571-579, 1996
- [KRE1999] **Frank Kreith.** Mechanical Engineering HANDBOOK. Editor-in-chief Boca Raton : CRC Press LLC , 1999
- [KUC1999] **B. Kucinschi, M. Fillon.** A Transient Thermal Effects in a Plain Journal Bearing. *ASME Journal of Tribology*, 121: 327-332; 1999.
- [KUC2000] **B. R. Kucinschi, M. Fillon, J. Frene, M. D. Pascovici.** A Transien Thermoelastohydrodynamic Study of Loaded Journal Bearings Using Finite Element Methode Analysis. *ASME Journal of Tribology*, 122: 219-226, 2000
- [KUM1996] **A. Kumar and S.S. Mishra.** Stability of a rigid rotor in turbulent hydrodynamic worn journal bearings. *Wear* , 193: 25-30, 1996
- [KUM2006] **V. Kumar, S. C. Sharma and S. C. Jain.** On the restrictor design parameter of hybrid journal bearing for optimum rotordynamic coefficients. *Tribology International*, 39: 356-368; 2006.
- [LIG1997] **J.-L. LIGIER .** Lubrification des paliers moteurs. Edition Technip 1997
- [MAO2002a] **A. Maoui.** Contribution à l'étude thermohydrodynamique des paliers lisses. Thèse de magister, Centre Universitaire Larbi Ben M'Hidi Oum-El-Bouaghi, 2002.

- [MAO2002b] **A. Maoui.** Comportement ThermoHydrodynamique d'un palier lisse cylindrique de longueur finie. 3<sup>ème</sup> Journées de la Mécanique, EMP (JM-EMP 2002), 24-25/12/2002.
- [MAS1989] P. Maspeyrot. Comportement dynamique des paliers de vilebrequin. Influence des défauts de forme et des mésalignements. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 1989.
- [MAT1996] **M-T. Ma and C.M. Taylor.** An experimental investigation of thermal effects in circular and elliptical plain journal bearings. *Tribology International*, 29(1) :19–26, 1996.
- [MIC2003] **P. Michaud, D. Souchet, L. V. Hoang et D. Bonneau.** Modélisation TEHD de la lubrification des paliers de tête de bielle sous chargement dynamique. Comparaison entre résultats expérimentaux et théoriques. 16<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique, Nice, 1-5 Septembre 2003.
- [MIT1983] **J. Mitsui, Y. Hori, and M. Tanaka.** Thermohydrodynamic analysis of cooling effects of supply oil in circular journal bearing. *ASME Journal of Lubrication Technology*, 105 : 414-421, 1983
- [MIT1987] **J. Mitsui.** A study of thermohydrodynamic lubrication in circular journal bearing. *Tribology International*, 20(6) :331–341, 1987.
- [MON1998a] **P. Monmousseau, M. Fillon, and J. Frêne.** Transiant thermoelastohydrodynamic study of tilting-pad journal bearings –application to bearing seizure. *ASME Journal of Tribology*, 120 : 319-324,1998.
- [MON1998b] **P. Monmousseau, M. Fillon, and J. Frêne.** Transiant thermoelastohydrodynamic study of tilting-pad journal bearings under dynamic loading. *ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 120 : 405-409,1998.
- [MON1999] **P. Monmousseau and M. Fillon.** Analysis of static and dynamic tilting-pad journal bearings. *Proc Instn Mech Engrs Vol 213 Part J* , pp 253-261
- [PAR1994] **R. S. Parangpe et T. Han.** A study of thermohydrodynamic performance of sreadly loaded journal bearings. *STLE Tribology Transactions*, 37: 679-680, 1994
- [PIE2000a] **I. Pierre.** Etude tridimensionnelle des effets thermohydrodnamiques dans les paliers alignés et mésalignés. *Thèse de doctorat, Université de Poitiers, juin 2000.*

- [PIE2000b] **I. Pierre et M. Fillon.** Validity limits of the two-dimensional thermohydrodynamic analysis of plain journal bearings. *Proceeding of the International Tribology Conference, Nagasaki (Japan) 2000* pp: 1555-1560
- [PIE2002] **I. Pierre, J. Bouyer, and M. Fillon.** Thermohydrodynamic study of misaligned journal bearings-comparison between experimental data and theoretical results. *Int. J. of Applied Mechanics and Engineering*, 7 :949–960, 2002.
- [PIE2004] **I. Pierre, J. Bouyer, et M. Fillon.** Thermohydrodynamic behavior misaligned plain journal bearings: theoretical and experimental approaches. *STLE Tribology Transactions*, 47:594-604, 2004
- [SAN1995] **Luis San Andres, Dara Childs and Zhou Yang.** Turbulent-flow hydrostatic bearings: analysis and experimental results. *J. Mech. Sci.* 37:815-829, 1995
- [SAN2000] **Luis San Andres.** The Fundamental Assumptions in Hydrodynamic Lubrication, 1-7, 2000.
- [SOU2001] **D. Souchet et S. Piffeteau.** Approche par la MEF de la lubrification thermoélastohydrodynamique des paliers de tete de bielle. *Revue européenne des éléments finis*. Volume 10 N° 6-7, pp 815-847, 2001
- [STA2005] **Gwidon W. Stachowiak and Andrew W. Batchelor.** ENGINEERING TRYBOLOGY. BUTTERWORTH HEINEMANN. In press 2005
- [STO2000] **T. A. Stolarski.** Tribology in Machine Design. *Printed and bound in Great Britain, First published 1990, Reprinted 2000*
- [SUR2001] **Surfaces, Tribologies, et Formage Matériaux,** les presses de l'école des mines de Paris 2001
- [VER1995] **H. K. Versteeg and W. Malalasekera.** An introduction to Computational Fluid Dynamics, the Finite Volume Method. *Addison Wesley Longman Limited*, 1995
- [WAN2002] **Y. Wang, C. Zhang, Q. Wang, and C. Lin.** A mixed-tehd analysis and experiment of journal bearings under severe operating conditions. *Tribology International*, 35 :395–407, 2002.
- [WAN2006] **X. L. Wang and K. Q. Zhu.** Numerical analysis of journal bearings lubricated with micropolar fluids including thermal and cavitating effects. *Tribology International*, 39: 227-237; 2006

- [Wil1998]**      **J.A. Williams.** Engineering Tribology. Oxford University Press. Printed in Great Britain by Bookcraft (Bath) Ltd. First printed 1994, Reprinted 1996 with corrections 1998

ANNEXES



### **Différents types d'huiles moteurs**

Les huiles moteurs sont classées suivant leurs viscosités, les normes de classement sont déterminées par la S.A.E. (Society Automotive Engineering).

On distingue :

Les huiles multigrades dont la viscosité est donnée pour une valeur de la température.

On trouve les huiles SAE 10W, 15W, 20W, 30, 40, 50.

Exemple 1 : Une huile classée SAE 10W signifie que :

- 10 indique la valeur de la viscosité,
- W indique que la valeur de la viscosité a été mesurée à la température de 0°F (-18°C).

Exemple 2 : Une huile classée SAE 40 signifie que :

- 40 indique la valeur de la viscosité,
- l'absence de lettre indique que la valeur de la viscosité est donnée à la température de 210°F (100°C).
- une huile SAE 40 est plus visqueuse qu'une huile SAE 30 à la température de 210°F.

Les huiles multigrades sont données pour deux valeurs de la température.

On trouve les huiles SAE 10W30, 10W40, 10W50  
15W40, 15W50  
20W40, 20W50.

Exemple : 15W40  
15W viscosité à 0°F,  
40 viscosité à 210°F.

## Propriétés du Lubrifiant

Les lubrifiants sont qualifiés pour des applications déterminées par les propriétés requises pour leur emploi. Ces propriétés sont physiques et/ou chimiques, habituellement désignées « propriétés physico-chimiques », elles varient en fonction de nombreux paramètres. Les plus souvent retenus sont ; la température, la pression et le taux de cisaillement. Ne seront décrites ici que les caractéristiques et les propriétés les plus utilisées et qui ont une influence considérable sur le fonctionnement des paliers lisses.

## Propriétés de transfert thermique

### Conductivité thermique

Les conductivités thermiques des huiles minérales sont 4 à 5 fois plus faibles que celles de l'eau. Elles décroissent linéairement avec la température de 0.14 W/m.K à 0 °C à 0.11 W/m.K à 100°C. Aux températures usuelles (20 à 60°C), la valeur moyenne est de 0.13 W/m.K. Nous pouvons les calculer à partir de la relation :

$$k = \frac{0.101}{d_{15}}(51 - 0.00054.T)$$

où : k est la conductivité thermique exprimée en Kcal/m.h.°C,  $d_{15}$  la densité à 15°C et t la température en °C.

### Capacité thermique massique

La capacité thermique massique des huiles minérales est, en moyenne, 2 fois plus faible que celle de l'eau. Elle augmente linéairement avec la température de 1800 J/kg.K à environ à 0°C à 2150 J/kg.K à environ à 100°C. Pour des calculs simplifiés, la valeur moyenne aux températures usuelles des bains d'huile (50°C à 80°C) se situe vers 2000 J/kg.K. On peut la déterminer par la relation :

$$C_p = (d_{15})^{-1/2} \cdot (0.402 + 0.00081.T)$$

Dans cette formule,  $C_p$  est la chaleur spécifique exprimée en Kcal/kg.°C,  $d_{15}$  la densité à 15°C et t la température en °C.

### Masse volumique

La masse volumique d'un liquide à une température donnée est la masse de l'unité de volume. Pour les produits pétroliers, elle est mesurée à 15°C et est exprimée en Kg/dm<sup>3</sup>. La densité d'une huile est le rapport de la masse d'un certain volume de cette huile à une température donnée (généralement 15 ou 20°C) à celle du même volume d'eau à 4°C. Elle est désignée par  $d_4^{15}$  ou  $d_4^{20}$  et est sans dimension.

La masse volumique diminue assez sensiblement lorsque la température s'élève. Elle varie selon la relation suivante, si  $t_r$  est la température de référence (souvent  $t_r=15^\circ\text{C}$ ) :

$$\rho_{tr} = \rho_{tr} - a (T - T_r)$$

si  $\rho_{tr}$  est la masse volumique de l'huile à la température de référence  $t_r$  (en Kg/dm<sup>3</sup>), le coefficient de dilatation volumique  $a$  varie de 0.00060 pour les huiles visqueuses à 0.00070 pour les huiles minérales les plus fluides. Pour un calcul approché, on prendra :  $a = 0.00065$