

## Nurse Rostering Problem Considering Direct and Indirect Costs: Differential Evolution Algorithm

**Mohammadreza Hassani**

MS.c. in Industrial Engineering, Industrial Engineering Department, Bu-Ali Sina University, Hamadan, Iran

**Javad Behnamian \***

Associate Professor, Industrial Engineering Department, Bu-Ali Sina University, Hamadan, Iran

### Abstract

The employee scheduling problem seeks to find an optimal schedule for employees according to the amount of demand (workload), employee availability, labor law, employment contracts, etc. The importance of this problem in improving the quality of service, health and satisfaction of employees and reducing costs, including in hospitals, military or service centers, has encouraged researchers to study more. In this regard, nurse rostering problem is a scheduling that determines the number of nurses required with various skills and the time of their services on the planning horizon. In this research, by adding the nurses' shift preferences and number of consecutive working days constraints, an attempt has done to make the problem more realistic than previous researches. The objective function of the problem includes the cost of allocating shifts to nurses, the cost of the number of nurses required to reserve, the cost of overtime from a particular shift, the cost of underemployment from a particular shift, the cost of overtime on the planning horizon, the cost of underemployment on the planning horizon and the cost of absence shift-working and non-working days preferred by nurses. To solve problem, after modeling the problem as a mixed-integer program and due to the complexity of the problem, the differential evolutionary algorithm used with innovation in its crossover operator. To validate the proposed algorithm, its output compared with the genetic algorithm. Results show that the differential evolutionary algorithm has good performance in problem solving.

**Keywords:** Nurse Rostering Problem, Healthcare System, Differential Evolution Algorithm

---

\* Corresponding Author: Behnamian@basu.ac.ir  
How to Cite: Vol.19 No 61, Summer 2021




## مساله زمان بندی شیفتهای کاری پرستاران با در نظر گرفتن هزینه های مستقیم و غیر مستقیم: الگوریتم تفاضل تکاملی

محمد رضا حسنی

همدان، ایران

کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا،

جواد بهنامیان \* 

دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

### چکیده

مساله زمان بندی کارکنان به دنبال یافتن یک برنامه کاری بهینه برای برنامه ریزی کارکنان با توجه به میزان تقاضا (حجم کار)، میزان در دسترس بودن کارکنان، قانون کار، قراردادهای کاری و... می باشد. اهمیت این مساله در بهبود کیفیت خدمت دهی، سلامت و رضایت کارکنان و کاهش هزینه ها از جمله در بیمارستان ها، مراکز نظامی، خدماتی یا امدادی، پژوهشگران را ترغیب به بررسی هر چه بیشتر آن نموده است. در این بین مساله زمان بندی شیفتهای کاری پرستاران، به دنبال یافتن یک برنامه ی زمان بندی است که مشخص کننده تعداد پرستار مورد نیاز با مهارت های مختلف و زمان ارایه خدمت آن ها در افق برنامه ریزی است. در این تحقیق با افزودن محدودیت های ترجیحات شیفتی پرستاران و محدودیت تعداد روز کاری متوالی سعی شده مساله نسبت به تحقیقات گذشته شرایط واقعی تر به خود گیرد. تابع هدف مساله مورد بررسی شامل حداقل سازی مجموع هزینه های تخصیص شیفتهای کاری به پرستاران، هزینه ی تعداد پرستاران ذخیره لازم، هزینه ی اضافه کاری از یک نوع شیفت خاص، هزینه ی کم کاری از یک نوع شیفت خاص، هزینه ی اضافه کاری در افق برنامه ریزی، هزینه ی کم کاری در افق برنامه ریزی و هزینه ی عدم اعمال شیفتهای کاری و غیر کاری ترجیحی پرستاران است. برای حل مساله، پس از مدلسازی مساله در قالب برنامه عددی صحیح مختلط و به دلیل پیچیدگی ذاتی مساله از الگوریتم تفاضل تکاملی با ابتکار در عملگر تقاطع استفاده شده است. به منظور اعتبارسنجی کیفیت الگوریتم پیشنهادی، خروجی آن با خروجی الگوریتم ژنتیک مقایسه گردید. نتایج نشان می دهد که الگوریتم تفاضل تکاملی دارای کارایی مناسبی در حل مساله است.

کلیدواژه ها: زمان بندی شیفتهای کاری پرستاران، سیستمهای سلامت، الگوریتم تفاضل تکاملی

## مقدمه

هزینه‌های سیستم‌های بهداشت و درمان به صورت چشم‌گیری در حال افزایش است. به طور مثال مراکز درمان و خدمات پزشکی در ایالات متحده امریکا تخمین می‌زنند هزینه‌های بهداشت و درمان در این کشور تا سال ۲۰۱۸ به بیش از ۴ تریلیون دلار که نزدیک به ۲۰ درصد از تولید ناخالص ملی است برسد (هال ۲۰۱۲). با توجه به ساختار هزینه‌ها تلاش برای استفاده از تکنیک‌های تحقیق در عملیات برای کاهش آن مورد توجه قرار گرفته است. بخش قابل توجهی از این هزینه‌ها مربوط به استفاده از منابع انسانی و برنامه‌ریزی آن است (فاطمی قمی و همکاران ۱۳۹۹). امروزه به دلیل افزایش جمعیت سالمندان، کمبود پرستار به یک دغدغه برای سیستم‌های بهداشت و درمان کشورها تبدیل شده است (فولی ۲۰۰۲). یکی از کاربردی‌ترین مسائل در زمینه سیستم خدمات بهداشت و درمان مساله زمان‌بندی شیفت‌های کاری پرستاران می‌باشد. این مساله زیر مجموعه مسائل زمان‌بندی کارکنان می‌باشد. ماهیت این مساله با توجه به نوع شغل و قوانین کاری دارای تنوع بسیاری می‌باشد. هدف از طرح مساله زمان‌بندی شیفت‌های کاری (NRP)<sup>۱</sup> ایجاد یک برنامه زمان‌بندی و تخصیص پرستاران در دسترس، به شیفت‌های کاری یک بیمارستان با توجه به محدودیت‌های مختلف در یک بازه زمانی مشخص می‌باشد (لاگاتی و همکاران ۲۰۰۹). اهمیت این مساله در بهبود کیفیت خدمت‌دهی، سلامت و رضایت کارکنان و کاهش هزینه‌های بیمارستان، پژوهشگران را به بررسی آن ترغیب کرده است. خروجی این مساله، ارایه یک برنامه زمان‌بندی می‌باشد که مشخص کننده تعداد افراد مورد نیاز با مهارت‌های مختلف و زمان ارایه خدمت آن‌ها در افق برنامه‌ریزی می‌باشد. این برنامه باید منطبق بر قانون کار، ترجیح کارکنان، در دسترس بودن کارکنان، مقدار نیاز به نیروی کار، حجم کاری و تقاضا، قراردادهای کاری، محدودیت‌های ارگونومیکی و فنی می‌باشد. تنوع بالای مساله در مدل‌سازی، مفروضات و روش‌های حل جذابیت‌های این مساله را بیش‌تر کرده است.

در ادامه پس از مرور ادبیات در بخش دوم، با در نظر گرفتن محدودیت‌های سخت و نرم، مساله در بخش سوم مدل‌سازی خواهد شد. در بخش چهارم، الگوریتم فراابتکاری تفاضل تکاملی معرفی و جزئیات پیاده‌سازی آن بدقت تشریح خواهد شد. بخش پنجم نیز به حل نمودهایی از مساله، ارائه تحلیلها و نتایج آماری و توصیف بینش مدیریتی تحقیق اختصاص یافته است. در نهایت نتیجه‌گیری و پیشنهاداتی برای مطالعات آتی در بخش ششم ارائه خواهد شد.

---

1. Nurse Rostering Problem (NRS)

## مرور ادبیات

اسکندری و زیارتی (۲۰۰۸) از تئوری مجموعه‌های فازی برای مدل‌سازی محدودیت‌های منعطف و داده‌های غیرقطعی در مساله زمان‌بندی شیفت کاری پرستاران استفاده کردند. این مدل خطی با هدف برآورده کردن نیاز به نیروی کاری و رضایت کارکنان، با محدودیت‌های فازی برای برنامه یک هفته‌ای در بیمارستان نمازی شیراز طراحی شده است. پار و تامسون<sup>۱</sup> (۲۰۰۷) با مدل‌سازی نوین در داده‌های مساله به حل آن با الگوریتم فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید<sup>۲</sup> پرداختند. گلکس و نایت<sup>۳</sup> (۲۰۱۰) به بررسی ساختار مساله زمان‌بندی شیفت‌های کاری پرستاران پرداختند و با دسته‌بندی مساله به چهار مجموعه، راهکارهایی برای کاهش ابعاد فضای حل ارائه دادند. یکی از ویژگی‌های کار آن‌ها استفاده از جواب مساله در یک دوره زمانی برای حل مساله برای دوره زمانی بعد می‌باشد. فام و همکاران<sup>۴</sup> (۲۰۱۲) به حل مساله با رویکرد چندهدفه پرداختند. قبل از این افراد نیز، این مساله با توابع هدف مختلف و روش‌های مورد استفاده در رویکردهای چند هدفه مورد بررسی قرار گرفته است و بسیاری از تحقیقات روی آن با توابع هدف جدید ادامه دارد. هوآنگک و همکاران<sup>۵</sup> (۲۰۱۴) با دسته‌بندی محدودیت‌ها، به حل مساله با تعداد پرستار زیاد، مدت برنامه‌ریزی طولانی‌تر و محدودیت‌های زیاد به کمک الگوریتم تکاملی پرداخت. طبق نظر او هر چه تعداد پرستاران و مدت زمانی که برای آن برنامه‌ریزی می‌کنیم بیشتر شود پیچیدگی مساله نیز بیشتر می‌شود. در سانتوس و همکاران<sup>۶</sup> (۲۰۱۶) با استفاده از مفهوم برش در برنامه‌ریزی عدد صحیح به حل مساله با روشی ابتکاری پرداختند. اوادلا و همکاران<sup>۷</sup> (۲۰۱۵) با مدل‌سازی مساله به روش قطعی به حل آن با استفاده از یک الگوریتم هیبریدی پرداختند. این روش حل، از ترکیب دو الگوریتم فراابتکاری تکاملی و جستجوی محلی برای بهبود جواب‌های ایجاد شده و ایجاد تعادل در دو عامل کاوش و تبعیت بهره می‌برد. ماس و همکارانش<sup>۸</sup> (۲۰۱۷) در پژوهشی به بررسی و مدل‌سازی غیبت پرستاران و تقاضای با عدم قطعیت در این مساله پرداختند و از الگوریتم فراابتکاری ژنتیک به عنوان ابزاری برای حل مساله استفاده کردند. در این تحقیق غیبت پرستاران به عنوان عاملی اثرگذار در برنامه

- 
1. Parr & Thompson
  2. Simulated Annealing
  3. Glass & Knight
  4. Pham et al.
  5. Huang
  6. Santos et al.
  7. Awadallah et al.
  8. Maass et al.

زمان‌بندى مطرح شده است. اينگلز و مائنهوت<sup>۱</sup> (۲۰۱۵) با بررسى تاثير نيروى ذخيره بر پايدارى زمان‌بندى شيفت‌هاى كارى، رويكردى را براى بهبود استوارى يـك برنامه زمان‌بندى ارايه كردند. باقرى و همكاران (۲۰۱۵) برنامه‌ريزى تصادفى دو مرحله‌اى را براى اين مساله مطرح كردند. در اين پژوهش از رويكرد تقريـب ميانگين نمونه براى تخمين تقاضا استفاده شده است. دسته‌بندى مقالات و كارهاى مهم انجام شده در مرور ادبيات در جدول (۱) آمده است.

جدول (۱): جدول مرور ادبيات

روش حل	نوع عدم قطعيت	تابع هدف		مرجع
		تک هدفه / قطعى / غير قطعى	تک هدفه / چندهدفه	
برنامه‌ريزى آرمانى	-	قطعى	چندهدفه	(Huarng, 1997)
برنامه‌ريزى خطى فazy	فazy	غير قطعى	چندهدفه	(Eskandari & Ziarati, 2008)
الگوريتم شبیه‌سازى تبريد	-	قطعى	چندهدفه	(Parr & Thompson, 2007)
الگوريتم‌هاى فراابتكارى	-	قطعى	تک هدفه	(Glass & Knight, 2010)
روش ابتكارى	-	قطعى	چندهدفه	(Pham et al., 2012)
همسايگى متغير تصادفى	-	قطعى	تک هدفه	(Solos et al. 2013)
شاخه و کران	-	قطعى	تک هدفه	(Bæklund & Klose, 2013)
قسمت‌بندى مجموعه	-	قطعى	تک هدفه	(Huang et al., 2014)
برش فضاى حل	-	قطعى	تک هدفه	(Santos et al., 2016)
الگوريتم زنبور عسل	-	قطعى	تک هدفه	(Awadallah et al., 2015)
الگوريتم ژنتيك	احتمالى	غير قطعى	تک هدفه	(Maass et al., 2017)
بهينه‌سازى استوار	احتمالى	غير قطعى	چندهدفه	(Ingels & Maenhout, 2015)
برنامه‌ريزى تصادفى	احتمالى	غير قطعى	چند هدفه	(Bagheri et al., 2015)

1. Ingels & Maenhout

با مرور ادبیات مساله مشاهده می‌شود تلاش پژوهشگران بیشتر بر روی رویه حل مساله متمرکز است و در زمینه مدل‌سازی ابتکار کمتری مشاهده می‌شود. در این تحقیق با ارایه یک مدل پیشنهادی بر پایه مدل ارایه شده گلس و نایت (۲۰۱۰) به حل مساله با رویکرد مبتنی بر الگوریتم فراابتکاری پرداخته شده است. از نوآوری‌های مدل‌سازی افزودن محدودیت‌های ترجیحات شیفی پرستاران و محدودیت تعداد روز کاری یا تعطیلی متوالی می‌باشد.

### تعریف، مفروضات و مدل‌سازی مساله

زمان‌بندی کارکنان به دنبال یافتن یک برنامه کاری بهینه برای برنامه‌ریزی کارکنان با توجه به میزان تقاضا (حجم کار)، میزان در دسترس بودن کارکنان، قانون کار، قراردادهای کاری و... می‌باشند. اهمیت این مساله در بهبود کیفیت خدمت‌دهی، سلامت و رضایت کارکنان و کاهش هزینه‌ها از جمله در بیمارستان‌ها، مراکز نظامی، خدماتی یا امدادی، پژوهشگران را ترغیب به بررسی هر چه بیشتر آن نموده است (گردانی، رشیدی کمیجان، ۱۳۹۸). مساله‌ی زمان‌بندی شیف‌های کاری پرستاران، به دنبال یافتن یک برنامه‌ی زمان-بندی است که مشخص‌کننده‌ی تعداد پرستار مورد نیاز با مهارت‌های مختلف و زمان ارایه خدمت آن‌ها در افق برنامه‌ریزی است. از چالش‌های ایجاد این برنامه که باید مورد توجه قرار گیرند عبارتند از: ایجاد انطباق با قانون کار، اعمال ترجیح پرستاران، در دسترس بودن پرستاران، مقدار نیاز به نیروی کار، حجم کاری و تقاضا، قراردادهای کاری، محدودیت‌های ارگونومیکی و فنی. در زمان‌بندی شیف‌های کاری پرستاران، هر برنامه‌ی کاری به گونه‌ای تنظیم می‌شود که با کم‌ترین هزینه، همراه با کارایی مورد نظر و با رعایت محدودیت‌های سیستم بتواند بهترین خدمت را ارایه نماید. در این نوع برنامه‌ریزی توازن میان هزینه و کیفیت باید رعایت شود، به گونه‌ای که کم شدن هزینه‌ها منجر به لطمه زدن به کیفیت خدمت‌دهی نگردد و در صورت امکان، منجر به ارتقای کیفی سیستم خدمت‌دهی گردد.

برای مساله زمان‌بندی شیف‌های کاری پرستاران مدل‌های مختلفی برای شرایط گوناگون ارایه شده است اما یک بخش از آن‌ها به عنوان یک مفهوم کلی در همه مدل‌ها مشترک است. در همه‌ی این مدل‌ها، هدف اصلی تخصیص پرستاران به شیف‌های کاری در روزهای افق برنامه‌ریزی با کمترین هزینه است. پیچیدگی مساله زمان‌بندی شیف‌های کاری پرستاران از نوع NP-complete است و جزء مسائل سخت دسته‌بندی می‌گردد. به دلیل پیچیدگی مساله در حالت قطعی و شرایط عدم قطعیت، حل آن در ابعاد متوسط و

بزرگ با روش‌های دقیق در زمان و فضای محاسباتی معقول ناممکن است. الگوریتم تفاضل تکاملی با توجه به ویژگی‌های ساختاری مناسب برای جستجو در فضای دودویی به عنوان روش حل مساله انتخاب گردید و عملکرد آن با الگوریتم ژنتیک به عنوان نماینده‌ای شناخته شده و معتبر از الگوریتم‌های مشابه مورد مقایسه قرار گرفت. در مساله زمانبندی شیفت‌های کاری مورد مطالعه بر اساس تعاریف و مفروضات زیر لحاظ شده است:

- افق یا دوره برنامه‌ریزی<sup>۱</sup>: تعداد روزهایی است که برای آن برنامه زمان‌بندی شیفت‌ها تهیه می‌شود. این دوره می‌تواند از یک روز تا چند ماه متغیر باشد. البته هر چه این مدت طولانی‌تر شود عدم قطعیت و نیاز به تجدیدنظر افزایش می‌یابد. از طرفی هر چه قدر مدت برنامه‌ریزی کوتاه‌تر باشد هزینه دفعات برنامه‌ریزی بیشتر می‌شود.
- شیفت کاری: یک بازه زمانی ثابت برای یک دوره کاری است. هر شیفت دوماً با توجه به ویژگی زمانی آن شناخته می‌شود و نام آن را متناسب با دوره زمانی آن تعیین می‌کنند. مانند: شیفت صبح، شیفت ظهر و شیفت شب. هر شیفت متناسب با زمان توافق شده در ساعت مشخصی از روز آغاز و در ساعت معینی در روز به پایان می‌رسد و هر پرستار موظف است در این زمان به بیماران خدمت‌دهی نماید.
- تخصیص: به معنای به کار گماردن یک پرستار در یک شیفت مشخص از یک روز می‌باشد. یک برنامه کاری یک ماتریس دو بعدی با ابعاد تعداد پرستار در تعداد روز برنامه می‌باشد. درایه این ماتریس می‌تواند نشان‌دهنده شیفتی مشخص از یک روز کاری یا تعطیل برای یک پرستار باشد.
- تقاضا: تعداد پرستار مورد نیاز در یک شیفت کاری از یک روز می‌باشد. اگر تعداد پرستار مورد نیاز در همه شیفت‌های افق برنامه‌ریزی برابر باشد تقاضا باثبات است. در غیر این صورت تقاضا متغیر می‌باشد.
- محدودیت‌های شمارنده<sup>۲</sup>: به مجموعه محدودیت‌هایی گفته می‌شود که تعداد روزهای کاری یا تعطیل و همچنین تعداد شیفت‌های کاری از هر نوع را محدود می‌کند.
- محدودیت‌های توالی<sup>۳</sup>: مجموعه محدودیت‌هایی است که توالی انواع شیفت‌ها و تعطیلات را مقید می‌کنند.

---

1. Scheduling Period  
2. Counter Constraints  
3. Succession Constraints

- محدودیت‌های دنباله‌ای<sup>۱</sup>: مجموعه محدودیت‌هایی می‌باشد که بر روی روزهای کاری متوالی و یا تعطیل اعمال می‌گردد (اسمت ۲۰۱۵).
- مفروضات تحقیق به شرح ذیل می‌باشند.
  - تمام داده‌های مساله قطعی و از پیش تعیین شده می‌باشند
  - پرستاران در طول دوره برنامه ریزی در دسترس هستند.
  - پرستاران دارای مهارت یا قراردادهای متفاوتی هستند.
  - بیماران به دسته‌های مختلفی از نظر مقدار مراقبت لازم یا مهارت مورد نیاز برای نگهداری تقسیم می‌شوند.
  - برای پرستاران حداقل و حداکثری برای شیفت‌های خاص (مانند شیفت شب) در نظر گرفته شده است.
- سایر مفروضات برای مدل‌سازی مساله به صورت جزئی در متن تحقیق آمده است.
- از مواردی که بر پیچیدگی مساله اثر گذار می‌باشد محدودیت‌های مساله مورد بررسی می‌باشد که به دو دسته محدودیت‌های سخت و نرم تقسیم می‌شوند. محدودیت‌های سخت مانند اجبار در قرار دادن افراد در شیفت‌های خاص مانند صبح و یا عصر و محدودیت نرم مانند حداقل و حداکثر شیفت‌های تخصیص داده شده به یک فرد در یک هفته کاری هستند. در هر بیمارستان با توجه به نیاز، شرایط یا محدودیت‌ها، قیود دیگری نیز به این مساله‌ی پایه اضافه می‌گردد. بخشی از آن‌ها در ادامه آمده است (بیکلونند و کلوز ۲۰۱۳).
- محدودیت پوشش: این محدودیت بیان می‌کند چه تعداد از پرستاران با تخصیص خاص قرار است به شیفتی تخصیص داده شوند. این محدودیت‌ها می‌توانند به صورت حداقل یا حداکثر نیاز قطعی و یا به صورت سطح مورد نیاز یا سطح مطلوب ظاهر شود.
- محدودیت حجم کاری: این محدودیت ساعت‌های کاری که یک پرستار در افق برنامه باید کار کند را محدود می‌کند. اغلب پرستاران به مدت شیفت در تعطیلات رسمی و پایان هفته پاداشی دریافت می‌کنند. این مدت زمانی نیز جزء محاسبه‌ی ساعت کاری پرستار حساب می‌گردد. این محدودیت می‌تواند به صورت حداقل یا حداکثر دامنه یا ساعت کار به صورت دقیق مطرح شود.



- محدودیت الگوی شیفت کاری: محدودیت‌هایی هستند که تعیین می‌کنند ترکیب شیفت‌های کاری یک پرستار چگونه باید باشد. این محدودیت‌ها می‌توانند به صورت سخت‌گیرانه، هنگامی که یک الگوی خاص مجاز نباشد یا به صورت محدودیت سهل‌گیرانه، هنگامی که بهتر است از رخ دادن الگویی (در صورت امکان) اجتناب شود ظاهر گردند. مثالی از این محدودیت حداقل تعداد ساعت مابین دو شیفت کاری، حداقل دو شیفت شب متوالی و حداکثر چهار شیفت شب متوالی در یک بازه زمانی هستند.
- محدودیت تعداد روز کاری یا تعطیلی متوالی: این محدودیت‌ها هر دو به صورت حداکثر یا حداقل تعداد روزهایی که پرستار می‌تواند سر کار یا تعطیل باشد بیان می‌شوند.
- محدودیت پایان هفته‌ی کامل: این محدودیت بیان می‌کند که پرستار باید کل پایان هفته را کار کند یا پایان هفته هیچ شیفتی نداشته باشد. این یعنی پرستاری که آخر هفته را شیفت است باید دو شیفت کار کند.
- محدودیت تعطیلات و روزهای تعطیل درخواستی: این محدودیت برای نزدیک شدن مدل به واقعیت بسیار ارزشمند است. تعطیلات و روزهای تعطیل درخواستی اغلب مدت‌ها قبل از اینکه برنامه نوشته شود و برنامه به اجرا در بیاید تعیین می‌گردد و تغییر دادن آن در برنامه‌ی نوشته شده مشکل است. غیبت ناگهانی و دور از انتظار می‌تواند منجر به تغییر برنامه و برنامه‌ریزی مجدد<sup>۱</sup> گردد.
- محدودیت ترجیحات شیفتی پرستاران: این محدودیت را نیز در هنگام ایجاد برنامه باید مدنظر قرار داد زیرا برخی از پرستاران، شیفت‌های خاصی را برای کار ترجیح می‌دهند.
- محدودیت تعداد انواع شیفت: تعداد انواع شیفت‌هایی را که یک پرستار در افق برنامه کار می‌کند مشخص می‌کند. محدودیت بر تعداد شیفت‌های شبانه به صورت معمول لحاظ می‌گردد اما برای دیگر انواع شیفت‌ها نیز صادق است و به صورت حداقل یا حداکثر یک دامنه‌ی زمانی یا مقدار دقیق تعیین می‌گردد.

### مجموعه‌ها، پارامترها و متغیرها

شمارنده‌ها و اندیس‌های مدل به قرار زیر هستند:

$i$  شماره پرستاران

$j$  شماره نوع تخصص پرستاران

$k$  شماره شیفت کاری

$k'$  کل شیفت‌های یک روز کاری

$d$  شماره روز کاری

$r$  بازه زمانی بررسی محدودیت توالی شیفت‌های یک نوع خاص

$m$  مقدار حداکثر در پارامتری مانند  $g_{ijk}^m$

$y$  مقدار حداقل در پارامتری مانند  $g_{ijk}^y$

مجموعه‌های به کار برده شده در مدل به صورت زیر هستند:

$N$  مجموعه کل پرستاران

$P$  مجموعه تخصص‌های پرستاران

$S$  مجموعه شیفت‌ها

$T$  دوره زمانی (تعداد روزهای زمان‌بندی)

$\bar{T}_{ij}$  مجموعه روزهایی که پرستار  $i$  با تخصص  $j$  نمی‌تواند کار کند (برای مثال روزهای استراحت از پیش تعیین شده و مرخصی).

$V$  مجموعه روز-شیفت‌هایی که پرستار  $i$  با تخصص  $j$  ترجیح می‌دهد کار کند.

$\bar{S}_{ijd}$  مجموعه شیفت‌های شدنی قابل تخصیص به پرستار  $i$  با تخصص  $j$  در روز  $d$

ام

$D_{jkd}$  مجموعه تقاضا برای پرستار با تخصص  $j$  در روز  $d$  ام و شیفت  $k$  ام

$g_{ijk}^y$  حداقل تعداد شیفت‌های از یک نوع خاص (مانند شیفت شب) برای پرستار  $i$  با

تخصص  $j$

$g_{ijk}^m$  حداکثر تعداد شیفت‌های از یک نوع خاص (مانند شیفت شب) برای پرستار  $i$  با

تخصص  $j$

$J$  مجموعه‌ی کاندید برای تقاطع بروش دوجمله‌ای

$J^*$  یک عضو انتخاب شده به صورت تصادفی از مجموعه کاندید برای تقاطع به روش

دوجمله‌ای

پارامترهاى هزينه‌اى مدل به صورت زير تعريف مى‌شوند:

$$\begin{aligned}
 C_{ijkl} & \text{ هزينه تخصيص فرد } i \text{ با تخصص } j \text{ در روز } d \text{ ام و شيفت } k \text{ ام} \\
 C_{jkd}^q & \text{ هزينه تعداد پرستاران ذخيره‌اى لازم با تخصص } j \text{ در روز } d \text{ ام و شيفت } k \text{ ام} \\
 C_{ijk}^e & \text{ هزينه اضافه‌كارى از يک نوع شيفت خاص} \\
 C_{ijk}^l & \text{ هزينه کم‌كارى از يک نوع شيفت خاص} \\
 C_{ij}^z & \text{ هزينه اضافه‌كارى در افق برنامه‌ريزى} \\
 C_{ij}^a & \text{ هزينه کم‌كارى در افق برنامه‌ريزى} \\
 C_{ijkl}^w & \text{ هزينه عدم اعمال شيفت-روزهاى کارى و غير کارى ترجيحى پرستاران}
 \end{aligned}$$

متغيرهاى مساله که در تابع هدف آورده شده‌اند عبارتند از:

$x_{ijkz}$ : متغير اصلى مساله به صورت باينرى (اگر پرستار  $i$  ام با تخصص  $j$  ام به شيفت-  
 کارى  $k$  ام در روز  $d$  ام تخصيص يابد مقدار آن برابر يک و در غير اين صورت صفر مى-  
 باشد). به شکل ماتريسى با تعداد سطرى به اندازه تعداد کل پرستاران و تعداد ستون‌هاى  
 برابر با حاصل ضرب تعداد شيفت‌ها در روزهاى برنامه‌ريزى مى‌باشد.

$$x = \begin{bmatrix} x_{1111} & x_{1121} & x_{1131} & x_{1121} & x_{1122} & \dots & t \\ x_{2111} & & & & & & x_{21kd} \\ x_{3111} & & & & & & x_{31kd} \\ x_{1211} & & & & & & x_{12kd} \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ x_{ij11} & x_{ij21} & x_{ij31} & x_{ij21} & x_{ij22} & \dots & t \end{bmatrix} \quad (1)$$

$q_{jkd}$  تعداد پرستاران ذخيره لازم با تخصص  $j$  در روز  $d$  ام و شيفت  $k$  ام (متغير وابسته)  
 به صورت متغيرى عدد صحيح با ابعاد يک در حاصل ضرب تعداد تخصص پرستاران،  
 تعداد شيفت‌ها و روزها مى‌باشد و  $e_{ijk}$  و  $l_{ijk}$  متغيرهاى عدد صحيح به صورت ماتريسى  
 و با ابعاد تعداد کل پرستاران در تعداد شيفت‌ها مى‌باشد و نماينده شيفت‌هاى اضافه‌كارى و  
 کم‌كارى از نوع  $k$  براى پرستار  $i$  با تخصص  $j$  (متغير وابسته) هستند.

$$q = [q_{111} \quad q_{121} \quad \dots] \quad (2)$$

$$e = \begin{bmatrix} e_{111} & \dots & & & & \\ e_{211} & & e_{21k} & & & \\ e_{311} & & e_{31k} & & & \\ e_{121} & & e_{12k} & & & \\ \vdots & & \vdots & & & \\ e_{ij1} & \dots & & & & \end{bmatrix} \quad (۳)$$

$$l = \begin{bmatrix} l_{111} & \dots & & & & \\ l_{211} & & l_{21k} & & & \\ l_{311} & & l_{31k} & & & \\ l_{121} & & l_{12k} & & & \\ \vdots & & \vdots & & & \\ l_{ij1} & \dots & & & & \end{bmatrix} \quad (۴)$$

متغیرهای عدد صحیح به صورت ماتریسی با ابعاد یک در تعداد کل پرستاران  $a_{ij}$  و  $z_{ij}$  می باشد که نماینده شیفت های اضافه کاری و کم کاری در دوره برنامه ریزی می باشند.

$$a = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \\ a_{12} \\ \vdots \\ a_{ij} \end{bmatrix} \quad (۶)$$

$$z = \begin{bmatrix} z_{11} \\ z_{21} \\ z_{31} \\ z_{12} \\ \vdots \\ z_{ij} \end{bmatrix} \quad (۵)$$

متغیری باینری به صورت ماتریسی با تعداد سطری به اندازه تعداد کل پرستاران و تعداد ستون های برابر با حاصل ضرب تعداد شیفت ها در روزهای برنامه ریزی می باشد و نماینده عدم اعمال شیفت-روزهای کاری و غیر کاری ترجیحی پرستار  $i$  با تخصص  $j$  (متغیر وابسته) می باشد.

$$w = \begin{bmatrix} w_{1111} & w_{1121} & w_{1131} & w_{1121} & w_{1122} & \dots & d \\ w_{2111} & & & & & & w_{21kd} \\ w_{3111} & & & & & & w_{31kd} \\ w_{1211} & & & & & & w_{12kd} \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ w_{ij11} & w_{ij21} & w_{ij31} & w_{ij21} & w_{ij22} & \dots & d \end{bmatrix} \quad (۷)$$

### مدلسازی مساله

مدل مساله پیشنهادی مساله با توجه به نمادهای معرفی شده به شرح ذیل می باشد.

$$\text{Min} \sum_{i \in N} \sum_{j \in P} \sum_{k \in S} \sum_{d \in T} c_{ijkd} \cdot x_{ijkd} + \sum_{j \in P} \sum_{k \in S} \sum_{d \in T} c_{jkd}^q \cdot q_{jkd} + \sum_{i \in N} \sum_{j \in P} \sum_{k \in S} c_{ijk}^e \cdot e_{ijk} + \quad (۸)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in P} \sum_{k \in S} c_{ijk}^l \cdot l_{ijk} + \sum_{i \in N} \sum_{j \in P} c_{ij}^z \cdot z_{ij} + \sum_{i \in N} \sum_{j \in P} c_{ij}^a \cdot a_{ij} + \sum_{i \in N} \sum_{j \in P} \sum_{k \in S} \sum_{d \in T} c_{ijkd}^w \cdot w_{ijkd} \quad (۹)$$

$$\text{s.t.} : \sum_{k \in S} x_{ijkd} \leq 1 \quad \forall i \in N, j \in P, d \in T \setminus \overline{T_{ij}} \quad (۹)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in P} x_{ijkd} \geq D_{jkd} + q_{jkd} \quad \forall j \in P, k \in S, d \in T \quad (۱۰)$$

$$\sum_{k \in S} x_{ijk} = 0 \quad \forall i \in N, j \in P, d \in \overline{T}_{ij} \quad (11)$$

$$\sum_{k \in S \setminus S_{jd}} x_{ijkd} = 0 \quad \forall i \in N, j \in P, d \in T \quad (12)$$

$$x_{ijkd} + w_{ijkd} = 1 \quad \forall i \in N, j \in P, d \in V \quad (k \in V) \quad (13)$$

$$x_{ijkd} - w_{ijkd} = 0 \quad \forall i \in N, j \in P, d \in V \quad (k \in V) \quad (14)$$

$$\sum_{k \in S} x_{ijkd} \leq g_{ijk}^m + e_{ijk} \quad \forall i \in N, j \in P, k \in S \quad (d \in T, d+r \leq T) \quad (15)$$

$$\sum_{k \in S} x_{ijkd} \geq g_{ijk}^y - l_{ijk} \quad \forall i \in N, j \in P, k \in S \quad (d \in T, d+r \leq T) \quad (16)$$

$$\sum_{d \in T} \sum_{k \in S} x_{ijkd} \leq H_m + z_{ij} \quad \forall i \in N, j \in P \quad (17)$$

$$\sum_{d \in T} \sum_{k \in S} x_{ijkd} \geq H_y - a_{ij} \quad \forall i \in N, j \in P \quad (18)$$

$$x_{ijkd} + x_{ijk(d+1)} \leq 1 \quad \forall i \in N, j \in P, (k, k') \in S, d \in T \setminus \{t\} \quad (19)$$

$$x_{ijkd} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N, j \in P, k \in S, d \in T \quad (20)$$

رابطه (۸) تابع هدف مساله است که عبارات آن به ترتيب متشکل از حداقل سازى مجموع هزينه‌هاى تخصيص شيفت‌هاى کارى به پرستاران، هزينه‌ى تعداد پرستاران ذخيره لازم، هزينه‌ى اضافه‌کارى از يک نوع شيفت خاص، هزينه‌ى کم‌کارى از يک نوع شيفت خاص، هزينه‌ى اضافه‌کارى در افق برنامه‌ريزى، هزينه‌ى کم‌کارى در افق برنامه‌ريزى و هزينه‌ى عدم اعمال شيفت-روزهاى کارى و غيرکارى ترجيحى پرستاران است. محدوديت (۹) براى اطمينان از تخصيص حداکثر يک شيفت به يکى از پرستاران آماده به خدمت با تخصص خاص در يک روز کارى است. محدوديت (۱۰) براى نشان دادن پوشش تعداد تقاضاى نيروى کارى براى هر شيفت-روز کارى که در آن  $D_{jkd}$  مجموعه‌ى تقاضا براى پرستار  $i$  با تخصص  $j$  در روز  $d$  ام  $k$  است. محدوديت (۱۱) براى اطمينان از عدم تخصيص شيفت کارى در روزهاى استراحت نيروى کارى (مرخصى و...)  $\overline{T}_{ij}$  مجموعه روزهاى استراحت پرستار  $i$  با تخصص  $j$  نمى‌تواند کار کند (براى مثال روزهاى استراحت از پيش تعيين شده و مرخصى). محدوديت (۱۲) مشخص-کننده‌ى روزهاى در دسترس بودن نيروى کار  $\overline{S}_{ij}$  مجموعه شيفتهائى شدى قابل تخصيص به پرستار  $i$  با تخصص  $j$  در روز  $d$  ام است. محدوديت (۱۳) براى اعمال روزهاى ترجيحى پرستاران براى کار يا تعطيلى در برنامه.  $V$  مجموعه روز-شيفتهائى است که

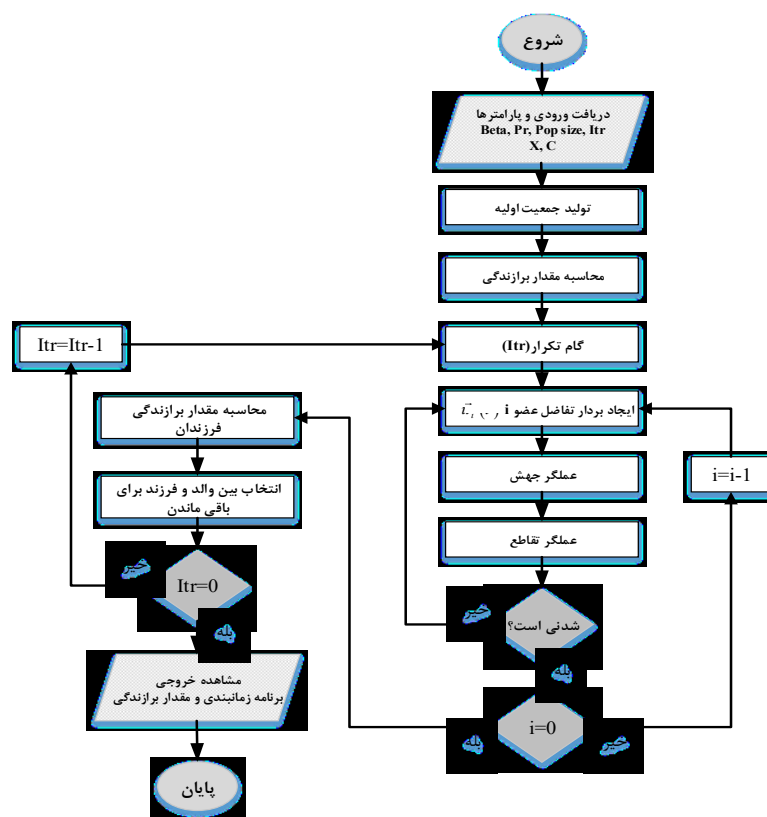
پرستار  $A$  با تخصص  $r$  ترجیح می‌دهد کار کند. مقدار  $w_{ijkl}$  برابر صفر است اگر پرستار مطابق ترجیح خود به کار گرفته شود (معادله شماره ۱۳) یا مطابق ترجیح خود در شیفت خاصی کار نکند (معادله شماره ۱۴) و برابر یک در غیر این صورت. با استفاده از محدودیت‌های (۱۵) و (۱۶) بررسی می‌شود که آیا در حداقل ( $g_{ijk}^y$ ) و حداکثر ( $g_{ijk}^m$ ) تعداد شیفت‌های از یک نوع خاص (مانند شیفت شب) برای پرستار  $A$  با تخصص  $r$  تا  $r$  روز بعد به ازای هر شیفت بنا به قانون بیمارستان رعایت گردد. محدودیت‌های (۱۷) و (۱۸) سعی می‌شود در حداقل ( $H_y$ ) و حداکثر ( $H_m$ ) تعداد شیفت‌ها در کل دوره زمانی (افق برنامه‌ریزی) رعایت گردد. این محدودیت همانند محدودیت ولی در کل بازه زمان‌بندی است. محدودیت (۱۹) در توالی (شیفت‌ها و تعطیلات) برای جلوگیری از توالی شیفت‌ها در طی ۲۴ است. محدودیت (۲۰) برای نامنفی بودن متغیرهای تصمیم می‌باشد.

### الگوریتم تفاضل تکاملی

به توجه به شدت پیچیدگی مدل ارائه شده در بخش قبلی و اهمیت ارائه راه حل مناسب در زمان مناسب، در این پژوهش از آنجا که الگوریتم تفاضل تکاملی یک الگوریتم پیوسته می‌باشد و مساله پوشش مجموعه در فضای باینری مورد مطالعه قرار می‌گیرد، با مشخص کردن حدود بالا و پایین (۱ و صفر) و محدود کردن الگوریتم به جست و جو در فضای باینری، کد الگوریتم حل مساله پیاده سازی می‌گردد. تابع هدف مساله از نوع مینیم سازی مجموع هزینه‌ها می‌باشد (پرایس و همکاران ۲۰۰۶). الگوریتم تفاضل تکاملی دارای نسخه‌های مختلفی است. قالبی که برای مساله مورد استفاده قرار گرفته است DE/Random/1/A است. یعنی انتخاب جواب‌ها برای اعمال جهش و انتخاب به صورت تصادفی است. تعداد بردارهای تفاضل مورد استفاده یک مورد و روش مورد استفاده برای تقاطع دو جمله است. دلیل انتخاب این نسخه جستجوی تصادفی فضای جواب و همگرایی مناسب الگوریتم برای حالت گسسته است. به این منظور در ابتدا کلیات الگوریتم توصیف شده و برای ایجاد درک بهتر، فلوچارت الگوریتم ترسیم خواهد شد. در گام بعدی، به عنوان اولین قدم، روش نمایش جواب تشریح خواهد شد. نحوه تولید جمعیت اولیه، توصیف دقیق عملگرهای الگوریتم، استراتژی برخورد با محدودیت و پارامترهای کنترلی الگوریتم، سایر جزئیات در پیاده‌سازی الگوریتم پیشنهادی است که در این بخش مورد بحث و بررسی قرار خواهد گرفت.

### کلیات الگوریتم

الگوریتم تفاضل تکاملی (DEA)<sup>۱</sup> دارای نسخه‌های مختلفی می‌باشد. قالبی که برای مساله مورد استفاده قرار گرفته است DEA/Random/1/A می‌باشد. یعنی انتخاب جواب‌ها برای اعمال جهش و انتخاب به صورت تصادفی می‌باشد. تعداد بردارهای تفاضل مورد استفاده یک مورد و روش مورد استفاده برای تقاطع دوجمله‌ای می‌باشد. دلیل انتخاب این نسخه جستجوی تصادفی فضای جواب و همگرایی مناسب الگوریتم برای حالت گسسته می‌باشد.



شکل (۱). فلوچارت الگوریتم پیشنهادی

### روش کدگذاری

کروموزوم مورد استفاده برای الگوریتم همانند جدول ۲ متشکل از پرستاران و شیفت-روزها است.

جدول (۲): کروموزوم مساله زمانبندی شیفت‌های کاری

شیفت ۱ از روز ۱	شیفت ۲ از روز ۱	شیفت ۳ از روز ۱	...	شیفت k از روز d
(۱ یا صفر)	(۱ یا صفر)	(۱ یا صفر)	...	(۱ یا صفر)
(۱ یا صفر)	(۱ یا صفر)	(۱ یا صفر)	...	(۱ یا صفر)
(۱ یا صفر)	(۱ یا صفر)	(۱ یا صفر)	...	(۱ یا صفر)
:	:	:	:	:
(۱ یا صفر)	(۱ یا صفر)	(۱ یا صفر)	...	(۱ یا صفر)

پرستار ۱ با تخصص ۱  
پرستار ۲ با تخصص ۱  
پرستار ۳ با تخصص ۱  
:  
پرستار I با تخصص J

خروجی نهایی این الگوریتم برنامه زمانبندی شده شیفت‌های کاری پرستاران همراه با مقدار هزینه (مقدار تابع برازندگی<sup>۱</sup>) می‌باشد.

### تولید جمعیت اولیه

جمعیت اولیه به صورت تصادفی با در نظر گرفتن محدودیت تقاضا برای نیروی کار و محدودیت پرستاران برای حضور در شیفت‌های خاص از قبیل گرفتن مرخصی و یا روزهای عدم ترجیح برای کار تولید می‌گردد و مقدار تابع هدف به ازای هر یک از اعضای جمعیت اولیه محاسبه می‌گردد. در این مرحله امکان تولید جواب‌های نشدنی به دلیل عدم رعایت دیگر محدودیت‌ها وجود دارد اما به دلیل ایجاد جست‌جوی مناسب بر فضای حل مساله، این روش مورد استفاده قرار گرفته است.

### عملگرهای الگوریتم

این الگوریتم دارای سه عملگر مهم می‌باشد: ۱. جهش، ۲. تقاطع و ۳. انتخاب. بردار تفاضل مهم‌ترین عامل کسب دانش در الگوریتم از راه حل‌های ایجاد شده در هر مرحله است. این بردار جهت و سوق‌دهی الگوریتم برای یافتن جواب بهینه و همگرایی را به عهده دارد. موقعیت افراد اطلاعات ارزشمندی را در ارتباط با فضای تابع ارزش فراهم

1 Fitness Function



می‌کند. با گذشت زمان و با پیشرفت رویه جستجو، فاصله میان افراد کمتر می‌شود تا آنکه تمام افراد به یک راه حل مشابه همگرا شوند (استورن و پرایز ۲۰۱۰). باید به خاطر داشت که اندازه بزرگی فاصله میان افراد متاثر از اندازه جمعیت است، هر چقدر تعداد افراد موجود در جمعیت بیشتر باشد، اندازه بزرگی این فاصله کوچکتر خواهد بود. فاصله میان افراد نشانه خوبی از تنوع جمعیت حاضر و همچنین اندازه طول گام برای همگرایی به یک نقطه می‌باشد. بدان معنی که اگر فاصله میان افراد جمعیت زیاد باشد، افراد باید برای حداکثر اکتشاف ممکن فضای جستجو، اندازه گام بیشتری را داشته باشند. از طرف دیگر، اگر فاصله میان افراد کم باشد، اندازه گام برای اکتشاف نواحی محلی باید کوچک باشد. از این رو اولین مرحله برای جهش در DEA محاسبه یک یا چند بردار فاصله و سپس استفاده از این بردارها برای تعیین میزان بزرگی و جهت اندازه گام جهش می‌باشد (فولچر ۲۰۰۸).

### عملگر جهش

در این پژوهش عملگر جهش به ازای هر عضو  $x_i(t)$  از جمعیت کل، با انتخاب سه عضو تصادفی  $x_{i_1}(t), x_{i_2}(t), x_{i_3}(t)$  از جمعیت اولیه، بردار تفاضل را به صورت زیر تشکیل می‌دهد:

$$\vec{t}_{i_1, i_2, i_3}(t) + \beta(x_{i_2}(t) - x_{i_3}(t)) \quad (21)$$

$\beta$  یک ضریب مقیاس است و میزان تاثیر تفاضل را کنترل می‌کند. به دلیل ماهیت صفر و یک بودن بردارهای انتخاب شده، از آنجا که مقادیر بردار جهش  $\vec{t}_{i_1, i_2, i_3}$  بین بازه  $(-\beta, 1 + \beta)$  قرار دارند، اگر مقدار بردار  $\vec{t}_{i_1, i_2, i_3}$  از یک عدد تصادفی تولید شده در این بازه بزرگتر بود مقدار آن یک و در غیر این صورت صفر قرار داده می‌شوند. بردار تفاضل همسایگی در الگوریتم را برای هر عضو مشخص می‌کند.

### عملگر تقاطع دو مرحله‌ای

در مرحله اول عملگر برش DEA یک ترکیب گسسته از بردار تفاضل و بردار والد را برای تولید فرزند پیاده‌سازی می‌کند. برش به این طریق پیاده‌سازی می‌شود:

$$x'_{ij}(t) = \begin{cases} u_{ij}(t) & \text{if } j \in J \\ x_{ij}(t) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (22)$$

روش‌های متعددی برای تعیین مجموعه  $J$  استفاده می‌شود. رایج‌ترین روش تحت عنوان برش دوجمله‌ای می‌باشد که در این پژوهش از آن استفاده گردید (شارما و همکاران ۲۰۰۶). نقاط برش به صورت تصادفی از مجموعه کل نقاط ممکن،  $\{1, 2, \dots, nx\}$  انتخاب می‌شوند، که در آن  $nx$  بعد مساله است. در این الگوریتم،  $pr$  احتمال آن است که نقطه برش مورد نظر به کار گرفته شود. هر چقدر این احتمال بیشتر باشد، تعداد نقاط برش بیشتری انتخاب خواهند شد. به این معنی که عناصر بیشتری از بردار تفاضل برای تولید فرزند به کار گرفته می‌شود و بر حسب این احتمال، ممکن است هیچ نقطه‌ای انتخاب نشود و در این صورت فرزند حاصل مشابه پدر خواهد بود. به همین دلیل برای آنکه حداقل یک عنصر از فرزند با پدر خود متفاوت شود، مجموعه نقاط برش،  $J$ ، مقدار دهی اولیه شده تا شامل یک نقطه تصادفی  $J^*$  باشد. الگوریتم برش همانند شکل ۲ به قرار زیر است:

۱. عدد،  $J^* \sim U(1, nx)$  را انتخاب کن؛
۲.  $J^*$  را به مجموعه  $J$  اضافه کن؛
۳. شروع حلقه
۴. برای هر  $J$  که متعلق به بازه  $J \sim U(1, nx)$  انجام بده:
۵. اگر  $pr, i \neq j^* < U(0,1)$  آنگاه  $J$  را به مجموعه  $J$  اضافه کن،
۶. اگر شرایط توقف مشاهده شد، (تعداد دفعات تکرار مساوی با  $nx$  - کل درایه‌های کروموزوم - می‌باشد)
۷. پایان حلقه

والد	۰	۰	۰	۰	۱	۰
	۰	۱	۰	۱	۱	۰
بردار تفاضل	۱	۰	۱	۰	۰	۱
	۱	۰	۱	۰	۱	۰
	۰	۰	۰	۱	۱	۰
فرزند	۰	۰	۰	۰	۱	۰
	۰	۰	۰	۱	۱	۰
	۱	۰	۱	۰	۱	۱

شکل (۲): عملگر تقاطع والد با بردار تفاضل و تولید فرزند

والد	۰	۰	۰	۰	۱	۰
	۰	۰	۰	۱	۱	۰
	۱	۰	۱	۰	۰	۱
عضو تصادفى از جمعيت	۱	۰	۱	۰	۰	۱
	۱	۱	۱	۰	۱	۰
	۰	۰	۰	۱	۱	۰

		والد		عضو منتخب از جمعيت		والد
فرزند	۰	۰	۰	۰	۰	۰
	۰	۰	۰	۰	۱	۰
	۱	۰	۱	۱	۱	۱

شکل (۳): عملگر تقاطع با عضو تصادفى از جمعيت كل و توليد فرزند

در مرحله دوم برای بهبود کاوش الگوریتم، پس از تقاطع مرحله اول، از تقاطع دو نقطه با انتخاب تصادفى يك عضو ديگر از جمعيت كل (غير از سه عضو انتخاب شده در عملگر جهش) استفاده شده است. در عملگر تقاطع دو نقطه، دو نقطه شکست به صورت تصادفى در طول رشته جواب در نظر گرفته می شود. در این حالت، همان گونه که در شکل ۳ نشان داده شده، ابتدا دو مکان تصادفى را در طول رشته انتخاب شده و سپس به صورت يك در میان قسمت های والدها به فرزند منتقل می شود.

### استراتژی برخورد با محدودیت

بحث ديگرى که در اجرای الگوریتم وجود دارد چگونگی برخورد با محدودیت های مساله می باشد، زیرا عملگرهای مورد استفاده در الگوریتم باعث تولید کروموزوم های غيرموجه می شود. از آنجا که مساله مورد نظر دارای محدودیت می باشد، بایستی راه حل های تولید شده در ابتدا مورد بررسی قرار بگیرد که آیا در فضای شدنی قرار دارد یا خیر. در پژوهش انجام شده از دو استراتژی رد جواب ناموجه و استراتژی جریمه ای استفاده شده است. استراتژی ردی از متداول ترین تکنیک های مورد استفاده برای سر و کار داشتن با جواب های غيرموجه می باشد که در این تحقیق به دلیل سادگی مورد استفاده قرار گرفته است (ریچادرسون و همکاران ۱۹۸۹). در طی الگوریتم با تولید هر راه حل جدید توسط عملگر تقاطع، ابتدا شدنی بود آن بررسی می گردد. اگر راه حل تولیدی شدنی باشد الگوریتم تابع برازندگی آن را حساب کرده و ادامه می یابد. اما در صورتی که جواب تولید شده نشدنی باشد الگوریتم جواب را رد کرده و دوباره جواب شدنی جدید را تولید

می‌کند. برای انعطاف الگوریتم در مواردی که نقض محدودیت‌ها به اندازه مشخص تعریف شده باشد جواب‌های غیر موجه با تابع برازندگی بهتر از جواب‌های پیشین نیز با در نظر گرفتن جریمه‌ای می‌تواند جز جواب‌ها مطرح شود. این در صورتی است که مجموع مقدار برازندگی جواب و مقدار جریمه بهتر از جواب‌هایی باشد که تاکنون بدست آمده است اما در نهایت جوابی انتخاب می‌شود که شدنی باشد.

### عملگر انتخاب

از عملگر انتخاب به دو منظور استفاده می‌شود. اول برای مشخص شدن فردی که باید در عمل جهش برای تولید یک بردار آزمایشی به کار رود و دوم به منظور تعیین آنکه کدام یک از والدها و یا فرزندان به نسل بعدی راه یابند. انتخاب تصادفی معمولاً برای گزینش افراد در محاسبه بردارهای تفاضلی استفاده می‌شود. در اکثر پیاده سازی‌های DEA، بردار هدف یا به طور تصادفی انتخاب می‌شود یا آنکه بهترین فرد برای این منظور به کار می‌رود. برای ساختن جمعیت نسل بعد، از روش انتخاب قطعی استفاده می‌شود، در این حالت فرزندان به شرطی جایگزین والد خود می‌شوند که بهتر از آن باشند، در غیر این صورت والد به نسل بعدی راه می‌یابد. این کار تضمین می‌کند که تابع ارزش میانگین جمعیت بدتر نمی‌شود. انتخاب‌ها در الگوریتم عبارتند از:

- انتخاب راه حل برای شرکت در جهش<sup>۱</sup> (به صورت تصادفی)
- انتخاب هر ژن برای شرکت در تقاطع<sup>۲</sup> (به صورت تصادفی)
- انتخاب بین والد و فرزند برای باقی ماندن<sup>۳</sup> (انتخاب اصلح)

### پارامترهای کنترلی

پارامترهای الگوریتم شامل پارامترهای موثر در تنوع و کیفیت جواب مانند اندازه جمعیت و احتمال پذیرش ژن جهش یافته می‌باشد. دسته دوم پارامتر مربوط به همگرایی به سوی جواب بهینه مانند تعداد تکرار الگوریتم می‌باشد. دسته سوم مانند ضریب بتا در تشکیل بردار تفاضل بر هر دو عامل کاوش و طبیعت اثرگذار است.

1 Random Selection

2 Random or Best Individual Selection

3 Better Survive Selection

- **اندازه جمعيت:** تاثير مستقى مى‌روى توانايى اكتشاف الگوريتم DEA دارد. هر چقدر تعداد اين افراد بيشتر باشد، تعداد بردارهاى تفاضلى موجود بيشتر خواهند بود و همچنين تعداد جهت‌هاى بيشترى اكتشاف خواهند شد. با وجود اين بايد در نظر داشت كه پيچيدگى محاسباتى هر نسل با اندازه جمعيت افزايش مى‌يابد. بر مبناي مطالعات تجربى كه تاكنون انجام شده است، طبيعت رويه جهش حد پايين ترى را براى تعداد افراد به ميزان  $ns > 2nv + 1$  به دست آورده است، كه در آن  $nv$  نصف تعداد درايه‌هاى كروموزوم است. براى  $nv$  ژن،  $2nv$  فرد متفاوت لازم است، يعنى ۲ نفر به ازاي هر ژن. فرد اضافى نيز بردار هدف را نشان مى‌دهد. احتمال پذيرش ژن جهش يافته: احتمال تركيب،  $pr$ ، تاثير مستقى مى‌روى تنوع DEA دارد. اين پارامتر تعداد عناصر والد كه تغيير خواهند كرد را كنترل مى‌كند. هر چقدر ميزان اين احتمال بيشتر باشد، تغييرات بيشترى در نسل جديد معرفى مى‌شود و به موجب آن تنوع جمعيت و همچنين اكتشاف افزايش مى‌يابد. طبق نتايج تجربى در ادبيات مساله ضريب برابر ۰,۵، عموماً كارايى بهترى را فراهم مى‌آورد.
- **تعداد تكرار:** بسته به ميزان تلاش محاسباتى مدنظر و ابعاد مساله اين پارامتر مى‌تواند متفاوت باشد. با توجه به پيچيدگى مساله معيار توقف الگوريتم رسيدن به همگرابى با رعايت شرط رسيدن به يك جواب خوب در زمان خوب است. اين عدد در پژوهش ۵۰ تكرار بوده است. يكي ديگر از پارامترهاى اثرگذار بر كيفيت جواب‌ها تعداد تكرار الگوريتم است. از اين پارامتر به عنوان شرط توقف الگوريتم استفاده مى‌شود. اين پارامتر به طور مستقيم بر همگرابى الگوريتم اثرگذار است و تعيين مقدار مناسب آن بر اساس ابعاد مساله اهميت بسيارى دارد. در اين زمينه لازم به ذكر است كه بدليل شابهت ساختارى-مفهومی الگوريتمهاى مورد مقايسه استفاده از تعداد تكرار لازم جهت رسيدن به همگرابى منجر به زمانهاى نزديك به هم شده است. از طرفى به دليل تجربى بودن تنظيم چنين عددى براى الگوريتم و براى جلوگيرى از عدم همگرابى كافي در الگوريتمها و عدم رعايت مساوات در مقايسات، بزرگترين عدد لازم براى همگرابى دو الگوريتم در اجراهاى به عنوان تعداد تكرار هر دو الگوريتم در اجراها لحاظ شده است.
- **ضريب بتا:** ميزان تاثير اختلاف تفاضل  $(x_{12} - x_{13})$ ، را كنترل مى‌كند. هر چقدر ميزان آن كوچك تر باشد، اندازه گام جهش نيز كوچك تر خواهد بود و هر چقدر

این میزان بزرگ تر باشد، منجر به همگرایی سریع تر الگوریتم می شود (برست و همکاران ۲۰۰۶). مقادیر بزرگ مقیاس گذاری، اکتشاف را ساده تر می سازد اما ممکن است باعث شود که الگوریتم از نقطه بهینه مناسب، فاصله بگیرد. مقدار این ضریب باید آن قدر کوچک باشد که به تفاضل ها اجازه اکتشاف دره های تنگ را بدهد و همچنین آن قدر بزرگ باشد که تنوع جمعیت را حفظ نماید و آن را از دست ندهد طبق نتایج تجربی در ادبیات مساله ضریب برابر ۰.۵ عموماً کارایی بهتری را فراهم می آورد (روی و همکاران ۲۰۱۷).

### نتایج محاسباتی

برای صحت گذاری کارایی مدل و الگوریتم فراابتکاری DEA در ابعاد کوچک، مساله در با استفاده از نرم افزار IBM ILOG CPLEX Optimization Studio (Version 12.6) سیستم عامل ویندوز (8.1) ۶۴ بیتی، پردازنده Intel(R) Core™ i7- 4790K @4.00 و حافظه جانبی 16.00 GB حل گردید به این منظور، ۱۳ مثال بصورت تصادفی تولید شده که با توجه به پیچیدگی مساله، نرم افزار CPLEX تنها قادر به حل سه مثال بوده که جزئیات آن در ادامه ارائه خواهد شد. همچنین در ابعاد بزرگ از الگوریتم ژنتیک به عنوان رقیب برای بررسی کارایی الگوریتم پیشنهادی استفاده و نتایج حاصل گزارش شده است. به این منظور در این بخش و با توجه به اینکه کیفیت الگوریتم فراابتکاری وابسته به مقادیر پارامترهای آن است، ابتدا تنظیم پارامتر انجام شده، سپس نتایج عددی در ابعاد کوچک و بزرگ ارائه خواهد شد. در نهایت نیز بعد از انجام تحلیل های آماری، بینش مدیریتی تحقیق جهت استفاده مدیران از نتایج ارائه خواهد شد.

### تنظیم پارامترهای الگوریتم تفاضل تکاملی

یکی از راه های بهبود فرآیند، انتخاب سطوح عوامل به نحوی است که تاثیر عوامل اخلاص-گر را کمینه کنند. در این حالت هدف، جستجوی تاثیر متقابل مطلوب بین عوامل کنترلی و عوامل اخلاص گر برای کاهش تاثیر اخلاص گرها است. روشی که برای تنظیم پارامترهای الگوریتم تفاضل تکاملی در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته است، روش طراحی آزمایش های تاگوچی است. فلسفه ی روش تاگوچی بر اساس تابع ضرر است. ادعای تاگوچی این است که با در نظر گرفتن نسبت S/N، دیگر نیازی به بررسی اثرهای متقابل بین عوامل کنترل و عوامل بی نظمی نیست. انتقاد مهم به روش تاگوچی همین موضوع

است، که تاگوچی استدلال می‌کند نیازی به در نظر گرفتن اثرهای متقابل دو عاملی وجود ندارد (البته در صورت لزوم می‌توان تعامل‌های دو عاملی را به طرح اضافه نمود). از بین روشهای مختلفی که به این منظور وجود دارد در این تحقیق از فاکتور اسمی - بهتر (فقط بر اساس S/N انحراف معیار) استفاده شده است. به این منظور از ۳ نمود مساله با پارامترهای جدول ۳ استفاده شده است. تنظیم پارامترهای مساله‌ی زمان‌بندی شیفت‌های کاری پرستاران با الگوریتم فراابتکاری تفاضل تکاملی برای پارامترهای اصلی الگوریتم در ۵ سطح اولیه به ازای ۱۰ اجرا، با هدف کمینه‌سازی میانگین آزمایش انجام گردید. با بررسی مقادیر ورودی پارامترهای الگوریتم، این طور مشخص شد که تاثیر تغییر سه پارامتر از پارامترهای اصلی در حل مساله بیشتر است و سعی شد که پارامترهای ثابت در نظر گرفته شده‌ی دیگر، یعنی تعداد تکرار (۵۰ تکرار) و اندازه جمعیت (۱۰۰ عضو)، در بهترین حالتشان در نظر گرفته شده باشند. هر یک از مسائل به ازای ۱۰ مرتبه برای سه عامل در سه سطح اجرا شده است.

جدول (۳): ویژگی نموده‌های مسائل استفاده شده برای تنظیم پارامترهای الگوریتم تفاضل تکاملی

مساله	روز	شیفت	تخصص	پرستار
۱	۳	۲	۱	۵
۲	۳	۲	۱	۷
۳	۴	۳	۱	۱۰

جدول (۴): عوامل موثر بر الگوریتم فراابتکاری تفاضل تکاملی برای حل مساله و سطوح آن

عوامل موثر			نماد	سطوح عوامل	
اندازه جمعیت			Pop size	۵۰	۷۰
احتمال پذیرش ژن جهش یافته			Pr	۰,۲	۰,۶
ضریب بتا			Beta	۰,۱	۰,۱۵

با توجه به جدول ۴، به تعداد حاصل ضرب تعداد مثال‌های در نظر گرفته شده، تعداد پارامترهای موثر و تعداد سطوح پارامترها یعنی  $3 \times 3 \times 3$  طرح، برابر با ۲۷ طرح بررسی گردید. مساله‌ی طرح شده‌ی زمان‌بندی شیفت‌های پرستاران برای هر ۲۷ طرح، ۱۰ بار اجرا گردید و داده‌های حاصل از آن به کمک نرم‌افزار Minitab 17 با روش تاگوچی  $L_{27}(3^3)$  مورد تحلیل قرار گرفت. نمودار زیر، نتیجه حاصل از این طراحی آزمایش

است. با توجه به آنکه هدف مساله مینیم سازی هزینه‌ی برنامه‌ی زمان‌بندی است، سطحی از پارامترها انتخاب می‌شوند که میانگین آزمایش را حداقل می‌کنند (مقدار بیشتر در نمودار اثر نیرومندی نسبت سیگنال به نویز بهتر است).

حال با توجه به مشاهدات از نمودار اثر نیرومندی نسبت نویز به سیگنال، فاکتور اندازه‌ی جمعیت (Pop size) را باید در سطح سوم، فاکتور احتمال پذیرش زن جهش یافته (Pr) را نیز در سطح سوم و در آخر، فاکتور ضریب بتا (Beta) را در سطح سوم قرار داده شد تا میانگین دامنه‌ی خروجی آزمایش‌ها در حداقل مقدار خود قرار گیرد. در نتیجه با توجه به طراحی آزمایش، مقدار پارامترها به شرح جدول ۵ خواهد بود.

جدول (۵): مقادیر فاکتورها حاصل از فرآیند طراحی آزمایشات به روش تاگوچی

فاکتور	Beta	Pr	Pop size
مقدار فاکتور مناسب حاصل از آزمایش	۲.۰	۰.۶	۱۰۰

نتیجه‌ی دیگری که از این طراحی آزمایشات می‌توان گرفت آن است که اهمیت بالای فاکتور سوم، یعنی ضریب بتا، به دلیل پراکندگی زیاد آن است. به عنوان یک پیشنهاد برای تحقیقات آتی می‌توان سطوح دیگری برای این فاکتور در نظر گرفت و نتایج آن را مورد بررسی قرار داد. پیشنهاد دیگر قابل بررسی که در این تحقیق بررسی نشده است، استفاده از دیگر روش‌های تنظیم پارامتر برای تنظیم الگوریتم و خروجی آن و همچنین مقایسه‌ی روش‌های طراحی آزمایش برای این مساله است.

### نتایج عددی

برای مقایسه الگوریتم DEA ارایه شده (اندازه جمعیت ۱۰۰، تعداد تکرار ۵۰، احتمال جهش ۰.۶ و احتمال بردار تفاضل ۰.۲) در ابعاد بزرگ با الگوریتم ژنتیک (اندازه جمعیت ۱۰۰، تعداد تکرار ۵۰، احتمال جهش ۰.۲ با چرخه رولت و تقاطع دو نقطه) در نرم افزار MATLAB R2015b – Academic User، برای ۱۳ مثال به تعداد ۱۰ تکرار اجرا گردید و میانگین زمان پردازش و بهترین جواب (رقم اعشار برای Z گرد شده است) برای الگوریتم-ها همان گونه که در جدول ۶ آورده شده به قرار زیر است. در رابطه با اعداد موجود در ستون تعداد پرستاران لازم به ذکر است که این اعداد تفکیک واحدهای بیمارستانی فعالیت



پرستاران است. براى مثال براى در نمود ۱۲، در مجموع ۱۰۲ پرستار با توجه به محدوديت‌ها به برنامه تخصيص مى‌يابند که از اين بين ۴۲ نفر از پرستاران با تخصيص مراقبت‌هاى ويژه، ۳۰ نفر با تخصيص بخش عمومى و ۳۰ نفر با تخصيص بخش کودکان برنامه‌ريزى مى‌شوند. همانگونه که در جدول نتايج مى‌توان مشاهده کرد با افزايش تعداد پرستاران، تعداد روز-شيفت‌ها و تخصيص پرستاران بر پيچيدگى مساله افزوده مى‌گردد. اين پيچيدگى ناشى از افزايش يافتن ابعاد مساله و همچنين افزايش يافتن تعداد محدوديت‌هاى است که مساله بايد آن را رعايت کند. به دليل پيچيدگى بالا، مساله در ابعاد کوچک با نرم افزار CPLEX نهايتاً در ابعاد برنامه اى ۱۰ پرستار، با يک تخصيص در چهار روز کارى و سه شيفت قابل حل بود. براى لحاظ کردن معيار يکسان بر روى دو الگوريتم DEA و GA اندازه جمعيت ۱۰۰ و تعداد تکرار ۵۰ در نظر گرفته شد.

جدول (۶): نتايج عددى

مساله	روز	پيچيدگى	تخصيص	پرستار	DE		GA		CPLEX	
					زمان (S)	N	زمان (S)	N	زمان (S)	N
مسائل کوچک	۱	۳	۲	۱	۵	۱۲۵۴	۱۲۵۴	۲,۰۶	۱۲۵۴	۰,۶۳
	۲	۳	۲	۱	۷	۱۶۱۸	۱۶۱۸	۳,۲۳	۱۶۱۸	۰,۸۲
	۳	۴	۳	۱	۱۰	۲۴۷	۷,۴۸	۳۰۰	۲۹۳	۱,۶۷
	۴	۴	۳	۱	۱۲	۳۰۷۰	۱۶,۴	۳۵۱۰	-	-
	۵	۷	۳	۱	۱۵	۹۹۵۰	۲۰,۶۹	۱۲۷۹	۲۲,۶۷	-
مسائل بزرگ	۶	۱۵	۳	۱	۱۵	۲۴۰۲	۲۶,۳۴	۲۵۴۶	۳۱,۵۲	-
	۷	۳۰	۳	۱	۲۱	۲۸۴۰	۴۷,۷۴	۳۴۹۳	۴۸,۴۸	-
	۸	۱۵	۳	۱	۳۰	۲۰۰۶	۳۸,۳۱	۲۷۳۷	۳۴,۶۹	-
	۹	۳۰	۳	۲	(۳۰+۲۱)	۶۱۸۵	۱۰۷,۲۸	۷۲۷۰	۱۴۷,۴۶	-
	۱۰	۳۰	۳	۲	(۱۵+۳۰)	۸۲۵۵	۱۲۲,۸۵	۸۳۱۲	۱۵۱,۶۲	-
	۱۱	۱۵	۳	۲	(۳۰+۴۲)	۱۲۱۹۶	۹۰,۹۴	۱۲۸۸۱	۱۷۷,۷۵	-
	۱۲	۳۰	۳	۳	(۳۰+۳۰+۴۲)	۱۶۷۳۸	۲۸۵,۳۲	۱۹۲۵۳	۴۹۲,۷	-
	۱۳	۳۰	۳	۳	(۵۰+۵۰)	۱۸۲۶۳	۳۰۵,۱۴	۲۲۶۵۸	۵۶۴,۸۹	-

همان گونه که ملاحظه مى‌شود در بيشتر مثال‌ها به جز يکى الگوريتم DEA پاسخ بهتر در زمان بهترى را ارايه کرده است. نکته حائز اهميت آن که با افزايش جمعيت کاوش و تعداد تکرار الگوريتم بر مدت زمان حل و همچنين تلاش محاسباتى افزوده مى‌شود. با افزايش جمعيت، کاوش بهترى در فضاي جواب انجام مى‌گيرد و با افزايش تعداد تکرار همگرابى

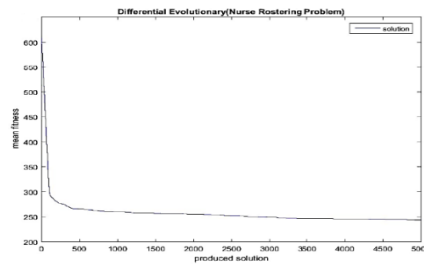
الگوریتم به جواب بهینه افزایش می‌یابد اما به دلیل وجود محدودیت در زمان محاسبه و همچنین حافظه باید موازنه ای میان کیفیت جواب و زمان و حجم محاسبات برقرار گردد.

### تحلیل نتایج

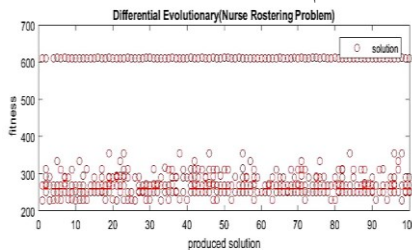
در این بخش در ابتدا روند همگرایی الگوریتم بررسی خواهد شد. در ادامه نیز تحلیل‌های آماری در رابطه با نتایج بدست آمده در جدول (۶) ارائه خواهد شد.

### تحلیل همگرایی الگوریتم

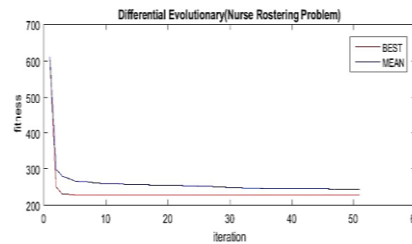
در نمودار شکل ۴ الف همه جواب‌های تولید شده (۵۰۰۰ جواب شدنی) و روند همگرایی الگوریتم به جواب بهینه قابل مشاهده است. در شکل ۴ ب، بهترین جواب‌های به دست آمده و میانگین جواب‌ها در طی ۵۰ تکرار رسم شده است. در قسمت ۴ ج نمودار بهبود برازندگی جواب‌های بدست آمده و نحوه همگرایی به جواب بهینه در جمعیت ۱۰۰ عضوی قابل مشاهده است.



شکل (۴) الف: روند همگرایی الگوریتم DE



شکل (۴) ج: نمودار نقطه ای جواب‌ها و روند همگرایی به سوی نقطه بهینه

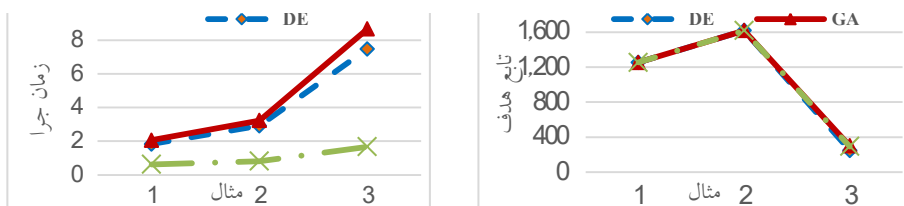


شکل (۴) ب: نمودار بهترین و متوسط جواب‌های یافت شده در ۵۰ مرتبه تکرار الگوریتم

## تحليل همگرایی الگوریتم

در این بخش نتایج به تفکیک در دو بخش تحلیل نتایج حل نموده‌ها در ابعاد کوچک و تحلیل نتایج حل نموده‌ها در ابعاد بزرگ ارائه خواهد شد.

**تحلیل نتایج در ابعاد کوچک مساله:** همچنان که پیشتر بدان اشاره شد به دلیل پیچیدگی مساله مورد بررسی، در این بخش تنها سه مثال قابل حل با CPLEX است. نمودارهای مقایسه نتایج بدست آمده به شرح ذیل است.

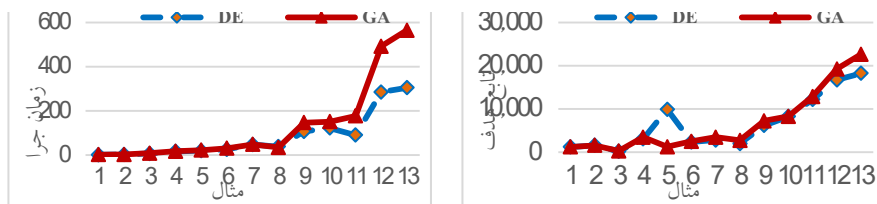


شکل (۵). مقایسات نتایج در ابعاد کوچک مساله با توجه به مقادیر تابع هدف و زمان‌های اجرا

همچنان که در شکل ۵ مشخص است، نتایج بدست آمده، چه از لحاظ مقادیر تابع هدف و چه از لحاظ زمان اجرا، برای همه روش‌ها بسیار نزدیک به یکدیگر بوده و با توجه به این موضوع می‌توان گفت که الگوریتم پیشنهادی در ابعاد کوچک در رسیدن به جواب بهینه در زمان رقابتی کاملاً توانمند بوده است. در ضمن اهمیت ارائه الگوریتم در همین بخش کاملاً مشخص است چرا که امکان حل مدل ریاضی حتی در ابعاد متوسط مساله نیز به دلیل رشد نمایی زمان اجرا، غیر ممکن بوده و در نتیجه برای حل مسائل بزرگتر دنیا واقعی، استفاده از روشهای فراابتکاری برای رسیدن به یک جواب خوب در زمان معقول به نظر ضروری است.

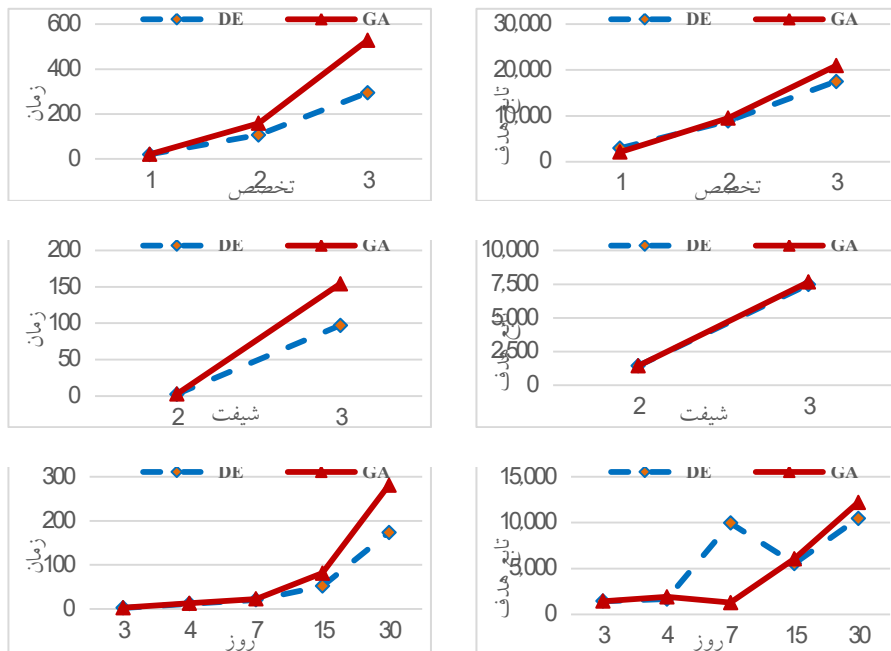
**تحلیل نتایج در ابعاد بزرگ مساله:** در اینجا در ابتدا مقایسه کلی بین دو الگوریتم فراابتکاری با توجه به دو معیار زمان حل و مقدار تابع هدف صورت گرفته است. همانگونه که در شکل (۶) ملاحظه می‌کنید با وجود آنکه کیفیت توابع هدف به یکدیگر نزدیک است، اما الگوریتم تفاضل تکاملی توانسته در زمان کمتری به این کیفیت دست یابد. لازم به ذکر است که رسالت الگوریتمهای فراابتکاری یافتن جوابی خوب در زمان خوب است. بنابراین بدیهی است توازن رسیدن به هر دو عامل زمان و کیفیت پاسخ در مقایسات حائز اهمیت بوده و این الگوریتم پیشنهادی بوده که در زمانی کمتر توانسته به کیفیتی مشابه دست یابد.

با توجه به نتایج می توان گفت با افزایش تعداد تخصص، تعداد شیفتها در روز و تعداد روزها، روند تغییر تابع هدف برای هر دو الگوریتم های افزایشی است که نتیجه ای منطقی است و به نوعی نشان دهنده پیاده سازی درست هر دو الگوریتم است. از نظر مقایسه نیز می توان از لحاظ زمان اجرا با تغییر هر سه پارامتر ورودی، الگوریتم پیشنهادی زمان بهتری داشته و این در حالی است که جز در یک حالت (تعداد روز ۷ در مرحله سوم) مقادیر توابع هدف نزدیک و در اکثر مواقع با اختلافی کم، روش پیشنهادی تابع هدفی بهتر ارائه کرده است.



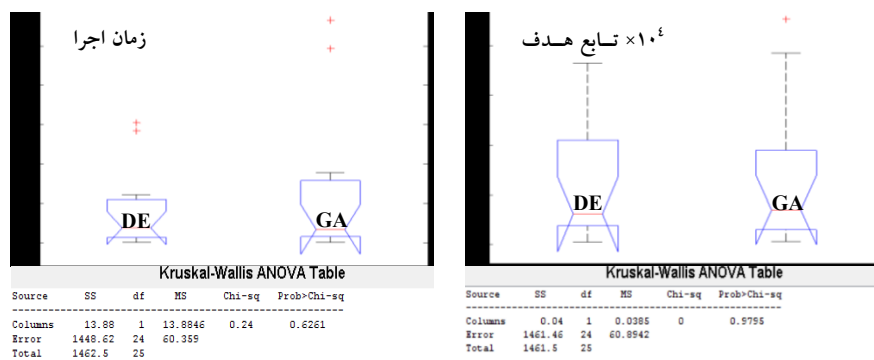
شکل (۶). مقایسات الگوریتمهای پیشنهادی با توجه به مقادیر تابع هدف و زمانهای اجرا

در ادامه تحلیل نتایج بدست آمده با توجه به تغییرات خروجی به پارامترهای ورودی شامل تخصص، شیفت و روز آمده است.



شکل (۷). تحلیل نتایج با توجه به تغییرات خروجی به پارامترهای ورودی شامل تخصص، شیفت و روز

همچنين براى بررسى صحت آمارى نتايج نشان داده شده در جدول ۶ و تايد اينكه بهترين الگوريتم بين DE و GA کدام است، از آزمون كروسكال-واليس به عنوان يك روش ناپارامترىك استفاده شده است كه در آن الگوريتم‌هاى مختلف به عنوان يك عامل و متغير پاسخ به عنوان مقدار شاخص، تابع هدف و زمان اجرا، در نظر گرفته شده است. توجه داشته باشيد كه معادل پارامترىك آزمون كروسكال-واليس، تحليل واريانس يك طرفه (ANOVA) است كه در آن شرط نرمال بوده داده‌ها ضرورى نيست. يك آزمون كروسكال-واليس معنادار است اگر حداقل يك نمونه بر يك نمونه ديگر غالب باشد. نتايج بدست آمده در شكل ۸ نشان داده شده است. شكل زير بوضوح نشان مى‌دهد كه اختلاف نتايج معنادار نيست ولى در عين حال الگوريتم پيشنهادهى توانسته ميانگينى بهتر از الگوريتم ژنتىك بدست آورد.



شكل (۸). آزمون كروسكال-واليس

### بينش مديريتى تحقيق

اهميت مساله‌ى زمان‌بندى شيفت‌هاى كارى و اثر آن بر بهره‌ورى و سلامت نيروى كار بر كسى پوشيده نيست. هر شغل متناسب با قوانين، محدوديت‌ها و شرايط خود داراى برنامه‌ى زمان‌بندى مخصوص است. اين مساله به دليل قرار گرفتن در دسته مسائل سخت مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. تلاش براى ايجاد مدلى پايدار و نزديك به شرايط دنيابى واقعى از اهداف اين تحقيق است. در اين پژوهش به طرح مساله زمان‌بندى شيفت-هاى كارى پرستاران پرداخته شده است. همچنين با در نظر گرفتن شرايطى از قبيل ترجيح پرستاران، تخصص‌هاى مختلف و محدوديت‌هاى كه در توالى و همچنين در دسترس بودن نيروى كار وجود دارد، مدل مساله طراحى گرديد. استفاده از ابزارهاى برنامه‌ريزى اين امكان را فراهم آورده است كه در چارچوب محدوديت‌ها موجود ميزان رضايت

پرسنل به حد مطلوب رسیده و از منابع موجود بهترین بهره را برد. یکی از مهم‌ترین مزایای پژوهش در حوزه‌ی سلامت، امکان استفاده‌ی تجاری از مدل‌سازی و شیوه‌ی حل می‌باشد. توسعه‌ی مدل‌های ارایه شده و ارتقای سطح کیفی نرم‌افزارهای تجاری در این حوزه می‌تواند فرصتی مناسب برای برطرف نمودن تقاضای سیستم بهداشت و درمان و یا دیگر ارگان‌های شیفی و خدماتی باشد. امروزه نیاز به مدیریت یکپارچه همراه با ارتقای کیفی و به‌سازی سیستم‌های سلامت در داخل کشور و دنیا مورد توجه قرار گرفته است و بودجه‌های کلانی به انجام پژوهش در این حوزه‌ها اختصاص یافته است.

### جمع‌بندی و پیشنهادات آتی

اهمیت مساله زمانبندی شیفت‌های کاری و اثر آن بر بهره‌وری و سلامت نیروی کار بر کسی پوشیده نیست. هر شغل متناسب با قوانین، محدودیت‌ها و شرایط دارای برنامه زمانبندی خاص خود است. این مساله به دلیل قرار گرفتن در دسته مسائل سخت مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است و تلاش برای ایجاد مدلی پایدار و نزدیک به شرایط دنیای واقعی از اهداف این تحقیق می‌باشد. ما در این پژوهش به طرح مساله زمانبندی شیفت‌های کاری پرستاران پرداختیم و مدل مساله با در نظر گرفتن شرایطی از قبیل ترجیح پرستاران، تخصص‌های مختلف و محدودیت‌هایی که در توالی و همچنین در دسترس بودن نیروی کار با آن مواجه می‌باشد طراحی گردید. برای حل این مساله از الگوریتم فراابتکاری تفاضل تکاملی که نسلی بروز شده از الگوریتم ژنتیک می‌باشد استفاده کردیم. در الگوریتم ارایه شده با اعمال یک ابتکار در عملگر تقاطع عملکرد کاوش آن را نسبت به الگوریتم ژنتیک مورد بررسی قرار دادیم و نتایج آن به وسیله جداول ارایه گردید. برای تحقیقات آتی می‌توان به بررسی ویژگی زمانبندی شیفت‌های کاری مشاغل دیگر نظیر آتش نشانی، اورژانس، نهادهای نظامی و خدماتی شبانه روزی پرداخت. همچنین در مساله زمانبندی شیفت‌های کاری پرستاران می‌توان در مباحث مدل‌سازی، حل و فرضیات مساله به پژوهش پرداخت. یکی از مهم‌ترین مزایای کار در این حوزه امکان استفاده تجاری از مدل‌سازی و شیوه حل می‌باشد. توسعه مدل‌های ارایه شده و ارتقای سطح کیفی نرم‌افزارهای تجاری در این حوزه می‌تواند فرصتی مناسب برای برطرف نمودن تقاضای سیستم بهداشت و درمان و یا دیگر ارگان‌های شیفی و خدماتی باشد.

**ORCID**

Javad Behnamian

<http://orcid.org/0000-0002-4122-4575>**مراجع**

- Awadallah, M. A., Bolaji, A. L. a., & Al-Betar, M. A. (2015). A hybrid artificial bee colony for a nurse rostering problem. *Applied Soft Computing*, 35, 726-739 .
- Baeklund, J., & Klose, A. (2013). *Exact and heuristic approaches to nurse scheduling*. Aarhus University, Department of Mathematics,
- Bagheri, M., Devin, A. G., & Izanloo, A. (2015). A two-stage stochastic programming for nurse scheduling in Razavi Hospital. *Razavi International Journal of Medicine*, 3(1).
- Brest, J., Greiner, S., Boskovic, B., Mernik, M., & Zumer, V. (2006). Self-adapting control parameters in differential evolution: A comparative study on numerical benchmark problems. *IEEE transactions on evolutionary computation*, 10(6), 646-657 .
- Eskandari, A., & Ziarati, K. (2008). Nurse rostering using fuzzy logic: a case study .
- Fatemi Ghomi, S., Arabzadeh, E., Karimi, B. (2018). A Multi Period Routing and Scheduling optimization Model for Home health Care Problem. *Industrial Management Studies*, 16(48), 1-30 [in Persian].
- Foley, M. E. (2002). The nursing shortage and the quality of care. *The New England journal of medicine*, 347(14), 1118 .
- Fulcher, J. (2008). Computational intelligence: an introduction. In *Computational intelligence: a compendium* (pp. 3-78): Springer.
- Glass, C. A., & Knight, R. A. (2010). The nurse rostering problem: A critical appraisal of the problem structure. *European Journal of Operational Research*, 202(2), 379-389 .
- Hall, R. W. (2012). *Handbook of healthcare system scheduling*: Springer.
- Huang, H., Lin, W., Lin, Z., Hao, Z., & Lim, A. (2014). An evolutionary algorithm based on constraint set partitioning for nurse rostering problems. *Neural Computing and Applications*, 25(3-4), 703-715 .
- Huarn, F. (1997). Integer goal programming model for nursing scheduling: a case study. In *Multiple Criteria Decision Making* (pp. 634-643): Springer.
- Ingels, J., & Maenhout, B. (2015). The impact of reserve duties on the robustness of a personnel shift roster: An empirical investigation. *Computers & Operations Research*, 61, 153-169 .
- Lagatie, R., Haspeslagh, S., & De Causmaecker, P. (2009). *Negotiation Protocols for Distributed Nurse Rostering*. Paper

- presented at the Proceedings of the 21st Benelux Conference on Artificial Intelligence.
- Maass, K. L., Liu, B., Daskin, M. S., Duck, M., Wang, Z., Mwenesi, R., & Schapiro, H. (2017). Incorporating nurse absenteeism into staffing with demand uncertainty. *Health care management science*, 20(1), 141-155 .
- Parr, D., & Thompson, J. M. (2007). Solving the multi-objective nurse scheduling problem with a weighted cost function. *Annals of Operations Research*, 155(1), 279-288 .
- Pham, V. N., Le Thi, H. A., & Dinh, T. P. (2012). *Solving nurse rostering problems by a multiobjective programming approach* . Paper presented at the International Conference on Computational Collective Intelligence.
- Price, K., Storn, R. M., & Lampinen, J. A. (2006). *Differential evolution: a practical approach to global optimization*: Springer Science & Business Media.
- Rashidi Komijan, A., Gordani, A. (2019). An integrated mathematical model for aircraft routing and crew scheduling for *airlines with multi fleet and multi maintenance hub*. *Industrial Management Studies*, 17(55), 101-135 [in Persian].
- Richardson, J. T., Palmer, M. R., Liepins, G. E., & Hilliard, M. R. (1989). *Some guidelines for genetic algorithms with penalty functions*. Paper presented at the Proceedings of the 3rd international conference on genetic algorithms.
- Roy, S., Davim, J. P., & Kumar ,K. (2017). Optimization of process parameters using Taguchi coupled genetic algorithm: machining in CNC lathe. In *Mathematical Concepts and Applications in Mechanical Engineering and Mechatronics* (pp. 67-93): IGI Global.
- Santos, H. G., Toffolo, T. A., Gomes, R. A., & Ribas, S. (2016). Integer programming techniques for the nurse rostering problem. *Annals of Operations Research*, 239(1), 225-251 .
- Sharma, P., Sharma, N., & Sharma, H. (2016). *Binomial crossover embedded shuffled frog leaping algorithm*. Paper presented at the Computing, Communication and Automation (ICCCA), 2016 International Conference on.
- Smet, P. (2016). Nurse rostering: models and algorithms for theory, practice and integration with other problems. *4OR*, 14, 327–328.
- Solos, I. P., Tassopoulos, I. X., & Beligiannis, G. N. (2013). A generic two-phase stochastic variable neighborhood approach for effectively solving the nurse rostering problem. *Algorithms*, 6(2), 278-308 .
- Storn, R., & Price, K. (2010). Differential evolution homepage. Available at: <http://www.ICSI.Berkeley.edu/~storn/code.html> .