# DESEMPENHO NÃO LINEAR GEOMÉTRICO DE PÓRTICOS METÁLICOS 3D ASSIMÉTRICOS



M. T. Braz César Assistente IPB Bragança



R. C. Barros Professor Associado FEUP Porto

#### SUMÁRIO

Neste trabalho estuda-se a importância de vários parâmetros na análise geometricamente não linear (2ª ordem) de pórticos metálicos 3D. Este estudo visa identificar as variáveis que condicionam o desempenho não-linear geométrico das estruturas analisadas e, assim, possibilitar uma maior carga de instabilidade global. Com base nos estudos paramétricos efectuados conclui-se qual a situação estrutural, incluindo disposição dos contraventamentos, que maximiza a capacidade resistente da estrutura relativamente ao modelo de análise não-linear geométrica utilizado.

Palavras-chave: Análise geometricamente não linear, Instabilidade de pórticos metálicos.

# 1. INTRODUÇÃO

O presente texto pretende compilar um conjunto reflexões relativamente a vários trabalhos desenvolvidos pelos autores no domínio da análise geometricamente não linear de pórticos metálicos tridimensionais e cujos resultados estão sintetizados neste artigo.

Nos referidos trabalhos (César e Barros [1][2][3]) foram analisadas várias estruturas reticuladas bidimensionais e tridimensionais, através de vários estudos paramétricos, quer da sua geometria, quer do sistema de contraventamento utilizado.

O estudo desenvolveu-se através de programas de cálculo automático. Para avaliar a precisão e a validade de vários pacotes comerciais de cálculo (nomeadamente ANSYS [4], LUSAS [5] e SAP 2000 [6]) e ainda de um programa de cálculo automático INST3D (Barros e César [7])

desenvolvido pelos autores, procedeu-se à sua calibração utilizando modelos estruturais simplificados (pórticos de referência) com solução analítica conhecida. Com esta calibração determinou-se o parâmetro de carga crítica para pórticos com deslocamentos laterais (PCDL) e pórticos sem deslocamentos laterais (PSDL) que associado a validação dos resultados permitiu que fosse utilizado o referido software INST3D, ANSYS e SAP para caracterizar a capacidade resistente de vários pórticos metálicos 3D (com e sem contraventamento) nos quais foram introduzidas assimetrias em planta e em alçado de forma a identificar a importância global e local de cada variação no desempenho estrutural.

Neste contexto, o principal intuito deste trabalho consiste na apresentação dos resultados obtidos no estudo do comportamento geometricamente não linear e da capacidade resistente de vários pórticos metálicos 3D, com assimetrias em planta e em alçado.

## 2. EUROCÓDIGO 3 E ANALISE DE 2ª ORDEM

O desempenho de uma estrutura está intimamente relacionado com os critérios preconizados nos regulamentos e normas. Nesta secção será feita uma breve abordagem aos critérios que o Eurocódigo 3 – EC3 [8] [9] preconiza para garantir a funcionalidade (Estados Limites de Utilização ou Serviço - ELS) da estrutura.

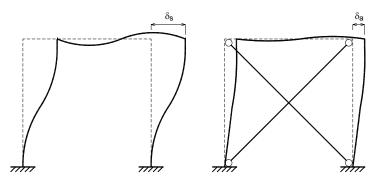


Figura 1: Critério do Eurocódigo 3 (ENV) para classificação de pórtico contraventado

Nesta regulamentação (versão ENV), uma analise de  $2^a$  ordem não é necessária quando a estrutura apresenta um sistema de contraventamento que permita que o deslocamento lateral seja reduzido em 80% relativamente ao deslocamento obtido numa configuração não contraventada (figura 1), ou ainda quando o incremento dos esforços internos relevantes ou qualquer outra alteração do carregamento provocada pela deformação possa ser negligenciada. Esta condição fica garantida quando  $\alpha_{crítico} = F_{cr}/F_{Ed} \ge 10$  para uma análise elástica ou  $\alpha_{crítico} \ge 15$  para uma análise plástica (figura 2), sendo  $\alpha_{crítico}$  o factor pelo qual o carregamento de dimensionamento terá de ser incrementado para provocar instabilidade elástica associada a um modo global.

Estes critérios foram usados neste estudo para garantir a eficiência do sistema de contraventamento escolhido.

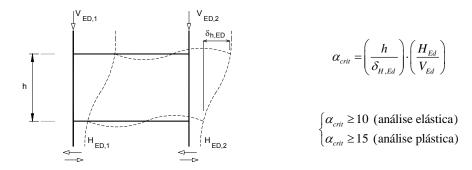


Figura 2: Critério do Eurocódigo 3 para edifícios (estruturas reticuladas).

Para estruturas 3D assimétricas ou estruturas com geometria complexa, a melhor técnica consiste em realizar uma análise 3D de segunda ordem e calcular a capacidade resistente com a verdadeira configuração deformada, omitindo a deformabilidade lateral da estrutura e consequentemente a verificação preconizada no Eurocódigo 3.

# 3. ESTUDO PARAMÉTRICO: PÓRTICOS 3D COM ASSIMETRIAS

Depois de calibrar o software foram elaborados alguns estudos paramétricos sobre a capacidade resistente (geometricamente não linear) de alguns pórticos metálicos 3D.

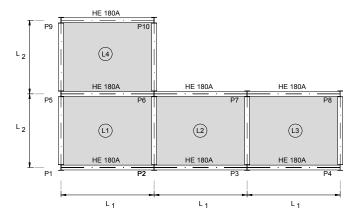


Figura 3: Planta do pórtico 3D de referência com assimetria em planta

Uma das estruturas analisadas, cuja planta está representada na figura 3, corresponde ao modelo estrutural de um edifício 3D com 5 pisos, ao qual foram adicionadas assimetrias em planta (com e sem elementos de contraventamento) e cujos resultados iniciais foram previamente apresentados por Barros e César [2]. Nesta figura também é possível visualizar a numeração das lajes que compõem cada piso. Na tabela 1 são apresentadas as características dos pilares em cada piso, materializados por perfis comerciais da série HEA.

Tabela 1: Características dos pilares (perfis comerciais)

	1º piso	2º piso	3º piso	4º piso	5º piso
P1	200A	200A	180A	180A	160A
P2	220A	220A	200A	180A	140A
P3	220A	220A	200A	180A	140A
P4	200A	200A	180A	180A	160A
P5	220A	220A	200A	180A	140A
P6	240A	220A	200A	180A	140A
P7	220A	220A	200A	180A	140A
P8	200A	200A	180A	180A	160A
P9	200A	200A	180A	180A	160A
P10	200A	200A	180A	180A	160A

A análise paramétrica dos valores da carga crítica baseia-se na variação do comprimento das vigas (vãos L1 e L2), ou distância entre pilares, e na definição da geometria espacial da estrutura (distancia entre pisos H e o número de pisos que possuem a laje L3).

# 3.1. Evolução da carga crítica associada ao vão e à altura entre pisos

A estrutura 3D foi analisada com e sem elementos de contraventamento, utilizando diagonais articuladas nas extremidades, com rigidez à flexão nula e com uma área de 11 cm² correspondendo a perfis metálicos da série UPN (UPN-80).

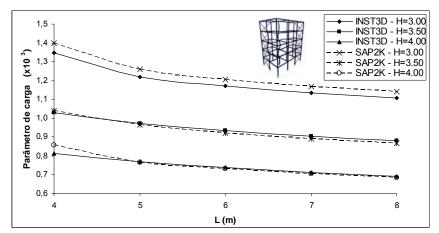


Figura 4: Resultados do estudo paramétrico para o pórtico contraventado

Alguns resultados relativos ao parâmetro de carga crítica para o pórtico 3D representado na figura 3 (com L1=L2=L), publicados recentemente por Barros e César [2], são resumidamente revistos na figura 4, para posterior comparação com os resultados que serão apresentados no ponto 3.2 deste artigo.

Verificou-se que os resultados obtidos com o software desenvolvido pelos autores INST3D foram sempre conservativos, uma vez que estima a capacidade de carga não linear global

(factores de carga crítica global) para este pórtico 3D assimétrico contraventado com valores inferiores aos resultados obtidos com o SAP 2000 (3-4% inferiores para H=3 m; muito menor nos outros casos). Esta diferença está relacionada com a formulação da matriz de rigidez global utilizada no INST3D e no software comercial, Barros e César [2]. Enquanto que no INST3D são utilizadas as funções de estabilidade na sua formulação exacta, no software comercial recorre-se à sua formulação aproximada obtida pela linearização destas funções e que se traduz na utilização da matriz de rigidez geométrica que, associada à matriz elástica, permite realizar uma análise de 2ª ordem, Reis e Camotim [10].

# 3.2. Evolução da carga crítica associada a assimetrias em alçado

As cargas críticas de instabilidade do pórtico 3D inicialmente representado na figura 3 são agora determinadas associadas com uma variação adicional – a assimetria em alçado – através da supressão da laje L3 num determinado número de pisos (figura 5).

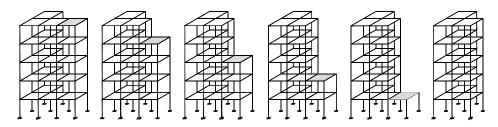


Figura 5: Assimetria em alçado (variação do numero de pisos com laje L3)

A deformação obtida para cada variação paramétrica (figura 6) permite identificar o padrão que governa a ruína da estrutura.

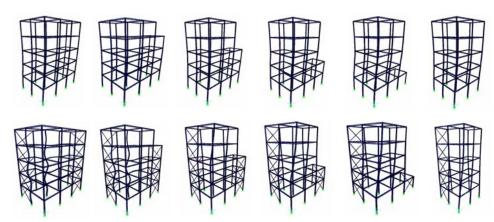


Figura 6: Padrão de deformação para várias configurações assimétricas

O estudo paramétrico também incluiu a variação do vão entre pilares (L) e da altura entre pisos (H). Os seis casos de variação paramétrica da assimetria em alçado representados na figura 5 foram analisados por César [11] e por César e Barros [12], para configurações contraventadas e não contraventadas.

No caso da estrutura não possuir elementos de contraventamento, a perda de estabilidade ocorre com translação e rotação dos diafragmas rígidos (lajes) na direcção de menor inércia, apresentando um padrão de deformação concordante com um PCDL.

A utilização das lajes L3 induz um efeito estabilizador acima do 2º piso através do incremento da rigidez na direcção da menor inércia dos pilares, garantindo um ligeiro aumento da capacidade resistente; contudo, à medida que se incrementa o número de pisos da laje L3, a estrutura caracteriza-se por um deformação de PCDL e a capacidade de carga é controlada pela parcela com translação lateral da estrutura não contraventada.

Também foi efectuado um estudo paramétrico associado à variação do número de pisos das lajes L2 e L3, tendo-se obtido resultados similares aos encontrados no estudo anterior. Alguns resultados significativos foram sintetizados graficamente nas figuras 7 a 12, nas quais se compara a evolução da carga crítica de instabilidade dos seis casos de assimetria em alçado, com e sem elementos de contraventamento, para o referido o estudo paramétrico associado à laje L3 (figuras 7 a 9) e também o estudo paramétrico associado à variação das lajes L2 e L3 (figuras 10 a 12).

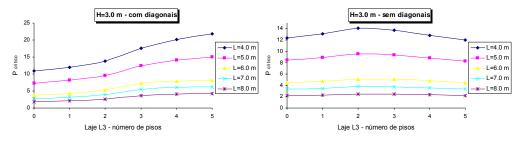


Figura 7: Estudo paramétrico (laje L3), para determinada assimetria em alçado – H=3.0m

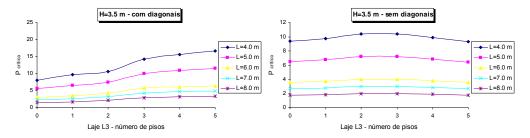


Figura 8: Estudo paramétrico (laje L3), para determinada assimetria em alçado – H=3.5m

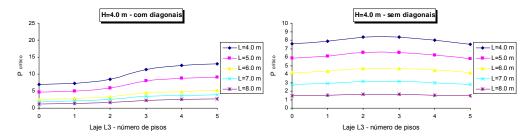


Figura 9: Estudo paramétrico (laje L3), para determinada assimetria em alçado – H=4.0m

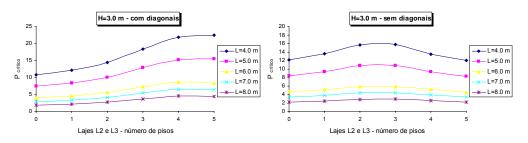


Figura 10: Estudo paramétrico (laje L2 e L3), para determinada assimetria em alçado – H=3.0m

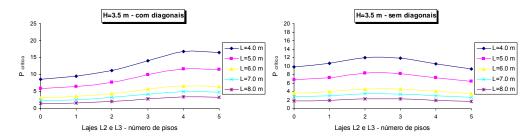


Figura 11: Estudo paramétrico (laje L2 e L3), para determinada assimetria em alçado – H=3.5m

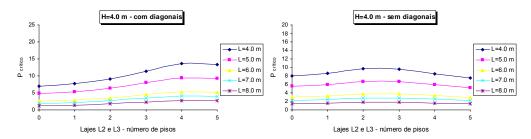


Figura 12: Estudo paramétrico (laje L2 e L3), para determinada assimetria em alçado – H=4.0m

Verifica-se que a assimetria em alçado representa um papel muito importante neste estudo paramétrico, uma vez que o número de pisos da laje rígida L3 altera significativamente a capacidade resistente do pórtico 3D de referência.

Quando a estrutura não tem elementos de contraventamento, verifica-se que o valor da carga crítica aumenta com o número de pisos da laje L3, atingindo o valor máximo para 2 pisos da laje L3, permanecendo praticamente constante para 3 pisos. No entanto, quando existem mais do que 3 pisos da laje L3 verifica-se uma perda de capacidade resistente.

Quando se introduzem elementos de contraventamento, observa-se um incremento contínuo da carga crítica com o aumento do número de pisos da laje L3: a capacidade resistente praticamente duplica para o intervalo do estudo paramétrico efectuado.

## 3.3. Análise de 2ª ordem de um edifício assimétrico com 10 pisos

Neste caso a estrutura analisada, indicada na figura 13, corresponde a um edifício 3D com 10 pisos e que apresenta assimetria em planta (numa direcção).

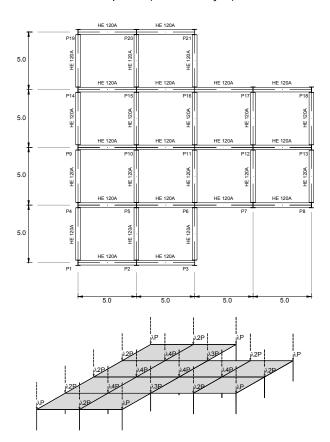


Figura 13: Planta do edifício 3D com 10 pisos e respectivo carregamento

Neste estudo, não será feita uma variação paramétrica do vão entre pilares (L) e da altura entre pisos (H), mas sim uma análise sobre a influência da localização dos elementos de contraventamento no desempenho da estrutura.

A estrutura foi pré-dimensionada, utilizando a quantificação das acções preconizadas nos regulamentos RSA e EUROCÓDIGO 1, de forma a obter secções com características reais. Foram consideradas as seguintes acções:

- Peso Próprio (laje de betão armado com 15 cm);
- Sobrecarga (Pisos: 2,0 kN/m<sup>2</sup>, Cobertura: 1,0 kN/m<sup>2</sup>);
- Restantes cargas permanentes (pisos: 2,5 kN/m², cobertura: 1,5 kN/m²).

Utilizou-se a combinação de acções Sd = 1,35 G + 1,50 Q para dimensionar os elementos resistentes (pilares e vigas), na qual G corresponde às acções permanentes e Q à sobrecarga e que corresponde à situação mais desfavorável (parâmetro crítico mais reduzido) para o estudo em causa.

Tabela 2: Características dos pilares (perfis comerciais)

	1º Piso	2º Piso	3º Piso	4º Piso	5º Piso	6º Piso		8º Piso	9º Piso	10º Piso
P1	220A	220A	220A	220A	200A	200A	180A	180A	160A	140A
P2	300A	280A	280A	260A	240A	220A	220A	200A	180A	140A
P3	220A	220A	220A	220A	200A	200A	180A	180A	160A	140A
P4	300A	300A	280A	260A	260A	240A	220A	220A	200A	160A
P5	500A	500A	400A	340A	300A	280A	260A	240A	200A	160A
P6	450A	400A	340A	320A	300A	280A	260A	240A	200A	160A
P7	320A	300A	300A	280A	260A	240A	240A	220A	200A	160A
P8	220A	220A	220A	220A	200A	200A	180A	180A	160A	140A
P9	300A	300A	300A	280A	260A	240A	240A	220A	200A	160A
P10	550A	500A	450A	360A	320A	300A	260A	240A	220A	160A
P11	550A	500A	500A	400A	320A	300A	260A	240A	220A	160A
P12	500A	500A	360A	320A	300A	280A	240A	220A	200A	160A
P13	300A	280A	280A	260A	240A	240A	220A	200A	180A	140A
P14	300A	300A	280A	260A	260A	240A	220A	220A	200A	160A
P15	500A	500A	400A	340A	300A	280A	260A	240A	200A	160A
P16	450A	400A	340A	320A	300A	280A	260A	240A	200A	160A
P17	320A	300A	300A	280A	260A	240A	240A	220A	200A	160A
P18	220A	220A	220A	220A	200A	200A	180A	180A	160A	140A
P19	220A	220A	220A	220A	200A	200A	180A	180A	160A	140A
P20	300A	280A	280A	260A	240A	220A	220A	200A	180A	140A
P21	220A	220A	220A	220A	200A	200A	180A	180A	160A	140A

Os pilares e vigas são compostos por perfis metálicos comerciais da série HEA, com módulo de elasticidade E=205 GPa. As vigas apresentam secção constante (HE 160A) e os pilares apresentam as características das secções indicadas na tabela 2.

Foram consideradas ligações contínuas entre as vigas e pilares. As lajes são consideradas como tendo comportamento de diafragma rígido no seu plano e supõe-se que não existe a possibilidade de qualquer perda de estabilidade local.

Para a determinação da carga nodal vertical que actua em cada pilar, foi utilizada uma distribuição de carga em função da área de influência, tendo-se obtido o carregamento apresentado na Figura 13, com P= 48,4 kN.

Iniciou-se o processo determinando o parâmetro crítico e o modo de instabilidade para o pórtico sem contraventamento, repetindo o processo para o pórtico contraventado (para cada esquema de contraventamento).

Como já foi referido, neste estudo procura estudar-se o desempenho e a capacidade resistente do pórtico associado à alteração da localização dos elementos de contraventamento (diagonais), procurando uma disposição que induza na estrutura um comportamento associado a uma configuração do tipo PSDL, e cujo modo de instabilidade seja comandado pelo pórtico que apresenta maior capacidade resistente (neste caso corresponde ao pórtico central que representa o pórtico 2D que recebe maior esforço axial).

Foram analisados dois esquemas de contraventamento (figura 14), o primeiro consiste na introdução de elementos de contraventamento nos pórticos 2D do contorno que apresentam capacidades resistentes individuais mais reduzidas e ao longo da direcção de menor inércia, e o segundo consiste na introdução de diagonais nos pórticos 2D das cunhais de forma a garantir o aumento da rigidez nas duas direcções e, assim, tentar melhorar o desempenho global da estrutura.

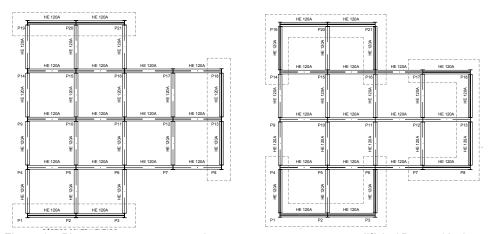
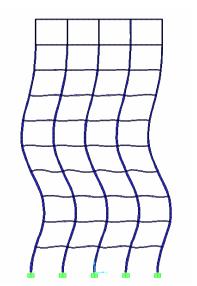
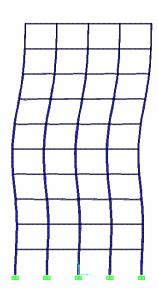


Figura 14: Planta com os esquemas de contraventamento para o edifício 3D com 10 pisos

Para a estrutura sem elementos de contraventamento, obteve-se um parâmetro de carga crítica  $\lambda$ =1,68. Utilizando o primeiro esquema de contraventamento na totalidade dos pisos (10 pisos), garante-se um incremento da capacidade resistente caracterizada por um parâmetro de carga crítica  $\lambda$ =2,47.

A análise inicial envolveu a introdução de elementos de contraventamento na totalidade dos pesos (10 pisos). Posteriormente eliminaram-se de forma sistemática alguns desses elementos de contraventamento, desde o ultimo piso até ao primeiro piso, para identificar a configuração (número de pisos com diagonais) que pode influenciar a capacidade resistente (figuras 15 e 16). Para cada configuração, i.e. número de pisos com elementos de contraventamento, determinou-se o parâmetro de carga crítica e o respectivo modo de instabilidade.

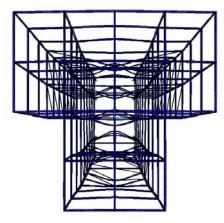


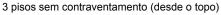


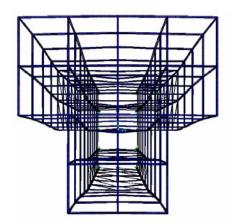
3 pisos sem contraventamento (desde o topo)

4 pisos sem contraventamento (desde o topo)

Figura 15: Modo de instabilidade do pórtico 2D central para vários pisos contraventados, associado ao primeiro esquema de contraventamento (nos pórticos mais "fracos" do contorno)







4 pisos sem contraventamento (desde o topo)

Figura 16: Modo de Instabilidade do pórtico 3D para dois pisos contraventados, associado ao primeiro esquema de contraventamento (nos pórticos mais "fracos" do contorno)

Para o segundo esquema de contraventamento (figura 14), cujos elementos diagonais foram aplicados na totalidade dos pisos, a capacidade resistente aumenta significativamente ( $\lambda$ =3,29) quando comparado com a capacidade resistente do primeiro esquema de contraventamento ( $\lambda$ =2,47). Esta capacidade resistente é praticamente duas vezes superior ao valor obtido para a estrutura não contraventada ( $\lambda$ =1,68).

A supressão dos elementos de contraventamento nos últimos 4 pisos implica uma ligeira diminuição da capacidade resistente, resultando num parâmetro de carga crítica igual a  $\lambda$ =3,13; este decréscimo é mais significativo quando são eliminadas diagonais nos últimos 5 pisos, passando a apresentar um parâmetro de carga crítica de  $\lambda$ =2,74.

A redução pode ser associada ao modo de instabilidade da estrutura, ou seja, como a estrutura apresenta um comportamento associado a uma configuração do tipo PCDL, a eliminação de elementos de contraventamento nalguns pisos traduz-se numa diminuição da carga crítica. Quando se eliminam elementos de contraventamento nos 3 últimos pisos, a estrutura apresenta uma deformação associada a um modo de instabilidade do tipo PSDL; a eliminação dos elementos de contraventamento nos quatro últimos pisos equivale a uma deformação parcial com translação ao nível dos pisos (tipo PCDL); quando se retiram os elementos de contraventamento nos cinco últimos pisos, a estrutura deixa de apresentar um comportamento de PSDL, apresentando translações nodais nos pisos onde foram retirados elementos de contraventamento (figura 17).

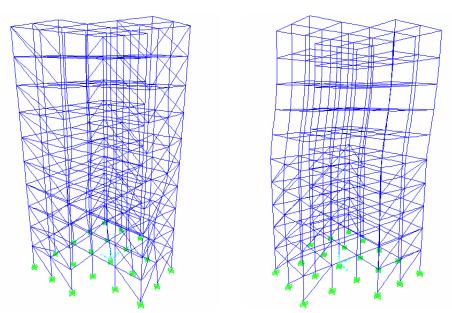


Figura 17: Modos de instabilidade para dois esquemas de contraventamento

Como seria de esperar, quando se introduzem elementos de contraventamento, o comportamento global da estrutura altera-se, concluindo-se que a sua utilização controla significativamente a capacidade resistente e o desempenho desta estrutura assimétrica.

O sistema de contraventamento utilizado no pórtico 3D assimétrico, conjuntamente nos pórticos de contorno e nos pórticos dos cunhais do edifício, apresenta-se como uma forma tecnicamente eficiente para garantir o incremento de capacidade resistente da estrutura. Neste caso aumentou-se a capacidade resistente global da estrutura em 33% relativamente ao primeiro sistema de contraventamento.

## 3.4. Verificação dos critérios aos ELS do EC3

Nesta secção apresenta-se a verificação aos ELS de acordo com o EC3. Na tabela 2 são apresentadas as verificações (deformação entre pisos ou "drift") relativas ao pórtico 3D com 5 pisos e assimetria em planta.

Tabela 2 – Verificação da deformação "drift" (EC3)

					/
H (m)	L (m)	δa,x,máx	δs,x	ELS	ELS
3	4	0.0000269	0.0084	H/111524	H/476
	5	0.0000320	0.0089	H/93750	H/565
	6	0.0000443	0.0093	H/67720	H/645
	7	0.0000609	0.0098	H/49261	H/718
	8	0.0000774	0.0102	H/38760	H/784
3.5	4	0.0000281	0.0100	H/124555	H/400
	5	0.0000309	0.0106	H/113269	H/472
	6	0.0000337	0.0112	H/103858	H/536
	7	0.0000441	0.0117	H/79365	H/598
	8	0.0000544	0.0122	H/64338	H/656
4	4	0.0000295	0.0110	H/135593	H/364
	5	0.0000299	0.0121	H/133779	H/413
	6	0.0000304	0.0132	H/131579	H/455
	7	0.0000358	0.0138	H/111732	H/509
	8	0.0000412	0.0143	H/97087	H/559

Foram efectuadas as necessárias verificações aos ELS de acordo com os critérios do EC3, nomeadamente na limitação do "drift" lateral cujo valor não ultrapassou o máximo admitido (H/300), situação também garantida para o edifício 3D com 10 pisos e assimetria em planta.

# 4. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos na análise dos pórticos 3D com o software desenvolvido pelos autores INST3D, cujo algoritmo se fundamenta na formulação total exacta da matriz de rigidez, foram sempre conservativos quando comparados com os resultados obtidos com software comercial. No caso da assimetria em alçado, o incremento do número de diafragmas rígidos (lajes) em altura pode não implicar um incremento da capacidade resistente da estrutura, no caso da estrutura assimétrica 3D apresentar deslocamentos laterais ao nível das lajes (configuração do tipo PCDL). Este incremento na capacidade resistente só foi verificado nos casos em que a

estrutura apresenta uma configuração do tipo PSDL. O comportamento do pórtico 3D assimétrico com 5 pisos é controlado pelo pórtico 2D que apresenta maior capacidade resistente. Neste caso o pórtico apresenta um comportamento associado a uma configuração onde estão impedidos os deslocamentos laterais (tipo PSDL).

Se a estrutura assimétrica 3D possuir zonas elevadas, a configuração destas subestruturas pode condicionar a capacidade resistente global. A capacidade resistente destas zonas elevadas é crucial para o desempenho global da estrutura, em particular se a estrutura não tiver elementos de contraventamento e se apresentar um comportamento associado a um modo de instabilidade do tipo PCDL. Com base nos estudos realizados, verificou-se uma tendência para que uma configuração do tipo piramidal apresente um melhor comportamento geometricamente não linear, assim como uma maior capacidade de carga.

## 5. REFERÊNCIAS

- [1] César M.B.; Barros R.C. "Modelos de Comportamento Não Linear Geométrico de Pórticos Assimétricos Tridimensionais", *Congresso de Métodos Computacionais em Engenharia*, Área Temática: Estabilidade e Análise Não Linear de Estruturas Metálicas, APMTAC, Lisboa, Portugal, 2004.
- [2] Barros R.C.; Cesar M.B. "Non-Linear Carrying Capacity of Asymmetric Three-Dimensional Braced Steel Frames", *The Seventh International Conference on Computational Structures Technology*, Civil-Comp Press, Lisbon, 2004, 16 p.
- [3] César, M.B.; Barros, R.C. "A Influência da Modelação e da Geometria de Pórticos 2D e 3D no Desempenho Não Linear Geométrico", *V Congresso de Construção Metálica e Mista*, Lisboa, Portugal, 2005, 12 p.
- [4] ANSYS ANSYS Release 8.0 Documentation, ANSYS Inc., Pennsylvania, USA, 2003.
- [5] LUSAS Powerful FE Technology for Specialist Applications, Theory Manual 1 Theory Manual 2 Verification Manual, Version 13, UK, 2004.
- [6] SAP SAP 2000 Software Verification, Computers and Structures Inc., Berkeley, California, USA, 2003.
- [7] Barros R.C.; César M.B. Manual on the use of program INST3D for the instability of three-dimensional rectangular frames under vertical loads, Structural Division, Department of Civil Engineering, FEUP, 2003.
- [8] CEN EN 1993-1-1 (E) Eurocode 3: Design of Steel Structures Part 1-1 General rules and rules for buildings, European Committee for Standardization, Brussels, (May) 2005.
- [9] ECCS Essentials of Eurocode 3: Design Manual for Steel Structures in Building, European Convention for Constructional Steelwork, ECCS Advisory Committee 5 – Application of Eurocode 3, N

  65, 1st edition, Brussels, 1991.
- [10] Reis, A.J.; Camotim, D. Estabilidade Estrutural, McGraw-Hill, Portugal, 2001.
- [11] César M.B. Estudos Paramétricos sobre a Instabilidade de Pórticos Metálicos Bidimensionais e Tridimensionais, Tese de Mestrado em Estruturas de Engenharia Civil, Department of Civil Engineering, FEUP, 2004.
- [12] César M.B.; Barros R.C. "Parametric Study of the Non-Linear Geometric Behavior and Carrying Capacity of 3D Asymmetric Steel Frames", 10<sup>th</sup> International Conference on Civil Structural & Environmental Engineering Computing, Rome, Civil-Comp Press, 2005.