ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

Perfil del futuro docente de matemáticas en la enseñanza del límite infinito de sucesiones

Profiles of future mathematics teachers in the teaching of the infinite limit of sequences

Mónica **Arnal-Palacián***
ORCID iD 0000-0002-7725-3917
Javier **Claros-Mellado****
ORCID iD 0000-0003-1727-7367
María Teresa **Sánchez-Compaña*****
ORCID iD 0000-0001-7474-5038

Resumen

En este estudio se pretenden describir perfiles del futuro docente de matemáticas en relación con la enseñanza del límite infinito de una sucesión. Para ello, se conformaron grupos focales en los que el futuro profesorado dialogó sobre la manera en la que se abordaría la enseñanza de este límite y, posteriormente, se estableció un análisis de coincidencias reticular, con el que presentar la aparición de un conjunto de sucesos mediante un grafo. Los resultados arrojados permitieron determinan cómo el profesorado en formación empleará el enfoque intuitivo y formal en sus comentarios sobre la enseñanza del límite infinito de una sucesión. Además, analizamos si la formación es una variable a tener en cuenta en las respuestas de los futuros docentes a tareas relacionadas con el límite infinito.

Palabras clave: Límite infinito. Sucesión. Perfiles futuros docentes. Análisis reticular de coincidencias. Profesorado en formación.

Abstract

The aim of this study is to describe the profiles of future mathematics teachers regarding the teaching of the infinite limit of a sequence. For this purpose, focus groups were formed in which pre-service teachers discussed the way in which they would approach the teaching of this limit and, subsequently, an analysis of reticular coincidences was established, with which to present the occurrence of a set of events by means of a graph. The results obtained made it possible to determine how the pre-service teachers will use the intuitive and formal approach in their comments on the teaching of the infinite limit of a sequence. In addition, we analyze whether training is a variable to be considered in the responses of pre-service teachers to tasks related to the infinite limit.

Keywords: Infinite limit. Sequence. Future teacher's profiles. Reticular analysis of coincidences. Pre-service teachers.

* Doctora en Educación por la Universidad Complutense de Madrid (UCM). Profesora Contratada Interina en Universidad de Zaragoza (UZ), Zaragoza, España. E-mail: marnalp@unizar.es
** Doctor en Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada (UGR). Director en IES Calderón de la Barca de Pinto, Madrid, España. E-mail: fclaros@iescalderon.es
*** Doctora en Didáctica de la Matemática por la Universidad de Granada (UGR). Profesora Ayudante Doctor en la Universidad de Málaga (UMA), España. E-mail: teresasanchez@uma.es

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

1 Introducción

En las últimas décadas, la noción de límite ha sido objeto de estudio de numerosas investigaciones. Los problemas de investigación estudiados al respecto han puesto el foco de atención en distintos aspectos, como pueden ser, su epistemología (TALL; VINNER, 1981), el análisis de libros de texto (ARNAL-PALACIÁN; CLAROS-MELLADO; SÁNCHEZ-COMPAÑA, 2020), concepciones del alumnado (DONG-JOONG; SFARD; FERRINI-MUNDY, 2005; DOUGLAS, 2018; FERNÁNDEZ-VERDÚ *et al.*, 2018), fenomenología (ARNAL-PALACIÁN, 2019; CLAROS, 2010; SÁNCHEZ, 2012), entre otros. En este estudio en concreto, nos centramos en el problema de investigación referente al papel del futuro profesorado de secundaria en el proceso de enseñanza-aprendizaje del límite infinito de sucesiones, con el fin de delimitar los perfiles docentes en su formación inicial.

Determinar qué se entiende por perfil docente y establecer qué criterios lo definen para un futuro profesor no es una tarea sencilla, tal y como afirman Muñiz-Rodríguez, Aguilar-González y Rodríguez-Muñiz (2020). Son varias las definiciones de perfil docente que podemos encontrar en el campo de la didáctica. Tribó (2008) señala que el perfil docente del profesorado de secundaria viene determinado por una sólida formación científica y un dominio de competencias profesionales específicas. Por otra parte, Korthagen (2004) define el perfil docente a partir de un modelo concéntrico, formado por seis niveles, en el que la competencia es uno de dichos niveles.

Siguiendo a Muñiz-Rodriguez, Aguilar-González y Rodríguez-Muñiz (2020) hemos adoptado un perfil docente de naturaleza competencial, que ya fue definido por Bozu (2009) y Galvis (2007) como una interrelación entre características intelectuales, capacidades sociales y cualidades interpersonales. En esta misma línea se encontraba la definición de perfil docente de Shulman (1986), que lo define a partir de la interrelación entre el conocimiento disciplinar, la didáctica específica y la psicosociología.

Poder analizar la práctica docente de un profesor de matemática conlleva determinar un modelo de aprendizaje y generar herramientas analíticas que permitan explicar este modelo (GAVILÁN; GARCÍA; LLINARES, 2007). Tal y como afirman Rodríguez-Flores *et al.* (2016) determinar el perfil docente, así como el conocimiento que debe tener, es de vital importancia para fortalecer los programas de formación.

La formación del profesorado, tanto inicial como permanente, es un factor muy importante en la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Esta formación debe estar enfocada a su desarrollo profesional y, para ello, es indispensable que

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

pongan en práctica un profundo conocimiento especializado del contenido (POSADAS; GODINO, 2017). Además, esta formación inicial influye, significativamente, en el proceso de enseñanza y aprendizaje (MUSSET, 2010).

Consideramos que el profesorado en formación, en particular el alumnado del Máster en Formación del Profesorado (MFP), debe realizar actividades matemáticas del mismo nivel que su futuro alumnado, integrando contenidos matemáticos, psicológicos y pedagógicos (SHULMAN, 1986), y debatiendo y reflexionando en pequeños grupos desde una perspectiva de aprendizaje, tal y como ya afirmaron Goffree y Oonk (1999).

En el contexto en el que ha sido realizada esta investigación se ha tenido en cuenta que los actuales programas de formación inicial para la Educación Secundaria siguen un modelo consecutivo, motivo por el cual la titulación con la que el futuro profesorado accede al MFP puede ser diversa, y, por tanto, la formación matemática que cada uno posee es diferente. Para establecer unos mínimos en el conocimiento de las nociones matemáticas por parte del profesorado en formación, Muñiz-Rodríguez (2017) sugiere realizar el diseño de una prueba de admisión. De hecho, algunas universidades ya la contemplan, como por ejemplo la Universidad de Zaragoza, para aquellos alumnos que no hayan cursado estudios universitarios en Matemáticas, Física, Estadística o Ingeniería Informática (UNIZAR, 2020), o la Universidad de la Laguna, quien considera los diferentes grados y licenciaturas de Matemáticas, Estadística, Física o dobles grados asociados (ULL, 2020). Otras universidades están siguiendo este mismo camino, aunque se encuentran, todavía, en proceso de formalización.

Particularizando para la noción de límite, Fernández *et al.* (2016) caracterizaron cómo el profesorado en formación relaciona el reconocimiento de los elementos matemáticos para comprender la noción de límite y la manera en la que comprenden los estudiantes de bachillerato. Además, relacionaron la comprensión y cómo se justifican las decisiones de enseñanza que proponen. Estas mismas autoras, Fernández-Verdú *et al.* (2018), en estudios posteriores, analizaron la anticipación que tiene el profesorado en formación ante respuestas de estudiantes de bachillerato a problemas sobre el límite de una función, considerando distintas características de comprensión y la propuesta de problemas para sustentar su progreso conceptual.

El análisis de las tareas que realizan los profesores en formación puede arrojar diferentes perfiles docentes. La determinación de estos perfiles ha provocado que nos ocupemos de esta investigación, focalizándonos en el estudio minucioso de la enseñanza del límite infinito de una sucesión.

Nos proponemos como objetivo principal de este estudio, con la perspectiva del futuro

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

profesorado de Educación Secundaria y la noción del límite infinito de una sucesión, describir los perfiles docentes del profesorado en formación. La descripción del perfil docente debe ser un elemento clave en el análisis de la labor docente de un profesor cuando este tiene que abordar la instrucción de una noción, como es el límite infinito de una sucesión, ya que dicho perfil va a determinar dicha instrucción.

La configuración de un perfil docente intuitivo supondría la aplicación, en el aula, de elementos del pensamiento matemático elemental que, consideramos, no son suficientes para alcanzar la comprensión del límite infinito de una sucesión. Por ello, es necesario detectar si el perfil docente formal también aparece cuando se desarrollan tareas relacionadas con el límite, ya que este es clave para dominar la noción de límite. El perfil docente ayuda a abordar tareas desde ambos enfoques, intuitivo y formal, de ahí la importancia de conocer los perfiles docentes individuales y también grupales, ya que el docente forma parte de un departamento que debe trabajar de manera coordinada.

Además, como objetivo específico, pretendemos poner de manifiesto cómo el análisis reticular puede ser una herramienta muy útil para establecer relaciones entre los comentarios realizados durante el desarrollo de una actividad centrada en la noción de límite infinito de una sucesión y los diferentes perfiles docentes tanto a nivel individual como grupal que pueden identificarse a la hora de abordar la enseñanza de una noción.

2 Marco Teórico

El marco teórico de este trabajo se sustenta en el Pensamiento Matemático Elemental y Avanzado, y los sistemas de representación.

2.1 Pensamiento Matemático Elemental y Pensamiento Matemático Avanzado

Desde la década de los años ochenta la didáctica de las matemáticas se ha preocupado por cómo piensan las personas acerca de las matemáticas, es decir, por el pensamiento matemático.

Según Cantoral *et al.* (2000) el desarrollo del pensamiento matemático puede entenderse como una reflexión espontánea que los matemáticos realizan sobre la naturaleza del proceso de descubrimiento e invención en matemáticas. En contraposición con esta visión, consideran que el pensamiento se desarrolla en todos los seres humanos en su vida cotidiana, en múltiples tareas que incluyen el pensamiento sobre tópicos matemáticos y, también, procesos avanzados del

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

pensamiento, como son la abstracción, justificación, visualización, estimación o razonamiento basado en la justificación de las hipótesis propuestas. De aquí surge el Pensamiento Matemático Elemental, PME, y el Pensamiento Matemático Avanzado, PMA.

En PMA intervienen procesos como la representación (gráfica, numérica, simbólica, …) que permitan construir las imágenes mentales del concepto, la traslación, la abstracción, la generalización y la sintetización (GARBIN, 2015). La traslación es un proceso ligado a las representaciones, pasa de una formulación o enunciado a otro. La abstracción es el proceso más importante en PMA, ya que permite la consciencia de diferentes situaciones matemáticas. La generalización permite inducir de lo particular, identificar puntos comunes y expandir los dominios de validez. La sintetización combina o compone diferentes partes de tal forma que configuren un todo (DREYFUS, 1991). Por otro lado, Azcárate (1998) se refiere a los procesos cognitivos implicados en el PMA cuando piensa en los procesos matemáticos que destacan por su abstracción.

Puesto que nuestra investigación se centra en el límite infinito de una sucesión, y teniendo en cuenta los enfoques intuitivo y formal, establecemos las relaciones entre los enfoques y los elementos del Pensamiento Matemático Elemental y Avanzado.

Situamos el límite infinito de una sucesión en los tipos de pensamiento matemático en función del trabajo que realicemos con él. El enfoque intuitivo considera solo el cálculo de un límite y no una abstracción propiamente de la noción, en consecuencia, pertenece al PME. El enfoque intuitivo dado al límite infinito de una sucesión está relacionado con su concepto imagen, en el sentido dado por Tall y Vinner (1981), creado para manejar el concepto de este límite y las imágenes mentales asociadas al mismo.

Por otro lado, el enfoque formal, requiere un pensamiento deductivo y un riguroso razonamiento, en consecuencia, dentro del PMA. La deducción y abstracción da lugar también al considerar los enfoques de manera conjunta, en consecuencia, perteneciente al PMA. Este enfoque formal otorgado al límite infinito de una sucesión está intrínsecamente relacionado con su concepto definición (TALL; VINNER, 1981) ya que su caracterización surge a partir de su propia definición.

Las relaciones mantenidas entre estos enfoques y el tipo de pensamiento matemático asociado a él se reflejan en el siguiente esquema (ARNAL-PALACIÁN, 2019; ARNAL-PALACIÁN; CLAROS-MELLADO; SÁNCHEZ-COMPAÑA, 2020; CLAROS, 2010; SÁNCHEZ, 2012). Véase Figura 1.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

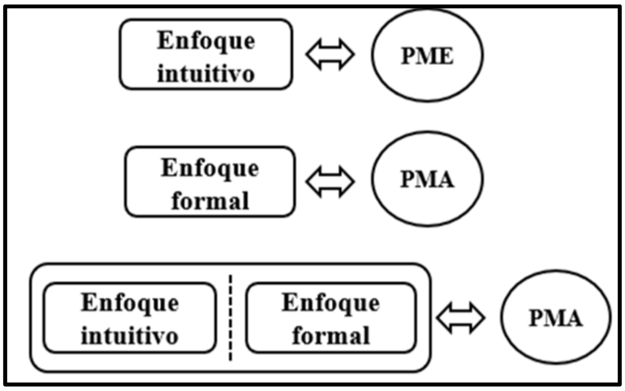


Figura 1 - Enfoque intuitivo y formal en relación con el PMA y PME
Fuente: elaboración propia

Para determinar si el profesorado se encuentra más cercano al PMA o al PME, Sánchez (2012) realizó entrevistas y siguió un protocolo de actuación. La autora, basándose en sus respuestas, elaboró para el límite finito de una función en un punto los perfiles del profesorado en activo a partir de una componente numérica y otra visual. Esta componente numérica fue modificada en un estudio posterior, de Macías *et al.* (2017), dando lugar a la componente numérico-vectorial (Cuadro 1). La fase espontánea corresponde a los comentarios surgidos por el profesorado antes de la incursión de la investigadora, y la fase inducida cuando ella interviene. Del mismo modo ha sucedido en el presente estudio.

Vectores	**Primera componente**	**Segunda componente**
Vector enfoque intuitivo	2·"Número de comentarios de uso en la fase espontánea"+ "Número de comentarios de uso la fase inducida".	2·"Número de comentarios de no uso en la fase espontánea"+ "Número de comentarios de no uso en la fase inducida".
Vector enfoque formal	2·"Número de comentarios de uso en la fase espontánea"+ "Número de comentarios de uso la fase inducida".	2·"Número de comentarios de no uso en la fase espontánea"+ "Número de comentarios de no uso en la fase inducida".

Cuadro 1 - Vectores de la componente numérico-vectorial
Fuente: MACÍAS *et al.* (2017)

Posteriormente, estos autores crearon un nuevo vector con el que, a partir de su arcotangente, es posible determinar el uso de cada uno de estos enfoques. Este vector es el siguiente:

$$v = (v_{uso}, v_{nouso}) = (2 \cdot uso\ esp + uso\ ind, 2 \cdot no\ uso\ esp + no\ uso\ ind)$$

A partir de la componente numérico-vectorial es posible enunciar un criterio y un posterior agrupamiento del profesorado según su perfil docente. Ésta ha formado parte de la presente investigación para un primer análisis de los datos, pudiendo determinar la aceptación o rechazo de los enfoques intuitivo y formal.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

2.2 Sistemas de representación

Las investigaciones sobre los sistemas de representación se han visto incrementadas, notablemente, en los últimos años. Entre los numerosos trabajos, destacamos los de Janvier (1987), Castro y Castro (1997), Duval (1998), Blázquez y Ortega (2001), Sureda y Otero (2011), Gómez y Pantoja (2013), entre otros.

Un sistema de representación es un conjunto estructurado de notaciones, símbolos y gráficos, con reglas y convenios que permiten expresar aspectos y propiedades de una noción matemática (CASTRO; CASTRO, 1997). Además, se toma el conjunto de las formas lingüísticas y no lingüísticas que permiten representar simbólicamente un concepto, sus propiedades y procedimientos de tratamiento (SUREDA; OTERO, 2011). El término representación puede utilizarse de diferentes maneras: corresponder, denotar, representar, codificar, evocar, etiquetar, significar, referir o simbolizar, entre otros (GOLDIN, 2003).

Goldin (2003) incluye al lenguaje natural de los individuos, las imágenes visuales, la representación espacial, estrategias de resolución de problemas, entre otros. Habitualmente, no recordamos o razonamos las reflexiones surgidas a partir de los objetos o conceptos, sino que necesitamos ayudarnos de las expresiones, dibujos o símbolos que las representen (GÓMEZ; PANTOJA, 2013). Para llegar a comprender un concepto es necesario la coordinación entre los diferentes sistemas de representación, ya que uno solo no permite la comprensión total (DUVAL, 1998). Además, cambiar de un sistema de representación a otro y establecer relaciones entre ellos puede dar lugar a la posibilidad de un salto cognitivo (DUVAL, 2006).

En estudios de la comprensión del límite, Blázquez y Ortega (2001) utilizaron las actividades asociadas a los sistemas de representación. De entre todas las clasificaciones de los sistemas de representación, consideramos para el presente trabajo la establecida por Janvier (1987): verbal, tabular, gráfico y simbólico. Esta misma clasificación ya fue utilizada por Claros (2010), Sánchez (2012) y Arnal-Palacián (2019) para el límite finito de una sucesión, límite finito de una función en un punto y límite infinito de una sucesión, respectivamente. También, ha sido la utilizada para presentar los diferentes fragmentos en los que se encuentra la noción límite infinito de una sucesión en el estudio actual. La noción de fragmento usada en este documento se define como elemento que forma parte de una estructura superior que denominamos unidad de información. La unidad de información fue definida por Claros (2010, p. 218) como "el fragmento del libro en el que el autor desarrolla un contenido matemático único o que resulta cómodo de desglosar".

3 Metodología

En este estudio se han establecido grupos focales con el profesorado en formación, con el objetivo de promover la argumentación (BENEJAM, 1999). Con ellos se tratan de identificar distintos tipos de perfiles docentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje del límite infinito de una sucesión en su futura práctica docente. A continuación, describimos la muestra, el material utilizado, el protocolo de actuación seguido, las dimensiones utilizadas para clasificar los comentarios y cómo se ha procedido al análisis de los datos.

3.1 Participantes

A través de un muestro por conveniencia, en facultades a las que se ha tenido acceso, se han seleccionado 27 estudiantes del MFP, en la especialidad de Matemáticas en España. Los componentes de la muestra constaban con la siguiente formación previa: catorce de ellos habían realizado la Licenciatura o Grado en Matemáticas, mientras que los trece restantes habían hecho el Grado en Física (1), Ingeniería Agrónoma (1), Ingeniería de Telecomunicaciones (4), Ingeniería Mecánica (1), Ingeniería de Camino (1), Canales y Puertos (2), Ingeniería Química (1), Ingeniería de Organización Industrial (1), Ingeniería Civil (1) e Ingeniería de Montes (1). Esto supone que el 52% cursó estudios matemáticos, formación específica y estrechamente ligada a la especialidad elegida para la realización del MFP; frente al 48% de los futuros docentes que realizó otros estudios científicos. Además, un 74% de los participantes no habían tenido contacto con ninguna experiencia docente previa.

3.2 Material utilizado, protocolo de actuación e instrumento de recogida de datos

El material estuvo compuesto por once fragmentos (véase Tabla 1) extraídos de libros de texto de diferentes etapas educativas y elaborados por el propio equipo investigador, en los que se presentaba la noción de límite infinito de una sucesión, en los cuatro sistemas de representación (JANVIER, 1987): verbal, gráfico, tabular y simbólico; así como en los enfoques intuitivo, PME, y formal, PMA (ARNAL-PALACIÁN; CLAROS-MELLADO; SÁNCHEZ-COMPAÑA, 2020).

Tabla 1 - Frecuencias absolutas atendiendo al enfoque y al sistema de representación

	Enfoque formal	**Enfoque intuitivo**	
	$+\infty/-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
Gráfico	1	1	1

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

Tabular	1	1	1
Verbal	2	1	1
Simbólico	1	0	0

Fuente: elaboración propia

La selección de estos fragmentos vino determinada por cómo se presentaba la noción de límite infinito en los libros de texto, después de un análisis exhaustivo de 35 de ellos (ARNAL-PALACIÁN; CLAROS-MELLADO; SÁNCHEZ-COMPAÑA, 2020). En este estudio se obtuvo como resultado que predominaba el sistema de representación verbal en el enfoque formal, por lo que se decidió que también tuviese una frecuencia mayor en este instrumento. Por ausencia en los libros de texto, y por las características que rodean al enfoque intuitivo, se decidió no presentar ningún fragmento en este enfoque en el sistema de representación simbólico. Asimismo, previo a la realización del protocolo de actuación del presente estudio, se realizaron tres pruebas piloto (ARNAL-PALACIÁN, 2019) con las que poder validar la idoneidad de cada uno de estos fragmentos.

A continuación, se muestran dos de los fragmentos proporcionados a los profesores en formación. En este caso, con un enfoque formal y en el sistema de representación simbólico (Figura 2) y con un enfoque intuitivo y en el sistema de representación tabular (Figura 3). La totalidad de los fragmentos se encuentra en Anexo 1.

Fragmento A

$\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty \Leftrightarrow \forall M > 0$ se puede encontrar un $n_0 \epsilon \mathbb{N}$ tal que si $n > n_0 \Rightarrow a_n > M$.

Figura 2 - Fragmento de enfoque formal en el sistema de representación simbólico
Fuente: VIZMANOS, HERNÁNDEZ y ALCAIDE (2008, p. 205)

Fragmento K

¿Si n se hace cada vez mayor, a qué valor se aproximan los términos de la sucesión $a_n = n^2 + 1$?
Dando valores a n cada vez mayores se obtiene la siguiente tabla:

n	1	10	100	1 000	...	tiende a $+\infty$
a_n	2	101	10 001	1 000 001	...	tiende a $+\infty$

Figura 3 - Fragmento de enfoque intuitivo en el sistema de representación tabular
Fuente: VIZMANOS y ANZOLA (2002, p. 175)

Antes de comenzar el protocolo de actuación, se establecieron ocho grupos focales de tres o cuatro personas que asistieron de manera presencial, y conformados dentro de la propia aula de forma aleatoria. Estos grupos focales los consideramos en el sentido dado por Cargan (1991), como un proceso sistemático mediante una entrevista de discusión previamente estructurada por un moderador, y que permiten conocer los pensamientos, las sensaciones y las opiniones de las personas.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

Para un correcto desarrollo de los mismos, se solicitó un aula de mayores dimensiones a la habitual para evitar el solapamiento de las voces y que los estudiantes pudiesen debatir en un ambiente más adecuado. El protocolo descrito a continuación facilitó la sistematización y la categorización de los comentarios elaborados por el alumnado. A todos los grupos se les proporcionó una grabadora, facilitada por las universidades participantes y, además, se encargó que fuese grabado por parte de los estudiantes a través de un dispositivo móvil.

El protocolo de actuación estuvo compuesto por cuatro partes: presentación, fase espontánea, explicación del estudio del límite infinito de una sucesión y fase inducida. Al comienzo, el equipo investigador entregó al alumnado una carta de presentación. En ella se establecieron las pautas de desarrollo de la tarea a realizar: presentación de cada uno de los participantes para identificar sus voces con sus respectivos datos y el nombramiento de cada uno de los fragmentos por su letra identificativa, así como aquellos aspectos que debían tratarse en la discusión: cursos o niveles educativos de impartición de los fragmentos, dificultades encontradas o predilección por alguno de ellos. Además, esta fase fue utilizada para resolver aquellas dudas que pudiesen surgir en el alumnado y recoger información identificativa de su titulación de acceso al MFP, año de obtención de la titulación, universidad y experiencia docente previa.

Denominamos fase espontánea (ESP) aquella en la que se proporcionó al profesorado en formación el primer cuestionario, compuesto por los once fragmentos descritos con anterioridad. Durante los primeros 5-10 minutos, los estudiantes realizaron un trabajo individual de lectura de cada uno de los fragmentos para su comprensión y su aceptación de uso o no uso en su posible incursión en el aula en su futura labor docente. Posteriormente, se presentaron y comenzaron a debatir sobre estos fragmentos. En la tercera fase, explicación del estudio, el equipo investigador realizó una presentación sobre enseñanza y aprendizaje del límite. Además, se proporcionó una definición del límite infinito de una sucesión seleccionada por profesorado en activo por su corrección matemática. Finalmente, denominamos fase inducida (IND) al momento en que se encomendó al profesorado en formación a realizar un segundo cuestionario. Éste estaba compuesto por los mismos fragmentos que el primero, y además de la utilización o no de cada uno de ellos en el aula en su futura labor docente, se les encomendó la identificación de su enfoque.

3.3 Dimensiones empleadas para el análisis de las respuestas

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

A continuación, se presentan las dimensiones utilizadas para el análisis de los comentarios del alumnado a cada uno de los fragmentos presentados en el cuestionario.

Uno de los aspectos más importantes en este estudio es la utilización de los estudiantes del MFP de diferentes fragmentos que contienen la noción límite infinito de una sucesión. Por ello, los indicadores que vamos a tener en cuenta son: usa, U, y no usa, NU. Mostramos, a continuación, dos comentarios que sirven para identificar cada uno de estos dos valores:

> *Coincido contigo. Yo creo que, partiendo de una idea intuitiva, o con un ejemplo más concreto, así más numérico al principio, los chicos, los estudiantes se pueden dar cuenta de que, viendo un poco la evolución de los términos, de los primeros términos, se puede generalizar, entre comillas, a la definición de que esa sucesión tiende a infinito (U)* (Sujeto de la pesquisa, 2018).
> *Yo ni siquiera daría límites, porque yo no los di, das la idea (NU)* (Sujeto de la pesquisa, 2018).

Además, como se ha mencionado con anterioridad, se han contemplado dos enfoques: intuitivo, perteneciente al PME; y formal, asociado al PMA. Por tanto, se consideran dos dimensiones relativas al enfoque de la noción.

Por otra parte, dado que existen dos fases en las que el estudiante participa, espontánea, ESP, e inducida, IND, se han considerado los comentarios surgidos en ambas fases, y también la suma de ellos, dando lugar al número total de comentarios que emite un estudiante sobre un mismo fragmento. Cada comentario se contabiliza tanto de manera individual, como en el grupo focal en el que se produce.

3.4 Análisis de los datos

Para el estudio de los resultados se ha utilizado un análisis reticular de coincidencias, con el que se presenta la aparición de un conjunto de sucesos mediante un grafo. El análisis reticular de coincidencias permite obtener qué sucesos son más frecuentes en un conjunto de escenarios y cómo se relacionan con otros sucesos. La esperanza de la aparición de estos sucesos conforma una estructura que se presenta mediante un grafo (ESCOBAR; TEJERO, 2018).

Para poder realizar este análisis se ha utilizado la librería *netcoin* escrita en R, la cual permite obtener matrices de coincidencias y sus respectivos grafos. Ésta ha sido elaborada por el proyecto *Network Coincidence Analysis*, y permite representar las coincidencias, así como el grado y características de las mismas.

Una red de coincidencias cuenta con nodos asociados a cada descriptor, y líneas establecidas para señalar la relación significativa entre nodos. Estas redes de coincidencias proporcionan una representación visual de todas las conexiones existentes, sin necesidad de

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

ofrecer únicamente un valor numérico. En el centro de esta red se representan aquellos con más conexiones; dos nodos muy vinculados entre sí deben aparecer conectados mediante una arista; y el tamaño de cada uno de los nodos es proporcional a la aparición de cada uno, es decir, los nodos son mayores con cuánta mayor frecuencia aparezcan (ESCOBAR, 2009).

Para ello, definimos las variables de uso predominante para cada uno de los enfoques, tanto de manera grupal como individual. Este uso predominante viene determinado al aplicar el instrumento de Macías *et al.* (2017), aunando los comentarios de uso (U) y no uso (NU), así como la fase espontánea e inducida. Estas variables toman los valores *Sí* o *No*. *Sí*, para aquellos individuos o grupos en los que predomine el uso de este enfoque, y *No*, para aquellos en los que el rechazo sea más influyente.

Además, consideramos como variables la aceptación o rechazo que otorga cada uno de los futuros profesores en alguno de sus comentarios. Estas variables también son dicotómicas: *Sí*, cuando el profesor en formación realiza algún comentario para alguno de los fragmentos, aunque su percepción general sea distinta; y *No*, cuando esta persona no se pronuncia al respecto de ninguna manera.

Dada una formación diversa por parte del futuro profesorado, también se ha considerado, en este análisis reticular, si la formación previa era Licenciatura o Grado en Matemáticas, así como si existía experiencia docente, de cualquier índole, en el profesorado en formación.

La descripción de cada una de estas variables y de los valores que toma se encuentra en el Cuadro 2.

Variable	**Descripción**	**Valor Sí**	**Valor No**
Intuitivo_grupal	Uso del enfoque intuitivo aplicando el instrumento de Macías *et al.* (2017) a cada grupo.	El grupo usa el enfoque intuitivo.	El grupo no usa el enfoque intuitivo.
Intuitivo_individual	Uso del enfoque intuitivo aplicando el instrumento de Macías *et al.* (2017) a cada estudiante.	El estudiante usa el enfoque intuitivo.	El estudiante no usa el enfoque intuitivo.
Formal_grupal	Uso del enfoque formal aplicando el instrumento de Macías *et al.* (2017) a cada grupo.	El grupo usa el enfoque formal.	El grupo no usa el enfoque formal.
Formal_individual	Uso del enfoque formal aplicando el instrumento de Macías *et al.* (2017) a cada estudiante.	El estudiante usa el enfoque formal.	El estudiante no usa el enfoque formal.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

Uso_intuitivo	El individuo realiza comentarios de uso para los fragmentos de enfoque intuitivo.	El estudiante realiza algún comentario de uso de uno de los fragmentos intuitivos.	El estudiante no realiza ningún comentario de uso para los fragmentos intuitivos.
NoUso_intuitivo	El individuo realiza comentarios de no uso para los fragmentos de enfoque intuitivo.	El estudiante realiza algún comentario de no uso de uno de los fragmentos intuitivos.	El estudiante no realiza ningún comentario de no uso para los fragmentos intuitivos.
Uso_formal	El individuo realiza comentarios de uso para los fragmentos de enfoque formal.	El estudiante realiza algún comentario de uso de uno de los fragmentos formales.	El estudiante no realiza ningún comentario de uso para los fragmentos formales.
NoUso_formal	El individuo realiza comentarios de no uso para los fragmentos de enfoque formal.	El estudiante realiza algún comentario de no uso de uno de los fragmentos formales.	El estudiante no realiza ningún comentario de no uso para los fragmentos formales.
Formacion_matematica	Formación universitaria previa a la realización del MFP.	Licenciados o Graduados en Matemáticas.	Otras titulaciones científicas.

Cuadro 2 - Descripción de las variables utilizadas para construir las redes de coincidencias
Fuente: elaboración propia

4 Resultados

A continuación, describimos los resultados extraídos después de haber aplicado un análisis reticular de coincidencias a todos los comentarios surgidos en los grupos focales. Entre estos resultados se presentan los grafos, y sus correspondientes análisis, atendiendo a todos los comentarios de manera global, a ambos enfoques, intuitivo y formal, y a su formación académica, matemáticos y no matemáticos. En el análisis de los resultados se ha tenido en cuenta que cada docente o grupo de docentes tiene una serie de variables que configuran su perfil docente (características intelectuales, capacidades sociales y cualidades interpersonales) que le llevan a aceptar un fragmento o no para su futura práctica docente (perfil individual) así como a consensuar el uso del mismo con sus compañeros de grupos para dicha aplicación al aula (perfil grupal).

4.1 Análisis reticular de coincidencias

Aplicando a todas las variables anteriormente descritas el análisis reticular utilizando *netcoin* se obtiene la siguiente red (Figura 4).

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

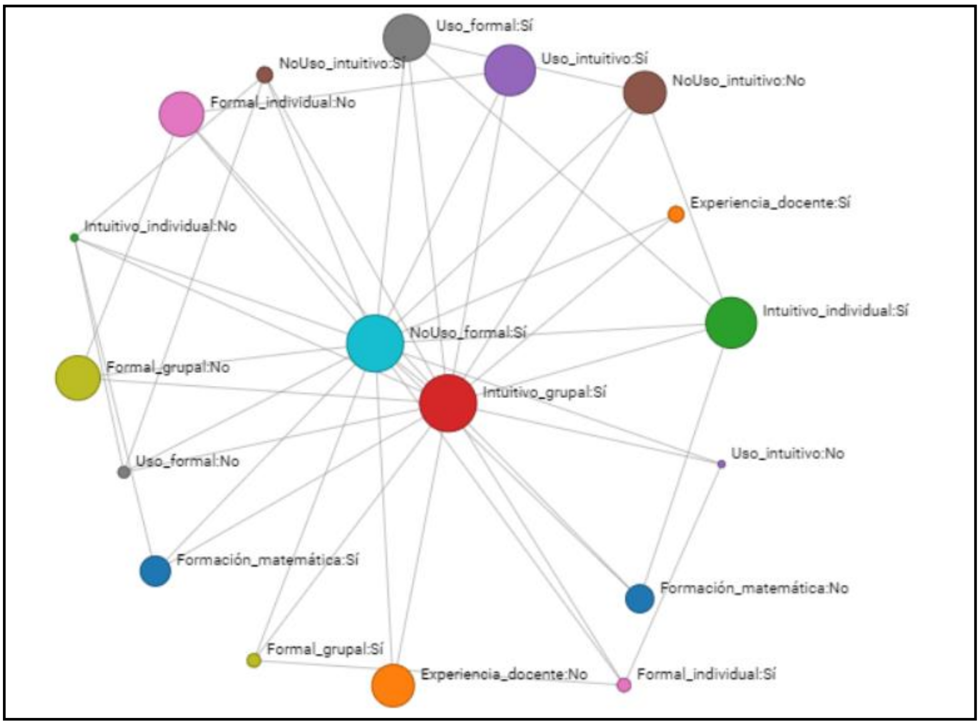


Figura 4 - Red completa de nodos
Fuente: elaboración propia

Como podemos comprobar, existen dos nodos principales, situados en el centro de la red. El primero de ellos corresponde al uso del enfoque intuitivo, después de haber aplicado el instrumento de Macías *et al.* (2017) a todos los comentarios que proporciona un mismo grupo (véase nodo central rojo). El segundo de ellos corresponde a la existencia de algunos comentarios realizados por el futuro profesorado para determinar que no utilizarían alguno de los fragmentos de enfoque formal (véase nodo central azul). Además de estar conectados con el resto de nodos, son los que tienen mayor tamaño, es decir, son los que tienen una frecuencia superior al resto. Por lo tanto, dotamos a los mismos de una doble relevancia: su conexión y su frecuencia.

Esto significa que todo el profesorado en formación, además de todos los comentarios que realiza a lo largo de las conversaciones, termina ofreciendo algún mensaje de no uso para los comentarios de enfoque formal, por ejemplo:

> *Desde mi punto de vista no es tan adecuado porque el lenguaje que utiliza no es un lenguaje para gente de Bachillerato* (Sujeto de la pesquisa, 2018).

Asimismo, su mensaje grupal para el enfoque intuitivo es de uso, por ejemplo:

> *O bien usar la tabla y luego poner el caso del ejemplo típico de los números, o bien al contrario, en cuanto a dificultad los dos son los más idóneos para empezar a trabajar el concepto de límite infinito* (Sujeto de la pesquisa, 2018).

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

4.2 Análisis reticular de coincidencias enfoque intuitivo

Particularizando para los comentarios de uso de los fragmentos de enfoque intuitivo, *Uso_intuitivo*, se presentan dos redes en las que observamos diferencias entre quienes ofrecen algún comentario para su uso ante sus futuros alumnos y quienes prefieren no realizar ningún tipo de comentario para aceptar su uso de estos fragmentos (Figura 5).

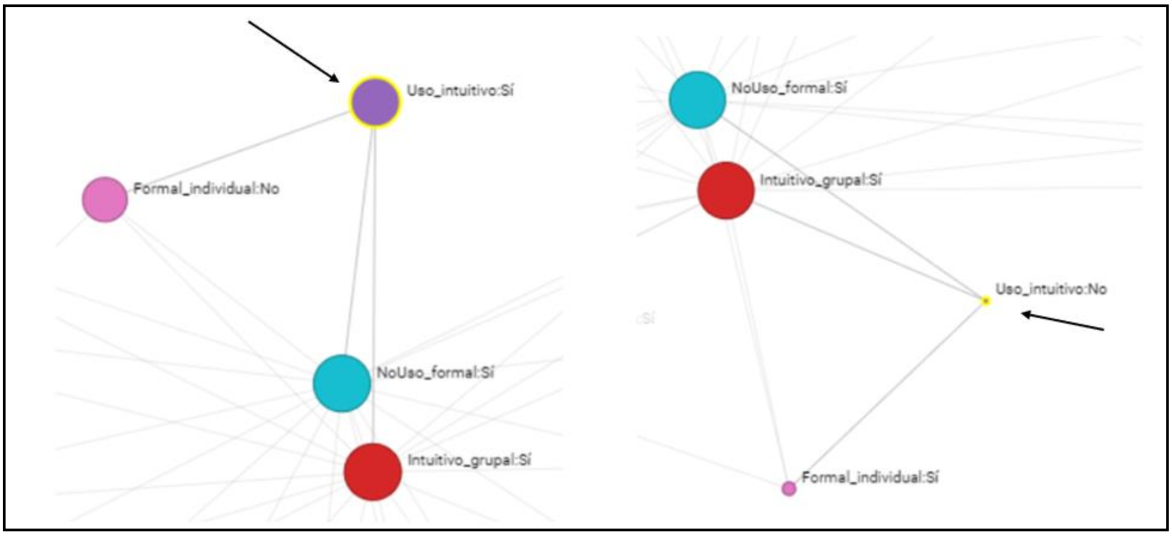


Figura 5 - Red de nodos relacionados con comentarios de uso intuitivo
Fuente: elaboración propia

El futuro profesorado que aporta algún comentario de uso para los fragmentos de enfoque intuitivo, *Uso_intuitivo: Sí*, aporta también algún comentario de no uso para algún fragmento formal. Además, en su grupo se acepta el uso del enfoque intuitivo de manera predominante y de manera individual se rechaza el enfoque formal.

Por otra parte, y con una frecuencia muy pequeña, observada a partir del pequeño tamaño del nodo - de hecho el nodo *Uso_intuitivo: No* es casi insignificante – es el profesorado en formación que no llega a realizar ningún comentario para aceptar los fragmentos de enfoque intuitivo, pero sí llega a ofrecer algún comentario de no uso para alguno de los fragmentos de enfoque formal. Un ejemplo del no uso de los fragmentos de enfoque formal es el siguiente:

> *Nunca lo utilizaría. Se ve que si coges, que si fijas un H más un… bueno sí se ve pero que no lo utilizaría nunca* (Sujeto de la pesquisa, 2018).

Además, estos futuros docentes aceptan de manera general el enfoque intuitivo grupalmente y, en menor medida, el enfoque formal individualmente.

Como ya ocurriese para el caso de uso de los fragmentos intuitivos, para el no uso de los fragmentos de enfoque intuitivo, *NoUso_intuitivo*, observamos diferencias entre quienes ofrecen comentarios para su no uso y quienes no llegan a aportar ningún rechazo ante estos fragmentos, presentadas a partir de dos redes de nodos (Véase Figura 6).

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

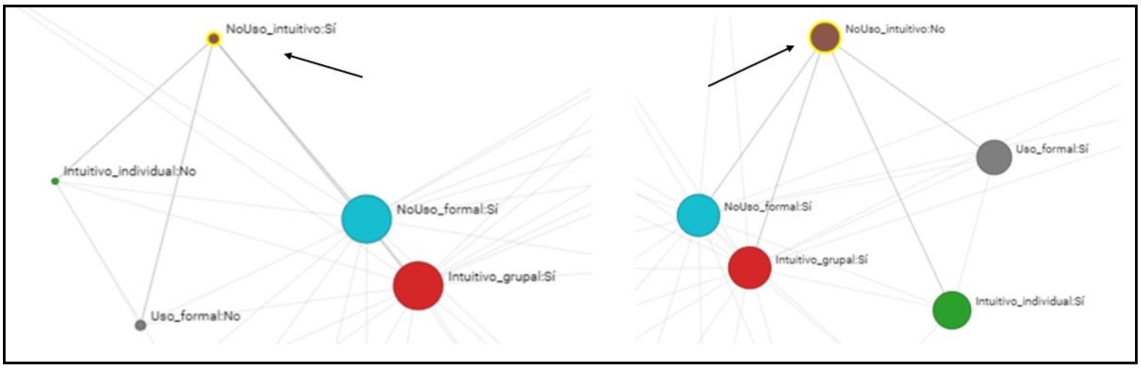


Figura 6 - Red de nodos relacionados con comentarios de no uso intuitivo
Fuente: elaboración propia

El futuro profesorado que aporta algún comentario de no uso para los fragmentos de enfoque intuitivo, *NoUso_intuitivo:Sí*, se presenta con poca frecuencia, de ahí el tamaño pequeño del nodo. Entre estos pocos comentarios encontramos el siguiente:

> *No lo utilizaría. ¿Quién es el eje? No te dice en ningún momento que el eje, como tú has dicho de la x, realmente aquí ya no es x, es el n, y el eje de la y. Si tú le das esta gráfica al alumno, dice –vale, ahora quién es quién, porqué salen estos puntos* (Sujeto de la pesquisa, 2018).

Estas personas no aportan ningún comentario de aceptación de alguno de los fragmentos de enfoque formal, pero sí para rechazarlos. De hecho, este rechazo se produce con una alta frecuencia, consiguiendo, así, un nodo grande en el grafo. Además, su grupo acepta el uso intuitivo, aunque estos alumnos determinen todo lo contrario, generando una mayor discusión ante opiniones contrarias. Uno de los diálogos que se produjo entre los estudiantes para profesor (EPP) fue el siguiente:

> *EPP 4: No de los que más me gustan, aunque sí creo que tendría que ir acompañado de una serie de explicaciones, aunque yo creo que le faltan cosas que podrían mejorar.*
> *EPP 5: Es que una definición yo la usaría como auxiliar, como una especie de introducción, pero de ahí a usar ya directamente esto para definir el límite, o sea, lo usaría como una especie de introducción antes de meterte ya con algo más concreto*
> (Diálogo de los sujetos de la pesquisa, 2018).

Por otra parte, para los que no llegan a ofrecer ningún comentario de rechazo de estos fragmentos, *NoUso_intuitivo:No*, sí ofrecen algún comentario para aceptar el uso de alguno de los fragmentos formales y también para determinar el rechazo de algunos de estos últimos. De manera general, tanto este profesorado en formación como sus respectivos grupos aceptan el uso intuitivo.

Como puede observarse, por el tamaño de los nodos, existe más profesorado en formación que no llega a rechazar el uso de los fragmentos de enfoque intuitivo, que aquel que sí, lo hace; siendo así coherentes con los resultados obtenidos con el uso de este enfoque en las redes de nodos anteriores.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

4.3 Análisis reticular de coincidencias enfoque formal

De manera análoga a lo ocurrido para los comentarios de los fragmentos intuitivos, analizamos los comentarios de los fragmentos de enfoque formal. Comenzamos con el caso de uso de los fragmentos formales, *Uso_formal*, para el que observamos diferencias. Por este motivo presentamos las dos redes de nodos, como ya ocurriese con los casos anteriores (Figura 7).

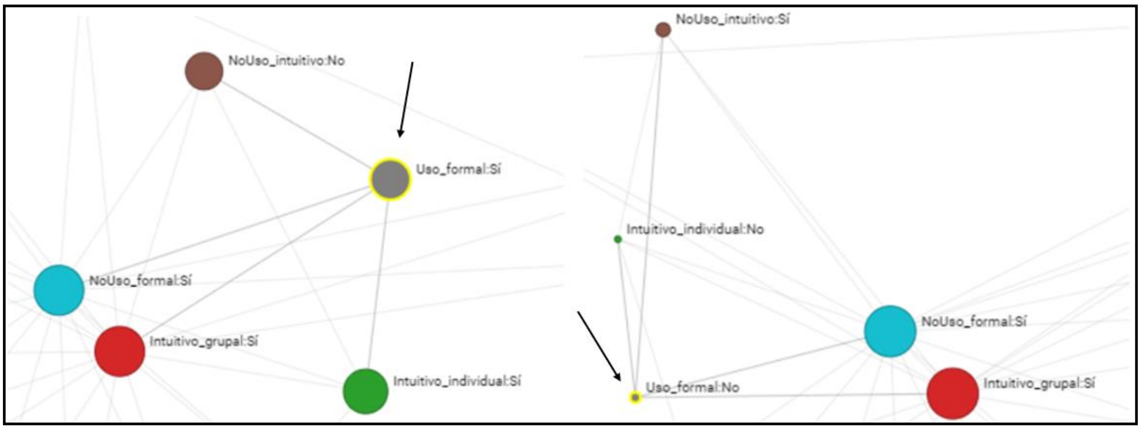


Figura 7 - Red de nodos relacionados con comentarios de uso formal
Fuente: elaboración propia

El futuro profesorado que realiza algún comentario para aceptar el uso de los fragmentos formales, *Uso_formal:Sí*, no llega a aportar ningún comentario de no uso de los fragmentos de enfoque intuitivo y sí lo hacen para rechazar el uso de alguno de los fragmentos formales. De manera general, a nivel individual y grupal llegan a aceptar el uso de los fragmentos intuitivos, sin llegar a establecer una relación con la generalización de lo que ocurre para los fragmentos de enfoque formal. Por otra parte, el profesorado en formación que no llega a ofrecer ningún comentario de uso de los fragmentos formales, *Uso_formal:No*, sí lo hace para rechazar alguno de los fragmentos de este enfoque y, también, alguno de los fragmentos de enfoque intuitivo. De manera general, su grupo acepta el enfoque intuitivo, aunque este futuro profesorado no lo haga.

Dado que ofrecer algún comentario para rechazar el enfoque formal, *NoUso_formal*, es uno de los dos nodos principales, éste se relaciona con todos los demás. Este profesorado en formación acepta, tanto de manera individual como grupal, el enfoque intuitivo, y rechaza grupalmente el enfoque formal. Además, es preciso señalar que todo el futuro profesorado ofrece algún comentario de rechazo para alguno de los fragmentos de enfoque formal, de manera que no existe el nodo de no producir algún comentario de rechazo para los fragmentos de enfoque formal. Véase Figura 8.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

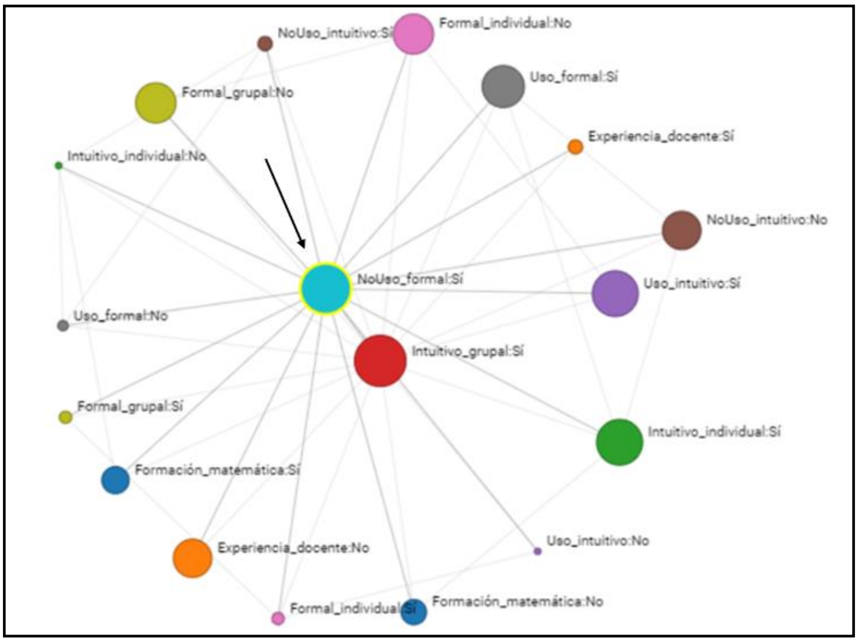


Figura 8 - Red de nodos relacionados con comentarios de no uso formal
Fuente: elaboración propia

Uno de los diálogos que se produjeron en las discusiones para rechazar el enfoque formal, fue el siguiente:

> *EPP 1: Yo te puedo dar la definición con palabras y no en este lenguaje, ¿por qué en lenguaje matemático? ¿Por qué es mucho mejor?*
> *EPP 2: Porque es mucho más sintético.*
> *EPP 1: Sí, pero la síntesis no siempre es lo más ventajoso, ¿no?*
> *EPP 3: Presentaría muchas dificultades. De comprensión.*
> *EPP 2: Sí, presenta muchas dificultades. Yo no trabajaría con esta.*
> *EPP 1: No es que presente muchas dificultades, sino que debes tener un gran nivel de abstracción para entender esto importante* (Diálogo de los sujetos de la pesquisa, 2018).

4.4 Análisis reticular de coincidencias por formación académica

Como se ha indicado con anterioridad, la formación previa a la realización del MFP es diversa, de ahí la imperiosa necesidad de poder comparar a aquellos individuos que cursaron una formación previa específica en matemáticas con aquellos que realizaron otro tipo de formación científica. A pesar de considerar el perfil docente como una interrelación entre características intelectuales, capacidades sociales y cualidades interpersonales; de manera complementaria, analizamos si la formación previa es una variable a tener en cuenta para saber cómo puede abordar un profesor en formación la noción de límite infinito de una sucesión. Véase Figura 9.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

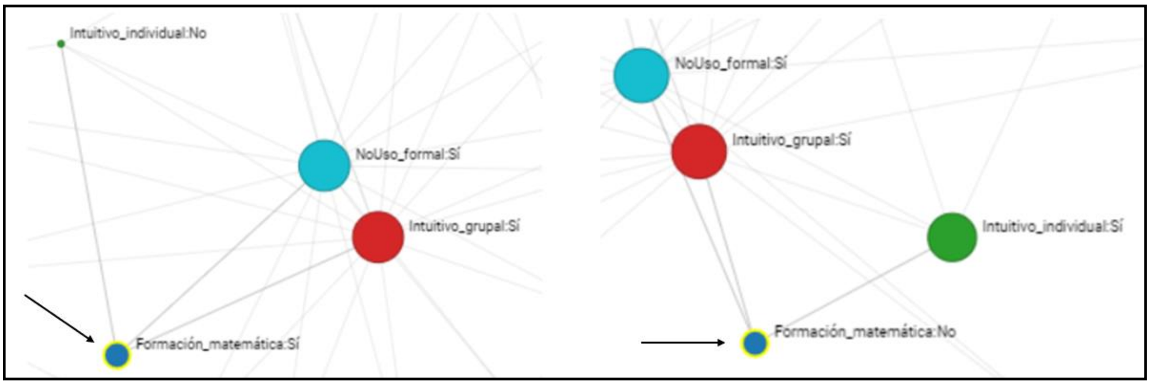


Figura 9 - Red de nodos relacionados con la formación matemática
Fuente: elaboración propia

El profesorado en formacion, que además es graduado o licenciado en matemáticas, *Formación_matemática: Sí*, llega a realizar algún comentario de rechazo para alguno de los fragmentos formales. Además, en la conversación generada en su grupo existe su rechazo individual al enfoque intuitivo, pese a la aceptación grupal del mismo. Este rechazo no se presenta de manera muy destacada, tal y como puede observarse en el tamaño del nodo *Intuitivo_individual: No* de la Figura 9.

En el caso de los individuos que cursaron otros grados o licenciaturas, *Formación_matemática: No*, también realizan algún comentario de rechazo ante fragmentos formales y sus grupos focales conducen a la aceptación grupal del enfoque intuitivo. En este caso, la visión individual corresponde con la grupal, aceptando el enfoque intuitivo. Además, esta aceptación se da con mayor asiduidad que el rechazo para el futuro profesorado con formación específica en matemática, como puede comprobarse con el nodo *Intuitivo_individual: Sí*. En consecuencia, utilizando una red de coincidencias, podemos prever la formación del futuro profesor de matemáticas a partir de su preferencia por aceptar o rechazar el uso del enfoque intuitivo. A su vez, señalamos que el profesorado con una formación matemática posiblemente no solo emplee el enfoque intuitivo ya que no se siente satifisfecho de que este asegure el límite de una sucesión, necesitando para ello acudir al enfoque formal, hecho que no sucede en el caso de profesores que proceden de otras especialidades.

5 Discusión y conclusiones

Conocer la existencia de diferentes perfiles de enseñanza en los docentes, debe ser el punto de partida para cualquier investigación que analice el proceso de enseñanza aprendizaje (MUÑIZ-RODRÍGUEZ; AGUILAR-GONZÁLEZ; RODRÍGUEZ-MUÑIZ, 2020), en particular, del límite infinito de una sucesión desde la perspectiva del docente. Es decir, si se va a analizar la práctica docente del profesor y cómo aborda este la enseñanza del límite infinito en sus aulas, debería ser un requisito previo conocer el perfil del profesorado. Tenemos el convencimiento, después de realizar nuestro estudio, que dicho perfil determinará toda su docencia posterior, y que además es posible predecir el tipo de enseñanza que utilizará al abordar esta noción. Es decir, a partir de algunos comentarios proporcionados por el profesorado en formación es posible poder predecir los demás (ESCOBAR; TEJERO, 2018).

Es a partir de un análisis reticular de coincidencias y sus respectivos grafos asociados como hemos identificado diferentes perfiles docentes del profesorado en formación. Concretamente, hemos visto como el perfil docente grupal del profesorado en formación, es decir, el del conjunto de los integrantes de un mismo grupo focal, determina la aceptación del uso del enfoque intuitivo en la enseñanza del límite infinito de una sucesión en sus futuras aulas, permitiendo afirmar, que todos ellos cuentan con el desarrollo del PME (ARNAL-PALACIÁN; CLAROS-MELLADO; SÁNCHEZ-COMPAÑA, 2020). Sin embargo, el perfil docente individual, ha generado algún comentario para el no uso del enfoque formal, dando lugar al rechazo puntual del PMA (ARNAL-PALACIÁN; CLAROS-MELLADO; SÁNCHEZ-COMPAÑA, 2020). Por ello, pueden suceder dos casuísticas: que el profesorado en formación no tenga adquirido la representación, traslación, abstracción, generalización y síntesis de diferentes nociones (GARBIN, 2015), en nuestro caso, el límite infinito de una sucesión o bien que no las considere relevantes para su impartición en el aula cuando tiene que presentar a sus alumnos dicha noción.

Respecto a la formación previa recibida por los futuros docentes, señalamos que la predominancia en el perfil docente del enfoque intuitivo en el futuro profesorado que no cuenta en su formación con un grado o licenciatura en matemáticas, puede provocar no alcanzar el desarrollo del PMA en las aulas y, en consecuencia, no adquirir determinados procesos matemáticos imprescindibles en la formación de sus alumnos. Por este motivo, compartimos la sugerencia de Muñiz-Rodríguez (2017) sobre la importancia de crear una prueba estandarizada de admisión al MFP a su posible alumnado que no cuenta con esta formación previa, o bien crear una formación previa a dicho máster universitario.

Como ya hemos observado en la introducción, universidades como la de Zaragoza (UNIZAR, 2020) o la Laguna (ULL, 2020) ya la contemplan, para aquellos alumnos que no hayan cursado estudios universitarios en Matemáticas, Física, Estadística o Ingeniería Informática. Y otras, como la Universidad de Málaga, proponen priorizar el acceso al alumnado que provenga de titulaciones propiamente matemáticas. Aunque son algunas más las que aún están estudiando un proceso óptimo de formalización. Todas ellas promoviendo que las

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

actividades matemáticas que realice el profesorado en formación inicial, en particular el alumnado del MFP, deban estar al mismo nivel que las de su futuro alumnado, integrando contenidos matemáticos, psicológicos y pedagógicos (SHULMAN, 1986). Al mismo tiempo que se deberían plantear actividades de debate y reflexión en pequeños grupos desde una perspectiva de aprendizaje, tal y como ya afirmaron Goffree y Oonk (1999). Otro aspecto que se debería tener en cuenta y que el mismo profesorado en formación inicial reclama, es la incorporación en los programas de didácticas específicas, para profundizar en los procesos de procesos de enseñanza-aprendizaje de nociones como el límite infinito de una sucesión.

Por otro lado, aunque el enfoque intuitivo pueda utilizarse para lograr una actitud positiva de los estudiantes hacia la noción de límite, no podemos ignorar la importancia del enfoque formal (SIDDIQUI, 2021).

En relación a los sistemas de representación, uno de los pilares teóricos de nuestro estudio (DUVAL, 1998; JANVIER, 1987), han sido utilizados para la presentación del límite infinito de una sucesión a los futuros docentes usando fragmentos donde aparecía la noción de límite infinito de una sucesión desde un enfoque intuitivo o formal. Sin embargo, queda como perspectiva futura el estudio de los perfiles docentes a partir de los mismos, es decir como estos se decantan por el uso o no de unos sistemas de representación en detrimento de otros.

Asimismo, como ya pusiesen de manifiesto Muñiz-Rodríguez, Aguilar González y Rodríguez-Muñiz (2020) para el desarrollo de las competencias profesionales del futuro profesorado de matemáticas, los perfiles docentes descritos en el presente estudio permiten identificar las debilidades y fortalezas en relación al conocimiento matemático y didáctico de la noción de límite infinito de una sucesión, así como ampliar la visión de la enseñanza y el aprendizaje de esta noción desde el PMA (AZCÁRATE, 1998; DREYFUS, 1991) y los sistemas de representación (JANVIER, 1987).

Las conclusiones presentadas en este trabajo ponen de manifiesto la necesidad de unificar perfiles docentes a la hora de abordar diferentes nociones matemáticas, en particular, para el límite infinito de una sucesión. Es importante, por tanto, que en el desarrollo de una futura secuencia didáctica destinada al profesorado en formación se tenga en cuenta la identificación de estos perfiles docentes.

Como principal limitación, observamos que se trata de un estudio realizado únicamente en el estado español, por lo que como perspectiva futura nos planteamos realizar un estudio comparativo a nivel internacional, que nos permita avanzar más en el estudio de nuestro problema de investigación. Otra de las perspectivas futuras que nos surgen, es tratar de determinar cuáles son algunas de las razones que llevan al profesorado en formación inicial a rechazar el empleo del enfoque formal en su futura práctica profesional docente.

Agradecimientos

Trabajo desarrollado en el grupo S60_20R-Investigación en Educación Matemática en el ámbito de la Comunidad Autónoma de Aragón para el periodo 2020-2022 y en el grupo HUM-324 del PAIDI de la Comunidad Autónoma de Andalucía.

Referencias

ARNAL-PALACIÁN, M. **Límite infinito de una sucesión: fenómenos que organiza**. 2019. Tesis (Doctorado en Educación) - Universidad Complutense de Madrid, Madrid, 2019.

ARNAL-PALACIÁN, M. Límite infinito de sucesiones en libros de texto españoles: desde 1936 hasta 2019. **PNA**, Granada, v. 14, n. 4, p. 295-322, 2020.

AZCÁRATE, C. Acerca de los procesos del pensamiento matemático avanzado. **Gaceta de la RSME**, Madrid, v. 1, n. 2, p. 235-240, 1998.

BENEJAM, P. **El conocimiento científico y la didáctica de las ciencias sociales**: Un curriculum de ciencias sociales para el siglo XXI. ¿Qué contenidos y por qué? Sevilla: Díada Editores, S.L, 1999.

BLÁZQUEZ, S.; ORTEGA, T. Los sistemas de representación en la enseñanza del límite. **RELIME**, Ciudad de México, v. 4, n. 3, p. 219-236, 2001.

BOZU, Z. El perfil de las competencias profesionales del profesorado de la ESO. **Repere-Revista de Stiintele Educatiei,** Bucarest, v. 2, p. 166-172, 2009.

CANTORAL, R.; FARFÁN, R. M.; CORDERO, F.; ALANÍS, J. A.; RODRÍGUEZ, R. A.; GARZA, A. **Desarrollo del Pensamiento Matemático**. México: Trillas, 2000.

CARGAN, L. **Communication in Small Group Discussion**. USA: West Publishing Company, 1991.

CASTRO, E.; CASTRO, E. Representaciones y modelización. *En:* RICO, L. (coord.). **La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria**. Barcelona: Horsori-ICE UB, 1997. p. 95-124.

CLAROS, J. **Límite finito de una sucesión: fenómenos que organiza**. 2010. Tesis (Doctorado en Didáctica de la Matemática) - Universidad de Granada, Granada, 2010.

DONG-JOONG, K.; SFARD, A.; FERRINI-MUNDY, J. Students' Colloquial and Mathematical Discourses on Infinity and Limit. **International Group for the Psychology of Mathematics Education**, Melbourne, v. 3, p. 201-208, 2005.

DOUGLAS, S. **Student personal concept definition of limits and its impact on further learning of mathematics**. Ohio: Bowling Green State University, 2018.

DREYFUS, T. Advanced mathematical thinking processes. *In:* TALL, D. (ed.). **Advanced mathematical thinking**. Dordrecht: Kluwer, 1991. p. 25-41.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

DUVAL, R. Registros de Representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. *En:* HITT, F. (ed.). **Investigación en Matemáticas Educativa II**. México: Cinvestav-IPN, 1998. p. 173-202.

DUVAL, R. Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación. **La Gaceta de la RSME**, Madrid, v. 9, n. 1, p. 143-168, 2006.

ESCOBAR, M. Redes semánticas en textos periodísticos: propuestas técnicas para su representación. **Empiria: Revista de metodología de ciencias sociales**, Madrid, v. 17, p. 13-39, 2009.

ESCOBAR, M.; TEJERO, C. El análisis reticular de coincidencias. **Empiria: Revista de metodología de ciencias sociales**, Madrid, v. 39, p. 103-128, 2018.

FERNÁNDEZ, C.; SÁNCHEZ-MATAMOROS, G.; CALLEJO, M. L; MORENO, M. Aprendizaje de estudiantes para profesor sobre la comprensión del límite de una función en estudiantes de bachillerato. *En:* BERCIANO, A.; FERNÁNDEZ, C.; FERNÁNDEZ, T.; GONZÁLEZ, J. L.; HERNÁNDEZ, P.; JIMÉNEZ, A.; MACÍAS, J. A.; RUIZ, F. J.; SÁNCHEZ, M. T. (ed.). **Investigación en Educación Matemática XX**. Málaga: Universidad de Málaga, 2016. p. 227-236.

FERNÁNDEZ-VERDÚ, C.; SÁNCHEZ-MATAMOROS, G.; MORENO, M.; CALLEJO, M. L. La coordinación de las aproximaciones en la comprensión del concepto de límite cuando los estudiantes para profesor anticipan respuestas de estudiantes. **Enseñanza de las ciencias**, Barcelona, v. 36, n. 1, p. 143-162, 2018.

GALVIS, R. V. De un perfil docente tradicional a un perfil docente basado en competencias. **Acción Pedagógica**, Mérida, v. 16, n. 2, p. 48-57, 2007.

GARBIN, S. Investigar en pensamiento matemático avanzado. *En:* ORTIZ, J.; IGLESIAS, M. (ed.). **Investigaciones en educación matemática**: Aportes desde una unidad de investigación. Maracay: Universidad de Carabobo, 2015. p.137-153.

GAVILÁN, J. M.; GARCÍA, M.; LLINARES, S. Una perspectiva para el análisis de la práctica del profesor de matemáticas. Implicaciones metodológicas. **Enseñanza de las Ciencias**, Barcelona, v. 25, n. 2, p. 157-170, 2007.

GOFFREE, F.; OONK, W. Educating Primary School Mathematics Teachers in the Netherlands: Back to the Classroom. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Rotterdam, v. 2, p. 207-214, 1999.

GOLDIN, G. A. Representation in school mathematics: A unifying research perspective. *In*: KILPATRICK, J.; MARTIN, W. G.; SCHIFTER, D. (ed.). **A research companion to principles and standards for school mathematics**. Reston: NCTM Editors, 2003. p. 275-285.

GÓMEZ, M.; PANTOJA, Y. Límite de funciones, sistemas de representación y estándares de calidad: una metodología de análisis de textos escolares. **Revista Sigma**, Nariño, v. 11, n. 1, p. 26-38, 2013.

JANVIER, C. **Problems of representations in the teaching and learning of mathematics**. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associated, 1987.

KORTHAGEN, F. A. In search of the essence of a good teacher: Towards a more holistic approach in teacher education. **Teaching and Teacher Education**, Amsterdam, v. 20, p. 77-97, 2004.

MACÍAS, J. A.; JIMÉNEZ, A.; DUARTE, I.; SÁNCHEZ, M. T.; CLAROS, F. J. Límite finito de una función en un punto: la componente numérico-vectorial para la clasificación de distintos perfiles fenomenológicos de profesores de matemáticas. *En*: CODINA, A. (Coord.); PUIG, L. (Coord.); ARNAU, D.; SÁNCHEZ, M. T.; MONTORO, A. B.; CLAROS, J.; ARNAL, M.; BAEZA, M. A. (ed.).

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico: 2017. Madrid: Servicio de Publicaciones de la Universidad Rey Juan Carlos, SEIEM, 2017. p.59-66.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA. Orden ECI/3858/2007, de 27 de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de las profesiones de Profesor de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato. **Boletín Oficial del Estado**, Madrid, v. 312, p. 53751-53753, 2007.

MUÑIZ-RODRÍGUEZ, L. **Initial education of future secondary mathematics teachers in Spain**. 2017. Tesis (Doctorado en Matemáticas y Estadística) - Universidad de Oviedo, Oviedo, 2017.

MUÑIZ-RODRÍGUEZ, L.; AGUILAR-GONZÁLEZ, Á.; RODRÍGUEZ-MUÑIZ, L. J. Perfiles del futuro profesorado de matemáticas a partir de sus competencias profesionales. **Enseñanza de las Ciencias**, Barcelona, v. 38, n. 2, p. 141-161, 2020.

MUSSET, P. Initial teacher education and continuing training policies in a comparative perspective: Current practices in OECD countries and a literature review on potential effects. **OECD Education Working Papers**, Paris, v. 48, p. 1-50, 2010.

POSADAS, P.; GODINO, J. D. Reflexión sobre la práctica docente como estrategia formativa para desarrollar el conocimiento didáctico-matemático. **Didacticae**: Revista de Investigación en Didácticas Específicas, Barcelona, v. 1, p. 77-96, 2017.

RODRÍGUEZ-FLORES, A.; PICADO-ALFARO, M.; ESPINOZA-GONZÁLEZ, J.; ROJAS-GONZÁLEZ, N.; FLORES-MARTÍNEZ, P. Conocimiento común del contenido que manifiesta un profesor al enseñar los conceptos básicos de funciones: un estudio de caso. **Uniciencia**, Heredia, v. 30, n. 1, p. 1-16, 2016.

SÁNCHEZ, M. T. **Límite finito de una función en un punto: fenómenos que organiza**. 2012. Tesis (Doctorado en Didáctica de la Matemática) - Universidad de Granada, Granada, 2012.

SHULMAN, L. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Thousand Oaks, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SIDDIQUI, N. Intuición matemática: impacto en estudiantes universitarios no especializados en matemáticas. **Bolema**, Rio Claro, v. 35, p. 727-744, 2021.

SUREDA, P.; OTERO, M. R. Nociones fundamentales de la Teoría de los Campos Conceptuales. **Revista electrónica de investigación en educación en ciencias**, Buenos Aires, v. 6, n. 1, p. 124-138, 2011.

TALL, D.; VINNER, S. Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limit and continuity. **Educational Studies in Mathematics**, Rotterdam, v. 12, p. 151–169, 1981.

TRIBÓ, G. El nuevo perfil profesional de los profesores de secundaria. **Educación XX1**, Madrid, v. 11, p. 183-209, 2008.

UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA - ULL. **Máster en formación del profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas**: Acceso, admisión y matrícula. 2020. Disponible en: https://www.ull.es/masteres/formacion-profesorado/informacion-academica/acceso-admision-y-matricula/. Acceso: 8 sept 2021.

UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA - UNIZAR. Resolución, de 14 de febrero, de la Universidad de Zaragoza, por la que se hacen públicos los plazos y procedimientos para solicitar la admisión en las

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

enseñanzas oficiales de Máster Universitario para el curso académico 2020-2021. **Boletín oficial de Aragón**, Zaragoza, v. 42, p. 6008-6017, 2020.

VIZMANOS, J. R.; ANZOLA, M. **Algoritmo**: Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales 1. Madrid: Editorial SM, 2002.

VIZMANOS, J. R.; HERNÁNDEZ, J.; ALCAIDE, F. **Matemáticas 2**: Ciencias y tecnología. Madrid: Editorial SM, 2008.

Submetido em 19 de Outubro de 2021.
Aprovado em 25 de Abril de 2022.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

Anexo 1

Fragmento A

$\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty \Leftrightarrow \forall M > 0$ se puede encontrar un $n_0 \epsilon \mathbb{N}$ tal que si $n > n_0 \Rightarrow a_n > M$.

VIZMANOS, J. R.; HERNÁNDEZ, J.; ALCAIDE, F. **Matemáticas 2:** Ciencias y tecnología. Madrid: Editorial SM, 2008.

Fragmento B

$1, 4, 9, 16, 25, \ldots$
Esta sucesión, cuyo término general es $a_n = n^2$, tiende a infinito, pues sus términos se pueden hacer tan grandes como se quiera con tal de avanzar suficientemente en la sucesión.

MARTÍN, M. A.; MORÁN, M.; REY, J. M.; REYES, M. **Matemáticas. Bachillerato 1**: Ciencias de la naturaleza y la salud. Tecnología. Madrid: Editorial Bruño, 2001.

Fragmento C

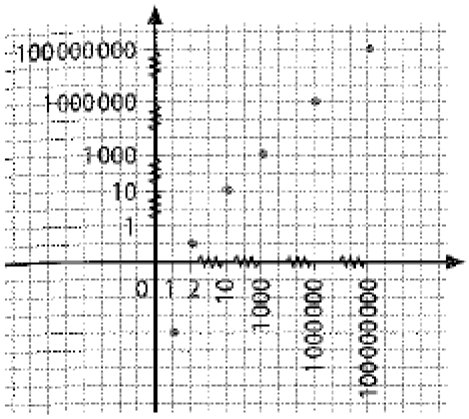
Si n se hace cada vez mayor, ¿a qué valor se aproximan los términos de la sucesión $a_n = -n^2 + 1$?
Dando valores a n cada vez mayores se obtiene la siguiente tabla:

n	1	10	100	1 000	10 000	...	tiende a $+\infty$
a_n	0	-99	-9 999	-999 999	-999 999 999	...	tiende a $-\infty$

VIZMANOS, J. R.; ANZOLA, M. **Algoritmo**: Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales 1. Madrid: Editorial SM, 2002.

Fragmento D

Sea la sucesión $a_n = \frac{n^2-3}{n}$. Si se representa gráficamente puede observarse que los términos de la sucesión crecen indefinidamente.

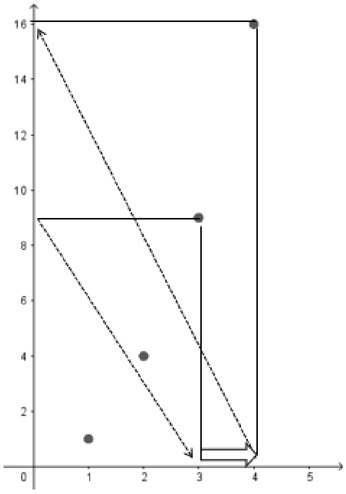


BESCÓS, E.; PENA, Z. **Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales**: Bachillerato 1. Madrid: Editorial Oxford, 2001.

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

Fragmento E

Sea la sucesión $a_n = n^2$.



Dado H=9, existe un v número natural, por ejemplo, v=3

Con $n \geq v$, ejemplo $n = 4$, tenemos

$$a_4 = 16 > 9 = H$$

$H = 16, n = 5 \rightarrow a_5 = 25 > 16$

$H = 25, n = 6 \rightarrow a_6 = 36 > 25$

...

$H = 100, n = 11 \rightarrow a_{11} = 121 > 100$

...

$H = 10\,000, n = 101 \rightarrow a_{101} = 10\,201 > 10\,000$

donde $n(H) = \lfloor(\sqrt{H})\rfloor + 1$, si $H \geq 1$

Como consecuencia de las operaciones realizadas en el cuadro de la derecha, el límite es más infinito.

Fuente: elaboración propia

Fragmento F

La sucesión $\{a_n\}$ tiene por límite "más infinito", si para cada elemento H de K, siendo K un cuerpo ordenado, existe un número natural v, tal que es

$$a_n > H, \text{ para todo } n \geq v.$$

La sucesión $\{a_n\}$ tiene por límite "´menos infinito", si para cada elemento H de K, existe un número natural v, tal que es

$$a_n < H, \text{ para todo } n \geq v.$$

LINÉS, E. **Principios de Análisis Matemático**. Barcelona: Editorial Reverté, 1983.

Fragmento G

Si n se hace cada vez mayor, ¿a qué valor se aproximan los términos de la sucesión $a_n = n^2 + 1$?
Los términos se van haciendo cada vez mayores, pero de tal manera que por alto que sea el "listón" se pueden encontrar términos que lo superen. Si fijamos un valor muy alto, por ejemplo $K = 100\,000\,000$, entonces para cualquier valor de n mayor que $n^* = 10\,000$, los términos siguientes son mayores que el valor previamente fijado:

$$10\,000^2 + 1 = 100\,000\,001 > K$$

VIZMANOS, J. R.; ANZOLA, M. **Algoritmo**: Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales 1. Madrid: Editorial SM, 2002.

Fragmento H

Sea la sucesión $a_n = n^2$.

n	4	5	6	7	8	...	93	...	9.993
a_n	16	25	36	49	64	...	8.649	...	99.860.049
H	10	17	28	39	50	...	8.469	...	99.840.086
v	3	4	5	6	7	...	92	...	9.992

Dado $H = 9$, existe un v número natural $v = 3$ tal que $n \geq v, n = 4$, tenemos $a_n = 16 > 9 = H$ donde $n(H) = \lfloor(\sqrt{H})\rfloor + 1$, si $\text{H} \geq 0$.
Esta $n(H)$ se obtiene resolviendo la inecuación $n^2 > H$. Se ha tomado la parte entera de $\sqrt{H}$ para que n sea un número natural y se le ha sumado 1 para que sea mayor que el v fijado.
Como resultado de los cálculos realizados, el límite de dicha sucesión es más infinito.

Fuente: elaboración propia

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a07

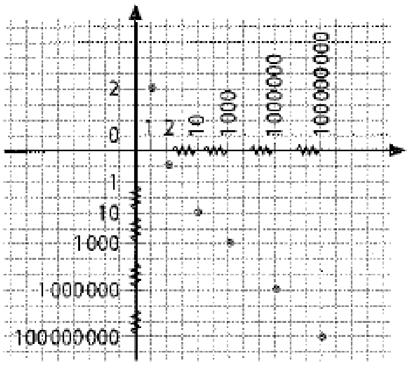
Fragmento I

$-1, -4, -9, -16, -25, \ldots$
Esta sucesión, cuyo término general es $a_n = -n^2$, tiende a menos infinito, pues sus términos se pueden hacer tan grandes en valor absoluto, pero negativos, como se quiera con tal de avanzar suficientemente en la sucesión.

Por analogía al mostrado para límite más infinito. MARTÍN, M. A.; MORÁN, M.; REY, J. M.; REYES, M. **Matemáticas**: Bachillerato 1. Ciencias de la naturaleza y la salud. Tecnología. Madrid: Editorial Bruño, 2001.

Fragmento J

Sea la sucesión $a_n = -\frac{n^2-3}{n}$. Como puede observarse, los términos de esta sucesión crecen en valor absoluto, pero, al ser negativos, se dice que tienden a $-\infty$.



BESCÓS, E.; PENA, Z. **Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales**: Bachillerato 1. Madrid: Editorial Oxford, 2001.

Fragmento K

¿Si n se hace cada vez mayor, a qué valor se aproximan los términos de la sucesión $a_n = n^2 + 1$?
Dando valores a n cada vez mayores se obtiene la siguiente tabla:

n	1	10	100	1 000	...	tiende a $+\infty$
a_n	2	101	10 001	1 000 001	...	tiende a $+\infty$

VIZMANOS, J. R.; ANZOLA, M. **Algoritmo**: Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales 1. Madrid: Editorial SM, 2002.