

Funkcjonowanie wybranych banków notowanych na polskiej giełdzie a teoria chaosu deterministycznego

Nina Siemieniuk*

Na polskiej giełdzie notowanych jest kilkanaście instytucji finansowych. Udział kapitalizacji banków stanowi znaczący procent w łącznej kapitalizacji Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie. Notowania banków (zwłaszcza dużych) mają istotny wpływ na zachowania podstawowych wskaźników giełdowych. Inwestycje w sektorze bankowym odgrywają istotną rolę w funkcjonowaniu rynku kapitałowego w Polsce.

Próby opisu funkcjonowania sektora bankowego podejmowane są w ramach wielu dyscyplin naukowych np. ekonomii, matematyki finansowej. Rozmaitość stosowanych teorii i metod znajduje swój wyraz w różnorodności uzyskiwanych wyników i prognoz. W celu przewidywania przyszłego zachowania się rynku konstruowane są rozmaite modele – formalne, heurystyczne, irracjonalne, które nigdy jednak nie dają pełnej pewności sukcesu i są obarczone, zwykle ryzykiem inwestycyjnym.

W referacie przedstawiono wyniki wykonanych przez autorkę obliczeń podstawowych charakterystyk dynamicznych oraz analizę R/S wybranych banków notowanych na polskiej giełdzie. Wykaz banków wytypowanych do analizy fraktalnej zawiera tabela 1.

Tabela 1. Wybrane do analizy spółki sektora banków

Spółka	Liczba danych (tygodniowych)
Amerbank	258
BIG (przed zmianą)	357
BPH (przed zmianą)	227
BRE	349
Kredyt Bank	255

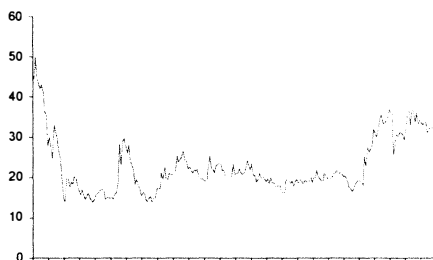
Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie powyższej tabeli można zauważyć, że długości szeregów czasowych wymienionych w niej banków są zróżnicowane. Pozwala to stwierdzić, że długość szeregów czasowych dla badanych banków jest zróżnicowana w sposób liniowy – nie ma gwałtownych skoków tych wartości, ale należy za-

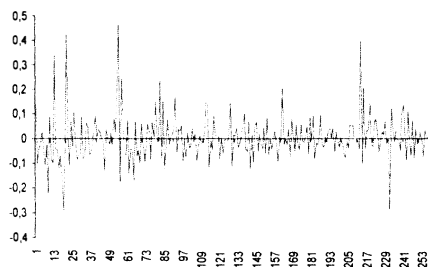
* Dr hab. Nina Siemieniuk. Uniwersytet w Białymstoku.

uważyć, że pomiędzy bankiem, dla którego dysponujemy największą liczbą danych (BIG 357 punktów) a tym o najmniejszej ilości (BPH 227 punktów) jest różnica aż 130 punktów. Fizyczny sens różnic tych długości to oczywiście różnice czasu początków funkcjonowania wybranych banków na giełdzie – i tak na przykład wiadomo, że notowania BIG pojawiły się po raz pierwszy 130 tygodni wcześniej niż notowania BPH.

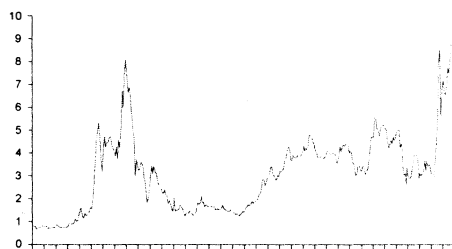
Poniżej zamieszczono wykresy szeregów czasowych, dołączono także wykresy danych zawierających trend dla wybranych banków, wymienionych w tabeli 1.



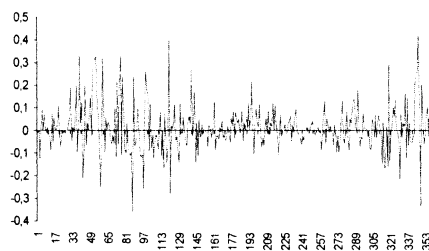
Rys. 1. Amerbank, dane oryginalne z trendem



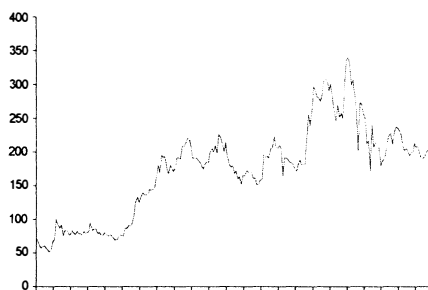
Rys. 2. Amerbank, szereg czasowy przyrostów cen dla $\tau=7$



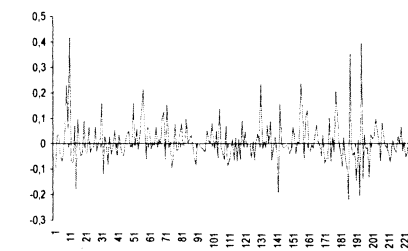
Rys. 3. BIG, dane oryginalne z trendem



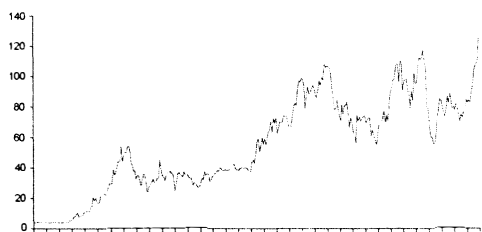
Rys. 4. BIG, szereg czasowy przyrostów cen dla $\tau=7$



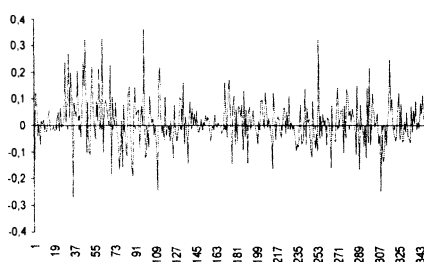
Rys. 5. BPH, dane oryginalne z trendem



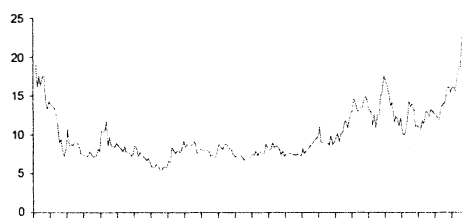
Rys. 6. BPH, szereg czasowy przyrostów cen dla $\tau=7$



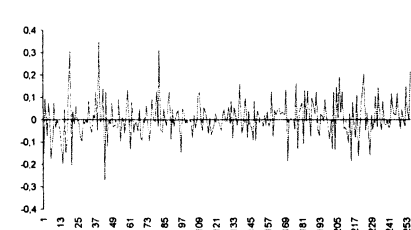
Rys. 7. BRE, dane oryginalne z trendem



Rys. 8. BRE, szereg czasowy przyrostów cen dla $\tau=7$

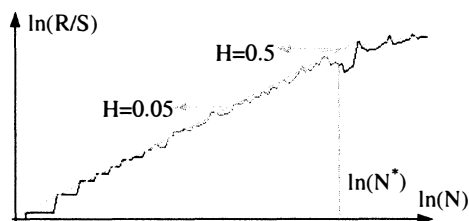


Rys. 9. Kredyt Bank, dane oryginalne z trendem

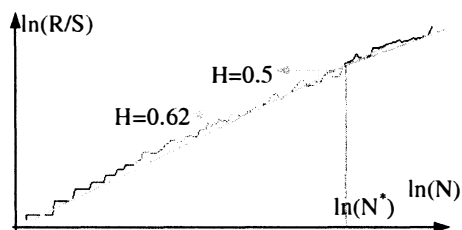


Rys. 10. Kredyt Bank, szereg czasowy przyrostów cen dla $\tau=7$

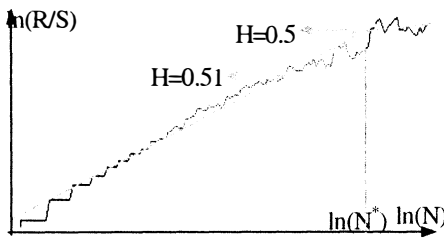
Przedstawione szeregi czasowe mają zróżnicowaną strukturę – część z nich wykazuje większe wahania cen, a część względnie równomierny proces tych wahań. Bez zastosowania żadnej analizy można stwierdzić na podstawie rysunku 4, że szereg czasowy BIG zawiera co najmniej jeden pełny cykl, co widać również na rysunku 3, obrazującym ten sam szereg czasowy zawierający trend. Podobną sytuację zaobserwowano dla danych spółki BRE (rysunki 7 i 8). Na uwagę zasługuje rysunek 9, przedstawiający kształtowanie się cen akcji Kredyt Banku – mógłby on obrazować jeden pełny cykl, lecz rysunek 10, ilustrujący przyrosty cen akcji tej spółki nie potwierdza takiego przypuszczenia. W przypadku pozostałych szeregów czasowych niezbędne jest wykonanie stosownych obliczeń, poza tym powinny one potwierdzić przypuszczenia co do banków BIG i BRE. Obliczenia te, czyli analizę R/S obrazują rysunki 11–15 oraz tabela 2.



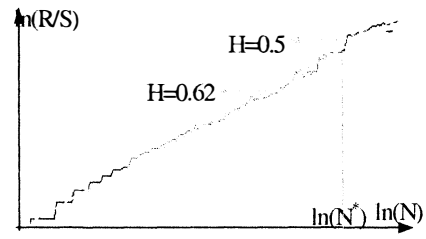
Rys. 11. Analiza R/S dla spółki Amerbank dla $\tau=7$



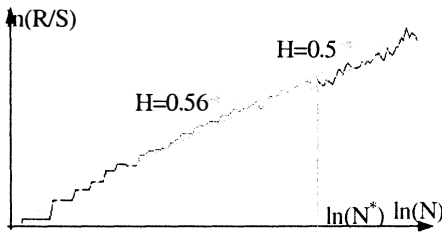
Rys. 12. Analiza R/S dla spółki BIG dla $\tau=7$



Rys. 13. Analiza R/S dla spółki BPH dla $\tau=7$



Rys. 14. Analiza R/S dla spółki BRE dla $\tau=7$



Rys. 15. Analiza R/S dla spółki Kredyt Bank dla $\tau=7$

Tabela 2. Wykładnik Hursta dla wybranych spółek sektora banków

Spółka	Wykładnik Hursta	Długość cyklu w miesiącach	Długość cyklu w latach	Liczba danych (tygodniowych)
Amerbank	0,590	20,0	1,67	258
BIG	0,620	28,5	2,38	357
BPH	0,510	24,8	2,06	227
BRE	0,620	35,8	2,98	349
Kredyt Bank	0,567	17,9	1,49	255

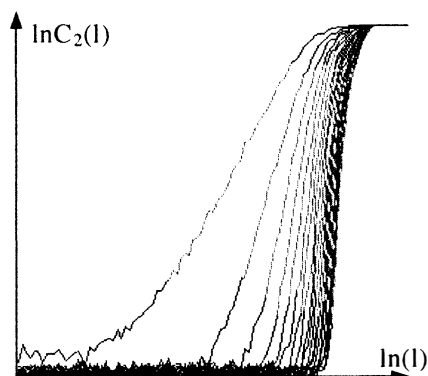
Źródło: opracowanie własne.

Tabela 2 wyraźnie pokazuje, że długość cyklu nie ma bezpośredniego wpływu na wykładnik Hursta i odwrotnie. Dwie spółki mające najwyższy wykładnik Hursta 0,62 to BRE oraz BIG. Mają one również zbliżoną liczbę danych (długości ich szeregów czasowych różnią się o 8 punktów, czyli zaledwie 2 miesiące później, w stosunku do BIG, akcje BRE pojawiły się na giełdzie po raz pierwszy). Jednak ich cykle różnią się zasadniczo – cykl BRE jest o ponad 7 miesięcy dłuższy.

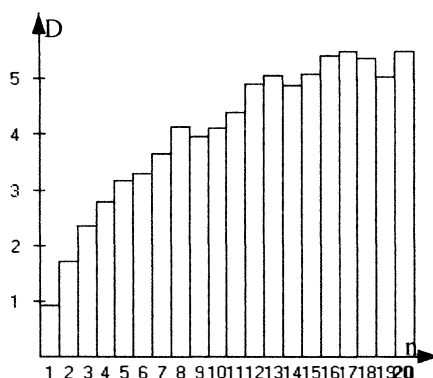
Najtrafniej byłoby inwestować właśnie w akcje tych dwóch spółek sektora bankowego, ze względu na najwyższą wartość wykładnika Hursta. Najbardziej niestabilną spółką akcyjną okazał się bank BPH – dla niego wartość wykładnika Hursta wyznaczono na 0,521 co jest bardzo niską wartością i oznacza, że szereg czasowy tej spółki przypomina raczej sygnał stochastyczny. Interesujący przypadek Kredyt Banku (rysunek 15) cechowała wartość wykładnika Hursta równa 0,567, lecz cykl, jak wykazały obliczenia był niższy niż się spodziewano i wyniósł jedynie półtora roku. Należy tu zaznaczyć, że spośród wszystkich bada-

nych szeregów czasowych, jedynie dla Kredyt Banku wystąpiły trudności w wyznaczeniu wykładnika Hursta (powodem była gładkość krzywej w analizie R/S, brak charakterystycznego załamania, za którym krzywa miałaby wartość współczynnika kierunkowego równą 0,5, charakterystyczną dla sygnałów stochastycznych). W przypadku pozostałych spółek wykładnik Hursta był dosyć wysoki i zawierał się w przedziale 0,576 – 0,6. Średnia wartość tej miary dla całego sektora bankowego wyniosła 0.58, natomiast średni cykl to 2,1 roku.

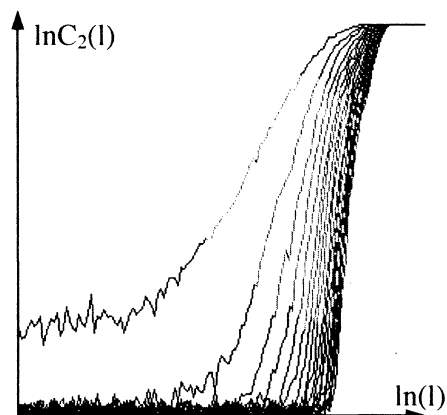
Poniżej zamieszczono wyniki analizy fraktalnej wybranych spółek sektora bankowego, dla $\tau=7$. Rysunki 16–25 ilustrują wykresy krzywych $\ln C_2(l)$ i wymiary korelacyjne w funkcji wymiaru zanurzenia. Otrzymane wyniki zestawiono w tabeli 3.



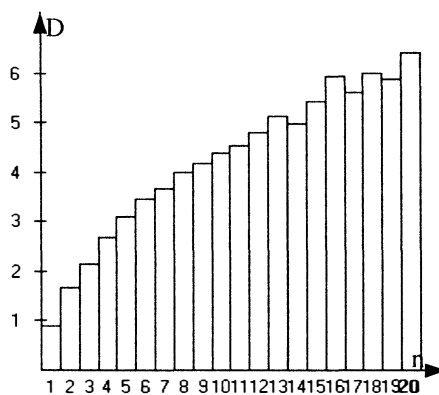
Rys. 16. Krzywe $\ln C_2(l)$ dla spółki Amerbank dla $\tau=7$



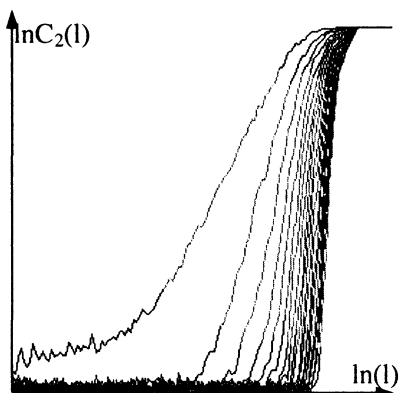
Rys. 17. Wymiary korelacyjne dla spółki Amerbank dla $\tau=7$



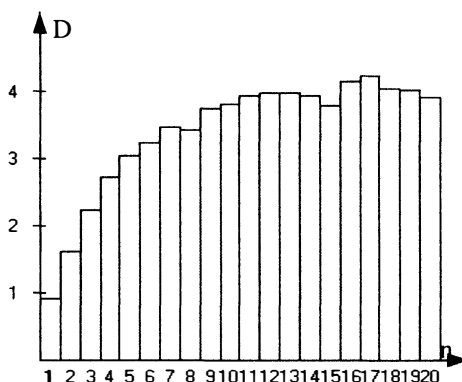
Rys. 18. Krzywe $\ln C_2(l)$ dla spółki BIG dla $\tau=7$



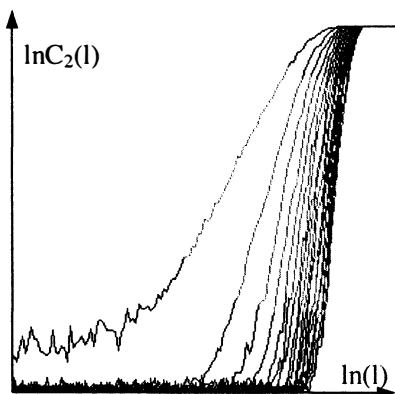
Rys. 19. Wymiary korelacyjne dla spółki BIG dla $\tau=7$



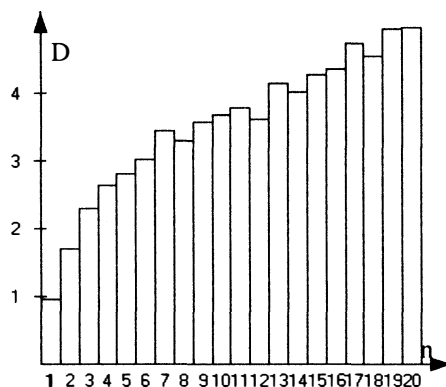
Rys. 20. Krzywe $\ln C_2(l)$ dla spółki BPH dla $\tau=7$



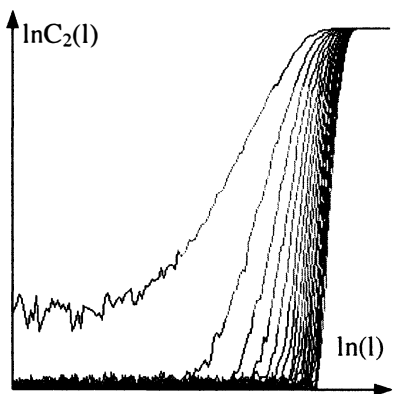
Rys. 21. Wymiary korelacyjne dla spółki BPH dla $\tau=7$



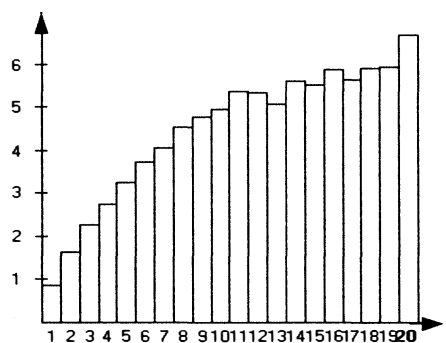
Rys. 22. Krzywe $\ln C_2(l)$ dla spółki BRE dla $\tau=7$



Rys. 23. Wymiary korelacyjne dla spółki BRE dla $\tau=7$



Rys. 24. Krzywe $\ln C_2(l)$ dla spółki Kredyt Bank dla $\tau=7$



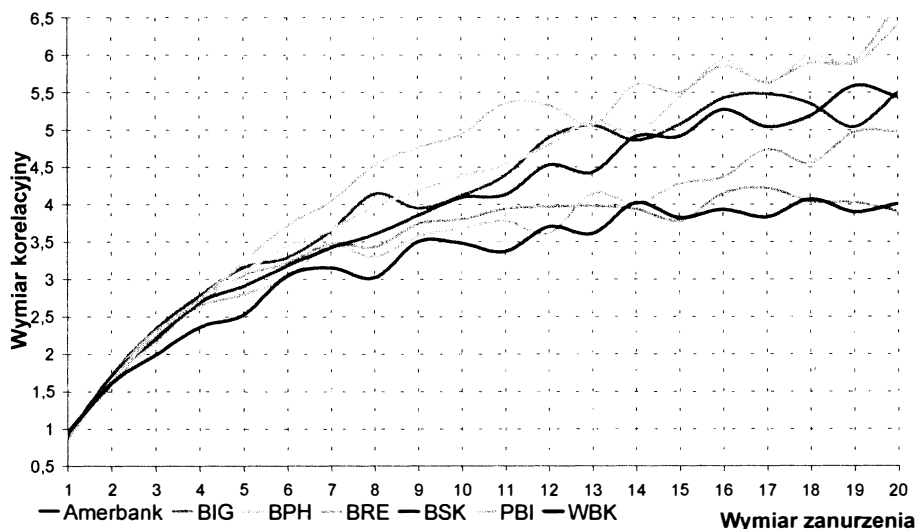
Rys. 25. Wymiary korelacyjne dla spółki Kredyt Bank dla $\tau=7$

Tabela 3. Wymiary korelacyjne w funkcji wymiaru zanurzenia dla wybranych spółek sektora banków dla $\tau=7$

Nazwa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Amerbank	0,92	1,72	2,34	2,78	3,16	3,29	3,65	4,14	3,95	4,12
BIG	0,92	1,61	2,23	2,72	3,05	3,22	3,48	3,43	3,74	3,80
BPH	0,89	1,67	2,15	2,69	3,09	3,45	3,66	3,98	4,18	4,38
BRE	0,95	1,70	2,30	2,64	2,80	3,02	3,45	3,30	3,57	3,68
Kredyt Bank	0,86	1,65	2,27	2,73	3,24	3,72	4,04	4,52	4,77	4,94

Nazwa	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Amerbank	4,39	4,89	5,06	4,86	5,07	5,42	5,48	5,35	5,04	5,5
BIG	3,94	3,97	3,98	3,94	3,78	4,15	4,22	4,04	4,03	3,91
BPH	4,53	4,80	5,12	4,97	5,43	5,93	5,61	5,99	5,88	6,40
BRE	3,78	3,61	4,15	4,01	4,28	4,37	4,74	4,56	4,97	4,98
Kredyt Bank	5,36	5,33	5,07	5,60	5,50	5,85	5,64	5,89	5,92	6,68

Źródło: opracowanie własne.

**Rys. 26.** Wymiary korelacyjne w funkcji wymiaru dla wybranych spółek sektora bankowego dla $\tau=7$

Ponieważ sektor banków jest tak liczny pod względem zaklasyfikowanych do analizy fraktalnej spółek, można było spodziewać się wykrycia wymiaru fraktalnego dla przynajmniej niektórych z nich. Przeprowadzone obliczenia wskazują, że spółkami takimi są Amerbank oraz BIG. Te spółki cechuje wysoka (jak na ten sektor) wartość wykładnika Hursta. W przypadku Amerbanku, w odróżnieniu od BIG, dysponujemy stosunkowo krótkim szeregiem czasowym – jedynie 258

punktów przy 357 dla BIG. Warto jednak zauważyć, że struktura danych Amerbanku jest bardzo regularna, dlatego nawet przy krótkim szeregu czasowym można wykonać dokładne obliczenia. Godny uwagi jest fakt, iż cykl dla tej spółki, wynoszący około 20 miesięcy, jest najkrótszy spośród wszystkich trzech spółek, dla których wyznaczono wymiar fraktalny. Wymiar ten w przypadku Amerbanku zawierał się w przedziale 4,86–5,48, co daje średnią 5,186. Jednak wymiary korelacyjne zaczynają oscylować wokół tej wartości dosyć późno, bo dopiero od 12 wymiaru zanurzenia. BIG to kolejny ciekawy przypadek – tutaj wymiary korelacyjne stabilizują się bardzo szybko – już od dziewiątego wymiaru zanurzenia. Jednak oscylują one wokół liczby 4, co świadczyłoby o braku wymiaru fraktalnego, a wręcz przeciwnie, o tym, że mamy do czynienia ze zwykłym czterowymiarowym układem. Tak byłoby, gdyby wymiary korelacyjne wynosiły dokładnie 4 (żaden z 20 obliczonych wymiarów korelacyjnych nie jest dokładnie równy 4), ale dla danych eksperymentalnych wymiar fraktalny można określić jedynie jako wartość przybliżoną przedziałem, lub jako średnią z wymiarów korelacyjnych (zakwalifikowanych do tego przedziału). W przypadku szeregu czasowego BIG przedział taki można określić jako 3,74–4,22, co nie jest najlepszym przybliżeniem, gdyż zawiera liczbę 4, dlatego jako wartość wymiaru fraktalnego lepiej przyjąć średnią, która wyniosła 3,958. Wyraźnie widać, że nie jest to liczba całkowita, więc atraktor tego szeregu ma charakter fraktalny i nazywa się go atraktorem dziwnym. Za występowaniem zjawiska chaosu deterministycznego w szeregu czasowym BIG przemawia także wykładnik Hursta wynoszący 0,62, a więc dużo wyższy niż dla sygnałów o charakterze stochastycznym. Duża ilość danych (357), jak i dosyć długi (28,5 miesiąca) cykl, wskazują na dokładność i wiarygodność otrzymanego wyniku. Jeśli chodzi o wymiar fraktalny, to można określić dwa rozdzielne obszary stabilizowania się wartości wymiarów korelacyjnych – będą to przedziały ograniczone wymiarami zanurzenia 9–13, oraz 14–20. Dla pierwszego obszaru wymiar fraktalny jest niższy i zawiera się między 3,37 a 3,7, inaczej wyrażone jako około 3,532. W drugim obszarze wymiar fraktalny jest nieco wyższy i wynosi około 3,94. Można także uznać, że wymiary korelacyjne zaczynają się stabilizować już od 9 wymiaru zanurzenia i na podstawie ich wartości dla zanurzeń 9–20 obliczyć wymiar fraktalny. Wtedy wartość jego wyniesie około 3,77 i będzie pośrednią między wartościami tego wymiaru dla obu obszarów stabilizacji wymiarów korelacyjnych. Ta miara wydaje się najbardziej właściwa. Jeśli chodzi o spółki w przypadku których nie udało się określić wymiaru fraktalnego, to jest ich aż 4, a więc stanowią 57% wszystkich spółek zaklasyfikowanych do reprezentowania sektora bankowego w analizie fraktalnej. W ich przypadku również zaobserwowano łączenie się wykresów wymiarów korelacyjnych w funkcji wymiaru zanurzenia w pary. Jedynie spółka BRE odstaje nieco od tej reguły, ale należy pamiętać, że do analizy zaklasyfikowano 7 banków, czyli nieparzystą liczbę, i para BRE nie została uwzględniona. Poza tym do 14 wymiaru zanurzenia przebieg krzywej na rysunku 3,175, odpowiadającej BRE, jest podobny do przebiegów krzywej BIG. Dla wyższych

wymiarów zanurzenia nie przeplata się z żadnym innym wykresem, aż do 19 wymiaru zanurzenia, kiedy to zaczyna przyjmować wartości bliskie przyjmowanym przez krzywą Amerbanku. Widać więc, że nie całkiem odosobniony jest wykres BRE na rysunku 26, jedynie nie przeplata się z żadnym innym wykresem dla wyższych wymiarów zanurzenia. Dla tej spółki dysponowano dużą liczbą danych (349) i długim czasem cyklu (35,8 miesiąca) a także najwyższym w sektorze bankowym, wykładnikiem Hursta (0,62). Przy tak długim cyklu 349 punktów – to mogło być za mało by wyznaczyć wymiar-fraktalny. Choć dla niskich wymiarów zanurzeń (7–12) wymiary korelacyjne oscylują wokół liczby 3,565. Kolejne interesujące zachowania obserwujemy dla pary krzywych, należących do BPH i Kredyt Banku. Przez pierwsze 13 wymiarów zanurzenia obie krzywe, mimo że podobne kształtem, bieżą oddalone od siebie. Dla 13 wymiaru zanurzenia stykają się, by przeplatać się aż do 15 wymiaru zanurzenia, po którym przyjmowane wartości wymiarów korelacyjnych, a więc również wykresy krzywych, są praktycznie takie same. Mogło to być przyczyną zbliżonej liczby danych (227 BPH i 255 Kredyt Banku, lecz długości cykli odbiegają od siebie – 24,8 BPH i 17,9 PBI), jak też wykładników Hursta (0,51 BPH i 0,567 Kredyt Banku). Mówi to o wyraźnych zależnościach pomiędzy wymienionymi bankami. Przyczyną takich zależności mogą być fuzje i porozumienia bankowe, które regulują ceny akcji kilku spółek jednocześnie. Zwróćmy uwagę na problem roku 2000 – notowania wszystkich banków, mimo zapewnień z ich strony, że były przygotowane do wkroczenia w nowe milenium, ulegały wahaniom. Niepowodzenie określonego posunięcia podjętego w jednym banku spowodowało spadek cen nie tylko jego akcji, lecz także walorów banków, które podobne przedsięwzięcie podjęły. Jako ogólny wniosek na zakończenie tej części analizy, można wysnuć, że najbezpieczniej inwestować w akcje BIG, nie tylko ze względu na najwyższy wykładnik Hursta, ale także na istnienie wymiaru fraktalnego wynoszącego około 3,958, co świadczy o istnieniu czterech składowych układu.

Część druga analizy to identyczne jak powyżej obliczenia, przeprowadzone dla przesunięć czasowych wyznaczonych zgodnie z poniższym wzorem.

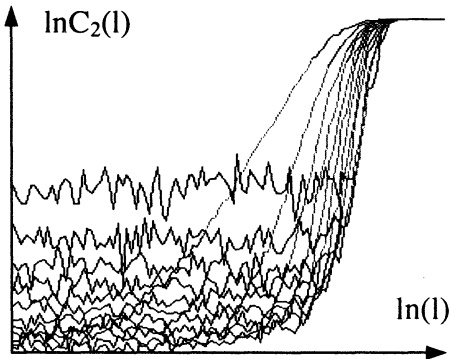
Wielkość N^* pozwala na określenie wielkości przesunięcia czasowego τ koniecznego przy rekonstrukcji atraktora. Wielkość τ wyznacza się z zależności [1]:

$$\tau = \frac{N^*}{D} \quad (1)$$

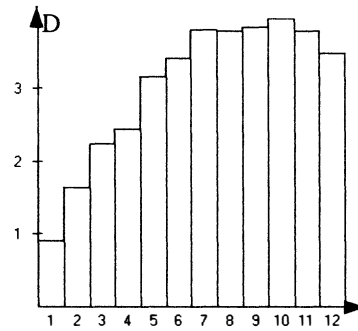
gdzie: τ – wielkość przesunięcia czasowego, D – wymiar zanurzenia rekonstruowanego atraktora

Pozwala on indywidualnie dla każdego szeregu dobrać wartość τ , tak by obliczenia były najdokładniejsze, pamięć krótkoterminowa, która mogła być przyczyną niepowodzenia analizy dla $\tau=7$, została wyeliminowana na rzecz pamięci długoterminowej. Przy tak wyznaczonym τ atraktor dla danej spółki powinien odpowiednio dokładnie rozwinąć się.

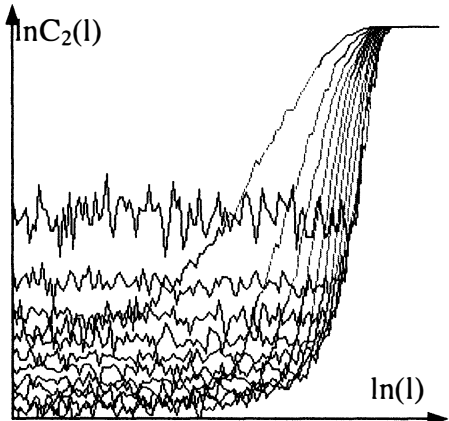
Rysunki 27–33 ilustrują wykresy krzywych $\ln C_2(l)$, a rysunki 28–34 przedstawiają wymiary korelacyjne w funkcji wymiaru zanurzenia. Otrzymane wyniki zestawiono także w tabelach 4 i 5, przy czym graficzną ilustracją tabeli 4 jest rysunek 35.



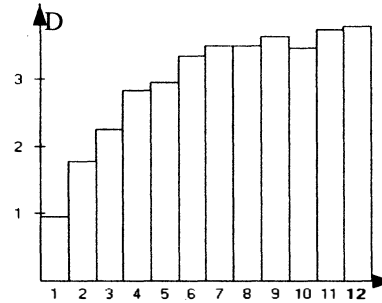
Rys. 27. Krzywe $\ln C_2(l)$ dla spółki Amerbank dla $\tau=154$



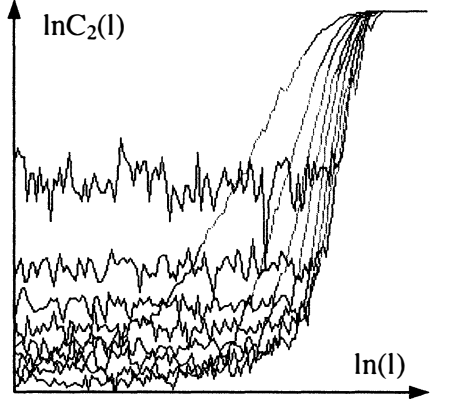
Rys. 28. Wymiary korelacyjne dla spółki Amerbank dla $\tau=154$



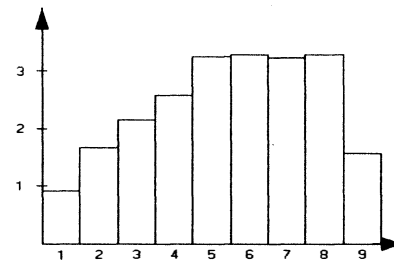
Rys. 29. Krzywe $\ln C_2(l)$ dla spółki BIG dla $\tau=217$



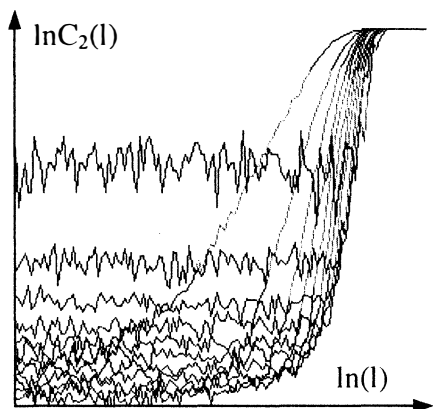
Rys. 30. Wymiary korelacyjne dla spółki BIG dla $\tau=217$



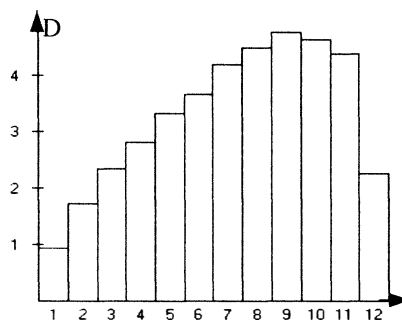
Rys. 31. Krzywe $\ln C_2(l)$ dla spółki BPH dla $\tau=189$



Rys. 32. Wymiary korelacyjne dla spółki BPH dla $\tau=189$



Rys. 33. Krzywe $\ln C_2(l)$ dla spółki BRE dla $\tau=217$



Rys. 34. Wymiary korelacyjne dla spółki BRE dla $\tau=217$

Tabela 4. Wymiary korelacyjne w funkcji wymiaru zanurzenia dla spółek sektora banków dla τ wg tabeli 3

Nazwa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Amerbank	0,953	1,78	2,25	2,82	2,95	3,33	3,5	3,49	3,63	3,45
BIG	0,899	1,64	2,22	2,43	3,15	3,4	3,8	3,78	3,83	3,95
BPH	0,924	1,67	2,14	2,58	3,23	3,27	3,21	3,26	1,57	
BRE	0,936	1,73	2,34	2,81	3,32	3,67	4,19	4,49	4,78	4,63
Kredyt Bank	0,909	1,6	2,24	2,81	3,44	3,68	4,01	4,63	4,99	5,84

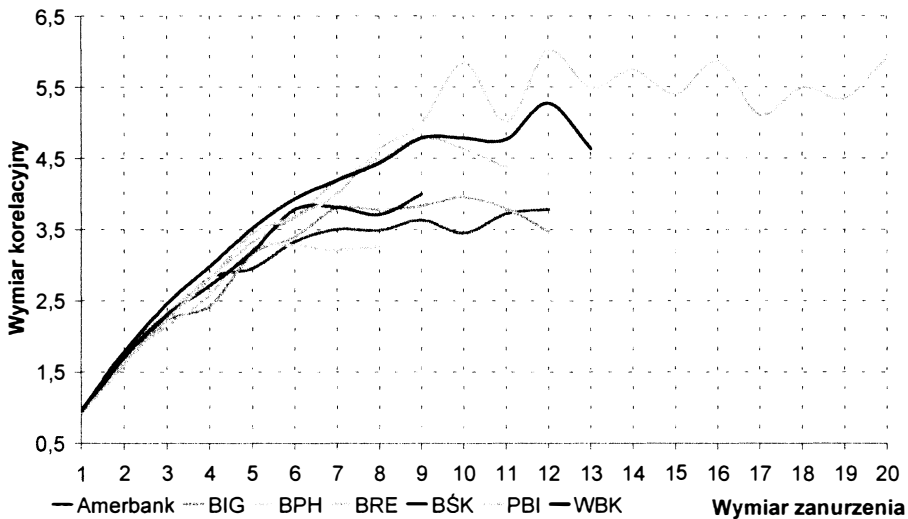
Nazwa	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Amerbank	3,72	3,78								
BIG	3,79	3,47								
BPH										
BRE	4,37	2,26								
Kredyt Bank	5,01	6,01	5,48	5,74	5,39	5,86	5,11	5,49	5,34	5,91

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 5. Wartości τ oraz inne dane dla spółek sektora banków

Nazwa	Liczba zmiennych	Oczekiwany wymiar fraktalny	τ (w dniach)	Liczba danych (tygodniowych)	Punkt cyklu (w tygodniach)	Wykładnik Hursta
Amerbank	4	3,30–3,78	154	258	87	0,590
BIG	4	3,40–3,95	217	357	124	0,620
BPH	4	3,21–3,27	189	227	108	0,510
BRE	5	4,19–4,78	217	349	156	0,620
Kredyt Bank	6	4,99–6,01	91	255	78	0,567

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 35. Wymiary korelacyjne w funkcji wymiaru zanurzenia dla spółek sektora bankowego

Najbardziej zwracającym uwagę wykresem na rysunku 35 jest oczywiście krzywa skonstruowana dla Kredyt Banku. Wyznaczono dla niego aż 20 wymiarów korelacyjnych przy przesunięciu czasowym równym 91. Wymiar fraktalny można określać od dziewiątego wymiaru korelacyjnego (czyli wyznaczonego dla dziewiątego wymiaru zanurzenia). Wyraźnie oscyluje wokół liczby 5,5, przyjmując wartości z przedziału 4,99–6,01. Wymiar fraktalny można także przybliżyć poprzez średnią wartości wymiarów korelacyjnych obliczonych dla wymiarów zanurzeń 9–20. Jest on wtedy równy około 5,5142. Taki wynik nie jest zbliżony z obliczeniami przeprowadzonymi dla $\tau=7$, co świadczy o wadze doboru odpowiedniego przesunięcia czasowego dla badanego szeregu. Jego wartość $\tau=7$ spowodowała przejście wartości wymiarów korelacyjnych przez przedział 4,99–6,01, lecz potem wzrost wymiaru zanurzenia pociągał za sobą wzrost wymiaru korelacyjnego. Można więc z tego wnioskować, że dla $\tau=7$ nie jest eliminowana pamięć krótkoterminowa, co spowodowało ciągły wzrost wartości wymiarów korelacyjnych, przy kolejnych wymiarach zanurzenia. W poprzedniej części analizy wymiar fraktalny wyznaczono dla dwóch spółek: Amerbanku i BIG. Wymiar fraktalny był najbardziej zbliżony, dla obu wartości przesunięcia czasowego, w przypadku BIG. Przy $\tau=7$ wyniósł 3,958, dla $\tau=217$ był nieco niższy i wyniósł około 3,77, należy jednak pamiętać, że dla $\tau=7$ wymiar fraktalny był obliczany na podstawie wymiarów korelacyjnych obliczonych dla wymiarów zanurzeń 9–20, a dla $\tau=217$ tylko 7–12. Gdyby obliczyć wymiar fraktalny dla $\tau=7$ na podstawie wymiarów korelacyjnych dla 7–12 wymiaru zanurzenia, to wynik wyniesie 3,73. Wskazuje to na duże podobieństwo otrzymanych wyników, co pozwala twierdzić, że już dla tak niskiej wartości przesunięcia czasowego jak tydzień eliminowana jest pamięć krótkoterminowa w znacz-

nym stopniu. Całkowite jej wyeliminowanie możliwe jest jednak dopiero przy $\tau=217$, ponieważ szereg czasowy jest długi co wskazuje na równie długie funkcjonowanie BIG na giełdzie papierów wartościowych. Ogólnie wiadomo, że na początku istnienia giełdy notowania odbywały się co tydzień, dlatego też przesunięcie czasowe $\tau=7$ nie eliminuje całkowicie pamięci krótkoterminowej dla tak długich szeregów jak badany (357 tygodni – najdłuższy szereg sektora bankowego). Obrane $\tau=217$ to inaczej około 7 tygodni, co w przypadku notowań cotygodniowych oznacza branie do analizy co siódmej danej – dlatego dla krótkich szeregów wartość $\tau=7$ jest w większości przypadków słuszna a wyniki obliczeń przy takim przesunięciu czasowym pokrywają się z wynikami dla τ wyznaczonych na podstawie wzoru (1).

W przypadku pozostałych spółek, dla których przy $\tau=7$ udało się określić wymiar fraktalny, czyli Amerbanku sytuacja przedstawia się nieco inaczej niż w przypadku BIG. Wartość wyznaczonego wymiaru fraktalnego dla Amerbanku, przy $\tau=154$, jest dużo niższa niż dla $\tau=7$. Na podstawie danych zebranych w tabeli 4 i rysunku 35 można stwierdzić, że wymiar fraktalny Amerbanku wynosi około 3,557, podczas gdy dla $\tau=7$ jego wartość określono jako 5,186.

W poprzedniej części analizy wspomniano już, że krzywa dla Amerbanku stabilizuje się na poziomie 5–5,5 dosyć późno, od około 13 wymiaru zanurzenia, co wskazywałoby na nie dość dobrze dobraną wartość przesunięcia czasowego. Dlatego też bardziej wiarygodne są wyniki analizy przy $\tau=154$ – tutaj stabilizacja krzywej na poziomie około 3,5 następuje bardzo szybko – od około 6 wymiaru zanurzenia. Przy 4 zmiennych takiego układu dynamicznego ilość niezbędnych do wyznaczenia wymiaru fraktalnego wymiarów korelacyjnych to 9, przy czym ich zbieganie do pewnej wartości powinno być obserwowane już między 5–9 wymiarem zanurzenia. Taka sytuacja jest obserwowana w przypadku Amerbanku, dlatego też można twierdzić, że liczba 3,557 to wymiar fraktalny dla tego szeregu czasowego. Dla szeregów czasowych spółki BPH w przypadku analizy dla $\tau=7$ nie można było określić wymiarów fraktalnych. Wyznaczając τ zgodnie ze wzorem (1) okazało się to możliwe. W przypadku BPH wymiar fraktalny można wyznaczyć na podstawie czterech ostatnich wymiarów korelacyjnych (dla wymiarów zanurzeń 5–8) i wynosi on około 3,243. Wartości wymiaru korelacyjnego dla 9 wymiaru zanurzenia nie przedstawiono na rysunku i nie uwzględniono w obliczeniach ze względu na jego wątpliwą jakością spowodowaną specyfiką ostatniej wyznaczonej krzywej $\ln C_2(l)$.

Przedstawione w powyższej analizie wyniki, wyraźnie wskazują na występowanie zjawisk chaosu deterministycznego w sektorze bankowym makrosektora finansów.

Literatura

1. Peters E.E, *Teoria chaosu a rynki kapitałowe*, WIG Press, Warszawa 1997.
2. Program komputerowy *FDA*, służący do obliczeń, opracowany został w Instytucie Informatyki, Politechniki Białostockiej pod kierunkiem Mosdorfa R., autorzy: Andryszewski J., Pietrewicz B., Białystok 1998.
3. Program komputerowy *RECS*, służący do obliczeń, opracowany został w Instytucie Informatyki, Politechniki Białostockiej pod kierunkiem Mosdorfa R., autor Olsiewicz P., Białystok 2000.
4. Siemieniuk N., *Fraktalne właściwości polskiego rynku kapitałowego*, Wydawnictwa Uniwersytetu w Białymstoku, Białystok 2001.
5. Strahl D., *Modele zarządzania bankiem (model Triada)*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Wrocław 1996.