

OPTIMIRANJE GEODETSKIH MREŽA

Mira IVKOVIĆ, Đuro BARKOVIĆ — Zagreb*

SAŽETAK. U ovom radu se daje pregled redova optimiranja geodetskih mreža i ciljevi koji se optimiranjem žele ostvariti. Problemi optimiranja drugog reda se detaljnije opisuju jer su najzanimljiviji za geodetske stručnjake.

UVOD

Svaki se problem u praksi može riješiti na više različitih načina, a bira se ono rješenje koje se smatra najboljim. Međutim, kako od niza mogućih rješenja nekog zadatka odabrati najbolje, često puta nije nimalo jednostavno, a može biti i subjektivna procjena onoga koji problem rješava. Znanstvena metoda, koja daje objektivnu osnovu za donošenje konačne odluke, naziva se optimiranje. Dakako, i geodetski stručnjaci teže postavljene zadatke ostvariti na najbolji mogući način i sa što manje uloženog rada i sredstava. Tako pri projektiranju geodetskih mreža, postavljeni cilj je odrediti koordinate nepoznatih točaka potrebnom točnošću. Da bi se to ostvarilo, potrebno je najprije na terenu izvršiti planirana kutna i linearna mjerenja u mreži a zatim provesti potrebna računanja poznatim matematičkim postupcima. Kako je kao krajnji cilj zadatka definirana i potrebna točnost određivanja nepoznatih točaka, to je vrlo važno pri planiranju mjerenja izabrati odgovarajući instrumentarij, metodu i vrijeme mjerenja, tj. izvršiti mjerenja potrebnom točnošću. Osim toga, kako je poznato, i geometrijski oblik mreže ima veliki utjecaj na točnost određivanja položaja točaka u mreži, te pri oblikovanju mreže treba nastojati ostvariti najpovoljniji oblik. Može se dakle općenito reći da više različitih faktora utječe na dobivenu točnost nepoznatih parametara u izjednačenju geodetskih mreža, a taj utjecaj se nastoji definirati optimiranjem geodetskih mreža.

Optimiranje se, kao znanstvena metoda, relativno kasno počelo primjenjivati u geodeziji, iz razloga što iziskuje vrlo opsežna računanja. Tek razvoj elektroničkih računala te primjena nekih novih matematičkih postupaka, potakla je geodetske stručnjake da se više bave primjenom optimiranja u geodeziji. Međutim, iako se ovim problemom bavi velik broj geodeta (Grafarend 1975, Schmitt 1977, 1980, 1981, 1985, Schaffrin 1977, 1981, 1985, Koch 1985, Sprinski 1974, Ninkov 1982, 1989 i dr.), ne može se reći da je problem u potpunosti i na zadovoljavajući način riješen.

* Mr. Mira Ivković, Đuro Barković, dipl. inž., Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, Kačićeva 26.

PODJELA OPTIMIRANJA GEODETSKIH MREŽA

Optimiranje geodetskih mreža dijeli se u nekoliko redova a s obzirom na zadane odnosno slobodne parametre koji se u pojedinom redu traže:

1. Optimiranje nultog reda ili određivanje optimalnog koordinatnog sustava i optimalne kovarijacijske matrice. Zadani parametri su konfiguracijska matrica A i matrica težina P , a slobodni parametri su vektor nepoznatih koordinata x i korelacijska matrica Q_x .

2. Optimiranje prvog reda ili određivanje optimalne konfiguracije geodetske mreže. U ovom zadatku su poznati parametri, matrica težina P i korelacijska matrica Q_x , a traži se konfiguracijska matrica A .

3. Optimiranje drugog reda ili pronalaženje optimalnih težina odnosno točnosti planiranih mjerenja. U ovom problemu su zadani parametri, konfiguracijska matrica A i korelacijska matrica Q_x , a traži se matrica težina P .

4. Optimiranje trećeg reda ili optimalno poboljšanje postojećih mreža. Zadana je korelacijska matrica Q_x , a slobodni su parametri, matrica težina P i konfiguracijska matrica A .

Može se reći da su se do sada geodetski stručnjaci najviše bavili optimiranjem drugog reda, te ima vrlo mnogo radova o toj problematici, ali ipak postavljeni zadaci nisu u potpunosti riješeni. Dosta radova ima i iz optimiranja nultog reda (Bjerhammar 1973, Mittermayer 1972, Papo 1981, Rao i Mitra 1971, Teunissen 1985 i dr.) koji se bave problemima slobodnih mreža, a koji se uspješno rješavaju primjenom generalizirane inverzije.

Optimiranje prvog reda ili određivanje najbolje konfiguracije geodetske mreže je teorijski riješen problem, ali je praktički često puta teško provesti takvu optimalnu mrežu zbog terenskih uvjeta. Međutim, u slučaju određivanja dvodimenzionalnih odnosno trodimenzionalnih mreža pomoću GPS mjerenja, ovaj red optimiranja praktički otpada. Naime, za postizanje tražene točnosti nepoznatih parametara pri ovakvom načinu mjerenja konfiguracija mreže je irelevantna. Ono na što treba paziti pri projektiranju GPS mreža, jest koliko će ta mreža biti pristupačna za mjerenja u mrežama nižih redova (poligonometrija, detaljno snimanje i sl.).

KRITERIJI ZA OCJENU OPTIMALNOSTI GEODETSKIH MREŽA

Proces osnivanja geodetskih mreža sastoji se od nekoliko faza, a to su:

- rekognosciranje terena,
- oblikovanje mreže,
- stabilizacija točaka,
- postupak mjerenja,
- izjednačenje rezultata mjerenja te
- interpretacija rezultata.

Da bi se postigla dobra geodetska mreža, nužno je sve ove faze što bolje izvesti. Osim toga, bitno je znati za koju namjenu se neka mreža osniva, pa se u tom smislu postavljaju različiti zahtjevi. Općenito se može reći da postoje neki osnovni ciljevi koji se žele ostvariti za svaku geodetsku mrežu, a to su:

- preciznost (točnost),
- pouzdanost i
- ekonomičnost.

Koji će od ovih ciljeva prevagnuti, ovisi o zahtjevima korisnika odnosno o svrsi za koju se mreža osniva. Sam postupak ostvarivanja ovih ciljeva, koji se mora provoditi u svim fazama osnivanja geodetskih mreža, naziva se optimiranje.

S obzirom na ove ciljeve koje treba ostvariti u geodetskim mrežama, podjela optimiranja na redove i nije najprikladnija. Iako se može reći da je realizacija pouzdanosti mreža glavni zadatak optimiranja prvog reda i da se preciznost mreža ostvaruje uglavnom optimiranjem drugog reda, ipak se ovi zahtjevi i međusobno prožimlju i provlače optimiranjem svih redova.

Glavni problem optimiranja jest kako ciljeve, koji se žele postići, izraziti u analitičkom obliku. Zahtjev za ekonomičnost mreža izraziti u potpuno matematskom obliku, nije jednostavno i do sada su izvršeni samo neki pokušaji. Isto je tako problem i kriterij pouzdanosti izraziti u potpuno analitičkoj formi. Zbog toga se većina matematički definiranih strategija optimiranja temelji u postizanju što veće točnosti geodetskih mreža, a to se ostvaruje optimiranjem drugog reda. Za rješavanje optimiranja prvog i trećeg reda, do sada su uglavnom primjenjivane metode simulacije mreža upotrebom elektroničkih računala s interaktivnom grafikom. Različite varijante mreža simulirane su varijacijama slobodnih parametara a zatim grafički interpretirane i direktno razmatrane i uspoređivane.

Iz prethodno rečenog proizlazi da se u optimiranju geodetskih mreža geodetski stručnjaci uglavnom bave problemom postizanja što veće točnosti nepoznatih parametara u njoj, jer je taj cilj u projektiranju geodetskih mreža najlakše izraziti u matematičkom obliku. Točnost nepoznatih parametara u nekoj geodetskoj mreži temelji se na kovarijacijskoj matrici koja se dobiva u postupku izjednačenja po posrednoj metodi. Dakako kvaliteta pojedine geodetske mreže se ne može ocijeniti direktno pomoću dobivene kovarijacijske matrice, jer se ona sastoji od mnoštva različitih brojeva i teško je bilo što pomoću njih zaključiti. Stoga se za izražavanje točnosti koriste neke izvedene veličine iz kovarijacijske matrice koje jasnije predočuju postignutu točnost (Ivković 1992).

OPTIMIRANJE DRUGOG REDA

Točnost kao cilj koji se želi postići za svaku geodetsku mrežu, uglavnom se realizira optimiranjem drugog reda. Optimiranjem drugog reda u svijetu se bavi dosta geodetskih stručnjaka (Grafarend 1975, 1979, 1986, Schaffrin 1977, 1982, Schmit 1977, 1980, 1985, Kuang 1992 i dr.), pa su se razvile i različite metode rješavanja ovog zadatka. U prvim radovima optimiranja drugog reda, pronalazjenje optimalnog rasporeda mjerenja izvodilo se pomoću simultanih procesa (Cross 1985) što je iziskivalo mnogo vremena. Zatim su se razvile neke matematičke metode optimiranja u kojima su cilj funkcije bile skalarne veličine (trag Q_x , $\lambda_{\max}(Q_x)$ itd.). Posljednjih godina geodetski stručnjaci primjenjuju najviše metode optimiranja gdje se koristi tzv. kriterijska matrica (Ivković i Barković 1992) pomoću koje se interpretira željena točnost geodetske mreže.

Matematičko definiranje optimiranja drugog reda proizlazi iz matricne jednadžbe:

$$A^T P A = Q_x^{-1} \quad (1)$$

u kojoj je nepoznata matrica težina P , a poznata konfiguracijska matrica A i korelacijska matrica Q_x koja se aproksimira kriterijskom matricom. Rješenje za matricu težina P iz ove se matricne jednadžbe može dobiti različitim matematičkim postupcima, ali ona mora zadovoljiti neke kriterije (Bilajbegović 1983). Matrica P mora imati dijagonalnu strukturu jer bi u protivnom značilo da su mjerenja korelirana, što je u planu mjerenja teško ostvariti. Svi njeni elementi moraju biti pozitivni brojevi, jer ne možemo govoriti o negativnim težinama. Zatim, s dobivenom matricom težina P izračunamo korelacijsku matricu nepoznatih parametara mreže Q_x koja mora biti najmanje tako dobra kao zadana korelacijska matrica Q_x .

Ostvariti sve ove uvjete za matricu težina P , nije ni malo jednostavno te geodetski stručnjaci još uvijek istražuju bolje metode za njeno rješenje. Naime, restrikcija za matricu težina da ima dijagonalnu formu (nekorelirana mjerenja), dovodi do nekonzistentnog sustava (1) koji se onda rješava primjenom generalizirane inverzije i specijalne matricne operacije, tzv. Khatri-Raovog produkta. Međutim, u rješenjima za matricu težina P , pojavljuju se i elementi negativnog predznaka, što je neprihvatljivo s praktičnog stanovišta. Ako se rješenje za nepoznate težine dobije pomoću linearnog programiranja, npr. Simpleks algoritma (da bi se izbjegle negativne težine), onda optimalni projekt mreže ima malu pouzdanost jer se broj mjerenja reducira na minimum (ostaje samo neophodan broj mjerenja). Iz mnogih radova o optimiranju drugog reda može se zaključiti da najveći problem u pronalaženju optimalnih težina proizlazi iz aproksimativne korelacijske matrice Q_x . To se naročito odnosi na dvodimenzionalne mreže za koje je vrlo teško odrediti apriori korelacijsku matricu koja bi realno odražavala željenu točnost u projektiranoj mreži. Praktički, proces optimiranja drugog reda sastoji se od tri koraka (Schmitt 1985):

1. Pronalaženje optimalnih težina mjerenja u odnosu na zadanu kriterijsku matricu.

2. Realizacija optimalnih težina odnosno pojedinih standardnih devijacija mjerenja pomoću odgovarajućeg instrumentarija i broja ponavljanja.

3. Analiza dobivenog optimalnog plana mjerenja iz kojeg treba zaključiti da li on zadovoljava postavljene uvjete za razmatranu mrežu.

Iz svega iznesenog proizlazi da optimiranje drugog reda realnih geodetskih mreža, a naročito dvodimenzionalnih, nije ni malo jednostavan proces i sva dosadašnja rješenja s praktičnog stanovišta nisu zadovoljavajuća.

ZAKLJUČAK

Pri projektiranju geodetskih mreža, odluka o obliku i rasporedu točaka mreže, vrsti i točnosti primijenjenih mjerenja te načinu izjednačenja izmjerenih podataka, ovisi uglavnom o subjektivnoj procjeni jednog čovjeka — projektanta. Objektivno sagledavanje i rješavanje ovih problema obuhvaća se u optimiranju geodetskih mreža, a njihova se različitost pokušava klasificirati u nekoliko redova optimiranja.

Iz dosadašnjih saznanja i pokušaja praktične primjene, problem optimiranja nultog reda uspješno se rješava primjenom generalizirane inverzije. Što se tiče optimiranja prvog reda, teorijski nema problema u pronalaženju

najbolje konfiguracije mreže. Međutim praktički, u realnim terenskim uvjetima, često puta je nemoguće taj optimalni oblik mreže ostvariti.

Optimiranje trećeg reda ili optimalno poboljšanje postojećih mreža, zapravo je kombinacija optimiranja prvog i drugog reda. Ono se dakle rješava promjenom položaja točaka u mreži pa onda i promjenom plana mjerenja ili promjenama u točnosti pojedinih mjerenja.

Geodetski stručnjaci su se najviše usredotočili na rješavanje problema optimiranja drugog reda odnosno pronalaženja optimalne točnosti i rasporeda mjerenja.

Praktički vrijedni rezultati postignuti su samo za jednodimenzionalne mreže za koje se može sastaviti realna, a priori, kovarijacijska matrica nepoznatih parametara. Za dvodimenzionalne mreže problem je znatno složeniji, a naročito za triangulacijske mreže. Tako se u radovima o optimiranju drugog reda dvodimenzionalnih mreža uglavnom rješavaju primjeri trilateracijskih mreža, jer se kod triangulacijskih mreža javljaju dva dodatna problema (Ivković 1992):

1. Različite težine odnosno pripadajuće standardne devijacije za svaki mjereni pravac na jednom stajalištu su s praktičnog stanovišta neprihvatljive.

2. Heterogeni parametri u modelu izjednačenja (nepoznate koordinate i orijentacije) kompliciraju pronalaženje odgovarajuće kriterijske matrice.

Ono što se ipak može zaključiti iz rezultata optimiranja drugog reda za dvodimenzionalne mreže, jest to da svi mjereni elementi nemaju isti utjecaj na kvalitetu mreže te da je princip mjerenja istom točnošću istorodnih elemenata mreže neispravan. Međutim, potpun uvid u ispravnost ovih zaključaka dalo bi tek praktično provođenje optimalnog plana mjerenja pomoću odgovarajućeg instrumentarija i potrebnog broja ponavljanja mjerenja te izjednačenje tako dobivenih podataka.

LITERATURA

- Bilajbegović, A. (1983): Optimiranje geodetskih mreža, Zbornik radova Geodetskog fakulteta, Zagreb.
- Bjerhammar, A. (1973): Theory of errors and generalized matrix inverses, Elsevier scientific publishing company, Amsterdam — London — New York.
- Cross, P. A. (1985): Numerical methods in network design. In Optimization and Design of Geodetic Networks (ed. Grafarend and Sanso), 132–168, Springer — Berlin.
- Grafarend, E. (1975): »Second order design of geodetic nets«, ZfV 4, 158–168.
- Grafarend, E.; Schaffrin, B. (1979): Kriterion Matrizen I Zwei dimensionale homogene und isotrope Geodatische Netze, ZfV, 133–149.
- Grafarend, E.; Krunim, F.; Schaffrin, B. (1986): Kriterion Matrizen III Zweidimensionale homogene und isotrope Geodatische Netze, ZfV, 5, 197–207.
- Ivković, M.; Barković, Đ. (1992): Kriteriji za ocjenu točnosti geodetskih mreža, Geodetski list, 4, 465–472.
- Ivković, M. (1992): Magistarski rad, Geodetski fakultet, Zagreb.
- Koch, K. R. (1985): First Order Design. In Optimization and Design of Geodetic Networks (ed. Grafarend and Sanso), 56–73, Springer — Berlin.
- Kuang, S. L. (1992): A new approach to the optimal second-order design of geodetic networks, Survey Review, 31, 279–288.
- Mittermayer, E. (1972): A generalisation of the least-squares method for the adjustment of free networks, Bulletin Geodesique, 104.

- Ninkov, T. (1982): Matematička optimizacija projektiranja geodetskih mreža, Doktorska dizertacija, Građevinski fakultet, Univerzitet u Beogradu,
- Ninkov, T. (1989): Optimizacija projektiranja geodetskih mreža, Naučna knjiga, Beograd.
- Papo, H. B.; Perlmutter, A. (1981): Datum definition by free net adjustment, Bulletin Geodesique, 3.
- Rao, C. R.; Mitra, S. K. (1971): Generalized inverse of Matrices and its Applications, John Wiley, New York.
- Schaffrin, B. (1977): A study of the Second Order Design problem in geodetic networks, Proceedings of the International Symposium on Optimisation of Design and Computation of Control Networks, Sopron, 175—177.
- Schaffrin, B. (1981): Some considerations on the optimal design of geodetic networks, IAG — Symposium on Geodetic Networks and Computations, Munchen.
- Schaffrin, B.; Grafarend, E. (1982): Kriterion Matrizzen II Zweidimensionale homogene und isotrope Geodatische Netze, ZfV, dio IIa, 5, 183—194; dio IIB, 11, 485—493.
- Schaffrin, B. (1985): Aspects of network design, In Optimization and Design of geodetic Networks (ed. Grafarend and Sanso), 548—597, Springer — Berlin.
- Schmitt, G. (1977): Experience with the second order design of geodetic networks, Proceedings of the International Symposium of Design and Computation of Control Networks, Sopron.
- Schmitt, G. (1980): Second order design of a free distance network, considering different types of criterion matrices, Bulletin Geodesique, 4.
- Schmitt, G. (1981): Optimal design of geodetic networks, IAG Symposium on Geodetic Networks and Computations, Munchen.
- Schmitt, B. (1985): Second Order Design. In Optimization and Design of Geodetic Networks, (ed. Grafarend and Sanso), 74—121, Springer — Berlin.
- Schmitt, B. (1985): Third Order Design. In Optimization and Design of Geodetic Networks, (ed. Grafarend and Sanso), 122—131, Springer — Berlin.
- Sprinski, W. H. (1974): The design of special purpose horizontal geodetic control network, Ph. D. thesis, The Ohio State University, Department of Geodetic Science, Columbus.
- Teunissen, P. (1985): Zero Order Design. In Optimization and Design of Geodetic Networks, (ed. Grafarend and Sanso), 11—54, Springer — Berlin.

OPTIMAL DESIGN OF GEODETIC NETWORK

This paper gives the review of the optimal design orders of the geodetic networks, as well as the goals to be achieved thereby. The problems of the second order design are described more detailed, being the most interesting for the geodetic experts.

Primljeno: 1993-09-13