# Міністерство внутрішніх справ України Харківський національний університет внутрішніх справ Кременчуцький льотний коледж

Тягній В. Г., Ємець В. В.



# ОСНОВИ АЕРОДИНАМІКИ ТА ДИНАМІКИ ПОЛЬОТУ

# ЧАСТИНА І АЕРОГІДРОГАЗОДИНАМІКА

Навчальний посібник

Харків 2023

УДК 629.7.015.533.661(075.8) Т99

#### ЗАТВЕРДЖЕНО

Науково-методичною радою Харківського національного університету внутрішніх справ Протокол № 2 від 17.02.2022

#### СХВАЛЕНО

Методичною радою Кременчуцького льотного коледжу Харківського національного університету внутрішніх справ

Протокол № 2 від 16.02.2022

#### погоджено

Секцією Науково-методичної ради ХНУВС з технічних дисциплін Протокол № 7 від 14.02.2022

Розглянуто на засіданні циклової комісії аеронавігації Протокол № 8 від 01.02.2022

#### Розробники:

1) професор навчального відділу Кременчуцького льотного коледжу Харківського національного університету внутрішніх справ, викладач циклової комісії аеронавігації, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, спеціаліст вищої категорії, викладачметодист **В. Г. Тягній**;

2) викладач циклової комісії аеронавігації, спеціаліст Кременчуцького льотного коледжу Харківського національного університету внутрішніх справ **В. В. Смець**.

#### Рецензенти:

1) головний науковий співробітник ТОВ «Науково-виробниче об'єднання «ABIA», кандидат технічних наук, старший науковий співробітник **В. П. Зінченко**;

2) викладач-методист циклової комісії природничих дисциплін Кременчуцького льотного коледжу Харківського національного університету внутрішніх справ, кандидат технічних наук, доцент, спеціаліст вищої категорії, лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки **В. Д. Лісовенко**.

> Тягній В. Г. Основи аеродинаміки та динаміки 1799 польоту. Частина І. Аерогідрогазодинаміка / В. Г. Тягній, В. В. Ємець ; МВС України, Харків. нац. ун-т внутр. справ, Кременчуцьк. льотний коледж. – Харків : ХНУВС, 2023. – 280 с.

#### ISBN 978-966-610-264-8

Навчальний посібник направлений на вивчення закономірностей руху рідини і газу, механічного і теплового взаємовпливу між зовнішнім середовищем і твердими тілами, фізичної сутності і природи виникнення аеродинамічних сил, залежності їх від фізико-механічних властивостей і фізичних параметрів середовища, умов руху з різними швидкостями, основних фізико-механічних властивостей і параметрів рідини і газу, законів аерогідрогазодинаміки рухомих рідини тощо.

#### УДК 629.7.015.533.661(075.8)

© Тягній В. Г., Ємець В. В., 2023 © Кременчуцький льотний коледж, 2023 © Харківський національний університет внутрішніх справ, 2023

ISBN 978-966-610-264-8

# ВСТУП

Аерогідрогазодинаміка є комплексною наукою, яка вивчає закони руху і рівноваги рідини і газів і їх взаємодію з обтічними твердими тілами або граничними поверхнями. Механіка рідкого тіла називається гідромеханікою, а механіка газоподібного тіла (повітря) – аеромеханікою. Закони гідромеханіки та аеромеханіки для малих швидкостей течії одинакові (*при цьому, крім загальних законів, існують закони, властиві лише газу або тільки рідині*). При порівняно великих дозвукових швидкостях розпочинається прояв стисливості газів. Аеромеханіка великих швидкостей суттєво відрізняється від гідромеханіки як методами досліджень, так і фізичними результатами. В гідромеханіці стисливість рідини враховується лише при розв'язанні окремих спеціальних задач (наприклад, при розрахунку гідравлічного удару або підводного вибуху).

Гідромеханіка ділиться на три частини: гідростатику, кінематику рідини і гідродинаміку.

Гідростатика вивчає закони рівноваги рідини і твердих тіл, повністю або частково занурених у рідину.

Кінематика рідини вивчає закони руху рідини як суцільного рухомого середовища незалежно від дії на неї будь-яких сил.

Гідродинаміка вивчає закони руху рідини з урахуванням сил, що діють на неї, а також силову взаємодію між рідиною і твердими тілами при їх відносному русі.

Аеромеханіка по аналогії з гідромеханікою також розділяється на три частини: аеростатику, кінематику газу, аеродинаміку.

Аеродинаміка розвивалася паралельно з розвитком літальних апаратів (*повітряних шарів, дерижаблів, аеропланів, літаків*), тому що створення надійних літальних апаратів вимагало ретельного вивчення питань взаємодії повітря з тілами, що в ньому рухаються.

Нині аеродинаміка, як складова частина аерогідрогазодинаміки, стала самостійною наукою і включає в себе теоретичну, експериментальну і прикладну частини.

При розгляді руху газів із високими швидкостями, рівновеликими зі швидкістю звуку, замість терміна «аеродинаміка» використовується термін «газова динаміка» (це спеціальний розділ аеродинаміки, в якому вивчаються закони руху газу, що рухається з великими дозвуковими і надзвуковими швидкостями).

Подальший розвиток авіації і ракетної техніки започаткував новий напрямок аеродинаміки – аеродинаміку великих швидкостей у зоні високих температур і аеродинаміку розрідженого газу, що отримали назву гіпер- і супераеродинаміки.

Аеродинаміка спільно з іншою наукою – динамікою польоту – становлять теоретичну основу авіації і ракетної техніки.

Засновниками механіки рідини, звідки бере свій початок аеродинаміка як наука, визнаються вчені-професори Сант-Петербургської академії наук Леонард Ейлер і Данііл Бернуллі.

Основи сучасної аеродинаміки створені працями вчених М. Є. Жуковського, С. А. Чаплигіна і німецького вченого Людвіга Прантля та їх колегами і учнями.

З точки зору інших літальних апаратів, одним із уникальних літальних апаратів, який має можливість здійснювати вертикально зліт і посадку на обмежені за розміром майданчики, є вертоліт. Підйомна сила вертольота створюєтьсчя одним або декількома несучими гвинтами (*НГ*). Перші вертольоти серійного випуску з'явилися в середині 1950-х років і отримали загальне заслужене визнання. Відмінності в льотних якостях від інших літальних апаратів зробили вертольоти унікальними транспортними, пасажирськими і бойовими засобами.

Винахід, створення і побудова сучасних вертольотів із високими льотнотехнічними характеристиками стали можливими завдяки ретельним і ефективним дослідженям, які проводили провідні вчені й конструктори в галузі авіаційного транспорту, особливо з питань аеродинаміки та динаміки польоту вертольоту.

Динаміка польоту розкриває рух літальних апаратів у повітрі. Динаміка польоту дає можливість розв'язати дві взаємопов'язані задачі. Згідно з першою задачею визначаються траєкторія і закони руху вертольоту як матеріальної точки при відомих силах і моментах, які діють на вертольот. Друга задача дозволяє визначати величини та напрямки необхідних сил і моментів для забезпечення руху вертольота по заданій траєкторії. Розмір і напрямки дії аеродинамічних сил і моментів та характер руху вертольота залежать від активного керування пілота вертольотом. Динаміка польоту є прикладною наукою, яка дозволяє прогнозувати рух вертольота при заданому законі й режимах керування, які здійснює пілот, і навпаки, визначає, який необхідний закон керування для здійснення заданого руху вертольота. Таким чином, динаміка польоту як наука дає теоретичне обґрунтування техніки пілотування вертольота.

Велика заслуга подальшого розвитку вертольотобудування належить творчій діяльності вчених і конструкторів Центрального аерогідродинамічного інституту (ЦАГІ) ім. М. Є. Жуковського, а також вченими-конструкторами конструкторських бюро ім. Н. І. Камова та ім. М. Л. Міля. Великий внесок у розвиток вертольотобудування зробили пілоти-випробувачі М. К. Байкалов, С. Г. Бровцев, В. В. Вінницький, Ю. А. Тіняков, А. М. Черьомухін та інші пілоти-випробувачі, які дали можливість доведення пілотажних характеристик різних вертольотів до їх безпечної експлуатації і використання за цільовим призначенням.

Кожен пілот вертольота зобов'язаний знати аеродинаміку та динаміку польоту вертольота, щоб чітко розуміти фізичну сутність аеродинамічних явищ, які притаманні польоту лише вертольотів.

# 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОЗВУКОВОЇ І НАДЗВУКОВОЇ АЕРОГІДРОГАЗОДИНАМІКИ

# 1.1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ І СПІВВІДНОШЕННЯ АЕРОГІДРОГАЗОДИНАМІКИ. ФІЗИКО-МЕХАНІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ РІДИН І ГАЗІВ

# 1.1.1. Аеродинаміка як наука і її складові частини

# 1.1.1.1. Введення в дисципліну, основні вимоги до її вивчення. Історія авіаційної науки, формування вигляду сучасних літальних апаратів

Ще з давніх-давен людина мріяла піднятися в небо подібно птаху. У багатьох казках, міфах та легендах простежувалося бажання людини піднятися в повітря вище дахів будинків, дерев, гір, наприклад політ легендарного Ікара до сонця, казка про килим-літак старика Хотабича, польоти Баби-яги на ступі тощо. Здійснювалися спроби практичних польотів з різними пристосуваннями з колоколень церков, з обривів гір або берегів річок, з високих дерев, мостів тощо.

Ідея літальних апаратів (ЛА) виходила з безпосередніх спостережень людини за польотами птахів, тварин, що літають, та комах. Однак мрія довго не могла втілитися в якусь реальну схему літального апарату, здатного літати. Таким чином, створенню літака сприяло бажання людини скопіювати форму птахів і манери їх польоту. А ось ідея несучого гвинта є винаходом людини при створенні літального апарату, що не має аналога в живій природі.

Конструкторами-самоучками робилися спроби створення аеропланів, здатних відірватися від землі і стійко літати з людиною на борту. Вони часто копіювали природних літунів – птахів, а саме їх форму і рухи в польоті. Тому схеми аеропланів протягом тривалого часу, аж до початку XX століття, в основному втілювалися в птахоподібні форми.

Історично у виборі форм аероплана спостерігалися дві основні тенденції формування вигляду аероплана:

- раціональна;
- емоційна.

За раціональною формою створювалися проекти аеропланів відомими конструкторами – аматорами світу:

- Хенсон (Англія, 1843 р.) апарат з прямокутним крилом і птахоподібним хвостовим оперінням;
- Телешов (Росія, 1876–1884 рр.) апарат у вигляді літаючого крила зворотної стрілоподібності;
- Можайський (Росія, 1881 р.) апарат із прямокутним крилом у плані;
- **Філліпс** (Англія, 1893 р.) апарат із гранчастим крилом;
- Максим (США, 1893 р.) апарат із шістьма крилами;
- Ленглі (США, 1896 р.) апарат із двома крилами, що знаходяться в одній площині;

– Шанют (США, 1896 р.) – апарат у вигляді біплана-етажерки.

За загальним виглядом та характеристиками форми дані апарати належали до чисто технічного, раціонального напрямку розвитку ЛА.

**Емоційна форма** характеризувалася примхливими видами, обрисами плавно вигнутими, часом химерними лініями, що нагадують вигляд природних літунів: птахів, кажанів, великих комах.

За емоційною тенденцією будувалися літальні апарати різними конструкторами.аматорами:

- Леонардо Да Вінчі (Італія, 1505 р.) апарат у формі летючої миші;
- Бреа (Франція, 1854 р.) апарат у формі метелика;
- Ле-Брі (Франція, 1857–1887 р.) апарат у формі голуба;
- Труве (Франція, 1891 р.) апарат у формі летючого змія;
- Лілієнталь (Німеччина, 1896 р.) апарат з об'ємним дельтаподібним крилом;
- Адлер (Франція, 1897 р.) апарат у формі летючої миші з об'ємним крилом.

На початку XX ст. почали будувати аероплани, які здатні були не лише на короткий час відірватися від землі, а й могли здійснювати нетривалі, керовані людиною, польоти.

Перший аероплан братів Райт (США, 1900–1903 р.) мав чіткі геометричні форми і був побудований за раціональною формою. Перший політ аероплана братів Райт був виконаний 6 грудня 1903 р. В США стійко сформувалася тенденція до створення літаків із прямокутними або близькими до них формами несучих поверхонь. Відомими конструкторами аеропланів раціональної форми того часу були: Фербер (1902 р.), Сантос-Дюмон (1906 р.), Вуазен (1907 р.), Фарман (1907 р.), Джунг-Баг (1908 р.), Херинг (1908 р.), Кертіс (1909 р.), Коді (1909 р.).

Однак продовжували створюватися, в основному французькими конструкторами, аероплани з химерними рисами і вигнутими крилами:

- Вюйя моноплан, крило, подібне до кажана;
- Елехаммер (Данія) триплан з дельтоподібними крилами;
- Базен аероплан у формі голуба;
- Муассан моноплан із багатосекційним крилом;
- Ленюк і Монтре моноплан із крилом у формі чайки;
- **Мінге** аероплан у формі літаючого крила;
- Оуерц аероплан у формі літаючої етажерки.

Копіювання форм природних летунів припинилося лише з 1912–1913 рр. Перша світова війна вимагала масового виробництва літаків, яке стало можливим лише при впровадженні простих раціональних технологічних форм літальних апаратів. До таких аеропланів належали апарати таких конструкторів, як Блеріо, Антуанетт, Бреге, Ено-Пельтрі, Фарман тощо.

З історичного огляду створення і вдосконалення літальних апаратів випливає, що в Європейських країнах у процесі вироблення схеми і конструкції аеропланів поряд з апаратами раціональної форми створювалися апарати, вигляд яких став результатом некритичного запозичення природних форм.

Вивчаючи історію авіабудування можна відзначити своєрідну спільність технічного мислення та інженерної раціональної концепції американських, англійських і вітчизняних авіаконструкторів.

Англія створювала аероплани під впливом традиційного «здорового глузду», тому апарати формувалися як чисто технічна споруда.

Сполучені Штати Америки були молодою індустріально розвиненою країною, якої не торкнулася похмура епоха середньовіччя (інквізиція). Тому із самого початку створення аеропланів у США утвердилася раціональна форма з технологічно досконалими рішеннями і лінійними формами.

У Росії внаслідок відсталості виробничих сил формування вигляду літальних апаратів здійснювалося під впливом Західної Європи, в основному Англії. Відомі конструктори, зокрема Телешов, Можайський, Сікорський, дотримувалися чітко вираженої раціональної тенденції: чітка силова схема несучих поверхонь прямокутної або близької до неї форми з тягнучим гвинтом і розташованим ззаду хвостовим оперінням (літаки Сікорского – «Грант», «Руський витязь» та «Ілля Муромець»).

# 1.1.1.2. Основні поняття аерогідрогазодинаміки, її складові частини

Основою аеродинаміки є гідроаеромеханіка, яка вивчає:

- закони руху й рівноваги рідин і газів;
- взаємодію рідин і газів з обтічними твердими тілами.

Механіка рідинного середовища називається гідромеханікою, а механіка газоподібного середовища – аеромеханікою.

При малих швидкостях течії (набагато менше швидкості поширення звукових хвиль у середовищі M < 0,3) закони гідромеханіки і аеромеханіки однакові. При великих навколозвукових і надзвукових швидкостях течії виявляються властивості стисливості газів.

Гідромеханіка умовно розділяється на три складові частини:

- *гідростатику* науку, що вивчає закони рівноваги рідини і твердих тіл, повністю або частково занурених у нерухому рідину;
- кінематику рідини науку, що вивчає закони руху рідини як суцільне рухоме середовища незалежно від дії на нього будь-яких зовнішніх сил;
- гідродинаміку науку, що вивчає рух рідини з урахуванням зовнішніх сил, що діють на неї, а також силову взаємодію між рідиною і твердими тілами при їх відносному переміщенні (це давня наука, яка виникла при спорудженні каналів і зрошувальних систем в Єгипті, а також при будівництві кораблів).

Аеромеханіка, аналогічно гідромеханіці, так само умовно розділяється на три складові частини:

– аеростатику;

# – кінематику газу;

– аеродинаміку.

У кожній із цих частин стосовно газу вивчаються ті ж питання, що і у відповідних частинах гідромеханіки. Однак, крім загальних законів, існують і закони, властиві або лише газу або лише рідині.

Гідроаеромеханіка базується на низці наук та, в першу чергу, на теоретичних положеннях механіки.

Аеродинаміка (грец. aer – повітря, dynamic – сила) – це наука, яка вивчає:

- закони руху газу;
- сили взаємодії газового потоку з обтічними твердими тілами.

Аеродинаміка розвивалася паралельно з розвитком ЛА, тому що їх створення вимагало вивчення питань взаємодії газу з рухомими в ньому твердими тілами.

Таким чином, аеродинаміка як наука вивчає:

- умови виникнення аеродинамічних сил, які впливають на тверді тіла при їх русі відносно газового потоку;
- фактори, які впливають на величину і напрямок аеродинамічних сил;
- величину і напрямок дії аеродинамічних сил;
- особливості руху газового потоку і зміну його параметрів навколо обтічних тіл.

Історія розвитку аеродинаміки налічує понад 100 років. Як наука, вона зародилася в XIX столітті. За час свого розвитку аеродинаміка збагатилася багатьма знаннями. Тому сучасна аеродинаміка є вже комплексною наукою, яка умовно поділяється на низку самостійних наукових напрямків:

- гідроаеродинаміку;
- газову динаміку;
- гіпераеродінаміку;
- магнітодинаміку;
- супераеродинаміку.

*1) Гідроаеродинаміка* – це наука, яка вивчає закони руху рідини і газів, а також сили взаємодії їх з обтічними твердими тілами.

Засновниками механіки рідини, звідки бере початок аеродинаміка, є члени Сант-Петербургської академії наук швейцарець Леонард Ейлер і галландець Данііл Бернуллі.

Основи сучасної гідроаеродинаміки були закладені вітчизняними вченими М. Є. Жуковським, С. А. Чаплигіним і потім доповнені німецьким вченим Людвігом Прандтлем (створення теорії про примежовий шар).

М. Є. Жуковський був теоретиком аеродинаміки як науки, зокрема він:

- першим вирішив задачу «про підйомну силу»;
- створив струнку вихрову теорію грібного гвинта;
- заклав основи аеродинамічного розрахунку літака;
- створив аеродинаміку як самостійну науку.

2) Газова динаміка – це наука, яка вивчає закони руху газу при великих швидкостях, а також закони взаємодії між повітряним середовищем і твердим тілом, яке рухається в ній із великою швидкістю і при високій температурі.

Основоположником газової динаміки є вчений С. А. Чаплигін, який розробив теоретичні основи і методи дослідження руху газів із великими швидкостями й в області високих температур.

Досягнення в галузі газової динаміки широко використовуються при проектуванні і створенні ЛА, газотурбінних двигунів, а також рухомих установок, призначених для польотів із великими швидкостями.

*3) Гіпераеродінаміка* – це наука про вивчення законів руху газів і сил взаємодії при обтіканні тіл зі швидкістю, що в **5** і більше разів перевищує швидкість звуку.

*4) Магнітодинаміка* – це наука про вивчення законів взаємодії між іонізованим газом і тілом, яке рухається в ньому. При високих температурах обтікання відбувається дисоціація та іонізація повітря і воно стає електропровідним. При цьому, крім газодинамічних сил, при розрахунках необхідно враховувати і електромагнітні сили, які впливають на молекули газу.

*5) Супераеродінаміка* – це наука, яка вивчає закони обтікання тіл розрідженим газом (*на великих висотах і в космосі*).

З моменту зародження і до сьогодні аеродинаміка як наука розвивалася в трьох взаємопов'язаних напрямках:

- *теоретичному*, при якому досліджуються математичні моделі, що моделюють обтікання твердих тіл потоком газу. Моделі створюються на базі фізичних експериментів або теоретичних гіпотез. Правильність математичного моделювання перевіряється експериментом.
- експериментальному, при якому розглядаються явища такими, якими вони існують у природі, моделюються різні варіанти обтікання газовим потоком твердих тіл за допомогою спеціальних експериментальних пристроїв у лабораторних умовах (*аеродинамічних трубах*).
- прикладному, при якому з'єднуються теоретичні й експериментальні дослідження в прикладну аеродинаміку для використання її в практичних цілях.

За результатами теоретичних і експериментальних досліджень явищ обтікання твердих тіл потоком рідини або газу уточнюються наукові гіпотези і будуються нові більш точні математичні моделі. Метою експериментальної і теоретичної аеродинаміки є вивчення фізичної сутності виникнення аеродинамічних сил і моментів, а також отримання їх розмірів і напрямків дії.

Використовуючи закони і результати досліджень аеродинаміки, можна вибрати раціональну компоновку *ЛА* і встановити допустимі відхилення зовнішньої форми і розмірів при його проектуванні і будівництві.

Аеродинаміка спільно з іншого наукою – динамікою польоту – виступає теоретичною основою створення авіаційної та ракетної техніки.

**Динаміка польоту** – це наука, яка розглядає закони руху ЛА під дією на нього зовнішніх сил. Вона умовно поділяється на:

- динаміку матеріальної точки (ц. м. ПС);

– динаміку системи матеріальних точок (ЛА в цілому).

Динаміка матеріальної точки дозволяє виконати два взаємопов'язані завдання:

- *пряме* це коли за заданими зовнішніми силами і їх моментами, що діють на ЛА, визначаються траєкторія польоту і закон руху ЛА;
- непряме це коли по заданій траєкторії і встановленому законі руху визначаються потрібні аеродинамічні сили і моменти, що виникають на ЛА.

Таким чином, динаміка польоту дає теоретичне підґрунтя для розроблення техніки пілотування ЛА.

**Практична аеродинаміка ЛА** – це прикладна частина аеродинаміки і динаміки польоту. Вона розглядає явища і процеси, що протікають на всіх етапах польоту, знання яких необхідні пілоту для свідомого освоєння техніки пілотування конкретного *ЛА*, оволодіння правилами його безаварійної експлуатації.

Основоположником сучасної аеродинаміки і динаміки польоту вважається вчений Микола Єгорович Жуковський (1847–1921). Великий внесок у розвиток аеродинаміки і динаміки польоту вертольотів зробили учні Жуковського: академік Б. Ю. Юр'єв і вчений-конструктор І. П. Братухін.

# 1.1.2. Принципи польоту ЛА, види і типи ПС. Будова атмосфери землі

# 1.1.2.1. Принципи польоту ЛА, види і типи ПС 1.1.2.1.1. Поняття про літальні апарати і принципи їх польоту

Літальний апарат – це технічний пристрій, важчий за повітря, призначений для керованого переміщення в повітрі або космічному просторі. Політ ЛА грунтується на подоланні сили ваги і сили опору повітря.

У теорії аеродинаміки розрізняють три основні принципи польоту ЛА:

- *аеростатичний принцип*, який грунтується на законі Архімеда: на тіло, занурене в рідину (*газ*), діє виштовхувальна сила, спрямована вгору і рівна вазі витісненого ним об'єму рідини (*газу*) (*рис. 1.2.1*).



Рис 1.2.1. Схема аеростатичного принципу польоту

аеродинамічний принцип, який грунтується на третьому законі Ньютона: тіла впливають одне на інше з силою завжди однаковою за величиною, але спрямованою в протилежному напрямку. Така взаємодія виникає між твердим тілом і обтічним його потоком рідини або газу (*puc. 1.2.2*).



Рис 1.2.2. Схема аеродинамічного принципу польоту

Де:

*R* – це результуюча аеродинамічних сил, як результат взаємодії повітря з плоскою пластиною, встановленою під певним кутом щодо напрямку вектора швидкості руху повітряного потоку, *H*.

*Рівняння Л. Ейлера:*  $V_1 \cdot S_1 = V_2 \cdot S_2 = Q_w = const - of'ємна витрата;$ 

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{S_2}{S_1} \qquad V_2 = V_1 \frac{S_1}{S_2}$$
(1.1.1)

Рівняння Д. Бернуллі:  $\frac{\rho V_1^2}{2} + p_{cm1} = \frac{\rho V_2^2}{2} + p_{cm2} = P_n(p^*) = const - повний$ 

тиск;

Рівняння підйомної сили профілю:  $Y_a = (p_{\mu} - p_{\epsilon}) \cdot S_{\perp}$  (1.1.2)

– *балістичний принцип* – це політ у повітряному або космічному середовищі вільно кинутого тіла, який здійснюється за визначеною траєкторією під дією сили ваги тіла з урахуванням дії на нього сил опору. Такий політ може здійснюватися тільки за рахунок попередньо накопиченої кінетичної енергії (*вихідного імпульсу сили*) (*рис. 1.2.3*), при цьому імпульс сили викликає зміну кількості руху.



Рис 1.2.3. Схема балістичного принципу польоту

# 1.1.2.1.2. Види і типи повітряних суден

Повітряні судна, які здійснюють польоти в атмосфері землі, використовують аеродинамічний принцип створення підйомної сили. Рушійна сила створюється за рахунок підведення енергії від силової установки до повітряного потоку. На *ЛА* несучі поверхні можуть бути нерухомими щодо корпусу ЛА, або що обертаються чи махають.

До *ЛА*, важчого за повітря, відносяться: планери, літаки, гвинтокрилі і космічні апарати.

1. Планери – це ЛА, які здійснюють політ за рахунок використання потенційної енергії після набору висоти і руху зі зниженням при вільному польоті. Рушійною силою є поздовжня складова власної ваги планера, спрямована вперед. Планер перетворює потенційну енергію вихідної висоти польоту планера в кінетичну енергію руху зі зниженням. Компенсація витрати висоти може здійснюватися за рахунок використання підйомних потоків повітря.

**2.** Літаки – це ЛА, які здійснюють політ за рахунок створюваної силовою установкою повздожної рушійної сили і підйомної сили, яка створюється крилом при його поступальному русі щодо повітряного середовища. Рушійна сила для руху літака створюється силовою установкою.

**3.** Гвинтокрилі літальні апарати – це ЛА, які здійснюють політ за рахунок створення підйомної сили, несучими гвинтами, що обертаються. У доповнення до гвинтів можуть встановлюватися нерухомі крила. До таких ЛА належать: автожири, вертольоти, гвинтокрили.

*Автожири* – це *ЛА*, підйомна сила яких створюється *НГ*, що обертається під дією набігаючого повітряного потоку при поступальному русі автожиру, який рухається вперед зі зниженням за рахунок поздовжньої складової сили ваги автожиру або сили тяги силової установки.

Вертольоти – це ЛА, підйомна сила яких створюється одним або декількома  $H\Gamma$ , які приводилися в обертання силовою установкою. Керування вертольотом здійснюється нахилом вектора тяги  $H\Gamma$  в потрібну сторону і зміною величини тяги  $H\Gamma$ .

# 1. За кількістю НГ вертольоти поділяються на:

- одногвинтові;
- двогвинтові;
- багатогвинтові.

# 2. За способом передачі крутильного моменту потужності СУ на НГ:

- з механічним приводом;
- з газодинамічними приводом;
- з реактивним приводом.

**Одногвинтові вертольоти** мають один  $H\Gamma$  і віддалений від його вісі обертання кермовий гвинт. Основними недоліками цієї схеми є: витрата потужності на обертання рульового гвинта  $P\Gamma$ , малий діапазон поздовжніх центровок і великі лінійні розміри через наявність рульової балки.

# Двогвинтові вертольоти виконуються за:

– поздовжньою схемою;

- поперечною схемою;
- соосною схемою;
- схемою з перехресними вісями НГ.

*Вертольоти поздовжньої схеми* мають два *НГ*, розташованих по поздовжній вісі фюзеляжу вертольота. Гвинти обертаються в протилежному напрямку для врівноваження їх реактивних моментів.

- *недоліком* вертольотів такої схеми є великі індуктивні витрати в поступальному польоті, задній *НГ* працює в збуреній зоні від переднього *НГ*.
- перевагою вертольотів такої схеми є великий діапазон подовжньої центровки, гарна поздовжня стійкість, великий об'єм фюзеляжу, що дозволяє перевозити об'ємні вантажі.

**Вертольоти поперечної схеми** мають два *НГ*, розташованих по поперечній вісі, на кінцях крила або фермах. Гвинти обертаються в протилежні сторони для взаємного врівноваження реактивних моментів.

- недоліком вертольотів такої схеми є великий лобовий опір каркасів крила і ферм, ускладнення системи управління в повздожньому і поперечному каналах, малий діапазон поздовжніх центрівок;
- *перевагою* вертольотів такої схеми є аеродинамічна симетрія, що дозволяє досягти великих швидкостей польоту при порівняно малих індуктивних витратах.

**Вертольоти соосної схеми** мають два *НГ*, розташованих на одній вертикальній вісі, протилежного напрямку обертання. Для забезпечення повждовжного керування на режимі авторотації вертоліт обладнаний звичайним хвостовим оперінням.

- *перевагою* вертольотів такої схеми є компактність, малі габарити, хороша маневреність;
- *недоліком* вертольотів такої схеми є великий взаємовплив *НГ*, недостатня шляхова керованість на малих швидкостях польоту і на режимах самообертання.

*Вертольоти з перехресними вісями НГ* мають два *НГ* з нахиленими в сторони вісями протилежного синхронного обертання.

недоліком вертольотів такої схеми є складність трансмісії і системи керування, небезпека зіткнення лопатей НГ із землею при зльоті та посадці, труднощі забезпечення безпеки експлуатації вертольоту на землі.

*Багатогвинтові вертольоти* мають більше ніж два НГ, симетрично розташованих у поздовжній і поперечній площинах фюзеляжу в різному компонуванні.

 перевагою є велика вантажопідйомність і великий діапазон як поздовжньої, так і поперечної центрівок вертольоту.

**Гвинтокрил** є комбінацією літака і вертольоту. Він обладнаний  $H\Gamma$ , крилом і тягнущими гвинтами. При вертикальному відриві і на малих поступальних швидкостях польоту підйомна сила створюється  $H\Gamma$ . У міру збільшення поступальної швидкості потужність СУ перемикається на  $H\Gamma$  або обертають тягнущі гвинти, а підйомна сила створюється частково крилом і  $H\Gamma$ .

Вертольоти з реактивними НГ здійснюють політ за рахунок обертання  $H\Gamma$  від малогабаритних реактивних двигунів, установлених на кінцях лопатей. При такій схемі реактивний момент не виникає. На корпус передається момент тертя обертання, який врівноважується моментом від вертикального оперіння або від  $P\Gamma$ . Існує альтернативна схема, в якій на кінцях лопатей  $H\Gamma$  встановлюються сопла, через які видувається стиснене повітря з великою швидкістю витікання і великого об'єму, що підводиться від бортової компресорної установки.

# 1.1.2.2. Будова атмосфери Землі, її основні фізичні параметри 1.1.2.2.1. Атмосфера Землі

Атмосфера Землі – це повітряна оболонка навколо земної кулі. Нижньою межею атмосфери є поверхня Землі. Верхньою межею вважається висота 2–3 *тис. км*, де масова густина повітря в  $16 * 10^{17}$  разів менше, ніж густина біля поверхні Землі ( $\rho_0 = 1,225 \ \kappa r \ / m^3$ ).

Повітря, яке створює атмосферу, являє собою суміш газів. На поверхні Землі повітря містить наступний склад газів:

- 7**8 %** азот;
- *21 %* кисень;
- **0,93** % аргон;
- *0,03 %* вуглекислий газ.

Стан і фізичні властивості повітря характеризуються:

- тиском;
- щільністю;
- температурою;
- вологістю;
- швидкістю звуку.

# 1.1.2.2.2. Будова атмосфери Землі

Атмосфера має шарову структуру (*puc. 1.2.4 ... 1.2.6*). Умовно атмосфера поділяється на декілька основних шарів, які розрізняються за складом повітря і законами зміни температури і тиску по висоті атмосфери:



Рис 1.2.4. Схема атмосфери Землі

1. Тропосфера – це шар атмосфери, що прилягає до поверхні Землі. Висота шару над полюсами дорівнює  $8 \kappa m$ , а над екватором –  $18 \kappa m$ , умовно вважається, що середня висота тропосфери дорівнює  $11 \kappa m$ . У тропосфері зосереджено 80 % усієї маси повітря атмосфери. Температура повітря в цьому шарі знижується на  $6,5^{\circ}C$  на кожен кілометр висоти. У тропосфері спостерігаються метеорологічні явища: хмарність та опади. Перехідний шар між тропосферою і стратосферою називається тропопаузою.

2. Стратосфера – це шар атмосфери, розташований над тропопаузою, який поширюється до висоти 40 км. Температура до висоти H = 25 км постійна і дорівнює -56,5°C, а далі підвищується з кожним кілометром на  $1-2^{\circ}C$ . Перехідний шар між стратосферою і мезосферою називається стратопаузою.

3. Мезосфера – це шар атмосфери, розташований над стратопаузою, який поширюється до висоти  $H = 80 \ \kappa m$ . У мезосфері температура знижується до -  $88^{0}C$  і далі залишається постійною до висоти  $H = 95 \ \kappa m$ . У мезосфері формуються вітри, швидкість яких досягає декількох *сомень км/год*. Між мезосферою і термосферою є перехіднию шар, який називається мезопаузою.

4. Термосфера – це шар атмосфери, розташований на висотах від 80 км до 2–3 тис. км, який характеризується підвищенням температури до + 2000<sup>0</sup>–3000<sup>0</sup>C. Так, на висоті H = 600 км температура досягає 1500<sup>0</sup>–2000<sup>0</sup>C. Однак унаслідок низької щільності повітря висока температура середовища не викликає нагрівання поверхні тіл, що рухаються в термосфері.

У свою чергу, термосфера умовно розділяється на два проміжні шари:

– іоносферу та екзосферу:



Рис. 1.2.5. Структура атмосфери і склад повітря Землі

*Іоносфера* – це частина термосфери, яка поширюється від висоти *80 км* і до *600 км* та характеризується тим, що в ній проявляється властивість відбиття радіохвиль, яка забезпечує можливість набагато подовжити радіозв'язок, у ній формується полярне сяйво. Повітря через високу температуру іонізується і стає електропровідним. Тому, крім аеродинамічного впливу на обтічні тіла, необхідно враховувати і електромагнітний вплив на молекули повітря.

*Екзосфера* – це частина термосфери, яка поширюється від висоти 600 км до висоти 2–3 тис. км. та є середовищем розсіювання частинок повітря. Швидкість руху молекул повітря досягає 12 км/с (більше ніж ІІ космічна швидкість), тому частина молекул із часом виходить із гравітаційного поля тяжіння землі.

Розмір космічних швидкостей польоту:

- 1) перша 7,9 км/с, дозволяє вийти космічному апарату на космічну орбіту і стати супутником Землі;
- 2) друга 11,2 км/с, дозволяє вийти космічному апарату з гравітаційного поля Землі і виконати політ до планет нашої Сонячної системи;
- 3) третя 16,7 км/с, дозволяє вийти космічному апарату за межі нашої Сонячної системи і виконати переліт в іншу систему.



Рис. 1.2.6. Схема будови атмосфери і зміна параметрів Землі

*Міжнародна стандартна атмосфера* (MCA) – це умовне найменування повітряного середовища, стан якого відповідає середньорічним значенням параметрів повітря для середніх широт на рівні світового океану.

При нормальних умовах стандартної атмосфери фізичні параметри повітря відповідають:

-  $T_0 = 288^{0} K (273 + 15^{0});$   $p_0 = 101325 \Pi a (760 \text{ MM. pm. cm.});$ -  $\rho_0 = 1,225 \text{ Ke/M}^3;$   $a_0 = 340,28 \text{ M/c.}$ 

При проектуванні і створенні ЛА всі розрахунки здійснюються для умов стандартної атмосфери. Результат випробувань перераховується з істинних атмосферних умов до стандартних умов. Це дає можливість порівнювати різні ЛА за їх льотними характеристиками.

# 1.1.3. Загальні відомості про рідину і гази. Фізико-механічні властивості й параметри рідини і газу

## 1.1.3.1. Основні фізичні властивості рідин і газів

# 1.1.3.1.1. Поняття про фізичну структуру рідини і газу

Рідиною називається фізичне тіло, яке характеризується певними властивостями, а саме:

- наявністю певного об'єму, як тверде тіло;
- відсутністю певної форми, як газ.

За фізичним станом розрізняють два види рідин (*puc. 1.3.1*):

- краплинні (нестисливі);
- газоподібні (стисливі).



Рис. 1.3.1. Умовні види рідин

*Краплинні рідини* – це фізичний стан речовин, які в малих об'ємах приймають форму сфери, а у великих – утворюють вільну поверхню. Особливістю крапельних рідин є те, що вони мало змінюють свій об'єм при сильній зміні тиску і температури та вважаються практично нестисливими (*puc 1.3.2*). До крапельних рідин належать речовини, які в нормальних стандартних умовах мають агрегатний стан – рідини.

*Газоподібні рідини* – це фізичний стан речовин, які в нормальних стандартних умовах мають агрегатний стан газу. Газоподібні рідини здатні до значного зменшення свого об'єму під дією тиску (*puc. 1.3.2*) і необмеженого розширення при зменшенні тиску та мають властивість стисливості.

Краплинна рідина чинить опір стисненню: при зміні тиску і температури об'єм рідини змінюється мало. Рідина через слабкі сили взаємозв'язку між молекулами практично не чинить опір деформації зсуву і має унікальну фізичну властивість – плинність. Завдяки цій властивості рідина не має власної форми і приймає форму того посуду, в якому вона знаходиться. Рідина і газ не чинять опору повільній і незначній деформації зсуву. Водночає при швидких деформаціях зсуву сили опору досягають великих розмірів. Рідина на відміну від газу може чинити опір розтягуючим зусиллям. У газі таких зусиль не виникає.



Рис. 1.3.2. Схема демонстрації властивостей крапельної (**a**) і газоподібної (**б**) рідин

Незважаючи на відмінність крапельної і газоподібної рідин, закони руху їх за певних умов можна вважати однаковими, а саме коли швидкості їх течії невеликі порівняно зі швидкістю звуку (M < 0,3).

В аерогідрогазодінаміці розглядаються два види рідин: ідеальна і реальна. *Ідеальна рідина* – це такий фізичний стан речовини (*віртуальний*), який

не має властивості в'язкості і абсолютно нестисливий. Ідеальна рідина введена в теорію аерогідрогазодинаміки математиком, професором Санкт-Петербургзької академії наук Леонардо Ейлером для полегшення і спрощення складання математичних моделей обтікання рідиною твердих тіл, а також спрощення проведення досліджень і розрахунків.

*Реальна рідина* – це такий фізичний стан речовини, який має властивості в'язкості та стисливості.

При вивченні властивостей і явищ аеродинаміки як навколишнього середовища розглядається в основному газове середовище, тому що повітря являє собою суміш певних газів.

Фізична сутність процесів взаємодії потоку рідини з твердим тілом, виникнення аеродинамічних сил і моментів, а також їх величина і напрямок дії залежать від фізичних властивостей середовища.

# До фізичних властивостей рідини належать:

- інертність, в'язкість;
- стисливість, плинність;
- питома теплоємність.

Фізичні властивості рідини, що визначають її стан, характеризуються фізичними параметрами, а саме:

– температурою, тиском;

щільністю, швидкістю звуку;

- вологістю.

# 1.1.3.1.2. Характеристика фізичних властивостей рідини 1.1.3.1.2.1. Інертність

*Інертність* – це фізична властивість рідини чинити опір зміні стану відносного спокою або рівномірного прямолінійного руху (*відповідно до першого закону Ньютона*).

Мірою інертності рідини служить його масова густина. Чим вище густина рідини, тим більше зусиль необхідно докласти до її маси, щоб вивести з рівноважного стану.

# 1.1.3.1.2.2. В'язкість

В'язкість – це фізична властивість рідини чинити опір відносному зсуву її шарів. Фізичною суттю в'язкості є сили внутрішнього тертя. Зі збільшенням температури газу його в'язкість збільшується внаслідок збільшення хаотичного руху частинок газу і перемішування шарів газу по товщині (*висоті*) середовища.

При наявності в'язкості швидкість переміщення сусідніх шарів рідини відносно один одного неоднакова (*puc. 1.3.3*).



Рис. 1.3.3. Схема зміни повздовжньої швидкості потоку по товщині примежового шару

$$V_{xi} = V_{xi-1} + dV_{xi}$$

Розглянемо дію зовнішніх сил на плоску пластину, площею  $S_{AB}$  (*puc.* 1.3.3).

З боку верхніх шарів на пластину AB площею  $S_{AB}$  діє нормальна сила тиску (P).

Шар, у якому відбувається зміна швидкості течії у міру віддалення від обтічної поверхні твердого тіла до швидкості незбуреного потоку називається *примежовим шаром*.

Внаслідок наявності дотичної сили (T) увздовж поверхні  $S_{AB}$  швидкості течії по товщині примежового шару змінюються, таким чином має місце градієнт швидкості  $\frac{dV_x}{dy}$  течії рідини по товщині шару.

Сила нормального тиску дорівнює добутку нормального тиску на площу поверхні пластини

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{S}_{AB}, \left(\boldsymbol{H}, \, \boldsymbol{\kappa} \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{c}\right) \tag{1.1.3}$$

Між шарами рідини виникає дотичне напруження, яке викликає силу тертя, спрямовану по дотичній до поверхні *АВ* на площі *S*<sub>*AB*</sub>.

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{S}_{AB}, \left(\boldsymbol{H}, \, \boldsymbol{\kappa} \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{c}\right) \tag{1.1.4}$$

*Ковзною напругою* рідини називається фізичний параметр, який показує відношення сили тертя *T* до площі поверхні *S*<sub>AB</sub> по дотичній до неї.

$$\tau = \lim_{dS \to 0} \frac{dT}{dS}, \left(\frac{H}{M^2}, \Pi a\right)$$
(1.1.5)

Згідно з гіпотезою Ньютона про закон внутрішнього тертя при шаруватій течії потоку дотичне напруження тертя визначається за формулою:

$$\tau = \mu \frac{dV_x}{dy}, \qquad (1.1.6)$$

де:

$$\mu$$
 – динамічний коефіцієнт в'язкості,  $\frac{H \cdot c}{m^2}$ ;

$$\frac{dV_x}{dy}$$
 – градієнт швидкості по товщині примежового шару,  $\frac{M}{c \cdot MM}$ .

В'язкість рідини оцінюється коефіцієнтами динамічної ( $\mu$ ) і кінематичної (v) в'язкості, вплив температури на в'язкість рідини оцінюється параметром – градусом Енглера ( ${}^{\theta}E$ ) (*puc 1.3.4*).

Коефіцієнт динамічної в'язкості являє собою відношення діючого дотичного напруження до градієнту швидкості коефіцієнт (µ) та служить мірою опору рідини течії під впливом сил тиску і масових сил.



Рис. 1.3.4. Схема показників в'язкості рідини

За одиницю динамічної в'язкості в системі СІ прийнята в'язкість такої рідини, яка чинить опір із силою в **1H** взаємному переміщенню двох шарів рідини, що мають площі  $S = 1m^2$  і знаходяться один від одного на відстані y = 1mі переміщаються з відносною швидкістю V = 1m/c (рис. 1.3.5).



Рис. 1.3.5. Схема визначення динамічної в'язкості

Динамічний коефіцієнт в'язкості є вимірником в'язкості рідини під дією гравітаційних сил і сил зовнішнього тиску. Величина коефіцієнта динамічної в'язкості визначається капілярним або ротаційним віскозиметрами:

$$\mu = \boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{t} \cdot \boldsymbol{p}, \boldsymbol{\Pi} \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c} (\boldsymbol{nya3}). \tag{1.1.7}$$

де:

С – поправочний коефіцієнт віскозиметра;

*t* – час перетікання досліджуваної рідини, с;

*p* – зовнішній тиск, що діє на рідину, Па.

Часто в аеродинаміці використовується кінематичний коефіцієнт в'язкості, який є вимірником в'язкості рідини тільки під дією гравітаційних сил. Величина коефіцієнта кінематичної в'язкості визначається капілярним віскозиметром:

$$v = \boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{t}, \ \boldsymbol{a} \boldsymbol{\delta} \boldsymbol{o} \ v = \frac{\mu}{\rho}, \ \boldsymbol{m}^2 / \boldsymbol{c} (\boldsymbol{c} \boldsymbol{m} \boldsymbol{o} \boldsymbol{\kappa} \boldsymbol{c})$$
(1.1.8)

В'язкість крапельних рідин залежить від температури і зменшується з її збільшенням. Для рідин більш плинних, ніж вода, для вимірювання в'язкості застосовується віскозиметр Енглера. В'язкість рідини при цьому характеризується числом умовних градусів Енглера:

$$1^{\circ} \boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{t}}{\boldsymbol{t}_{\boldsymbol{e}\boldsymbol{o}\boldsymbol{\partial}}}, \qquad (1.1.9)$$

де:

 $t_{600} = 51,6c_{-водне число.}$ 

Після визначення в'язкості рідини в умовних градусах Енглер кінематична в'язкість обчислюється за емпіричною формулою:

$$v = 0,073 \cdot {}^{\circ}E - \frac{0,063}{{}^{\circ}E}$$
 (1.1.10)

Характеристикою ступеня прояву сил інерції по відношенню до сил в'язкості є число Рейнольдса – *Re*.

$$\operatorname{Re} = \frac{V_{\infty} \cdot L}{v}, \qquad (1.1.11)$$

де:

L – характерний лінійний розмір обтічного тіла (l, d, b), м;

 $V_{\infty}$  – швидкість незбуреного потоку рідини, *м/с*;

*v* – кінематичний коефіцієнт в'язкості, *м<sup>2</sup>/с*, (Стокс).

Зі збільшенням числа Рейнольдса (*Re*) знижується вплив в'язкості середовища при обтіканні твердих тіл. При  $v = 0 - Re^{\uparrow} \rightarrow = \infty$  рідина вважається ідеальною, яка не має в'язкості.

#### 1. Задача – 1.3.1:

1) Об'єм  $W = 200 \ cm^3$  мінерального масла при температурі  $t = +50^{\circ}C$ витікає Із віскозиметра Енглера за годину  $\tau_m = 327 \ c$ . Водне число приладу дорівнює  $\tau_6 = 51 \ c$ . Масова Густина масла дорівнює  $\rho = 910 \ \kappa c/m^3$ . Визначити умовно в'язкість масла в  ${}^{\circ}BV$ , коефіцієнт кінематичної в'язкості v і коефіцієнт динамічної в'язкості  $\mu$ .

# 1.1.3.1.2.3. Стисливість

*Стисливість* – це фізична властивість речовини змінювати свій об'єм і густину при дії на неї тиску і температури.

Стисливість крапельної рідини характеризується коефіцієнтом об'ємного стиснення ( $\beta_p$ ), який являє собою відносну зміну об'єму рідини, що припадає на одиницю зміни тиску:

$$\beta_p = -\frac{1}{W_0} \frac{dW}{dp}, \frac{M^2}{H}, \qquad (1.1.12)$$

де:

 $W_0$  – первинний об'єм рідини,  $M^3$ ;

*dW*– зміна обсягу при зміні тиску, *м*<sup>3</sup>;

*dp* – зміна тиску в рідині, *Па*.

Розглядаючи кінцеві збільшення тиску  $\Delta p = p - p_0$  і зміни об'єму  $\Delta W = W - W_0$ , отримаємо:

$$\boldsymbol{W} = \boldsymbol{W}_0 \left( 1 - \boldsymbol{\beta}_p \cdot \Delta \boldsymbol{p} \right), \boldsymbol{M}^3$$
(1.1.13)

Або враховуючи вплив тиску на густину рідини отримаємо вираз:

$$\rho = \rho_0 \frac{1}{1 - \beta_p \cdot \Delta p}; \overset{\kappa_2}{\not M^3}.$$
(1.1.14)

## 2. Задачі - 1.3.2:

1) Визначити відносну зміну масової густини нафти при її стисканні від  $p_1 = 1 \ 10^5$  до  $p_2 = 1 \ 10^6$  Па, якщо коефіцієнт об'ємного стискання нафти дорівнює  $\beta p = 7,4 \ 10^{-10} \ \Pi a^{-1}$ .

2) Визначити зміну тиску і масової густини в кінці стискання, при якому початковий об'єм води зменшився на 2,5%, об'ємний коефіцієнт стискання дорівнює  $\beta p = 5.5 * 10^{-10} m^2 / \Gamma$ , первинна масова густина складає 920 кг/m<sup>3</sup>.

3) Посудину заповнено водою об'ємом W = 3000 n. Як зміниться об'єм при збільшенні тиску на  $\Delta p = 250 \kappa \Gamma c/cm^2$  і масова густина? Коефіцієнт об'ємного стискання дорівнює  $\beta_p = 47,5 * 10^{-10} \text{ м}^2/\kappa\Gamma c$ , первинна масова густина –  $\rho = 940 \kappa c/m^3$ .

Величина, зворотна коефіцієнту об'ємного стиснення крапельної рідини

 $\beta_p$ , називається модулем пружності рідини *E*:

$$\boldsymbol{E} = \frac{1}{\beta_p}; \boldsymbol{H}_{\mathcal{M}^2}$$
(1.1.15)

Для крапельних рідин модуль пружності (E) дещо зростає зі збільшенням температури і тиску. У більшості випадків краплинні рідини можна вважати практично нестисливими. Але при дуже високому тиску і при пружних коливаннях стисливість рідини необхідно враховувати. Стиснення рідини в основному обумовлено стисненням розчиненого в ній повітря і парів рідини.

#### 3. Задачі — 1.3.3:

1) Визначити зміну об'єму масла з підвищенням тиску в циліндрі на  $\Delta p = 25 \kappa \Gamma c/cm^2$ , якщо перед цим масло містилось в масивному товстостінному циліндрі з внутрішнім діаметром d = 30 mm і довжина  $l = 40 \partial m$ . Модуль пружності масла  $E = 1,33 \Gamma \Pi a$ .

2) Визначити зміну тиску, при якому початковий об'єм води зменшився на 25 %, об'ємний коефіцієнт стискання дорівнює  $\beta_p = 4.5 \times 10^{-10} M^2/H$ .

Характеристикою стисливості газоподібної рідини служить число Маха:

$$M = \frac{V}{a}.$$
 (1.1.16)

За ступенем стисливості повітря швидкість газового потоку умовно розділяється на діапазони:

- V< a, M<1 – дозвуковий;

– V≈a, M≈1 – трансзвуковий;

- V>a, M>1 − надзвуковий;

*− V≫а, М≫1 – гіперзвуковий.* 

#### 4. Задача - 1.3.4:

1) Визначити число Маха і число Рейнольдса на висоті  $H=10000 \ m$ , якщо швидкість літака дорівнює  $V=900 \ \kappa m/200$ , коефіцієнт кінематичної в'язкості повітря на висоті дорівнює  $v = 3,55 * 10^{-5} \ m^2/c$ , хорда крила –  $b=1,5 \ m$ .

#### 1.1.3.1.2.4 Температурне розширення

Властивість протилежна стисливості називається розширенням.

*Температурне розширення* – це властивість краплинної рідини змінювати свій об'єм при зміні її температури, що характеризується коефіцієнтом температурного (*об'ємного*) розширення  $\beta_t$ , який являє собою відносну зміну об'єму при зміні температури на  $1^0C$  і при постійному тиску p = const:

$$\beta_t = \frac{1}{W} \frac{dW}{dT}; \frac{1}{K}, \qquad (1.1.17)$$

де:

*W*<sub>0</sub> – первинний об'єм рідини, *м*<sup>3</sup>;

*dW*– зміна об'єму при зміні температури, *м*<sup>3</sup>;

dT – зміна температури в рідини,  ${}^{0}K$ .

Розглядаючи кінцеві збільшення об'єму  $\Delta W = W - W_0$  і температури  $\Delta T = T - T_0$ , отримаємо формулу для визначення об'єму:

$$\boldsymbol{W} = \boldsymbol{W}_0 \left( 1 + \boldsymbol{\beta}_t \cdot \Delta \boldsymbol{T} \right)$$
(1.1.18)

З огляду на вплив температури на зміну масової густини рідини отримаємо вираз:

$$\rho = \rho_0 \frac{1}{1 + \beta_t \cdot \Delta T}.$$
(1.1.19)

#### 5. Задачі — 1.3.5:

1) Визначити зміну об'єму в резервуарі при нагріванні її від температури  $t_1 = +20^{\theta}C$  до  $t_2 = +40^{\theta}C$ . Первинний об'єм води дорівнює  $W_{\theta} = 100 \text{ m}^3$ . Коефіцієнт об'ємного розширення в заданому інтервалі температур при тиску  $p = 10^5 \Pi a$  дорівнює  $\beta t = 0,00029 1/^{\theta}K$ .

2) Мінеральне масло підводиться до гідродвигуна при температурі  $t_1 = + 30^{\circ}C$  в кількості  $Q_w = 10 \ n/c$ . За гідродвігуном температура масла дорівнює  $t_2 = + 70^{\circ}C$ . Яка кількість мастила зливається з гідродвигуна, якщо його температурний коефіцієнт об'ємного розширення дорівнює  $\beta t = 6,5 * 10^{-4} \ 1/^{\circ}K$ ?

3) Визначити масову густину води при збільшенні температури від  $t_1 = +15^{\theta}C$  до  $t_2 = +40^{\theta}C$ , коефіцієнт об'ємного розширення дорівнює  $\beta t = 0,00031 \ 1/^{\theta}K$ , масова густина при температурі  $t_2 = +40^{\theta}C$  дорівнює  $\rho = 960 \ \kappa z/m^3$ .

#### 1.1.3.1.2.5. Плинність

Плинність – це фізична властивість рідини приймати форму посудин, у яких вона знаходиться, через слабкі міжмолекулярні зв'язки. Якщо розширити стінки посудин до нескінченності, то рідина розтечеться до товщини шару, що дорівнює розміру молекули.

$$\eta = \frac{1}{\mu}; \mathcal{M}^2 / \mathcal{H} \cdot c$$
(1.1.20)

#### 1.1.3.1.2.6. Питома теплоємність

Питома теплоємність – це фізична властивість газу, яка характеризується кількістю витраченого тепла, необхідного для нагрівання  $l \kappa r$  газу на  $l^0 C$ . Питома теплоємність залежить від умов нагрівання:

1. При постійному тиску (p = const) – ( $C_p$ ) тепло витрачається не тільки на підвищення температури газу (T), а й на виконання механічної роботи (F) (*puc.* 1.3.6).



Рис. 1.3.6. Схема питомої теплоємності при постійному тиску

2. При постійному об'ємі (W = const) – ( $C_w$ ) тепло витрачається не тільки на підвищення температури газу (T), але і на підвищення тиску (p = var) (*puc.* 1.3.7).

$$Q = C_p - C_w$$

де:

 $C_p$  – питома теплоємність при постійному тиску (p = const);

 $C_w$  – питома теплоємність при постійному об'ємі (W = const);

*Q* – кількість тепла, що витрачається на виконання механічної роботи розширення, *ккал*.



Рис. 1.3.7. Схема питомої теплоємності при постійному об'ємі

Рівняння стану газу при підведенні тепла:

$$\boldsymbol{R} = \frac{1}{A} \cdot \left( \boldsymbol{c}_{p} - \boldsymbol{c}_{w} \right) = \frac{1}{A} \cdot \boldsymbol{Q}, \qquad (1.1.21)$$

де:

 $\frac{1}{A}$  механічний еквівалент тепла,  $\frac{\kappa \Gamma c \cdot m}{\kappa \kappa a \pi}$ ;

**R** – газова постійна, що являє собою механічну роботу розширення **1** *кг* газу при нагріванні його на  $l^0C$ ,  $\frac{\kappa\Gamma c \cdot m}{\kappa c \cdot c}$ .

# 1.1.3.2. Характеристика фізичних параметрів газу 1.1.3.2.1. Температура середовища

*Температурою* називається фізичний параметр, який характеризує ступінь нагрітості середовища й інтенсивність молекулярного хаотичного руху в рідині (*газі*). Чим вище температура середовища, тим швидше рухаються молекули і навпаки: чим швидше рухаються молекули, тим вища температура середовища.

Для вимірювання температури середовища в світі використовуються дві основні вимірювальні системи (*puc. 1.3.8*).





1. Міжнародна (*практична*) температурна шкала (*МПТШ*) – шкала Цельсія ( ${}^{\theta}C$ ), при якій за  $\theta^{\theta}C$  прийнята температура танення льоду, а за  $100^{\theta}$  – температура кипіння води.

2. Міжнародна термодинамічна шкала (МТДШ) – шкала Кельвіна (К).

За **0** *К* прийнята температура середовища вакууму, при якій практично повністю припиняється тепловий (*хаотичний*) рух молекул середовища і за шкалою Цельсія вона дорівнює -273,16<sup>0</sup> *С*.

Виміряна за шкалою Кельвіна температура називається абсолютною і позначається через *ТК*.

Залежності між використовуваними температурними системами вимірювання температури виражаються формулою:

$$T^{\circ}, K = t^{\circ}, C + 273^{\circ}$$
  
 $t^{\circ}, C = T^{\circ}, K - 273^{0}$ 

3. Національні температурні шкали.

У Великобританії, США і Франції використовуються свої національні системи вимірювання температури:

t, °F = 
$$\frac{9}{5}$$
t, °C + 32 =  $\frac{9}{4}$  (t ° R + 32 °);

3.2 . У Франції використовується шкала Реомюра ( ${}^{\theta}R$ )

t, °
$$R = \frac{4}{5}$$
 t°C,  $=\frac{4}{9}$  (t ° F-32 °).

Переведення з національних температурних систем вимірювання в шкалу Цельсія має вигляд:

t, °C = 
$$\frac{5}{4}$$
t,  $R = \frac{5}{9}$  (t ° F-32 °).

Закон зміни температури повітря в тропосфері по висоті атмосфери:

$$\boldsymbol{t}_{H} = \boldsymbol{t}_{0} - 6, 5 \cdot \boldsymbol{H}$$
(1.1.22)

#### 6. Задачі — 1.3.6:

*1)* Визначити, на скільки градусів і у скільки разів підвищилась температура газу за шкалами Цельсія і Кельвіна, якщо при стисканні газу в циліндрі двигуна температура підвищилась від температури  $+30^{\circ} C \partial o + 300^{\circ} C$ .

2) Визначити швидкість польоту літака на висоті, при температурі  $-50^{\circ}C$ , якщо температура на землі дорівнює  $+15^{\circ}C$ , число Маха дорівнює M = 0,8 на висоті польоту.

#### 1.1.3.2.2.Тиск

*Тиском* речовини називається фізичний параметр, що являє собою силу, яка діє на одиницю площі, перпендикулярно до її поверхні (*puc. 1.3.9*).

Якщо виділити в потоці рідини (газу) нескінченно малу ділянку площею dS, то в *м*. *А* на неї буде діяти сила тиску (dP) і ковзна сила (*тертя*) (dT).



Рис. 1.3.9. Схема виникнення нормальних і ковзних сил

На підставі гіпотези про безперервність середовища тиск, розподілений по площі поверхні, визначається за формулою:

$$\boldsymbol{p} = \lim_{dS \to 0} \frac{dP}{dS}.$$
 (1.1.22)

При стаціонарному режимі руху потоку нормальна сила тиску ( $\Delta P$ ) діє на ділянку поверхні площею ( $\Delta S$ ), тоді середня величина тиску в межах цієї поверхні буде дорівнювати:

$$\boldsymbol{p_{cp}} = \frac{\Delta \boldsymbol{P}}{\Delta \boldsymbol{S}}.$$
 (1.1.23)

Якщо рідина знаходиться в стані спокою, то величина тиску в ній не залежить від орієнтації ділянки в просторі, тому що всі напрямки хаотичного руху молекул різновірогідні. Тиск, що виникає при цьому, називається статичним. Величина його характеризує енергію хаотичного руху молекул, що знаходиться в одиниці об'єму рідини. Дана енергія називається потенційною енергією сил тиску.

При прямолінійному русі рідини з певною швидкістю потоку  $\vec{V}$  до швидкості хаотичного руху молекул додається додаткова складова, і в сумі вони викликають виникнення динамічного тиску, при цьому виникає енергія, що називається кінетичною енергією, яка пропорційна швидкості потоку ( $V^2$ ). Таким чином, повний тиск дорівнює сумі динамічного і статичного тисків і залежить від величини і напряму швидкості руху рідини щодо обтічної поверхні:

$$\boldsymbol{p}_n = \boldsymbol{p}_{cm} + \boldsymbol{p}_{\partial un}; \qquad (1.1.24)$$

$$\boldsymbol{p}_{\partial \boldsymbol{u}\boldsymbol{h}} = \frac{\rho \boldsymbol{V}^2}{2} \,. \tag{1.1.25}$$

Закон зміни нормального тиску повітря по висоті тропосфери:

$$p_H = p_0 \frac{16.8 - H}{16.8 + H}, \qquad (1.1.26)$$

Тиск вимірюється в одиницях систем вимірювання:

#### 1 Технічна атмосфера:

$$1 am = 1 = 10000 = 10 \text{ m.eod.cm.} = 735,6 \text{ mm.pm.cm.} = 98000 \Pi a \frac{\text{K}^{12} \text{C}}{\text{C}^{12} \text{M}^{2}}$$

#### 2 Фізична атмосфера:

760 мм.рт.ст. = 1,0332 = 
$$101320 \frac{\text{Kl'c}}{\text{см}^2} \frac{\text{H}}{\text{м}^2}$$
.

Для переведення величини тиску з розмірності однієї системи вимірювання в іншу використовуються спрощені формули:

$$p_{\phi \mu s} = 735, 6 \cdot p_{mex}, (MM \ pm.cm.);$$

$$p_{mex} = \frac{p_{\phi \mu s}}{735, 6}, (\kappa \Gamma c/M^2);$$

$$p_{Cl} = p_{mex} \cdot 9, 81 \cdot 10^4, (H/M^2, \Pi a),$$

де:

$$p_{\phi i 3}$$
 – тиск, *мм. рт. ст.*;  
 $p_{mex}$  – тиск,  $\kappa \Gamma c/cm^2$ ;  
 $p_{CI}$  – тиск,  $\Pi a$ .

#### 7. Задачі — 1.3.7:

1) Літак летить на висоті, що відповідає температурі навколишнього середовища  $t_{H_{6}} = -35^{\circ}C$  зі швидкістю  $V = 720 \kappa m/200$ . Визначити повний тиск, що діє на елементи конструкції ЛА.

2) У польоті на висоті **H** = 3000м на літак діє повний тиск **p**\* = 103кПа. Визначити швидкісний тиск, що діє на літак, і швидкість польоту літака.

#### 1.1.3.2.3. Масова густина, питома вага і питомий об'єм речовини

*Масова густина* – це фізичний параметр речовини, який характеризує ступінь концентрації його маси в одиниці визначеного об'єму (*puc. 1.3.10*).

$$\rho = \lim_{\Delta w \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta W}.$$
 (1.1.27)



Рис. 1.3.10. Схема виникнення масової густини

Маса речовини  $\epsilon$  мірою його інертності, а масова щільність  $\epsilon$  показником його інертності.

$$\rho = \frac{m}{W}, \frac{\kappa c}{M^3} \left( \frac{\kappa \Gamma c \cdot c^2}{M^4} \right), \qquad (1.1.28)$$

де

*m* – маса повітря, кг;

W – об'єм повітря, м<sup>3</sup>.

Масова густина істотно залежить від температури. Тому для ідеальних газів має місце рівняння Клайперона-Менделєєва, яке характеризує рівняння стану газу, звідки випливає, що масова густина знаходиться в зворотній залежності від температури:

$$\frac{p}{\rho} = RT, \quad solideu \ \rho = \frac{p}{RT}, \quad aoo \ p \cdot w = RT$$
(1.1.29)

Відносна густина газу характеризує відношення масової густини на певній висоті до масової густини на рівні світового океану.

$$\Delta = \frac{\rho_H}{\rho_0} \tag{1.1.30}$$

На рівні світового океану:  $H_0 = 0$  км:  $T_0 = 288^0 K$ ;  $\rho_0 = 1,225$  кг/м<sup>3</sup>;  $p_0 = 101320$  Па.

Закон зміни масової густини по висоті тропосфери:

$$\rho_{H} = \rho_{0} \cdot \frac{20 - H}{20 + H}$$
(1.1.31)

Питома (об'ємна) вага – це фізичний параметр, який характеризує ступінь концентрації ваги речовини, в одиниці визначеного об'єму (*puc. 1.3.11*):

$$\gamma = \frac{G}{W} = \frac{m \cdot g}{W} = \rho \cdot g; \frac{H}{M^3} \left( \frac{\kappa \Gamma c}{M^3} \right).$$
(1.1.32)  
$$G = 1H_{W} = 1 M^3$$

Рис. 1.3.11. Схема визначення питомої ваги

Питомий об'єм – це фізичний параметр, який характеризує величину об'єму речовини, що займає його одиниця маси

$$w = \frac{W}{m} = \frac{1}{\rho}; \frac{m^3}{\kappa^2}.$$
(1.1.28)

#### 8. Задачі — 1.3.8:

1) Визначити масову густину, питому вагу і питомий об'єм, якщо вага газу дорівнює  $G = 7 \Gamma$ , а об'єм циліндра складає W = 0,9 n.

2) Визначити коефіцієнт кінематичної в'язкості повітря на висоті H = 10000 m, якщо коефіцієнт динамічної в'язкості на цій висоті дорівнює  $\mu = 1,457 * 10^{-5} H c/m^2$ .

3) Визначити число Маха і швидкісний тиск, якщо швидкість польоту літака на висоті **H** = 8000 м дорівнює V = 720 км/год.

4) Визначити статичний тиск, масову густину і швидкість звуку на висоті, якщо температура на землі дорівнює  $t = +10^{\theta}C$ , а на висоті  $t_{\mu} = -40^{\theta}C$ .

5) Визначити питомий об'єм, питому вагу і масову густину повітря на виході із сопла ТРД, якщо відомо, що тиск дорівнює  $p = 1,2 \kappa \Gamma c/cm^2$ , а температура  $t = 500^{\circ}C$ .

6) Тиск повітря на виході із компресора ТРД дорівнює  $p = 10 \kappa \Gamma c/cm^2$ , температура  $t = +400^{\circ}C$ . Визначити питомий об'єм, масову густину і питому вагу повітря.

7) Визначити вагу повітря, яке надійшло в циліндр, якщо об'єм циліндра при русі поршня вниз дорівнює  $W = 4\pi$ , тиск і температура в кінці такту всмоктування дорівнюють  $p = 1,5 \kappa \Gamma c/cm^2$  і  $t = 90^{0}C$ .

8) У скільки разів зменшиться об'єм газу в циліндрі в процесі стискання, якщо перед стисканням тиск і температура дорівнювали  $p_1 = 1,8 \kappa \Gamma c/cm^2$  і  $t_1 = 35^{\theta}C$ , а в кінці стискання тиск і температура дорівнювали  $p_2 = 16 \kappa \Gamma c/cm^2$  і  $t_2 = 600^{\theta}C$ ?

9) Визначити вагу повітря, що міститься в бортовому балоні гальмівної системи вертольоту, якщо об'єм балону дорівнює  $W = 6\pi$ , тиск дорівнює  $p = 190 \kappa \Gamma c/cm^2$ , а температура  $t = +35^{\circ}C$ .

#### 1.1.3.2.4. Швидкість звуку в середовищі

Швидкістю звуку називається швидкість поширення слабких хвиль збурень стиснення і розрідження в газовому або рідинному середовищі.

Нехай зміна тиску p на  $\Delta p \rightarrow$  викликала зміну щільності газу або рідини  $\rho$  на  $\Delta \rho$ , тоді:

$$\frac{dp}{d\rho} = a^2 \tag{1.1.29}$$

Процеси поширення звукових хвиль у повітряному середовищі можна вважати ізоентропічними, тому рівняння матиме вигляд:

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{c} \cdot \boldsymbol{\rho}^{\boldsymbol{k}}$$

де:

С-газова постійна;

 $k = \frac{C_p}{C_w}$  – показник адіабати, (для повітря k = 1, 41);

 $C_p$  – питома теплоємність газу при p = const;

 $C_w$  – питома теплоємність газу при w = const.

При інтегруванні рівняння ізоентропи отримаємо:

$$\frac{dp}{d\rho} = k \frac{c \cdot \rho^k}{\rho} = k \frac{p}{\rho}, \quad a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{k \frac{p}{\rho}}$$

Використовуючи рівняння стану газу  $\frac{p}{\rho} = RT$ , отримаємо  $a = \sqrt{kRT}$ ,

де:

*R* – газова постійна для *1 кг* газу.

Для повітря в системі СІ:  $R = 287, 14 \frac{Д \mathcal{H}}{\kappa 2 \cdot {}^{0}K}$ , а в технічній системі:

 $R = 29,27 \frac{\kappa \Gamma c \cdot M}{\kappa c \cdot {}^{0}C}$ . Тоді формула швидкості звуку в повітряному середовищі

спрощується:

$$\boldsymbol{a} = 20, 1 \cdot \sqrt{T}, \ \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{c}} \tag{1.1.30}$$

Закон зміни швидкості звуку в повітряному середовищі за висотою в тропосфері:

$$\boldsymbol{a}_{\boldsymbol{H}} = \boldsymbol{a}_0 - \boldsymbol{4} \cdot \boldsymbol{H} \tag{1.1.31}$$

## 9. Задачі — 1.3.9:

1) Визначити, у скільки разів підвищилась швидкість звуку повітря, якщо при стисканні його в циліндрі двигуна температура підвищилась від  $t_1 = +20^{\theta}C$  до  $t_2 = +500^{\theta}C$ .

2) Визначити, як зміниться максимальна швидкість польоту літака, якщо число Маха дорівнює M = 0,75, а температура повітря змінюється від  $t_1 = -30^{\theta}C$  до  $t_2 = +50^{\theta}C$ .

3) Визначити висоту польоту, якщо швидкість звуку на землі дорівнює  $a_0 = 340 \text{ м/c}$ , на висоті польоту  $a_n = 310 \text{ м/c}$ , а також масову густину на визначеній висоті.

## 1.1.3.2.5. Вологість

Вологістю називається фізичний параметр, який визначає масову кількість водяного пару, що знаходяться в одиниці об'єму повітря.

Абсолютна вологість – це фізичний параметр, який визначає масу водяного пару, що міститься в *1 см<sup>3</sup>* об'єму повітря.

Відносна вологість – це фізичний параметр, який визначає відношення абсолютної вологості до маси водяного пару, яка необхідна для насичення *1 см<sup>3</sup>* повітря при заданій температурі.

Формули спрощеного розрахунку основних параметрів повітря в тропосфері:

$$t_{\mu} = t_0 - 6,5H; p_{\mu} = p_0 \frac{16,8-H}{16,8+H}; \rho_{\mu} = \rho_0 \frac{20-H}{20+H}; a_{\mu} = a_0 - 4H; a = 20,1\sqrt{T}$$

де:

*H* – висота в км; *T* – температура повітря в <sup>0</sup>*K*; *t*<sub>0</sub>; *p*<sub>0</sub>; *a*<sub>0</sub> – стандартні значення: температури, тиску, масової густини і швидкості звуку повітря на рівні світового океану:  $t^{0} = 288^{0}K$ ;  $p^{0} = 101320 \Pi a$ ;  $\rho_{0} = 1,225 \kappa^{2}/m^{3}$ ;  $a_{0} = 340,14 m/c^{2}$ .

# 1.1.4. Гіпотеза суцільності середовища. Принцип зворотності руху і моделювання течії в аеродинаміці

#### 1.1.4.1. Гіпотеза суцільності середовища

Схему, що замінює дискретну структуру повітря, яку ввів І. Ньютон, суцільним середовищем, запропонував Л. Ейлер у 1753 р.

Вона отримала назву гіпотези суцільності середовища. Застосування її значно полегшує дослідження законів руху повітря і дозволяє складати математичну модель. Як відомо, при нормальних умовах в  $1mm^3$  повітря міститься  $2,7 * 10^{16}$  молекул. Кількісну оцінку ступеня суцільності середовища запропонував учений Кнудсен.

Критерієм оцінки суцільності середовища є число Кнудсена:

$$Kn = \frac{l_0}{L'}, \qquad (1.1.32)$$

де:

 $l_0$  – довжина вільного пробігу молекул, м;

*L* – характерний розмір течії (*довжина обтічного тіла*), м.

Для характеристики ступеня розрідженості середовища в примежовому шарі зручніше використовувати відношення середньої довжини вільного пробігу молекул до товщини примежового шару:

$$\boldsymbol{K}\boldsymbol{n}_{\delta} = \frac{\boldsymbol{I}_{0}}{\delta'}.$$
 (1.1.33)

Товщина примежового шару залежить від характеру течії (*числа Рейно-льдса* – **R***e*) і ступеня стисливості повітря (*числа Маха* – **M**). Залежно від числа Кнудсена (К<sub>пб</sub>) течію газу можна розділити на три основні області (*рис. 1.4.1*):

1. Якщо  $Kn_{\delta} \leq 0,01$ , то середня довжина вільного пробігу молекул менше 1% від товщини примежового шару, течія вважається суцільною. В цьому випадку газодинамічні параметри повітря ( $\rho$ , T, V) є безперервними величинами, а значить має місце область звичайної газової динаміки суцільної структури.

2. Якщо  $0,01 \le Kn_{\delta} \le 1$ , то середня довжина вільного пробігу молекул мала порівняно з розміром обтічного тіла, але дорівнює товщині примежого шару. У цьому випадку течія називається течією з ковзанням.

3. Якщо  $Kn_{\delta} \ge 1$ , то середня довжина вільного пробігу молекул більше або дорівнює величині товщини примежового шару. У цьому випадку мається область вільномолекулярних течій. У цій області елементарні частинки не взаємодіють між собою і примежовий шар фактично відсутній.

Зі збільшенням висоти атмосфери в середовищі зменшується кількість молекул у досліджуваному об'ємі газу, а це призводить до зменшення силової взаємодії частинок повітря з обтічним тілом. Силами взаємодії між потоком і тілом є сумарний імпульс сили ударів частинок повітря по поверхні обтічного тіла.

На висотах  $H \ge 80 \ \kappa m$  в розрахунках враховується дискретна структура повітря (*puc.* 1.4.1).



*а)* течія суцільна; *б)* течія з ковзанням; *в)* вільномолекулярна течія Рис. 1.4.1. Схема гіпотези суцільності середовища

Необхідною умовою для диференціального обчислення параметрів і аеродинамічних сил при взаємодії повітря з тілом, є безперервність газодинамічних параметрів ( $\rho$ , T, p, Vx, Vy, Vz).

# 1.1.4.2. Принципи зворотності руху і моделювання в аеродинаміці 1.1.4.2.1. Принципи зворотності руху

Результат силового впливу повітряного потоку на обтічне тіло залежить від швидкості руху потоку та інших фізичних параметрів стану повітря. При цьому результат силового взаємодії не залежить від того, що рухається відносно землі: повітря чи обтічне тіло, а залежить від взаємного переміщення обтічного тіла і повітря відносно один одного. Аеродинамічні сили залежать від швидкості відносного руху потоку і положення обтічного тіла в потоці (*puc. 1.4.2*).

*Таким чином*, принцип зворотностії руху полягає в тому, що аеродинамічні сили будуть абсолютно однаковими за величиною і за орієнтацією в просторі, чи рухається обтічне тіло в нерухомому повітряному середовищі, чи повітряний потік обтікає нерухоме тверде тіло. Даний принцип широко застосовується в реальних експериментальних дослідженнях. Застосування цього принципу дозволяє, направивши потік повітря на нерухоме тіло, легко змоделювати фізичну картину обтікання і спостерігати спектри обтікання навколо різних твердих тіл.



Рис. 1.4.2. Схема зворотності руху повітряного потоку

## 1.1.4.2.2. Принцип моделювання в аеродинаміці

В аеродинаміці часто доводиться судити по силам, що діють на реальні тіла, за результатами досліджень їх моделей в експериментальних умовах. У цьому випадку можна визначити аеродинамічні сили і моменти, що діють на реальний об'єкт, за коефіцієнтами аеродинамічних сил і моментів, отриманих в експериментах на моделях, досліджуваних в аеродинамічних трубах (*puc. 1.4.3*).



Рис. 1.4.3. Схема моделювання обтікання

Реальне аеродинамічне тіло і геометрично подібна модель повинні бути розташовані однаково по відношенню до вектору швидкості потоку, що набігає. При цьому газодинамічні параметри газу повинні бути абсолютно однаковими.

У результаті силової взаємодії моделі і повітряного потоку в аеродинамічній трубі на моделі виникають аеродинамічні сили і моменти. За отриманими аеродинамічними силами моделі розраховуються коефіцієнти аеродинамічних сил за відомими формулами:

$$C_{R.M} = \frac{R_{a.M}}{q \cdot S_{M}}; C_{Ya.M} = \frac{Y_{a.M}}{q \cdot S_{M}}; C_{Xa.M} = \frac{X_{a.M}}{q \cdot S_{M}}, \qquad (1.1.34)$$

де:

*R*<sub>*a.м*</sub>, *Y*<sub>*a.м*</sub>, *X*<sub>*a.м*</sub> – повна аеродинамічна сила, підйомна сила і сила опору моделі, *H*;

$$q = \frac{\rho V^2}{2}$$
 – швидкісний напір, **П***a*;  
 $\rho_{\infty,}V_{\infty}$  – масова густина і швидкість незбуреного потоку <sup>КГ</sup>/<sub>М<sup>3</sup></sub>, <sup>М</sup>/<sub>С</sub>

 $\boldsymbol{S}_{\mathrm{M}}$  – площа поверхні моделі,  $\boldsymbol{M}^2$ ;

*C*<sub>*R.м</sub>, <i>C*<sub>*Ya.м</sub>, <i>C*<sub>*Xa.м*</sub> – коефіцієнти результуючої аеродинамічної сили, підйомної сили і сили опору моделі.</sub></sub>

За умови дотримання геометричної подібності моделі і реального об'єкта, а також рівності фізичних параметрів повітряного потоку, чисел Маха і Рейнольдса, величина аеродинамічних коефіцієнтів моделі і реального об'єкта буде однакова:

$$\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{R}} = \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{R}.\boldsymbol{M}}, \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{Y}\boldsymbol{a}} = \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{Y}\boldsymbol{a}.\boldsymbol{M}}, \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{X}\boldsymbol{a}} = \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{X}\boldsymbol{a}.\boldsymbol{M}}$$

За величиною аеродинамічних коефіцієнтів моделі можна визначити розмір аеродинамічних сил на реальному аеродинамічному тілі (ЛА)

$$\boldsymbol{R}_{a} = \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{R}.\boldsymbol{M}} \cdot \boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{S}; \boldsymbol{Y}_{a} = \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{Y}a.\boldsymbol{M}} \cdot \boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{S}; \boldsymbol{X}_{a} = \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{X}a.\boldsymbol{M}} \cdot \boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{S}; \qquad (1.1.35)$$
de:

*R<sub>a</sub>*, *Y<sub>a</sub>*, *X<sub>a</sub>* – аеродинамічні сили: результуюча, підйомна і сила опору реального *ЛA*, H;

*S* – площа поверхні реального *ЛА*, м<sup>2</sup>;  
$$q = \frac{\rho V^2}{2}$$
 – швидкісний напір, Па.

#### 1.1.4.3. Поняття про аеродинамічні труби і гідролотки

Аеродинамічні експерименти проводяться в аеродинамічних трубах – дослідних лабораторних експериментальних установках, у яких можна створити штучний регульований потік газу для продувки моделей ЛА або реальних об'єктів і проводити дослідження фізичної картини обтікання і законів руху газу.

Залежно від поставленого завдання аеродинамічні дослідження проводяться в аеродинамічних трубах різної конструкції і призначення:

- труби малих швидкостей (**M < 0,5**);
- труби надзвукових швидкостей (M > 1,0);
- труби змінної щільності ( $\rho = var$ );
- труби натуральної величини ЛА;
- *труби спеціального призначення* (штопорні, вільного польоту, плазменні, димові).

Перша аеродинамічна труба була побудована основоположником сучасної ракетно-космічної техніки К. Е. Ціолковським в 1887 р., що проживав в м. Калуга.

Надалі аеродинамічні труби широко використовувалися в науково-дослідних цілях М. Є. Жуковським. Під його керівництвом в 1904 р. була побудована аеродинамічна труба діаметром 1,2 m в Московському вищому технічному училищі ім. Баумана. Потім в 1918 р. було створено науковий центр ЦАГІ (Центральний аерогідродинамічний інститут в м. Жуковський), де була побудована труба діаметром 1 m зі швидкістю потоку до 20 m/c. Діаметр сучасних аеродинамічних труб сягає близько 20 m, де можна було проводити дослідження ЛАнатурної величини.

За способом отримання повітряного потоку аеродинамічні труби підрозділяються на:

- вентиляторні (компресорні);
- балонні;
- вакуумні;
- ежекторні.

Повітряні тракти аеродинамічних труб можуть виконуватися замкненими і незамкненими (*puc. 1.4.4 і puc. 1.4.5*).

Аеродинамічна труба з незамкненим контуром складається із:

- колектора 1;
- *спрямляючої решітки 2;*
- робочої частини 3;
- дифузора 4;
- вентилятора 5.

*Колектор* призначений для того, щоб на вході в робочу частину труби потік повітря поступав плавним, без завихрення. Для цього потік повітря в колекторі піддається великому стиску: площа поперечного перерізу на вході в 5 і більше разів більша, ніж площа перед спрямляючими решітками.



Рис. 1.4.4. Аеродинамічна труба з незамкненим повітряним контуром

*Дифузор* призначений для плавного зменшення швидкості потоку при підході до вентилятора, щоб знизити втрати енергії на тертя повітря об стінки труби і зменшити розрахунковий перепад тиску вентилятора.

Труби прямої дії можуть бути із закритою або відкритою робочою частиною і працювати на всмоктування або нагнітання. Такі труби прості за конструкцією, малогабаритні, але не економічні.

Аеродинамічні труби із замкненим контуром, крім загальноприйнятих частин труби прямої дії, мають зворотний канал для циркуляції повітряного потоку і поворотні лопатки для зменшення завихрення на поворотах. Труби із замкненим контуром значно економічніші, але громіздкі і мають велику турбулентність потоку.


Рис. 1.4.5. Аеродинамічна труба із замкненим контуром

Для вимірювання аеродинамічних сил і моментів на моделях *ЛА* труби обладнуються аеродинамічними вагами й манометрами для визначення тиску і швидкості в різних точках потоку, а також різними оптичними приладами для спостереження і фотографування спектрів обтікання. За кількістю вимірюваних складових аеродинамічних сил і моментів аеродинамічні ваги бувають однодво-три- і шестикомпонентними. Широке застосування отримали автоматичні й тензометричні ваги.

Для використання експериментальних продувок на моделях і поширення їх результатів на реальні об'єкти необхідно моделювати весь процес. І. Ньютон розробив теорію газодинамічної подібності і написав наукову працю «Закон аеродинамічної подібності». Цей закон дозволяє здійснювати перехід від моделі до натурного об'єкту і з достатньою точністю виконувати аеродинамічні розрахунки на міцність  $\mathcal{Л}A$ .

# Питання для самостійної перевірки стану засвоєння матеріалу за темою 1.1

- 1.Поняття про гідро- і аеромеханіку та їх складові частини.
- 2. Історія розвитку аеродинаміки як комплексної науки і створення нових самостійних наукових напрямків її розвитку.
- 3. Основні напрямки досліджень і розрахунків аеродинамічних характеристик та практичного використання законів аеродинаміки.
- 4. Динаміка польоту ЛА як самостійний напрямок практичного використання аеродинаміки і задачі, які можно розв'язати з її допомогою.
- 5. Принципи польоту ЛА, види і типи ПС.
- 6. Будова атмосфери Землі, її основні фізичні параметри.
- 7. Поняття про крапельну і газоподібну, ідеальну і реальну рідини.
- 8. Характеристика в'язкості рідини, розкриття понять: ковзна напруга, градієнт швидкості, коефіцієнти динамічної і кінематичної в'язкості.

- 9. Характеристика фізичних параметрів рідини: тиск і швидкість звуку в середовищі, температура середовища, масова густина, питома вага і питомий об'єм.
- 10. Характеристика фізичних властивостей: стисливість, модуль пружності і фізичних параметрів: число Маха і швидкість звуку.
- 11.Характеристика фізичних властивостей: *питома теплоємність і* вологість, фізичного параметру: тиск у середовищі.
- 12. Характеристика фізичних параметрів: ковзна напруга і закон внутрішнього тертя.
- 13. Характеристика фізичних властивостей: вологість абсолютна і відносна, поняття про число Рейнольдса.
- 14. Характеристика фізичних властивостей рідини: *інертність, градієнт швидкості,* фізичних параметрів: *температура і масова густина середовища.*
- 15.Поняття про аеродинамічні труби і їх використання в експериментальній аеродинамиці.

### ПЕРЕЛІК ЗАДАЧ

### до практичного заняття за темою 1.1

### 1. Задача — 1.3.1:

 Об'єм W = 200 см<sup>3</sup> мінерального масла при температурі t = + 50<sup>0</sup>C витікає із віскозиметра Енглера за час τ = 327 с. Водне число прибора дорівнює τ = 51 с. Масова густина масла дорівнює ρ = 910 кг/м<sup>3</sup>. Визначити умовну в'язкість масла в <sup>0</sup>BV, коефіцієнт кінематичної в'язкості v і коефіцієнт динамічної в'язкості μ.

### 2. Задачі — 1.3.2:

- Визначити відносну зміну масової густини нафти при її стисканні від *p*<sub>1</sub> = 1 10<sup>5</sup> до *p*<sub>2</sub> = 1 10<sup>6</sup> Π*a*, якщо коефіцієнт об'ємного стискання нафти дорівнює β<sub>p</sub> = 7,4 10<sup>-10</sup> Π*a*<sup>-1</sup>.
- 2) Визначити зміну тиску і масову густину в кінці стискання, при якому початковий об'єм води зменшився на 2,5 %, об'ємний коефіцієнт стискання дорівнює 5,5\*10<sup>-10</sup> м<sup>2</sup>/н, первинна масова густина складає 920 кг/м<sup>3</sup>.
- Сосуд заповнено водою об'ємом 3000 л. Як зміниться об'єм при збільшенні тиску на 250 кГс/см<sup>2</sup> і масова густина? Коефіцієнт об'ємного стискання дорівнює 47,5\*10<sup>-10</sup> м<sup>2</sup>/кГс, первинна масова густина – 940 кг/м<sup>3</sup>.

### 3. Задачі — 1.3.3:

 Визначити зміну об'єму масла з підвищенням тиску в циліндрі на Др = 25 кГс/см<sup>2</sup>, якщо перед цим масло містилось в масивному товстостінному циліндрі з внутрішнім діаметром d = 30 мм і довжиною l = 40 дм. Модуль пружності масла E = 1,33 ГПа. 2) Визначити зміну тиску, при якому початковий об'єм води зменшився на **25%**, об'ємний коефіцієнт стискання дорівнює **4,5**\*10<sup>-10</sup>м<sup>2</sup>/H.

### 4. Задача — 1.3.4:

1) Визначити число Маха і число Рейнольдса на висоті **10000 м**, якщо швидкість літака дорівнює **900 км/год**, коефіцієнт кінематичної в'язкості повітря на висоті дорівнює **3,55**∗**10**<sup>-5</sup> м<sup>2</sup>/с, хорда – **1,5 м**.

### 5. Задачі — 1.3.5:

- 1) Визначити зміну об'єму в резервуарі при нагріванні її від температури  $t_1 = 20^{\circ}C$  до  $t_2 = 40^{\circ}C$ . Первинний об'єм води дорівнює  $W_0 = 100 \text{ m}^3$ . Коефіцієнт об'ємного розширення в заданому інтервалі температур при тиску  $p = 10^5 \Pi a$  дорівнює  $\beta_t = 0,00029^{-1/6}K$ .
- 2) Мінеральне масло підводиться до гідродвигуна при температурі 30°С в кількості 10 л/с. За гідродвигуном температура масла дорівнює 70°С. Яка кількість мастила зливається з гідродвигуна, якщо його температурний коефіцієнт об'ємного розширення дорівнює 6,5\*10<sup>-4</sup> 1/°К?
- Визначити масову густину води при збільшенні температури від 15°C до 40°C, коефіцієнт об'ємного розширення дорівнює 0,00031 <sup>1</sup>/°K, масова густина при температурі 40°C дорівнює 960 кг/м<sup>3</sup>.

### 6. Задачі — 1.3.6:

- 1) Визначити, на скільки градусів і у скільки разів підвищилась температура газу за шкалами Цельсія і Кельвіна, якщо при стисканні газу в циліндрі температура підвищилась від температури **30<sup>0</sup>C** до **300<sup>0</sup>C**.
- 2) Визначити швидкість польоту літака на висоті, при температурі -50 °С, якщо температура на землі дорівнює 15°С, число Маха дорівнює 0,8 на висоті польоту.

### 7. Задачі — 1.3.7:

- 1) Літак летить на висоті, що відповідає температурі навколишнього середовища **tнв = -35** <sup>o</sup>C зі швидкістю V = 720 км/год. Визначити повний тиск, що діє на елементи конструкції ЛА.
- 2) У польоті на висоті **H** = 3000 м на літак діє повний тиск **p**\* = 103 кПА. Визначити швидкісний тиск, що діє на літак і швидкість польоту літака.

### 8. Задачі — 1.3.8:

- 1) Визначити масову густину, питому вагу і питомий об'єм, якщо вага газу дорівнює 7 **Г**, а об'єм циліндра складає **0,9** л.
- 2) Визначити коефіцієнт кінематичної в'язкості повітря на висоті 10000 м, якщо коефіцієнт динамічної в'язкості на цій висоті дорівнює 1,457\*10<sup>-5</sup> H с/м<sup>2</sup>.
- 3) Визначити число Маха і швидкісний тиск, якщо швидкість польоту літака на висоті 8000 м дорівнює 720 км/год.

- 4) Визначити тиск, масову густину і швидкість звуку на висоті, якщо температура на землі дорівнює 10° С, а на висоті – -40° С.
- 5) Визначити питомий об'єм, питому вагу і масову густину повітря на виході із сопла ТРД, якщо відомо, що тиск дорівнює **1,2 кГс/см<sup>2</sup>**, а температура – **500<sup>0</sup> C**.
- 6) Тиск повітря на виході із компресора ТРД дорівнює **10 кГс/см<sup>2</sup>**, температура **400<sup>0</sup> С**. Визначити питомий об'єм, масову густину і питому вагу повітря.
- 7) Визначити вагу повітря, яке поступило в циліндр, якщо об'єм циліндра при русі поршня вниз дорівнює 4 л, тиск і температура в кінці такту всмоктування дорівнює 1,5 кГс/см<sup>2</sup> і 90<sup>0</sup> С.
- 8) У скільки разів зменшиться об'єм газу в циліндрі в процесі стискання, якщо перед стисканням тиск і температура дорівнювали 1,8 кГс/см<sup>2</sup> і 35<sup>0</sup> С, а в кінці стискання тиск і температура дорівнювали 16 кГс/см<sup>2</sup> і 600<sup>0</sup> С?
- 9) Визначити вагу повітря, що міститься в бортовому балоні гальмівної системи вертольоту, якщо об'єм балону дорівнює 6 л, тиск дорівнює 190 кГс/см<sup>2</sup>, а температура 35<sup>0</sup> С.
- 9. Задачі 1.3.9:
- 1) Визначити, у скільки разів підвищилась швидкість звуку повітря, якщо при стисканні його в циліндрі двигуна температура підвищилась з 20° С до 500° С.
- 2) Визначити, як зміниться максимальна швидкість польоту літака, якщо число Маха дорівнює 0,75, а температура повітря змінюється від -30<sup>0</sup> С до 50<sup>0</sup> С.
- 3) Визначити висоту польоту, якщо швидкість звуку на землі дорівнює 340 м/с, на висоті польоту 310 м/с, а також масову густину на висоті.

### 1.2. ОСНОВИ КІНЕМАТИКИ І ДИНАМІКИ РІДИНИ І ГАЗІВ

### 1.2.1. Поняття про потік рідини і газів, види руху і основні їх властивості

### 1.2.1.1. Місце теорії у вивченні середовища

Аерогідрогазодінаміка як наука вивчає явища, які пов'язані з рухом рідини і газу. Вивчення законів руху рідини і газу, їх взаємодії з твердими тілами можливо на основі теоретичних знань.

Яка ж роль теорії в пізнанні навколишнього нас середовища?

*По-перше*, теорія повинна об'єднувати сукупність явищ, приводячи їх до деякого простішого вигляду, який дозволяє застосування математичного методу досліджень.

**По-друге**, теорія дає можливість проводити різні практичні розрахунки і визначати, *наприклад*, раціональні форми, компонування і розміри сучасних ЛА, а також призначення і склад авіаційного обладнання і озброєння. *По-третє*, правильна теорія відображає об'єктивну істину і тому її розвиток може передбачати нові явища, які ще невідомі, незнайомі і не вивчені.

### Коротка характеристика розвитку теорії пізнання істини

Спочатку з'явилася теорія І. Ньютона, яка розглядала середовище як дискретну структуру, що складається з окремих частинок рідини чи газу, не зв'язаних між собою, так званих *«корпускул»*.

Потім теорію доповнив Л. Ейлер, який запропонував розглядати середовище як суцільну ідеальну рідину, позбавлену в'язкості і стисливості, здатну передавати тільки нормальний тиск на поверхні обтічного тіла. Ця теорія дозволяла скласти систему диференційних рівнянь і визначати швидкість і тиск будьякій точці потоку рідини.

Пізніше з'явилася теорія про в'язке середовище, запропонована Л. Прандтлем, яка дозволила враховувати сили тертя, викликані властивістю в'язкості, і створити теорію примежового шару.

У середині XX століття з'явилася нова теорія – теорія газів, яка була розроблена не на основі корпускулярної теорії І. Ньютона, а на основі теорії надшвидкісного руху окремих частинок матерії, що рухаються і стикаються з тілами відповідно до кінетичної-молекулярної теорії газів.

*Таким чином*, теорія пізнання фізичних явищ і природи не стоїть на місці, а постійно розвивається, удосконалюється і збагачується.

### 1.2.1.2. Поняття про потік рідини і газу

Потоком рідини і газу називається спрямоване переміщення частинок маси речовини в просторі з певними швидкостями і в заданому напрямку. Розрізняють усталені і неусталені потоки.

Усталеним потоком називається такий потік, у якому напрямок і величина швидкостей частинок рідини і газу, а також фізичних параметрів стану середовища ( $p, \rho, T, a$ ) з часом не змінюються. Такий потік має назву стаціонарний потік (V = f(x, y, z)).

*Неусталеним потоком* називається такий потік, у якому напрямок і величина швидкостей частинок рідини і газу, а також фізичні параметри стану середовища ( $p, \rho, T, a$ ) з часом змінюються. Такий потік має назву *нестаціонарний потік* (V = f(x, y, z, t)).

### 1.2.1.3. Види руху рідини і газу

Рух рідини характеризується напрямком і швидкістю частинок рідини в окремих точках потоку, загальною формою і фізичними параметрами потоку. Спостерігаючи за рухом частинок, можна переконатися, що швидкість руху в різні моменти часу і в різних точках потоку можуть сильно відрізнятися. При цьому методи спостереження за рухом частинок потоку рідини можуть бути різними.

Науці відомі два основні методи вивчення руху частинок рідини і реєстрації параметрів середовища: методи *Лагранжа* і *Ейлера*.

**1. За першим методом** (методом Лагранжа), можна вибрати в масі рідини, що рухається в потоці рідини, одну якусь частинку і, рухаючись разом із нею, спостерігати за її швидкістю в різних точках траєкторії і вимірювати всі параметри стану рухомого середовища (*рис. 2.1.1*).



Рис. 2.1.1. Схема спостерігання за параметрами потоку за методом Лагранжа

**2.** За другим методом (методом Ейлера), можна вибрати одну яку-небудь точку поруч із потоком і, залишаючись нерухомим, спостерігати за швидкостями різних частинок рідини, які протікають повз цієї точки, і вимірювати параметри стану рухомого середовища (*рис. 2.1.2*).



Рис. 2.1.2. Схема спостерігання за параметрами потоку за методом Ейлера

Застосування метода Л. Ейлера спрощує дослідження обтікання тіл на підставі вивчення законів руху рідин і газів відносно нерухомої точки і дозволяє використовувати більш простий апарат математичного моделювання та аналізу.

Крім цього, в рідині поряд із поступальним рухом можливі також обертальні рухи частинок. Потік, у якому частинки рідини або газу обертаються навколо свого центру мас (*або геометричного центру*) з деякою кутовою швидкістю ( $\boldsymbol{\omega}$ ), називається *вихровим*. Кутова швидкість обертання частинок рідини чи газу має місце там, де є градієнт швидкості  $\frac{dV_x}{dy}$  по товщині течії потоку.

Таким чином, у загальному випадку рух рідини і газу включає в себе: прямолінійний рух, обертальний рух, деформацію частинок потоку і їх хаотичний рух по перерізу в потоці рідини.

### 1.2.1.4. Прямолінійний рівномірний рух рідини і газів

Розглянемо виникнення швидкостей і прискорень при дослідженні прямолінійного рівномірного руху рідини за методом Л. Ейлера (*puc. 2.1.3*).

Визначимо в певний момент часу (*t*) невеличку частинку, яка знаходиться в *m*.*A* з координатами (*x*, *y*, *z*). В момент часу ( $t + \Delta t$ ) точка переміститься в *m*.*B* і координати змінюються ( $x + \Delta x$ ;  $y + \Delta y$ ;  $z + \Delta z$ ). Можна записати і складові швидкості частинок по вісям *ох; оу; оz*.



Рис. 2.1.3. Схема просторового переміщення частинок рідини

Визначивши швидкості в довільній точці простору, доходимо висновку, що їх можна виразити у вигляді функції координат і часу (*метод Ейлера*).

$$V = V(x, y, z, t)$$

$$V_{x} = V_{x}(x, y, z, t)$$

$$V_{y} = V_{y}(x, y, z, t)$$

$$V_{z} = V_{z}(x, y, z, t)$$
(1.2.1)

При переміщенні частинок з mA в mB змінюються координати частинок рідини і газу протягом деякого часу (t), а значить і змінюються їх швидкості та прискорення, і як наслідок це призведе до зміни інших фізичних параметрів  $(p, \rho, T, a)$ .

$$dV_{x} = \frac{\partial V_{x}}{\partial x} dx + \frac{\partial V_{x}}{\partial y} dy + \frac{\partial V_{x}}{\partial z} dz + \frac{\partial V_{x}}{\partial t} dt$$
  

$$dV_{y} = \frac{\partial V_{y}}{\partial x} dx + \frac{\partial V_{y}}{\partial y} dy + \frac{\partial V_{y}}{\partial z} dz + \frac{\partial V_{y}}{\partial t} dt$$
  

$$dV_{z} = \frac{\partial V_{z}}{\partial x} dx + \frac{\partial V_{z}}{\partial y} dy + \frac{\partial V_{z}}{\partial z} dz + \frac{\partial V_{z}}{\partial t} dt$$
(1.2.2)

Розділимо обидві частини рівняння на *dt* і отримаємо:

$$w_{x} = \frac{dV_{x}}{dt} = \frac{\partial V_{x}}{\partial x}V_{x} + \frac{\partial V_{x}}{\partial y}V_{y} + \frac{\partial V_{x}}{\partial z}V_{z} + \frac{\partial V_{x}}{\partial t}$$

$$w_{y} = \frac{dV_{y}}{dt} = \frac{\partial V_{y}}{\partial x}V_{x} + \frac{\partial V_{y}}{\partial y}V_{y} + \frac{\partial V_{y}}{\partial z}V_{z} + \frac{\partial V_{y}}{\partial t}$$

$$w_{z} = \frac{dV_{z}}{dt} = \frac{\partial V_{z}}{\partial x}V_{x} + \frac{\partial V_{z}}{\partial y}V_{y} + \frac{\partial V_{z}}{\partial z}V_{z} + \frac{\partial V_{z}}{\partial t}$$
(1.2.3)

Аналогічно отримаємо рівняння зміни інших параметрів стану повітря:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial x} V_x + \frac{\partial p}{\partial y} V_y + \frac{\partial p}{\partial z} V_z + \frac{\partial p}{\partial t}$$
$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial x} V_x + \frac{\partial \rho}{\partial y} V_y + \frac{\partial \rho}{\partial z} V_z + \frac{\partial \rho}{\partial t}$$
(1.2.3)

У разі сталого потоку у фіксованих перерізах параметри стану повітря з часом не змінюються:

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} + \frac{\partial V_y}{\partial t} + \frac{\partial V_z}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$
(1.2.4)

При усталеному русі потоку швидкість, тиск і густина є лише функціями координат точки. Це означає, що через дану точку простору всі частинки потоку проходять з однаковою швидкістю.

Потік рідини і газу характеризується певними поняттями і визначеннями, які використовуються в аерогідрогазодінаміці.

### Траєкторія

*Траєкторією називається лінія*, що являє собою геометричне місце точок, які послідовно проходить одна і та ж частинка рідини при її русі в просторі і є ніби слідом рухомої частинки в середовищі (*puc. 2.1.4*).



Рис. 2.1.4. Схема траєкторії частинок рідини

### Лінія струменя

*Лінією струменя називається така лінія,* проведена в потоці рідини, в кожній точці якої в певний момент часу вектор швидкості руху частинок збігається з напрямком дотичної до цієї лінії (*puc. 2.1.5*).



Рис. 2.1.5. Схема лінії струменя

### Трубка току

*Трубкою току називається* об'ємна поверхня, яка утворюється лініями струменів, що проходять через деякий нескінченно малий замкнений контур (*puc. 2.1.6*).



Рис. 2.1.6. Схема трубки току

### Струминка

*Струминкою називається частина потоку рідини,* що рухається всередині трубки току. Через бічну поверхню трубки току відсутня витрата рідини.

Якщо течія усталена, то конфігурація ліній струминок не змінюється з часом і в цьому випадку лінії струминок збігаються з траєкторією. В усталеному потоці трубка току зберігає незмінне положення в просторі.

Картину, що показує розподіл ліній струминок навколо обтікаємого тіла, називають спектром обтікання цього тіла. Щоб отримати спектр обтікання дослідним шляхом, необхідно зробити видимим рух частинок рідини в потоці. Цього можна досягти введенням у потік газу або струминок диму або тонких шовкових ниток, а в потік рідини вводяться підфарбовані рідини або використовуються інші методи візуалізації потоку (*puc. 2.1.7*).



Рис. 2.1.7. Схема спектрів обтікання твердих тіл потоком повітря

### 1.2.1.5. Поняття про обертальний рух рідини і газу

Іноді рідина приходить в обертальний рух, який називається вихровим рухом подібно до того, як рухається вода в річкових вирах. Умови для появи вихору створюються, *наприклад*, при обтіканні тіл із гострими поперечними ребрами або затупленою задньою кромкою. Струминки, обтікаючи погано обтікаємі тіла, не можуть різко під кутом змінювати напрямок свого руху, тому з цих струминок і підсмоктується в застійні зони рідини частина потоку, з якого формуються вихори, що зриваються з гострих кромок або областей різкої зміни напрямку руху, які зносяться потоком.

Потік рідини (*газу*), в якому частинки обертаються навколо свого центру мас з деякою кутовою швидкістю ( $\vec{\omega}$ ), називається *вихровим*.

Для теоретичних міркувань щодо впливу вихорів використовуються основні поняття і визначення руху вихрового потоку.

### Кутові швидкості обертання

У загальному випадку рухається частинка газу, що рухається, переміщається прямолінійно, обертається навколо своєї вісі і деформується. Розглядаючи рух і обертання елементарної частинки з урахуванням деформації, можна отримати розрахункові формули для визначення кутової швидкості  $\vec{\omega}$ .

$$\vec{\omega} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}$$

Розкриваючи матрицю, можна отримати розрахункові формули для визначення кутової швидкості в проекціях на вісі координат.

$$\omega_{x} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_{z}}{\partial y} - \frac{\partial V_{y}}{\partial z} \right)$$
  

$$\omega_{y} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_{x}}{\partial z} - \frac{\partial V_{z}}{\partial x} \right)$$
  

$$\omega_{z} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_{y}}{\partial x} - \frac{\partial V_{x}}{\partial y} \right)$$
(1.2.5)

Кутова швидкість обертання частинок рідини мають місце там, де є градієнт швидкості течії по перерізу потоку рідини.

### Вихрова лінія, вихрова трубка, вихровий шнур:

**Вихровою лінією** називається лінія, в кожній точці якої в даний момент часу (t) вектор кутової швидкості обертання частинок рідини спрямований по дотичній до неї (*puc. 2.1.8*).



Рис. 2.1.8. Схема вихрової лінії

Якщо через всі точки замкненого контуру поперечного перерізу вихору провести вихрові лінії, то отримаємо поверхню, що називається вихровою трубкою.

**Вихровою трубкою** називається об'ємна поверхня, яка утворена вихровими лініями, що проходять через деякий нескінченно малий контур у просторі. Всередині вихрової трубки частинки здійснюють обертально-поступальний рух. Ці частинки утворюють вихровий шнур (*puc. 2.1.9*).

*Вихровим шнуром* називається частина потоку рідини, що рухається всередині вихрової трубки.

Нескінченно тонкий вихровий шнур в аеродинаміці називається вихровою ниткою.



Рис. 2.1.9. Схема вихрової трубки току

На практиці вихрові шнури мають місце при перетіканні повітря на кінцях консолей крила з нижньої поверхні на верхню, а саме здійснюється перетікання повітря з області високого тиску під крилом в область низького тиску над крилом (*puc. 2.1.10*). Крім цього, вихровий рух виникає при обтіканні виступаючих у потоці твердих тіл із гострими кромками.



Рис. 2.1.10. Схема утворення вихрового сліду за крилом

### 1.2.2. Теоретичні моделі моделювання обтікання тіл потоком рідини

### і газу. Фізична картина обтікання твердих тіл рідиною і газом

# 1.2.2.1. Теоретичні моделі моделювання обтікання тіл потоком рідини і газу

Реальні явища природи дуже складні і недоступні для суворого теоретичного аналізу. Тому для побудови теорії того чи іншого явища доводиться схематизувати дійсність і брати в якості об'єкта вивчення не реальні явища, а його спрощену фізичну модель. Протягом розвитку теоретичної аеродинаміки було прийнято цілу низку моделей обтікання твердих тіл потоком повітря.

1. Перша модель (модель корпускулярної будови середовища) була запропонована І. Ньютоном (рис. 2.2.1). При даній моделі рідина розглядається як середовище, що складається з окремих, не пов'язаних між собою, частинок – корпускул, які при взаємодії з тілом повністю втрачають свою кінетичну енергію, прилипають до нього і віддають тілу енергію у вигляді потенційної енергії сил тиску, інші частинки проходять повз обтічного тіла і утворюють застійну зону, в якій швидкості частинок дорівнюють нулю.



Перша модель – корпускулярна модель І.Ньютона

Рис. 2.2.1. Схема корпускулярної моделі обтікання

Дана модель має великий недолік, тому що не розглядає обтікання тіл і допускає велику похибку при розрахунку сили опору в повітряному потоці великої густини. Вона може бути застосована при розгляді явищ обтікання твердих тіл у розрідженому середовищі.

2. Друга модель – модель ідеальної рідини. При даній моделі потік рідини, що обтікає тверде тіло, вважається суцільним середовищем, позбавленим властивостей в'язкості і стисливості. Математичне дослідження цієї моделі привело до складання 3-х диференціальних рівнянь руху рідини, розв'язання яких дає можливість визначення швидкостей (V) і тисків (p) в будь-якій точці потоку, що обтікає тіла. Модель була розроблена Л. Ейлером і в подальшому вдосконалена М. Є. Жуковським.

$$\frac{dV}{dt} = -g(n_{x,a} + \sin\theta);$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{g}{V\cos\beta}(n_{y,a} - \cos\theta \cdot \cos\gamma) - tg\beta(\sin\alpha_H \cdot \omega_y - \omega_x);$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{g}{V}(n_{z,a} + \cos\theta \cdot \sin\gamma) + \sin\alpha_H \cdot \omega_x + \omega_y$$
(1.2.6)

*3. Третя модель* – *модель стисливої рідини*, розроблена С. А. Чаплигіним. На базі цієї моделі була створена наукова школа газової динаміки, що вивчає закони руху тіл у повітрі і газах із великими швидкостями і при високих температурах, при яких необхідно враховувати стисливість.

$$M = \frac{V}{a'}a = \sqrt{kRT}$$

4. Четверта модель – модель в'язкої рідини. Дана модель запропонована Л. Прандтлем, який розробив теорію примежового шару і розкрив причину виникнення сили тертя, викликаної властивістю в'язкості (*pu.c 2.2.2*).



Рис. 2.2.2. Схема корпускулярної моделі обтікання

$$\frac{dV_x}{dy}; \tau = \mu \cdot \frac{dV_x}{dy}; X_{TP} = \tau \cdot S$$

5. П'ята модель – модель плазмового стану середовища, який виникає навколо тіла, що рухається з гіперзвуковою швидкістю. Плазма є середовищем, що складається із суміші електрично заряджених і нейтральних частинок. Середовище подібне плазмі має місце при вході космічних об'єктів у щільні шари атмосфери землі.

### 1.2.2.2. Фізична картина обтікання твердих тіл потоком рідини і газу

Картину, яка показує розподіл траєкторій повітряних струминок потоку навколо обтічного тіла, називають спектром обтікання цього тіла (*puc. 2.2.3*).

Щоб отримати спектри дослідним шляхом, необхідно зробити видимим рух частинок потоку. Цього можна досягти введенням у потік струминок диму, тонких ниток або шовковинок.

Якщо траєкторії частинок описуються плоскими кривими, такий потік називається плоскопаралельним. Якщо траєкторії частинок переміщаються трьома взаємно перпендікулярними напрямками, такий потік називають просторовим.



Рис. 2.2.3. Схема спектра течії потоку навколо твердого тіла

**Тонкий шар**, що прилягає до обтічного тіла, називається *примежовим шаром*. У ньому мають місце великі градієнти швидкості  $\frac{dV_x}{dy}$  по товщині шару, істотно проявляються властивості в'язкості, виникає ковзна напруга як наслідок сили тертя.

*Течії позапримежового шару*. Градієнти швидкості в цій зоні незначні, в'язкість слабка, сили тертя невеликі. Для спрощення досліджень за межами примежового шару середовище вважається незбуреним, ідеальним.

*Спутний слід* – це частина повітряного потоку, що сходить із хвостової частини обтічного тіла, в якому течія в основному вихрова, мають місце великі градієнти швидкостей, проявляються властивості в'язкості і виникають сили тертя.

Вид спектру обтікання залежить від: форми тіла, швидкості потоку, а також від значень параметрів стану повітря, що визначають величину і характер проявів таких його властивостей, як в'язкість і стисливість. У деяких випадках одна або обидві ці властивості практично не проявляються і з метою спрощення розрахунків аеродинамічних сил їх впливом можна знехтувати.

*Ідеальна рідина* – це середовище, в якому відсутні властивості в'язкості і стисливості.

*В'язка рідина* – це в'язке середовище, позбавлене стисливості.

*Ідеальний газ* – це стисливе газове середовище, позбавлене в'язкості, що суворо підкоряється рівнянню стану ідеального газу з незмінними термодинамічними константами.

**Досконалий газ** – це реальне газове середовище, яке має властивості в'язкості і стисливості.

1. Задачі — 2.2.1:

- 1) Визначити, як зміняться висота і швидкість польоту літака, якщо температура повітря змінюється від +  $20^{\circ}C$  на поверхні землі, до - $45^{\circ}C$  за бортом літака, а число Маха дорівнює M = 0,6.
- 2) Визначити, як зміниться швидкість течії і швидкісний тиск у струменях над і під профілем, якщо на висоті польоту H = 5000m при швидкості  $V = 720 \ \kappa m/200$ . площа поперечного перерізу струменя перед профілем дорівнює  $S = 10 \ cm^2$  і змінюється: над профілем зменшується на 20 %, а під профілем збільшується на 40 %.
- 3) Визначити число Маха і число Рейнольдса на висоті *H* = 8000*м*, якщо швидкість літака дорівнює *V* = 900 км/год., коефіцієнт динамічної в'язкості на цій висоті дорівнює 1,457 \* 10<sup>-5</sup> H с/м<sup>2</sup>, хорда крила дорівнює *b* = 1,5 м.
- 4) Визначити коефіцієнт кінематичної в'язкості повітря і число Рейнольдса на висоті 10000 м, якщо коефіцієнт динамічної в'язкості на цій висоті дорівнює 1,457 \* 10<sup>-5</sup> H с/м<sup>2</sup>, швидкість літака дорівнює 420 км/год, діаметр фюзеляжу літака дорівнює 5 м.

### **1.2.3.** Рівняння стану потоку і нерозривності потоку рідини і газу *1.2.3.1. Рівняння стану потоку*

Стан газу, як робочого тіла, характеризується певними значеннями параметрів стану: тиском (p), температурою (T) і питомим об'ємом (w) чи масової густиною (p).

Використовуючи основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів, можна встановити взаємозв'язок між параметрами ідеального газу в будь-якому термодинамічному стані.

Зміна хоча б одного із параметрів призводить до зміни інших параметрів.

У загальному вигляді зв'язок між термодинамічними параметрами може бути представлений залежністю:  $f(p, T, w, \rho) = 0$ .

Залежність, що зв'язує основні параметри стану ідеального газу, називається рівнянням стану газу і має вигляд:

$$\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{w} = \boldsymbol{R} \cdot \boldsymbol{T}, \text{ звідси } \frac{\boldsymbol{p}}{\rho} = \boldsymbol{R} \cdot \boldsymbol{T}, \text{ або } \rho \cdot \boldsymbol{w} = 1,$$
 (1.2.7)

де:

**р** – тиск газу, Па;

w – питомий об'єм, м<sup>3</sup>/кг;

$$T$$
 – температура газу, <sup>0</sup>К;

 $\boldsymbol{\rho}$  – масова густина, кг/м<sup>3</sup>;

 $R = 287,14 \frac{Дж}{\kappa r \cdot r p a \partial}$  – газова постійна, характеризує природу конкре-

тного газу і не залежить від параметрів його стану.

Рівняння отримано шляхом об'єднання окремих законів *Бойля-Маріотта* і *Гей-Люссака* до загального закону і має назву рівняння *Клайперона-Менделєєва*. Для визначення стану ідеального газу досить знати тільки два його параметри (p і w або  $\rho$ ) або (p і T) або ( $w, \rho$  і T), третій параметр визначається з рівнянь:

$$T = \frac{p \cdot w}{R}; w = \frac{R \cdot T}{p}; p = \frac{R \cdot T}{w}; \rho = \frac{p}{R \cdot T}.$$
(1.2.8)

-

Розв'язок рівняння спрощується, якщо один із параметрів стану газу зберігається постійним:

1. Для ізохоричного процесу: 
$$w = const \rightarrow p_2 = p_1 \frac{I_2}{T_1}$$
; (1.2.9)

2. Для ізобарного процесу:  $p = const \rightarrow w_2 = w_1 \frac{T_2}{T_1}$ ; (1.2.10)

3. Для ізотермічного процесу 
$$T = const \rightarrow p_2 = p_1 \frac{w_1}{w_2};$$
 (1.2.11)

4. Для адіабатичного процесу

$$\boldsymbol{Q} = 0 \to \boldsymbol{p}_2 = \boldsymbol{p}_1 \left(\frac{\boldsymbol{w}_1}{\boldsymbol{w}_2}\right)^{\boldsymbol{k}}; \boldsymbol{w}_2 = \boldsymbol{w}_1 \left(\frac{\boldsymbol{T}_1}{\boldsymbol{T}_2}\right)^{\frac{1}{\boldsymbol{k}-1}}; \boldsymbol{T}_2 = \boldsymbol{T}_1 \left(\frac{\boldsymbol{p}_1}{\boldsymbol{p}_2}\right)^{\frac{\boldsymbol{k}-1}{\boldsymbol{k}}}.$$
 (1.2.12)

Найбільший інтерес представляє визначення параметра за двома іншими відомими параметрами, які можна визначити за допомогою певних інструментальних приладів.

*Наприклад*, при тиску  $p = 101320 \ H/m^2$ , температурі  $T = 288^{\circ}C$  масова щільність повітря згідно з рівнянням стану буде дорівнювати:

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{101320}{287 \cdot 288} = 1,226 \, \kappa c / \, m^3$$

1. Задачі — 2.3.1:

- 1) У скільки разів зменшиться об'єм газу в циліндрі поршневого двигуна в процесі стискання, якщо перед стисканням тиск і температура дорівнювали 2,0 к $\Gamma c/cm^2 i + 35^{\circ}C$ , а в кінці стискання тиск і температура дорівнювали 25 к $\Gamma c/cm^2 i + 600^{\circ}C$ .
- 2) Визначити вагу повітря, що міститься в бортовому балоні гальмівної системи вертольоту, якщо об'єм балону дорівнює 6 л, тиск у балоні дорівнює 190 кГс/см<sup>2</sup>, а температура + 35<sup>0</sup>C.

### 1.2.3.2. Рівняння нерозривності рухомого потоку (рівняння Л. Ейлера)

Рівняння нерозривності відображає умовне збереження маси рухомого потоку рідини або газу. Для виведення рівняння віртуально виділимо в потоці рідини або газу замкнений об'єм у вигляді трубки току (*puc. 2.3.1*).



Рис. 2.3.1. Схема трубки току рухомого повітряного потоку

Рівняння нерозривності виведено на підставі закону збереження матерії, установленого в 1748 р. вченим М. В. Ломоносовим. Рівняння нерозривності було опубліковано Л. Ейлером в 1770 р. і є застосуванням закону збереження енергії до струминки газу.

Нехай у перерізі «1-1» площа  $S_1$ , параметри стану газу рівні  $p_1, \rho_1, V_1$ . За час t = lc через переріз проходить маса повітря:  $m_1 = \rho_1 \cdot S_1 \cdot V_1$ .

Через переріз «2-2» проходить за 1 с своя маса повітря:  $m_2 = \rho_2 \cdot S_2 \cdot V_2$ .

Внаслідок того що через бічну поверхню трубки потоку повітря не просочується, то через будь-який переріз трубки за однаковий час проходить однакова маса повітря:  $m_1 = m_i = m_2$ ,

abo  $\rho_1 \cdot \boldsymbol{S}_1 \cdot \boldsymbol{V}_1 = \rho_i \cdot \boldsymbol{S}_i \cdot \boldsymbol{V}_i = \rho_2 \cdot \boldsymbol{S}_2 \cdot \boldsymbol{V}_2 = const$ 

Тоді для сталого руху рівняння буде мати вигляд:  $\rho \cdot S \cdot V = Q_m = const$ – масова витрата повітря, або  $S = \frac{const}{\rho \cdot V}$ ,

де:

 $\rho \cdot V$  –питома витрата газу, *кг \* с/м<sup>2</sup>*.

При невеликих швидкостях прямолінійного рівномірного руху повітря стисливістю  $\rho_1 = \rho_i = \rho_2 = \rho$  можна знехтувати, тоді рівняння прийме вигляд:

 $S_1V_1 = S_iV_i = S_2V_2 = SV = Q_w = const - oб'ємна витрата повітря.$ 

*Фізичний сенс рівняння*: при малих швидкостях руху повітря зменшення площі перерізу потоку викликає збільшення швидкості руху.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{S_2}{S_1}, \text{ BIJCH} \quad V_2 = V_1 \frac{S_1}{S_2}$$

З рівняння випливає, що при дозвуковій швидкості потоку швидкість руху газу в струминки обернено пропорційна площі поперечного перерізу, тобто при зменшенні площі поперечного перерізу струминки швидкість течії зростає, і навпаки. У разі руху з великою дозвуковою, трансзвуковою і надзвуковою швидкістю, коли проявляється властивість стисливості, зміна швидкості залежить не тільки від площі поперечного перерізу, але і від зміни масової густини. Тоді вираз набуде вигляду:  $\rho = f(V)$ 

$$V_{2} = V_{1} \frac{\rho_{1} S_{1}}{\rho_{2} S_{2}}$$
(1.2.13)

При надзвуковій швидкості потоку внаслідок особливостей зміни фізичних характеристик густина газу змінюється швидше, ніж швидкість течії. Тому для отримання надзвукової швидкості і її збільшення необхідно розширювати струминку, збільшувати площу її поперечного перерізу за певним законом. Безперервне збільшення швидкості потоку від дозвукової до надзвукової можливо лише в струминці, що має форму сопла Лаваля (*puc. 2.3.2*).

При великих швидкостях потоку на стисливість повітря впливає не тільки швидкість потоку, а й швидкість звуку в потоці. Як критерій стисливості рухомого повітря використовується число Маха  $M = \frac{V}{a}$ . Чим більше швидкість потоку повітря, тим більше його стисливість.

*Таким чином*, рівняння сталої витрати, будучи відповідним вираженням закону збереження матерії стосовно струминки газу, пов'язує між собою швидкість, масову густину і площу того поперечного перерізу струминки, в якому розглядаються ці характеристики.



Рис. 2.3.2. Схема течії потоку повітря в соплі Лаваля

### 2. Задачі — 2.3.2:

1) Визначити розмір швидкісного тиску, повний тиск і число Маха на висоті **H** = 4000 м, при швидкості 400 км/год.

- 2) При обтіканні крила повітряним потоком площа струменя зменшилась у 2 рази. Визначити швидкість струменя і швидкісний тиск у найвужчому перерізі, якщо швидкість польоту літака дорівнює 480 км/год на рівні земної поверхні.
- 3) Визначити, як зміниться розмір швидкісного тиску на елементи конструкції літака, який летить при швидкості  $V = 720 \ \kappa m/cod.$ , при зміні висоти з  $H_1 = 2 \ \kappa m$  до  $H_2 = 4000 \ m$ .
- 4) Визначити, як зміниться швидкість і швидкісний тиск у струминках над і під профілем крила, якщо на висоті польоту H = 3000 м при швидкості 320 км/год площа поперечного перерізу струменя перед профілем дорівнює  $S = 50 \text{ см}^2$  і змінюється таким чином: над профілем зменшується на 20 %, а під профілем збільшується на 40 %.

# 1.2.4. Рівняння збереження і балансу енергії рухомого газового потоку. Практичне використання основних рівнянь аерогідрогазодинаміки

### 1.2.4.1. Рівняння збереження енергії рухомого газового потоку

Маса рухомого газу в будь-якому перерізі потоку має три види енергії (*рис. 2.4.1*):

- внутрішню енергію –  $E_B = c_w \cdot T$ , ккал / кг; (1.2.14)

- енергію тиску – 
$$\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{w}$$
, кГс м / кг; (1.2.15)

- кінетичну енергію – 
$$E_{\kappa} = \frac{V}{2g}$$
, кГс м / кг. (1.2.16)



Рис. 2.4.1. Схема збереження енергій рухомого потоку

На масу газу, що знаходиться ліворуч у перерізі «1-1» діє сила тиску  $P_1 = p_1 \cdot S_1$ , а праворуч у перерізі «2-2» діє сила  $P_2 = p_2 \cdot S_2 \rightarrow p_2 = p_1 + \Delta p$ .

При переміщенні газу з перерізу «1-1» до перерізу «2-2» на відстань  $\Delta l = V_{1-2} * \Delta t$  сила тиску здійснює роботу  $\Delta P * \Delta l$ , при цьому змінюється енергія тиску, яка рівносильна величині роботи, яку здійснюють силами тиску. Різниця

енергій тиску в перерізах *«1-1»* і *«2-2»* називається енергією проштовхування маси газу між цими перерізами.

Баланс енергії для елементарного об'єму газу згідно з І законом термодинаміки має вигляд:

$$dQ_{\rm ghem} = di_{\rm gh} + \frac{dV^2}{2g} + dL_{\rm ghem}, \qquad (1.2.17)$$

де:

 $dQ_{\rm gneun}$  – зовнішнє тепло, яке підводиться до 1 кг маси газу, ккал;

di<sub>вн</sub> – теплозбереження газу (ентальпія), кгс м/кг;

*V*-швидкість руху частинок газу, *м/с*;

*dL*<sub>внеш</sub> – робота, що виконується газом, кгс м/кг.

Зовнішнє тепло, що підводиться до частинки газу, витрачається на збільшення теплозбереження, збільшення кінетичної енергії і виконання зовнішньої роботи.

Через те що швидкості руху частинок газу досить великі, то тепло не встигає підводитися ззовні до газу ( $dQ_{sheu} = 0$ ), а значить і зовнішня робота газом не виконується ( $dL_{sheu} = 0$ ), тоді рівняння збереження енергії набуде вигляд:

$$d\boldsymbol{i}_{en} + \frac{d\boldsymbol{V}^2}{2\boldsymbol{g}} = 0 \tag{1.2.18}$$

Після інтегрування виразу отримаємо рівняння:

 $i + \frac{V^2}{2g} = const = E_{\pi}$ - повна енергія потоку.

Сума внутрішньої енергії і енергії тиску газу називається теплозбереженням або ентальпією газу:  $i = E_s + E_p = c_w \cdot T + p \cdot w$ .

3 огляду на рівняння стану газу:  $p \cdot w = R \cdot T$ , рівняння ентальпії можна записати виразом:

 $i = c_w \cdot T + A \cdot R \cdot T = (c_w + A \cdot R) \cdot T_i = c_w * T + A * RT = (C_w + A * R) * T,$ 

враховуючи, що  $(c_w + A \cdot R) = c_p$ , рівняння можна записати у вигляді:

$$i=c_p\cdot T$$

де:

A =  $\frac{1}{427}$ , Ккал/кгс\*м – коефіцієнт еквівалентності тепла, що підводиться до виконаної зовнішньої роботи.

*Таким чином*, при сталому русі газу без підведення і відведення тепла із зовнішнього боку і при невиконанні газом механічної роботи, сума ентальпії і кінетичної енергії в будь-якому перерізі потоку зберігається незмінною:

$$\mathbf{i} + \frac{\mathbf{V}^2}{2\mathbf{g}} = \mathbf{c}_p \cdot \mathbf{T} + \frac{\mathbf{V}^2}{2\mathbf{g}} = \mathbf{const}$$
(1.2.19)

*Фізичний сенс рівняння*: зміна кінетичної енергії газу в основному відбувається за рахунок зміни його теплозбереження.

### 1.2.4.2. Рівняння балансу енергії рухомого потоку (рівняння Д. Бернуллі)

Рівняння Бернуллі є доповненням до закону збереження енергії рухомих частинок рідини і газів. Даний закон сформулював відомий учений Данило Бернуллі в 1738 р. Виділимо в усталеному потоці рідини трубку струминок. Нехай в перерізі «1-1» площею  $S_1$ , яке знаходиться на висоті  $H_1$ , відносно базового рівня параметри потоку рівні:  $V_1$ ,  $p_1$ ,  $\rho_1$  (*puc. 2.4.2*).

У перерізі площею  $S_2$  на висоті  $H_2$  параметри газу дорівнюють  $V_2$ ,  $p_2$ ,  $\rho_2$ . . Припустимо, що обмін енергії між потоком і навколишнім середовищем не здійснюється, через деякий час  $\Delta t$ : рідина з перерізу  $S_1$  переміститися на деяку відстань по трубці току  $\Delta l_1 = V_1 \cdot \Delta t$ , а з перерізу  $S_1$  – на відстань, що дорівнює  $\Delta l_2 = V_2 \cdot \Delta t$ 

Згідно з рівнянням про нерозривність потоку через виділені перерізи потоку за час  $\Delta t$  проходить однакова маса рідини:

$$\Delta \boldsymbol{m} = \rho_1 \boldsymbol{V}_1 \boldsymbol{S}_1 \cdot \Delta \boldsymbol{t} = \rho_2 \boldsymbol{V}_2 \boldsymbol{S}_2 \cdot \Delta \boldsymbol{t}$$

Визначимо роботу, яку здійснюють сили тиску в рідині в перерізі «1-1»:  $A_1 = P_1 \cdot \Delta l_1 = p_1 S_1 \cdot V_1 \Delta t$ 

аналогічно виглядає і робота для перерізу «2-2»:  $A_2 = P_2 \cdot \Delta I_2 = p_2 S_2 \cdot V_2 \Delta t$ 



Рис. 2.4.2. Схема балансу енергії рухомого потоку

Різниця виконаних робіт над об'ємом рідини між перерізами *«1-1»* і *«2- 2»* буде дорівнювати:

$$\Delta \boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_{1} - \boldsymbol{A}_{2} = \boldsymbol{p}_{1}\boldsymbol{S}_{1} \cdot \boldsymbol{V}_{1}\Delta \boldsymbol{t} - \boldsymbol{p}_{2}\boldsymbol{S}_{2} \cdot \boldsymbol{V}_{2}\Delta \boldsymbol{t}$$

Ця робота збільшує енергію маси рідини  $\Delta m$  під час проходження нею відстані від перетину  $S_1$  до перетину  $S_2$ :

$$\Delta \boldsymbol{A} = \Delta \boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_2 - \boldsymbol{E}_1,$$

де:

 $E_1$  і  $E_2$  – повні енергії маси газу, що рухається в перерізі  $S_1$  і  $S_2$ . Повна енергія маси рухомого газу включає в себе: кінетичну енергію руху, потенційну енергію положення і внутрішню енергію:

$$E = E_{K} + E_{\Pi,h} + E_{\mathfrak{sh}}.$$

*Кінетична енергія* характеризує здатність виділеної маси газу виконувати роботу при його гальмуванні від вихідної швидкості до нульового значення:

$$\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{K},\boldsymbol{i}} = \frac{\Delta \boldsymbol{m}_{\boldsymbol{i}} \cdot \boldsymbol{V}^2}{2} \quad . \tag{1.2.20}$$

Потенційна енергія положення характеризує енергію сили ваги газу і показує, яку роботу маса газу  $\Delta m_i$  може виконати при зміні висоти перерізу потоку газу ( $H_i$ ) відносно обраного рівня:

$$\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{\Pi},\boldsymbol{h},\boldsymbol{i}} = \Delta \boldsymbol{m}_{\boldsymbol{i}} \cdot \boldsymbol{g} \cdot \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{i}} \quad . \tag{1.2.21}$$

*Внутрішня енергія* характеризує здатність виділеної маси газу виконати роботу при зміні температури:

$$\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{i}} = \Delta \boldsymbol{m}_{\boldsymbol{i}} \cdot \boldsymbol{c}_{\boldsymbol{w}} \cdot \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{i}} \quad (1.2.22)$$

З огляду на рівняння стану газу  $\frac{p}{\rho} = RT$  і газову постійну:

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{c}_p - \boldsymbol{c}_w$$
, отримаємо  $\boldsymbol{T} = \frac{\boldsymbol{p}}{\rho \boldsymbol{R}} = \frac{\boldsymbol{p}}{\rho \left(\boldsymbol{c}_p - \boldsymbol{c}_w\right)}$ ,

тоді вираз внутрішньої енергії газу можна записати у вигляді:

$$E_{{}_{\textit{вн},i}} = \Delta m_i \cdot \frac{c_w}{c_p - c_w} \cdot \frac{p_i}{\rho_i}, \text{ враховуючи, що } k = -\frac{c_p}{c_v}, \text{ отримаємо:}$$

$$E_{{}_{\textit{вн},i}} = \Delta m_i \cdot \frac{1}{k - 1} \cdot \frac{p_i}{\rho_i}, \qquad (1.2.23)$$

де:

$$m{k} = rac{m{c}_p}{m{c}_w}$$
 – показник адіабати (для повітря  $m{k} = 1,4$ ).

Тоді рівняння повної енергії маси газу в загальному вигляді можна записати у вигляді:

$$\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{\Pi}} = \frac{\Delta \boldsymbol{m} \boldsymbol{V}^2}{2} + \Delta \boldsymbol{m} \boldsymbol{q} \boldsymbol{H} + \Delta \boldsymbol{m} \frac{1}{\boldsymbol{k} - 1} \cdot \frac{\boldsymbol{p}}{\rho}$$

підставивши в дане рівняння  $\Delta A = \Delta E$ , отримаємо:

$$\boldsymbol{p}_1 \boldsymbol{S}_1 \cdot \boldsymbol{V}_1 \Delta \boldsymbol{t} - \boldsymbol{p}_2 \boldsymbol{S}_2 \cdot \boldsymbol{V}_2 \Delta \boldsymbol{t} = \Delta \boldsymbol{m} \left( \frac{\boldsymbol{V}_2^2}{2} + \boldsymbol{q} \boldsymbol{H}_2 + \frac{1}{\boldsymbol{k} - 1} \cdot \frac{\boldsymbol{p}_2}{\rho_2} \right) - \Delta \boldsymbol{m} \left( \frac{\boldsymbol{V}_1^2}{2} + \boldsymbol{q} \boldsymbol{H}_1 + \frac{1}{\boldsymbol{k} - 1} \cdot \frac{\boldsymbol{p}_1}{\rho_1} \right)$$

З огляду на рівняння нерозривності і згрупувавши величини з однаковими індексами, отримаємо рівняння Д. Бернуллі з урахуванням стисливості:

$$\frac{V_2^2}{2} + qH_2 + \frac{1}{k-1} \cdot \frac{p_2}{\rho_2} = \frac{V_1^2}{2} + qH_1 + \frac{1}{k-1} \cdot \frac{p_1}{\rho_1}$$

Через те що в аеродинаміці струминки газового потоку знаходяться практично на одному рівні, зміну потенціальної енергії тиску від положення в рівнянні можна не враховувати, тобто  $\boldsymbol{H}_1 = \boldsymbol{H}_2$ , таким чином можна вважати, що:  $\rho \boldsymbol{g} \boldsymbol{H}_1 = \rho \boldsymbol{g} \boldsymbol{H}_2 = \rho \boldsymbol{g} \boldsymbol{H}_i$ 

При русі газу з малою дозвуковою швидкістю ( $M \le 0,3$ ) стисливістю його можна знехтувати, тобто  $\rho_1 = \rho_2 = \rho$  і можна вважати, що температура маси рідини не змінюється, а значить внутрішня енергія в усих перетинах потоку постійна:

$$\boldsymbol{E}_{{}_{\boldsymbol{GH},\boldsymbol{i}}} = \frac{1}{\boldsymbol{k}-1} \cdot \frac{\boldsymbol{p}_1}{\rho_1} = \frac{1}{\boldsymbol{k}-1} \cdot \frac{\boldsymbol{p}_2}{\rho_2} = \boldsymbol{const}$$

тоді рівняння Бернуллі без урахування стисливості набуде вигляду:

$$p_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho V_2^2}{2} = p + \frac{\rho V^2}{2} = const = p_{n-nobhuŭ}$$
 тиск потоку рідини, де:

 $p_1$  і  $p_2$  – статичний тиск, Па;

 $\frac{\rho V^2}{2}$  – динамічний тиск або швидкісний напір, Па.

У загальному вигляді рівняння Д. Бернуллі без урахування стисливості має вигляд:

$$p^* = p_{cm} + \frac{\rho V^2}{2} = const$$
 – повний тиск у потоці. (1.2.24)

Фізичний сенс рівняння Бернуллі полягає в тому, що при усталеному русі нестисливого газу повний тиск дорівнює сумі статичного і динамічного тиску і є величиною постійною у всіх перерізах одного і того ж потоку газу.

#### 1.2.4.3. Практичне використання основних рівнянь

Рівняння встановлюють дуже важливу для аеродинаміки залежність між швидкістю потоку, тиском у ньому й основними газодинамічними параметрами газу.

### 1.2.4.3.1. Повне гальмування газового потоку

У разі повного гальмування потоку газу в перерізах кінетична енергія рухомого газу повністю перетворюється в потенційну енергію тиску (*puc. 2.4.3*).



Рис. 2.4.3. Схема повного гальмування потоку

Згідно з рівнянням Д. Бернуллі:

$$\boldsymbol{p}_0 + \frac{\rho \boldsymbol{V}_0^2}{2} = \boldsymbol{p}_\infty + \frac{\rho \boldsymbol{V}_\infty^2}{2},$$

при рівнянні набуває вигляду:  $V_0 = 0$ 

$$p_0^* = p_{\infty} + \frac{\rho V_{\infty}^2}{2}$$
, also  $p_0^* - p_{\infty} = \Delta p = \frac{\rho V_{\infty}^2}{2}$ .

*Таким чином*, у випадку повного гальмування потоку нестисливого газу підвищення тиску в місці гальмування дорівнює швидкісному напору, а тиск загальмованого потоку дорівнює повному тиск  $p_0^*$ .

- 1. Задачі 2.4.1:
- 1) Визначити, як зміниться повний тиск у критичній точці носової частини фюзеляжу літака на висоті 8000 м, якщо швидкості літака змінюються від 400 до 900 км/год.
- 2) Визначити температуру загальмованого повітряного потоку для чисел Маха M = 3 *i* 5, якщо температура набігаючого потоку дорівнює  $t = 30^{\circ}C$ .

### 1.2.4.3.2. Виникнення підйомної сили

На підставі рівняння нерозривності й рівняння балансу енергії рухомого газу можна пояснити фізичну сутність виникнення підйомної сили на обтічному потоком газу твердому тілі (*puc. 2.4.4*).

При обтіканні тіла газовим потоком на верхній його поверхні швидкість потоку збільшується через зменшення площі перерізу струмків, що призводить до зменшення тиску. На нижній поверхні швидкість потоку зменшується через збільшення площі поперечного перерізу струминок, що призводить до збільшення статичного тиску.

*Таким чином*, на обтічному тілі виникає різниця тисків, що призводить до виникнення на обтічному тілі підйомної сили *Y<sub>a</sub>*, спрямованої вгору.



Рис. 2.4.4. Схема виникнення аеродинамічної сили

### 1.2.4.3.3. Вимірювання швидкості польоту

На підставі закону Д. Бернуллі використовується принцип вимірювання швидкості польоту літального апарату. Вимірювання швидкості здійснюється

за допомогою приймача повітряного тиску (**ППТ**), що складається з 2-х трубок: внутрішньої трубки **1**, яка є приймачем повного тиску і зовнішньої трубки **2**, яка є приймачем статичного тиску (*puc. 2.4.5*):



Рис. 2.4.5. Схема вимірювання швидкості повітряного потоку

$$\boldsymbol{p}_{\Pi} = \boldsymbol{p}_{cm} + \frac{\rho V^2}{2}$$

Обидві трубки з'єднані з покажчиком швидкості *3*, під дією різниці тисків мембранна коробка *4* деформується і через передавальний механізм пересуває стрілку приладу *5*, звідси формула для розрахунку приладової швидкості:

$$V_{np} = \sqrt{\frac{2(p_{\Pi} - p_{cm})}{\rho}}.$$
 (1.2.25)

Швидкість, виміряна **ППТ**, називається приладовою швидкістю ЛА. Зі збільшенням висоти польоту в зв'язку зі зменшенням густини повітря показання приладу стають недостовірними. Тому повітряна швидкість ЛА ( $V_{\rm H}$ ) на деякій висоті (**H**) буде дещо більшою, ніж швидкість, що показує прилад. З цією метою для визначення істинної повітряної швидкості вводиться поправка ( $1/\Delta$ ).

$$V_{\mu} = V_{np} \sqrt{\frac{1}{\Delta}}, \quad \Delta = \frac{\rho_{\mu}}{\rho_0}. \quad (1.2.26)$$

- 2. Задачі 2.4.2:
- Визначити приладову і повітряну швидкість польоту літака, якщо статичний тиск за бортом літака на заданій висоті дорівнює 1,013 \* 10<sup>5</sup> Па, тиск у критичній точці на фюзеляжі літака дорівнює 1,108 \* 10<sup>5</sup> Па, а масова густина дорівнює 0,5 кг/м<sup>3</sup>.
- 2) Літак летить на висоті *H* = 8000 м. Яку швидкість буде показувати прилад показника швідкості і яка буде фактична повітряна швидкість, якщо повний тиск дорівнює 1,15 \* 105 Па?

### Питання для самостійної перевірки стану засвоєння матеріалу за темою 1.2

- 1. Рівняння стану газового потоку і його практичне використання в аерогідрогазодинаміці.
- 2. Рівняння збереження енергії потоку рідини і газу, його практичне використання в аерогідрогазодинаміці.

- 3. Рівняння нерозривності потоку рідини і газу (рівняння Л. Ейлера), його практичне використання в аерогідрогазодинаміці.
- 4. Рівняння балансу енергії рухомого потоку рідини і газу (рівняння Д. Бернуллі) і його практичне використання в аерогідрогазодинаміці.
- 5. Теоретичне моделювання течій потоку рідини і газу навколо твердих тіл.
- Характеристика прямолінійного рівномірного руху частинок рідини й газу в потоці. Основні елементи потоку: траєкторія, лінія току, трубка току.
- 7. Характеристика вихрового руху частинок рідини й газу в потоці. Основні елементи вихрового потоку: вихрова лінія, вихровий шнур, вихрова трубка.
- 8. Визначення потоку рідини і газу, поняття усталеного і неусталеного потоку, спектр обтікання навколо твердих тіл.
- 9. Фізична картина течії рідини і газу навколо твердих тіл і зон при обтіканні.
- 10. Використання рівнянь Л. Ейлера і Д. Бернуллі при поясненні фізичної сутності виникнення підйомної сили профілю і крила.
- 11. Практичне використання рівнянь Клайперона-Менделєєва і збереження енергії газового потоку в аерогідрогазодинаміці.

### ПЕРЕЛІК ЗАДАЧ

### до практичного заняття за темою 1.2

- 1. Задачі 2.2.1:
- Визначити, як зміняться висота і швидкість польоту літака, якщо температура повітря змінюється з +20°C на поверхні землі до -45°C за бортом літака, а число Маха дорівнює 0,6.
- Визначити, як зміниться швидкість течії і швидкісний тиск у струменях над і під профілем, якщо на висоті польоту H = 5000 м при швидкості V = 720 км/год. площа поперечного перетину струменя перед профілем дорівнює S = 10 см<sup>2</sup> і змінюється: над профілем зменшується на 20 %, а під профілем збільшується на 40 %.
- 3) Визначити число Маха і число Рейнольдса на висоті **8000 м**, якщо швидкість літака дорівнює **900 км/год**, коефіцієнт динамічної в'язкості на цій висоті дорівнює **1,457**\***10**<sup>-5</sup> **H** с/м<sup>2</sup>, хорда крила дорівнює **1,5 м**.
- 4) Визначити коефіцієнт кінематичної в'язкості повітря і число Рейнольдса на висоті 10000 м, якщо коефіцієнт динамічної в'язкості на цій висоті дорівнює 1,457\*10<sup>-5</sup> H с/м<sup>2</sup>, швидкість літака дорівнює 420 км/год, діаметр фюжеляжу літака дорівнює 5 м.
- 2. Задачі 2.3.1:
- У скільки разів зменшиться об'єм газу в циліндрі поршневого двигуна в процесі стискання, якщо перед стисканням тиск і температура дорівнювали 2,0 кГс/см<sup>2</sup> і +35<sup>0</sup> С, а в кінці стискання тиск і температура дорівнювали 25 кГс/см<sup>2</sup> і +600<sup>0</sup> С?

- 2) Визначити вагу повітря, що міститься в бортовому балоні гальмівної системи вертольоту, якщо об'єм балону дорівнює **6** л, тиск в балоні дорівнює **190 кГс/см**<sup>2</sup>, а температура + **35**<sup>0</sup> **С**.
- 3. Задачі 2.3.2:
- 1) Визначити розмір швидкісного тиску, повний тиск і число Маха на висоті **H** = 4000 м, при швидкості 400 км/год.
- 2) При обтіканні крила повітряним потоком площа струменя зменшилась у **2 рази**. Визначити швидкість струменя і швидкісний тиск у найвужчому перерізі, якщо швидкість польоту літака дорівнює **480 км/год.** на рівні земної поверхні.
- 3) Визначити, як зміниться розмір швидкісного тиску на елементи конструкції літака, який летить зі швидкістю V = 720км/год., при зміні висоти з H<sub>1</sub> = 2 км до H<sub>2</sub> = 4000 м.
- 4) Визначити, як зміниться швидкість і швидкісний тиск у струменях над і під профілем крила, якщо на висоті польоту H = 3000 м при швидкості 320 км/год площа поперечного перерізу струменя перед профілем дорівнює S = 50 см<sup>2</sup> і змінюється таким чином: над профілем зменшується на 20 %, а під профілем збільшується на 40 %.

### 4. Задачі — 2.4.1:

- 1) Визначити, як зміниться повний тиск у критичній точці носової частини фюзеляжу літака на висоті 8000 м, якщо швидкості літака змінюються від 400 до 900 км/год.
- 2) Визначити температуру гальмування повітряного потоку для чисел Маха M = 3 і 5, якщо температура набігаючого потоку дорівнює  $t = 30^{\circ}C$ .

### 5. Задачі — 2.4.2:

- Визначити приладову і повітряну швидкість польоту літака, якщо статичний тиск за бортом літака на заданій висоті дорівнює 1,013\*10<sup>5</sup> Па, тиск у критичній точці на фюзеляжі літака дорівнює 1,108\*10<sup>5</sup> Па., а масова густина дорівнює 0,5 кг/м<sup>3</sup>.
- 2) Літак летить на висоті **H** = **8000 м.** Яку швидкість буде показувати прилад показника швидкості і яка буде фактична повітряна швидкість, якщо повний тиск дорівнює **1,15**\*10<sup>5</sup> Па?

### **1.3. РІВНЯННЯ РУХУ ГАЗОВОГО ПОТОКУ З УРАХУВАННЯМ** СТИСЛИВОСТІ СЕРЕДОВИЩА. ТЕОРІЯ СОПЛА ЛАВАЛЯ

1.3.1. Рівняння балансу енергії газового потоку з урахуванням стисливості середовища (рівняння Д. Бернуллі)

У загальному випадку руху газового потоку на етапах гальмування або розгону зміна фізичних параметрів стану газу підпорядковується ізоентропічному рівнянню:

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{c} \cdot \boldsymbol{\rho}^{\boldsymbol{k}},$$

де:

С – газова постійна величина ізоентропічного процесу;

 $\rho$  – масова густина газу, *кг/м*<sup>3</sup>;

$$k = \frac{c_p}{c_w}$$
 – показник адіабати;

 $\boldsymbol{p}_{-\text{тиск газу},\Pi a}$ .

Якщо підставити рівняння ізоентропи в рівняння Д. Бернуллі без урахування стисливості і виконати спільне інтегрування, то отримаємо рівняння Д. Бернуллі з урахуванням стисливості (*puc. 3.1.1*).



Рис. 3.1.1. Схема виведення рівняння Д. Бернуллі з урахуванням стисливості

$$\frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{V_1^2}{2} = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{V_2^2}{2} = const$$

У загальному випадку рівняння Д. Бернуллі з урахуванням стисливості прийме *перший вид:* 

$$\frac{k}{k-1} \cdot \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} = const$$
(1.3.1)

Рівняння Бернуллі з урахуванням стисливості можна перетворити в інший вид використовуючи рівняння стану газу:

$$\frac{p}{\rho} = RT$$

Тоді рівняння перетворюється в другий вид через зміну температури:

$$\frac{k}{k-1} \cdot RT + \frac{V^2}{2} = const$$
(1.3.2)

Рівняння Д. Бернуллі можна перетворити в *третій вид* через зміну швидкості звуку:  $a = \sqrt{kRT}$ 

$$\frac{k}{k-1} \cdot a^2 + \frac{V^2}{2} = const \qquad (1.3.3)$$

Через те що в адіабатичному процесі при зміні тиску стиснення газу відбувається зміна і його температури, отже, відбувається і зміна внутрішньої енергії газу пропорційно  $\frac{RT}{k-1}$ . Тоді в рівнянні Д. Бернуллі з'являється новий член, що враховує внутрішню енергію газу.

*Таким чином*, враховуючи, що  $\frac{k}{k-1}RT = \frac{p}{\rho} + \frac{RT}{k-1}$ , отримаємо **четвер***тий вид* рівняння:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + \frac{RT}{k-1} = const$$
(1.3.4)

Фізична сутність рівняння Бернуллі для стискуваного газу полягає в наступному: сума потенційної енергії  $\left(\frac{p}{\rho}\right)$ , кінетичної енергії  $\left(\frac{V^2}{2}\right)$  і внутрішньої енергії  $\left(\frac{RT}{k-1}\right)$  одиниці маси газу в будь-якому поперечному перерізі струменя газу є величиною постійною.

# 1.3.1.2. Залежність фізичних параметрів потоку від швидкості його руху

### **1.3.1.2.1. Температура** загальмованого потоку (рис. 3.1.2)

На передній кромці обтічних тіл завжди є область або точка, в якій газ повністю гальмується і швидкість обтікання дорівнює « $\theta$ » ( $V = \theta$ ). Цю область або точку називають *критичною*.

Якщо проаналізувати рівняння Бернуллі, то можна дійти висновку, що:

$$\frac{k}{k-1}RT\uparrow+\frac{\downarrow V^2}{2}=const.$$



Рис. 3.1.2. Схема виведення рівняння повного гальмування

Звідси випливає, що при гальмуванні потоку його температура збільшується і максимальне значення температури буде відповідати швидкості V = 0(*тобто в точці гальмування*).

Згідно з рівнянням Д. Бернуллі, температуру загальмованого потоку можна визначити за формулою:

$$\frac{k}{k-1} RT_i + \frac{V_i^2}{2} = \frac{k}{k-1} RT_0 + \frac{V_0^2}{2}$$
, звідси при  $V_0 = 0$ ,

з урахуванням рівняння  $a^2 = kRT$ , отримаємо новий вираз визначення температури загальмованого потоку:

$$\boldsymbol{T}_{0} = \boldsymbol{T}_{i} \left( 1 + \frac{\boldsymbol{k} - 1}{2} \boldsymbol{M}^{2} \right).$$
(1.3.5)

З цього виразу випливає, що температура загальмованого потоку збільшується зі зростанням числа Маха (*M*), а це пояснюється тим, що при адіабатичному гальмуванні кінетична енергія потоку перетворюється у внутрішню енергію газу і йде на збільшення його температури. Це явище називається *кінетичним нагріванням*.

Залежність температури загальмованого потоку від чисел М:

М	0	1	2	3	4	5
<b>T</b> <sub>0</sub> , ° <b>K</b>	288	346	518	807	1210	1764

Якби не було теплопередачі, то температура газу в критичних точках профілів обтічних тіл дорівнювала б температурі  $T_0$  газу, а через те що вона випромінюється в середовище і розсіюється, відбивається від поверхні тіла, а також відводиться всередину тіла, то температура в точці гальмування буде значно меншою температури гальмування.

### 1. Задачі — 3.1.1

*1)* Визначити температуру загальмованого повітряного потоку для чисел Маха M = 3 i 6, якщо політ здійснюється на висоті польоту H = 5000 m.

2) Визначити швидкісний і повний тиск на визначеній висоті, якщо температура повітря складає  $-25^{\theta}C$ , а число Маха дорівнює M = 0,95. 3) Визначити приладову і повітряну швидкість, а також число Маха, якщо швидкість звуку на висоті польоту дорівнює  $a_{\mu} = 320 \ \text{м/c}$ , повний тиск повітряного потоку  $p^* = 9.9 * 10^5 \ \Pi a$ .

4) Літак летить на висоті H = 8000 м зі швидкістю V = 420 км/год. Яку швидкість буде показувати прилад показника швидкості, якщо шкала приладу відградуйована на висоту H = 0 м. Визначити число Маха і температуру повітря при завданих вихідних даних.

#### 1.3.1.2.2. Гранична швидкість руху

Згідно з рівнянням Д. Бернуллі з урахуванням стисливості середовища:

$$\frac{k}{k-1} \cdot \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} = const, \quad \frac{k}{a \delta o} \cdot RT + \frac{V^2}{2} = const$$

збільшення швидкості потоку газу, а значить, збільшення його кінетичної енергії може відбуватися тільки за рахунок зменшення потенційної енергії потоку.

Граничне значення швидкості потоку настає тоді, коли потенційна енергія потоку знижується до «**0**», тобто коли відбувається зменшення абсолютної температури газового середовища до T = 0.

Швидкість, досягнута газовим потоком при температурі середовища  $T_0 = 0$ , називається граничною і визначається за формулою:

$$\frac{k}{k-1} \cdot R(T_0 - T_i) = \frac{V_i^2}{2}, \text{ звідси} \quad V_{nped} = \sqrt{\frac{2k}{k-1}} R(T_0 - T_i). \quad (1.3.6)$$

Якщо газ із параметрами стану  $P_0, \rho_0, T_0$  знаходиться в стані спокою (наприклад, газ знаходиться в балоні під тиском або пороховий двигун зі спресованим пороховим зарядом), а потім починається витік газу з безперервним збільшенням швидкості від  $V_0$  до  $V_i = V_{nped}$ , тоді рівняння Бернуллі приймає вигляд (рис. 3.1.3):

$$\frac{k}{k-1}RT_{0} + \frac{V_{0}^{2}}{2} = \frac{k}{k-1}RT_{i} + \frac{V_{i}^{2}}{2}, \text{ при } T_{i} = 0$$
  
отримаємо: 
$$\frac{k}{k-1} \cdot RT_{0} = \frac{V_{npe0}^{2}}{2}, \text{звідси:}$$
  

$$V_{npe0} = \sqrt{\frac{2k}{k-1}} \cdot RT_{0}; \qquad (1.3.7)$$

для повітря, коли  $k = 1, 41; R = 287 \frac{2\pi}{\kappa_2} \cdot K$ , тоді гранична швидкість дорівнює:

$$V_{npe\partial} = \sqrt{2000 \cdot T_0} ; \qquad (1.3.8)$$



Рис. 3.1.3. Схема витікання газу з порохового двигуна у вакуум

З основного рівняння Д. Бернуллі можна визначити відносну зміну температури залежно від відносної зміни швидкості потоку газу:

$$\frac{T}{T_0} = 1 - \frac{V^2}{V_{nped}^2}$$

### 2. Задача — 3.1.2

Визначити граничну швидкість повітряного потоку при польоті на висоті H = 10000 m при числі Маха M = 2.

### 1.3.1.2.3. Тиск і масова густина повітря

Зміну тиску і густини рухомого газу можна виразити через зміну температури. Використовуючи рівняння ізоентропічного процесу

$$\frac{\boldsymbol{p}}{\boldsymbol{p}_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\boldsymbol{k}}$$

і підставивши в нього рівняння стану середовища, отримаємо нове рівняння через зміну температури:

$$\frac{\boldsymbol{p}}{\boldsymbol{p}_0} = \left(\frac{\boldsymbol{T}}{\boldsymbol{T}_0}\right)^{\frac{\boldsymbol{k}}{\boldsymbol{k}-1}}; \frac{\boldsymbol{\rho}}{\boldsymbol{\rho}_0} = \left(\frac{\boldsymbol{T}}{\boldsymbol{T}_0}\right)^{\frac{1}{\boldsymbol{k}-1}}.$$

Потім, якщо підставити їх у вихідне рівняння зміни температури при гальмуванні потоку, отримаємо нове рівняння визначення температури:

$$\boldsymbol{T}_{0} = \boldsymbol{T} \left( 1 + \frac{\boldsymbol{k} - 1}{2} \boldsymbol{M}^{2} \right).$$
(1.3.9)

З урахуванням цих перетворень отримаємо формули для визначення інших параметрів газу з урахуванням стисливості (*puc. 3.1.4*):

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 + \frac{k - 1}{2}M^2\right)^{\frac{k}{k - 1}} \Longrightarrow p = p_0 \left(1 + \frac{k - 1}{2}M^2\right)^{\frac{k}{k - 1}}$$
$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 + \frac{k - 1}{2}M^2\right)^{\frac{1}{k - 1}} \Longrightarrow \rho = \rho_0 \left(1 + \frac{k - 1}{2}M^2\right)^{\frac{1}{k - 1}}$$
(1.3.10)



Рис. 3.1.4. Схема графіків залежностей основних параметрів потоку від числа Маха (М)

У міру збільшення швидкості повітряного потоку відбувається зменшення швидкості звуку в ньому. Через те що швидкість звуку зменшується через зменшення температури потоку T, а саме  $a = \sqrt{T}$ , можна установити залежність між швидкістю звуку і граничною швидкістю потоку:

$$\frac{a}{a_0} = \sqrt{1 - \frac{V_i^2}{V_{npe\partial}^2}}; a = a_0 \sqrt{1 - \left(\frac{V_i}{V_{npe\partial}}\right)^2}$$

#### 3. Задачі — 3.1.3

1) Визначити швидкість звуку, число Маха, швидкісний і повний тиск потоку, что обтікає літак у польоті зі швидкістю  $V = 480 \kappa m/20$ д на висоті H = 5000 m, якщо атмосферний тиск на даній висоті складає 54052 Па.

2) Визначити фактичну висоту польоту літака, приладову швидкість, швидкість звуку і швидкісний напір, якщо прилад числа Маха показує значення M = 0.9, а повітряна швидкість літака дорівнює  $V_{nn} = 980 \ \kappa m/200$ .

У міру зростання швидкості потоку і зменшення швидкості звуку їх значення поступово зближуються і в деякому перерізі профілю, приблизно в місті максимальної його товщини, вони зрівнюються. Цей переріз називається критичним (*puc. 3.1.5*).



Рис. 3.1.5. Схема досягнення швидкості звуку в критичному перерізі

Наскільки близькі  $V_{KP}$  і  $V_{npeo}$  – простежимо на рівнянні Д. Бернуллі, запишемо рівняння Д. Бернуллі для критичного перерізу:

де

 $V_i = a_{\kappa p}$ , а швидкість при цьому дорівнює граничній  $V_i = V_{nped}$ , тоді  $a_{\kappa p} = V_{nped}$  (*puc. 3.1.6*).

Рівняння Бернуллі для стискуваного потоку через швидкість звуку, коли:  $V_{nped} = a_{\kappa p}$  має вигляд:

$$\frac{a^2}{k-1} + \frac{V_{npe\partial}^2}{2} = const; \frac{a^2}{k-1} + \frac{a_{\kappa p}^2}{2} = \frac{V_{npe\partial}^2}{2} = const$$
тоді отримаємо  $\left(\frac{V_{npe\partial}}{a_{\kappa p}}\right)^2 = \frac{k+1}{k-1}$ 



Рис. 3.1.6. Залежність швидкості звуку від граничної швидкості потоку

Для повітря:  $V_{nped} = 756 \, \text{м}/c$ , при  $T_0 = 288 \, ^{\circ} \text{K}$ 

Через те що при критичній швидкості руху  $M_{\kappa p} = \frac{V_{\kappa p}}{a} = 1$ , критичні значення параметрів потоку можна визначити за формулами:

$$\frac{T_{\kappa p}}{T_0} = \frac{2}{k+1} \Longrightarrow T_{\kappa p} = T_0 \frac{2}{k+1};$$

$$\frac{p_{\kappa p}}{p_0} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \Longrightarrow p_{\kappa p} = p_0 \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}};$$

$$\frac{\rho_{\kappa p}}{\rho_0} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \Longrightarrow \rho_{\kappa p} = \rho_0 \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}}$$
(1.3.11)

Для повітря, при  $\boldsymbol{k} = 1,41; \boldsymbol{T}_{\kappa p} = 0,831\boldsymbol{T}_0; \boldsymbol{p}_{\kappa p} = 0,528\boldsymbol{p}_0; \rho_{\kappa p} = 0,636\boldsymbol{p}_0,$  де:

 $T_{\theta}$ ,  $p_{\theta}$ ,  $\rho_{\theta}$  – фізичні параметри повітря при усталеному русі;  $T_{\kappa p}$ ,  $p_{\kappa p}$ ,  $\rho_{\kappa p}$  – фізичні параметри повітря в критичному перерізі потоку.

### 4. Задача — 3.1.4

Визначити критичні параметри повітряного потоку: температуру, тиск і масову густину за спрощеними формулами, якщо політ літака здійснюється на висоті **H** = 2000 м.

### **1.3.2.** Рівняння постійної масової витрати рідини або газу з урахуванням стисливості (*puc. 3.2.1*)



Рис. 3.2.1. Схема потоку рідини з урахуванням стисливості

У загальному випадку з урахуванням стисливості рівняння Л. Єйлера має вигляд:

 $\rho VS = const \Rightarrow Q_m - Macoba Bumpama$ 

В умовах, коли проявляється стисливість газу, для визначення залежності між зміною площі поперечного перерізу, масовою щільністю і швидкістю потоку газу перетворимо рівняння у вид:

$$V = \frac{const}{\rho S}$$

З цієї залежності випливає, що зміна швидкості обумовлена зміною площі поперечного перерізу струмка і зміною густини газу.

Використовуючи співвідношення:

$$\frac{d\rho}{\rho} = -M^2 \frac{dV}{V}$$

можна зробити наступні основні висновки:

*1)* зміна густини і швидкості мають різні знаки: при гальмуванні газ ущільнюється, а при розгоні – розріджується;

при 
$$V_2 < V_1 \rightarrow \rho \uparrow$$
; при  $V_2 > V_1 \rightarrow \rho \downarrow$ 

2) відносна зміна густини потоку при зміні швидкості пропорційна квадрату числа Маха М<sup>2</sup>;

$$\frac{dp}{p} = M^2$$

3) при швидкості потоку, меншій швидкості звуку V < a, темп зміни густини  $\rho$  газу менше темпу зміни швидкості V:

$$\left|\frac{d\rho}{\rho}\right| < \left|\frac{dV}{V}\right|$$

при швидкості більшій швидкості звуку V < a, темп зміни густини  $\rho$  газу набагато більший темпу зміни швидкості V:

$$\left|\frac{d\rho}{\rho}\right| > \left|\frac{dV}{V}\right|$$

*Таким чином*, при досягненні потоком газу в процесі розгону швидкості, яка дорівнює швидкості звуку, настає якісна зміна співвідношення між відносною зміною швидкості і відносною зміною густини газу в струминках.

3 огляду на співвідношення:

$$\frac{d\rho}{\rho} = -M^2 \frac{dV}{V}$$

можна отримати рівняння усталеної масової витрати з урахуванням стисливості в диференційній формі:

$$\frac{dV}{V} = \frac{1}{M^2 - 1} \cdot \frac{dS}{S}$$

1. Задача — 3.2.1

Визначити, як зміниться швидкість польоту літака при зміні висоти від  $H_1 = 8000 \text{ m}$  до  $H_2 = 3000 \text{ m}$  при незмінній вазі літака  $G = 100 \text{ \kappa}H$  і площі крила  $S = 150 \text{ m}^2$ , коефіціенті підйомної сили  $C_{ya} = 0,9$ .
## 1.3.3. Поняття про критичну швидкість потоку. Теорія сопла Лаваля

### 1.3.3.1. Поняття про критичну швидкість потоку газу

З рівняння нерозривності з урахуванням стисливості газу записаних у вигляді:

$$\frac{dS}{dV} = \left(M^2 - 1\right) \cdot \frac{S}{V}$$

випливають певні закономірності:

1) при дозвуковій течії газу  $(V < a, M < 1) \frac{dS}{dV} < 0$  зв'язок між змінами площі поперечного перерізу струминки і швидкості потоку принципово такий

же, як і у нестисливої рідини: газ розганяється у звужуючій і гальмується в розширюючій частині струминки, проте кількісні співвідношення тим більше, чим більше число Маха *M* потоку;

2) досягнення швидкості звуку можливо в найвужчому перерізі,

$$\left(V=a\right)\frac{dS}{dV}=0$$

3) при надзвуковій течії  $(V > a, M > 1) \frac{dS}{dV} > 0$  залежність зворотна: газ ро-

зганяється в розширюючій частині струминки і гальмується в звужуючій. Це пояснюється більш різким падінням густини порівняно з приростом швидкості;

4) щоб швидкість потоку збільшилася від дозвукової до надзвукової, необхідно спочатку струмінь звужувати, поки газ не збільшить свою швидкість до V = a, а потім площу поперечного перерізу необхідно розширювати для отримання надзвукової течії.

Ці закономірності використовуються для отримання надзвукових потоків газу за допомогою спеціально спрофільованих пристроїв, де вхідна частина звужується, а вихідна частинами – розширюється. Такі пристрої називаються *соплами Лаваля*, по імені шведського інженера, який вперше застосував їх для отримання надзвукової течії без суттєвої витрати енергії.

Швидкість потоку, що дорівнює місцевій швидкості звуку, називається критичною, переріз струменя, де досягається критична швидкість, називається критичним.

#### 1.3.3.2. Теорія сопла Лаваля

Для аналізу умов витрати газу по трубці потоку зручно використовувати рівняння питомої масової витрати газу:

$$m = \rho VS_{afo} \frac{m}{S} = \rho V$$

Розглянемо зміну параметрів газу по довжині сопла Лаваля (*puc. 3.2.2*). Окремі випадки розв'язування рівняння:

*1)* при відсутності швидкості руху потоку питома витрата дорівнює нулю:

$$V=0\rightarrow\rho\cdot V=0;$$

2) при швидкості потоку V < a: збільшення швидкості течії газового потоку можливе при зменшенні площі поперечного перерізу:  $C \uparrow V \rightarrow$ , *npu*  $\rho \approx const \rightarrow \uparrow \rho V$ , *modi*  $\frac{m}{S \downarrow} = \rho V \uparrow$  швидкість течії газового потоку досягає значення швидкості звуку  $V = V_{\kappa p} = a$  при мінімальній площі перерізу  $S_{\min}$ :

$$V \to (V\rho)_{\max} \to S_{\min}, \quad npu \quad \rho = const$$
$$\frac{m}{S_{\min}} = (\rho V_{\kappa p})_{\max};$$

3) при швидкості потоку V > a: подальше збільшення швидкості надзвукового потоку (V > a) можливе при розширенні вихідного перерізу газового потоку через різке зменшення масової густини газу:

$$\uparrow V > a \rightarrow \downarrow \downarrow \rho \cdot V \uparrow \rightarrow \uparrow S, \frac{m}{S \uparrow} = \downarrow \downarrow \rho \cdot V \uparrow$$

Основні закономірності течії газового потоку в соплі Лаваля:

1) при V < a, M < 1, зв'язок між зміною площі перерізу струминки і швидкістю течії аналогічний, як і для нестисливого потоку:

$$V \uparrow \to \downarrow S; V \downarrow \to \uparrow S;$$

2) при V > a, M < 1 спостерігається зворотна залежність:

 $V \uparrow \rightarrow \uparrow S \cdot V \downarrow \rightarrow \downarrow S$ 

Рис. 3.2.2. Схема зміни параметрів потоку по довжині сопла Лаваля

3) щоб збільшити швидкість потоку від дозвукової до надзвукової, необхідно:

- спочатку звужувати поперечний переріз струменя до тих пір, поки швидкість потоку не досягне швидкості звуку;
- потім розширювати переріз струменя, що приведе до ще більшого збільшення надзвукової швидкості газового потоку.

Сопло Лаваля застосовується в авіаційній техніці:

- у вигляді соплових апаратів реактивних двигунів;
- в аеродинамічних трубах для отримання надзвукових швидкостей течії при проведенні досліджень.

# Питання для самостійної перевірки стану засвоєння матеріалу за темою 1.3

- 1. Рівняння Д. Бернуллі рухомого газового потоку з урахуванням стисливості, його фізична сутність і практичне використання.
- 2. Залежність температури загальмованого газового потоку від швидкості руху, фізична сутність кінетичного нагрівания поверхні обтічного тіла.
- 3. Характеристика граничної швидкості газового потоку і її залежність від температури навколішнього середовища.
- 4. Характеристика критичного перерізу потоку, його сутність і визначення критичних параметрів газового потоку.
- 5. Рівняння Л. Ейлера з врахуванням стисливості газу, його фізична сутність і практичне використання.
- Характеристика критичної швидкості стисливого газового потоку, основні закономірності при разгоні потоку від дозвукової швидкості до надзвукової.
- 7. Сутність сопла Лаваля, характеристика залежності параметрів газового потоку від швидкості руху і зміни основних параметрів газового потоку по довжині сопла Лаваля.

# ПЕРЕЛІК ЗАДАЧ

# до практического заняття за темою 1.3

- 1. Задачі 3.1.1:
- 1. Визначити температуру загальмованого повітряного потоку для чисел Маха **M** = **3 і 6**, якщо політ здійснюється на висоті польоту **H** = **5000 м**.
- 2. Визначити швидкісний і повний тиск на визначеній висоті, якщо температура повітря складає -25°С, а число Маха дорівнює М = 0,95.
- 3. Визначити приладову і повітряну швидкість, а також число Маха, якщо швидкість звуку на висоті польоту дорівнює **a**<sub>H</sub> = 320 м/с, повний тиск повітряного потоку **p**\* = 9,9\*10<sup>5</sup> Па.
- 4. Літак летить на висоті **H** = 8000 м зі швидкістю V = 420 км/год. Яку швидкість буде показувати прилад показника швидкості, якщо шкала приладу відградуйована на висоту **H** = 0 м. Визначити число Маха і температуру повітря при заданих вихідних даних.

# 2. Задача — 3.1.2:

Визначити граничну швидкість повітряного потоку при польоті на висоті H = 10000 м при числі Маха M = 2.

# 3. Задачі — 3.1.3:

- Визначити швидкість звуку, число Маха, швидкісний і повний тиски потоку, що обтікає літак у польоті зі швидкістю V = 480 км/год на висоті H = 5000 м, якщо атмосферний тиск на даній висоті складає 54052 Па.
- Визначити фактичну висоту польоту літака, приладову швидкість, швидкість звуку і швидкісний напір, якщо прилад числа Маха показує значення M = 0,9, а повітряна швидкість літака дорівнює V<sub>пн</sub> = 980 км/год.

## 4. Задача — 3.1.4:

Визначити критичні параметри повітряного потоку: температури, тиску і густини за спрощеними формулами, якщо політ літака здійснюється на висоті **H** = 2000 м.

## 5. Задача — 3.2.1

Визначити, як зміниться швидкість польоту літака при зміні висоти з  $H_1 = 8000 \text{ м}$  до  $H_2 = 3000 \text{ м}$  при незмінній вазі літака G = 100 кH і площі крила  $S = 150 \text{ м}^2$ , коефіцієнт підйомної сили  $C_{ya} = 0,9$ .

# 1.4. ЗАКОНОМІРНОСТІ ВИХРОВОГО РУХУ ГАЗОВОГО ПОТОКУ. ТЕОРЕМА М. Є. ЖУКОВСЬКОГО ПРО ПІДЙОМНУ СИЛУ КРИЛА

# 1.4.1. Закономірності вихрового руху потоку рідини і газів. Основні теореми про вихори

## 1.4.1.1. Закономірності вихрового руху потоку рідини і газів.

При обтіканні аеродинамічних тіл повітряним потоком швидкість течії в струминках потоку змінюється в міру віддалення від поверхні обтічного тіла. У реальному повітряному потоці відмінність швидкостей між сусідніми струминками приводить до виникнення дотичних сил тертя, розмір яких пропорційний градієнту швидкості по товщині примежового шару повітряного потоку (*puc.* 4.1.1).



Puc. 4.1.1. Схема виникнення вихрового руху частинок  $\tau = \mu * \frac{dVx}{dy}; X_{TP} = \tau * S; M_{TP} = X_{TP} * r; \omega = f(M_{TP})$ 

Унаслідок властивостей в'язкості між шарами стуминок виникають сили тертя. При цьому шари струминки з великими швидкостями захоплюють за собою уповільнені шари, а шари струминок із меншими швидкостями гальмують шари, які рухаються з великими швидкостями. У свою чергу, великі швидкості викликають великі сили тертя.

*Таким чином*, виникає пара сил тертя, які на радіусі до центру мас частинок викликають появу моменту тертя і, як наслідок, приводять до виникнення обертального руху частинок, який називається вихровим рухом.

У реальному потоці вихрова течія повітря утворюється при обтіканні тіл із затупленою задньою кромкою або з гострими поперечними кромками (*puc.* 4.1.2). Вихори, залежно від їх інтенсивності, при обертанні з деякою кутовою швидкістю, втягують в обертальний рух сусідні стуминки рідини або газу, які були нерухомими або рухалися прямолінійно, і тим самим викликають обертальний рух у додатковій масі середовища. Положення вихорів у просторі визначається вихровими лініями. Потужність вихорів оцінюється їх *напругою* (або *інтенсивністю*).



Рис. 4.1.2. Схема джерел вихрового руху

У загальному випадку напруга вихору визначається рівнянням (*рис. 4.1.3*):

$$\Gamma = 2 \iint \omega \cdot dS$$
, для загального випадку  $\omega = f(t)$ ; (1.4.1)

Напругою вихору (Г) називається фізична величина, яка дорівнює подвоєному подвійному інтегралу добутку кутової швидкості обертання вихору на площу поперечного перерізу вихору.

Для окремого випадку, коли кутова швидкість постійна ( $\omega = const$ ), рівняння напруги вихору має вигляд:

$$\Gamma = 2 \cdot \omega_n \cdot \mathbf{S} \tag{1.4.2}$$

де:

 $\omega_n$  — нормальна складова результуючого вектора кутової швидкості обертання вихору,  $^{1}/c$ ;

S – площа поперечного перерізу вихору,  $M^2$ .

Усередині кожного вихору колова швидкість обертання частинок рідини чи газу пропорційна кутовій швидкості обертання і відстані від центру вихору до кола вихору. В навколишньому середовищу вихор збуджує обертальний рух нерухомих частинок рідини чи газу (*puc. 4.1.3*).

Колову швидкість, індуковану нескінченним прямолінійним вихровим шнуром, можна визначити за формулою:

$$V_{l} = \frac{2 \iint \omega dS}{2\pi r}, \quad \text{для } \omega = f(r)$$
$$V(l) = \frac{\Gamma}{2\pi r} = \frac{2\omega_{n}S}{2\pi r} = \frac{\omega_{n}S}{\pi r}, \quad \text{для } \omega_{n} = const,$$

де:

 $V_{l}$  – індукована вихором колова швидкість на довільному замкненому контурі ( $\ell$ ), м/с;

 $U = \omega \cdot r$  — колова швидкість по площі вихору, м/с.



Рис. 4.1.3. Схема виникнення індукованої вихором збуреної швидкості Вихровий рух характеризується поняттям циркуляції швидкості по довільному замкненому контуру (рис. 4.1.4).



Рис. 4.1.4. Схема виникнення циркуляції швидкості по замкненому контуру

Циркуляцією швидкості по замкненому контуру (J(l)) називається величина, яка визначається криволінійним інтегралом добутку дотичної складової індукованої вихором швидкості на довжину замкненого контуру.

## 1. Задачі — 4.1.1:

1) Визначити для нескінченного вихору напругу, індуктивну швидкість і колову швидкість на перерізі вихору, якщо частота обертання вихору дорівнює  $\omega_s = 25 \ ^{1}/c$ , площа перерізу вихору  $S_s = 80 \ cm^2$ , радіус кола, что охоплює вихор, дорівнює  $R = 40 \ cm$ .

2) Визначити, як зміниться повний тиск у критичній точці носової части фюзеляжу літака при зміні висоти польоти з  $H_1 = 1000 \text{ m}$  до  $H_2 = 5000 \text{ m}$ при швидкості V = 720 км/год.

# 1.4.1.2. Основні теореми про вихори

У загальному вигляді вихор характеризується певними геометричними параметрами: площею поперечного перерізу вихору і його довжиною, а також кінематичними параметрами: кутовою швидкістю обертання вихору і його напругою (*puc. 4.1.5*).



Рис. 4.1.5. Схема кінематичних параметрів вихору

# 1.4.1.2.1. Теорема Гельмгольца

Визначення: напруга (*інтенсивність*) вихору по його довжині не змінюється в часі і є величиною постійною (*рис. 4.1.6*):



Рис. 4.1.6. Кінематична схема вихору

В ідеальній рідині несучі поверхні можна моделювати вихорами, які дозволяють визначати збурені швидкості й тиск і, як наслідок, розраховувати аеродинамічні сили на модельованому вихорами тілі.

# Наслідок теореми:

- вихрові шнури повинні бути замкненими по контуру;
- вихрові шнури повинні спиратися на будь-які тверді поверхні;
- вихрові шнури повинні мати нескінченну довжину.

Якщо розглянути довільний замкнений контур, то циркуляцію швидкості по цьому контуру можна представляти як проекції результуючої циркуляції швидкості на відповідні вісі координат:

$$J(l) = \prod_{l} Vl \cdot dl = \prod_{l} (V_x dx + V_y dy + V_z dz)$$
(1.4.3)

# 1.4.1.2.2. Теорема Стокса

Визначення: циркуляція швидкості по замкненому контуру ( $\ell$ ) дорівнює сумарній напрузі всіх вихорів, які охоплюються цим контуром (*puc. 4.1.7*).



Рис. 4.1.7. Схема сумарної напруги вихорів

Теорема використовується при моделюванні несучих поверхонь декількома прямолінійними вихорами, які створюють сумарну циркуляцію швидкості по довільному замкненому контуру, що охоплює вихрові шнури.

# 1.4.1.2.3. Теорема Томпсона

*Визначення:* циркуляція швидкості по замкненому контуру, що проходить через одні й ті ж точки в просторі і з часом не змінюється (*рис. 4.1.8*).



Рис. 4.1.8. Схема циркуляції швидкості по замкненому контуру

*Наслідок теореми:* якщо в ідеальній рідині циркуляція швидкості по замкненому контуру з часом дорівнює нулю (*тобто рух невихровий*), то воно буде невихровим і в наступні моменти часу.

# 1. Задачі — 4.1.2:

*1)* Визначити приладову і повітряну швидкості та швидкісний тиск на висоті H = 6000 m, якщо повний тиск дорівнює  $p^* = 1,1 * 10^5 \text{ Па.}$ 

2) Визначити, як зміниться масова витрата повітря при швидкості  $V = 720 \ \kappa m/200$  на висоті  $H = 3000 \ m$  при зміні діаметру повітряного потоку з  $d_1 = 50 \ cm$  до  $d_2 = 0.9 \ m$ .

# 1.4.2. Моделювання течії газодинамічними особливостями. Теорема М. Є. Жуковського про підйомну силу

## 1.4.2.1. Загальне поняття про газодинамічні особливості

Поза вихрової трубки рідина або газ знаходяться в стані спокою або прямолінійного рівномірного руху. При появі вихрового руху частинки рідини або газу, які перебували в нерухомому стані або рухалися прямолінійно, залучаються до вихрового руху залежно від величини кутової швидкості обертання і відстані від центра вихору. Згідно з теоремою Стокса циркуляція швидкості по замкненому контуру навколо вихору дорівнює напрузі (*інтенсивності*) вихрового шнура.

Для розв'язання практичних задач в аерогідрогазодинаміці поверхні *ЛА* можуть моделюватися газодинамічними особливостями, до яких належать:

- вихори;
- витоки;
- стоки;
- диполі.

Газодинамічні особливості можуть використовуватися автономно, а також у взаємодії один з одним.

Сутність моделювання полягає в тому, що поле збурених швидкостей і тисків, викликаних обтічним тілом, замінюються аналогічним полем, але створюваним відповідними газодинамічними особливостями.

### 1.4.2.2. Моделювання несучої поверхні приєднаними вихорами

Несуча поверхні моделюється одним або декількома вихорами (*puc. 4.2.1- l i 2*).



Рис. 4.2.1-1. Схема моделювання профілю несучої поверхні приєднаними вихорами



Рис. 4.2.1-2. Схема моделювання лопаті несучого гвинта НГ приєднаними вихорами

При моделюванні несучих поверхонь вихровими шнурами поверхня розбивається на рівні ділянки і в кожну із них поміщають підковоподібний вихровий шнур. Вихрову пелену, що сходить із несучої поверхні, моделюють кінцями підковоподібного вихрового шнура. Вихровий шнур, обертаючись із деякою кутовою швидкістю, індукує навколо себе появу збуреної швидкості, яка згідно з рівнянням Д. Бернуллі викликає появу поля тисків і, як наслідок, виникає перепад тисків. Розглянемо фізичну сутність появи і розмір індукованої вихором швидкості.

Нехай прямолінійний вихор обертається з деякою кутовою швидкістю ( $\omega$ ) і має певне напруження ( $\Gamma$ ). По колу, що охоплює вихор (l), швидкість, індукована вихором, постійна в часі V(l) = const.

Індуктивну швидкість V(l) розраховують за формулою Біо-Савара, викликану прямолінійним вихровим шнуром, що обертається з деякою кутовою швидкістю ( $\omega$ ) (*puc. 4.2.2*):

$$V(l) = \frac{\Gamma}{4\pi r} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) = \frac{2\omega_n S}{4\pi r} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) = \frac{\omega_n S}{2\pi r} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$



Рис. 4.2.2. Схема визначення індуктивної швидкості V(l) прямолінійного вихору за формулою Біо-Савара

З формули випливає, що колова швидкість, індукована вихором, на самому вихорі(r=0), дорівнює  $V(l) = \infty$ , а при збільшенні радіуса  $(r \to \infty)$  зменшується обернено пропорційно радіусу вихору до V(l) = 0. Вздовж радіус-вектора радіальна швидкість дорівнює нулю  $(r \to V_r = 0)$  (*puc. 4.2.2*).

Розглянемо випадки, коли прямолінійний вихор має різну довжину.

### а) Вихор нескінченної довжини (рис. 4.2.2):

Нехай колова швидкість, індукована вихором  $O_1O_2$ , лежить у площині, перпендикулярній вісі вихору, і її величину можна визначити за формулою Біо-Савара.

Для цього випадку  $\alpha_1 \rightarrow 0, \alpha_2 \rightarrow \infty$ , тоді  $\cos \alpha_1 = 1$ , а  $\cos \alpha_2 = -1$ , таким

чином:  

$$V(l) = \frac{\Gamma}{4\pi r} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) = \frac{2\omega_n S}{4\pi r} (1+1) = \frac{\omega_n S}{\pi r}; \qquad (1.4.3)$$

б) Вихор напівнескінченної довжини (рис. 4.2.3):

для цього випадку  $\alpha_1 \rightarrow 0, \alpha_2 \rightarrow 90^\circ$ , тоді  $\cos \alpha_1 = 1$ , а  $\cos \alpha_2 = 0$ , отже:

$$V(l) = \frac{\Gamma}{4\pi r} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) = \frac{2\omega_n S}{4\pi r} (1 - 0) = \frac{\omega_n S}{2\pi r}; \qquad (1.4.4)$$

*Таким чином*, індукована вихором напівнескінченної довжини швидкість в *два рази менше*, ніж швидкість, індукована вихором нескінченної довжини.



Рис. 4.2.3. Схема напівнескінченного прямолінійного вихору

## 1. Задачі - 4.2.1:

- 1) Визначити напругу вихору й індуковану вихором швидкість, якщо кути твірних конусу вихору дорівнюють  $\alpha_1 = 45^{\theta}$ ,  $\alpha_2 = 135^{\theta}$ , радіус кола, что охоплює вихор R = 30 см, число обертання вихору  $n_{\theta} = 335 \text{ об/x6}$ .
- 2) Визначити напругу вихору, індуковану вихором швидкість для напівнескінченного вихору і колову швидкість на перерізі вихору, якщо число обертів вихору  $n_6 = 24006/x_6$ , кути твірних конусу вихору дорівнюють  $\alpha_2 = 90^{0}$ ,  $\alpha_1 = 0^{0}$ , радіус кола, что охоплює вихор, дорівнює R = 100 см, площа перерізу вихору  $S_6 = 50 \text{ см}^2$ .

## 1.4.2.3. Теорема М. Є. Жуковського про підйомну силу крила

У 1906 р. М. Є. Жуковський дійшов висновку, що в ідеальній рідині, яка обтікає циліндричне тіло нескінченного розмаху, підйомна сила може виникнути тільки при наявності циркуляції швидкості по замкненому контуру, який охоплює обтічне тіло (*puc. 4.2.4*).

У запропонованій М. Є. Жуковським розрахунковій схемі профіль крила замінюється приєднаним підковоподібним вихором. Така схема дозволила побудувати математичну модель обтікання і отримати математичне рішення.

Профіль крила розглядається як обтічне тіло, навколо якого створюється циркуляція швидкості, індукована вихором.

При взаємодії циркуляції (*викликаної вихором*) із плоскопаралельним потоком над обтічним тілом і під ним швидкості обтікання алгебраїчно складаються.



Рис. 4.2.4. Схема заміни циркуляційного обтікання приєднаним вихором

*Таким чином*, над профілем швидкість потоку збільшується, а під профілем – зменшується. Згідно з рівнянням Бернуллі, зміна швидкості обтікання призводить до зміни тиску над і під профілем, і, у свою чергу, викликає виникнення різниці тисків, та, як наслідок, появу підйомної сили.

$$\downarrow_{B} p_{cm} + \frac{\rho V_{B}^{2} \uparrow}{2} = const; \uparrow_{H} p_{cm} + \frac{\rho V_{H}^{2} \downarrow}{2} = const$$

Згідно з гіпотезою М. Є. Жуковського, навколо обтічного тіла виникає циркуляція швидкості, викликаної вихором, який Жуковський назвав приєднаним. Даний вихор викликає появу полів збурених швидкостей і тисків, які викликають виникнення різниці тисків і, як наслідок, утворення підйомної сили. Використавши теорему про імпульс сили, Жуковський установив зв'язок між підйомною силою і циркуляцією швидкості.

Теорема про підйомну силу крила: якщо аеродинамічне тіло обтікаєтся сталим плоскопаралельним потоком нестисливої рідини, то на одиницю довжини цього тіла діє підйомна сила, яка прямо пропорційна масовій густині, швидкості потоку, циркуляції швидкості по замкненому контуру і довжині контура, який охоплює вихор:

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{J}(\boldsymbol{l}) \cdot \boldsymbol{l} \tag{1.4.5}$$

У формулу циркуляції швидкості  $J(l) = \prod Vl \cdot dl$  введемо деякі спрощення і заміни: довжину контуру замінимо хордою профіля  $(dl \approx b)$ , введемо коефіцієнт пропорційності  $\frac{C_{ya}}{2}$ , тоді формула циркуляції швидкості буде мати вигляд:

$$J(l) = \frac{C_{ya}}{2} \cdot V \cdot b , \qquad (1.4.6)$$

де:

*C<sub>ya</sub>* – коефіцієнт пропорційності, що характеризує підйомну силу, викликану циркуляцією;

**b** – хорда профілю, м.

Підставивши вираз циркуляції швидкості у вихідне рівняння підйомної сили, отримаємо вираз:

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{V} \cdot \frac{\boldsymbol{C}_{ya}}{2} \cdot \boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{l} = \boldsymbol{C}_{ya} \cdot \frac{\boldsymbol{\rho} \boldsymbol{V}^2}{2} \cdot \boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{l} = \boldsymbol{C}_{ya} \cdot \frac{\boldsymbol{\rho} \boldsymbol{V}^2}{2} \cdot \boldsymbol{S} \quad , \quad (1.4.7)$$

де:

 $S = b \cdot l$  – площа обтічної поверхні, м<sup>2</sup>.

Таким чином: підйомна сила залежить від коефіцієнта підйомної сили ( $C_{ya}$ ), швидкісного напору  $\frac{\rho V^2}{2}$  і площі поверхні обтічного тіла (S).

Коефіцієнт підйомної сили  $C_{ya}$  встановлює залежність підйомної сили від: положення обтічного тіла в потоці (*від кута атаки а*), форми профілю, структури потоку і форми тіла в плані. Коефіцієнт  $C_{ya}$  показує, як ефективно використовується швидкісний напір при утворенні підйомної сили, і характеризує несучі властивості профілю (*puc. 4.2.5*).

Характерні ділянки на графіку залежності  $C_{ya} = f(\alpha)$ :

- від  $\alpha_0$  до  $\alpha_{n_3}$  обтікання плавне беззривне, залежність  $C_{ya} = f(\alpha)$ лінійна, прямопропорційна зміні кута атаки;
- при досягненні  $\alpha = \alpha_{n3}$  через початок зриву з верхньої поверхні профілю порушується лінійність протікання графіка залежності  $C_{ya} = f(\alpha)_{\pm}$
- при досягненні кута атаки величини критичного кута атаки  $\alpha = \alpha_{\kappa p}$  коефіцієнт підйомної сили досягає максимального значення  $(C_{ya} = C_{ya,max})$ , зрив охоплює всю верхню поверхню профілю і подальше збільшення кута атаки призводить до зменшення коефіцієнта  $C_{ya}$  через зменшення перепаду тиску на профілі.
- 2. Задачі 4.2.2:

*1)* Визначити циркуляцію швидкості і підйомну силу крила, якщо політ здійснюється на висоті *H* = *1000 м* при швидкості *V* = *480 км/год*, коефіцієнт

підйомної сили крила дорівнює  $C_{ya} = 1,2$ , хорда крила дорівнює b = 1,5 m, довжина контуру l = 10 m.

2) Визначити кут атаки ( $\alpha_0$ ), при якому коефіцієнт підйомної сили дорівнює  $C_{ya} = 0$ , якщо коефіцієнт підйомної сили при куті атаки  $\alpha = 5^{\theta}$  дорівнює  $C_{ya} = 0,8$ , похідна підйомної сили дорівнює  $C_{ya}^{a} = 3$ , а також підйомну силу при швідкості  $V = 260 \ \kappa m/200$  і площі крила  $S = 40 \ m^2$ .

3) Визначити підйомну силу крила площею  $S = 100 \ m^2$  для кута атаки  $\alpha = 8^{0}$ , якщо кут нахилу графіку залежності  $C_{ya} = f(\alpha) - \varphi = 30^{0}$ , та коефіцієнт підйомної сили при куті атаки  $\alpha_{0} = -2^{0}$ , при швидкості польоту  $V = 250 \ \kappa m/cod$ .



Рис. 4.2.5. Графік залежності  $C_{ya} = f(\alpha)$ 

де:

 $\varphi$  – кут нахилу лінії графіка залежності  $C_{ya} = f(\alpha)$ ;  $C_{ya}^{\alpha} = \frac{\Delta C_{ya}}{\Delta \alpha} = tg \varphi$  похідна графіка, що показує, як змінюється коефіцієнт підйомної сили при зміні кута атаки залежності  $C_{ya} = f(\alpha)$ ;  $\alpha_0 \to C_{Ya} = 0; C_{Yai} = C_{Ya0} + C_{Ya}^{\alpha} \cdot \alpha_{a \delta o} C_{Yai} = C_{Ya}^{\alpha} \cdot (\alpha - \alpha_0)$ 

# 1.4.3. Фізична сутність газодинамічних особливостей і принцип моделювання потенційної течії

## 1.4.3.1. Витік

Якщо рідина або газ розтікається на всі боки простору, витікаючи з деякою точки, яка називається джерелом, то такий потік називається витоком. Течія рідини або газу, яка виникає навколо джерела і рухається по радіусам сферичної поверхні, називається потоком джерела (*рис. 4.2.6*).

**Витоком** називається деяка газодинамічна особливість, яка формує потік рідини або газу, що витікає з деякого центру, званого джерелом, по радіусам сферичної поверхні з однаковою в усіх напрямках швидкістю. Об'ємна витрата рідини з джерела:  $q = 4\pi r^2 \cdot V_r$ . (1.4.8)



Рис. 4.2.6. Схема газодинамічної особливості – витоку

Тоді радіальна швидкість потоку рідини або газу дорівнюватиме:

$$V_r = \frac{q}{2\pi r}; V_l = 0$$

Потенціал швидкості дорівнює:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi r^2}$$

де:

 $\boldsymbol{\phi}$  – потенціал швидкості, який характирезує безвихровий потік,

(тобто потенційний, це – безвихрова течія).

При безвихровому русі рідини або газу швидкість залежить від координат  $\varphi(x, y, z)$ , і це дає можливість визначити складові швидкості частинки за координатами вісей.

Проекції швидкості при плоскій течії в полярних координатах можна записати:

$$V_{r} = \frac{\partial \varphi}{\partial r}; V_{l} = \frac{\partial \varphi}{\partial l} \cdot \frac{l}{r} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \theta}$$

Наявність потенціалу швидкості дає можливість використовувати теорію безвихрових течій. Витік вводить в основний потік рідини або газу додатковий потік із деякою витратою рідини (q).

## 1.4.3.2. Сток

Якщо рідина або газ стікає з деякого навколишнього простору в одну точку, то такий потік називається стоком (рис. 4.2.7).

*Стоком* називається деяка газодинамічна особливість, яка формує негативний потік рідини або газу, що притікає з навколишнього простору до деякого центру по радіусам сферичної поверхні з однаковою до всіх напрямків швидкістю.



Рис. 4.2.7. Схема газодинамічної особливості – стоку

Сток відбирає від основного потоку рідини або газу деяку частину рідини або газу з витратою *(q)*. Швидкість радіального потоку стоку буде дорівнювати:

$$V_r = -\frac{q}{2\pi r}; \varphi = -\frac{q}{4\pi r^2}.$$
 (1.4.9)

Для окремого випадку (*плоскої течії*) радіальні швидкості витоку і стоку можна розрахувати за формулою:

$$V_r = \pm \frac{q}{2\pi r}.$$
 (1.4.10)

Для плоского випадку витрата має розмірність  $q - m^2/c$ , через площу поперечного перерізу.

## 1.4.3.3. Діполь

Якщо зближувати між собою центри витоку і стоку, то утворюється новий вид газодинамічної особливості – діполь (дублет).

*Діполем* називається деяка газодинамічна особливість, утворена накладанням витоку і стоку на область, за якою формується потік рідини або газу з однаковими витратами (*puc. 4.2.8, 4.2.9*).



Рис. 4.2.8. Схема формування газодинамічної особливості – діполя



Рис. 4.2.9. Схема виникнення газодинамічної особливості – діполя

При діполі відстань між джерелом і стоком прагне до нуля, а витрата – до нескінченності, зберігаючи при цьому момент діполя постійним.

Момент діполя дорівнює:  $m = 2 \cdot l \cdot q$ ,

де:

*l* – відстань між джерелом витоку і приймачем стоку, м;

q – витрата рідини або газу, м<sup>3</sup>/с.

Потенціал швидкості дорівнює:

$$\varphi = -\frac{m}{4\pi r}\cos\theta$$

де:

r – радіус вектор диполя, M;

*θ*-кут відхилення радіус-вектора від вісі *ох*, *радіани* 

Нехай в m.O знаходяться центр діполя, тоді лініями струминки будуть окружності, центри яких лежать на вісі ox, загальна точка перетину кіл перебуває на вісі ox. Окружні та радіальні швидкості діполя можна визначити за фор-

$$V(\mathbf{r}) = -\frac{\mathbf{m}}{2\pi \mathbf{r}^2} \cdot \cos\theta; V(\mathbf{l}) = -\frac{\mathbf{m}}{2\pi \mathbf{r}^2} \cdot \sin\theta$$

мулами:

## 1.4.3.4. Сутність моделювання несучих поверхонь за допомогою газодинамічних особливостей

Моделювання поля швидкостей, поля тисків і спектра обтікання за допомогою газодинамічних особливостей:

**1. Вихровими шнурами** (рис. 4.2.10):



Рис. 4.2.10. Схема моделювання несучих поверхонь підковоподібним вихором

**2. Витоками і стоками** (рис. 4.2.11):



Рис. 4.2.11. Схема моделювання несучих поверхонь стоками і витоками

3. Діполями (рис. 4.2.12):



Рис. 4.2.12. Схема моделювання несучих поверхонь діполем

# Питання для самостої перевірки стану засвоєння матеріалу за темою 1.4

- 1. Сутність вихрової течії рідини і газу, характеристика параметрів вихрової течії: напруга вихору, циркуляція швидкості, індуктивна швидкість.
- 2. Охарактеризовати формулу Біо-Савара для розрахунку індуктивної швидкості вихрового руху. Навести формули для розрахунку індуктивної швидкості для нескінченного і напівнескінченного вихорів.
- 3. Охарактеризувати сутність моделювання течії газового потоку і несучої поверхні ЛА прямолінійним вихором і його практичне використання.
- 4. Охарактеризовати теорему М. Є. Жуковського про підйомну силу крила: визначення, фізична сутність і розрахункова формула.
- 5. Охарактеризовати графік залежності коефіцієнта підйомної сили від кута атаки, його сутність і характерні дільниці на графіку залежності.

## ПЕРЕЛІК ЗАДАЧ

## до практического заняття за темою 1.4:

- 1. Задачі 4.1.1:
  - 1. Визначити для нескінченного вихору напругу, індуктивну швидкість і колову швидкість на перерізі вихору, якщо частота обертання вихору дорівнює  $\omega_6 = 25^{-1}/c$ , площа перерізу вихору  $S_6 = 80 \text{ см}^2$ , радіус кола, що охоплює вихор, дорівнює r = 50 см.

Визначити, як зміниться повний тиск у критичній точці носової частини фюзеляжу літака при зміні висоти польоту з H<sub>1</sub> = 1000 м до H<sub>2</sub> = 5000 м на швидкості V = 720 км/год.

## 2. Задачі — 4.1.2:

1) Визначити приладову і повітряну швидкості та швидкісний тиск на висоті **H** = 6000 м, якщо повний тиск дорівнює **p**\* = 1,1\*10<sup>5</sup> Па.

2) Визначити, як зміниться масова витрата повітря при швидкості V = 720 км/год на висоті H = 3000 м при зміні діаметру потоку з  $d_1 = 50 \text{ см}$  до  $d_2 = 0.9 \text{ м}$ .

## 3. Задачі — 4.2.1:

1) Визначити напругу вихору й індуковану вихором швидкість, якщо кути атаки обмеженого вихору дорівнюють  $a_1 = 45^{\circ}$ ,  $a_2 = 135^{\circ}$ , радіус вихору r = 50 см, число обертання вихору  $n_s = 335$  об/хв.

2) Визначити напругу вихору, індуковану вихором швидкість для напівнескінченного вихору і колову швидкість на перерізі вихору, якщо число обертів вихору  $n_6 = 24006/x_6$ ,  $\alpha_2 = 90^{0}$ ,  $\alpha_1 = 0^{0}$ , радіус вихору дорівнює r = 100 см.

## 4 Задачі — 4.2.2:

1) Визначити циркуляцію швидкості і підйомну силу крила, якщо політ здійснюється на висоті H = 1000 м при швидкості V = 480 км/год, коефіцієнт підйомної сили крила дорівнює  $C_{ya} = 1,2$ , хорда крила дорівнює b = 1,5 м, довжина контуру l = 10 м.

2) Визначити кут атаки ( $a_0$ ), при якому коефіцієнт підйомної сили дорівнює  $C_{ya} = 0$ , якщо коефіцієнт підйомної сили при куті атаки  $a = 5^0$ дорівнює  $C_{ya} = 0,8$ , похідна підйомної сили дорівнює  $Cy^{\alpha}_{a} = 3$ , а також підйомну силу при швидкості  $V = 260 \ \kappa m/год$  і площі крила  $S = 40 \ m^2$ .

3) Визначити підйомну силу крила площею  $S = 100 \text{ m}^2$  для кута атаки  $a = 8^0$ , якщо кут нахилу графіку залежності  $C_{ya} = f(a) - \varphi = 30^0$ , та коефіцієнт підйомної сили при куті атаки  $a_0 = -2^0$ , при швидкості польоту V = 250 км/год.

# 1.5. ОСНОВИ ТЕОРІЇ ПРИМЕЖОВОГО ШАРУ

### 1.5.1. Загальні поняття про течію в'язкої рідини і газу

Примежовим шаром називається тонкий шар газу навколо обтічного твердого тіла, в якому швидкості руху частинок рідини змінюються від нульового значення до величини, що дорівнює місцевій швидкості незбуреного потоку, тобто має місце градієнт швидкості по товщині примежового шару  $(\frac{dV_x}{dy})$  (*рис. 5.1.1*).

Унаслідок властивостей в'язкості газу близько розташовані до тіла шари газового потоку гальмуються. Гальмівна дія обтічного тіла в міру віддалення

шарів газу від його поверхні поступово зменшується і на деякій відстані припиняється практично повністю.



Рис. 5.1.1. Схема течії в примежовому шарі  $V_{\delta} = 0,99 V_{i\delta}.0. \sim V_{\infty},$ 

де:

*V*<sub>*i*д.*0*.</sub> – швидкість, яку мали б частинки газу на межі примежового шару, якби газ був ідеальним.

Товщина примежового шару на поверхні профілю збільшується від носової частини обтічного тіла до хвостової (*рис. 5.1.2*).

Товщина примежового шару залежить від:

- форми обтічного тіла;
- положення тіла в газовому потоці (кута атаки);
- стану поверхні тіла (шорсткості поверхні);
- швидкості газового потоку;
- масової густини газу тощо.



Рис. 5.1.2. Схема зміни товщини примежового шару по довжині профілю

Поблизу передньої кромки обтічного тіла товщина примежового шару незначна і дорівнює кільком міліметрам, а у хвостовій частині профілю товщина шару збільшується і досягає приблизно *100 мм*. Чим менше швидкість потоку і рівніша поверхня тіла, тим примежовий шар тонше.

Через різницю швидкостей руху струминок над виділеною частинкою і під частинкою виникає пара ковзних сил тертя  $\Delta F$ тр., що призводить до появи моменту обертання, який викликає обертальний рух частинок повітря, що сприяє утворенню вихорів (*рис. 5.1.3*).



Рис. 5.1.3. Схема виникнення вихрового руху в примежовому шарі

Основною характеристикою примежового шару служить градієнт швид-

кості 
$$\frac{\Delta v_x}{\Delta y}$$
,  $\frac{M}{c} \cdot MM$ .

де:

 $\Delta V_x$  – різниця поздовжніх складових швидкостей руху сусідніх шарів потоку повітря, м/с;

∆у – відстань між сусідніми шарами повітряного потоку по одній нормалі товщини примежового шару, мм.

Градієнт швидкості характеризує зміну швидкості потоку на  $1 \, mm$  товщини примежового шару. Нерівномірність розподілу швидкостей по товщині примежового шару зберігається і за обтічним тілом у вихровому сліді. Швидкість потоку у вихровому сліді в міру віддалення від обтічного тіла вирівнюється і стає рівною швидкості незбуреного потоку  $V_{\infty}$ .

У примежовому шарі внаслідок в'язкості відбувається зміна основних фізичних параметрів газу:  $V_{\delta}$ ,  $p_{\delta}$ ,  $T_{\delta}$ ,  $\rho_{\delta}$  – швидкості, тиску, температури, масової густини (*puc.* 5.1.4).



*Рис. 5.1.4. Характер зміни параметрів повітря по товщині шару,* де:

 $V_{\delta}$  – зміна швидкості газового потоку по товщині примежового шару відбувається унаслідок властивостей в'язкості, таким чином має місце градієнт швидкості;

 $p_{\delta}$  – тиск газу залишається постійним по товщині примежового шару, з огляду на невелику його товщину;

 $T_{\delta}$  – температура шару збільшується в міру наближення до обтічного тіла, внаслідок гальмування частинок газу. Кінетична енергія прямолінійного руху частинок газу в примежовому шарі переходить у теплову енергію хаотичного руху молекул газу, виникає ефект аеродинамічного нагріву поверхні тіла;

 $\rho_{\delta}$  – розподіл масової густини по товщині примежового шару здійснюється згідно з рівнянням стану газу за умови постійного тиску (p = const)

$$\frac{\boldsymbol{p}_{\delta}}{\rho_{\delta}} = \boldsymbol{R}\boldsymbol{T}_{\delta} \rightarrow \rho_{\delta} = \frac{\boldsymbol{p}_{\delta}}{\boldsymbol{R}\boldsymbol{T}_{\delta}\uparrow}$$

У міру наближення до поверхні обтічного тіла масова густина газу зменшується.

1. Задачі — 5.1.1:

1) Визначити, як зміниться масова витрата рідини при швидкості течії  $V = 70 \ cm/c$ , масовій густині  $\rho = 820 \ \kappa c/m^3$  при зміні діаметру трубопроводу від 25 см до 50 см.

2) При обтіканні крила повітряним потоком площа струменя зменшилась у **2** рази. Визначити швидкість струменя і швидкісний тиск у найвужчому перерізі, якщо швидкість польоту літака дорівнює **480** км/год. на рівні земної поверхні.

# 1.5.2. Структура примежового шару

Розглянемо обтікання твердого тіла газовим потоком. У спектрі обтікання можна виділити 4 характерні зони течії в примежовому шарі (*puc. 5.1.5*):



Рис. 5.1.5. Схема структури примежового шару

Зона 1 – від передньої кромки обтічного профілю і до його максимальної товщини. У цій зоні товщина шару мінімальна, течія шарувата, струминки газу між собою не перемішуються. Така течія називається *ламінарною*.

*Зона 2* – це область переходу ламінарної структури примежового шару в *турбулентну*. Лінія «*П*» – це лінія по товщині примежового шару переходу ламінарної структури в турбулентну.

*Зона 3* – це область примежового шару, в якій рух частинок газу обертально-поступальний із перемішуванням частинок газу по товщині примежового шару, що має назву турбулентної течії.

*Зона 4* – це область течії за межами обтічного тіла, що має назву супутного струменя (*вихровий слід*).

У міру руху частинок газу впродовж поверхні тіла вплив в'язкості газу поступово призводить до руйнування ламінарної структури примежового шару, потім відбувається інтенсивне перемішування частинок газу по товщині примежового шару і утворюється турбулентна течія в примежовому шарі. Згідно з фізичною природою виникнення ламинарного і турбулентного шарів розподіл швидкостей потоку газу по товщині поримежового шару буде мати різний вигляд (*рис. 5.1.6*).

При ламінарній структурі примежового шару рух газу відбувається без взаємного проникнення одного шару в інший.



Рис. 5.1.6. Схема структури газового потоку в примежовому шарі 1 – ламінарний шар; 2 – турбулентний шар; 3 – ламінарний прошарок в турбулентному шарі;  $x_m$  – координата переходу ламінарного течії в турбулентний; h – товщина ламінарного підшару; l(b) – довжина пластини (хорда профілю).

Сила тертя залежить від інтенсивності зміни ковзної швидкості потоку по товщині примежового шару, тобто від градієнта швидкості  $\frac{\Delta V_x}{\Delta y}$ .

Ковзну напругу тертя при ламінарному режимі течії можна визначити за формулою закону внутрішнього тертя І. Ньютона:

$$\tau_{n} = \mu \frac{\Delta V_{x}}{\Delta y},$$

де:

**µ** – динамічний коефіцієнт в'язкості, Па с.

У турбулентному примежовому шарі слоїста течія газу руйнується, частки газу, крім прямолінійного руху в напрямку потоку, мають обертальний рух і переміщення хаотично по товщині примежового шару, в результаті чого частинки газу рухаються по складним траєкторіям. При цьому виникає додатковий опір тертя, пов'язаний із переходом частинок газу з одного режиму течії на інший, що призводить до зміни (зменшення або збільшення) кількості руху рідини.

Ковзна напруга тертя при турбулентному режимі течії визначається:

$$\boldsymbol{\tau}_{T} = \boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{l}^{2} \left( \frac{\Delta \boldsymbol{V}_{x}}{\Delta \boldsymbol{y}} \right)^{2},$$

де:

*l* – довжина шляху змішування частинок газового потоку, м;

 $ho_{-\text{масова щільність газу, кг/м}^3.}$ 

Розглянемо відносну зміну швидкості течії по товщині примежового шару (*puc. 5.1.7*).

Швидкість течії газового потоку при ламінарній і турбулентній течії можна визначити за формулами:

$$\boldsymbol{V}_{\boldsymbol{\mathcal{I}}} = \boldsymbol{V}\delta\left[\frac{3}{2} \cdot \frac{\boldsymbol{y}}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{\boldsymbol{y}}{\delta}\right)^{3}\right]; \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{\mathcal{I}}} = \boldsymbol{V}\delta\left(\frac{\boldsymbol{y}}{\delta}\right)^{\frac{1}{7}}.$$
(1.5.1)



Рис. 5.1.7. Схема зміни товщини примежового шару від швидкості течії

Зміну товщини примежового шару і ковзної напруги тертя можна представити графічно по довжині плоскої пластини (*puc. 5.1.8*):



Рис. 5.1.8. Графіки залежності товщини і ковзної напруги по довжині пластини

$$\begin{split} \delta_{\pi} &= 4,64 \sqrt{\frac{v \cdot x}{V \cdot \delta}} = 4,64 \frac{x}{\sqrt{\text{Re}, x}}; \delta_{T} = 0,37 \sqrt{\frac{v \cdot x^{4}}{V \cdot \delta}} = 0,37 \frac{x}{\sqrt{\text{Re}, x}} \\ \tau_{\pi} &= \frac{3}{2} \mu \frac{V \cdot \delta}{\delta_{\pi}} = \frac{3}{2} \rho \frac{V \cdot \delta^{2}}{\text{Re}, \delta''}; \tau_{T} = 0,0225 \rho V \delta^{2} \left(\frac{v}{V_{\delta} \cdot \delta_{T}}\right)^{\frac{1}{4}} = 0,0225 \rho V \delta^{2} \left(\frac{1}{\text{Re}_{\delta}}\right)^{\frac{1}{4}} \\ \text{Re}, x &= \frac{V_{\delta} \cdot x}{v} (\text{no dosжuhi пластини}); \\ \text{Re}, \delta &= \frac{V_{\delta} \cdot \delta}{v} (\text{no mosщuhi примежового шару}) \end{split}$$

З формул і графічних залежностей випливає, що товщина примежового шару від носика пластини до хвостика збільшується пропорційно:

— при ламінарній течії, 
$$\delta_{\pi} \approx \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$
;
— при турбулентній течії,  $\delta_{T} \approx \sqrt[5]{x^4} = x^{\frac{4}{5}}$ ;

При цьому напруга тертя в примежовому шарі змінюється в міру віддалення від носика обтічного тіла:

- при ламінарній течії, 
$$\tau_{\pi} \approx \frac{1}{\sqrt{x}} = \left(\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}}\right);$$
  
- при турбулентній течії,  $\tau_{T} \approx \frac{1}{\sqrt[5]{x^{4}}} = \left(\frac{1}{x^{\frac{4}{5}}}\right).$ 

## 2. Задачі — 5.1.2:

1) Визначити товщину і козну напругу в примежовому шарі при ламінарній структурі течії в місці максимальної товщини профілю при координаті x = 0,5 m, швидкість течії  $V = 120 \ \kappa m/200$  на висоті польоту H = 1000 m.

2) Визначити товщину і козну напругу в примежовому шарі при турбулентній структурі течії в місці максимальної товщини профілю при коордінаті x = 0,5 m, швидкість течії  $V = 420 \kappa m/200$  на висоті польоту H = 2000 m.

# 1.5.3. Умови зміни структури примежового шару. Характеристика числа Рейнольдса

Перехід ламінарного режиму течії в турбулентний здійснюється в певній зоні або лінії. Через те що ми розглядаємо двомірну течію, то замість зони будемо розглядати точку або лінію переходу ламінарного примежового шару в турбулентний. Знати положення точки переходу ламінарної течії в турбулентну дуже важливо, тому що опір тертя істотно залежить від типу примежового шару (*puc. 5.1.9*).

*Так, наприклад*, при числах Рейнольдса  $R_e = 1 * 10^6$  опір тертя пластини при турбулентній течії в *14 разів* більше ніж при ламінарній течії.



Рис. 5.1.9. Схема зміни структури примежового шару

Основним фактором, який дозволяє визначити положення точки переходу з одного режиму течії на інший, є число Рейнольдса. Крім цього, на положення точки переходу впливають:

- стан поверхні обтічного тіла;
- розподіл нормального тиску по поверхні обтічного тіла;
- ступінь турбулентності набігаючого потоку.

При течії потоку від носика пластини до її хвостової частини число Рейнольдса (Re) збільшується через збільшення довжини пластини (координати  $x_T$ ). У ході експериментів встановлено, що ламінарний режим течії переходить у турбулентний при певному значенні числа Рейнольдса (Re). Це число прийнято називати критичним числом Рейнольдса (Re<sub>кp</sub>). Відповідно положення точки переходу залежить від критичного числа Рейнольдса:

$$\operatorname{Re}_{x_{T}} = \operatorname{Re}_{\kappa p}; \uparrow \operatorname{Re} = \frac{V \cdot b \uparrow}{v}.$$
(1.5.2)

У дослідженнях встановлено, що при числі Рейнольдса  $Re_{\kappa p} = 2320$  відбувається зміна структури примежового шару. Дослідним шляхом можна визначити координату точки переходу ( $x_T$ ) і критичне число Рейнольдса ( $Re_{\kappa p}$ ).

Величина критичного числа Рейнольдса (*Re<sub>кp</sub>*) залежить від:

- шорсткості поверхні обтічного тіла;
- стисливості газу;
- співвідношення температури обтічного тіла і незбуреного газового потоку;
- ступеня турбулентності набігаючого потоку.

Знаючи величину критичного числа Рейнольдса ( $Re_{\kappa p}$ ) можна визначити положення точки переходу ( $x_T$ ) при різних швидкостях потоку і параметрах стану газу:

$$x_T = \frac{\operatorname{Re}_{\kappa p} \cdot v}{V}$$
(1.5.3)

Відносне значення точки переходу можна визначити:

$$\overline{x}_{T} = \frac{x_{T}}{b} = \frac{\operatorname{Re}_{\kappa p} \cdot v}{V \cdot b} = \frac{\operatorname{Re}_{\kappa p}}{\operatorname{Re}}$$
(1.5.4)

Як випливає з формули, точка переходу ламінарного режиму течії в турбулентний при збільшенні швидкості потоку зміщується вперед, тобто збільшусться зона турбулентного течії. Фізично число *Re* характеризує ступінь впливу сил в'язкості на сили нормального тиску при русі тіл у в'язкому газовому середовищі і є відношенням сил тиску пропорційних ( $\rho V^2$ ) до сил в'язкого тертя пропорційних  $\left(\mu \frac{V}{l}\right)$ .

Чим більша в'язкість середовища ( $v\uparrow$ ), тим менше число Рейнольдса  $\left(\downarrow \text{Re} = \frac{V \cdot l}{v\uparrow}\right)$ . Це означає, що при малих числах Рейнольдса (*Re*) роль в'язкості

в розгляді аеродинамічних явищ досить велика, при великих числах (*Re*) – ця роль надзвичайно мала.

### 3. Задачі — 5.1.3:

1) Визначити коефіцієнт кінематичної в'язкості повітря і число Рейнольдса на висоті 8000 м, якщо коефіцієнт дінамічної в'язкості на цій висоті дорівнює 1,457 \* 10<sup>-5</sup> H с/м<sup>2</sup>, швидкість літака дорівнює 420 км/год, діаметр фюжеляжу літака дорівнює 5 м.

2) Визначити число Маха і число Рейнольдса на висоті 9000 м, якщо швидкість літака дорівнює 900 км/год, коефіцієнт динамічної в'язкості на цій висоті дорівнює  $1,457 \times 10^{-5}$  H с/м<sup>2</sup>, хорда крила дорівнює 1,5 м.

3) По трубопроводу діаметром d = 50 мм і довжиною l = 10 м рухасться гас. Визначити напор H, при якому виникає зміна ламінарного режиму течії на турбулентний. Коефіцієнт кінематічної в'язкості гасу  $v = 2,5 \ 10^{-6} \ m^2/c$ .

4) Визначити діаметр трубопроводу, по якому подається рідина з витратами  $Q_w = 0,01 \ m^3/c$ , за умови забезпечення в ньому максимально можливої швідкості зі збереженням ламінарного режиму течії, коефіцієнт кінематічної в'язкості рідини дорівнює  $v = 1 \ 10^{-6} \ m^2/c$ .

### 1.5.4. Фізична сутність тертя в примежовому шарі

У примежовому шарі відбувається передача енергії від рухомого тіла до газу внаслідок виникнення сил в'язкого тертя. Силу тертя можна визначити за формулою закону внутрішнього тертя І. Ньютона:

$$\tau_{mp} = \mu \cdot \frac{\Delta V_x}{\Delta y}; \Delta X_{mp} = \tau_{mp} \cdot \Delta S$$
(1.5.5)

З формули випливає, що сила тертя в основному залежить від градієнта швидкості по товщині примежового шару навколо обтічного твердого тіла.



Рис. 5.2.1. Схема виникнення сили тертя

$$\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{m}\boldsymbol{p}.\boldsymbol{n}} = \int_{0}^{\boldsymbol{b}} \boldsymbol{\tau}_{\boldsymbol{\mathcal{I}}} \boldsymbol{l} \cdot \boldsymbol{d}\boldsymbol{x}$$
(1.5.6)

Через те що градієнт швидкості при турбулентній течії більше ніж при ламінарній, сила тертя при турбулентній течії також більша, ніж при ламінарній (*puc. 5.2.1*):

$$\left(\frac{\Delta V_x}{\Delta y}\right)_T > \left(\frac{\Delta V_x}{\Delta y}\right)_{\pi}; \text{ tomy } X_{mp.m} > X_{mp.n}$$

Силу тертя при двосторонньому терті плоскої пластини для ламінарної і турбулентної структури примежового шару можна визначити за формулами:

$$\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{m}\boldsymbol{p}.\boldsymbol{n}} = \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{f}\boldsymbol{n}} \cdot \frac{\rho \boldsymbol{V}^2}{2} \cdot \boldsymbol{S}; \boldsymbol{X}_{\boldsymbol{m}\boldsymbol{p}.\boldsymbol{m}} = \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{f}\boldsymbol{m}} \cdot \frac{\rho \boldsymbol{V}^2}{2} \cdot \boldsymbol{S}$$
(1.5.7)

При цьому використовуються безрозмірні коефіцієнти двостороннього тертя пластини.

$$C_{fn} = \frac{2,66}{\sqrt{\text{Re}}};$$
  

$$\Pi pu \text{Re} < 10^6 : C_{fm} = \frac{0,144}{\sqrt[5]{\text{Re}}}; npu 10^6 < \text{Re} < 10^9 : C_{fm} = \frac{0,91}{(\log \text{Re})^{2,58}}$$

Зі збільшенням числа Re коефіцієнт тертя пластини  $C_f$  зменшується. Для чисел Re, які використовуються в практичній аеродинаміці, коефіцієнт тертя пластини в ламінарному шарі значно менше, ніж у турбулентному.

Коефіцієнт сили тертя профілю можна визначити за значенням коефіцієнта тертя пластини:

$$\boldsymbol{C}_{xmp} = \boldsymbol{C}_f \cdot \frac{\boldsymbol{S}_n}{\boldsymbol{S}} , \qquad (1.5.8)$$

де:

**S**<sub>n</sub> – площа двох сторін плоскої пластини, м<sup>2</sup>;

S – площа профілю, м<sup>2</sup>.

Щоб зменшити силу тертя, необхідно домагатися збереження ламінарного примежового шару на якомога більшій частині поверхні обтічного тіла.

Так, при числах Рейнольдса  $3 \cdot 10^6 \le \text{Re} \le 10^7$  коефіцієнт тертя  $C_f$  при ламінарній течії приблизно в **6 разів** менше, ніж при турбулентній течії (*рис. 5.2.2*).



Рис. 5.2.2. Графічна залежність коефіцієнта тертя C<sub>f</sub> від числа Рейнольдса Re

1. Задачі — 5.2.1:

1) Визначити силу тертя при ламінарному режимі течії на висоті H = 3000 м, при швідкості польоту V = 420 км/год, площі крила  $S = 100 \text{ м}^2$ , площі пластини  $S_n = 0,05 \text{ м}^2$ , площі профіля  $S_{np} = 0,1 \text{ M}^2$ .

2) Визначити силу тертя при турбулентному режимі течії на висоті  $H = 2000 \ m$ , при швідкості польоту  $V = 720 \ \kappa m/cod$ , площі крила  $S = 100 \ m^2$ , площі пластини  $S_n = 0.06 \ m^2$ , площі профіля  $S_{np} = 0.12 \ m^2$ .

# 1.5.5. Фізична сутність відриву газового потоку в примежовому шарі

Розглянемо обтікання об'ємного тіла повітряним потоком (*puc. 5.2.3*). При обтіканні тіла потоком від *m.1* до *m.2* тиск на верхній поверхні тіла знижується через збільшення швидкості, таким чином виникає негативний градієнт тиску  $\frac{\partial p}{\partial x} < 0$  по напрямку течії газу в примежовому шарі. Цей градієнт прагне прискорити рух частинок повітря в примежовому шарі, що сприяє збереженню його ламінарної структури. В *m.2* градієнт тиску збільшується і стає рівним  $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ .

Після проходження від *m*.2 до *m*.3 на задньому схилі об'ємного профілю виникає позитивний градієнт тиску  $\frac{\partial p}{\partial x} > 0$ , що на додаток до сил тертя призводить до гальмування потоку. Профіль швидкостей починає якісно змінюватися. В *m*.3 під впливом позитивного градієнту тиску  $\frac{\partial p}{\partial x} > 0$  в нижніх шарах примежового шару потік ніби призупиняється і за *m*.3 по лінії *«З - 4'»* швидкість потоку стає рівною нулю.



Рис. 5.2.3. Схема відриву газового потоку в примежовому шарі

В області між лінією «*3 - 4*'» і поверхнею обтічного тіла утворюється область зворотної течії. Притікання газу з двох сторін приводить до потовщення примежового шару і подальшого його відриву від поверхні профілю.

Тому на деякій ділянці профілю виникає зона відриву потоку, обмежена лінією «3 - 4'» і поверхнею обтічного тіла. У даній зоні виникає інтенсивне вихростворення. При цьому змінюється картина розподілу тиску по поверхні профілю, що призводить до зміни напрямку рівнодіючої сили тиску. Зрив потоку призводить до різкого зменшення несучої здатності профілю крила і погіршення стійкості й керованості ЛA.

Таким чином, у зоні зворотної течії виникає турбулентна течія, що викликає інтенсивне перемішування частинок повітря в примежовому шарі і приводить до підводу до нижніх загальмованих слоїв додаткової кінетичної енергії і тим самим перешкоджає збільшенню зони зворотної течії і утворенню вихорів. Тому турбулентний примежовий шар більш стійкий до відриву потоку від поверхні профілю, ніж ламінарний. **1.5.6. Обтікання циліндра ідеальною і реальною рідиною** *1.5.6.1. Сутність парадоксу «Ейлера-Даламбера»* Розглянемо обтікання циліндра ідеальною рідиною (*puc. 5.2.4*):



Рис. 5.2.4. Схема обтікання циліндра ідеальною рідиною

При обтіканні циліндра ідеальною рідиною точки A і C є критичними, тиск у цих точках має максимальне значення, а коефіцієнт тиску дорівнює p = 1, сили тиску в цих точках рівні за величиною, але спрямовані в протилежні сторони. В точках B і D обтікання симетричне, виникає тиск розрідження однакового розміру, але направлений у різні сторони.

Внаслідок симетричного обтікання тиск на поверхні циліндра в характерних точках є однаковим і симетричним щодо вісей симетрії. Тому в нев'язкому середовищі циліндр не відчуває опору тиску. В цьому і полягає парадокс «Ейлера-Даламбера».





Рис. 5.2.5. Схема обтікання циліндра реальної рідиною



Рис. 5.2.6. Схема зони відриву реальної рідини на циліндрі

При обтіканні циліндра в'язким потоком газу спостерігається наступне:

- по-перше, діє сила тертя по ковзній до поверхні циліндра;
- по-друге, виникає сила тиску, обумовлена відривом потоку в критичних точках циліндра (*m.E* і *m.F*).

Розглянемо рух газового потоку вздовж поверхні АВС, згідно з епюрою

розподілу тиску на ділянці **AB** градієнт тиску  $\frac{\partial p}{\partial x} < 0$ , що сприяє беззривному

обтіканню. На ділянці **BC** градієнт тиску стає позитивним  $\frac{\partial p}{\partial x} > 0$ , що сприяє

відриву потоку від поверхні тіла. В деякій точці *E* потік відривається і тиск виявляється меншим, ніж в *m*. *A*. Тому через різницю тисків у передній і кормовій частинах циліндра виникає опір, викликаний зоною розрідження.

Сумарна сила опору циліндра дорівнює сумі сил тертя і тиску.

$$X_{\Sigma} = X_{mp} + X_{\partial a \delta m}$$

Розмір ділянки зриву погано обтічних тіл і опорів за рахунок сил тиску залежить від числа Рейнольдса. Коефіцієнт лобового опору визначається за формулою:

$$\boldsymbol{C}_{Xa} = \frac{\boldsymbol{X}_a}{\frac{\boldsymbol{\rho}_{\infty} \boldsymbol{V}_{\infty}^2}{2} \cdot \boldsymbol{S}}$$

## 1.5.6.3. Сутність в'язкої кризи

При малих числах Рейнольдса коефіцієнт опору практично не залежить від числа Рейнольдса. Зі збільшенням швидкості потоку і числа Рейнольдса ламінарний режим течії переходить у турбулентний, що приводить до збільшення опору тертя і зменшення опору тиску розрідження (*оскільки зменшується зона розрідження за циліндром*), сумарний опір при цьому зменшується (*рис. 5.2.7 і 5.2.8*).

При числі Рейнольдса  $\text{Re} > 2 \cdot 10^5$  коефіцієнт лобового опору різко зменшується. Явище різкого зменшення коефіцієнта опору ( $\downarrow \downarrow C_x$ ) при певних значеннях числа Рейнольдса, внаслідок перебудови газового потоку, називається в'язкою кризою.



Рис. 5.2.7. Графік залежності  $C_x = f(Re)$  при обтіканні циліндра потоком реальної рідини

Середнє значення числа Рейнольдса *(Re)*, при якому відбувається різке зменшення коефіцієнта опору *C<sub>x</sub>*, називається *критичним числом Рейнольдса*.

З дослідів випливає, що при ламінарному примежовому шарі відрив його від обтічного тіла розпочинається при невеликих градієнтах тиску, практично з початку кормової частини обтічного тіла.



Рис. 5.2.8. Схема виникнення в'язкої кризи

Зі збільшенням числа Рейнольдса (Re) примежовий шар стає турбулентним і для його відриву від поверхні тіла необхідний значно більший градієнт тиску. Найбільший градієнт тиску буде в точках ближче до *m.C.* Це приводить до зменшення ділянки відриву. Після перестойки обтікання зі збільшенням числа Рейнольдса (Re) ділянка відриву трохи збільшується ( $C_{xa}$ ). Але все ж сумарний опір при турбулентній течії при обтіканні циліндрів може бути меншим, ніж при ламінарній. Тому за певних умов обтікання погано обтічних тіл вигідно мати турбулентний примежовий шар.

### 1.5.6.4. Поняття і види керування примежовим шаром

Відрив примежового шару виникає через інтенсивне гальмування потоку поблизу поверхні тіла силами тертя. Тому, якщо штучно збільшити швидкість течії поблизу поверхні обтічного тіла, відриву можна уникнути.

Збільшення швидкості течії газу в примежовому шарі можна досягти *3-ма* способами (*puc. 5.2.9*):

- здуву примежового шару за допомогою струменя, потік у якому видувається з великою швидкістю на поверхню обтічного тіла;
- відсмоктування загальмованого шару потоку ввсередину обтічного тіла;
- видуву повітря через хвостову частину профілю струмінне кермо.

Здув примежового шару викликає підведення додаткової кінетичної енергії до загальмованих частинок газу в примежовому шарі, при цьому збільшується швидкість течії частинок, зменшується тиск і усувається явище відриву потоку від поверхні профілю.

Відсмоктування примежового шару дає можливість відібрати частину загальмованого потоку, зменшити тиск і збільшити швидкість течії, що дозволить підтримувати беззривне обтікання до щілини відсмоктування при великих кутах атаки.

Видув струменя через хвостову щілину профілю викликає відсмоктування повітря з поверхні профілю і тим самим збільшує швидкість течії в нижніх шарах примежового шару і підвищує стійкість потоку до відриву від поверхні тіла.



Рис. 5.2.9. Схема керування швидкістю течії в примежовому шарі

# 2. Задачі — 5.2.2:

1) Літак летить на висоті H = 8000 м. Яку швидкість буде показувати прилад показника швидкості і яка буде фактична повітряна швидкість, якщо повний тиск дорівнює  $p^* = 1,15 * 10^5 \text{ Па}$ ?

2) Визначити повний і швидкісний тиск потоку, що діє на літак у польоті на висоті 5000 м, при числі Маха 0,9.

3) Визначити, як зміниться швидкісний тиск при польоті літака на висоті 2000 м, якщо число Маха дорівнює 0,75, а температура повітря змінюється від -30°C до +50°C.

# 1.5.6.5. Фізична сутність хвильового відриву в примежовому шарі

Розглянемо обтікання профілю крила реальним потоком газу з великою, але дозвуковою швидкістю. Через те що в носовій частині профілю струминки потоку звужуються, площа поперечного перерізу зменшується, а це приводить до збільшення швидкості й зменшення тиску. У хвостовій частині профілю струминки розширюються, площа поперечного перерізу збільшується, швидкість руху потоку зменшується, а тиск зростає (*рис. 5.2.10* і *5.2.11*).

На верхній поверхні профілю крила на дозвукових швидкостях руху виникають зони, в яких місцеві швидкості потоку досягають швидкості звуку (*puc. 5.2.10*).



Рис. 5.2.10. Схема зміни параметрів повітряного потоку на стрибку ущільнення в примежовому шарі

Через те що за профілем швидкість потоку знову стає дозвуковою, гальмування надзвукового потоку відбувається на умовній поверхні сильно ущільненого фронту газу, який називається *стрибком ущільнення*. У примежовому шарі швидкості по його товщині змінюються від  $\theta$  до  $V_{\delta}$ , тому потік ніби розділяється на дві частини: зовнішню – надзвукову і внутрішню – дозвукову, а біля поверхні профілю місцева швидкість не може досягти надзвукої величини. Тому зона надзвукових течій і стрибок ущільнення не можуть досягти поверхні тіла профілю.


Рис. 5.2.11. Схема виникнення хвильового відриву в примежовому шарі

На стрибку ущільнення відбувається збільшення тиску  $p_1 > p$ . З огляду на різницю тисків перед стрибком і за ним виникає зворотний потік газу в примежовому шарі назустріч основному набігаючому потоку. Цей зворотний потік відриває основний потік від поверхні профілю і виникає відрив потоку від поверхні профілю, який називається хвильовим зривом. При цьому відбувається ніби набухання примежового шару, збільшується його товщина і виникає зовнішній випуклий кут, який обтікається надзвуковим потоком. Обтікання надзвуковим потоком випуклого кута приводить до утворення додаткового косого стрибка ущільнення.

Таким чином, при великих дозвукових швидкостях течії через відрив потоку від поверхні профілю утворюється система двох стрибків ущільнення: косого та прямого стрибків. Таку систему стрибків прийнято називати λ - образним «стрибком ущільнення».

## Питання для самостійної перевірки стану засвоення матеріалу за темою 1.5

- 1. Фізична сутність примежового шару, характеристика і графічні залежності зміни параметрів рідини і газу по товщині примежового шару.
- 2. Охарактеризувати структуру примежового шару і вплив геометричних і кінематичних параметрів на режим течії в примежовому шарі.
- 3. Умови зміни структури примежового шару, сутність критичного числа Рейнольдса.
- 4. Охарактеризувати фізичну сутність виникнення сили тертя в примежовому шарі.
- 5. Охарактеризувати фізичну сутність відриву потоку від поверхні тіла в примежовому шарі.
- 6. Охарактеризувати фізичну сутність явища «в'язка криза», привести графік залежності коефіцієнта опору від числа Рейнольдса.
- 7. Розкрити сутність і способи керування примежовим шаром.
- 8. Охарактеризувати взаємодію примежового шару і стрибків ущільнення, фізичну сутність хвильового зриву потоку.

#### ПЕРЕЛІК ЗАДАЧ

#### до практичного заняття за темою 1.5:

- 1. Задачі 5.1.1:
- Визначити, як зміниться масова витрата рідини при швидкості течії V = 70 см/с, масова густина ρ = 820 кг/м<sup>3</sup> при зміні діаметру трубопроводу з 25 см до 50 см.
- 2. При обтіканні крила повітряним потоком площа струменя зменшилась у **2 рази**. Визначити швидкість струменя і швидкісний тиск у найвужчому перерізі, якщо швидкість польоту літака дорівнює **480 км/год.** на рівні земної поверхні.
- 2. Задачі 5.1.2:
  - Визначити товщину і дотичну напругу в примежовому шарі при ламінарній структурі течії в місці максимальної товщини профілю при координаті x = 0,5 м, швидкість течії V = 120 км/год на висоті польоту H = 1000 м.
  - Визначити товщину і дотичну напругу в примежовому шарі при турбулентній структурі течії в місці максимальної товщини профілю при координаті x = 0,5 м, швидкість течії V = 420 км/год на висоті польоту H = 2000 м.
- 3. Задачі 5.1.3:
  - Визначити коефіцієнт кінематичної в'язкості повітря і число Рейнольдса на висоті 8000 м, якщо коефіцієнт динамічної в'язкості на цій висоті дорівнює 1,457\*10<sup>-5</sup> Н с/м<sup>2</sup>, швидкість літака дорівнює 420 км/год, діаметр фюжеляжу літака дорівнює 5 м.
  - 2. Визначити число Маха і число Рейнольдса на висоті 9000 м, якщо швидкість літака дорівнює 900 км/год, коефіцієнт динамічної в'язкості на цій висоті дорівнює 1,457 ×10<sup>-5</sup> Н с/м<sup>2</sup>, хорда крила дорівнює 1,5 м.
  - По трубопроводу діаметром d = 50 мм і довжиною l = 10 м рухається гас. Визначити напір H, при якому виникає зміна ламінарного режиму течії на турбулентний. Коефіцієнт кінематичної вязкості гасу v = 2,5 10<sup>-6</sup> м<sup>2</sup>/с.
  - 4. Визначити діаметр трубопроводу, по якому подається рідина з витратою  $Q_w = 0,01 \text{ м}^3/c$ , при умові забезпечення в ньому максимально можливої швидкості зі збереженням ламінарного режиму течії, коефіцієнт кінематичної в 'язкості рідини дорівнює  $v = 1 \ 10^{-6} \text{ m}^2/c$ .
- 4. Задача 5.2.1:
- 1. Визначити силу тертя при ламінарному режимі течії на висоті H = 3000 м, при швидкості польоту V = 420 км/год, площа крила  $S = 100 \text{ м}^2$ , площа пластини  $S_n = 0.05 \text{ м}^2$ , площа профілю  $S_{np} = 0.1 \text{ m}^2$ .
- 2. Визначити силу тертя при турбулентному режимі течії на висоті H = 2000 м, при швидкості польоту V = 720 км/год, площа крила  $S = 100 \text{ м}^2$ , площа пластини  $S_n = 0,06 \text{ м}^2$ , площа профілю  $S_{np} = 0,12 \text{ м}^2$ .

5. Задачі — 5.2.2:

1. Літак летить на висоті **H** = **8000 м**. Яку швидкість буде показувати прилад показника швидкості і яка буде фактична повітряна швидкість, якщо повний тиск дорівнює **1,15**\***10**<sup>5</sup> **Па**?

2. Визначити повний і швидкісний тиск потоку, що діє на літак у польоті на висоті **5000 м** при числі Маха **0,9.** 

3. Визначити, як зміниться швидкісний тиск при польоті літака на висоті 2000 м, якщо число Маха дорівнює 0,75, а температура повітря змінюється з  $-30^{\circ}C$  до  $+50^{\circ}C$ .

## 1.6. СТРИБКИ УЩІЛЬНЕННЯ І ХАРАКТЕРИСТИКИ РОЗШИРЕННЯ В ГАЗОВОМУ СЕРЕДОВИЩІ

1.6.1. Виникнення і розповсюдження звукових хвиль збурення в газовому середовищі

#### 1.6.1.1. Поняття про збурення газового середовища

Кожна виступаюча частина поверхні твердого тіла, що рухається в газовому середовищі з надзвуковою швидкістю, є джерелом збурень середовища, а саме підвищення і зниження тиску, щільності, температури й інших параметрів газового потоку.

Слабкі збурення виникають при обтіканні малих за об'ємом тіл, шорсткої поверхні і невеликих зламів тіл поверхні, а також під дією слабких звукових вібраторів. Слабкі збурення являють собою сферичні хвилі стиснення і розрідження, які поширюються в газовому середовищі зі швидкістю звуку. Сильні збурення в газовому середовищі поширюються у вигляді характеристик розширення або у вигляді стрибків ущільнення.

### 1.6.1.2. Поширення слабких збурювань у середовищі

1. Поширення хвиль слабких збурювань середовища від нерухомих джерел збурення (V = 0). У нерухомому середовищі від нерухомого точкового джерела збурення хвилі поширюються у вигляді концентричних сферичних хвиль, радіуси яких у часі збільшуються зі швидкістю звуку. Частота коливань становить 17-20 кГц, досягаючи людського вуха, вони стають чутними для людини (*puc. 6.1.1*).

*Таким чином*, звук – це процес поширення в пружному середовищі слабких збурювань у вигляді концентричних сферичних хвиль стиснення і розрідження.

Використовуючи рівняння стану газу, отримаємо формулу швидкості звуку:

$$\frac{p}{\rho} = RT; a = \sqrt{kRT}$$
, для повітря  $a = 20, 1\sqrt{T}$ .

З формули випливає, що швидкість звуку, який поширюється в нерухомому середовищі, в основному залежить від його температури. Чим вище

температура середовища, тим менше стисливість газу. Характеристикою стисливості середовища є число Маха  $M \downarrow = \frac{V}{a \uparrow}$ .



Рис. 6.1.1. Схема поширення звукових хвиль у нерухомому середовищі

2. Поширення слабких збурювань при русі газового середовища зі швидкістю, меншою швидкості звуку (V < a). Розглянемо, як зміниться картина поширення хвиль, якщо потік буде набігати на джерело збурювань зі швидкістю, меншою швидкості звуку (V < a). Хвилі кіл, радіуси яких збільшуються в часі, зносяться потоком і картина поширення хвиль залежить від співвідношення між швидкістю звуку і швидкістю газового потоку. Джерело збурювань переміщається зі швидкістю потоку (V), а радіуси кіл сферичних хвиль збільшуються зі швидкістю звуку (a).

Через те що радіуси кіл сферичних хвиль збільшуються швидше, ніж зноситься потоком центр збурювань, хвилі збурювань поширюються як по потоку, так і назустріч потоку, тому хвилі збурювань охоплюють усю область простору, заповнену газом (*puc. 6.1.2*).

 $t_1 = 1c; t_2 = 2c; t_3 = 3c$   $R_1 = a \cdot t_1; S_1 = V \cdot t_1; R_2 = a \cdot t_2; S_2 = V \cdot t_2; R_3 = a \cdot t_3; S_3 = V \cdot t_3$ 



*Рис. 6.1.2. Схема поширення звукових хвиль у рухомому середовищі при* V < a

3. Поширення слабких збурювань при русі газового середовища зі швидкістю рівної швидкості звуку (V = a). Якщо газовий потік рухається зі швидкістю, що дорівнює швидкості звуку (V=a), збурення вперед проти потоку не поширюються, а хвилі збурювань охоплюють весь простір від площини «D - E» і назад по потоку (*puc. 6.1.3*).

 $t_1 = 1c; t_2 = 2c; t_3 = 3c$   $R_1 = a \cdot t_1; S_1 = V \cdot t_1; R_2 = a \cdot t_2; S_2 = V \cdot t_2; R_3 = a \cdot t_3; S_3 = V \cdot t_3$ 



Рис. 6.1.3. Схема поширення звукових хвиль при швидкості потоку рівній швидкості звуку (V = a)

4. Поширення слабких збурювань при русі газового середовища зі швидкістю, більшою швидкості звуку (V > a). У разі поширення слабких збурювань у надзвуковому потоці газу швидкість руху центру джерела збурювань більше швидкості поширення хвиль. При цьому центр збурювань обганяє радіуси кіл сферичних хвиль, залишаючи їх позаду себе у вигляді розширення конуса збурювань (*рис. 6.1.4*).

 $t_1 = 1c; t_2 = 2c; t_3 = 3c$   $R_1 = a \cdot t_1; S_1 = V \cdot t_1; R_2 = a \cdot t_2; S_2 = V \cdot t_2; R_3 = a \cdot t_3; S_3 = V \cdot t_3$ 

При  $V \ge a$  сфера, що переміщається, весь час буде торкатися творчої конуса, половину кута розкриття конуса  $\mu$  можна визначити із співвідношення:



Рис. 6.1.4. Схема поширення звукових хвиль у рухомому середовищі при швидкості потоку, більшій швидкості звуку (V> a)

Із трикутника  $OAO_3$  виходить, що OA = 3V,  $OO_3 = 3a$ , тому

$$\frac{OO_3}{OA} = \sin \mu = \frac{3 \cdot a}{3 \cdot V} = \frac{a}{V}$$

Кут  $\mu = \arcsin\left(\frac{1}{M}\right)$  називається *кутом збурювання*, а конус – конусом збу-

рювання, творчі конуса називаються лініями збурювань.

Аналізуючи виникнення конуса збурювань можна зробити висновки:

**1.** Малі збурювання в надзвуковому потоці газу поширюються тільки всередині конуса збурювання. У зв'язку з цим у надзвуковому потоці можна виділити дві зони:

- зону спокою, куди збурювання не потрапляють;

- зону збурювання, де поширюються збурювання від джерел збурювання.

2. Малі збурювання в надзвуковому потоці поширюються по лініям збурювань.

*Таким чином*, у разі руху джерела малих збурювань із дозвуковою швидкістю збурювання від нього передаються як уперед, проти потоку, так і по потоку, а в разі руху з надзвуковою швидкістю хвилі збурювань від джерела вперед проти потоку не поширюються.

При швидкості потоку, що дорівнює швидкості звуку, область збурювань відокремлена від незбурюваної зони площиною «**DE**» перпендикулярною напрямку руху потоку.

## 1. Задача — 6.1.1:

Визначити число Маха і число Рейнольдса при польоті літака на висоті H = 2000 m, при швидкості V = 450 кm/год, динамічний коефіцієнт в'язкості дорівнює  $\mu = 1,2 * 10^{-5} \Pi a c$ , площа прямокутного крила  $S = 25 \text{ m}^2$ , розмах крила l = 15 m.

### 1.6.1.3. Поширення сильних збурювань у середовищі

### 1.6.1.3.1. Виникнення характеристик розширення потоку

Нехай газовий потік рухається вздовж горизонтальної площини двостороннього зовнішнього кута *AOB* з надзвуковою швидкістю (*puc. 6.1.5*).

У ході проведених досліджень в аеродинамічних трубах встановлено, що в широкому діапазоні кутів повороту потоку ( $\omega \approx \partial o \ 30^{0} - 40^{0}$ ) течія газового потоку плавна беззривна.



Рис. 6.1.5. Схема виникнення і поширення характеристик збурень

Газовий потік у *m*. *О* відхиляється від початкового положення. Злам зовнішнього кута в *m*. *О* викликає появу сильних збурювань у вигляді радіальної характеристики *OC*, яка нахилена до напрямку вектора незбурюваного потоку на кут  $\mu$ :

$$\mu = \arcsin\left(\frac{1}{M}\right). \tag{1.6.2}$$

Характеристика *OC* являє собою лінію збурювання, вздовж якої газодинамічні параметри газового потоку залишаються постійними. А на самій лінії відбувається зміна величин газодинамічних параметрів.

Після повороту потоку на кут  $\omega$  рух його здійснюється уздовж другої сторони кута **OB**. При цьому швидкість потоку збільшується і стає більшою, ніж швидкість незбурюваного потоку, тому що відбувається рух потоку в розширеному каналі  $M_1 > M$ . Збурення із *m*.**O** поширюються по новій радіальній характеристиці **OC**<sub>1</sub>, нахиленій до вектору нового напряму швидкості *V*<sub>OB</sub>, під кутом  $\mu_1$ .

$$\mu_1 = \arcsin\left(\frac{1}{M_1}\right)$$

Поворот газового потоку від положення з радіальною характеристикою *OC* до характеристики *OC*<sub>1</sub> на кут  $\omega$  розглядається як серія нескінченно малих поворотів поточних характеристик, які слідують одна за одною від початкового до кінцевого положення, що дорівнює куту  $\omega$ .

Таким чином, при наявності повороту потоку точка повороту викликає появу сильних збурювань у вигляді характеристик збурювання, які являють собою пучок радіальних ліній, що виходять із точки збурювання, і крайні положення характеристик відхилені одна від одної на кут відхилення боку двостороннього зовнішнього кута ( $\omega$ ).

#### 1.6.1.3.2. Фізична сутність виникнення стрибків ущільнення

При обтіканні твердого тіла газовим потоком зі швидкістю, більшою за швидкість звуку (V > a), перед ним виникають звукові хвилі, які формують

ударну хвилю. Поверхня, яка відокремлює збурений потік від незбуреного, називається фронтом ударної хвилі або стрибком ущільнення. На стрибку ущільнення відбувається стрибкоподібна зміна газодинамічних параметрів газового потоку: *тиску, густини і температури (рис. 6.1.6)*.



Рис. 6.1.6. Схема форм стрибків ущільнення

Якщо кут нахилу стрибка ( $\beta$ ) до напрямку вектора швидкості незбуреного потоку  $\beta < \theta^{0}$ , то стрибок називається *косим*, а якщо  $\beta = 90^{\circ}$ , то стрибок називається *прямим*.

Вид стрибка ущільнення залежить від форми обтічного тіла і числа Маха. При обтіканні затупленого або поганообтічного тіла надзвуковим потоком виникає від'єднаний комбінований криволінійний стрибок:

- перед тілом виникає від'єднаний прямий стрибок і далі в міру віддалення від тіла кут нахилу стрибка зменшується, а його інтенсивність знижується;
- вдалині від тіла стрибок ущільнення розсіюється і перетворюється у хвилю слабких збурень.

При обтіканні загостреного тіла у вигляді конуса або клина надзвуковим потоком виникає приєднаний косий стрибок ущільнення. На реальному ЛА при надзвуковому обтіканні стрибки ущільнення виникають у місцях стиковки крила, стабілізатора, вертикального кіля, підвісок та інших виступаючих частинах ЛА.

При обтіканні внутрішнього двостороннього кута в m.O виникає стрибок ущільнення, де відбувається стиснення потоку з утворенням стрибка ущільнення OC (*puc. 6.1.7*):



Рис. 6.1.7. Схема виникнення стрибка ущільнення

Газовий потік в *m*. *O* відхиляється від початкового положення. Зміна зовнішнього кута в *m*. *O* викликає появу сильних збурень у вигляді стрибка ущільнення OC, який нахилений до напряму вектора незбуреного потоку на кут  $\beta$ .

$$\beta = \arcsin\left(\frac{1}{M}\right)$$

Після повороту потоку на кут  $\omega$  рух його здійснюється уздовж другої сторони кута *OB*. При цьому швидкість потоку зменшується і стає меншою, ніж швидкість незбуреного потоку, тому що відбувається рух надзвукового потоку в звужуючому каналі  $M_1 < M$ .

При збільшенні швидкості течії кут нахилу стрибка ущільнення зменшується і він наближається до поверхні обтічного тіла ( $\uparrow M \to \beta \to \omega$ )

$$\beta = \frac{k+1}{4} \cdot \omega \sqrt{\left(\frac{k+1}{4} \cdot \omega\right)^2 + \frac{1}{M^2}}.$$
 (1.6.3)

Кожна зміна напряму обтічного тіла стає джерелом слабких збурень, які, поширюючись у просторі, накладаються одне на одне і утворюють характеристики збурення у відповідних точках (*puc. 6.1.8*).



Рис. 6.1.8. Схема утворення відокремленого стрибка ущільнення

При надзвуковому обтіканні плавного зламу обтічного тіла в *m. «1-0-2»* виникають сильні збурення, які поширюються вгору у вигляді характеристик збурення, при цьому вони, накладаючись одне на одне, утворюють від'єднаний

стрибок ущільнення. Форма стрибка залежить від форми, що утворює поверхні обтічного тіла.

## 2. Задачі — 6.1.2:

- 1) Коефіцієнт опору літака  $C_{xa,1} = 0,019$ . В процесі експлуатації і ремонту обшивки фюзеляжу літака коефіцієнт опору збільшився до  $C_{xa,2} = 0,024$ . Визначити, наскільки збільшилась сила опору літака в польоті на висоті  $H = 6 \ \kappa m$  при швидкості  $V = 648 \ \kappa m/200$ ., площа крила  $S = 140 \ m^2$ .
- 2) Коефіцієнт підйомної сили літака  $C_{ya,1} = 1,2$ . В процесі експлуатації і ремонту обшивки фюзеляжу літака коефіцієнт підйомної сили зменшився до  $C_{ya,2} = 0,8$ . Визначити, у скільки разів зменшилась підйомна сила літака в польоті на висоті  $H = 5000 \ m$  при швидкості  $V = 650 \ \kappa m/cod$ ., площа крила  $S = 140 \ m$ .

# 1.6.2. Основні рівняння рухомого газового потоку і зміна фізичних параметрів на стрибку ущільнення

#### 1.6.2.1. Рівняння рухомого газового потоку на стрибку ущільнення

Для розгляду якісного стану параметрів газового потоку позначимо їх: до стрибка – *«без індексу»* і за стрибком з індексом *«І» (рис. 6.2.1)*.



Рис. 6.2.1. Схема зміни параметрів стану газового потоку на стрибку ущільнення

При переході через стрибок ущільнення змінюється швидкість не тільки за величиною, а й за напрямком. Кут повороту сторони внутрішнього двостороннього кута позначимо ( $\omega$ ). Розкладемо швидкість набігаючого потоку V на дві складові: нормальну і дотичну:  $V_n i V_{\tau}$ .

Розглянемо трикутник швидкостей, і тоді отримаємо співвідношення:

$$V_n = V \cdot \sin\beta; \dots V_\tau = V \cdot \cos\beta; \frac{V_n}{V_\tau} = tg\beta$$
(1.6.4)

Відповідно за стрибком ущільнення отримаємо наступні співвідношення:

$$V_{n1} = V_1 \cdot \sin(\beta - \omega); V_{\tau 1} = V_1 \cdot \cos(\beta - \omega); \frac{V_{n1}}{V_{\tau 1}} = tg(\beta - \omega)$$
(1.6.5)

Рух газу через стрибок ущільнення підпорядковується відомим законам механіки, а саме:

- закону збереження маси;

- закону збереження енергії;
- закону зміни кількості руху.
- 1. Задача 6.2.1:

Визначити нормальні й дотичні швидкості течії перед стрибком ущільнення і після, якщо швидкість незбуреного потоку дорівнює  $V\infty = 350 \text{ м/c}$ , кут відхилення сторони внутрішнього двостороннього кута дорівнює  $\omega$ =  $30^{\theta}$ , а кут нахилу стрибка ущільнення дорівнює  $\beta = 6^{\theta}$ .

#### 1. Рівняння збереження маси при переході через стрибок ущільнення

При переході через стрибок ущільнення потік не розривається. Тому згідно із законом збереження маси (*рівняння нерозривності*) секундна масова витрата газу через площу стрибка (**S**) залишається постійною:

$$\rho \cdot \boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{V} \cdot \sin \beta = \rho_1 \cdot \boldsymbol{S}_1 \cdot \boldsymbol{V}_1 \cdot \sin(\beta - \omega)$$

Через те що  $S = S_1$  площа стрибка не змінюється, рівняння збереження маси на стрибку ущільнення матиме вигляд:

$$\rho \cdot \boldsymbol{V}_n = \rho_1 \cdot \boldsymbol{V}_{n1} \tag{1.6.6}$$

#### 2. Рівняння зміни кількості руху на стрибку ущільнення

Рух газу через стрибок ущільнення відповідає закону про зміну кількості руху рухомої маси газу. Зміна кількості руху при переході через стрибок по нормалі до нього в секунду дорівнює:

$$m(V_n - V_{n1}) = (p_1 - p)S_1$$
 (1.6.7)

Через те що  $m = \rho \cdot V_n \cdot S$ , отримаємо рівняння зміни кількості руху:

$$\rho(V_n - V_{n1}) = p_1 - p_2. \tag{1.6.8}$$

Зміни кількості руху вздовж стрибка ущільнення не відбувається:

$$m(V_{\tau}-V_{\tau 1})=0$$
, тоді  $V_{\tau}=V_{\tau 1}$ .

## 3. Рівняння збереження енергії на стрибку ущільнення

При переході струминки газу через стрибок ущільнення загальний баланс енергії не змінюється внаслідок адіабатичного процесу, тому справедливе рівняння у вигляді:

$$\frac{V^2}{2} + i = \frac{V_1^2}{2} + i_1 = i^*$$

де:

i і  $i_{1-}$ ентальпія газу перед стрибком ущільнення і за ним.

### 1.6.2.2. Зміни параметрів газу на стрибку ущільнення 1. Зміни нормальної складової швидкості

Скористаємося рівнянням зміни кількості руху газового потоку і розділимо його складові на масу:

$$p_1 - p = \rho(V_n - V_{n1})$$
 поділимо на  $pV_n S = p_1 V_{n1} S_1$ , отримуємо:

$$\frac{p_1}{\rho_1 V_{n1}} = \frac{p}{\rho V_n} (V_n - V_{n1})$$
(1.6.9)

Після проведення відповідних перетворень отримаємо рівняння співвідношення нормальних швидкостей на стрибку ущільнення:

$$V_n \cdot V_{n1} = a_{\kappa p}^2 \frac{k-1}{k+1} V_{\tau}^2$$
, або після перетворення  $a_{\kappa p}^2 = \frac{k-1}{k+1} (V_{np}^2 - V_{\tau}^2)$ ,

де:

 $V_{np} = V_n \cdot V_{n1}$  – гранична швидкість.

Для прямого стрибка ущільнення:  $V_n = V$ ,  $V_{n1} = V_1$ ,  $V_{\tau} = 0$ .

Тоді формула спрощується і для прямого стрибка ущільнення має вигляд:  $V = a^2$ 

$$\boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{V}_1 = \boldsymbol{a}_{\kappa p}^2 \,. \tag{1.6.10}$$

Якщо швидкість газового потоку перед прямим стрибком ущільнення більше швидкості звуку (*a*), то за прямим стрибком швидкість завжди буде дозвуковою і її значення можна визначити за формулою:

$$V_1 = \frac{a_{\kappa p}^2}{V} -$$
для прямого стрибка.

#### 2. Зміни масової щільності газового потоку

Якщо відома нормальна складова швидкості  $V_{n1}$  за стрибком ущільнення, то можна визначити всі інші основні параметри газу за стрибком.

Для визначення співвідношення масової щільності використовуємо рівняння збереження маси газу:  $\rho_1 V_{n1} = \rho V_n$ , звідси

$$\frac{\rho}{\rho_1} = \frac{V_{n1}}{V_n}$$

Після виконання необхідних перетворень отримаємо кінцеву формулу:

$$\frac{\rho}{\rho_1} = \frac{2}{k+1} \cdot \frac{1}{M^2 \cdot \sin^2 \beta} + \frac{k-1}{k+1}.$$
(1.6.11)

*Таким чином*, відношення масової густини при переході через стрибок ущільнення залежить лише від одного параметра  $M \cdot \sin \beta$ .

Аналізуючи формулу, можна дійти висновку про те, що щільність газу не може збільшуватися безмежно, а прагне зі збільшенням числа Маха до деякої кінцевої межі:

$$\rho_1 = \frac{k+1}{k-1} \cdot \rho$$

Для повітря при k = 1, 4, тоді, згідно з наведеною формулою,  $\rho_1 = 6\rho$ .

### 2. Задача — 6.2.2:

Визначити нормальну складову швидкості течії перед стрибком ущільнення і після, а також масову густину за стрибком ущільнення, якщо швидкість незбуреного потоку дорівнює  $V_{\infty} = 400 \text{ м/c}$ , кут відхилення

сторони внутрішнього двухстороннього кута дорівнює  $\omega = 5^{\theta}$ , а кут нахилу стрибка ущільнення дорівнює  $\beta = 8^{\theta}$ , політ здійснюється на висоті H = 2000 m.

*3. Зміна тиску і температури газового потоку на стрибку ущільнення* Використовуючи теорему механіки про імпульс сили:

$$\boldsymbol{p}_1 - \boldsymbol{p} = \rho \cdot \boldsymbol{V}_n \left( \boldsymbol{V}_n - \boldsymbol{V}_{n1} \right).$$

Після проведення відповідних перетворень і підстановок отримаємо кінцеву формулу для визначення співвідношення тисків за стрибком ущільнення і до стрибка:

$$\frac{p_1}{p} = \frac{2k}{k+1} \cdot M^2 \cdot \sin^2 \beta - \frac{k-1}{k+1}.$$
(1.6.12)

Зміна температури на стрибку ущільнення визначається виходячи з рів $p_{-} p_{T}$ ,  $p_{1} p_{T}$ ,  $p_{1} p_{T}$ ,  $p_{2} p_{1}$ 

няння стану газу: перед стрибком 
$$\frac{P}{\rho} = RT$$
 і за стрибком  $\frac{P_1}{\rho} = RT_1$ , тоді отрима-

*Таким чином*, можна дійти висновку про те, що відношення  $\frac{\rho}{\rho_1}; \frac{p_1}{p}; \frac{T_1}{T}$  до і після стрибка ущільнення залежать лише від параметра  $M \cdot \sin \beta$ .

Залежність основних параметрів від  $M \cdot \sin \beta$  можна представити графічно (*puc. 6.2.2*).



Рис. 6.2.2. Графік залежності параметрів газового потоку від параметра **M** · sin β

## 4. Принцип вимірювання числа Маха і швидкості надзвукового газового потоку

4.1. При швидкості польоту M < 1 принцип вимірювання числа Маха і швидкості (M і V) заснований на вимірюванні відносних тисків: повного до тиску незбуреного потоку -  $p^*/p$  (*рис. 6.2.3*):



Рис. 6.2.3. Схема трубки ППТ при дозвуковій і надзвуковій течії газового потоку

$$\frac{\boldsymbol{p}^*}{\boldsymbol{p}} = \left(1 + \frac{\boldsymbol{k} - 1}{2}\boldsymbol{M}^2\right)^{\frac{\boldsymbol{k}}{\boldsymbol{k} - 1}}$$

**4.2.** При швидкості польоту M > 1 принцип вимірювання M і V заснований на вимірюванні відносних тисків: повного за стрибком ущільнення до тиску незбуреного потоку –  $p_1^*/p$ :

$$\frac{p_1^*}{p} = \frac{p_1^*}{p^*} \cdot \frac{p^*}{p} = \sigma \cdot \frac{p^*}{p},$$

де:

 $\sigma = \frac{p_1^*}{p^*}$  – коефіцієнт відновлення повного тиску.

Тоді визначення числа Маха здійснюється за формулою Релея (*для прямого стрибка*):

$$\frac{p_{1}^{*}}{p^{*}} = \frac{\left(\frac{k+1}{2} \cdot M^{2}\right)^{\frac{k}{k-1}}}{\left(\frac{2k}{k+1} \cdot M^{2} - \frac{k-1}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}}.$$
(1.6.13)

# 1.6.3. Особливості обтікання газовим потоком затуплених і спінчатих циліндричних і конічних тіл надзвуковим потоком

#### 1.6.3.1. Фізична картина обтікання затуплених тіл

Особливістю надзвукового газового потоку є те, що за криволінійною ударною хвилею є зони дозвукових швидкостей течії між обтічним тілом і фронтом ударної хвилі (*puc. 6.3.1*).



Рис. 6.3.1. Схема обтікання надзвуковим потоком затупленого тіла

При великих кутах відхилення потоку (що характерно для затуплених тіл) утворюється відокремлена криволінійна ударна хвиля. У міру віддалення від центральної лінії потоку стрибок ущільнення стає слабшим, кут його нахилу зменшується, швидкість за косим стрибком залишається надзвуковою. Зони надзвукової і дозвукової течії розділяються поверхнею, на якій місцева швидкість течії дорівнює швидкості звуку.

# 1.6.3.2. Обтікання затуплених, ступінчатих, циліндричних і конічних тіл

При обтіканні надзвуковим потоком цилідричних частин із затупленою передньою кромкою утворюється відокремлена ударна хвиля, і між тілом і ударною хвилею утворюються зони дозвукової, звукової і надзвукової течії (*рис. 6.3.2*).

Поділ цих швидкісних зон здійснюється за лініями  $A_1 - A_1^{-1}$  і  $A_2 - A_2^{-11}$ . У *m.* 1 відбувається поворот потоку і течія проходить у ніби розширяючому каналі, що супроводжується появою характеристик розширення, швидкість потоку на них збільшується.



Рис. 6.3.2. Схема обтікання надзвуковим потоком ступінчатих тіл

Далі в m.2 (*переходу тіла від циліндричної частини до конічної*) виникає поворот потоку, що супроводжується стисканням потоку, і, як наслідок, виникає конічний стрибок ущільнення, швидкість потоку залишається надзвуковою. Далі в m.3 від конічної частини поверхність тіла переходить у циліндричну частину, що викликає розширення потоку, що, у свою чергу, приводить до виникнення розгалудженої картини характеристик розширення. В m.B місцевий надзвуковой потік стає рівним величині надзвукового незбуреного потоку.

### 1.6.3.3 Фізична сутність звукового удару

При польоті літака з надзвуковою швидкістю виникає складна картина стрибків ущільнення і характеристик розширення, які утворюються в різних точках фюзеляжу літака: в місцях зламу поверхні і від нерівностей поверхні *ЛА* (*puc. 6.3.3*).

Перша ударна хвиля від носової частини фюзеляжу літака поширюється в незбуреному середовищі. Наступні ударні хвилі поширюються в умовах підвищеного тиску і високої температури. Тому швидкість їх поширення збільшується, стрибки наздоганяють попередні ударні хвилі й зливаються в одну потужну головну ударну хвилю.



Рис. 6.3.3. Схема виникнення носової і хвостової ударних хвиль

Зниження тиску у хвостовій частині літака викликає зменшення масової густини і температури  $\downarrow \rho$  і  $\downarrow T$ , а це обумовлює зменшення швидкості поширення ударних хвиль. Тому проміжні хвилі відстають від хвиль, що виникають в області підвищеного тиску і потім зливаються в могутню хвостову ударну хвилю. Через стрибкоподібну зміну тиску  $\Delta p$  на головній ударній хвилі і на хвостовій ударній хвилі виникає подвійний звуковий удар (*хлопок*). Чим довше фюзеляж літака, тим більше інтервал між першим і другим *«хлопками»*, викликаними ударними хвилями.

Інтенсивність звукового удару, «хлопка», залежить від наступних факторів:

- висоти і швидкості польоту;
- маси, форми і розмірів літака;
- виду виконуваного літаком маневру.

Інтенсивність «*хлопка*» здебільшого залежить від висоти польоту літака. Зазвичай польоти на надзвукових швидкостях польоту V > a здійснюються в спеціальних зонах або обмежуються висотами польоту.

# 1.6.3.4. Особливості гіперзвукової течії газового потоку 1.6.3.4.1. Поняття про гіперзвукову течію

Польоти літаків при числах M > 4 умовно вважаються гіперзвуковими.

Теорія гіперзвукових течій пов'язана з деякими особливостями обтікання твердих тіл порівняно з поміркованими надзвуковими швидкостями:

- *аеродинамічними*, тому що вони викликані необхідністю врахування великою мірою стисливості повітря через великі числа Маха;
- *фізико-хімічними*, тому що газовий потік на гіперзвукових швидкостях характеризується високими енергетичними можливостями.
- 1. Аеродинамічні особливості гіперзвукових швидкостей дозволяють:
- в одних випадках застосовувати спрощене розв'язання аеродинамічних задач, пов'язаних із взаємодією ЛА з газовим потокам при великих гіперзвукових швидкостях;
- в інших випадках призводять до значного їх ускладнення, тому що метод лінеаризації диференціальних рівнянь руху, які застосовуються при моделюванні поміркованих надзвукових течій, не застосовують для гіперзвукових течій.

2. Фізико-хімічні ефекти в гіперзвуковому потоці пов'язані з утворенням зон із високими температурами. Як правило, вони виникають при переході гіперзвукового газового потоку через стрибки ущільнення, на яких кінетична енергія руху перетворюється в теплову. При цьому високі температури змінюють фізичні властивості газового середовища, а саме:

- при температурі T = 2500<sup>o</sup>K і помірних тисках починається дисоціація молекул кисню;
- при температурі  $T = 4000^{\circ} K$  відбувається дисоціація молекул азоту;
- при температурі Т = 7000<sup>0</sup>К відбувається іонізація атомів азоту і кисню, при подальшому збільшенні температури відбувається іонізація молекул азоту.

Питомі теплоємності при таких високих температурах стають непостійними величинами і не залежать від температури. Тому в дослідженнях не використовуються питомі теплоємності, отримані при постійних об'ємі і тиску.

При гіперзвукових швидкостях неминучий сильний аеродинамічний нагрів обшивки ЛА. Тому максимальна швидкість польоту може обмежуватися не тільки за умови отримання максимальної підйомної сили, а й за умови максимально допустимого кінетичного нагріву общивки ЛА.

# 1.6.3.4.2. Особливості гіперзвукових течій

Особливостями гіперзвукових течій є:

*1. Зі збільшенням числа Маха*  $\uparrow M \to \downarrow \beta$  стрибки ущільнення наближаються до обтічної поверхні тіла, при цьому зменшуються області збурювань між

стрибком і тілом. Це приводить до взаємодії стрибка і примежового шару. Головний стрибок обмежує збільшення товщини примежового шару. Це приводить до підвищення температури  $\uparrow T$  і зменшення масової густини  $\downarrow \rho$  і, як наслідок, до  $\uparrow \delta$  товщини примежового шару. При цьому створюється ефект збільшення товщини обтічного тіла, що приводить до викривлення ударної хвилі і збільшення тиску  $\uparrow p$ .

2. Малі зміни параметрів руху обтічного тіла приводять до суттєвих змін параметрів газу  $p, \rho, T, a$ . При числі Маха M >> a збурювані швидкості течії можуть бути одного порядку зі швидкістю звуку.

*3. Через високі температури* за головною ударною хвилею і в примежовому шарі можуть мати місце дисоціація та іонізація молекул газу, що приводить до зміни його термодинамічних властивостей.

Таким чином, при гіперзвукових течіях методи дослідження аеродинамічних характеристик, застосовуваних при дозвукових і помірних надзвукових швидкостях течії газу, стають непридатним.

При розгляді обтікання тіл під невеликим кутом атаки ( $\alpha$ ) рівняння руху можна спростити і отримати алгоритми наближеного визначення аеродинамічних характеристик ЛА при гіперзвукових швидкостях польоту.

Стиснення газового потоку проходить з утворенням стрибка ущільнення (*puc. 6.3.4*).



Рис. 6.3.4. Схема виникнення стрибка ущільнення

При збільшенні швидкості течії кут нахилу стрибка ущільнення зменшується і він наближається до поверхні обтічного тіла ( $\uparrow M \to \beta \to \omega$ )

$$\beta_{cm} = \frac{k+1}{4}\omega + \sqrt{\left(\frac{k+1}{4}\omega\right)^2 + \frac{1}{M^2}}.$$

При течії з розширеннями потоку поворот і розгін надзвукового потоку відбувається на одній характеристиці **ОС**... **ОС**<sub>1</sub> (*puc. 6.3.5*).



Рис. 6.3.5. Схема виникнення характеристик розширення

$$\beta_{p} = -\frac{k+1}{4}\omega + \sqrt{\left(\frac{k+1}{4}\omega\right)^{2} + \frac{1}{M^{2}}}.$$
(1.6.14)

При збільшенні числа Маха:  $\uparrow M \to \infty, \beta_{cm} = \frac{k+1}{2}\omega; \beta_p = 0.$ 

У цьому випадку коефіцієнт тиску буде дорівнювати значенню:

$$\boldsymbol{p} = 2\beta\omega. \tag{1.6.15}$$

Тоді можна визначити відносну зміну тиску викликану зміною кута нахилу поверхні обтічного тіла:

$$\frac{\boldsymbol{p}}{\omega^2} = \frac{\boldsymbol{k}+1}{2} \left\{ \sqrt{1 + \left[\frac{4}{(\boldsymbol{k}+1)\boldsymbol{M}\omega}\right]^2} \right\} + 1 \qquad (1.6.16)$$

## Питання для самостійної перевірки стану засвоєння матеріалу за темою 1.6

- 1. Виникнення і розповсюдження слабких збурювань у нерухомому середовищі і при русі зі швидкістю, що дорівнює швидкості звуку.
- 2. Виникнення і розповсюдження слабких збурювань у середовищі при русі зі швидкістю, що є меншою і більшою за швидкість звуку.
- 3. Виникнення і фізична сутність характеристик розширення потоку.
- 4. Фізична сутність виникнення стрибків ущільнення, їх види і форми.
- 5. Охарактеризувати рівняння збереження маси на стрибку ущільнення.
- 6. Охарактеризувати рівняння збереження кількості руху на стрибку ущільнення.
- 7. Охарактеризувати зміну нормальої складової швидкості повітряного потоку на стрибку ущільнення.
- 8. Охарактеризувати зміну масової густини на стрибку ущільнення.
- 9. Охарактеризувати зміну тиску і температури газового потоку на стрибку ущільнення.
- 10. Принцип визначення числа Маха і швидкості польоту при дозвукових і надзвукових швидкостях польоту.
- 11. Фізична картина і особливості обтікання затуплених і ступінчатих циліндричних і конічних тіл.
- 12. Фізична сутність виникнення і розповсюдження звукового удару при виконанні польоту літака на надзвуковій швидкості.

#### ПЕРЕЛІК ЗАДАЧ

#### до практичного заняття за темою 1.6

1. Задача – 6.1.1:

Визначити число Маха і число Рейнольдса при польоті літака на висоті H = 2000 м, на швидкості V = 450 км/год, динамічний коефіцієнт в'язкості дорівнює  $\mu = 1,2*10^{-5} \Pi a c$ , площа прямокутного крила  $S = 25 \text{ м}^2$ , розмах крила l = 15 м.

2. Задачі — 6.1.2:

Коефіцієнт опору літака С<sub>ха,1</sub> = 0,019. В процесі експлуатації і ремонту обшивки фюзеляжу літака коефіцієнт опору збільшився до С<sub>ха,2</sub> = 0,024. Визначити, наскільки збільшилась сила опору літака в польоті на висоті H = 6 км, на швидкості V = 648 км/год., площа крила S = 140 м<sup>2</sup>.

 Коефіцієнт підйомної сили літака C<sub>ya,1</sub> = 1,2. В процесі експлуатації і ремонту обшивки фюзеляжу літака коефіцієнт підйомної сили зменшився до C<sub>ya,2</sub> = 0,8. Визначити, у скільки разів зменшилась підйомна сила літака в польоті на висоті H = 5000 м, на швидкості V = 650 км/год., площа крила S = 140 м.

- 3. Задачі 6.1.3:
  - Визначити підйомну силу і силу лобового опору літака, якщо при продувці моделі літака в масштабі 1:50 в аеродинамічній трубі при числі Маха M = 0,7 були отримані аеродинамічні сили У<sub>ам</sub> = 2000 H, X<sub>ам</sub> = 400 H, площа крила моделі S<sub>м</sub> = 0,5 м<sup>2</sup>.
  - У скільки разів необхідно збільшити площу крила для отримання одинакової підйомної сили крила на одинаковому куті атаки і при одинаковій швидкості польоту, якщо висота змінюється з H<sub>1</sub> = 7 км до висоти H<sub>2</sub> = 11000 м.

### 4. Задача — 6.2.1:

Визначити нормальні й дотичні швидкості течії перед стрибком ущільнення і після, якщо швидкість незбуреного потоку дорівнює  $V \propto = 350 \text{ м/c}$ , кут відхилення сторони внутрішнього двостороннього кута дорівнює  $\omega = 3^{0}$ , а кут нахилу стрибка ущільнення дорівнює  $\beta = 6^{0}$ .

5. Задача — 6.2.2:

Визначити нормальну складову швидкості течії перед стрибком ущільнення і після, а також масову густину за стрибком ущільнення, якщо швидкість незбуреного потоку дорівнює V = 400 м/с, кут відхилення сторони внутрішнього двостороннього кута дорівнює  $\omega = 5^{0}$ , а кут нахилу стрибка ущільнення дорівнює  $\beta = 8^{0}$ , політ здійснюється на висоті H = 2000 м.

## 6. Задачі — 6.3.1:

- Визначити підйомну силу і силу лобового опору літака, якщо при продувці моделі літака в масштабі 1:50 в аеродинамічній трубі при числі Маха M = 0,7 були отримані аеродинамічні сили У<sub>ам</sub> = 2000 H, Х<sub>ам</sub> = 400 H, площа крила моделі S<sub>м</sub> = 0,5 м<sup>2</sup>.
- 2) У скільки разів необхідно збільшити площу крила для отримання однакової підйомної сили крила на однаковому куті атаки і при однаковій швидкості польоту, якщо висота змінюється з H<sub>1</sub> = 7 км до висоти H<sub>2</sub> = 11000 м?

# 2. АЕРОДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОФІЛЮ, КРИЛА І НЕСУЧОГО ГВИНТА ВЕРТОЛЬОТУ. АЕРОДИНАМІКА ГІПЕРЗВУКОВИХ ПОТОКІВ І РОЗРІДЖЕНИХ ГАЗІВ

## 2.7. АЕРОДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОФИЛЮ І НЕСУЧИХ ПОВЕРХОНЬ ЛА

# 2.7.1. Призначення і форми несучих поверхонь, геометричні характеристики профілю і несучих поверхонь

### 2.7.1.1. Призначення і форми несучих поверхонь

Несучі поверхні *ЛА* призначені для створення аеродинамічної підйомної сили, що забезпечує можливість польоту *ЛА*, які важчі за повітря, і виконання необхідних еволюцій у просторі. До таких поверхонь належать:

- крила літаків;
- несучі гвинти гвинтокрилих апаратів.

У широкому діапазоні практичного застосування найбільш вигідними несучими поверхнями ЛA є крила, які відрізняються за розмірами, кількістю і формою в плані. Несучі гвинти гвинтокрилих апаратів знайшли застосування в більш вузькому діапазоні умов використання (*puc.* 7.1.1 *i* 7.1.2).

Розрізняють різні форми крил у плані (рис. 7.1.1):

- прямокутні, трапецієподібні;
- комбіновані;
- стрілоподібні, трикутні;
- еліпсоподібні, готичні;
- складної форми (трикутне з напливом у кореневій частині).

Несучий гвинт складається з лопатей. Кожна лопать являє собою частину (консоль) крила, яка обертається навколо вісі обертання. Крило і лопаті *НГ* мають практично однакові геометричні характеристики. Так само як і крило, лопаті *НГ* бувають різноматними в плані (*рис. 7.1.2*):

*– прямокутними, трапецієподібними;* 

– комбінованими, з надзвуковою стрілоподібною кінцевою частиною.



Рис. 7.1.1. Схема форм несучих поверхонь ПС в плані



Рис. 7.1.2. Схеми форм лопатей НГ в плані

Форма крила і лопаті в плані характеризується відносними безрозмірними геометричними величинами (*puc.* 7.1.3 ... 7.1.6):

## 1) подовженням – $\lambda$ :





$$\lambda = \frac{l}{b_{cp}} = \frac{l^2}{S}; S = b_{cp} \cdot l$$
(2.7.1)

де:

*l* – розмах крила, довжина лопаті, м;

*b*<sub>*cp*</sub> – середня геометрична хорда крила (*лопаті*), м;

**S** – площа крила (*лопаті*), м<sup>2</sup>.

У сучасних вертольотів —  $\lambda = 20...22$ ; у важких літаків —  $\lambda = 5...7$  у винищувачів  $\lambda = 10...15$ , у планерів  $\lambda = 5...40$ .

2) звуженням – η:

$$\eta = \frac{\boldsymbol{b}_0}{\boldsymbol{b}_k}, \qquad (2.7.2)$$

де:

 $\boldsymbol{b}_0$  – коренева хорда, м;

 $\boldsymbol{b}_{\kappa}$  – кінцева хорда, м.

# 3) кутом стрілоподібності -х:

*Кутом стрілоподібності крила* називається кут між поперечною віссю літака і лініями по передній або задній кромці крила.

У крил сучасних літаків кути стрілоподібності по передній кромці досягають  $\chi_n = 60...70^\circ$ .



Рис. 7.1.4. Схеми звуження і стрілоподібності крила

# 4) кутом поперечної «V-подібності» (рис. 7.1.5).

*Кутом поперечної «V-подібності»* крила називається кут між поперечною віссю літака і нижньою чи верхньою поверхнею крила.



Рис. 7.1.5. Схема крила поперечної «V-подібності»

Аеродинамічні характеристики крила в основному залежать від форми профілю. Залежно від форми профілю розрізняють і області його застосування на крилах різних ЛА (*puc.* 7.1.6 *i* 7.1.7).

**Профілем називається** форма поперечного перерізу крила, проведеного паралельно поздовжній площині симетрії ЛА. Профіль крила підбирається за умови максимально можливої підйомної сили і мінімального лобового опору. Профілі можуть бути симетричними і несиметричними.

Несиметричні профілі, у свою чергу, поділяються на: двоопуклі, плоскоопуклі, увігнутоопуклі, *S-nodiбні* та інші.

1. Симетричні або профілі з дуже малою кривизною застосовуються на малошвидкісних літаках і для поверхонь органів керування (закрилки, елерони, керма напряму, стабілізатори та ін.);

2. Опукло-увігнуті профілі мають великі несучі властивості на малих швидкостях польоту і застосовуються на перших аеропланах початку XIX століття;

3. Двояко-опуклі профілі з великою кривизною верхньої і нижньої поверхонь профілю забезпечують високі несучі властивості, а також велику міцність і твердість крила. Встановлюються на важких транспортних і пасажирських літаках;

4. Плоско-опуклі профілі мають середні несучі властивості, однак прості у виробництві і застосовуються на нешвидкісних літаках;

5. «*S-подібні» профілі* – застосовуються на безхвостих літаках;

6. Ламінаризовані профілі мають велику величину відносної координати *x*<sub>c</sub>, за рахунок чого подовжується ламінарна частина примежового шару. Подібні профілі застосовуються на нешвидкісних дозвукових літаках (*puc.* 7.1.6);



Рис. 7.1.6. Схеми ламінаризованого профілю

7. Профілі з гострими кромками передньої і хвостової частини і застосовуються на надзвукових літаках.



Рис. 7.1.7. Схема профілів несучих поверхонь

## 2.7.1.2. Геометричні характеристики несучих поверхонь

Аеродинамічні характеристики несучих поверхонь ЛА характеризуються певними геометричними параметрами:

**1) кут установки – ф** (рис. 7.1.8):

*Кутом установки (\varphi\_{ceq})* перерізу крила називається кут між хордою профіля крила і поздовжньою віссю літака (*або площиною обертання НГ вертольоту*).



Рис. 7.1.8. Схема кута установки крила ПС

## **2)** геометрична крутка – *ф*<sub>Гк,i</sub> (рис. 7.1.9):

Якщо кути установки в різних перерізах крила не однакові, то їх хорди не лежать у площині крила. Таке крило називається геометрично закрученим.

*Геометричною круткою* називається конструктивне виготовлення несучої поверхні, при якій кути установки перерізів зменшуються по її розмаху від кореневого перерізу до кінцевого.



Рис. 7.1.9. Схема геометричної крутки несучої поверхні

Кути установки довільного перерізу несучої поверхні, що має геометричну крутку, визначаються за формулою:

$$\varphi_i = \varphi_0 - \frac{\Delta \varphi}{\Delta l} l_i, \qquad (2.7.3)$$

де:

*l*<sub>*i*</sub> – відстань поточного перерізу відносно кореневого, *м*;

 $\frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$  – величина градієнта кутів установки по довжині крила, *град/м*;

 $\varphi_0$  – кут установки кореневого перерізу крила, *град*.

3) аеродинамічна крутка (рис. 7.1.10).

*Аеродинамічна крутка крила* створюється за рахунок того, що профілі в різних перерізах крила мають різні величини відносної товщини і відносної кривизни профілів.



Рис. 7.1.10. Схема аеродинамічної крутки несучої поверхні

*Аеродинамічною круткою* називається конструктивне виготовлення несучої поверхні, при якому вона набирається з різних аеродинамічних профілів по її розмаху.

Геометрична і аеродинамічна крутки застосовуються для поліпшення аеродинамічних характеристик несучих поверхонь *ЛА*.

# **4) конічна крутка – ф**кклі (рис. 7.1.11):

На стрілоподібних і трикутних крилах застосовується так звана конічна крутка крила, при якій кути відхилення передніх кромок профілів вниз збільшуються до кінця крила.

*Конічною круткою* називається конструктивне виготовлення стрілоподібного або трикутного крила, при якому носок профілю відхиляється вниз по розмаху крила від кореневого перерізу до кінцевого.



Рис. 7.1.11. Схема конічної крутки несучої поверхні

# 2.7.1.3. Геометричні характеристики профілю

Крило є основною частиною літака, яка призначена для створення підйомної сили, а також для забезпечення літаку поперечної стійкості і керованості. На крилі встановлюється механізація (*передкрилки, закрилки, щитки та ін.*), яка покращує аеродинамічні характеристики  $\mathcal{Л}A$  на етапах зльоту і посадки. Крім цього, в крилі можуть встановлюватися стійки шасі і двигуни. Внутрішні об'єми крила часто використовуються для розміщення паливних баків, різного устаткування і підвісок різноманітного озброєння.

Аеродинамічні властивості крила визначаються, в основному, геометричною формою і розмірами крила.

Геометричну форму крила характеризує:

- профіль крила;
- форма крила в плані;
- поперечна форма крила;
- геометрична крутка крила.

# **1)** профіль крила (рис. 7.1.12):

Профілем крила називається поперечний переріз крила, отриманий проведенням площини паралельно площині симетрії ЛА.



Рис. 7.1.12. Схема профілю крила і геометричних параметрів профілю

## 2) хорда профілю – b.

Хордою профілю називається відрізок прямої, що з'єднує дві найвіддаленіші точки профілю (від носка до хвостової частини профілю).

Хорда розділяє профіль на дві частини:

- верхню –  $y_{\rm B}$ ;

— нижню — **У**<sub>н</sub>.

#### 3) товщина профілю – с.

**Товщиною профілю** називається відрізок, перпендикулярний до хорди профілю між верхнім і нижнім контурами. Відношення максимальної товщини профілю  $c_{\text{max}}$  до хорди **b** називається максимальною відносною товщиною профілю:

$$\overline{c} = \frac{c_{\max}}{b}$$

#### 4) координата максимальної товщини профілю.

Положення максимальної товщини профілю визначається відносним видаленням її щодо носика профілю:

$$\overline{x}_c = \frac{x_c}{b}$$

#### 5) середня лінія профілю.

*Середньою лінією профілю* називається лінія, яка з'єднує передню і задню точки профілю і проходить через середини відрізків між верхнім і нижнім контурами профілю, проведеними перпендикулярно до хорди.

Максимальна відстань між хордою і середньою лінією називається кривизною профілю ( $f_{max}$ ).

Відношення максимальної кривизни до хорди профілю називається максимальною відносною кривизною профілю.

$$\overline{f} = \frac{f_{\max}}{b}$$

Положення максимальної кривизни профілю визначається за відносним віддаленням її щодо носика профілю:

$$\overline{x}_f = \frac{x_f}{b}$$

Відносний радіус заокруглення носика профілю:

$$\overline{r} = \frac{r}{b}$$

#### 2.7.1.4. Поняття про середню аеродинамічну хорду крила

Щоб порівнювати аеродинамічні характеристики крил різної форми в плані, необхідно вибрати метод їх приведення до характеристик еквівалентного крила.

Експериментально встановлено, що для крила будь-якої форми в плані можна підібрати відповідне за площею (*еквівалетне*) прямокутне крило, яке буде мати аналогічні аеродинамічні характеристики як і у вихідного крила.

Хорда еквівалентного прямокутного крила називається середньою аеродинамічною хордою крила –  $b_A$  (*CAX*).

Для простого крила з прямокутними краями  $b_A$  (*CAX*) та її положення можна визначити геометричнлю побудовою (*puc.* 7.1.13). Для цього кінцеву хорду ( $\boldsymbol{\vartheta}_{\kappa}$ ) відкладають під кореневою хордою ( $\boldsymbol{\vartheta}_{o}$ ), а кореневу ( $\boldsymbol{\vartheta}_{o}$ ) над кінцевою хордою, відзначають точками 1 *i* 2, потім з'єднують прямою лінією хорди крила. Потім проводиться серединна лінія між кореневою ( $\boldsymbol{\vartheta}_{o}$ ) і кінцевою хордами крила ( $\boldsymbol{\vartheta}_{\kappa}$ ). Через точку перетину ліній «1-2» і «3-4» проводять відрізок паралельно кінцевій і кореневій хордам і отримують САХ- ( $\boldsymbol{\vartheta}_{A}$ ).



Рис. 7.1.13. Схема визначення САХ- (в А). крила простої форми в плані

Для крил складної форми в плані (зі зламом передньої і задньої крайок крила) САХ- ( $\mathscr{C}_A$ ) можна визначити геометричною побудовою. Половина крила ділиться на дві частини, виділяються дві частини простої форми з площами  $S_I$  *i*  $S_2$ . Для кожної частини визначаються геометричним способом  $CAX_I$  і  $CAX_2$ . Початок і кінець хорд з'єднується лініями «A-B» і «C-D». Отримана частина крила, обмежена точками ABCD, є проміжною фігурою для визначення CAX- ( $\mathscr{C}_A$ ) складної форми крила. CAX- ( $\mathscr{C}_A$ ) всього крила отримують геометричною побудовою: до хорди AC додається хорда BД, а до хорди BJ додається хорда AC. Отримані точки з'єднують прямою лінією. Хорди AC і BJ діляться навпіл, проводиться пряма лінія, що з'єднує середини хорд. Точка перетину двох прямих і

є місцем розташування *CAX*- ( $\mathscr{V}_A$ ). З'єднуються кінці хорди *CAX*- ( $\mathscr{V}_A$ ) з відрізками *AB* і *CД*. Точки перетину і *CAX*- ( $\mathscr{V}_A$ ) з лініями кінців хорд  $\mathscr{V}_{A1}$  і  $b_{A2}$  позначаються точками **M** і *N*. Складається співвідношення відрізків і площ і при їх рівності вважається, що положення *CAX* визначено правильно (*puc. 7.1.14*):



 $\frac{AM}{MB} = \frac{CN}{ND} = \frac{S_2}{S_1}$ 

Рис. 7.1.14. Схема визначення САХ- (в А) крила складної форми в плані

### 1. Задачі — 7.1.1:

- 1) Визначити середню аеродинамічну хорду крила, подовження, звуження и площу стрілоподібного крила ЛА, якщо координати правої консолі крила складають:  $x_1 = 0$ ,  $y_{1n} = 6 m$ ,  $y_{13} = 2 m$ ;  $x_2 = 8 m$ ,  $y_{2n} = 3 m$ ,  $y_{23} = 1 m$ , а також товщину профілю в кінці крила, якщо погонна зміна товщини профілю за розмахом крила складає 20 *мм/m*, а товщина профілю в кореневому перерізі дорівнює 150 *мm*.
- 2) Стрілоподібне крило має кореневу хорду 400 см, кінцеву хорду 0,7 м, розмах правої консолі складає 15 м. Кут установки крила в кореневому перерізі складає 10<sup>0</sup>, погонна зміна кута установки крила за розмахом складає 0,5 град/м. Визначити подовження крила і кут установки в перерізах 5 і 10 м.
- 3) Трикутне крило має кореневу хорду 4000 мм, розмах правої консолі 900 см. У кореневому перерізі відхилення носка профілю дорівнює 0<sup>0</sup>, погонне відхилення кута носка профілю за розмахом крила складає 1 град/м. Визначити подовження крила, площу крила і кут відхилення носка профіля в перерізах 5 і 9 м.

## 2.7.1.5. Системи координат, що використовуються в аерогідрогазодінаміці

В аеродинаміці широко використовуються дві основні прямокутні системи координат (*puc.* 7.1.15):

- швидкісна **ох**ауаzа;
- зв'язана **охуг.**



Рис. 7.1.15. Схема плоскої швидкісної і зв'язаної систем координат

У швидкісний системі координат вісь  $ox_a$  спрямована у напрямку вектора швидкості повітряного потоку  $\vec{V}$ , вісь  $oy_a$  спрямована вгору перпендикулярно вектору швидкості потоку, вісь  $oz_a$ - спрямована перпендикулярно площині  $x_a oy_a$ в сторону правої половини крила (*puc.* 7.1.16).



Рис. 7.1.16. Схема просторової системи координат

Швидкісна система координат застосовується для визначення аеродинамічних сил, що виникають на поверхні профілю або крила, початок системи координат розташовано в центрі тиску профілю або ЛА.

У зв'язаній системі координат вісі жорстко пов'язані з профілем крила і залишаються нерухомими відносно крила: вісь *ох* спрямована вздовж хорди профілю крила вперед, вісь *оу* спрямована вгору перпендикулярно вісі *ох*, вісь *ог* спрямована перпендикулярно площині *хоу* в сторону правої половини крила (*рис.* 7.1.17).

Зв'язана система координат використовується для визначення аеродинамічних моментів, що виникають на профілі або крилі від аеродинамічних сил. У загальному випадку початок координат розташовано в центрі мас профілю або *ЛА*, в окремому випадку в *ц.м.* 



Рис. 7.1.17. Схема виникнення кута ковзання

Положення профілю крила щодо вектора повітряної швидкості визначається кутами атаки ( $\alpha$ ) і ковзання ( $\beta$ ).

Кутом атаки (*a*) називається кут між віссю пов'язаної системи координат *ox* і вектором швидкості набігаючого потоку в площині  $x_a o y_a$ . Позитивне значення кута атаки, коли вісь *ox* знаходиться вище вісі *ox<sub>a</sub>*, а набігання потоку здійснюється на нижню поверхню профілю.

Початок координат m O знаходиться в центрі тиску профілю. Якщо кут атаки дорівнює нулю ( $\alpha = 0$ ), то вісі зв'язаної системи координат збігаються з вісями швидкісної системи координат. Швидкісна система координат переміщається разом із вектором швидкості набігаючого повітряного потоку. Взаємне розташування цих двох систем координат визначає положення профілю в повітряному потоці.

Кутом ковзання ( $\beta$ ) називається кут між поздовжньою віссю *ЛА ох* зв'язаної системи координат і проекцією вектора швидкості потоку, що набігає на площину *x<sub>a</sub>oz<sub>a</sub>*. Позитивне значення кута ковзання – коли набігання потоку здійснюється на праву половину крила.

# 2.7.2. Повна аеродинамічна сила і результуючий аеродинамічний момент. Центр тиску і аеродинамічний фокус

# 2.7.2.1. Розподіл нормальної складової тиску по поверхні профілю, епюри тиску по хорді крила

Вплив крила на навколишнє повітряне середовище викликає в ньому зміну основних фізичних параметрів:

– швидкості;

– тиску;

– густини;

– температури.

У кожній точці профілю крила нормальний тиск від взаємодії профілю з повітряним потоком буде різним, тому параметри потоку постійно змінюються при переході від однієї точки профілю до іншої. Швидкість і тиск у кожній точці профілю називаються місцевими швидкістю і тиском.

Розподіл нормального тиску по поверхні профілю крила отримують експериментальним шляхом в аеродинамічній трубі.

$$\Delta \boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_i - \boldsymbol{p}_{\infty}$$

де:

 $p_i$  — тиск в *i - iй* точці профілю, Па;

 $oldsymbol{p}_{\infty}$  — тиск незбуреного потока;

 $\Delta \boldsymbol{p}$  – перепад тиску в точках профілю, Па.

Розподіл нормального тиску по поверхні профілю крила зображується векторними діаграмами і епюрами розподілу тиску по хорді (*puc. 7.2.1*).

Векторну діаграму розподілу тиску будують у безрозмірних величинах:

$$\overline{p} = \frac{p_i - p_{\infty}}{\frac{\rho V^2}{2}}; \ \overline{p}_i = \frac{\Delta p_i}{q_{\infty}}$$



Рис. 7.2.1. Схема розподілу тиску по поверхні профілю і епюри тисків по хорді

## 2.7.2.2. Центр тиску і аеродинамічний фокус профілю

**Центром тиску** називається точка на поздовжній вісі перерізу профілю крила, через яку проходить лінія дії рівнодіючих аеродинамічних сил (*рис. 7.2.2*). Момент тангажу щодо носика профілю дорівнює:

$$\boldsymbol{M}_{z} = -\boldsymbol{Y} \cdot \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{\mu}.\boldsymbol{\partial}.}; \ \boldsymbol{m}_{z} = -\boldsymbol{c}_{Y} \cdot \frac{\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{\mu}.\boldsymbol{\partial}.}}{\boldsymbol{b}}, \text{ звідси: } \boldsymbol{\overline{x}}_{\boldsymbol{\mu}.\boldsymbol{\partial}.} = -\frac{\boldsymbol{m}_{z}}{\boldsymbol{c}_{Y}}.$$
(2.7.5)

При малих кутах атаки:  $(\alpha)$ ,  $c_{Y} = c_{Ya}$ ;  $\overline{x}_{u.d.} = -\frac{m_{z}}{c_{Ya}}$ .



Рис. 7.2.2. Схема розташування центру тиску і появи моменту тангажу

С. А. Чаплигін запропонував, що якщо на схему профілю крила нанести серію векторів підйомних сил при різних кутах атаки, які проходять через відповідні центри тиску, то огинаюча до напрямку цих векторів матиме вигляд параболи. Цю параболу назвали *параболою стійкості*. Це відкриття дозволило створити теорію стійкості літака: *момент підйомної сили щодо деякої точки, яку назвали фокусом параболи, не залежить від кута атаки (рис. 7.2.3)*.



Рис. 7.2.3. Схема побудови параболи стійкості

З цього випливає, що плече від носика профілю до центру тиску (r) при збільшенні кута атаки ( $\alpha$ ) зменшується пропорційно збільшенню підйомної сили (Y), а момент тангажу ( $M_z = Y_a \cdot r_i$ ) при цьому залишається незмінним.

$$M_z = -Y_a \uparrow \cdot r_i \downarrow npu \ \alpha \uparrow \rightarrow M_z = const$$

Аеродинамічним фокусом називається точка на поздовжній вісі профілю крила, в якій прикладено приріст підйомної сили  $\Delta Y_a$ , викликаний малими змінами кута атаки ( $\alpha$ ), і при цьому момент тангажу щодо цієї точки залишається постійним ( $M_z = const$ ) (*рис. 7.2.4*).



$$M_{z,F} = M_{z_0} - \Delta Y_a \cdot x_F \left[ :\left( \frac{\rho V^2}{2} \cdot b \cdot S \right) \right]$$
$$m_{z,F} = m_{z_0} - \Delta c_y \cdot \overline{x}_F; \ \overline{x}_F = \frac{x_F}{b};$$
$$(2.7.6)$$

$$\overline{\boldsymbol{x}}_{F} = \frac{-\boldsymbol{m}_{z,F} + \boldsymbol{m}_{z_{0}}}{\Delta \boldsymbol{c}_{Y}}; \ \overline{\boldsymbol{x}}_{F} = -\boldsymbol{m}_{z}^{c_{Y}}$$
(2.7.7)

Зв'язок між *ц.м* і фокусом можна описати виразом, де:

*m*<sup>*c*</sup><sub>*z*</sub> – похідна моменту тангажу залежно від коефіцієнта нормальної сили:

$$\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\delta}.} = \overline{\boldsymbol{x}}_F - \frac{\boldsymbol{m}_{z_0}}{\Delta \boldsymbol{c}_Y}; \overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\delta}.} = \overline{\boldsymbol{x}}_F - \boldsymbol{m}_z^{\boldsymbol{c}_Y}$$
(2.7.8)

У загальному випадку фокус не збігається з *ц.м.* Для симетричного профілю, де  $m_{z_0} = 0$ ,  $\overline{x}_{\mu.\partial.} = \overline{x}_F$ .

Розташування фокуса крила визначається щодо носика профілю і залежить від:

– форми крила в плані;

— числа Maxa—**M**.

При дозвукових швидкостях польоту розташування фокуса на профілі крила:

– для прямого крила – 25 %;
- для стрілоподібного крила 30–35 %;
- для трикутного крила **35–40 %.**

# 2.7.2.3. Виникнення повної аеродинамічної сили і результуючого аеродинамічного моменту

Аеродинамічними силами називаються сили, що виникають у результаті механічної взаємодії тіл, що рухаються в повітряному потоці. При цьому рух повітря, внаслідок в'язкості, забезпечує появу на поверхні тіла сил тертя (*puc. 7.2.5*).



Рис. 7.2.5. Схема виникнення повної аеродинамічної сили (R<sub>a</sub>)

#### Таким чином, на кожен елемент тіла, обтікаємого повітрям, діють сили нормального тиску перпендикулярно до поверхні тіла і сили тертя, які спрямовані по дотичній до поверхні цього тіла.

Розподілені по поверхні тіла нормальні і ковзні сили можна підсумувати і визначити величину результуючої аеродинамічної сили.

Рівнодіюча нормальних сил тиску і тангенціальних сил тертя, що діють на поверхню тіла, називається *результуючою або повною аеродинамічною силою* і позначається буквою  $\vec{R}$ а.

На величину і напрямок повної аеродинамічної сили впливають:

- *швидкість набігаючого повітряного потоку;*
- форма профілю;
- положення профілю щодо вектора швидкості повітряного потоку;
- число Маха, що визначає ступінь прояву стисливості повітря;
- число Рейнольдса, що визначає ступінь прояву в'язкості повітря;
- шорсткість поверхні тіла;
- температура повітря.

Часто в аеродинаміці для аналізу використовують не повну аеродинамічну силу, а її проекції на відповідні вісі зв'язаної і швидкісної систем координат (*puc.* 7.2.6).



Рис. 7.2.6. Схема проекцій повної аеродинамічної сили на вісі систем координат

У швидкісний системі координат складовими результуючої аеродинамічної сили на вісі координат є сили, які мають назву:

- лобовий опір (X<sub>a</sub>);  $X_a = R_a \cdot \sin \theta$ ;
- підйомна сила ( $Y_a$ );  $Y_a = R_a \cdot \cos \theta$ ;
- бічна сила ( $\mathbf{Z}_a$ ).  $Z_a = R_a \cdot \sin \theta \cdot \cos \beta$ .

Силою лобового опору ( $X_a$ ) називається проекція сили Rа на вісь  $ox_a$ , тобто у напрямку вектора швидкості незбуреного потоку вона перешкоджає руху тіла, прагне загальмувати його і спрямована по вектору швидкості набігаючого потоку (*проти напрямку польоту ЛА*). Звідси випливає, що повна аеродинамічна сила Rа завжди відхилена назад від площини, перпендикулярної вектору швидкості повітряного потоку, і сила лобового опору має від'ємне значення в прийнятій системі координат.

Підйомною силою ( $Y_a$ ) називається проекція результуючої аеродинамічної сили ( $R_a$ ) на вісь  $oy_a$ , тобто проекція сили  $\overline{R_a}$  на перпендикуляр до вектору швидкості повітряного потоку, що лежить у площині симетрії обтічного тіла. Підйомна сила виникає при наявності або кута атаки або кривизни профілю, коли виникає різниця тисків над і під обтічним профілем.

Відношення підйомної сили до сили лобового опору характеризує аеродинамічну досконалість несучої поверхні ЛА і називається аеродинамічною якістю:

$$K = \frac{Y_a}{X_a}.$$
(2.7.9)

Чим більше числове значення аеродинамічної якості (К), тим аеродинамічно досконаліший профіль, крило або літальний апарат у цілому.

Проекція повної аеродинамічної сили  $\overline{Ra}$  на вісь  $oz_a$  називається бічною силою і виникає при наявності кута ковзання тіла ( $\beta$ ).

Зв'язок між повною аеродинамічної силою і її складовими частинами описується виразом:

$$\boldsymbol{R}_a = \sqrt{\boldsymbol{X}_a^2 + \boldsymbol{Y}_a^2 + \boldsymbol{Z}_a^2}$$

Проекції повної аеродинамічної сили  $R_a$  на вісі зв'язаної системи координат позначаються і мають назву:

- поздовжня сила (X);  $X = R_a \cdot \sin(\theta \alpha)$ ;
- нормальна сила (**Y**);  $Y = R_a \cdot \cos(\theta \alpha)$ ;
- поперечна сила (**Z**).  $Z = R_a \cdot \sin(\theta \alpha) \cdot \cos \beta$ .

Між проекціями повної аеродинамічної сили  $\overline{R}$ а у швидкісній системі координат і зв'язаній є певна залежність:

$$X_{a} = X \cdot \cos \alpha + Y \cdot \sin \alpha$$
$$Y_{a} = Y \cdot \cos \alpha - X \cdot \sin \alpha \qquad (2.7.10)$$

Така ж залежність існує і при перерахунку проекцій аеродинамічних сил зі швидкісної системи коордінт у зв'язану:

$$X = X_a \cdot \cos \alpha - Y_a \cdot \sin \alpha$$
$$Y = Y_a \cdot \cos \alpha + X_a \cdot \sin \alpha$$
(2.7.11)

При малих кутах атаки  $\alpha \le 0,2$  *рад*, можна умовно прийняти  $\sin \alpha \approx \alpha; \cos \alpha \approx 1$ . Тоді формули для визначення складових аеродинамічних сил на вісі швидкісної системи координат спрощуються і мають вигляд:

$$X_a = X + Y \cdot \alpha; \dots Y_a = Y$$

Напрямок дії і розмір результуючої аеродинамічної сили можна замінити її відповідними складовими по вісях систем координат, дія яких на тіло аналогічна дії повної аеродинамічної сили *R*<sub>*a*</sub>.

#### 1. Задачі - 7.2.1:

- 1) Визначити підйомну силу і силу лобового опору профіля крила, якщо результуюча аеродинамічна сила  $R_a = 15 \ Tc$ , кут якості обтікання рівняється  $\theta = 30^{\theta}$ . За визначеними підйомною силою  $Y_a$  і силою лобового  $X_a$  визначити нормальну Y і повздовжну сили X у зв'язаній системі координат, якщо кут атаки  $\alpha = 10^{\theta}$ .
- 2) Визначити результуючу аеродінамічну силу  $R_a$  і аеродинамічні коефіцієнти підйомної сили і лобового опору, якщо підйомна сила дорівнює 12 Tc, а сила лобового опору 3 Tc, площа крила дорівнює 30  $M^2$ , масова густина повітря відповідає висоті  $H = 0\kappa m$ , швидкість повітряного потоку дорівнює 720  $\kappa m/2od$ .

Для визначення аеродинамічних моментів ЛА використовується зв'язана система координат. Найчастіше використовуються проекції повного аеродинамічного моменту на відповідні вісі зв'язаної системи координат (*puc. 7.2.7*).

Проекції вектора повного аеродинамічного моменту  $\overline{M}$  на вісі зв'язаної системи координат мають назву:

- *M<sub>x</sub>* момент крену;
- $M_{\gamma}$  момент рискання;
- $M_z$  момент тангажу.

Розмір аеродинамічних сил і моментів залежить від:

- форми в плані і геометричних розмірів крила;

- швидкості і масової густини повітряного потоку;
- кутів атаки і ковзання.



Рис. 7.2.7. Схема виникнення результуючого аеродинамічного моменту (M<sub>a</sub>)

#### 2. Задача — 7.2.2:

Визначити повний аеродинамічний момент і коефіцієнти аеродинамічних моментів крену, рискання і тангажу, якщо момент тангажу дорівнює 25 Тс м, момент крену – 5 Тс м і момент рискання – 10 Тс м, розмах крила дорівнює 40 м, середня аеродинамічна хорда крила дорівнює 2 м, швидкість повітряного потоку дорівнює 680 км/год, висота польоту  $H = 0 \ \kappa m$ .

# 2.7.2.3.1 Коефіцієнти аеродинамічних сил і моментів у проекціях на вісі зв'язаної і швидкісної систем координат

Аеродинамічна сила і момент пропорційні розмірам тіла (*площі і розмаху крила*), швидкісному напору повітряного потоку ( $\frac{\rho V^2}{2}$ ). Для спрощення аналізу аеродинамічних характеристик літального апарату і його складових елементів вводяться безрозмірні коефіцієнти пропорційності для сил і моментів у швид-кісній і зв'язаній системах координат.

Коефіцієнт повної аеродинамічної сили:

$$\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{R}} = \frac{\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{a}}}{\frac{\rho \boldsymbol{V}^2}{2}}; \boldsymbol{q} = \frac{\rho \boldsymbol{V}^2}{2}$$

Коефіцієнти лобового опору, підйомної сили і бічної сили:

$$c_{xa} = \frac{X_a}{qS}; \dots c_{ya} = \frac{Y_a}{qS}; \dots c_{za} = \frac{Z_a}{qS}$$

Коефіцієнти поздовжньої сили, нормальної сили, поперечної сили:

$$c_x = \frac{X}{qS}; \dots c_y = \frac{Y}{qS}; \dots c_z = \frac{Z}{qS},$$

де:

 $q = \frac{\rho V^2}{2}$  – швидкісний напір повітряного потоку,  $\Pi a$ ;

$$S$$
 – характерна площа несучої поверхні,  $M^2$ .

*C<sub>R</sub>*, *C<sub>x</sub>*, *C<sub>y</sub>*, *C<sub>z</sub>*, *C<sub>xa</sub>*, *C<sub>ya</sub>*, *C<sub>za</sub>* – коефіцієнти пропорційності відповідних складових аеродинамічних сил.

Аеродинамічні коефіцієнти моментів визначаються за формулами:

$$m_x = rac{M_x}{q \cdot S \cdot l} - \kappa oe \phi i u i c hm моменту крену;$$
  
 $m_y = rac{M_y}{q \cdot S \cdot l} - \kappa oe \phi i u i c hm моменту рискання;$   
 $m_z = rac{M_z}{q \cdot S \cdot b_a} - \kappa oe \phi i u i c hm моменту тангажу,$ 

де:

*l* – розмах крила, *м*;

**b**<sub>a</sub> – хорда профілю крила (*середня аеродинамічна хорда*), *м*. Безрозмірні коефіцієнти сил і моментів не залежать від:

- швидкісного напору;
- розмірів крила (площі, розмаху, хорди).

Але залежать від:

- форми крила в плані;
- кутів атаки і ковзання;
- критеріїв подібності (стисливості і в'язкості) чисел М і Re.

Аеродинамічні коефіцієнти сил і моментів крила визначаються як теоретично, так і експериментально (*puc.* 7.2.8).



Рис. 7.2.8. Схема проекцій коефіцієнтів аеродинамічних сил

Аеродинамічні сили, у швидкісний і зв'язаній системах координат, пов'язані між собою певними співвідношеннями:

- $C_{xa} = C_x \cdot \cos \alpha + C_y \cdot \sin \alpha \qquad C_x = C_{xa} \cdot \cos \alpha C_{ya} \cdot \sin \alpha$  $C_{ya} = C_y \cdot \cos \alpha C_x \cdot \sin \alpha , \text{ and } C_y = C_{ya} \cdot \cos \alpha + C_{xa} \cdot \sin \alpha$
- При малих кутах атаки ( $\alpha$ ) можна отримати спрощені формули:  $\alpha \rightarrow 0:\cos\alpha \approx 1, \sin\alpha \approx \alpha$ .

$$C_{xa} = C_x + C_y \cdot \alpha$$
  

$$C_{ya} = C_y - C_x \cdot \alpha$$
(2.7.12)

3. Задачі — 7.2.3:

1) Визначити аеродинамічні коефіцієнти підйомної сили, сили лобового опору і аеродинамічну якість, якщо похідна коефіцієнту підйомної сили від кута атаки дорівнює  $C^{\alpha}{}_{ya} = 4$ , кут атаки  $\alpha = 0,176 \ pad$ ., початковий кут атаки  $\alpha_{0} = -0,035 \ padiah$ , коефіцієнт повздожної сили дорівнює  $0,\ 0025$ .

2) Визначити розмір швидкісного тиску повітряного потоку на висотах **1000** *м і* **5** *км*, якщо швидкість польоту літака дорівнює **350** *км/год.*, а також підйомну силу і силу лобового опору літака, якщо коефіцієнти підйомної сили і сили опору дорівнюють **1**,**2** *i* **0**,**25**, відповідно, площа крила дорівнює **50**  $m^2$ .

3) Визначити швидкість польоту літака і швидкісний тиск, якщо число Маха на висоті 8 *км* дорівнює 0,65, а також коефіцієнт підйомної сили, якщо підйомна сила дорівнює 25 *Tc*, а площа крила дорівнює 36 *м*<sup>2</sup>.

4) Визначити, як зміниться максимальна швидкість польоту літака при зміні температури повітря: від температури зимою  $-30^{\circ}C$  до температури літом  $+30^{\circ}$ , якщо максимальне число Маха дорівнює 0,7, а також визначити швидкісний тиск при температурі  $-30^{\circ}C$  при польоті на висоті 4000 м.

5) Визначити швидкість польоту літака, швидкість звуку і швидкісний тиск, при польоті з числом Маха 0,6 на висоті  $5 \ \kappa m$ , а також підйомну силу крила, якщо коефіцієнт підйомної сили дорівнює 0,9, а площа крила –  $60 \ m^2$ .

## 2.7.2.4. Вплив на коефіцієнт підйомної сили геометричних і кінематичних параметрів обтікання

#### 2.7.2.4.1. Вплив кута атаки на коефіцієнт підйомної сили

Коефіцієнт підйомної сили  $C_{ya}$  характеризує несучі здібності крила при зміні кута атаки. Розглянемо вплив на  $C_{ya}$  основних факторів. Коефіцієнт  $C_{ya}$  ↑ збільшується при збільшенні кута атаки  $\alpha$  ↑, тобто залежність  $C_{ya} = f(\alpha)$ має як лінійну ділянку, так і нелінійну (*puc. 7.2.9*):

$$\boldsymbol{C}_{ya} = \boldsymbol{C}_{y0} + \boldsymbol{C}_{ya}^{\alpha} \cdot \alpha, \ a \delta o \ \boldsymbol{C}_{ya} = \boldsymbol{C}_{ya}^{\alpha} \cdot (\alpha - \alpha_0), \qquad (2.7.12)$$

де:

 $C_{y0}$  – це значення  $C_{ya}$  при  $\alpha = 0$ ;

 $\alpha = \alpha_0$  – це кут при якому  $C_{ya} = 0$ ;

 $C_{ya}^{\alpha} = \frac{\Delta C_{ya}}{\Delta \alpha} = tg\varphi$  – це похідна коефіцієнта підйомної сили від кута

 $\alpha$  і характеризує кут нахилу графіка залежності  $C_{ya} = f(\alpha)$ .

Ділянка від  $\alpha_0$  до  $\alpha_{\Pi}$  залежність лінійна, і є похилою лінією під кутом  $\phi$  до вісі кута  $\alpha$ .

При досягненні *α*= *α*<sub>пз</sub> лінійна залежність порушується, через початок зриву потоку з верхньої поверхні профілю.

При  $\alpha = \alpha_{\kappa p}$ ,  $C_{ya} = C_{ya \max}$  і при подальшому збільшенні кута атаки коефіцієнт  $C_{ya}$  зменшується через зрив потоку на верхній поверхні профілю.

Кут, при якому  $C_{ya}$  досягає значення  $C_{ya \max}$ , називається критичним кутом атаки ( $\alpha_{\kappa p}$ ). Кут, при якому порушується лінійна залежність  $C_{ya} = f(\alpha)$ , називається кутом атаки початку зриву потоку ( $\alpha_{\Pi 3}$ ).

Відрив потоку в примежовому шарі супроводжується тряскою несучої поверхні. Початок тряски можна використовувати як ознаку наближення літака до критичного кута атаки. Несучі властивості крила характеризуються швид-кістю зростання коефіцієнта  $C_{va}$  при  $\uparrow \alpha$ .



Рис. 7.2.9. Схема графіка залежності  $C_{ya} = f(\alpha)$ 

Значення кута атаки  $\alpha = \alpha_0$  залежить від кривизни профілю крила. Для крила симетричного профіля  $\overline{f} = 0, ... \alpha_0 = 0, ... C_{ya} = 0$ .

При несиметричному профілі при  $\alpha = 0$  створюється відповідна підйомна сила. Щоб отримати  $C_{ya} = 0$ , профіль необхідно встановити під кутом атаки  $\alpha_0 < 0$ . Відносний тиск залежить від кута атаки (*puc. 7.2.10*).



Рис. 7.2.10. Схема епюр тиску при зміні кута атаки

## 2.7.2.4.2. Вплив аеродинамічної форми профілю на його аеродинамічні характеристики

Розглянемо якісну характеристику впливу відносної кривизни профілю на величину коефіцієнта підйомної сили  $C_{ya}$  при зміні кутів атаки ( $\alpha$ ) для симетричного профілю  $\overline{f} = 0$  і несиметричного профілю (*puc. 7.2.11*).

Як випливає з графіка, збільшення кривизни профілю зміщує залежність  $C_{ya}(\alpha)$  еквідистантно ліворуч-угору. При цьому збільшуються величини  $\alpha_{\rm kp}$  і  $C_{ya\,max}$ , а також абсолютне значення  $\alpha_0$ .



Рис. 7.2.11. Схема впливу кривизни (f) профілю на залежність  $C_{ya}(\alpha)$ 

Фізична сутність цього ефекту полягає в збільшенні кривизни і тиску на нижній поверхні, що викликається збільшенням різниці тиску ( $\bar{p}_{\rm H}$ )<sub>ср</sub> – ( $\bar{p}_{\rm B}$ )<sub>ср</sub> у профіля з більшою кривизною при одному і тому ж куті атаки.

Вплив товщини профілю проявляється менш інтенсивно. При малих кутах атаки відносна товщина  $\overline{C}$  забезпечує невеликий вплив на величину підйомної сили (*puc.* 7.2.12).



*Рис.* 7.2.12. Схема впливу товщини (С) профілю на залежність С<sub>уа</sub>(α)

Кут нахилу залежності  $C_{ya}(\alpha)$  щодо вісі  $\alpha$  у товстих профілів дещо менший, ніж у тонких. Це пояснюється більш різким зростанням розрідження під носовою частиною тонких профілів внаслідок малого радіусу заокруглення носика, що приводить до більш раннього зриву потоку і зменшеня  $\alpha_{\kappa p}$  і  $C_{ya max}$  у тонких профілів крил порівняно з товстими.

# 2.7.2.4.3. Вплив подовження крила на протікання залежності. $C_{ya} = f(\alpha)$

На характер зміни коефіцієнта підйомної сили  $C_{ya}(\alpha)$  впливає подовження крила. У крила малого подовження крива  $C_{ya}(\alpha)$  не має прямолінійної ділянки, характерної для крила великого подовження (*puc.* 7.2.13).

Залежність  $C_{ya}(\alpha)$  для крил  $\lambda < 2$  має *S-подібну* форму. Це пояснюється тим, що при малих кутах атаки внаслідок інтенсивного перетікання повітря через кінцеві кромки крила малого подовження тиск на верхній і нижній поверхнях крила вирівнюється, що зумовлює зменшення коефіцієнта  $C_{ya}$ .

Зі збільшенням кута атаки з кінців крила починається зрив потужних вихорів, що приводить до зменшення тиску на верхній поверхні і, як наслідок, до збільшення  $C_{ya}$ . Крило малого подовження має значно більший критичний кут атаки порівняно з крилом великого подовження.



Рис. 7.2.13. Схема впливу подовження крила ( $\lambda$ ) на залежність  $C_{ya}(\alpha)$ 

#### 2.7.2.4.4. Вплив в'язкості повітря на протікання залежності C<sub>va</sub> = f(α)

Число Рейнольдса *Re* істотно впливає на структуру примежового шару, на його стійкість до зриву потоку.

При невеликих числах *Re* більша частина примежового шару ламінарна і менш стійка до зриву потоку. При цьому  $\alpha_{\rm kp}$  і  $C_{ya\,max}$  є невеликими величинами. Зі збільшенням числа *Re* примежовий шар стає турбулентним, його стійкість до зриву підвищується, таким чином  $\alpha_{\rm kp}$  і  $C_{ya\,max}$ , і теж збільшуються (*puc. 7.2.14*).



Рис. 7.2.14. Схема впливу числа Рейнольдса (Re) на залежність  $C_{va}(\alpha)$ 

#### 4. Задачі — 7.2.4:

1) Визначити аеродинамічні коефіцієнти підйомної сили, сили лобового опору і аеродинамічну якість, якщо похідна коефіцієнта підйомної сили від кута атаки дорівнює 5, кут атаки – 0,17 рад., Первинний кут атаки дорівнює -0,035 рад, коефіцієнт повздожної сили дорівнює 0,002. 2) Визначити повну аеродинамічну силу, что діє на літак на висоті 4000 м, якщо при числі Маха 0,6 коефіцієнт підйомної сили складає 0,75, а коефіцієнт лобового опору – 0,15, площа крила дорівнює 105  $m^2$ . 3) При куті атаки 15<sup>0</sup> без ковзання коефіцієнти аеродинамічних сил дорівнюють: підйомної сили – 1,99, лобового опору – 0,465. Визначити коефіцієнт аеродинамічної якості і коефіцієнти нормальної і повздовжної сил у зв'язаній системі координат, а також розмір нормальної сили на висоті 1000 м при швидкості 300 км/год і площі несучої поверхні 70 $m^2$ .

4) Визначити число Рейнольдса, число Маха і швидкісний тиск для крила нескінченного розмаху для хорди 300 см при польоті на висоті 6000 м на швидкості 540 км/год. Згідно з таблицею MCA на заданій висоті коефіцієнт динамічної в'язкості повітря дорівнює 1,327 \* 10<sup>-5</sup> H с/м<sup>2</sup>.

# 2.7.3. Сила лобового опору, її складові частини і залежність від геометричних характеристик і кінематичних параметрів обтікання

#### 2.7.3.1. Загальні поняття про лобовий опір профілю

Несучі поверхні *ЛА* створюють не тільки підйомну силу, а й лобовий опір. Фізична сутність виникнення сили лобового опору дуже складна. Лобовий опір несучої поверхні являє собою суму сил опору, що викликаються різними причинами.

Сила лобового опору завжди спрямована по повітряному потоку (проти напрямку польоту ЛА), перешкоджає руху ЛА і виникає через:

- різниці тисків перед і за несучою поверхнею ЛА (**опір тиску**);
- дії сил тертя в примежовому шарі, внаслідок в'язкості повітря (опір тертя);
- скосу потоку, викликаного перетіканням повітря через кінці несучої поверхні ЛА (індуктивний опір);
- виникнення стрибків ущільнення на поверхні профілю при числах Маха M > M<sub>кр</sub>. (хвильовий onip).

Для зручності аналізу лобовий опір умовно розділяють на відповідні складові частини, які розглядаються окремо.

# 2.7.3.2. Профільний опір і його складові частини

## 2.7.3.2.1. Загальне поняття про профільний опір

Профільний опір – це частина лобового опору, який створює крило нескінченного розмаху. Умовно вважається, що всі перерізи крила обтікаются однаково і відсутнє перетікання повітря на кінцях крила через різницю тисків під крилом і над ним. При цьому опір крила нескінченного розмаху не залежить від форми крила в плані, а визначається тільки формою профілю крила. Профільний опір виникає внаслідок нерівномірного розподілу тиску по поверхні профілю крила і тертям повітря по його поверхні.

Профільний опір умовно розділяється на дві складові частини опору: опір тиску і опір тертя:

$$X_p = X_{mucky} + X_{mepms},$$

де:

 $X_{mucky}$  – опір тиску, який виникає через різницю тисків перед і за профілем крила, H;

*X<sub>тертя</sub>* – опір тертя, який виникає через прояви впливу властивостей в'язкості повітря в примежовому шарі, Н.

## 2.7.3.2.2. Опір тиску (рис. 7.3.1):

$$\boldsymbol{C}_{Xamucky} = \left(\vec{\boldsymbol{p}}_n - \vec{\boldsymbol{p}}_3\right) \frac{\boldsymbol{S}_M}{\boldsymbol{S}}, \qquad (2.7.13)$$

де:

**S**<sub>M</sub> – площа міделевого (найбільшого) перерізу профілю крила, м<sup>2</sup>;

**S** – площа поверхні профілю крила, м<sup>2</sup>;

 $\vec{p}_{n}, \vec{p}_{3}$  – відносний тиск повітряного потоку перед і за профілем.



Рис. 7.3.1. Схема виникнення опору тиску

Розмір різниці тисків перед і за профілем крила залежить від форми профілю, яка характеризується:

товщиною (C);

– кривизною (**f**).

Чим більше товщина і кривизна профілю крила, тим сильніше підвищується тиск при гальмуванні потоку перед профілем крила і тим більше опір тиску.

Вплив кута атаки на опір тиску проявляється тільки на великих кутах атаки, коли потік сильно деформується і плавність потоку порушується.

## 1. Задача — 7.3.1:

Визначити коефіцієнт опору тиску і силу опору тиску, якщо відносний тиск перед профілем дорівнює 0,015, а за профілем – 0,007, площа міделевого перерізу складає  $1,5 \ m^2$ , площа поверхні профілю –  $2 \ m^2$ , швидкість повітряного потоку 360 км/год, площа крила дорівнює 40  $m^2$ , висота польоту –  $1000 \ m$ .

## 2.7.3.2.3. Опір тертя

Величина сили тертя залежить від характеру течії повітря в примежовому шарі (*рис. 7.3.2*). При ламінарному примежовому шарі сили тертя менше, ніж у турбулентному. Тому розмір сили опору тертя залежить від положення точки переходу ламінарного примежового шару в турбулентний.

На розташування точки переходу впливають такі чинники:

- швидкість потоку, що набігає;
- шорсткість поверхні профілю;
- форма профілю;
- вид примежового шару;
- число Рейнольдса.



Рис. 7.3.2. Схема виникнення опору тертя

Для зручності аналізу профільний опір розглядається у вигляді коефіцієнтів опору:

$$C_{Xap} = C_{Xamucky} + C_{Xampma}$$

Практично коефіцієнт профільного опору в межах малих кутів атаки не змінюється при незначному збільшенні кута атаки. Так, до 80 % профільний опір складається зі складової сили тертя, яка не залежить від зміни кута атаки. При великих кутах атаки через зрив потоку з поверхні профілю опір тиску починає збільшуватись. Величина коефіцієнта профільного опору коливається в межах  $C_{xa,p} = 0,007 \dots 0,01$ .

В аеродинаміці прийнято спрощення: сили опору тертя будь-якого обтічного тіла умовно приводяться до опору тертя плоскої пластини, що має подвійну поверхню 2*S*<sub>nos</sub>, рівновелику поверхні реального тіла, а коефіцієнт тертя визначається за формулою:

$$C_{Xamepms} = C_f \cdot \frac{S_n}{S}; \qquad (2.7.13)$$

$$C_{fs} = \frac{2,66}{\sqrt{\text{Re}}} - \text{ламінарна течія}; C_{fm} = \frac{0,144}{\sqrt[5]{\text{Re}}} - \text{турбулентна течія},$$

де:

 $S_n$  – площа поверхні пластини, що обтікається потоком,  $M^2$ ;

S – площа поверхні профілю,  $M^2$ .

$$X_{a mepms} = C_{Xa mepms} \cdot \frac{\rho V^2}{2} \cdot S \qquad (2.7.13)$$

2. Задача - 7.3.2:

Визначити коефіцієнт опору тертя і силу опору тертя, якщо число Рейнольдса дорівнює 2300, площа поверхні плоскої пластини — 0,5  $m^2$ , площа поверхні профіля — 1,0  $m^2$ , площа крила — 40  $m^2$ , політ літака здійснюється на висоті 1000 *м* при швідкості 480 *км/год*.

#### 2.7.3.2.4. Індуктивний опір і його фізична сутність

При обтіканні крила реального розмаху має місце перетікання повітря через кінці крила з області підвищеного тиску під крилом в область пониженого тиску над крилом. Перетікання повітря приводить до виникнення вихрових джгутів, які збігають із кінців крила і викликають додатковий опір, який називається *індуктивним* (*puc.* 7.3.3).



Рис. 7.3.3. Схема виникнення індуктивного опору

У результаті складання вектору швидкості незбуреного потоку  $V_{\infty}$  і вектора середньої швидкості, індукованої вихором, вектор істинної швидкості потоку  $V_{\infty}$  відхиляється на кут скосу повітряного потоку (*puc.* 7.3.4).

Істинний кут атаки  $\alpha_{icm}$  порівняно з кутом атаки незбуреного потоку стає меншим на величину  $\Delta \alpha$ .

$$\alpha_{icm} = \alpha - \Delta \alpha$$

Тому справжня підйомна сила  $Y_{icm}$  відхиляється від нормалі до потоку на кут скосу потоку  $\Delta \alpha$ .

При цьому виникає складова дійсної підйомної сили на вісь *ох<sub>a</sub>* швидкісної системи координат у напрямку незбуреного потоку, яка називається *індуктивним опором*.



Рис. 7.3.4. Схема виникнення скосу потоку при індуктивному опорі

Розмір середньої швидкості скосу потоку визначається циркуляцією швидкості по контуру навколо крила *J (l)*:

$$U_{cpeo} = \frac{2J(l)}{\pi l}.$$
(2.7.14)

Середній кут скосу потоку вздовж розмаху крила:

$$\Delta \alpha_{cped} = \frac{U_{cped}}{V_{\infty}}$$

Індуктивний опір можна визначити за формулою:

$$\boldsymbol{X}_{ai} = \boldsymbol{Y}_{a} \cdot \boldsymbol{tg} \left( \Delta \boldsymbol{\alpha}_{cped} \right); \qquad (2.7.15)$$

для невеликих кутів  $tg(\Delta \alpha_{cped}) \approx \Delta \alpha_{cped}$ 

Циркуляція швидкості дорівнює:  $J(l) = V(l) \cdot l$ 

Підставимо всі складові у формулу лобового опору і отримаємо:

$$X_{a,i} = Y_a \cdot \frac{2 \cdot J(l)}{\pi \cdot l \cdot V_{\infty}}$$
(2.7.16)

Враховуємо формулу М. Є. Жуковського:  $\rho_{\infty} \cdot V_{\infty} \cdot J(l) \cdot l = C_{ya} \cdot \frac{\rho_{\infty} V_{\infty}^2}{2} \cdot S$ 

звідки визначимо:  $J(l) = C_{ya} \frac{V_{\infty}S}{2l}$  – підставимо у вираз  $X_{a,i}$ :

$$X_{a,i} = Y_a \cdot \frac{2 \cdot C_{ya} \cdot V_{\infty} \cdot S}{2l \cdot \pi \cdot l \cdot V_{\infty}} = Y_a \cdot \frac{C_{ya} \cdot S}{\pi \cdot l^2} ; \quad \frac{S}{l^2} = \frac{1}{\lambda}$$
$$C_{Xa,i} = \frac{C_{Ya}^2}{\pi \cdot \lambda} = A \cdot C_{Ya}^2 ; \quad (2.7.17)$$

де:

 $A = \frac{1}{\pi \cdot \lambda}$  – коефіцієнт індуктивності.

Отже, можна дійти висновку, що величина коефіцієнту індуктивного опору залежить від  $C_{Ya}^2$  і змінюється за параболічним законом. Звідси випливає, що за наявності підйомної сили завжди має місце індуктивний опір.

Індуктивний опір виникає у несучих поверхнях кінцевого розмаху (*малих* значень  $\lambda$ ) при  $\alpha \neq \alpha_0$ :

$$\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{X}\boldsymbol{a},\boldsymbol{i}} = \frac{0,32+\delta}{\lambda} \cdot \left(\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{Y}\boldsymbol{a}}^{\alpha} \cdot \boldsymbol{\alpha}\right)^{2}$$
(2.7.18)

Для крил будь-якої форми в плані можна визначити  $\Delta \alpha_{cped}$  і  $C_{Xa,i}$ :

$$\Delta \alpha_{cpe\delta} = \frac{C_{Ya}}{\pi \cdot \lambda} (1+\tau); C_{Xa,i} = \frac{C_{Ya}^2}{\pi \cdot \lambda} (1+\delta), \qquad (2.7.19)$$

де:

- $\boldsymbol{\tau}$  и  $\boldsymbol{\delta}$  поправочні коефіцієнти, і їх значення дорівнюють:
- для крила прямокутної форми в плані:  $\tau = 0,18, \delta = 0,05;$
- для стрілоподібного крила:  $\tau = 0,075, \delta = 0$ .

#### 3. Задачі — 7.3.3:

- Визначити коефіцієнт індуктивного опору і силу індуктивного опору, якщо коефіцієнт підйомної сили дорівнює 1,25, середня аеродинамічна хорда крила дорівнює 120 см, розмах крила – 25 м, політ здійснюється на висоті 2000 м при швидкості 480 км год.
- 2) Визначити коефіцієнт лобового опору і силу лобового опору, якщо коефіцієнт лобового опору при  $C_{ya} = 0$  дорівнює 0,085, подовження крила 8, коефіцієнт підйомної сили дорівнює 0,9, площа крила 36  $M^2$ , політ здійснюється на висоті 1000 м при швидкісті 540 км/год.

Таким чином, при плавному обтіканні профілю крила при дозвукових швидкостях обтікання коефіцієнт лобового опору умовно поділяється на (*puc.* 7.3.5):

- коефіцієнт профільного опору (*C*<sub>xa,p</sub>);
- коефіцієнт індуктивного опору (**С**<sub>ха,і</sub>).
  - $C_{Xa} = C_{Xa,mep} + C_{Xa,muc\kappa} + C_{Xa,i} = C_{Xa,p} + C_{Xa,i}$



Рис. 7.3.5. Схема складових частин лобового опору (X<sub>a</sub>) і поздовжньої сили (X)

3 рисунка випливає вираз перерахунку коефіцієнта лобового опору:  $C_{Xa} = C_X \cos \alpha + C_Y \sin \alpha$ При  $\alpha \to 0; \cos \alpha \to 1; \sin \alpha \to 0$ , тоді вираз спрощується:  $C_{Xa} = C_X = C_{Xa,mep} + C_{Xa,muc\kappa} = C_{X0}$ ,

де:

$$C_{Xa,mep} = 2C_f \frac{S_n}{S}$$
 – коефіцієнт тертя; (2.7.20)

$$C_{xa.muc\kappa} = \iint_{S} (\vec{p}_{n} - \vec{p}_{3}) \frac{1}{S} dy dz - \text{коефіцієнт опору тиску.}$$
(2.7.21)

Сумарний лобовий опір залежить від кута атаки (рис. 7.3.6).



Рис. 7.3.6. Схема складових частин лобового опору  $C_{xa} = f(\alpha)$ 

При появі підйомної сили, викликаної наявністю кута атаки, виникає розподіл нормального тиску по поверхні профілю крила, пік якого переміщається до носика профілю і при цьому проекція сил тиску на вісь *ох* приводить до появи підсмоктувальної сили *(рис. 7.3.7)*.



Рис. 7.3.7. Схема виникнення підсмоктувальної сили (Т)

З урахуванням підсмоктувальної сили коефіцієнт лобового опору можна визначити за формулою:

$$C_{Xa} = (C_{X0} - C_T) \cdot \cos \alpha + C_Y \cdot \sin \alpha$$
  
За умовою  $\alpha \to 0 : \cos \alpha \approx 1; \sin \alpha \approx 0,$ тоді:

$$C_{Xa} = (C_{X0} - C_T) + C_Y \cdot \alpha, \text{ якщо підставити } \alpha = \frac{C_Y}{C_Y^{\alpha}}:$$

$$C_{Xa} = C_{X0} + C_Y \cdot \frac{C_Y}{C_Y^{\alpha}} - C_T = C_{X0} + \frac{C_Y^2}{C_Y^{\alpha}} - C_T = C_{X0} + \left(\frac{1}{C_Y^{\alpha}} - \frac{C_T}{C_Y^2}\right) \cdot C_Y^2 = C_{X0} + A \cdot C_Y^2,$$
тоді:  $C_{Xa} = C_{X0} + A \cdot C_Y^2,$ 
(2.7.22)

де:

 $A = \left(\frac{1}{C_Y^{\alpha}} - \frac{C_T}{C_Y^{\alpha}}\right) \cdot \frac{1}{\pi \cdot \lambda} - \text{коефіцієнт пропорційності, що характеризує}$ 

вплив підйомної сили на силу лобового опору (коефіцієнт відвалу поляри);

 $C_{xo}$  – коефіцієнт лобового опору при  $C_{ya} = 0;$ 

 $C_{Xa,i} = A \cdot C_{Ya-KOeфiцiєнт}^2$  індуктивного опору.

На величину індуктивного опору великий вплив має подовження несучої поверхні. Чим більше подовження, тим менші витрати на виникнення кінцевих вихорів по відношенню до загальних витрат на створення підйомної сили. Для створення однакової підйомної сили при малому подовженні несучої поверхні витрати на вихростворення більші, ніж при великому подовженні.

Коефіцієнт пропорційності (A) можна визначити експериментально за формулою:

$$A = \frac{0,32 + \delta}{\lambda}, \qquad (2.7.23)$$

де:

 $\delta$  – поправка, яка залежить від форми крила в плані.

Для стрілоподібних і трикутних крил  $\delta = 0,06 \dots 0,08$ .

Для аналізу впливу на коефіцієнт лобового опору кута атаки і підсмоктувальної сили залежність представляють у швидкісній  $C_{xa} = f(\alpha)$  і зв'язаній  $C_x = f(\alpha)$ системах координат (*puc.* 7.3.8) і коефіцієнті індукції *A* від числа Маха (*puc.* 7.3.9).



Рис. 7.3.8. Графік залежності коефіцієнтів лобового опору  $C_{xa} = f(\alpha)$ 



Рис. 7.3.9. Графік залежності коефіцієнта індукції A = f(M)

З графіка зрозуміло, що коефіцієнт *А* різко зростає при надзвукових швидкостях.

4. Задача — 7.3.4:

Визначити коефіцієнт індуктивного опору, силу індуктивного опору і підсмоктувальну силу, якщо політ віконується на висоті 1000 м при швидкості 540 км/год, кут атаки –  $6^{\theta}$ , коефіцієнт підйомної сили дорівнює 1,2, площа крила – 50 м<sup>2</sup>, подовження крила – 10.

## 2.7.3.2.5. Хвильовий опір і його фізична сутність

При збільшенні швидкості незбуреного повітряного потоку  $M \infty > M_{\kappa p}$  картина обтікання профілю суттєво змінюється, виникають надзвукові зони потоків і стрибків ущільнення.

Надзвукова зона обтікання замикається стрибком ущільнення, виникнення якого пояснюється гальмуванням надзвукового потоку. Швидкість потоку перед профілем менше швидкості звуку M < 1 (V < a), тому після надзвукової зони вона також буде менше швидкості звуку (*puc.* 7.3.10 *i* 7.3.11).





*Рис.* 7.3.11. Схема зміни параметрів повітря на стрибку ущільнення і товщині примежового шару

Перехід надзвукової течії в дозвукову завжди відбувається на стрибку ущільнення. Зі збільшенням  $\uparrow M_{\infty}$  надзвукові зони розширюються і стрибки ущільнення зміщуються назад (*рис.* 7.3.12 і 7.3.13).

При подальшому збільшенні числа Маха стрибок ущільнення виникає і на нижній поверхні профілю крила.

При подальшому збільшенні числа Маха  $M > M \kappa p$  відбувається зміщення стрибків ущільнення і на нижній поверхні профілю стрибок досягає задньої кромки профілю, при цьому зона розрідження охоплює всю поверхню профілю, стрибки ущільнення, які замикають надзвукові зони  $M_{\kappa p} < M_{\infty} < 1$ , називаються *місцевими стрибками ущільнення*.



Рис. 7.3.12. Схема розвитку надзвукових зон обтікання на поверхні профілю

Виникнення стрибків ущільнення при  $M_{\infty} > M_{\kappa p}$  приводить до істотної зміни розподілу тиску і виникнення додаткового опору, який називається *хвильовим*. За своєю сутністю хвильовий опір є опором тиску при надзвукових швидкостях обтікання профілю.

Максимального значення хвильовий опір досягає залежно від форми профілю при  $M_{\infty} = 1,05$ 



*Рис. 7.3.13. Схема розвитку надзвукових зон обтікання на поверхні профілю при збільшенні швидкості потоку* M<sub>∞</sub> > M<sub>кр</sub>

Коефіцієнт лобового опору при  $M_{\kappa p} = M_{\infty}$  дорівнює:

$$C_{Xa} = C_{X0} + C_{Xa,i}, \ \partial e \ C_{X0} = C_{Xa \ muck} + C_{Xa \ mepm} + C_{Xa \ xsin}$$

де:

*C*<sub>*X0</sub></sup> не залежить від підйомної сили і складається з опору тиску, тертя і хвильового опору.</sub>* 

Коефіцієнт хвильового опору можна визначити за формулою:

$$\boldsymbol{C}_{Xa\,xsin} = \boldsymbol{B} \cdot \left( \boldsymbol{M}_{\infty} - \boldsymbol{M}_{\kappa p} \right)^{3}, \qquad (2.7.23)$$

де:

B – коефіцієнт, який залежить від форми профілю крила (для дозвукових профілів B = 11).

Дана формула використовується для визначення хвильового опору для діапазону швидкостей:

$$M_{\infty} = M_{\kappa p} + 0.15 \tag{2.7.24}$$

#### 5. Задачі — 7.3.5:

- Визначити аеродінамічний коефіцієнт хвильового опору і силу хвильового опору, якщо критичне число Маха дорівнює 0,7, число Маха незбуреного потоку 0,85, коефіцієнт впливу форми профілю на розмір хвильового опору дорівнює 9, політ здійснюється на висоті 1000 м, площа крила 45 м<sup>2</sup>.
- 2) Визначити підйомну силу, силу лобового опору і результуючу аеродинамічну силу при польоті зі швидкістю при числі Маха M = 0,5 на висоті  $H = 2000 \ m$ , якщо аеродинамічні коефіцієнти  $C_{ya} = 0,8$ , а  $C_{xa} = 0,005 + 0,3C_{ya}$ , площа крила  $S = 50 \ m^2$ .

3) Коефіцієнт лобового опору літака при виготовленні на заводі складає  $C_{xa1} = 0,019$ . В процесі експлуатації і ремонту літака коефіцієнт опору збільшився до  $C_{xa2} = 0,024$ . Визначити, наскільки збільшилась сила лобового опору літака в польоті на висоті H = 6000 м при швидкості  $V = 640 \ \kappa m/200$ , площа крила  $S = 140 \ m^2$ 

#### 2.7.4. Вплив стисливості середовища на аеродинамічні характеристики профілю і несучих поверхонь

## 2.7.4.1. Фізична сутність впливу стисливості повітря на аеродинамічні характеристики профілю

Вплив стисливості повітря на аеродинамічні характеристики профілю проявляється тим більше, чим більше швидкість потоку, що набігає.

З виразу  $\frac{dV}{V} = \frac{1}{M^2 - 1} \frac{dS}{S}$ , випливає, що зростання числа Маха при однаковій зміні площі поперечного перерізу струменя призводить до:

- сильнішої зміни місцевої швидкості стискуваного повітряного потоку, ніж у нестисливому потоці;
- збільшення перепадів тиску на профілі;
- зміни векторної діаграми розподілу нормального тиску по поверхні профілю.

Зміна аеродинамічних сил зі збільшенням швидкості стискуваного повітряного потоку здійснюється не просто пропорційно швидкості потоку в другому ступені ( $V^2$ ), а з урахуванням перерозподілу нормального тиску по поверхні обтічного тіла.

Прояв стисливості повітря при збільшенні швидкості повітряного потоку найбільш характерний для певного діапазону чисел Маха (*puc.* 7.4.1).

1. При досягненні швидкості потоку, що дорівнює критичному числу Маха (*M<sub>кp</sub>*), її подальше збільшення приводить до розвитку змішаного обтікання поверхні профілю, а саме:

- виникнення надзвукових зон обтікання на поверхні профілю;
- виникнення стрибків ущільнення на верхній і нижній поверхнях профілю.

Величина *М<sub>кр</sub>* залежить від того, наскільки місцеві швидкості обтікання профілю перевищують швидкість незбуреного потоку.

2. При досягненні швидкості потоку, що дорівнює числу Маха звукової величини (M = 1) і більше, обтікання тіл здійснюється звуковим та надзвуковим повітряним потоком.

Максимальна місцева швидкість потоку досягається в точці мінімального тиску. Тому між параметрами потоку  $p_{min}$  і  $M_{\kappa p}$  існують певні залежності.

Величина  $p_{min}$  і характер розподілу нормального тиску по поверхні профілю залежать від кута атаки ( $\alpha$ ). Аналогічна залежність існує для  $M_{\kappa p}$  від кута атаки і відносної товщини профілю ( $\alpha$  *i C*). Як видно з рисунка 7.4.1, зі збільшенням відносної товщини (C) і кута атаки ( $\alpha$ ) значення критичного числа Маха ( $M_{\kappa p}$ ) зменшується, що пов'язано зі збільшенням мінімального тиску ( $p_{min}$ ) і, отже, зменшенням максимальних місцевих швидкостей повітряного потоку.



Рис. 7.4.1. Графік залежності впливу відносної товщини (с) профілю і кута атаки (α) на M<sub>кр</sub>

Вплив товщини профілю (*C*) на величину  $M_{\kappa p}$  наочно проявляється за характером зміни профільного опору і особливо за більш ранньою появою хвильового опору (*puc.* 7.4.2).

При великих числах Маха стисливість повітря починає проявлятися більш істотно, що приводить до збільшення опору тертя, оскільки змінюються умови течії повітря в примежовому шарі. Це відбувається як через зміну розподілу нормального тиску по поверхні профілю, так і в результаті підвищення температури загальмованого повітряного потоку при збільшенні чисел *M*.



Рис. 7.4.2. Зміна коефіцієнта профільного опору С<sub>хр</sub> від товщини профілю (с) і числа Маха (М)

На величину критичного числа Маха ( $M_{\kappa p}$ ) впливає розташування найбільшої кривизни і товщини профілю щодо носика профілю ( $\vec{X}_{f,}\vec{X}_{c}$ ). Зі зменшенням координат знаходження  $\vec{X}_{f}$  і  $\vec{X}_{c}$  деформація струменів обтікання збільшується, що приводить до зменшення  $M_{\kappa p}$  (*puc.* 7.4.3).



Рис. 7.4.3. Залежність  $M_{\kappa p}$  від координати товщини ( $\vec{x}_c$ ) і кутів атаки

З метою збільшення  $M_{\kappa p}$  при дозвукових і навколозвукових швидкостях польоту на сучасних літаках застосовуються суперкритичні профілі, які мають великий радіус заокруглення носка, мало викривлену верхню і сильно викривлену нижню поверхню, тонкий, зігнутий до низу хвостовик профілю (*puc.* 7.4.4).



Рис. 7.4.4. Схема суперкритичного профілю

#### 2.7.4.2. Залежність коефіцієнтів Суа і Сха від числа Маха

У дозвуковому потоці аеродинамічний коефіцієнт *С<sub>уа</sub>* монотонно збільшується зі збільшенням числа Маха, а коефіцієнт лобового опору практично залишається постійним.

При збільшенні числа Маха незбуреного повітряного потоку ( $M_{\infty} > M_{\kappa p}$ ), у зв'язку з виникненням місцевих надзвукових потоків і стрибків ущільнення, монотонність зміни аеродинамічних характеристик порушується (*puc*. 7.4.5 ... 7.4.7).



Рис. 7.4.5. Залежність коефіцієнтів  $C_{ya}$  і  $C_{xa}$  від числа Маха М при куті  $\alpha = const$ 



Рис. 7.4.6. Залежність коефіцієнтів C<sub>ya</sub> і C<sub>xa</sub> від числа M при куті α = const 1 – зона дозвукового обтікання; 2 – зона змішаного обтікання; 3 – зона надзвукового обтікання.

Розглянемо протікання залежностей коефіцієнтів підйомної сили і сили лобового опору від числа Маха ( $C_{ya}$  (M)  $i C_{xa}$  (M)) для профілю крила великого подовження, при цьому кут атаки незмінний ( $\alpha = const$ ) і відповідає беззривному обтіканню профілю.

1. На ділянці «о-а» збільшення швидкості повітряного потоку і числа Маха практично не викликає збільшення коефіцієнтів  $C_{ya}$  і  $C_{xa}$ .

2. На ділянці «**а-б**» в діапазоні чисел Маха (**0**, **4** < M  $\leq$  M<sub>кр</sub>) коефіцієнт *С*<sub>уа</sub> плавно зростає внаслідок збільшення абсолютних значень коефіцієнтів нормального тиску і впливу стисливості повітря.



Рис. 7.4.7. Схеми виникнення надзвукових зон залежно від числа Маха

Коефіцієнт С<sub>ха</sub> збільшується зі зростанням числа Маха М:

$$C_{Yacm} = \frac{k \cdot C_{Yahcm}}{\sqrt{1 - M^2}}$$
(2.7.25)

При цьому відповідно збільшується і кут нахилу залежності на лінійній ділянці: $C_{ya} = f(\alpha)$ 

$$C^{\alpha}_{Yacm} = \frac{k \cdot C^{\alpha}_{Yahcm}}{\sqrt{1 - M^2}}$$
(2.7.26)

Коефіцієнт (*k*) – враховує характер розподілу тиску і число Маха (*M*), так, при

$$M = 0,3-0,4 \rightarrow k = 1$$
, при  $M > 0,4 \rightarrow k < 1$ .

Коефіцієнт лобового опору  $C_{xa}$  на малих швидкостях потоку M < 0,65 практично не змінюється і починає зростати при наближенні числа Маха до критичного значення ( $M \rightarrow M_{\kappa p}$ .)

3. На ділянці **«б-в»** відбувається різке збільшення коефіцієнта  $C_{ya}$  за рахунок виникнення та збільшення надзвукової зони на верхній поверхні профілю **(Б)**, а також переміщення стрибка ущільнення по верхній поверхні до задньої кромки профілю, що призводить до різкого зниження тиску над профілем крила.

Така картина обтікання і збільшення  $C_{ya}$  триває до числа Маха M = M' = 0, 7.

Коефіцієнт лобового опору  $C_{xa}$  при числі *Маха (M > M<sub>кр</sub>)* починає різко зростати внаслідок появи стрибка ущільнення на верхній поверхні профілю, що приводить до виникнення хвильового опору.

4. У точці «в» коефіцієнт  $C_{ya}$  досягає максимального значення, стрибок ущільнення на верхній поверхні профілю призупиняється і при цьому з'являється стрибок ущільнення на нижній поверхні профілю. 5. На ділянці «в-г» зі збільшенням числа Маха стрибок на нижній поверхні профілю зміщується назад, при цьому збільшується зона розрідження, що приводить до зменшення коефіцієнта  $C_{ya}$ .

Коефіцієнт *С<sub>ха</sub>* продовжує збільшуватися через збільшення хвильового опору, тому що стрибки ущільнення виникли і на верхній і на нижній поверхнях профілю.

6. Точка «г» характеризує момент досягнення стрибком ущільнення на нижній поверхні задньої кромки профілю крила, зона розрідження охоплює всю нижню поверхню профілю. На верхній поверхні профілю стрибок ущільнення залишається на місці. Це відповідає мінімальному перепаду тиску, а значення коефіцієнта  $C_{ya}$  досягає мінімального значення.

7. *На ділянці «г-д»* продовжує збільшуватися надзвукова зона на верхній поверхні профілю через переміщення стрибка ущільнення назад, що приводить до збільшення  $C_{ya}$ . при досягненні числа Маха M = 1, верхній стрибок досягає задньої кромки, а перед профілем крила виникає відокремлений головний стрибок ущільнення.

Коефіцієнт  $C_{xa}$  на цій ділянці продовжує збільшуватися внаслідок наявності стрибків ущільнення зверху і знизу профілю крила, продовжує збільшуватися хвильовий опір.

8. Точка «d» відповідає досягненню швидкості потоку рівній M = 1 *і* виникненню головного стрибка ущільнення перед носиком профілю крила.

Коефіцієнт  $C_{ya}$  досягає проміжного максимального значення. Коефіцієнт  $C_{xa}$  досягає максимального значення внаслідок виникнення відокремленого головного стрибка ущільнення, перед профілем, великої інтенсивності.

9. *На ділянці «d-e»* при збільшенні швидкості потоку  $\uparrow M > 1$  головний стрибок ущільнення наближається до носика профілю і набуває форму косого стрибка ущільнення.

Коефіцієнт *С<sub>уа</sub>* продовжує зменшуватися внаслідок того, що розширення повітряного потоку за головним стрибком під профілем крила відбувається більш інтенсивно, ніж над профілем крила.

Коефіцієнт  $C_{xa}$  зменшується через зниження інтенсивності гальмування потоку на приєднаних косих стрибках ущільнення, що викликає зменшення хвильового опору.

При числах Маха M > 1,4 ... 1,5 для сучасних профілів крила коефіцієнт  $C_{ya}$  практично не залежить від форми і товщини профілю, а залежить тільки від кута атаки:

$$C_{Y_a} = \frac{4\alpha}{\sqrt{M^2 - 1}} \,. \tag{2.7.27}$$

Величина коефіцієнта  $C_{xa}$  зменшується, але все ж залишається більшою, ніж на ділянці чисел Маха до  $M_{\kappa p}$ .

Зменшення коефіцієнтів  $C_{ya}$  і  $C_{xa}$  при збільшенні числа Маха  $\uparrow M > 1$  викликано тим, що підйомна сила і лобовий опір зростають не пропорційно квадрату швидкості потоку ( $V^2$ ), а дещо повільніше.

Різке збільшення коефіцієнта  $C_{xa}$  в діапазоні зміни чисел Маха  $M = M_{\kappa p} \dots 1, 0$  викликано тим, що сили лобового опору змінюються пропорційно швидкості в 3-й і 5-й ступенях ( $V^3 \dots V^5$ ). Це різке зростання коефіцієнта  $C_{xa}$  і являє собою звуковий бар'єр, який не змогли подолати літаки з гвинтовими двигунами. Демонстрація впливу геометричних параметрів профілю крила на його аеродинамічні характеристики на прикладі зміни подовження, стрілоподібності і звуження.

Для аналізу відберемо три різні крила за формою в плані (*рис.* 7.4.8):

 $1 - Прямокутне крило великого подовження (<math>\lambda = 5, \chi = 0$ );

2 – Стрілоподібне крило великого подовження ( $\lambda = 5, \chi = 60^{\circ}, \eta = 1$ );

3 – Стрілоподібне крило малого подовження ( $\lambda = 1, \chi = 60^{\circ}, \eta = 1$ ).

З рисунків випливає, що для крила 1 зміна  $C_{ya}^{\alpha}(M)$  аналогічна раніше розглянутим залежностям,  $C_{ya}$  і істотно зменшується в діапазоні чисел Маха  $M^1 \dots M^{11}$ . Для крил 2 і 3 збільшення коефіцієнта  $C_{ya}^{\alpha}$  приблизно однакове і протікає плавно. Зміна сили лобового опору при збільшенні числа Маха  $C_{xo}(M)$  враховує тільки опір тертя.

Перебіг залежності  $C_{xo} = f(M)$  для всіх форм крил у плані практично однаковий, однак при цьому інтенсивність зростання лобового опору для стрілоподібного крила менше, ніж для прямокутного.



Рис. 7.4.8. Вплив форми крила в плані на залежності  $C_{ya}^{\alpha}(M)$ ,  $C_{xo}(M)$ ,  $\vec{x}_F = f(M)$ 

Тому *хвильова криза* для стрілоподібних крил і особливо малого подовження відбувається «*м'якше*», не так різко, а максимальне значення опору зміщується праворуч, у бік більших значень чисел Маха.

Зміна координати фокуса ( $x_F$ ) на прямокутному крилі (1) при збільшенні числа Маха *від 0,4 до М<sub>кр</sub>* викликана впливом стисливості на збільшення перепаду тиску між верхньою і нижньою поверхнею профілю крила. Крім цього, через перетікання повітря через кінці крила перепад тиску на кінцях крила зменшується і в основному підйомна сила створюється кореневою і середньою частиною крила. Це призводить до зміщення координати фокуса профілю та крила в цілому вперед. На стрілоподібному крилі цього явища не відбувається внаслідок більш просторової картини обтікання.

При збільшенні чисел Маха  $M > M_{\kappa p}$  на верхній поверхні профілю виникають надзвукові зони, а значить виникає і додаткове розрідження, яке утворюється на задніх схилах профілів, тому координата фокуса (*x<sub>F</sub>*) починається зміщуватися назад. При збільшенні стрілоподібності крила координата фокуса також зміщується назад.

1. Задачі — 7.4.1:

1) Визначити підйомну силу, силу лобового опору і результуючу аеродинамічну силу літака при польоті з числом Маха M = 0,5 на висоті 2000 м, якщо коефіцієнт  $C_{ya} = 0,8$ , а  $C_{xa} = 0,005 + 0,3 * C_{ya}$ , площа крила  $S = 50 \ m^2$ .

- 2) Визначити повну аеродинамічну силу, что виникає на літаку в польоті, якщо при числі Маха M = 0,75, коефіцієнт  $C_{ya} = 0,35$ , висота польоту 500 *м*, поляра описується рівнянням  $C_{xa} = 0,021 - 0,03C_{ya} + 0,102C_{ya}^2$ , площа крила  $S = 115 \ m^2$ .
- 3) При куті атаки  $\alpha = 20^{0}$  без ковзання коефіцієнти аеродинамічних сил мають значення  $C_{xa} = 0,465$  і  $C_{ya} = 1,99$ . Визначити коефіцієнт аеродінамічної якості K, коефіцієнти повздовжньої сили  $C_x$  і нормальної сили  $C_y$ , а також нормальну силу Y на висоті  $H = 0 \, m$ , при швидкості  $V = 500 \, \kappa m/cod$  і площі несучої поверхні  $S = 88 \, m^2$ .
- 4) Визначити швидкість і швидкісний тиск над профілем крила і під ним, якщо швидкість незбуреного потоку дорівнює V = 300 км/год на висоті польоту 1000м, площа перерізу потоку перед профілем дорівнює S = 250 мм, при цьому площа перерізу потоку над профілем зменшується на 20%, а під профілем збільшується на 10%.

#### 2.7.5. Поняття про аеродинамічну якість, полярні діаграми І і ІІ роду

## 2.7.5.1. Сутність і особливості побудови графіків аеродинамічної якості профілю крила і полярної діаграми І роду

Аеродинамічна досконалість крила або лопаті *НГ* з точки зору створення найбільшої підйомної сили при мінімальній витраті енергії для руху оцінюється

аеродинамічною якістю (К)  $K = \frac{C_{Ya}}{C_{Xa}}$ , а саме відношенням підйомної сили,

створюваної крилом на даній ділянці при однаковому куті атаки до сили лобового опору. Схема коефіцієнтів аеродинамічних сил у швидкісній системі координат представлена на *рис.* 7.5.1.



Рис. 7.5.1. Схема виникнення і графік аеродинамічної якості від кута атаки K = f (α)

Зі схеми випливає, що відношення підйомної сили до сили лобового опору залежить від кута нахилу повної аеродинамічної сили ( $R_a$ ) відносно вісі підйомної сили, який позначається ( $\Theta$ ) і називається кутом якості ( $\Theta$ ):

$$\frac{C_{Ya}}{C_{Xa}} = tg\theta$$
, звідси  $K = \frac{1}{tg\theta}$ .

При цьому, чим менше кут *θ*, тим більша аеродинамічна якість, тобто:

$$\boldsymbol{K}_{\max} = \frac{1}{\boldsymbol{tg}\theta_{\min}}$$
(2.7.28)

Кут атаки, при якому аеродинамічна якість досягає свого максимального значення, називається найвигіднішим кутом атаки ( $\alpha_{HT}$ ) і відповідає мінімальному значенню кута якості ( $\theta_{min}$ ).

На *рис.* 7.5.2 представлені графічні залежності  $C_{ya} = f(a)$  і  $C_{xa} = f(a)$ , які показують, як змінюється аеродинамічна якість K = f(a) при зміні кута атаки.

Максимальна аеродинамічна якість крила при постійних числах Рейнольдса *Re* і Маха *M* залежить від:

- форми крила в плані;
- відносної товщини і кривизни профілю;
- стану обтічної поверхні (шорсткості).



Рис. 7.5.2. Схема графічних залежностей  $C_{ya} = f(\alpha)$ ,  $C_{xa} = f(\alpha)$  i  $K = f(\alpha)$ 

Збільшення кута атаки ( $\alpha$ ) спочатку приводить до різкого збільшення аеродинамічного якості (K), а потім при досягненні кута атаки найвигіднішого значення ( $\alpha_{hr}$ ) величина якості буде інтенсивно зменшуватися ( $\downarrow K$ ).

При малих дозвукових швидкостях максимальне значення аеродинамічної якості для крила нескінченного розмаху може досягати K = 50 і більше. Це пояснюється малим значенням складових лобового опору  $C_{xo}$  і відсутністю індуктивного опору  $(C_{xa,i}=0)$  для крила нескінченного розмаху ( $\lambda = \infty$ ). У крил великого, але кінцевого, подовження (*планери*) -  $K_{max} = 35 - 40$ . У літаків із прямим

крилом великого подовження -  $K_{max} = 18 - 20$ , а у літаків зі стрілоподібним або трикутним крилом (*малого подовження*) -  $K_{max} = 10 - 12$ . Для вертольотів -  $K_{max} = 5 - 6$  і пояснюється великим опором фюзеляжу і малим подовженням  $H\Gamma$ .

Величина аеродинамічної якості умовно показує, на яку відстань в *км* може пролетіти  $\mathcal{M}A$  в умовах спокійного повітряного середовища при повній тиші, якщо його підняти на висоту  $H = 1 \kappa m$  (*наприклад*, при якості  $K = 20 \mathcal{M}A$  з висоти  $H = 1 \kappa m$  пролетить відстань  $L = 20 \kappa m$ ).

При плавній зміні кута атаки кінець вектора результуючої аеродинамічних сили ( $R_a$ ) описує в просторі певну нелінійну траєкторію (*puc.* 7.5.3).



Рис. 7.5.3. Схема побудови полярної діаграми І роду при зміні кута атаки з α<sub>1</sub> до α<sub>2</sub>

Для аналізу умов і можливостей виконання польоту дуже важливо знати, яка за величиною буде сила лобового опору при потрібній підйомній силі для заданого кута атаки. Тому в аеродинаміці знайшов практичне застосування об'єднаний графік взаємозалежності  $C_{ya} = f(C_{xa})$  при плавній зміні кута атаки ( $\alpha$ ), який отримав назву поляри І роду (*рис.* 7.5.4).

Рівняння поляри І роду при плавному беззривному обтіканні профілю має вигляд:



Рис. 7.5.4. Схема полярної діаграми І роду при зміні кута атаки від α<sub>1</sub> до α<sub>2</sub>

Рівняння поляри І роду являє собою рівняння симетричної параболи з вершиною, зміщеною по вісі  $C_{xa}$  на величину  $C_{xo}$ . Зміна основних аеродинамічних параметрів і їх внесок при побудові поляри І роду представлені на схемах (*puc.* 7.5.4).

Для зручності аналізу залежність  $C_{ya} = f(C_{xa})$  будується в різних масштабах по вісям координат  $C_{ya}$  і  $C_{xa}$  через те, що в діапазоні практичних кутів атаки величина  $C_{ya}$  в кілька разів більше, ніж  $C_{xa}$ . Зазвичай масштаб  $C_{xa}$  вибирається в 5 (10) разів більше, ніж масштаб по вісі  $C_{ya}$ . На полярі наносяться характерні кути атаки, які відповідають певним значенням  $C_{ya}$  і  $C_{xa}$  (*puc.* 7.5.5).

Поляру можна побудувати для будь-якого обтічного газом тіла: профіля крила, лопатки ротора двигуна, несучого гвинта або літака в цілому.

Коротка характеристика поляри. В межах лінійної залежності коефіцієнта ( $C_{ya}$ ) від кута атаки ( $\alpha$ ) обтікання беззриве. Коефіцієнт лобового опору ( $C_{xa}$ ) мало змінюється і поляра практично описується рівнянням параболи.



Рис. 7.5.5. Суміщений графік залежностей  $C_{ya}(\alpha), C_{xa}(\alpha), K(\alpha)$  і  $C_{ya} = f(C_{xa})$ 

Зі збільшенням кута атаки  $\alpha > (10 - 12^{\theta})$  збільшення лобового опору стає значним і графік поляри відхиляється праворуч і залежність протікає по графіку більш високого ступеня, ніж квадратична (*puc.* 7.5.6).

На полярі можна виділити характерні ділянки:

1) нульовий кут атаки ( $a_0$ ), при якому  $C_{ya} = 0$ , коефіцієнт лобового опору  $C_{xa}$  має деяке невелике значення, яке близьке до мінімального, викликане формою профілю крила. При  $a = a_0 \rightarrow$  аеродинамічна якість дорівнює нулю (K = 0), тому що підйомна сила дорівнює нулю ( $C_{ya} = 0$ );



Рис. 7.5.6. Схема поляри I роду  $C_{ya} = f(C_{xa})$ 

- 2) критичний кут атаки ( $\alpha_{\kappa p}$ ), при якому коефіцієнт підйомної сили досягає максимального значення ( $C_{ya,max}$ ). При подальшому збільшенні кута атаки ( $\alpha > \alpha_{\kappa p}$ ), внаслідок збільшення зони зриву потоку з усією верхній поверхні профілю, величина  $C_{ya}$  зменшується, а величина  $C_{xa}$  збільшується і поляра відхиляється праворуч і вниз;
- 3) поточні кути атаки ( $\alpha_1$ )і ( $\alpha_2$ ), при яких аеродинамічна якість має однакові значення ( $K_{\alpha 1} = K_{\alpha 2}$ ).

Такі кути визначаються проведенням січної лінії з початку координат через графік поляри, яка перетинає графік поляри I роду в двох місцях  $(a_1)$  і  $(a_2)$ .

$$K = \frac{C_{ya}(\boldsymbol{\alpha}_1)}{C_{xa}(\boldsymbol{\alpha}_1)} = \frac{C_{ya}(\boldsymbol{\alpha}_2)}{C_{xa}(\boldsymbol{\alpha}_2)}$$

Величина аеродинамічної якості для будь-якого кута атаки ( $\alpha$ ) тим більше, чим більше кут нахилу лінії ( $\delta$ ), проведеної з початку координат до точки, що відповідає цьому куту атаки ( $\alpha$ );

4) точка максимальної аеродинамічної якості  $K_{max}$  відповідає найвигіднішому куту атаки ( $\alpha_{HF}$ ) і визначається він проведенням дотичної лінії до поляра з початку координат (*при рівних масштабах по вісях*  $C_{ya}$  *i*  $C_{xa}$ .).

При збільшенні коефіцієнта опору ( $C_{xo}$ ) при  $C_{ya} = \theta$  поляра зміщується праворуч. При збільшенні коефіцієнта індуктивності (A) (викликаного зменшенням подовження крила  $\rightarrow \downarrow \lambda$ ) поляра відхиляється праворуч (нахиляється до вісі  $C_{xa}$ ). В обох випадках кут нахилу дотичної лінії до графіка поляри зменшується, а це значить, що зменшується максимальне значення аеродинамічної якості  $K_{max}$ .

#### 2.7.5.2. Вплив стисливості повітря на полярну діаграму І роду

При зміні швидкості польоту в діапазоні чисел Маха  $M < M_{\kappa p}$  поляра залишається незмінною до тих пір, поки не змінюються, при постійних кутах атаки (*a*), величини аеродинамічних коефіцієнтів  $C_{ya}$  і  $C_{xa}$  (*puc.* 7.5.7).



Рис. 7.5.7. Графік поляри І роду залежно від чисел Маха

Практично це відповідає числу Маха M = 0,25-0,3. При подальшому збільшенні швидкості польоту відбувається збільшення  $C_{ya}$  при  $\alpha = const$ .

Через невеликий вплив стисливості в діапазоні чисел Маха  $M = 0 \dots 0, 7$  на аеродинамічні коефіцієнти  $C_{ya}$  і  $C_{xa}$  поляра практично буде однаковою в усьому діапазоні кутів атаки.

При збільшенні чисел Маха до значень  $0,7 < M < M_{\kappa p}$  для малих кутів атаки ( $\alpha$ ) поляри збігаються, при великих кутах атаки поляри розходяться віялом і відхиляються від вісі  $C_{ya}$  і нахиляються до вісі  $C_{xa}$ .

При збільшенні чисел Маха більше критичного значення ( $\uparrow M > M_{\kappa p}$ ) поляри зміщуються в бік більших значень  $C_{xa}$  і при цьому зменшується кут нахилу дотичної до графіка поляри ( $\delta$ ), це поясняється збільшенням коефіцієнта хвильового опору ( $C_{xa,e}$ ) (*puc.* 7.5.8).



Рис. 7.5.8. Графік залежності коефіцієнта лобового опору від чисел Маха

Зміна форми поляри відбувається починаючи з верхньої її частини, оскільки при великих кутах атаки раніше настає хвильова криза. Зменшення *С<sub>у,тах</sub>* призводить до опускання і зміщення праворуч верхньої частини поляри, при цьому відбувається *«відвал»* поляри від попереднього значення. Відвал поляри починається по куту атаки тим раніше і проходить тим енергійніше, чим більше число Маха.

Коли число Маха перевищує критичні значення, то хвильовий опір з'являється навіть при малих значеннях кута атаки, в подальшому хвильовий опір змінюється в усьому діапазоні кутів атаки. В результаті нижня частина поляри зміщується праворуч, унаслідок збільшення коефіцієнта лобового опору  $C_{xa}$ , а відвал поляри ще більше збільшується при числах Маха  $M = 0,9 \dots 1,0$ .

Подальший характер зміщення нижньої частини поляри і збільшення її нахилу в міру зростання числа Маха випливає з характеру зміни коефіцієнта опору  $C_{xo}$  і коефіцієнта індуктивності A на навколозвукових і надзвукових швидкостях.

При надзвуковому обтіканні хвильовий опір  $C_{xa,e}$  починає зменшуватися зі збільшенням чисел Маха ( $\uparrow M$ ) внаслідок зменшення інтенсивності витрат на косому стрибку ущільнення. Тому кут нахилу поляри стає великим, її нижня частина зміщується ліворуч, а верхня частина нахиляється праворуч – вниз, і поляри для різних чисел Маха починають перетинатися.

Максимальна якість при збільшенні чисел Маха ( $\uparrow M$ ) не змінюється до тих пір, поки число Маха не досягне критичного значення ( $M = M_{\kappa p}$ ) для найвигіднішого кута атаки ( $\alpha_{nr} \rightarrow$  при M = 0, 7).

Подальше збільшення числа Маха приводить до різкого зменшення значення максимальної аеродинамічної якості ( $K_{max}$ ) у зв'язку з тим, що збільшуються коефіцієнт опору ( $\uparrow C_{xo}$ ) і коефіцієнт індуктивності (A). При збільшенні чисел Маха більше M = 1,1-1,2 падіння максимального аеродинамічного якості ( $K_{max}$ ) сповільнюється, і далі стає незначним, тому що безперервне збільшення коефіцієнта індуктивності (A) компенсується зменшенням ( $\downarrow C_{xo}$ ). Величина максимальної аеродинамічної якості ( $K_{max}$ ) при переході від малих дозвукових до надзвукових швидкостей зменшується приблизно в 2–3 рази.

# 2.7.5.3. Поняття про підсмоктувальну силу. Поляра II роду 2.7.5.3.1. Фізична сутність виникнення підсмоктувальної сили

Для аналізу стійкості  $\mathcal{Л}A$  і розрахунків на міцність необхідно визначати складові результуючої аеродинамічних сил  $\vec{R}_a$  не у швидкісний системі координат, а у зв'язаній. У несучих поверхонь із профілями достатньої товщини  $C > 5 \dots 6\%$  і закругленою передньою кромкою спостерігається цікава і важлива властивість, а саме в середній частині робочого діапазону кутів атаки результуюча аеродинамічна сила  $R_a$  орієнтується в просторі таким чином, що її складова на вісь *ох* у зв'язаній системі координат (*хоу*) спрямована вперед, до носика профілю (*рис.* 7.5.9).

При цьому в швидкісний системі координат ( $x_a o y_a$ ) завжди буде присутня сила лобового опору ( $X_a$ ), яка спрямована по вектору швидкості набігаючого потоку (*проти напрямку руху ЛА*).

Таке явище можливо при великій аеродинамічній якості профілю, коли кут відхилення результуючої аеродинамічної сили  $R_a$  назад щодо вісі  $oy_a$  (кут якості  $\theta$ ) менше кута атаки (a).



Рис. 7.5.9. Схема виникнення підсмоктувальної сили Т

З векторної діаграми розподілу нормального тиску за профілем крила випливає, що на верхній поверхні у передньої кромки профілю виникає пік розрідження. Дотичні складові нормальних сил розрідження на напрямок хорди профілю при цьому спрямовані вперед до носика профілю, що і розкриває фізичну сутність виникнення підсмоктувальної сили.

Особливе значення це явище має для лопатей  $H\Gamma$ , тому що виникає підсмоктувальна сила, яка тягне профіль лопаті вперед і тим самим забезпечує збереження оборотів  $H\Gamma$ , а отже, і тяги  $H\Gamma$  на режимі самообертання.

Підсмоктувальна сила практично відсутня у несучих поверхонь із тонкими профілями, особливо при загостреній передній кромці. Це пояснюється відсутністю поверхні на профілі для виникнення піку розрідження. У таких профілів сили нормального тиску практично перпендикулярні хорді (вісі *ох)* і їх проекція на цю вісь, як у плоскій пластині, відсутня. Тому для лопатей *НГ* застосовуються товсті профілі із закругленою передньою кромкою, що мають високі несучі властивості і сприяють утворенню ефективної підсмоктувальної сили.

#### 2.7.5.3.2. Полярна діаграма ІІ роду

За формулами перерахунку можна визначити аеродинамічні коефіцієнти нормальної і поздовжньої сил і за їх значенням побудувати діаграму *II роду* при різних кутах атаки (*puc.* 7.5.10).

 $\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{Y}} = \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{Y}a} \cdot \cos \alpha + \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{X}a} \cdot \sin \alpha; \ \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{X}} = \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{X}a} \cdot \cos \alpha - \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{Y}a} \cdot \sin \alpha$ 



Рис. 7.5.10. Схема поляри II роду
На полярі II роду наноситься розмітка кутів атаки для відповідних значень коефіцієнтів нормальної ( $C_y$ ) і поздовжньої ( $C_x$ ) сил. При наявності підсмоктувальної сили поздовжня сила X в певному діапазоні кутів атаки  $\alpha > 4^{\theta}$  направлена до носика профілю і тому аеродинамічний коефіцієнт поздовжньої сили при цих кутах атаки має від'ємне значення.

Це пояснюється тим, що полярна діаграма *II роду* поступово відходить ліворуч при збільшенні кута атаки: від значення  $C_x = C_{xo}$  і при кутах атаки  $\alpha = 3 \dots 4^0$  перетинає вісь *оу*. Якщо підсмоктувальна сила відсутня, то коефіцієнт поздовжньої сили  $C_x$  завжди залишається позитивним і його складова завжди спрямована по вектору набігаючого потоку (*до хвостика профілю*).

#### 2.7.5.3.3. Аеродинамічний момент тангажу

Для аналізу стійкості і керованості ЛА необхідно вміти визначати величину і напрям моментів від аеродинамічних сил відносно заданої точки тіла або вісі. Для цього необхідно знати величину результуючої аеродинамічної сили і величину її плеча відносно початкової точки (*вісі*) (*рис.* 7.5.11).

З рисунка випливає, що момент тангажу ( $M_z$ ) залежить від величини нормальної сили (Y) і координати центру тиску ( $x_T$ ). Тому залежність коефіцієнта моменту тангажу  $m_z = f(\alpha)$  визначається в основному залежністю коефіцієнта нормальної сили від кута атаки  $C_v = f(\alpha)$ .

Залежність  $m_z = f(\alpha)$  при малих кутах атаки є спочатку лінійна, а при руйнуванні плавного обтікання профілю при великих кутах атаки стає нелінійною.

Визначення моменту тангажу:  $M_z = -R \cdot a = -Y \cdot x_{\partial}$ , при умові  $C_{Ya} = C_Y$ 

отримаємо: 
$$m_z = -C_{Ya} \frac{x_{\partial}}{b}$$
, звідси  $\overline{x}_{\partial} = -\frac{m_z}{C_{Ya}}$ .



Рис. 7.5.11. Схема виникнення моменту тангажу профілю  $(M_z)$ , залежно  $C_y(\alpha)$  і  $m_z = f(\alpha)$ 

## 1. Задачі — 7.5.1:

*1)* При куті атаки  $\alpha = 15^{\theta}$  без ковзання коефіцієнти аеродинамічних сил мають значення  $C_{xa} = 0,55$  *і*  $C_{ya} = 2,05$ . Визначити коефіцієнти продольної сили  $C_x$  і нормальної сили  $C_y$ , результуючий коефіцієнт аеродинамічних сил  $C_{Ra}$  та коефіцієнт аеродинамічної якості K.

2) Визначити аеродинамічну якість і швидкість польоту літака, якщо коефіцієнти аеродинамічніх сил дорівнюють  $C_{ya} = 0,6 \ i \ C_{xa} = 0,015 - 0,02C_{ya} + 0,11C_{ya}^2$ , число Маха дорівнюють M = 0,8 на висоті  $H = 10000 \ m$ . 3) Визначити числа Маха, Рейнольдса і швидкісний тиск, якщо літак летить на висоті, де температура складає  $t_n = -45^{\circ}C$ , температура на землі  $t_{\theta} = +15^{\circ}C$ , швидкість польоту  $V = 880 \ \kappa m/200$ . Коефіцієнт кінематичної в'язкості складає  $v_n = 32 \times 10^{-6} \ m^2/c$ , хорда крила  $b = 2 \ m$ .

4) Коефіцієнт лобового опору літака при виготовленні складав  $C_{xa,1} = 0,019$ . В процесі експлуатації і ремонту общивки фюзеляжу літака коефіцієнт опору збільшівся до  $C_{xa,2} = 0,021$ . Визначити, наскільки збільшилась сила опору літака в польоті на висоті H = 6000 m при швидкості V = 640 км/год., площа крила  $S = 140 \text{ m}^2$ .

5) У польоті літак із кутом атаки крила  $\alpha = 0,07 \, pa\partial$ ., коефіцієнт підйомної сили  $C_{ya} = 0,6$ . Визначити кут атаки нульової підйомної сили  $\alpha_0$ , якщо похідна коефіцієнта підйомної сили від кута атаки дорівнює  $C_{ya}{}^{\alpha} = 5,3$ , а також аеродінамічну якість, якщо коефіцієнт лобового опору дорівнює  $C_{xa} = 0,015 + 0,03C_{ya}{}^2$ .

6) Підйомна сила крила нескінченного розмаху площею  $S = 80 \ m^2$  при  $a_1 = 0,0434 \ pad$  і швидкості польоту  $V_1 = 880 \ \kappa m/20d$  коло землі дорівнює  $Y_a = 17760 \ H$ , похідна коефіцієнта підйомної сили від кута атаки профілю дорівнює  $C_{ya}{}^{\alpha} = 4,8$ . Визначити коефіцієнт підйомної сили  $C_{ya}$  і кут атаки нульової підйомної сили  $a_0$ .

7) Визначити аеродинамічну якість і швидкість польоту літака, якщо коефіцієнти аеродинамічних сил дорівнюють  $C_{ya} = 0,7$  і  $C_{xa} = 0,015 - 0,02C_{ya} + 0,11C_{ya}^2$ , число Маха дорівнює M = 0,7 на висоті H = 8000 м.

### 2.7.6. Керуючі поверхні крила, види і способи механізації крила

## 2.7.6.1. Загальні відомості про керівні поверхні крила, способи і види його механізації

Однією з основних вимог до  $\mathcal{Л}A$  є вимоги зменшення посадкових і злітних швидкостей, тому що вони безпосередньо пов'язані з безпекою на найвідповідальніших ділянках польоту.

Реалізація цих вимог можлива за рахунок збільшення несучих властивостей крила.

Несучі властивості крила можуть бути підвищені за рахунок:

- збільшення площі крила;
- збільшення кривизни профілю крила;
- збільшення критичного кута атаки крила.

Відповідно до формули М. Є. Жуковського підйомна сила розраховується:

$$Y = G = C_{Ya} \cdot \frac{\rho V^2}{2} \cdot S$$

Тоді мінімальну посадкову швидкість можна визначати за формулою:

$$V_{\min} = \sqrt{\frac{2G}{\uparrow C_{Ya\max} \cdot \rho \cdot S \uparrow}}.$$
(2.7.29)

З формули випливає, що для зменшення посадкової швидкості польоту необхідно збільшити несучі властивості крила ( $C_{ya,max}$ ) і його площу (S). При цьому  $C_{yamax} = C_{ya}^{\alpha} * (\alpha_{\kappa p} - \alpha_0)$  можна збільшити за рахунок збільшення інтенсивності зростання підйомної сили ( $C_{ya}^{\alpha}$ ) при збільшенні кута атаки ( $\alpha$ ) і збільшення критичного кута атаки ( $\alpha_{\kappa p}$ ).

- 1. Задачі 7.6.1:
  - 1) Визначити мінімальну посадкову швидкість літака з посадковою вагою 100 Tc, якщо похідна коефіцієнта підйомної сили від кута атаки дорівнює  $C_{ya}{}^{\alpha} = 4,8$ , критичний кут атаки  $a_{\kappa p} = 15^{\theta}$ , кут атаки при нульовій підйомній силі  $a_{\theta} = -2^{\theta}$ , висота знаходження аеродрому H = 1000 м, площа крила складає 120  $\text{ м}^2$ .
  - 2) Визначити максимальну посадкову вагу літака на аеродромі, що знаходиться на висоті 1500 *м*, якщо похідна коефіцієнту підйомної сили від кута атаки дорівнює  $C_{ya}{}^{\alpha} = 5,4$ , критичний кут атаки  $\alpha_{\kappa p} = 20^{0}$ , кут атаки при нульовій підйомній силі  $\alpha_{0} = -4^{0}$ , площа крила дорівнює 200  $m^{2}$ , посадкова швидкість  $V = 170 \kappa m/200$ .

У загальному випадку на крилі розміщується різна механізація, яка дозволяє зменшити злітно-посадкову швидкість, поліпшити поздовжньо-поперечну стійкість і керованість ЛА на всіх режимах польоту (*puc.* 7.6.1).

**1. Площу** крила можна збільшити за рахунок установки на ньому відповідної механізації: *передкрилків, закрилків, щитків*.

2. Кривизну профілю крила можна збільшити встановивши на ньому відповідну механізацію, що дозволить збільшити *Суатах*:

- щитків;
- закрилків;
- передкрилків;
- носків і носових щитків.



1 — внутрішній, середній, зовнішній предкрилки; 2 — елерон; 3 — інтерцептори; 4,6 — зовнішній і внутрішній закрилки; 5,7 — зовнішній і внутрішній гасителі підйомної сили (гальмівні щитки). *3. Збільшення критичного кута атаки* досягається запобіганням зриву потоку з крила шляхом керування примежовим шаром:

- здувом;
- відсмоктуванням;
- обладнанням струминним (реактивним) закрилком.

Здув примежового шару досягається застосуванням предкрилків і щілинних закрилків, що утворюють із крилом профілюючі щілини, через які повітря із зони підвищеного тиску під крилом перетікає на верхню поверхню профілю (*puc. 7.6.2*). Проходячи через щілину, потік збільшує свою швидкість і його кінетична енергія передається примежовому прошарку, запобігаючи його відриву від поверхні профілю крила.



Рис. 7.6.2. Схема видуву примежового шару застосуванням передкрилків і закрилків

Перспективними засобами механізації крила є системи керування примежовим шаром (*puc.* 7.6.3):

- здування примежового шару **а)**;
- відсмоктування примежового шару **б)**;
- *реактивний закрилок в).*



Рис. 7.6.3. Схема здуву і відсмоктування повітря з поверхні профілю

Для здування примежового шару або використання струминного закрилка використовується стиснене повітря, що відбирається від компресорів двигунів або від автономних компресорів.

У результаті здування або відсмоктування примежового шару повітряний потік притискається до верхньої поверхні крила, знижується його схильність до відриву і збільшуються швидкості обтікання верхньої поверхні, що веде до зменшення тиску і, як наслідок, до збільшення  $C_{ya}$  і  $\alpha_{\kappa p}$ .

Реактивний закрилок дозволяє отримати значно більше за величиною значення *С<sub>уатах</sub>*, ніж при звичайному закрилку.

# 2.7.6.2. Характеристика засобів механізації крила і їх вплив на аеродинамічні коефіцієнти

# 1. Аеродинамічні щитки

*Щитки* являють собою плоскі пластини, закріплені на нижній поверхні крила, які при відхиленні вниз призводять до виникнення зони розрідження і викликають відсмоктування повітря з верхньої поверхні крила в область між профілем і щитком і таким чином перешкоджають відриву примежового шару на верхній поверхні профілю.

За конструкцією і розташуванням щитки можуть бути поворотними і висувними (*puc.* 7.6.4):

При великих кутах відхилення щитків відбувається зростання лобового опору, що дозволяє скоротити посадкову дистанцію ЛА.

Висувний щиток крім повороту одночасно зсувається назад і тим самим збільшує кривизну і площу крила.



Рис. 7.6.4. Схема аеродинамічних щитків

# 2. Закрилки

Закрилки являють собою профільовану рухому хвостову частину профілю крила, яка збільшує кривизну і площу крила (*рис.* 7.6.5).



Рис. 7.6.5. Схема закрилків крила

За конструкцією і розташуванням закрилки можуть бути поворотними і висувними, одно- і багатощілинними.

Вплив закрилків на протікання аеродинамічного коефіцієнта підйомної сили (*puc.* 7.6.6).



Рис. 7.6.6. Схема градієнта швидкості і залежностей  $\Delta C_{va}$  ( $\delta 3$ ) і  $\Delta C_{va}$  ( $\alpha$ ,  $\delta 3$ )

## 3. Передкрилки

Передкрилки являють собою відхилювану профільовану частина носика профілю крила. Відхилення їх призводить до збільшення несучої здатності крила при збільшенні швидкості потоку над профілем за рахунок щілинного ефекту, збільшення кривизни профілю і збільшення площі крила (*puc. 7.6.7*).

При відхиленні передкрилка утворюється профільована щілина для перетікання повітря з великою швидкістю з нижньої поверхні крила на верхню, тим самим створюється щілинний ефект, що затягує відрив потоку з поверхні профілю на великі кути атаки і  $\uparrow C_{yamax}$ .

За конструкцією і способами застосування передкрилки можуть бути:

- автоматичними;
- керованими;
- фіксованими.



Рис. 7.6.7. Схема передкрилків крила

**3.1.** Автоматичні передкрилки в польоті при куті атаки ( $\alpha \approx 0$ ) потоком повітря притиснуті до профілю крила. При збільшенні кута атаки ( $\alpha$ ) внаслідок виникнення підсмоктувальної сили передкрилки висуваються вперед. Автоматичні передкрилки розміщуються зазвичай на кінцевих частинах крила перед елеронами з метою підвищення поперечної стійкості і керованості літака при польотах на великих кутах атаки.

**3.2. Керовані передкрилки** висуваються за допомогою спеціальних систем керування, які включаються автоматично одночасно із включенням закрилків або вручну – окремо.

3.3. Фіксовані передкрилки зазвичай встановлюються на стабілізаторах. 4. Відхилювані носки і носові щитки

Відхилювані носки і носові щитки зазвичай застосовуються на крилах із тонкими профілями (*рис.* 7.6.8).

Відхилення носків при польоті на великих кутах атаки запобігає зриву потоку з гострої передньої кромки профілю крила.

Носові щитки зазвичай застосовують разом із передкрилками: в кореневій частині крила встановлюють щиток, в кінцевій – передкрилок.



Рис. 7.6.8. Схема відхилюваних щитків і носків

# 5. Гасителі підйомної сили

Гасителі підйомної сили призначені для запобігання появі зриву потоку на верхній поверхні профілю крила, що веде до зменшення підйомної сили і збільшення лобового опору крила (*puc.* 7.6.9).



Рис. 7.6.9. Схема гальмівних щитків і інтерцепторів

Гасителі підйомної сили використовуються в польоті у вигляді гальмівних щитків, які дозволяють збільшити крутизну планування при посадці, а при приземленні — на посадковому пробігу літака, для інтенсивного гальмування і підвищення ефективності гальмування коліс.

# 6. Інтерцептор

*Інтерцептори* призначені для поліпшення керованості літаком по крену. У польоті вони відхиляються вгору при відхиленні елерона вгору, викликаючи при цьому додаткове зменшення підйомної сили на поверхні консолі крила.

# 7. Елерони

*Елерони* встановлюються на кінцях крила у хвостовій частині профілю і призначені для забезпечення керованості літаком по крену.

# 8. Аеродинамічні перегородки і запили

Аеродинамічні перегородки і запили служать для запобігання зриву потоку з кінцевих частин стрілоподібного крила. На стрілоподібному крилі складова швидкості повітряного потоку ковзає увздовж розмаху крила, викликає потовщення примежового шару, що веде до більш раннього зриву потоку на кінцях крила (*рис.* 7.6.10).

**8.1.** Аеродинамічні перегородки виготовляються з алюмінієвого сплаву висотою 15–20 см, встановлюються на верхній поверхні крила і перешкоджають перетіканню повітря вздовж крила, набуханню примежового шару і його відриву від поверхні.

**8.2. Уступи (запили) на передній кромці крила** викликають появу вихрових джгутів, які створюють повітряну перегородку у вигляді вихрового джгута, що працює подібно металевій аеродинамічній перегородці.

**8.3. Вертикальні гребені на кінцях крила** перешкоджають перетіканню повітря через кінцеві частини крила, що виключає перетікання повітря з нижньої поверхні крила на верхню і появу вихрових джгутів, і тим самим зменшують індуктивний опір крила.



Рис. 7.6.10. Схема аеродинамічних перегородок і запилів

**8.4.** Турбулізатори являють собою невеликі поганообтічні пластинки с гострими кромками, які встановлюються на верхній поверхні крила. Вони створюють невеликі вихори, які змішують примежовий шар із повітряним потоком, збільшують кінетичну енергію примежового шару, притискають його до поверхні крила, що дозволяє переміщати початок зриву потоку на великі кути атаки. Зазвичай турбулізатори ставляться перед елеронами і закрилками для попередження відриву потока з них при великих кутах їх відхилення (*puc. 7.6.11*).



Рис. 7.6.11. Схема розміщення турбулізатора

# Питання для самостійної перевірки стану засвоєння матеріалу за темою 2.7 (*Лк* 2.7.1 – 2.7.3)

1. Охарактеризувати поняття: геометрична, аеродинамічна і конічна крутки крила.

2. Охарактеризувати основні системи координат, які використовуються в аерогідрогазодинаміці, визначення кута атаки і кута ковзання.

3. Охарактеризувати поняття: аеродинамічного тиску, аеродинамічного фокусу і параболи стійкості профілю.

4. Охарактеризувати поняття середньої аеродинамічної хорди крила і методику визначення міста її розташування на крилі та її розмір.

5. Охарактеризувати опір тиску, його фізичну сутність і вплив на його розмір геометричних і кінематичних параметров профілю.

6. Охарактеризувати опір тертя, його фізичну сутність і вплив на його розмір геометричних і кінематичних параметрів профілю.

7. Охарактеризувати індуктивний опір, його фізичну сутність і вплив на його розмір геометричних і кінематичних параметрів профілю.

8. Сутність підсмоктувальної сили і її вплив на загальний розмір лобового опору профилю крила.

9. Охарактеризувати сутність хвильового опору і його залежність від числа Маха.

# Питання для самостійної перевірки стану засвоєння матеріалу за темою 2.7 (Лк 2.7.4 – 2.7.6).

1. Фізична сутність впливу стисливості повітря на аеродинамічні характеристики профілю.

2. Охарактеризувати залежність аеродинамічних коефіцієнтів підйомної сили і сили лобового опору від числа Маха.

3. Охарактеризувати поняття аеродинамічної якості профілю і її залежність від кута атаки і аеродинамічних коефіцієнтів підйомної сили і сили лобового опору.

4. Охарактеризувати поняття про полярну діаграму І роду і особливості її побудови.

5. Охарактеризувати поняття про підсмоктувальну силу профілю і фізичну сутність її появи.

6. Охарактеризувати полярну діаграму ІІ роду, її сутність і особливості її побудови.

7. Поняття про керуючі поверхні крила, фактори і способи, які впливають на несучі властивості крила.

8. Охарактеризувати вплив щитків і закрилків на графік залежності коефіцієнтів аеродинамічних сил від кута атаки.

9. Охарактеризувати сутність аеродинамічних перегородок, запилів, турбулізаторів і аеродинамічних гребенів на кінцях крила і їх вплив на аеродинамічні характеристики крила.

## ПЕРЕЛІК ЗАДАЧ до практичного заняття за темою 2.7

1. Задачі — 7.1.1:

1) Визначити середню аеродинамічну хорду крила, подовження, звуження і площу стрілоподібного крила ЛА, якщо координати правої консолі крила складають:  $x_1 = 0$ ,  $y_{1n} = 6 \, m$ ,  $y_{13} = 2 \, m$ ;  $x_2 = 8 \, m$ ,  $y_{2n} = 3 \, m$ ,  $y_{23} = 1 \, m$ , а також товщину профілю в кінці крила, якщо погонна зміна товщини профілю по розмаху крила складає 20 мм/м, а товщина профілю в кореневому перерізі дорівнює 150 мм.

2) Стрілоподідне крило має кореневу хорду 400 см, кінцеву хорду 0,7 м, розмах правої консолі складає 15 м. Кут установки крила в кореневому перерізі складає 10<sup>0</sup>, погонна зміна кута установки крила по розмаху складає 0,5 град/м. Визначити подовження крила і кути установки в перерізах 5 і 10 м.

3) Трикутне крило має кореневу хорду **4000 мм**, розмах правої консолі **900 см**. В кореневому перерізі відхилення носка профілю дорівнює **0**<sup>0</sup>, погонне відхилення кута носка профілю по розмаху крила складає **1 град/м**. Визначити подовження крила, площу крила і кут відхилення носка профіля в перерізах **5** і **9** м.

- 2. Задачі 7.2.1:
  - Визначити підйомну силу і силу лобового опору профіля крила, якщо результуюча аеродинамічна сила R<sub>a</sub> = 15 Tc, кут якості становить θ = 30<sup>θ</sup>. За визначеними підйомною силою Y<sub>a</sub> і силою лобового X<sub>a</sub> визначити нормальну Y і повздовжну сили X у зв'язаній системі координат, якщо кут атаки α = 10<sup>θ</sup>.
  - Визначити результуючу аеродинамічну силу R<sub>a</sub> і аеродинамічні коефіцієнти підйомної сили і лобового опору, якщо підйомна сила дорівнює 12 Tc, а сила лобового опору 3 Tc, площа крила дорівнює 30 м<sup>2</sup>, масова густина повітря відповідає висоті H = 0 км, швидкість повітряного потоку дорівнює 720 км/год.
- 3. Задача 7.2.2:

Визначити повний аеродинамічний момент і коефіцієнти аеродинамічних моментів нахилу, рискання і тангажу, якщо момент тангажу дорівнює 25 Тс м, момент нахилу – 5 Тс м і момент рискання – 10 Тс м, розмах крила дорівнює 40 м, середня аеродинамічна хорда крила дорівнює 2 м, швидкість повітряного потоку дорівнює 680 км/год, висота польоту H = 0 км.

# 4. Задачі — 7.2.3:

- Визначити аеродинамічні коефіцієнти підйомної сили, сили лобового опору і аеродинамічну якість, якщо похідна коефіцієнта підйомної сили від кута атаки дорівнює C<sup>α</sup>ya = 4, кут атаки α = 0,176 рад., первинний кут атаки α<sub>0</sub> = −0,035 рад., коефіцієнт повздовжньої сили дорівнює 0,0025.
- 2) Визначити розмір швидкісного тиску повітряного потоку на висотах 1000 м і 5 км, якщо швидкість польоту літака дорівнює 350 км/год., а також підйомну силу і силу лобового опору літака, якщо коефіцієнти підйомної сили і сили опору дорівнюють 1,2 і 0,25, відповідно площа крила дорівнює 50 м<sup>2</sup>.
- Визначити швидкість польоту літака і швидкісний тиск, якщо число Маха на висоті 8 км дорівнює 0,65, а також коефіцієнт підйомної сили, якщо підйомна сила дорівнює 25 Тс, а площа крила дорівнює 36 м<sup>2</sup>.
- 4) Визначити, як зміниться максимальна швидкість польоту літака при зміні температури повітря: від температури зимою -30°C до температури літом +30°C, якщо максимальне число Маха дорівнює 0,7, а також визначити швидкісний тиск при температурі -30°C при польоті на висоті 4000 м.
- 5) Визначити швидкість польоту літака, швидкість звуку і швидкісний тиск, при польоті з числом Маха 0,6 на висоті 5 км, а також підйомну силу крила, якщо коефіцієнт підйомної сили дорівнює 0,9, а площа крила – 60 м<sup>2</sup>

# 5. Задачі — 7.2.4:

- 1) Визначити аеродинамічні коефіцієнти підйомної сили, сили лобового опору і аеродинамічну якість, якщо похідна коефіцієнта підйомної сили від кута атаки дорівнює 5, кут атаки – 0,17 рад., первинний кут атаки дорівнює –0,035 рад, коефіцієнт повздожньої сили дорівнює 0,002.
- Визначити повну аеродинамічну силу, що діє на літак на висоті 4000 м, якщо при числі Маха 0,6 коефіцієнт підйомної сили складає 0,75, а коефіцієнт лобового опору – 0,15, площа крила дорівнює 105 м<sup>2</sup>.
- 3) При куті атаки 15<sup>0</sup> без ковзання коефіцієнти аеродинамічних сил дорівнюють: підйомної сили – 1,99, лобового опору – 0,465. Визначити коефіцієнт аеродинамічної якості і коефіцієнти нормальної і повздовжньої сил у зв'язаній системі координат, а також розмір нормальної сили на висоті 1000 м при швидкості 300 км/год і площі несучої поверхні 70 м<sup>2</sup>.
- 4) Визначити число Рейнольдса, число Маха і швидкісний тиск для крила нескінченного розмаху з хордою 300 см при польоті на висоті 6000 м і швидкості 540 км/год. Згідно з таблицею МСА на заданій висоті коефіцієнт динамічної в'язкості повітря дорівнює 1,327\*10<sup>5</sup> H\*c/м<sup>2</sup>.

# 6. Задача — 7.3.1:

Визначити коефіцієнт опору тиску і силу опору тиску, якщо відносний тиск перед профілем дорівнює 0,015, а за профілем — 0,007, площа міделевого перерізу складає 1,5  $m^2$ , площа поверхні профілю — 2  $m^2$ , швидкість повітряного потоку 360 км/год, площа крила дорівнює 40  $m^2$ , висота польоту — 1000 м.

# 7. Задача — 7.3.2:

Визначити коефіцієнт опору тертя і силу опору тертя, якщо число Рейнольдса дорівнює 2300, площа поверхні плоскої пластини – 0,5 м<sup>2</sup>, площі поверхні профіля 1,0 м<sup>2</sup>, площа крила 40 м<sup>2</sup>, політ літака здійснюється на висоті 1000 м на швидкості 480 км/год.

# 8. Задачі — 7.3.3:

- 1) Визначити коефіцієнт індуктивного опору і силу індуктивного опору, якщо коефіцієнт підйомної сили дорівнює 1,25, середня аеродинамічна хорда крила дорівнює 120 см, розмах крила – 25 м, політ здійснюється на висоті 2000 м зі швидкістю – 480 км/год.
- Визначити коефіцієнт лобового опору і силу лобового опору, якщо коефіцієнт лобового опору при C<sub>ya</sub> = 0 дорівнює 0,085, подовження крила – 8, коефіцієнт підйомної сили дорівнює 0,9, площа крила – 36 м<sup>2</sup>, політ здійснюється на висоті 1000 м зі швидкістю – 540 км/год.

# 9. Задача — 7.3.4:

Визначити коефіцієнт індуктивного опору, силу індуктивного опору і підсмоктуючу силу, якщо політ виконується на висоті 1000 м зі швидкістю 540 км/год, кут атаки  $6^{0}$ , коефіцієнт підйомної сили дорівнює 1,2, площа крила 50 м<sup>2</sup>, подовження крила – 10.

# 10. Задачі — 7.3.5:

1) Визначити аеродинамічний коефіцієнт хвильового опору і силу хвильового опору, якщо критичне число Маха дорівнює 0,7, число Маха незбуреного потоку – 0,85, коефіцієнт впливу форми профілю на розмір хвильового опору дорівнює 9, політ здійснюється на висоті 1000 м, площа крила 45 м<sup>2</sup>.

2) Визначити підйомну силу, силу лобового опору і результуючу аеродинамічну силу при польоті зі швидкістю при числі Маха M = 0.5 на висоті H = 2000 м, якщо аеродинамічні коефіцієнти  $C_{ya} = 0.8$ ,  $a C_{xa} = 0.005 + 0.3C_{ya}$ , площа крила  $S = 50 \text{ m}^2$ .

3) Коефіцієнт лобового опору літака при виготовленні на заводі складав C<sub>xa1</sub> = 0.01. В процесі експлуатації і ремонту літака коефіцієнт опору збільшився до C<sub>xa2</sub> = 0.02. Визначити, наскільки збільшилась сила лобового опору літака в польоті на висоті H = 6000 м при швидкості V = 640 км/год, площа крила S = 140 м<sup>2</sup>.

# 2.8. АЕРОДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ НГ ВЕРТОЛЬОТУ

# 2.8.1. Призначення, класифікація, види і основні елементи НГ вертольоту

# 2.8.1.1. Основні відомості про НГ вертольоту: призначення, класифікація і його основні елементи

# 2.8.1.1.1. Призначення НГ вертольоту

Несучий гвинт вертольоту є основним конструктивним елементом вертольоту, який аналогічно крилу створює підйомну силу, рушійну (*пропульсивну*) силу, аналогічно тязі двигунів, і керуючі моменти аналогічно механізації крила і керуючих поверхонь хвостового оперіння літака.

# 2.8.1.1.2. Види, класифікація та основні конструктивні елементи НГ 1) За способом передачі крутного моменту

За способом передачі крутного моменту від двигуна на *НГ* вертольоти поділяються на види (*puc.* 8.1.1):

- з механічним приводом від поршневих двигунів через муфту зчеплення;
- з газодинамічним приводом від турбогвинтових двигунів через вільну турбіну;
- з реактивним приводом від реактивних двигунів, установлених на кінцях лопатей **НГ**.

*НГ* складається з лопатей, закріплених на втулці, посадженій на вал головного редуктора вертольоту. Лопаті до втулки *НГ* кріпляться за допомогою шарнірів або пружних елементів.



Рис. 8.1.1. Схема способів передачі крутного моменту до втулки НГ

# 2) За способом кріплення лопатей до втулки НГ

За способом кріплення лопатей до втулки *НГ* розрізняються на (*puc. 8.1.2*):

- з шорстким кріпленням лопатей;
- з пружним кріпленням лопатей;
- з шарнірним кріпленням лопатей.

У вітчизняному вертольотобудуванні найбільшого поширення набув  $H\Gamma$ з тришарнірним кріпленням лопатей на втулці  $H\Gamma$ . Лопаті  $H\Gamma$  з шарнірним кріпленням лопатей здійснюють у польоті просторовий рух (*puc.* 8.1.2):

- обертаються навколо вісі НГ;
- переміщаються разом із вертольотом у просторі;
- змінюють своє кутове положення щодо вертикальних і горизонтальних шарнірів (здійснюють махові й коливальні рухи).



Рис. 8.1.2. Схема способів кріплення лопатей до втулки НГ

Шарніри втулки *НГ* розташовані на певних відстанях від її центру в послідовності: горизонтальний, вертикальний і вісьовий шарніри:

- вісь ГШ знаходиться в площині обертання НГ і дозволяє лопаті здійснювати коливальні махові рухи у вертикальній площині (β<sub>л</sub>);
- вісь ВШ розташована паралельно вісі обертання НГ і дозволяє здійснювати коливальний рухи в площині обертання НГ (ξ<sub>л</sub>);
- вісь вісьового шарніру (Віс.Ш, ОШ) знаходиться в поздовжній площині лопатей НГ і дозволяє змінювати кути установки перерізів лопатей при керуванні НГ (фл).

Віссю симетрії  $H\Gamma$  є вісь валу головного редуктора. Площина перпендикулярна вісі обертання  $H\Gamma$  і проходить через центр втулки  $H\Gamma$  та називається площиною обертання.

Несучий гвинт (*НГ*) характеризується певною сукупністю геометричних і кінематичних характеристик і параметрів.

# 2.8.1.2. Геометричні і кінематичні характеристики НГ 2.8.1.2.1. Геометричні характеристики НГ

До геометричних характеристик  $H\Gamma$  належать величини, що визначають лінійні розміри лопатей і в цілому  $H\Gamma$ . Вони за інших рівних умов істотно впливають на аеродинаміку  $H\Gamma$ . Основні геометричні розміри  $H\Gamma$  наводяться при нульових значеннях кутів помаху ( $\beta_n$ ) і коливання лопатей ( $\zeta_n$ ).

До основних геометричних характеристик НГ належать:

- діаметр  $H\Gamma(\mathbf{D}_{H\Gamma});$
- площа НГ, що омітається (**F**<sub>н</sub>);
- питоме навантаження на *НГ* (<sub>p</sub>);
- коефіцієнт заповнення  $H\Gamma(\sigma_{H\Gamma});$
- рознесення горизонтального і вертикального шарнірів втулки НГ Ігш, Івш).

**1.** Діаметр НГ (D<sub>н</sub>) – це діаметр кола, по якому рухаються кінці лопатей при обертанні *НГ* без їх переміщення в горизонтальній і вертикальній площинах (*puc. 8.1.3*):

У сучасних вертольотів діаметр *НГ* дорівнює  $D = 13 \dots 35 m$ , відносний

радіус перерізу лопаті позначається  $\overline{r} = \frac{r}{R}$ . Характерний радіус - r = 0,7R.



Рис. 8.1.3. Схема несучого гвинта

**2.** Площа, що омітається ( $F_{n\Gamma}$ ) – це площа кола, який описують при обертанні *НГ* кінці лопатей без урахування махових рухів лопатей:

$$\boldsymbol{F}_{HB} = \pi \boldsymbol{R}^2 = \frac{1}{4} \pi \boldsymbol{D}^2$$

Площа НГ, що омітається, аналогічна площі крила літака. **3. Питоме навантаження на НГ (р)** – відношення маси вертольоту до площі *НГ*, що омітається:

$$p = \frac{m_B \cdot g}{F_{HB}} = \frac{G_B}{F_{HB}}$$
(2.8.1)

Кількість лопатей сучасних вертольотів дорівнює z = 2 - 8 лопатей, їх кількість залежить від маси вертольоту і діаметра  $H\Gamma$ .

**4.** *Коефіцієнт заповнення (σ*<sub>н</sub>) – характеризує ступінь заповнення лопатями площі *НГ*, що омітається, і дорівнює відношенню сумарної площі всіх лопатей до площі, що омітається:

$$\sigma = \frac{\boldsymbol{z}_{\mathcal{I}} \cdot \boldsymbol{F}_{\mathcal{I}}}{\boldsymbol{F}_{HB}} \approx 0,04...0,12$$

**5.** Розніс шарнірів: (горизонтального  $l_e$  і вертикального  $l_e$  шарнірів) – це відстань від вісі відповідного шарніра до вісі обертання *НГ*. Часто розглядаються відносні величини:

$$\overline{l_i} = \frac{l_i}{R}$$

У сучасних вітчизняних вертольотів:

$$\overline{l}_{_{\mathcal{I}\mathcal{U}}} = 0,02...0,05; \overline{l}_{_{\mathcal{B}\mathcal{U}}} = 0,04...0,06$$

## 1. Задача - 8.1.1:

Визначити площу, що омітається, *НГ* вертольоту *Мі-8*, питоме навантаження і коефіцієнт заповнення, якщо діаметр *НГ* дорівнює *21,3 м*, маса вертольоту – *12000 кГс*, кількість лопатей – *5*, хорда лопаті складає *580 мм*.

## 2.8.1.2.2. Кінематичні параметри НГ

До них належать:

- частота обертання *НГ* (*ω*<sub>н</sub>*г*);
- кут атаки (анг);
- кути загального і циклічного кроку НГ ( $\phi_0 i \phi_{uu}$ ).

**1. Частота обертання НГ**- ( $\omega_{nr}$ ) – кількість обертань радіан у секунду. В аеродинаміці вертольоту зазвичай розглядають не частоту обертання, а кількість обертів *НГ* за секунду ( $n_c$ ):

$$\omega = 2\pi \cdot \mathbf{n}_c$$
  
 $U = \omega \cdot \mathbf{R} - \mathbf{k}_c$ окружна швидкість  
 $M = \frac{\omega \cdot \mathbf{R}}{a} - \mathbf{k}_c$ число Маха

У сучасних вертольотів  $U = 180-220 \text{ м/с}, M = 0,5 \dots 0,7.$ 

На приладовій дошці пілота покажчик оборотів *НГ* показує частоту обертання *НГ* у відсотках від номінального значення оборотів *НГ*.

**2.** Кут атаки НГ- ( $\alpha_{H\Gamma}$ ) – це кут між вектором швидкості набігаючого потоку і площиною обертання *НГ*. Кут атаки вважається позитивним, якщо незбурений повітряний потік набігає на площину *НГ* знизу (*puc. 8.1.4*). **3.** Кут загального кроку - ( $\varphi_{\theta}$ ) являє собою кут установки перерізів усіх лопатей *НГ* в перерізі на характерному радіусі (**0**, 7**R**).



Рис. 8.1.4. Схема кута атаки НГ (а<sub>нг</sub>)

4. Кут циклічного кроку НГ - ( $\phi_{uu}$ ) – кути установки лопатей НГ у відповідних азимутах. Азимутальний кут ( $\psi = 0^{0}$ ), при відсутності вітру, перебуває над хвостовою балкою і відлік здійснюється за годинниковою стрілкою, при погляді зверху, в послідовності  $\psi = 0^{0} - 90^{0} - .180^{0} - .270^{0} - .360^{0}$ .

Аеродинамічні характеристики *НГ* зазвичай розглядаються у зв'язаній системі координат *охуг.* Початок координат роміщається в центрі втулки *НГ* на вісі обертання, поздовжня вісь *ох* спрямована вперед у площині обертання *НГ*, нормальна вісь *оу* спрямована вгору по вісі обертання *НГ*, поперечна вісь *ог* спрямована праворуч, перпендикулярно площині *хоу*. Всі вітчизняні вертольоти одногвинтової схеми мають *НГ* лівого обертання (*НГ обертається за го- динниковою стрілкою при погляді зверху*).

При визначенні аеродинамічних характеристик  $H\Gamma$  на всіх режимах польоту вертольоту часто використовується *безрозмірний коефіцієнт протікання потоку повітря через НГ* - ( $\lambda$ ):

$$\lambda = \frac{\boldsymbol{V} \cdot \sin \alpha_{HB} - \boldsymbol{v}_i}{\boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{R}} , \qquad (2.8.2)$$

де:

*v<sub>i</sub>* – індуктивна швидкість *НГ*.

На режимах горизонтального польоту використовують *безрозмірну характеристику режиму роботи НГ* (µ):

$$\mu = \frac{V \cdot \cos \alpha_{HB}}{\omega \cdot \mathbf{R}}$$
(2.8.3)

2. Задачі — 8.1.2:

- 1) Визначити частоту обертання, колову швидкість обертання кінця лопаті *НГ* і число *Маха*, якщо число обертання *НГ* вертольоту *Mi-24* дорівнює 248 об/хв, діаметр *НГ* 17,4 м, висота польоту вертольоту складає 1000 м.
- 2) Визначити колову швидкість кінця лопаті *НГ*, коефіцієнт протікання і характеристику режиму роботи *НГ* вертольоту *Mi-2*, якщо частота обертання дорівнює 26 1/c, діаметр *НГ 14,5 м*, швидкість горизонтального польоту вертольоту дорівнює 210 км/год, кут атаки *НГ 5<sup>0</sup>*, індуктивна швидкість відкидання маси повітря дорівнює 10 м/с.

### 2.8.1.2.3. Геометричні і кінематичні параметри лопатей НГ

Лопать *НГ* являє собою частину несучої поверхні вертольоту великого подовження, що обертається навколо центру обертання.

#### 1. До основних геометричних параметрів лопаті НГ належать:

- радіус НГ (довжина лопаті) **R**;
- хорда лопаті **b**<sub>л</sub>;
- кут установки  $\varphi_{\pi}$ ;
- форма перерізів профілю лопаті;
- геометрична крутка лопаті;
- форма лопаті в плані.

**1.1. Поточний радіус** перерізу лопаті (*r*<sub>*i*</sub>) визначає відстань від вісі обертання *НГ* до розглянутого перерізу по розмаху лопаті.

#### 1.2. Хорда профілю лопаті – b<sub>л</sub>.

*1.3. Кут установки лопаті* ( $\varphi_n$ ) вимірюється між хордою лопаті і площиною обертання *НГ* (*puc. 8.1.5*).



Рис. 8.1.5. Схема кута установки лопаті НГ ( $\varphi_n$ )

**1.4. Форма перерізів профілю** лопаті характеризується максимальною товщиною ( $C_{макс}$ ), максимальною кривизною ( $f_{макс}$ ) і радіусом заокруглення носика профілю ( $r_{\theta}$ ). На вибір форми вертольотних профілів лопатей *НГ* істотно впливають конструктивні обмеження по розміщенню всередині контуру профілю лонжерона, протифлатерних грузиків, систем сигналізації пошкодження лонжерона, протиобмерзальної системи і хвостового стрінгера.

**1.5.** Геометрична крутка здійснюється зміною кутів установки перерізів по розмаху лопаті, тобто конструктивним поворотом перерізів лопаті відносно один одного на кут  $\Delta \varphi_c$ . На серійних вертольотах застосовується лінійна геометрична крутка:

$$\varphi_i = \varphi_0 - \frac{\Delta \varphi_i}{\Delta \boldsymbol{R}} \cdot \boldsymbol{R}_i$$
(2.8.4)

#### 2. До основних кінематических параметрів лопаті належать:

- кут азимутального положення ( $\psi_{n}$ );
- кут помаху ( $\beta_{\pi}$ );
- кут коливання (ξ<sub>л</sub>);
- швидкість обтікання лопаті незбуреним повітряним потоком  $V_{\infty}$ ;
- кут атаки лопаті ал.

**2.1.** Кут азимутального положення ( $\psi_n$ ) змінюється у напрямку обертання *НГ* між поздовжньою віссю лопаті і проекцією вектора швидкості польоту на площину обертання *НГ*. Кут азимутального положення ( $\psi_n$ ) при відсутності вітру відраховується від положення лопаті над хвостовою балкою і за годинниковою стрілкою. Лопать називається наступаючою, якщо  $0 \le \psi \le 180^\circ$ , і відступаючою, якщо  $180^\circ \le \psi \le 360^\circ$  (*рис.* 8.1.6).



*а)* при відсутності бокового вітру *б)* при наявності бокового вітру Рис. 8.1.6. Схема азимутального розташування лопатей НГ

**2.2.** Кут змаху лопаті ( $\beta_n$ ) характеризує вертикальне кутове переміщення лопаті відносно  $\Gamma Ш$  щодо площини обертання і вважається позитивним при відхиленні лопаті вгору відносно площини обертання (*puc. 8.1.7*).



Рис. 8.1.7. Схема кута змаху лопаті (βл)

**2.3.** Кут коливання ( $\xi_n$ ) лопаті характеризує кутове переміщення лопаті відносно *ВШ* в площині обертання і вважається позитивним при відхиленні лопаті проти напрямку обертання.

З огляду на відносно невеликі відстані від центру втулки  $H\Gamma$  до ГШ і ВШ порівняно з радіусом **R** лопаті допускається приймати відносні відстані  $\overline{I_e} = \overline{I_e} \approx 0$  (*puc. 8.1.8*).



Рис. 8.1.8. Схема кута коливання лопаті (ξл)

**2.4.** Результуючу швидкість обтікання перерізів лопати (U) зазвичай визначають через горизонтальну і вертикальну складові:

**2.4.1.** Горизонтальна нормальна складова швидкості ( $U_x$ ) обтікання перерізу спрямована перпендикулярно до вісі лопаті і розташована в площині паралельній площині обертання:

$$\boldsymbol{U}_{x} = \boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{r} + \boldsymbol{V} \cdot \cos \alpha_{HB} \cdot \sin \psi ; \qquad (2.8.5)$$

**2.4.2.** Горизонтальна (*дотична*) тангенціальна складова швидкості (*U*<sub>z</sub>) обтікання перерізу лопаті спрямована увздовж лопаті.

$$U_z = V \cdot \cos \alpha_{HB} \cdot \cos \psi ; \qquad (2.8.6)$$

2.4.3. Вертикальна складова швидкості ( $U_y$ ) обтікання перерізу спрямована перпендикулярно до вісі лопаті і розташована в площині помаху:

$$\boldsymbol{U}_{y} = \boldsymbol{V} \cdot \sin \alpha_{HB} - \boldsymbol{v}_{i} - \boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{V} \cdot \cos \alpha_{HB} \cdot \cos \psi \cdot \boldsymbol{\beta}; \qquad (2.8.7)$$

Геометрична сума компонентів  $U_x$ ,  $U_y$ ,  $U_z$  визначає результуючу швидкість  $U = \sqrt{U_x^2 + U_y^2 + U_z^2}$ обтікання:

**2.5.** Кут атаки перерізу лопаті дорівнює (*рис. 8.1.9 і 8.1.10*):

$$\alpha = \varphi + \operatorname{arctg}\left(\frac{U_{y}}{U_{x}}\right)_{;}$$
(2.8.8)



Рис. 8.1.9. Схема утворення кута атаки профілю лопаті



Рис. 8.1.10. Схема визначення аеродинамічних сил і швидкості обтікання елементів лопаті НГ:

$$dX = C_x \frac{\rho U^2}{2} \cdot b \cdot dr; dY = C_y \frac{\rho U^2}{2} \cdot b \cdot dr; dM = m \frac{\rho U^2}{2} \cdot b^2 \cdot dr$$
(2.8.9)

- 3. Задачі 8.1.3:
- 1) Визначити результуючу швидкість обтікання перерізів лопатей і її складові, якщо частота обертання дорівнює 59,1 <sup>1</sup>/c, швидкість горизонтального польоту вертольоту АКІ-3 складає 150 км/год, азимут лопаті 90<sup>0</sup>, кут атаки НГ дорівнює 5<sup>0</sup>, в перерізі поточного радіусу лопаті 150 см кут помаху лопаті 3<sup>0</sup>, а швидкість зміни кута помаху 0,08 1/c, індуктивна швидкість відкидання маси повітря 6 м/c.
- 2) Визначити характеристику режиму роботи *НГ* вертольоту *Mi-24* при горизонтальному польоті і геометричну крутку лопатей *НГ* на поточному радіусі 8 *м*, якщо швидкість горизонтального польоту 240 км/год, кут атаки *НГ* 5<sup>0</sup>, обороти *НГ* дорівнюють 248 об/хв, кут установки лопаті у комля 7<sup>0</sup>, погонна зміна кута установки по радіусу

лопаті дорівнює *0,5 град/м*, індуктивна швидкість відкидання маси повітря – *10 м/с*, діаметр *НГ* – *17,4 м*.

3) Визначити горизонтальну і вертикальну складові швидкості обтікання перерізів лопатей *НГ* вертольоту *АКІ-3*, а також кут атаки перерізу лопаті на радіусі 4000 см, якщо швидкість горизонтального польоту дорівнює 150 км/год, кількість обертання *НГ* – 565 об/хв, кут атаки *НГ* – 5<sup>0</sup> в азимуті лопаті 180<sup>0</sup>, індуктивна швидкість відкидання масі повітря – 6 м/с, кут помаху лопаті – 6<sup>0</sup>, швидкість кута в помаху лопаті – 0,1<sup>1</sup>/с, кут установки в перерізі – 5<sup>0</sup>.

## 2.8.1.2.4. Основні режими роботи НГ вертольоту

Несучий гвинт вертольоту призначений для створення результуючої аеродинамічної сили (*тяги*), необхідної для забезпечення керованого польоту, поздовжньо-поперечної стійкості і керованості вертольоту.

Основними режимами роботи НГ є:

## 1. Режим висіння і вертикального переміщення вертольоту

На цих режимах лопаті  $H\Gamma$  обтікаються повітряним потоком, швидкості якого у всіх азимутах лопатей однакові і рівні окружній швидкості  $H\Gamma$   $(U_i = \omega \cdot R_i)$  (*puc.* 8.1.11).



Рис. 8.1.11. Схема обтікання лопатей НГ на вертикальних режимах

Результуюча аеродинамічних сил (*тяга*) *НГ* залежить від кута установки лопатей *НГ*, який підбирається залежно від режиму вісьового обтікання, а саме:

- 1) на режимі висіння підбирається кут установки, при якому тяга  $H\Gamma$  стає рівною вазі вертольоту (T = G);
- 2) при наборі висоти кут установки НГ збільшується таким чином, щоб тяга НГ була більше ваги вертольоту (**T** > **G**);
- 3) при зниженні кут установки НГ зменшуєтьсяся таким чином, щоб тяга НГ була менше ваги вертольоту (**T** < **G**) і при цьому вибирається певна швидкість вертикального зниження.

# 2. Режим горизонтального польоту вертольоту

На режимах горизонтального польоту результуюча швидкість повітряного потоку лопаті  $H\Gamma$  в кожному перерізі визначається як сума колової швидкості перерізу лопатей (U) і швидкості набігаючого незбуреного потоку ( $V_{\infty}$ ) (*рис.* 8.1.12).

Колова швидкість має постійне значення в певному перерізі в усіх азимутальних положеннях лопаті, а поступальна швидкість у кожному азимуті має різні напрямки щодо носової частини профілю лопаті, тобто при поступальному русі вертольоту підйомна сила і лобовий опір лопаті безперервно змінюються за період одного оберту від максимального до мінімального значення. Внаслідок різної підйомної сили лопатей в азимутах  $90^{0}$  і  $270^{0}$  виникає перекидаючий момент, а періодична зміна сил і моментів на лопатях призводить до виникнення вібрацій і тряски вертольоту.

Для зменшення впливу періодичної зміни підйомної сили у вузлах кріплення лопаті до втулки *НГ* встановлені *ГШ*, для зменшення впливу зміни сил лобового опору лопаті *НГ* встановлені *ВШ*. Шарніри дають можливість лопаті здійснювати вільні махові рухи відносно цих шарнірів:

- відносно ГШ–у вертикальній площині;
- відносно ВШ–в горизонтальній площині.

Махові рухи лопатей зменшують нерівномірність дії аеродинамічних сил при поступальному горизонтальному русі вертольоту, зменшують результуючі навантаження на деталі втулки *НГ*, покращують стійкість вертольоту.

Для забезпечення можливості зміни кутів установки лопатей на втулці *НГ* встановлені вісьові шарніги (*Bic.Ш*).

На лопать *НГ* у вертикальній площині діють підйомна сила і маса лопаті, а в горизонтальній площині діють відцентрова сила і сила лобового опору.

При поступальному русі вертольоту на *НГ* виділяються 3 характерні зони, які обмежують нормальні умови обтікання лопаті і виникнення підйомної сили, що обмежує льотні можливості вертольоту (*puc. 8.1.12*):

в азимуті ψ = 90° обмежуються максимальні оберти НГ через досягнення колової швидкості на кінцях лопатей критичного числа Маха (*M<sub>кp</sub>*) і виникнення хвильового опору (зона хвильового зриву).



*Рис. 8.1.12. Схема обтікання лопатей НГ на режимах горизонтального польоту* 

- в азимуті ψ = 270° обмежується максимальна швидкість горизонтального польоту через досягнення кута атаки лопаті НГ на кінці лопаті критичного значення (α<sub>кр</sub>) і більше, що викликає зривне обтікання кінців лопатей (зона зривного обтікання).
- в азимуті ψ = 270° обмежується максимальна швидкість горизонтального польоту через те, що біля кореневого перерізу лопаті відбувається їх зворотне обтікання, при цьому результуюча повітряної швидкості набігає на хвостову частину профілю лопаті і дана область не створює підйомної сили (зона зворотного обтікання).

# 2.8.1.2.5. Критичні режими обтікання лопатей несучого гвинта вертольоту

# 2.8.1.2.5.1. Поняття про критичні явища при обтіканні лопатей НГ

На сучасному етапі розвитку вертольотобудування можливі досягнення граничних значень швидкостей польоту і високих маневрених характеристик, які обмежені розвитком критичних явищ, що виникають на лопатях *НГ*, а саме:

- проявом ефекту стисливості повітря на кінцевих ділянках наступаючої лопаті в азимуті \u03c6 = 90<sup>0</sup>, який характеризується навколозвуковими обтіканнями кінцевих перерізів лопаті і розвитком «хвильової кризи»;
- виникненням «зони зворотного обтікання» і зривом потоку на відступаючій лопаті в азимутах ψ = (230<sup>0</sup> ... 300<sup>0</sup>) на площі НГ, що омітається.

Особливості руху лопатей *НГ* по азимутам і їх взаємодія з набігаючим повітряним потоком приводять до утворення трьох характерних критичних зон (*puc.* 8.1.13).



Рис. 8.1.13. Зони критичних режимів обтікання лопатей НГ

## 2.8.1.2.5.2. Характеристика зон критичних режимів обтікання НГ

Зона 1 – це зона, де швидкість обтікання кінцевих перерізів наступаючої лопаті в азимуті  $\psi = 90^{0}$  досягає швидкості звуку і, отже, в цих перерізах виникає *хвильова криза*. Сумарний лобовий опір лопатей різко зростає за рахунок появи *хвильового опору*, що викликає підвищену тряску лопатей і обмежує частоту обертання *НГ*.

Зона 2 – це зона, в якій через махові рухи лопатей униз в азимуті  $\psi = 270^{\circ}$  відбувається збільшення кутів атаки кінцевих перерізів відступаючої лопаті. При цьому дійсні величини кутів атаки можуть перевищувати значення критичного кута атаки профілю лопаті. Зрив на верхній поверхні профілю лопаті, що виникає при цьому, різко знижує тягу і збільшує опір лопаті *НГ*, що обмежує максимальну швидкість горизонтального польоту.

Зона 3 – це зона, в якій в результаті складання колової швидкості лопатей  $H\Gamma$  і поступальної швидкості вертольо в кореневих перерізах відступаючої лопаті  $H\Gamma$  в азимуті  $\psi = 270^{\circ}$  спостерігається обтікання профілю лопаті з хвостової частини. При цьому утворюється зрив потоку, внаслідок чого підйомна сила цих перерізів лопаті різко зменшується, а опір збільшується. Розміри «*зони зворотного обтікання*» збільшуються зі збільшенням поступальної швидкості польоту або зі зменшенням кутової швидкості обертання  $H\Gamma$ , що обмежує максимальну швидкість горизонтального польоту.

Таким чином, наявність зон критичних режимів обтікання лопатей НГ істотно обмежує швидкість польоту і частоту обертання НГ вертольоту.

# 2.8.1.2.5.3. Шляхи зниження впливу критичних режимів обтікання НГ на ефективність його роботи

Для збільшення швидкості польоту сучасних вертольотів і усунення шкідливих наслідків від хвильового опору на наступаючій лопаті *НГ* застосовуються різні види конструктивних рішень:

- застосування надзвукових профілів на кінцевих перерізах лопаті НГ, що мають велике значення критичного числа Маха і оптимальні моментні характеристики на навколозвукових колових швидкостях лопатей НГ;
- використання аеродинамічних профілів змінної відносної товщини по довжині лопаті (аеродинамічна крутка);
- установка на лопатях НГ закінцівок різної геометричної форми в плані.

Зменшення «зони зворотного обтікання» можливе завдяки застосуванню високонесучих профілів із відносною товщиною профілю C = 0,14 ... 0,18, що мають високі значення критичних кутів атаки в діапазоні чисел Маха  $(M = 0, 3 \dots 0, 5)$ .

*Таким чином*, при проектуванні *НГ* сучасних вертольотів конструктори змушені приймати компромісні рішення при виборі частоти обертання *НГ*:

- з одного боку, зменшувати частоту обертання НГ, що дозволить зменшити число Маха на кінцях лопатей в азимуті 90<sup>0</sup>, а значить зменшити хвильовий onip;
- з іншого боку, збільшувати частоту обертання НГ, що дозволить зменшити «зону зворотного обтікання» на НГ в азимуті 270°.

Найбільший інтерес викликає дослідження з вибору оптимального набору профілів і крутки по радіусу лопаті  $H\Gamma$ , а також раціональної геометрії її кінцевої частини, за рахунок якої можливо істотно поліпшити аеродинамічні характеристики  $H\Gamma$ . У роботах Ю. М. Ігнаткіна і С. Г. Константинова наведені результати розрахунків впливу геометрії кінцевої частини лопаті  $H\Gamma$  на їх аеродинамічні характеристики. Всі розрахункові моделі лопаті складаються з прямокутного в плані відсіку і прилеглих до нього закінцівок різної геометричної форми в плані: прямокутної, трапецієподібної, стрілоподібної і гіперболічної (*рис. 8.1.14*).



Рис. 8.1.14. Розрахункові моделі різної форми в плані закінцівок лопатей НГ

Результати розрахунку аеродинамічних характеристик кінцівок при кутах атаки  $\alpha = -2 \dots 24^{0}$ , зокрема при числах Рейнольдса  $Re = 3,15*10^{5}$  і числі Маха M = 0,9 подані на *рис.* 8.1.15 ... 8.1.17.

З представлених графіків (*puc* 8.1.15 ... 8.1.17) випливає, що кінцівка прямокутної форми № 1 має найменше значення коефіцієнта підйомної сили і найбільший опір. Трапецієподібна форма № 2 має більше значення коефіцієнта підйомної сили і менший опір порівняно з прямокутною кінцівкою, яке обумовлено її звуженням і великим подовженням.

Стрілоподібна кінцівка № 3 має менший опір порівняно з трапецієподібною закінцівкою, що обумовлено не тільки фактором звуження, а й стрілоподібністю по передній кромці. Найменший опір має гіперболічна кінцівка № 4.



Рис. 8.1.15. Графік залежності  $C_{ya} = f(\alpha)$ 



Рис. 8.1.16. Графік залежності  $C_{ya} = f(C_{xa})$ 



Рис. 8.1.17. Графік залежності  $C_{ya} = f(m_{za})$ 

На *рис.* 8.1.18 подані результати зміни коефіцієнтів опору кінцівок від числа Маха  $C_{xa} = f(M)$  при  $C_{ya} = 0$  в діапазоні чисел Маха  $M = 0,5 \dots 1,1$ .



Рис. 8.1.18. Графік залежності  $C_{xa} = f(M)$ 

З наведених графіків випливає, що на кінцівках прямокутної і трапецієподібної форми в плані критичне число Маха  $M_{\kappa p} = 0,75$ . Збільшення кута стрілоподібних закінцівок по передній кромці дозволяє збільшити критичне число Маха до  $M_{\kappa p} = 0,85$ .

Результати проведених досліджень показали, що застосування стрілоподібних і гіперболічних закінцівок на лопатях *НГ* дозволяють на великих швидкостях польоту зменшити хвильовий опір на кінцях наступаючих лопатей і зменшити енергетичні витрати на привід несучого гвинта вертольоту.

## **2.8.2.** Поняття про основні теорії моделювання НГ вертольоту для розрахунку його кінематичних параметрів

## 2.8.2.1. Загальні поняття про імпульсну і вихрову теорії розрахунку тяги

#### 2.8.2.1.1. Поняття про імпульсну теорію розрахунку тяги НГ

Імпульсна теорія розрахунку *НГ* була розроблена в 1910 – 1913 р.р. вченим М. Є. Жуковським і потім розвинена і застосована на практиці його учнями Б. М. Юр'євим і Г. Х. Собяніним.

Відповідно до цієї теорії аеродинамічні сили, що діють на несучий гвинт, і споживана ними потужність визначаються на основі застосування загальних теорем механіки до повітряного потоку, що обтікає несучий гвинт.

В основі теорії лежить поняття «*ідеального гвинта*», сила тяги якого рівномірно розподілена по площині обертання *НГ*. Повітря вважається ідеальною рідиною і при цьому допускається, що струмінь, створюваний несучим гвинтом, не змішується з навколишнім повітрям, а витрати потужності на тертя лопатей об повітря, завихрення і закручування струменя відсутні. Ідеальний гвинт розглядається як активний диск, що складається з нескінченної кількості лопатей і взаємодіє з оточуючим його повітрям. Фізична сутність теорії полягає в тому, що, обертаючись, ідеальний гвинт відкидає повітря з певною швидкістю за межі площини обертання *НГ*. На місце відкинутого повітря з навколишнього повітряного середовища підсмоктується нова незбурена маса повітря.

**Таким чином, перед НГ утворюється зона розрідження (***nidcmokmy*вання), а за НГ – **зона підтискування** (відкидання), що призводить до утворення повітряного потоку, який протікає через площину НГ.

Основними кінематичними параметрами повітряного потоку є:

- швидкість повітряного потоку;

– зміна тиску в площині обертання і в струмені НГ.

Швидкість повітряного потоку, створювана  $H\Gamma$  в площині обертання гвинта, називається *індуктивною швидкістю* (*v<sub>i</sub>*). При цьому вводиться обмеження, що індуктивна швидкість по всій поверхні *площини обертання*  $H\Gamma$  вважається умовно постійною. Несучий гвинт, підсмоктуючи і відкидаючи повітря, змінює кількість його руху і кінетичну енергію, а сила реакції повітряного струменя являє собою силу тяги  $H\Gamma$ .

## 2.8.2.1.2. Поняття про вихрову теорію розрахунку тяги НГ

Вихрова теорія була створена вченим М. Є. Жуковським в 1912–1918 р.р. Вагомий внесок у розвиток теорії зробили учні Жуковського: В. Е. Баскін, С. М. Білоцерківський, Л. С. Вільдгрубе, Е. С. Вождаєв, Г. І. Майкапар, М. Н. Тищенко, В. І. Шайдаков, Б. Н. Локтєв та інші.

Згідно з вихровою теорією кожна лопать НГ моделюється вихровою системою, що складається з приєднаних (*nidkobonodiбнux*) вихорів і вільних вихорів, що утворюють за лопаттю вихровий слід (*puc. 8.2.1*).

На підставі теореми Стокса приєднані вихори мають таку ж циркуляцію швидкості по замкненому контуру, як і реальна несуча поверхня, що обтікається повітряним потоком і знаходиться під певним кутом атаки до набігаючого повітряного потоку.



Рис. 8.2.1. Розрахункова схема вихрової системи лопаті

Зміна циркуляції приєднаних вихорів по радіусу лопаті супроводжується утворенням поздовжніх вихорів, які моделюють вихрову пелену. У польоті сходять із лопатей вільні вихори і йдуть від  $H\Gamma$  вниз і назад із різними швидкостями, і таким чином утворюється складна за формою вихрова пелена, яка сходить із лопатей  $H\Gamma$ , і сильно деформується під впливом вільних вихорів.

На деякій відстані від лопатей уся вільна вихрова пелена згортається в один вихровий шнур. Циркуляція сходить із кінців лопатей вихровими шнурами прямо пропорційна навантаженню на площину обертання і обернено пропорційна числу лопатей і частоті обертання *НГ* (*puc. 8.2.2*).

На режимах вісьового обтікання вихрова пелена від *НГ* поширюється вниз у вигляді колонки вихрових шнурів спіралеподібної форми, які ніби намотані на бічну поверхню циліндра (*puc. 8.2.2, a*).

При переході з режиму вісьового обтікання до режиму косого обтікання *НГ* вихрова пелена скошується і відхиляється назад у напрямку вектору швидкості потоку, що набігає. Всередині вихрової колонки, поблизу її вісі, зосереджуються вихрові шнури, що сходять із кореневих перерізів лопатей, циркуляція яких протилежна, за обертанням, кінцевим вихровим шнурам (*рис. 8.2.2, б*)

Вихрова теорія *НГ* дозволяє вирішити дві основні аеродинамічні задачі *НГ* вертольоту:

– розраховувати поле індуктивних швидкостей, створюваних лопатями НГ в площині його обертання і в навколишньому незбуреному просторі;

– визначати індуктивний взаємовплив лопатей НГ одну на іншу і вплив НГ на лопаті РГ.



Рис. 8.2.2. Схема вихрової системи НГ на режимах висіння і горизонтального польоту

# 2.8.2.1.3. Визначення кінематичних параметрів і тяги НГ на різних режимах роботи НГ

### 2.8.2.1.3.1. Режим висіння НГ

На режимі висіння повітря підсмоктується *НГ* з усіх боків навколишнього середовища, а під несучим гвинтом утворюється стійкий повітряний потік (*puc.* 8.2.3).

Розглянемо три характерні перерізи повітряного потоку, що створюється *НГ*:

- *neped HГ nepepi*3 **«0-0»;** 

- в площині обертання НГ, перерізах «1-1» і «2-2»;

– за НГ переріз «**3-3**».

Швидкість протікання повітря до перерізу «0-0» дуже мала, а між перерізами «1-1» і «2-2» в площині обертання *НГ* виникає індуктивна швидкість підсмоктування повітря. На підставі другого закону механіки зміна кількості руху повітря  $m(v_2 - v_1)$  в перерізі «3-3» дорівнює секундному імпульсу сили T\*t прикладеного до маси повітря з боку *НГ*, при цьому  $v_1 = 0$ , а t = 1c:

$$T \cdot t = m(v_2 - v_1) = m(v_2 - 0),$$
 (2.8.10)

де:

t – час імпульсу, с;

 $m = \rho \cdot S_{HB} \cdot v_1$  – секундна маса повітря протікає через *НГ*, кг;

*v*<sub>1</sub>- індуктивна швидкість підсмоктування повітря в площині обертання «*1-1*», м/с;

V<sub>2</sub>-індуктивна швидкість відкидання повітря НГ в перерізі «3-3».

Сила тяги НГ прикладена до повітря, розганяє його до індуктивної швидкості  $V_1$ , і при цьому виконує роботу по формуванню струменя за  $H\Gamma$ :  $A = T \cdot v_1$ , це викликає зміну кінетичної енергії секундної маси повітря, що проходить через  $H\Gamma$ :



$$\Delta \boldsymbol{E} = \frac{1}{2}\boldsymbol{m}\boldsymbol{v}_2^2 \quad \text{так як } \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{T}$$

Рис. 8.2.3. Схема протікання повітря через несучий гвинт

Якщо підставити у вираз замість маси її складові, то отримаємо:

$$\Delta \boldsymbol{E} = \frac{1}{2} \boldsymbol{T} \cdot \boldsymbol{v}_2$$

Так як виконана робота викликає зміну кінетичної енергії, що проходить через *НГ* потоку повітря  $(A = \Delta E)$ ,то:  $T \cdot v_1 = \frac{1}{2}T \cdot v_2$ , звідси випливає, що  $v_2 = 2v_1$ .

*Таким чином*, на величину тяги *НГ* впливає індуктивная швидкість, і її розмір можна визначити за формулою:

$$\boldsymbol{T} = \rho \boldsymbol{v}_1 \boldsymbol{v}_2 \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{H}\boldsymbol{B}} = 2\rho \boldsymbol{v}_1^2 \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{H}\boldsymbol{B}}.$$
 (2.8.11)

**Фізична сумність рівняння**: індуктивна швидкість відкидання несучим гвинтом повітря в перерізі «3-3» в 2 рази більше індуктивної швидкості підсмоктування його в площині обертання  $H\Gamma$  в перерізі «1-1». Практично подвоєння індуктивної швидкості відбувається на відстані під площиною обертання  $H\Gamma$ , рівному його радіусу **(***R***)**.

Визначимо перепад тиску в повітряному струмені по перерізах «*0-0*», «*1-1*», «*2-2*» і «*3-3*», введемо деякі обмеження і допущення:

– тиск повітря в розглянутому об'ємі дорівнює атмосферному;

- швидкість повітря перед гвинтом дорівнює «О».

Запишемо рівняння Бернуллі по перерізах:

- по перерізу «*1-1*»: 
$$p_0 + 0 = p_{1-1} + \frac{\rho v_1^2}{2};$$
  
- по перерізу «*2-2*»:  $p_0 + \frac{\rho v_2^2}{2} = p_{2-2} + \frac{\rho v_1^2}{2};$ 

Віднімаючи з 2-го рівняння 1-ше, отримаємо величину перепаду тиску:

$$\Delta \boldsymbol{p}_{HB} = \boldsymbol{p}_{2-2} - \boldsymbol{p}_{1-1} = 4 \cdot \frac{1}{2} \rho \boldsymbol{v}_1^2 = 2\rho \boldsymbol{v}_1^2$$
(2.8.12)

## Таким чином, повний перепад тиску на НГ дорівнює чотирьом швидкісним напорам індуктивної швидкості в площині обертання НГ.

Порівняно з атмосферним тиском незбуреного середовища перепад тиску на *НГ* становить:

$$\Delta \boldsymbol{p}_{0} = \boldsymbol{p}_{2-2} - \boldsymbol{p}_{0} = 3 \cdot \frac{1}{2} \rho \boldsymbol{v}_{1}^{2} = \frac{3}{2} \rho \boldsymbol{v}_{1}^{2}$$
(2.8.13)

Таким чином, надлишковий тиск за НГ на режимі висіння дорівнює трьом швидкісним напорам індуктивної швидкості в площині обертання НГ.

З формули тяги НГ можна визначити величину індуктивної швидкості:

$$\boldsymbol{T} = 2\rho \boldsymbol{v}_1^2 \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{H}\boldsymbol{B}} \Longrightarrow \boldsymbol{v}_1 = \sqrt{\frac{\boldsymbol{T}}{2\rho \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{H}\boldsymbol{B}}}}.$$
(2.8.14)

Якщо визначити відношення тяги *НГ* до площини обертання *НГ* через питоме навантаження на площину обертання *НГ*, то формула індуктивної швидкості буде мати вигляд:

$$\mathbf{v}_1 = \sqrt{\frac{\mathbf{p}}{2\rho}}, \qquad (2.8.15)$$

де:

 $p = \frac{T}{F_{HB}}$ , Па – питоме навантаження на площину обертання *НГ*.

Таким чином, при збільшенні маси вертольоту, зберігаючи незмінною площину обертання НГ (*F<sub>HB</sub>*), зростає питоме навантаження на площу НГ, яка омітається, що викликає збільшення необхідних індуктивних швидкостей потоку на НГ на режимі висіння.

Так, у вітчизняних вертольотів індуктивна швидкість за типами вертольотів становить:

 $Mi - 2 \rightarrow v_1 = 10 M/c$ ;  $Mi - 8 \rightarrow v_1 = 12 M/c$ ;  $Mi - 26 \rightarrow v_1 = 16 M/c$ .

*Тому*, з огляду на співвідношення  $v_2 = 2v_1$ , під важкими вертольотами на режимах висіння і вертикальних злітно-посадкових режимах створюється потужний струмінь повітряного потоку, який може здійснювати руйнівний вплив на підстилаючу поверхню на землі під вертольотом.

#### 2.8.2.1.3.2. Режим вісьового обтікання при вертикальних переміщеннях

На цих режимах має місце переміщення повітряного потоку увздовж вісі обертання  $H\Gamma$  вгору або вниз, тобто виникає вертикальна швидкість повітряного потоку  $\pm V_y$ .

Порівняно з режимом висіння швидкість і кількість руху повітря, що проходить через *НГ*, змінюються, і тому формула роботи *НГ* має вигляд:

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{T} \left( \boldsymbol{v}_1 \pm \boldsymbol{V}_y \right). \tag{2.8.16}$$

Формула кінетичної енергії так само змінюється і має вигляд:

$$\boldsymbol{E} = \frac{1}{2}\boldsymbol{m} \cdot \left(\boldsymbol{V}_{2}^{2} - \boldsymbol{V}_{y}^{2}\right) = \frac{1}{2}\boldsymbol{m} \cdot \left(\boldsymbol{V}_{2} + \boldsymbol{V}_{y}\right) \cdot \left(\boldsymbol{V}_{2} - \boldsymbol{V}_{y}\right)$$

де:

 $V_2 = v_2 + V_y - сумарна$  швидкість відкидаємого повітря *НГ*.

Закономірность  $v_2 = 2v_1$  для режиму висіння зберігається і для режиму вісьового переміщення повітряного потоку уздовж вісі обертання *НГ*.

Секундна маса повітря, що протікає через *НГ*, дорівнює:  $\boldsymbol{m} = \rho \boldsymbol{F}_{HB} \left( \boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{V}_y \right)$ , тоді приймемо, що  $\boldsymbol{v}_1 \approx \boldsymbol{v}_i; \boldsymbol{T} = 2\rho \cdot \boldsymbol{F}_{HB} \cdot \left( \boldsymbol{v}_i + \boldsymbol{V}_y \right) \cdot \boldsymbol{v}_i$ .

Замінимо тягу *НГ* питомим навантаженням (*p*) і після перетворення отримаємо рівняння для визначення величини індуктивної швидкості на режимах вертикального переміщення. Через те що рівняння індуктивної швидкості буде квадратичним, корінь вирішення цього рівняння дорівнює:

$$\mathbf{v}_{i} = -\frac{1}{2}\mathbf{V}_{y} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\mathbf{V}_{y}^{2} + \frac{2p}{\rho}}.$$
(2.8.17)

Розглянемо фізичну сутність зміни індуктивної швидкості потоку на режимах вертикального вісьового переміщення *НГ*.

На режимі вертикального підйому вертольота індуктивна швидкість потоку зменшується, а на режимах вертикального зниження – збільшується.

Фізична сутність процесів вертикальних переміщень НГ:

- 1) при вертикальному підйомі НГ секундна маса повітря, що проходить через НГ вертольота, зростає, тому для створення потрібної сили тяги НГ потрібна менша робота прокачування повітря через НГ, тобто індуктивна швидкість потоку **v**<sub>i</sub> **зменшується;**
- при вертикальному зниженні НГ відкидуваний НГ повітряний струмінь спрямований назустріч набігаючому повітряному потоку знизу, що вимагає виконання додаткової роботи на прокачування через НГ маси повітря, а значить збільшення індуктивної швидкості потоку v<sub>i</sub>.

Збільшення питомого навантаження на площу, що омітається, (*p*) викликає відповідне збільшення індуктивної швидкості *v<sub>i</sub>*.

Режими роботи НГ при вертикальному зниженні умовно поділяються на три окремі види:

1. При вертикальному зниженні НГ на режимі зі швидкістю  $(v_i = -V_y)$ , результуюча швидкість протікання повітря через НГ дорівнює «0»  $(V_{CH} = v_i - V_y = 0)$ . Такий режим обтікання НГ має назву режима «*ideaльного* самооберташия», який можливий при енергійному вертикальному зниженні вертольота з вимкненими двигунами.

2. При вертикальному зниженні НГ на режимах зі швидкістю  $(v_i < -V_y)$ , тобто повітряний потік протікає через площину обертання НГ знизу – вгору. В цьому випадку НГ працює в режимі вітряка, без витрат потужності двигунів. Потужність на обертання НГ відбирається від повітряного потоку. Вертоліт на таких режимах не експлуатується.

3. При вертикальному зниженні НГ на режимах зі швидкістю  $(v_i > -V_y)$ , тобто маса відкидуваного повітряного потоку з індуктивною швидкістю  $v_i$  дорівнює масі засмоктуваної зверху маси повітря і при цьому не створюється повітряний струмінь від  $H\Gamma$ , тому що він руйнується набігаючим повітряним потоком знизу і тяга  $H\Gamma$  не виникає (*puc. 8.2.4*).

При зниженні вертольоту з працюючими двигунами з малою поступальною швидкістю і великою вертикальною швидкістю (*рівній індуктивній швид-кості відкидання*) під *НГ* зустрічаються два потоки – індуктивний потік зверху і потік, що набігає знизу. На деякій відстані від *НГ* утворюється поверхня розділу (*рис. 8.2.4 ... 8.2.6*), в якій ці швидкості зрівнюються, а загальна швидкість дорівнює нулю. При збільшенні вертикальної швидкості ця поверхня розділу наближається до *НГ*.

У цьому випадку теорема про кількість руху протікаючого через  $H\Gamma$  повітря не працює.

Вертоліт ніби провалюється в повітряну яму, зниження стає некерованим і настає режим *вихрового кільця*, при якому маса повітряного струменя за *НГ* включається у вихровий рух, перетікає через кінці лопатей з-під площини обертання *НГ* на її верхню поверхню і потім знову засмоктується *НГ*.



Рис. 8.2.4. Схема режиму вихрового кільця

Такий режим може наступати при вертикальній швидкості зниження  $V_y = -(0, 5...1, 8) \cdot v_i$ . При попаданні *НГ* в режим вихрового кільця пілоту необхідно вжити енергійних заходів щодо переведення вертольоту на планування з деякою поступальною швидкістю V, в результаті чого *НГ* перейде на режим косого обтікання.



Рис. 8.2.5. Схема обтікання НГ при вертикальному зниженні



Рис. 8.2.6. Схема зон виникнення вихрового кільця НГ при вертикальному зниженні

# 2.8.2.1.3.3. Режим косого обтікання НГ

Режим косого обтікання характеризується тим, що повітряний потік набігає на *НГ* під деяким кутом до вісі його обертання. *НГ* створює повітряний потік, орієнтований по вектору швидкості набігаючого незбуреного потоку (*puc. 8.2.7*).


Рис. 8.2.7. Схема косого обтікання НГ

Секундна маса повітря, що протікає через НГ, дорівнює:

$$\boldsymbol{m} = \boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{H}\boldsymbol{B}} \cdot \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{\Sigma}} \tag{2.8.18}$$

Швидкість повітряного потоку при косому обтіканні ( $V_{\Sigma}$ ) – це результуюча швидкість повітряного потоку, відхиленого несучим гвинтом при взаемодії з індуктивною швидкістю  $V_{\Sigma} = V_1 + v_i$ .

Розглянемо три характерні розрахункові перерізи повітряного потоку:

- neped  $H\Gamma \rightarrow$  nepepis «0-0»;
- в площині  $H\Gamma \rightarrow nepepis \ll 1-1 \gg;$
- позаду  $H\Gamma \rightarrow$  **переріз** «2-2».

Введемо припущення:

$$V_0 \approx V_{\infty}; V_1 = \sqrt{V_{\infty}^2 + v_1^2}; V_2 = \sqrt{V_{\infty}^2 + v_2^2}$$

Згідно з теоремою про кількість руху запишемо:

$$\boldsymbol{T}\cdot\boldsymbol{t}=\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{v}_{2}$$

Зміна кінетичної енергії маси повітря в перерізі струменя дорівнює:

$$\Delta \boldsymbol{E} = \frac{1}{2} \boldsymbol{m} \cdot \left( \boldsymbol{V}_2^2 + \boldsymbol{v}_2^2 - \boldsymbol{V}_0^2 \right)$$

При цьому НГ для створення необхідної тяги виконує роботу:

$$A = T \cdot v_i$$

Підставивши рівняння роботи в рівняння кінетичної енергії і виконавши необхідні перетворення, отримаємо:

$$\boldsymbol{v}_2 = 2\boldsymbol{v}_1$$

Після виконання відповідних перетворень отримаємо рівняння для визначення тяги *НГ* на режимі косого обтікання:

$$\boldsymbol{T} = 2\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{F}_{HB} \cdot \boldsymbol{V}_{\Sigma} \cdot \boldsymbol{v}_{i}, \qquad (2.8.19)$$

звідси індуктивна швидкість дорівнює:

$$\boldsymbol{v}_{i} = \frac{\boldsymbol{T}}{2\rho \cdot \boldsymbol{F}_{HB} \cdot \boldsymbol{V}_{\Sigma}} = \frac{\boldsymbol{p}}{2\rho \cdot \boldsymbol{V}_{\Sigma}}$$
(2.8.20)

З формули випливає, що при збільшенні швидкості польоту індуктивна швидкість зменшується, тому що скорочується час взаємодії  $H\Gamma$  із заданим об'ємом прокачуємого через нього повітря (*puc. 8.2.8*).



*Рис.* 8.2.8. Графік залежності  $v_i = f(V_{\Sigma})$ 

Практичний інтерес представляє політ вертольота з горизонтальною швидкістю, що набагато перевищує індуктивну швидкість  $V_{\Sigma} >> v_i$ , тоді:

$$\boldsymbol{v}_i = \frac{\boldsymbol{p}}{2\boldsymbol{\rho} \cdot \boldsymbol{V}_{\Sigma}} \tag{2.8.21}$$

Таким чином, подвоєння індуктивної швидкості в площині обертання niд НГ є основою імпульсної теорії створення тяги НГ для всіх режимів обтікання.

### 2.8.2.2. Визначення індуктивних швидкостей по вихровій теорії 2.8.2.2.1. Методи і види вихрової теорії

Існує декілька методичних підходів до розрахунку поля індуктивних швидкостей, створюваних лопатями *НГ* по вихровій теорії.

#### 1. Лопатева вихрова теорія

Відповідно до цієї теорії кожна лопать розглядається окремо від інших і характеризується своєю індивідуальною вихровою системою, що являє собою сукупність приєднаних підковоподібних вихорів, які моделюють лопать, і вільну вихрову пелену.

#### 2. Дискова вихрова теорія

Відповідно до цієї теорії лопаті *НГ* замінюються активним диском із загальною для всього несучого гвинта вихровою системою.

При цьому кожна вихрова теорія може бути:

— нелінійною;

– квазілінійною;

– лінійною.

## а) Нелінійна теорія

У даній теорії форма вільної вихрової пелени, розподіл на ній циркуляції і поле індуктивних швидкостей визначаються при одночасному спільному розв'язуванні задачі з розрахунком підйомної сили лопаті. Нелінійна вихрова теорія найбільш універсальна і застосовується при розрахунку поля індуктивних швидкостей на малих швидкостях польоту і на перехідних режимах польоту вертольота за допомогою *EOM*.

# б) Лінійна теорія

У даній теорії впливом індуктивних швидкостей на рух вільних вихорів нехтують, тобто вважається, що вільна вихрова пелена зноситься від  $H\Gamma$  з постійною швидкістю, яка дорівнює середньому значенню швидкості протікання через  $H\Gamma$  повітряного потоку. Лінійна теорія застосовується при розрахунку режимів роботи  $H\Gamma$  на великих швидкостях польоту вертольота.

# в) Квазілінійна вихрова теорія

У даній теорії вводиться припущення, що вільні вихори рухаються в однорідному повітряному потоці, швидкість якого приймається рівною сумі швидкостей незбуреного потоку і середньої, по *площині обертання НГ*, індуктивної швидкості. Дана теорія дозволяє дещо простіше, ніж при нелінійній теорії, визначати поле індуктивних швидкостей на режимах малих швидкостей ГП вертольоту.

У лінійній і квазілінійній вихрових теоріях форма і положення вихрової пелени за *НГ* вважаються заздалегідь відомими і задаються.

При розрахунку аеродинамічних характеристик лопатей *НГ* по вихровій теорії використовується гіпотеза стаціонарності, при якій вплив вихорів, що примикають до лопаті, не враховується.

Індуктивну швидкість можна визначити використовуючи гіпотезу Глауерта:

$$\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{v}_0 \left( 1 + \boldsymbol{I} \cdot \boldsymbol{r} \cdot \cos \psi \right). \tag{2.8.22}$$

де:

 $v_0$  – середня по площині обертання *НГ* індуктивна швидкість, яка визначається за імпульсною теорією *НГ*, м/с;

*I* – коефіцієнт індукції, який залежить від кута атаки ( $\alpha_{HB}$ ) і швид-кості польоту вертольота.

При виконанні горизонтального польоту на граничних швидкостях коефіцієнт індукції приймається рівним *I* = *1*, тоді формулу індуктивної швидкості можна спростити:

$$\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{v}_0 \left( 1 + \boldsymbol{r} \cdot \cos \psi \right). \tag{2.8.23}$$

# 2.8.2.2.2. Індуктивний взаємовплив лопатей

Взаємовплив лопатей одну на іншу визначається на основі вихрової теорії. Лопаті *НГ* рухаються в потоці повітря, збуреному лопатями, що йдуть попереду. Основний вплив на аеродинамічні характеристики лопатей надають кінцеві вихрові шнури лопатей і результуючі вихрові шнури всього *НГ*. Кожен вихровий шнур навколо себе в незбуреному середовищі створює обертальний рух оточуючих його частинок повітря.

У вертольота середнього класу *Mi-8* циркуляція кінцевих вихорів, які сходять із лопатей, дорівнює  $J(l) = 20 \ m/c^2$ , радіус вихору дорівнює  $r = 0,05 \ m$ , у вертольота важкого класу *Mi-6* циркуляція кінцевих вихорів, що сходять із лопаті, дорівнює  $J(l) = 35 \ m/c^2$ , радіус вихору дорівнює  $r = 0,1 \ m$ . При цьому на межі ядра вихору індукована вихором швидкість дорівнює  $V(l) = 39 \ m/c$ .

Обтікання ділянки лопаті повітряним потоком, збуреним лопатями, що йдуть попереду, викликає:

– збільшення профільного опору;

– зміни аеродинамічного навантаження в площині сили тяги;

– зміни аеродинамічного шарнірного моменту;

– зменшення критичного кута атаки;

– передчасний зрив потоку з верхньої поверхні профілю лопаті.

У результаті зближення і взаємодії лопатей *НГ* з кінцевими вихровими шнурами спостерігається:

– підвищений рівень динамічних напружень у лопатях;

– підвищений шум;

– підвищення змінних навантажень у системі управління НГ вертольота.

Повністю уникнути несприятливого взаємовпливу лопатей одна на одну неможливо, проте провідними вченими і науково-дослідними інститутами проводяться дослідні роботи зі зменшення впливу інтерференції лопатей одну на одну шляхом оптимізації частоти обертання *НГ*, форми закінцівок його лопатей, встановлення на кінцевих відсіках лопатей аеродинамічних перегородок для руйнування вихорів, що сходять із кінцевих частин лопатей.

# 2.8.3. Сили і моменти, що діють на елементи лопаті, і динаміка поведінки лопаті НГ

# 2.8.3.1. Сили і моменти, що діють на лопаті НГ 2.8.3.1.1. Елементарні сили і моменти, що діють на елементи

### лопаті

На елемент лопаті діють елементарні аеродинамічні сили і моменти. Елементарну підйомну силу лопаті (dT) і елементарну силу лобового опору (dQ) елемента лопаті можна визначити за формулами:

$$dT(dY) = C_{Y} \cdot \rho \cdot U_{x}^{2} \cdot b \cdot \frac{dr}{2}; dQ(dX) = \cdot \rho \cdot U_{x} \cdot b \cdot (C_{X} \cdot U_{x} - C_{Y} \cdot U_{y}) \frac{dr}{2};$$
(2.8.24)

Елементарний момент опору обертання:  $dM_x = dQ \cdot r$ .

На лопать діє елементарний шарнірний момент, який прагне скручувати лопать щодо її поздовжньої вісі і в довільному перерізі лопаті на радіусі ( $r_i$ ) дорівнює сумі елементарних моментів від аеродинамічних сил, інерційних сил і конструктивних елементів лопаті (*рис. 8.3.1*):



Рис. 8.3.1. Схема сил і моментів, що діють на елемент лопаті

$$dM_{uu} = dM_{uu,a} + dM_{uu,a} + dM_{uu,u} + dM_{uu,n} + dM_{uu,yn} + dM_{uu,yn}$$

де:

 $dM_{u.a} = dY \cdot x_a$  – шарнірний аеродинамічний момент, який обумовлений кривизною профілю лопаті, а також розбіжністю *ц.ж* і *ц.т* по хорді перерізів лопаті, внаслідок чого елементарна підйомна сила dY, прикладена в *ц.т.*, створює на плечі  $x_a$  до *ц.ж* момент, що скручує лопать;

*dM<sub>ш.з</sub>* – шарнірний *аеродинамічний момент* від закрилків, який виникає при відхиленні тримерної пластини лопаті НГ (*аналогічно закрилкам крила*);

 $dM_{u.u}$  – шарнірний *інерційний момент*, обумовлений розбіжністю *ц.ж* і *ц.т* по хорді перерізів лопаті, внаслідок чого елементарна інерційна сила dP, прикладена в *ц.м.*, створює на плечі  $x_u$  до *ц.ж* момент, що скручує лопать:

$$dM_{u.u} = dP \cdot x_u, \qquad (2.8.25)$$

де:

**dP** – елементарна інерційна сила, Н;

 $x_i$  – інерційне плече, м;

*dM<sub>ш.n</sub>* – шарнірний «*пропелерний*» момент, обумовлений дією поперечних складових відцентрових сил, що виникають при хитанні лопаті в площині обертання *НГ* щодо *ВШ*;

 $dM_{u.np}$  — шарнірний *пружний момент*, обумовлений пружними згинальними деформаціями лопаті, який створюється елементарною силою  $dF_x$ , що діє в площині обертання *НГ* на плечі (*y*) прогину елемента лопаті в площині тяги, і силою  $dF_y$ , що діє в площині тяги *НГ* на плечі (*x*) прогину елемента лопаті в площині обертання;

*dM<sub>ш.mp</sub>* – шарнірний *момент, обумовлений силами тертя* при повороті лопаті у вісьовому шарнірі.

#### 2.8.3.2. Сумарні сили і моменти, що діють на лопать

Сумарні сили і моменти, що діють на лопать, являють собою періодичні функції азимутального кута ( $\Psi_n$ ) на режимах поступального польоту.

$$\boldsymbol{T}_{n} = \boldsymbol{T}_{0} + \boldsymbol{T}_{1} \sin\left(\boldsymbol{\psi}_{n} + \boldsymbol{\varepsilon}_{T_{1}}\right) + \boldsymbol{T}_{2} \sin\left(2\boldsymbol{\psi}_{n} + \boldsymbol{\varepsilon}_{T_{2}}\right) + \dots$$
$$\boldsymbol{Q}_{n} = \boldsymbol{Q}_{0} + \boldsymbol{Q}_{1} \sin\left(\boldsymbol{\psi}_{n} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{Q}_{1}}\right) + \boldsymbol{Q}_{2} \sin\left(2\boldsymbol{\psi}_{n} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{Q}_{2}}\right) + \dots$$
$$\boldsymbol{M}_{\boldsymbol{u}\boldsymbol{u}\boldsymbol{n}} = \boldsymbol{M}_{0} + \boldsymbol{M}_{1} \sin\left(\boldsymbol{\psi}_{n} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{M}_{1}}\right) + \boldsymbol{M}_{2} \sin\left(2\boldsymbol{\psi}_{n} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{M}_{2}}\right) + \dots$$
(2.8.26)

Амплітуди сил і моментів, що входять у рівняння, а також кути зсуву фаз  $\varepsilon_{i,j}$  періодичної зміни сил і шарнірного моменту лопаті визначаються її аеродінамічними, геометричними, масовими тощо характеристиками, а також кінематичними параметрами режиму польоту вертольота.

*Таким чином*, сили і шарнірний момент, що діють на лопать, являють собою суми окремих гармонійних складових, кожна з яких змінюється з певною частотою, кратною частоті обертання *НГ*.

При цьому силами  $T_{\pi}$ ,  $Q_{\pi}$  утворюються сумарні сили і моменти  $H\Gamma$ , а шарнірними моментами  $M_{m,\pi}$  – зусилля в системі керування  $H\Gamma$  вертольота.

# 2.8.3.3. Динаміка лопаті в площині тяги НГ 2.8.3.3.1. Маховий рух лопаті в площині тяги

Маховий рух лопаті відносно  $\Gamma Ш$  визначається силами, що діють на довільний елемент лопаті довжиною dr і масою dm, розташованої на відстані  $r_i$  від вісі обертання  $H\Gamma$  (*puc. 8.3.2*).

Основними силами лопаті, що діють в площині тяги НГ, є:

-тяга лопаті –  $T_{_{\mathcal{I}}}$ ;

– відцентрова сила –  $dF_y = dm \cdot r \cdot \omega^2$  діє перпендикулярно конструктивній вісі обертання **HB**;

– сила інерції від помаху лопаті  $dP_{\beta} = -dm \cdot r \cdot \ddot{\beta}_{\pi}$  – спрямованої перпендикулярно вісі лопаті, протилежно прискоренню помаху лопаті  $r \ddot{\beta}_{\pi}$ ;

- сила тяжіння  $dG_n = dm \cdot g$  лопаті.



Рис. 8.3.2. Схема сил, що діють на лопать НГ

Через те що будь-який шарнір сприймає і передає лише сили, але не може передавати момент від сил, сума моментів усіх діючих на лопать щодо вісі *ГШ* дорівнює нулю.

$$\boldsymbol{M}_{\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}} = \int_{0}^{R} \left( \boldsymbol{d}\boldsymbol{T} - \boldsymbol{d}\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{\mu}} \cdot \boldsymbol{\beta}_{\boldsymbol{\mathcal{I}}} - \boldsymbol{d}\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{\beta}} - \boldsymbol{d}\boldsymbol{G}_{\boldsymbol{\mathcal{I}}} \right) \boldsymbol{r}\boldsymbol{d}\boldsymbol{r} = 0$$
(2.8.27)

У загальному випадку криволінійного руху вертольоту в просторі з кутовими швидкостями тангажу ( $\omega_z$ ) і крену ( $\omega_x$ ) рівняння махового руху лопаті матимуть вигляд:

$$\ddot{\beta}_{\pi} + \omega^2 \beta_{\pi} = \frac{1}{J_r} \int_0^R r dT - 2\omega \left( \omega_z \sin \psi_{\pi} + \omega_x \cos \psi_{\pi} \right), \qquad (2.8.28)$$

де:

$$J_r = \int_{0}^{R} dm \cdot r dr$$
 — момент інерції маси лопаті відносно вісі горизон-

тального шарніра.

Кути помаху  $\beta_{\pi}$  щодо ГШ кожної лопаті в певних азимутальних положеннях  $\Psi_{\pi}$  щодо площини обертання *НГ* однакові. Отже, маховий рух лопатей – циклічний, період циклу дорівнює часу одного повного оберту *НГ*. Тому залежність кута помаху лопатей від їх азимутального положення можна записати виразом (*puc. 8.3.3 і 8.3.4*):

$$\mathcal{B}_{\mathcal{I}} = \boldsymbol{a}_0 - \boldsymbol{a}_1 \cos \psi_{\mathcal{I}} - \boldsymbol{b}_1 \sin \psi_{\mathcal{I}}, \qquad (2.8.29)$$

де:

 $a_0$  – кут помаху лопаті на режимі висіння (кут конусності НГ), град ;

 $a_1$  – кут відхилення аеродинамічній вісі від конструктивної вісі обертання **НГ** у поздовжньому напрямку, кут помаху лопаті в азимуmax  $\psi = 180^{\circ}...0^{\circ}$ ;

 $b_1$  – кут відхилення аеродинамічної вісі від конструктивної вісі обертання **НГ** в поперечному напрямку, кут помаху лопаті в азимутах  $\psi = 90^{\circ}...270^{\circ}$ 



*Рис.* 8.3.3. Схема куту помаху лопаті на режимі висіння  $(a_0)$ 



Рис. 8.3.4. Схема завалів конуса обертання НГ по азимутам

Згідно з рівнянням зміни кута помаху по азимутам ( $\beta_a$ ) маховий рух лопатей по азимутам являє собою поверхню обертання лопатей по утворювальній кругового конуса, положення вісі  $OY_a$  якого визначається кутами  $a_1$  і  $b_1$ , віссю конуса обертання є аеродинамічна вісь *НГ*.

Позитивні напрямки кутів  $a_0$ ,  $a_1$  і  $b_1$  відповідають помахам лопатей вгору від конструкційної площини обертання  $H\Gamma$  (+ $a_0$ , відхилення вісі конуса назад (+ $a_1$  в азимут  $\psi = 0^0$  і в сторону випереджаючої лопаті (+ $b_{10}$  в азимуті  $\psi = 90^0$  (ліворуч).

Середній кут конусності  $H\Gamma - (a_0)$  пропорційний:

-масовій характеристиці лопаті  $\gamma_a = \frac{\rho b C_Y R^4}{2 J_r}$ , яка являє собою

співвідношення між аеродинамічними і масовими силами, що діють на лопать;

– загальному кроку НГ;

– вертикальній швидкості протікання повітряного потоку через НГ.

Коефіцієнти махового руху  $a_1$  і  $b_1$  вирівнюють аеродинамічну несиметрію обтікання  $H\Gamma$  на режимах  $\Gamma\Pi$  вертольота, завдяки чому момент тяги лопатей щодо  $\Gamma\Pi$  є постійним по азимуту.

Екстремальні кути помаху дорівнюють:

$$\beta_{\mathcal{J}.\mathcal{P}} = a_0 \pm \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \,. \tag{2.8.30}$$

На всіх експлуатаційних режимах польоту вертольота екстремальні кути помаху лопатей менше відповідних конструкційних обмежень, тобто зіткнення комлей лопатей з упорами ГШ втулки НГ не відбувається.

#### 2.8.3.3.2. Основні закономірності махового руху лопаті НГ

Зміна основних кінематичних параметрів наводиться для характерного перерізу r = 0,7 (*puc.* 8.3.5).

## 1. Характеристика кінематичних параметрів обтікання:

**1.1.** Зміна горизонтальної складової швидкості U<sub>x</sub> в площині обертання *НГ* по азимутам лопаті βл по азимутам.

**1.2.** Зміна вертикальної складової швидкості **U**<sub>v</sub> по азимутам.

**1.3.** Зміна кута атаки **а**л лопаті по азимутам.

## 2. Характеристика махового руху лопатей і завалу конуса НГ:

**2.1.** Змахуючі лопаті обертаються по утворюючій, котра утворює круговий конус, вісь якого на режимах ГП відхилена (*без урахування керуючого впливу*) назад і вбік – ліворуч щодо конструктивної вісі обертання *НГ*. Відхилення вісі конуса обертання *НГ* зростають зі збільшенням геометричних і кінематичних параметрів:

– кута атаки НГ;

– загального кроку НГ;

– швидкості польоту вертольоту.

**2.2.** Маховий рух лопаті відбувається в основному за першою гармонікою, кратною частоті обертання *НГ*;

**2.3.** Завдяки маховому руху збільшення швидкості обтікання перерізів лопаті супроводжуються зменшенням кутів атаки ( $\alpha_n$ ), а зменшення швидкості обтікання супроводжується збільшенням кута атаки лопаті, що сприяє вирівнюванню розміру тяги лопаті по азимутах.

**2.4.** Внаслідок махового руху кути атаки кінцевих перерізів відстаючих лопатей у районі азимута  $\psi_{\pi} = 270^{\circ}$  різко зростають аж до критичних значень ( $\alpha > \alpha_{\kappa p}$ ), що призводить до утворення зони зриву потоку з лопаті.

**2.5.** При збільшенні швидкості і висоти польоту маховий рух стає більш інтенсивним, що сприяє розширенню зони зриву в азимуті  $\psi_{\pi} = 270^{\circ}$ .

3. Збільшення частоти обертання НГ ( $\omega_{ne}$ ) сприяє зменшенню зони зриву потоку на кінцях відстаючих лопатей в азимуті  $\psi_{\pi} = 270^{\circ}$ , однак при цьому збільшення частоти обертання сприяють зростанню числа Маха  $M_{ri} = \frac{\omega R}{a}$ , виникненню надзвукових областей обтікання лопатей, що викликає появу хвильового опору на кінцях лопатей в азимуті  $\psi_{\pi} = 90^{\circ}$ .



Рис. 8.3.5. Схема зміни параметрів обтікання НГ по азимутам

*4. Шарнірні кріплення лопатей* не передають на втулку *НГ* і конструкцію вертольота згинальних моментів.

**5.** Коефіцієнти махового руху НГ з урахуванням компенсатора змаху дорівнюють:

$$\boldsymbol{a}_{1} = \frac{\boldsymbol{a}_{1,0} + \bar{\boldsymbol{k}}\boldsymbol{b}_{1,0}}{1 + \bar{\boldsymbol{k}}^{2}}; \, \boldsymbol{b}_{1} = \frac{\boldsymbol{b}_{1,0} - \bar{\boldsymbol{k}}\boldsymbol{a}_{1,0}}{1 + \bar{\boldsymbol{k}}^{2}}, \qquad (2.8.31)$$

де:

 $a_{1,0}$  і  $b_{1,0}$  – коефіцієнти махового руху *НГ* без компенсатора помаху;

 $\overline{k}$  – коефіцієнт компенсатора помаху  $\overline{(k} = 0, 4 \dots 0, 6)$ .

Компенсатор помаху зменшує амплітуду махового руху лопатей і аеродинамічну несиметрію *НГ* на режимах *ГП* вертольоту. Для створення рушійних і керуючих сил *НГ* наявність компенсатора помаху вимагає більшого відхилення органів управління.

#### 2.8.3.3.3. Динаміка лопаті в площині обертання НГ

Рух лопаті в площині обертання відносно **ВШ**, які характеризуються кутом коливання  $\zeta_{n}$ ), обумовлено дією зовнішніх сил:

- аеродинамічною силою лобового опору;

– поперечною силою від прискорень у площині коливання лопаті;

– коріолісовою силою (силою, яка виникає при еволюціях лопаті в просторі для збереження моменту кількості руху лопаті). Для демпфірування коливань лопаті відносно **ВШ** в конструкції втулки *НГ* встановлено гідравлічний демпфер, який створює момент демпфірування:

$$\boldsymbol{M}_{q} = -\boldsymbol{k}\boldsymbol{q}\boldsymbol{\zeta}_{\boldsymbol{\mathcal{I}}} \tag{2.8.32}$$

При коливанні лопаті виникає стабілізуючий момент від відцентрової сили відносно *ВШ*:

$$M_{\mu} = S_b \, l_b \, \omega^2 \zeta \pi, \qquad (2.8.33)$$

де:

**S**<sub>b</sub> – статистичний момент маси лопаті відносно вісі **ВШ**;

*l*<sub>b</sub> − відстань від вісі НГ до вісі **ВШ**;

ω – частота обертання НГ.

При коливанні лопаті в площині обертання під дією моментів від аеродинамічних сил лобового опору та інерційних сил відносно BIII, а також під дією моменту демпфера коливання лопаті  $H\Gamma$  не потрапляють у зону резонансу. На більшій частині площини обертання  $H\Gamma$  змінні моменти від коріолісових і аеродинамічних сил діють у протифазі, частково компенсуючи один одного, тому що виникаючі збудження коливань не приводять до помітного збільшення амплітуди коливання лопаті в площині обертання:

$$\zeta_{\pi, \text{ макс}} = 0,005 \omega.$$
 (2.8.34)

Подібний, близький до вібраційного, коливальний рух лопаті практично не впливає на:

– швидкість обтікання лопатей;

– кути атаки перерізів лопаті.

Основні закономірності коливання лопаті в площині обертання НГ:

- *1)* середній кут відставання лопаті, пропорційний моменту, крутильному моменту *HГ*, і становить  $\zeta_n = 5 \dots 10^{\theta}$ ;
- утримання лопаті при обертанні в діапазоні 5 ... 10<sup>0</sup> обумовлено потужним стабілізуючим моментом відцентрової сили. Внаслідок такої «динамічної жорсткості» лопать стає ніби з жорстким кріпленням до втулки *НГ*;
- 3) при розкручуванні  $H\Gamma$ , комлі лопатей  $H\Gamma$  відходять назад до задніх упорів **ВШ**, а потім у міру збільшення обертів  $H\Gamma(\omega_{HB})$  відходять від упорів, переміщаються вперед і займають рівновісний стан із середнім кутом відставання  $\zeta_{n}$ ;
- 4) при зупинці *НГ* на землі або при гальмуванні обертального руху валу *НГ* після відмови двигунів лопаті по інерції переміщаються вперед по обертанню аж до удару по переднім упорам **ВШ**;
- 5) на всіх експлуатаційних режимах польоту вертольота ударів комлей лопатей по упорам **ВШ** не виникає.

#### 2.8.4. Поняття про потужності і коефіцієнти корисної дії НГ

# 2.8.4.1. Поняття про ідеальний і реальний несучий гвинт вертольоту 2.8.4.1.1. Загальні поняття про ідеальний НГ

У ідеального  $H\Gamma$  вся отримана від силової установки потужність витрачається на виконання роботи  $H\Gamma$  з відкидання повітря і утворення тяги. У реального  $H\Gamma$ , крім виконання корисної роботи на привід  $H\Gamma$ , існують і певні втрати потужності, а саме на:

– подолання опору обертанню лопатей;

– формування і закручування вихрового струменя повітря;

– створення і нерівномірний розподіл індуктивних швидкостей і складових тяги по захоплюваній площі НГ.

У створенні сили тяги *НГ* бере участь не вся площа, шо омітається, а її частина, приблизно **70**... **80** %, тому що кореневі перерізи лопатей тягу не створюють, а на кінцях лопатей має місце перетікання повітря з нижньої поверхні на верхню, що викликає появу вихрових джгутів, які сходять із лопатей.

Облік витрат *НГ* в імпульсній теорії здійснюється за допомогою двох коефіцієнтів:

– коефіцієнта корисної дії  $H\Gamma - \eta_{_{HS}}$ ;

- коефіцієнта використання площі НГ, що омітається, – **χ.** 

# **1. Коефіцієнт корисної дії НГ** – $\eta_{_{HB}}$

Являє собою відношення потужності, що витрачається на створення сили тяги *НГ* до потужності, що підводиться до *НГ* від силової установки:

$$\eta_{\scriptscriptstyle HB} = \frac{T \cdot v_i}{N}, \qquad (2.8.35)$$

де:

*N*-потужність, що підводиться від СУ;

T – сила тяги  $H\Gamma$ ;

*v*<sub>*i*</sub> – індуктивна швидкість, створювана *НГ*.

 $\eta_{\text{HS}} = 0,65 \dots 0,75.$ 

Потужність підводиться до *НГ*, частково витрачається на подолання механічних витрат у трансмісії:

$$N = \xi_{N} \cdot N_p, \qquad (2.8.36)$$

де:

N<sub>р - наявна потужність двигунів;</sub>

 $\xi_{N}$  – коефіцієнт використання потужності, що враховує механічні витрати потужності на привід *РГ*, на подолання тертя в трансмісії, на привід і охолодження допоміжних агрегатів.

2. Коефіцієнт використання площі НГ, що омітається, – х

$$\chi = \frac{F_{HB.9\phi}}{F_{HB}}, \qquad (2.8.37)$$

де:

 $F_{HB.9\phi}$  – ефективна площа **НГ**, що омітається, безпосередньо бере участь у створенні тяги НГ;

$$F_{HB} = \frac{1}{4} \pi \cdot D^2$$
 – геометрична площа *НГ*, що омітається.

З урахуванням розглянутих коефіцієнтів тягу *НГ* можна визначити за формулою:

$$T = \left(N_p \cdot \xi_N \cdot \eta_{\scriptscriptstyle HB} \sqrt{2 \cdot \rho \cdot F_{\scriptscriptstyle HB}} \cdot \chi\right)^{\frac{2}{3}} \cdot .$$
(2.8.38)

З огляду на узагальнені параметри на режимі висіння для вертольотів одногвинтової схеми можна отримати спрощену формулу розрахунку тяги *НГ*:

$$T = 0.83 \left( D \cdot N_p \right)^{\frac{2}{3}}, \tag{2.8.39}$$

a60, 
$$N = 1,32 \cdot \frac{T^{\frac{2}{3}}}{D}$$
, (2.8.40)

де:

$$\chi = 0,95; \ \xi_{N} = 0,82; \ \eta_{_{HG}} = 0,68;$$

*Таким чином*, з формули випливає, що при збільшенні діаметра  $H\Gamma$  і розрахунковій потужності *СУ* тяга  $H\Gamma$  зростає не прямо-пропорційно, а пропорційно ступеню n = 2/3. Для збільшення сили тяги  $H\Gamma$  необхідна потужність *СУ* також зростає не прямо-пропорційно, а в ступені n = 2/3.

При зменшенні діаметра *НГ* сила тяги зменшується пропорційно показнику ступеня 2/3, а необхідна потужність на привід *НГ* зростає за гіперболічним законом.

Для незмінних значень розрахункової потужності *CV* і діаметра *HГ* сила тяги може бути збільшена:

– за рахунок аеродинамічної досконалості НГ;

– за рахунок механічної досконалості трансмісії вертольоту: коефіцієнтів –  $\chi$ ;  $\xi_{N}$ ;  $\eta_{HB}$ .

При зменшенні масової густини повітря сила тяги *НГ* при постійній потужності, що підводиться, зменшується, а необхідна потужність для забезпечення постійної сили тяги *НГ* – збільшується.

#### 2.8.4.1.2. Оцінка ефективності роботи НГ вертольоту

Ефективність роботи *НГ* оцінюється коефіцієнтами корисної дії (к.к.д.). Умовно коефіцієнти к.к.д. поділяються на:

– коефіцієнт корисної дії ідеального гвинта – **η**<sub>ід</sub>;

– коефіцієнт корисної дії реального гвинта – **η**<sub>р</sub>.

Коефіцієнти корисної дії показують, наскільки ефективно використовується потужність силової установки (*CV*), що підводиться до *НГ*:

$$\eta_{i\partial} = = \frac{N_e}{N_{\mu d}} = \frac{V_{y_{\rm HB}}}{V_{y_{\rm HB}} + v_i}.$$
 (2.8.41)

Як випливає з формули, величина *к.к.д.* ідеального гвинта залежить від величини швидкостей: вертикальної  $V_{y, н 6}$  і індуктивної  $v_i$  і суттєво збільшується при зменшенні індуктивної швидкості  $v_i$ . Фізична сутність ідеального *к.к.д.* полягає в тому, що вигідніше отримати потрібну тягу, надаючи більшій масі повітря меншу індуктивну швидкість. Виходячи з цього вигідніше, щоб *НГ* мав якомога більший діаметр. Однак ідеальний *к.к.д.*, як правило, використовуються при теоретичних дослідженнях і його значення суттєво відрізняється від *к.к.д.* реального *НГ* ( $\eta_p$ ), а саме:

– по перше, для  $H\Gamma$ , що працює на місті, ідеальний к.к.д. дорівнює нулю ( $\eta_{i\partial} = 0$ ), тому що вертикальна швидкість переміщення  $H\Gamma$  дорівнює нулю ( $V_y = 0$ ). Однак  $H\Gamma$  все ж споживає енергію, відкидає масу повітря, створює тягу, необхідну для висіння, і його ефектівность не може бути рівною нулю, тому що показує ідеальний к.к.д.;

– *по-друге*, реальна потужність відбирається від *CУ* суттєво більше, ніж ідеальна потужність ( $N_p > N_{id}$ ), тому що мають місце витрати потужності на подолання профільного опору лопатей і закручування повітряного струменя, що відкидається *HГ*. Крім цього, в ідеальній потужності не враховуються витрати на подолання сил тертя і вихростворення у відкидуваному повітряному потоці (*через нерівномірність розподілу поля індуктивних швидкостей по площі, що омітається*), комлеві і кінцеві витрати на лопатях *HГ*.

У дослідженнях встановлено види і розмір різних витрат потужності, що підводиться від *СУ*:

- на подолання профільного опору лопатей *HГ* – 2,0 ... 2,5 %;

– на подолання нерівномірності поля індуктивних швидкостей – 5 ... 6 %;

– на подолання кінцевих і комлевих витрат, а також на закручування повітряного струменя НГ – **5 … 8 %.** 

З огляду на вищенаведене зрозуміло, що реальний *к.к.д.* набагато менше ідеального *к.к.д.* ( $\eta_p \ll \eta_{id}$ ), а для того щоб отримати потрібну тягу *НГ*, що дорівнює тязі ідеального гвинта, до реального *НГ* необхідно підвести потужність на 40 ... 50 % більше, ніж до ідеального гвинта.

Для аналізу реальних витрат і оцінки ефективності роботи *НГ* на режимах висіння використовується відносний *к.к.д.* – *µ*<sub>0</sub>:

$$\eta_0 = \frac{N_{\text{ид}}}{N_{\text{p}}}.$$
 (2.8.42)

Коефіцієнт показує, наскільки реальний гвинт по витраті потужності наближається до ідеального при отриманні однакової тяги *НГ*:

$$\eta_{\theta} = \frac{T^{\frac{3}{2}}}{N \sqrt{2 \rho S_{HB}}}; \qquad \eta_{\theta} = 0, 6 \dots 0, 7.$$

Для спрощення формули можна ввести відносні величини: питоме навантаження на потрібну потужність – (q), питоме навантаження на площу  $H\Gamma$ , що омітається, (p) і коефіцієнт летучості  $H\Gamma$  (*енергетична якість*  $H\Gamma - E_B$ ):

$$q = \frac{T}{N}; \quad p = \frac{T}{S_{\text{HB}}}; \quad E_B = q \frac{p}{\rho};$$

Тоді відносний коефіцієнт корисної дії НГ розраховується:

$$\eta_{\theta} = E_B \frac{1}{75\sqrt{2}} \tag{2.8.43}$$

Чим вище якість  $H\Gamma$ , тим більший вантаж на одиницю потужності може підняти  $H\Gamma$  при заданому значенні питомого навантаження на площу, що омітається. Величина відносного *к.к.д*. характеризує аеродинамічну досконалість  $H\Gamma$ .

$$\eta_{\theta} = = \frac{\left[Ct \frac{\rho(\omega R)^2}{2} S_{\rm HB}\right]^{\frac{3}{2}}}{m_{\rm Kp} \frac{\rho(\omega R)^3}{2} S_{\rm HB} \sqrt{2 \rho S_{\rm HB}}} \frac{1}{2} \frac{C_t^{\frac{3}{2}}}{m_{\rm Kp}}.$$
(2.8.44)

Звідси випливає, що відносний *к.к.д. НГ* в основному залежить від аеродинамічних характеристик *НГ*. Для збільшення *к.к.д. НГ* необхідно збільшувати коефіцієнт тяги *НГ* ( $C_t$ ) і зменшувати коефіцієнт крутильного моменту *НГ* ( $M_{\kappa p}$ ). Фактори, що впливають на збільшення коефіцієнта тяги *НГ*:

– збільшення несучих властивостей профілів, із яких виготовляються лоnami НГ;

– зменшення кінцевих і комлевих витрат вибором оптимальної форми лопатей у плані.

Зменшення коефіцієнта моменту опору обертання НГ досягається зменшенням профільного опору елементів лопаті НГ, а саме:

– якісною обробкою поверхні лопаті НГ;

– виведенням забоїн і деформацій поверхні лопаті НГ при експлуатації вертольоту.

#### 2.8.4.2. Загальні поняття про потужність НГ

Теорія ідеального  $H\Gamma$  не враховує сил опору повітря обертанню лопатей  $H\Gamma$ , і через те що не враховується в'язкість повітря, не враховується і сила опору.

Потужність, що підводиться до ідеального *НГ*, витрачається тільки на створення тяги за рахунок збільшення кінетичної енергії струменя повітря, що проходить через площу *НГ*, що омітається.

Для загального випадку роботи *НГ* потужність ідеального гвинта розраховується за формулою:

$$N_{u\partial} = T_{u\partial} \left( V_{yHB} + v_i \right) = 2 \cdot \rho \cdot F_{HB} \cdot v_i \left( V_{y,HB} + v_i \right)^2.$$
(2.8.45)

Для окремого випадку:

$$N_{u\partial} = 2 \cdot \rho \cdot F_{HB} \cdot v_i^3 \qquad (2.8.46)$$

Для реального  $H\Gamma$  кожен елемент лопаті створює силу опору, яка відносно вісі вала  $H\Gamma$  утворює момент опору, що перешкоджає обертанню  $H\Gamma$ . На лопаті, як і на крилі, мають місце всі види опору: *тертя, тиску, індуктивний опір і хвильовий опір*. Моменти сил опору від усіх елементів лопаті складаються і утворюється момент опору  $H\Gamma$ , який долається крутильним моментом ( $M_{\kappa p}$ ) на валу  $H\Gamma$ , що створюється силовою установкою.

### 2.8.4.3. Момент опору НГ і його залежність від режимів польоту

Момент опору  $H\Gamma$  можна виразити через аеродинамічний коефіцієнт крутильного моменту ( $M_{\kappa p}$ ). Як плече моменту опору приймається радіус  $H\Gamma$ , тоді момент опору можна записати виразом:

$$M_{conpom} = M_{\kappa p} = m_{\kappa p} \cdot \frac{\rho \cdot (\omega \cdot R)^2}{2} \cdot F_{HB} \cdot R$$
(2.8.47)

Потрібну потужність для обертання НГ можна визначити за формулою:

$$N_n = M_{\kappa p} \cdot \omega = M_{conp.} \cdot \omega \tag{2.8.48}$$

Теорія ідеального гвинта не дозволяє визначити необхідний крутильний момент і потужність для приводу *НГ*, тому для реального гвинта необхідно враховувати його реальну компоновку.

Момент опору і тяга *НГ* залежать від умов обтікання кожної лопаті і від властивостей профілю лопаті. Залежності  $C_{ya} = f(a)$  і  $C_{xa} = f(a)$  визначаються експериментально і для конкретних профілів є відомими. Тепер досить встановити взаємозв'язок між коефіцієнтами і визначити спосіб переходу характеристик лопатей до аеродинамічних характеристик *НГ*.

Для визначення конкретних характеристик лопаті і  $H\Gamma$  необхідно знати дійсні кути атаки елементів лопаті і  $H\Gamma$  в цілому, а також індуктивні швидкості підсмоктування повітря в різних точках площі  $H\Gamma$ , що омітається.

Момент опору НГ залежить від його режиму роботи.

#### 1. Режим вісьового обтікання:

Момент опору елемента лопаті  $H\Gamma$  можна представити виразом:  $dM\mathfrak{I} = dX\mathfrak{I}\cdot r$ , толі

$$dM_{conpom} = dX \cdot r = C_{x,p} \frac{\rho(\omega r)^2}{2} k \cdot b \cdot r \cdot dr + C_{x,i} \frac{\rho(\omega r)^2}{2} \cdot V_1 \cdot k \cdot b \cdot r \cdot dr$$
(2.8.49)

де:

 $C_{x,p}$  – коефіцієнт профільного опору елемента лопаті;

*C*<sub>*x,i*</sub> – коефіцієнт індуктивного опору елемента лопаті;

*к* – коефіцієнт використання площі НГ, що омітається.

За відповідними кутами атаки по довжині лопаті визначаються аеродинамічні коефіцієнти елементів лопаті ( $C_{x,p}$  і  $C_{x,i}$ ) і потім будується узагальнена графічна залежність  $m_{\kappa p} = f(\varphi_{out})$  (*puc.* 8.4.1).



Рис. 8.4.1. Залежність крутильного моменту від кута установки НГ

$$m_{\kappa p} = \frac{\sigma}{4} C_{x,p} + \frac{\sigma}{3} C_{x,i} \left( \overline{V_1} \right) = m_{\kappa p,p} + m_{\kappa p,i}, \qquad (2.8.50)$$

де:

$$\overline{V_1} = \frac{V_1}{\omega \cdot R}; \ \sigma = \frac{S_{\pi} \cdot Z_{\pi}}{S_{\mu\sigma}};$$
  

$$\alpha_{0,7} = \varphi_{0,7} - \frac{V_{y,\mu\sigma} + V_{i,0,7}}{\omega \cdot r} - \text{кут атаки лопаті в перерізі 0,7R.}$$
(2.8.51)

Момент опору НГ визначається за формулою:

$$M_{conp.} = M_{\kappa p} = \left[\frac{\sigma}{4} \cdot C_{x,p} + \frac{\sigma}{3}C_{y} \cdot \overline{V_{1}}\right] \cdot \frac{\rho \cdot (\omega \cdot R)^{2}}{2} \cdot F_{HB} \cdot R; \qquad (2.8.52)$$

abo 
$$M_{conp.} = m_{\kappa p} \cdot \frac{\rho \cdot (\omega \cdot R)^2}{2} \cdot F_{\mu \beta} \cdot R$$
, (2.8.53)

де:

 $(\sigma_{H\Gamma})$  – коефіцієнт заповнення НГ;  $\frac{\sigma}{4} \cdot C_{x,p}$  – коефіцієнт моменту опору від профільного опору;  $\frac{\sigma}{3}C_y \cdot \overline{V_1}$  – коефіцієнт моменту опору від індуктивного опору.

Потрібна потужність для приводу *НГ* пов'язана з моментом опору *НГ* певній залежності:

$$N_{n} = M_{conp.} \cdot \omega = m_{\kappa p} \cdot F_{HB} \frac{\rho \left(\omega \cdot R\right)^{2}}{2} \cdot R \cdot \omega = \frac{\pi^{4} \cdot \rho}{54000} \cdot m_{\kappa p} \cdot R^{5} \cdot n^{3}$$
(2.8.54)

Як випливає з формули, при постійних оборотах *HГ* (n = const) зміна необхідної потужності залежно від кута загального кроку *HГ* відбувається внаслідок зміни коефіцієнта крутильного моменту  $m_{\kappa p}$ .

Кінематика механізму управління *НГ* і автоматикою двигунів спроектовані таким чином, що при збільшенні кута загального кроку *НГ* потужність силової установки збільшується на величину приросту коефіцієнта моменту опору *НГ*.

#### 2. Режим косого обтікання:

$$m_{xp} = \frac{1,05 \cdot C_T^{2}}{4 \cdot \sigma \cdot \chi \cdot \mu} + \frac{1}{4} C_{x,p} \cdot (1 + 5 \cdot \mu^2) + a_1 \cdot C_T \cdot \mu , \qquad (2.8.55)$$

де:

$$\frac{1,05 \cdot C_T^{-2}}{4 \cdot \sigma \cdot \chi \cdot \mu} -$$
коефіцієнт індуктивного опору; (2.8.56)

$$\frac{1}{4}C_{x,p}\cdot(1+5\cdot\mu^2) -$$
коефіцієнт профільного опору; (2.8.57)

$$(a_1 \cdot C_T \cdot \mu)$$
 – коефіцієнт опору руху НГ; (2.8.58)

- *к* коефіцієнт використання площі НГ, що омітається;
- *µ характеристика режиму роботи НГ;*
- *a*<sub>1</sub> кут відхилення вектора результуючої аеродинамічної сили від вісі обертання вала НГ в сторону, протилежну напрямку польоту.

При збільшенні швидкості польоту необхідний крутильний момент ( $M_{\kappa p}$ ) спочатку зменшується (*через зменшення коефіцієнта моменту індуктивного опору*), а потім повільно збільшується (*через повільне зростання коефіцієнтів кру-тильного моменту від профільного опору, і від опору руху*). Тому після досягнення відповідного мінімуму крутильний момент повільно збільшується (*рис. 8.4.2*).



Рис. 8.4.2. Залежність відносної необхідної потужності від швидкості польоту

Згідно з графіком, необхідна потужність при збільшенні швидкості польоту, аналогічно зменшенню моменту опору  $H\Gamma$ , спочатку зменшується, а потім при досягненні мінімального значення починає інтенсивно зростати, аналогічно зростанню моменту опору  $H\Gamma$ . Це пояснюється збільшенням профільного опору лопатей і опору руху  $H\Gamma$ .

# 2.8.4.4. Розрахункова потужність силової установки і її розподіл на вертольоті

Розрахункова потужність для обертання *НГ* і створення тяги залежить від потужності силової установки.

Потужність силової установки, у свою чергу, залежить від:

– кількості підведеного палива в двигуни;

- висоти і швидкості польоту вертольоту;
- температури повітря і масової густини.

Розрізняють декілька режимів роботи двигунів силової установки:

- злітний;
- номінальний;
- крейсерський.

Максимальна потужність, яку може створити двигун у певних умовах, називається ефективною потужністю ( $N_e$ ). Залежність зміни ефективної потужності від обертів турбокомпресора двигуна називається зовнішньою характеристикою ( $N_e = f(n)$ ), залежність зміни потрібної потужності від обертів двигуна називається дросельною характеристикою ( $N_p = f(n)$ ) (*puc.* 8.4.3).

При проектуванні вертольоту здійснюється підбір двигунів і *НГ* таким чином, щоб двигуни в робочому діапазоні навантажень працювали на оптимальних оборотах.



Рис. 8.4.3. Схема характеристик силової установки

Залежність ефективної потужності від висоти польоту називається висотною характеристикою ( $N_e = f(H)$ ). Висотність газотурбінних двигунів забезпечується автоматичним регулюванням подачі палива і збільшенням температури газів перед турбіною при збільшенні висоти польоту. При збільшенні швидкості польоту збільшується тиск на вході в двигуни, за рахунок збільшення швидкісного напору. Розрахункова потужність силової установки збільшується при збільшенні швидкості польоту, через збільшення ефективної потужності CY ( $N_e$ ) (рис. 8.4.4).

Розрахункова потужність силової установки збільшується при збільшенні швидкості польоту.

$$N_{p} = N_{e} - \sum_{i=1}^{n} \Delta N_{\kappa} , \qquad (2.8.59)$$

де:



Рис. 8.4.4. Залежність відносної ефективної потужності від швидкості польоту ( $\overline{N_e} = f(V)$ )

Для зручності витрати потужності, як правило, виражаються відносними величинами:

$$\xi_{\kappa} = \frac{\Delta N_{\kappa}}{N_{e}}, \quad \xi_{M} = \frac{N_{p}}{N_{e}}, \quad \xi_{M} = 1 - \sum_{i=1}^{n} \xi_{\kappa}, \quad (2.8.60)$$

де:

 $\xi_{\kappa}$  – коефіцієнт витрат потужності, викликаних конструктивною недосконалістю, що залежить від типу і досконалості силової установки, досконалості НГ і аеродинамічного компонування вертольоту;

*ξ*<sub>*M*</sub> – коефіцієнт використання потужності силової установки. Відносні витрати потужності силової установки витрачаються на:

– привід рульового гвинта – 8 ... 15 %;

- тертя в трансмісії - **4 ... 6 %;** 

- привід агрегатів охолодження двигунів і агрегатів 1 ... 6 %;
- привід агрегатів життєзабезпечення вертольотів 0,5 ... 1 %;
  подолання опору на вході в двигун 2 ... 3 %.

# 1. Розглянемо залежність розрахункової потужності силової установки від швидкості польоту

Проведемо аналіз зміни кривих необхідної  $N_n$  і розрахункової  $N_p$  потужностей при зміні швидкості польоту в умовах стандартної атмосфери.

Для виконання горизонтального польоту (ГП) на заданій швидкості необхідно за допомогою важеля «крок-газ» підвести до  $H\Gamma$  необхідну потужність ( $N_{node}$ ), що дорівнює розрахунковій потужності для даних умов на заданій швидкості

$$N_{node} = N_n^{\Gamma\Pi}$$

На кривій  $N_n^{\Pi}$  можна виділити сім характеристик ділянок (*рис.* 8.4.5).

**Точка 1:** Висіння (V = 0) можливо, якщо є надлишок потужності ( $\Delta N = N_p - N_{nomp}$ ), необхідний для здійснення набору заданої висоти висіння і парірування можливих відхилень по висоті під дією збурюючих сил.

*Точка 2*: Відповідає мінімально допустимій швидкості  $\Gamma\Pi$ , яка визначається керівництвом із льотної експлуатації даного типу вертольоту. Так, для вертольоту *АК1-3 - V<sub>min</sub> = 50км/год*, а для вертольоту *Mi - 2 - V<sub>min</sub> = 40км/год*.

**Точка 3:** Відповідає економічній швидкості —  $V_{e\kappa}$ . Вона визначається проведенням дотичної лінії до кривої  $N_n^{\Pi}$  паралельної вісі швидкостей. На цій швидкості необхідна мінімальна розрахункова потужність для  $\Gamma\Pi$ , а отже, і забезпечується найменша часова витрата палива і найбільша тривалість польоту.

**Точка 4:** Відповідає найвигіднішій швидкості польоту –  $V_{H\Gamma}$ . Вона визначається проведенням дотичної лінії з початку координат до кривої  $N_n^{\Gamma\Pi}$ . На цій швидкості на вертольотах із поршневими двигунами забезпечується мінімальна витрата палива на кілометр шляху, тобто можлива *максимальна дальність польоту*. На вертольотах із газотурбінними двигунами вона є *найвигіднішою* при зниженні вертольоту на режимі самообертання *H*Г для отримання максимальної дальності планування.

*Точка* 5: Відповідає крейсерській швидкості польоту –  $V_{\kappa p}$ , на якій виконуються тривалі польоти за маршрутом. На вертольотах із газотурбінними двигунами на цій швидкості забезпечується мінімальна кілометрова витрата палива. Визначається як точка перетину потужності відповідної крейсерському режиму роботи двигунів з кривою  $N_n^{\Gamma\Pi}$ . Для вертольоту *Mi-2* -  $V_{\kappa p} = 180 \, \kappa m/200$ . На вертольотах *АК1-3* керівництво з льотної експлуатації рекомендує польоти по маршруту до висоти 1000 м виконувати на швидкості 160 – 165 км/ч.

*Точка 6:* Відповідає максимально допустимій швидкості  $\Gamma\Pi$ , яка визначається керівництвом із льотної експлуатації даного типу вертольоту. Для *АК1-3 - V<sub>max</sub> = 180км/год*, а для *Mi- 2 - V<sub>max</sub> = 210км/год*.

**Точка** 7: Відповідає максимальній теоретичній швидкості польоту –  $V_{max/meop.}$  Визначається як точка перетину кривих  $N_n^{\Pi}$  і  $N_p$ .

Значення характерних швидкостей для *ГП* змінюються, якщо змінюються експлуатаційні фактори:

- висота польоту;
- температура зовнішнього повітря;
- N, л.с.
   Nнаяв

   + ДN<sub>тах</sub>
   Nn

   0
   V<sub>тіп</sub>
   V<sub>ек</sub>
   V<sub>нв</sub>
   V<sub>пол</sub>
- вага вертольоту.



# 2.8.5. Динамічна аеропружність і міцність лопатей НГ 2.8.5.1. Поняття про пружність лопатей НГ

Пружність матеріалу лопатей *НГ* дуже впливає на безпеку експлуатації вертольоту на землі і в польоті, а саме:

**1.** На стоянці, при необертальному *НГ*, на лопаті діють масові сили, які згинають лопаті вниз і утримуються статичною пружністю лопаті, аналогічно консольної балки із затисненим кінцем.

**2.** При розкручуванні і зупинці *НГ* на лопаті практично не діють відцентрові сили, які не можуть урівноважити масові сили лопаті, і вони утримуються тільки статичною пружністю лопаті.

*3.* При збільшенні обертів *НГ* лопаті випрямляються під дією відцентрових сил і утворюють конус обертання *НГ*. В лопатях виникає динамічна шорсткість, викликана відцентровими силами.

**4.** У горизонтальному польоті в лопатях виникають невеликі пружні деформації, тому просторове положення лопаті визначається в основному маховими рухами лопаті, а не пружністю лопатей.

5. В горизонтальному польоті махові рухи лопатей по азимутам протилежні змінам згинальних деформацій у площині тяги *НГ. Наприклад*, при помаху лопаті вгору кінцева частина лопаті згинається вниз і навпаки. Пружні деформації лопаті в площині обертання значно менше, ніж у площині тяги внаслідок малої жорсткості лопаті.

**6.** У горизонтальному польоті в кінцевих перерізах лопаті *НГ* виникають пружні крутильні деформації, при цьому велика частка деформацій обумовлена не пружністю самої лопаті, а пружністю кріплення у вісьовому шарнірі.

7. Сумарні пружні деформації від усіх видів навантажень лопаті збільшуються при:

– збільшенні швидкості польоту;

– виконанні енергійних маневрів;

– збільшенні розмірів лопатей НГ.

**8.** Взаємовплив пружних згинаючих і крутильних деформацій при накладенні конструктивних і експлуатаційних чинників може викликати динамічну аеропружну нестійкість у вигляді: *флатера, «земного резонансу» і «вихрового кільця»*.

# 2.8.5.2. Фізична сутність небезпечних режимів навантаження лопатей НГ

# 2.8.5.2.1. Флатер

# 2.8.5.2.1.1. Фізична сутність флатера

*Флатер* – від англійського слова, що означає мимовільно виникаючі згинально-крутильні коливання і вібрації елементів літального апарату, що викликають іноді руйнування конструкції.

У польоті на лопаті  $H\Gamma$  діють збуджуваючі коливання аеродинамічних сил, а так само демпфіруючі аеродинамічні й пружні сили. Швидкість польоту і частота обертання  $H\Gamma$ , при яких збуджуючі сили дорівнюють демпфіруючим, називаються критичними по флатеру.

У польоті вертольоту на великій швидкості і при великій частоті обертання *НГ* збуджуючі сили можуть перевищити демпфіруючі і тоді може виникнути флатер.

# **2.8.5.2.1.2.** Умови, за яких може виникнути флатер На виникнення флатера впливають:

– жорсткість конструкції лопаті на згинання і кручення;

– місце розташування центру тиску;

– розташування центру мас по відношенню до центру жорст-кості.

Якщо лопать під дією аеродинамічних сил отримає вигин вниз або вгору від початкового положення, то після припинення дії згинального сили, під дією пружних сил, вона буде прагнути зайняти початкове положення, але під дією сил інерції вона проходить початкове положення і згинається в протилежну сторону. Якщо дії пружних сил будуть сильніше згинальних, то коливання лопаті будуть затухаючими, а якщо будуть більше згинальні сили, то коливання можуть стати збуджуючими і весь час будуть збільшуватися.

**1.** Якщо центр мас (**ц.м**.) лопаті перебуває позаду центру шорсткості (**ц.ж**.) (рис. 8.5.1, а):

- при вигині лопаті вниз, в центрі мас виникає сила інерції *F*<sub>ін</sub>, спрямована в бік, протилежний руху центру мас (*ц.м.*) і лопать закручується навколо центру жорсткості (*ц.ж.*) на зменшення кута установки, що приводить до зменшення підйомної сили і це приводить до ще більшої тенденції лопаті рухатися вниз;
- при вигині лопаті вгору, з тієї ж причини її кут установки буде збільшуватися, що приведе до збільшення підйомної сили і ще більшого прагнення лопаті рухатися вгору. При цьому амплітуда і частота коливань зростатимуть аж до руйнування лопаті.



Рис. 8.5.1. а) Схема фізичної сутності флатера лопатей НГ (**ц.м**. лопаті знаходиться позаду **ц.ж**.).

**2.** Якщо центр мас (**ц.м.**) лопаті розташований попереду центру жорсткості (**ц.ж**.) (рис. 8.5.1, б):

- при вигині лопаті вниз в центрі мас (*ц.м.*) виникає сила інерції, спрямована вгору, і лопать закручується навколо центру жорсткості (*ц.ж.*) на збільшення кута установки, що приведе до збільшення підйомної сили і зменшення амплітуди її коливання.
- при вигині лопаті вгору вона закручується на зменшення кута установки кута, що приводить до зменшення підйомної сили і зменшення амплітуди й частоти коливань лопаті.



Рис. 8.5.1. б) Схема самозатухаючих коливань лопатей НГ (**ц.м**. лопаті перебуває попереду **ц.ж.**)

# 2.8.5.2.1.3. Ознаки розпізнавання появи флатера

Флатер може виникнути в польоті на швидкості, близькій до максимальної, і ознаками його появи є:

– тряска вертольоту з частотою, не кратною частоті обертання НГ;

– погіршення керованості вертольотом;

– розмив конуса обертання через порушення «соконусності» лопатей НГ.

# 2.8.5.2.1.4. Дії пілота при виникненні флатера

Дії пілота повинні бути спрямовані на зменшення енергії коливання, а саме на зменшення швидкості повітряного потоку, що набігає на лопать:

– рукояткою корекції необхідно зменшити частоту обертання НГ до мінімального значення:

- зменшити швидкість польоту на **30 – 40 км/ч**.

Попередження: якщо спочатку зменшувати швидкість польоту, то при відхиленні конуса обертання НГ може статися зіткнення лопаті з хвостовою балкою («випадає з конуса»).

Після припинення флатера можливе продовження польоту до найближчого аеродрому на швидкості, меншій на *30–40 км/год* швидкості, на якій виник флатер. Якщо флатер не припинився, то необхідно виконати екстрену посадку на обраний майданчик.

### 2.8.5.2.1.5. Заходи щодо запобігання виникненню флатера

Флатер у даний час добре вивчений і при проектуванні лопаті заздалегідь попереджається конструктивними заходами. Це досягається:

– суміщенням центру жорсткості з віссю обертання вісьового шарніра;

- застосуванням симетричного профілю або близького до симетричного;

- установкою протифлатерних грузиків у носовій частині лонжерона лопаті.

На заводі – виробнику лопатей їх перевіряють на флатер. Сутність перевірки полягає в тому, що на задню кромку кожної лопаті закріплюють грузики, які зміщують центр мас назад на 2 % і доводять частоту обертання  $H\Gamma$  на 1-2% більше частоти обертання, що передбачає виникнення флатера. Якщо за цих умов флатер не виникає, то робиться припущення, що в і польоті він також не виникне.

Флатер може виникнути в польоті при сильному обмерзанні лопатей, що може призвести до зміщення центру мас перерізів лопаті назад до хвостової частини профілю.

Однією з основних діагностичних ознак відповідності параметрів лопатей нормативним вимогам є соконусність лопатей *НГ* (*знаходження всіх лопатей на утворювачій конуса при сталому обертанні НГ*). Соконусність обертання лопатей *НГ* перевіряється і здійснюється регулюванням після:

– заміни автомата перекосу;

– заміни втулки і лопатей НГ;

– появи підвищеної тряски вертольоту.

Регулювання соконусності здійснюється на середніх оборотах *НГ*, зміною довжини тяг АП, що викликає зміну кута установки лопатей *НГ*, а на великих оборотах – відгином тримерних пластин лопатей *НГ*.

### 2.8.5.2.2. Земний резонанс

### 2.8.5.2.2.1. Фізична сутність «земного резонансу»

Земним резонансом називається явище, при якому відбувається збіг частоти коливань  $H\Gamma$  з частотою власних коливань вертольоту, що знаходиться на землі, коли амортизатори частково розтиснуті і енергія коливань не може розсіюватися через амортизатори. Ці коливання є самозбуджувальними і відбуваються тільки в поперечній площині. Виник «земний резонанс» унаслідок упровадження в конструкцію  $H\Gamma$  вертикальних шарнірів (**ВШ**). За певних умов, при знаходженні вертольоту на землі в підвішеному стані, «земний резонанс» може виникнути і на вертольоті з полозковим шасі.

У польоті лопать  $H\Gamma$  здійснює коливальні рухи навколо вертикальних шарнірів (BШ) за рахунок сил коріоліса, а так само за рахунок зміни профільного опору лопаті по азимутам. Однак ці коливання незначні, тому що при великих обертах  $H\Gamma$  виникають відцентрові сили, які утримують лопаті (під кутом  $120^{0}$ на 3-х лопатних  $H\Gamma$  і під кутом  $72^{0}$  на 5-ти лопатних  $H\Gamma$ ) один до одного, центр мас (u.m.) всіх лопатей збігається із центром обертання  $H\Gamma$  (віссю валу головного редуктора) і коливання в площині обертання  $H\Gamma$  відсутні. Під час руху вертольоту по землі (*рулювання, розбіг, пробіг*) оберти  $H\Gamma$  менше ніж у польоті, і тому виникають менші відцентрові сили. Збурені коливання вертольоту виникають через руління вертольоту по нерівностям ґрунту, при цьому лопаті можуть займати різне кутове положення щодо вертикальних шарнірів, тож між лопатями кут їх положення може стати більше або менше  $120^{0}$  або  $72^{0}$  (puc. 8.5.2).

Лінії, що з'єднують центри мас (*ц.м.*) лопатей, утворюють нерівносторонній трикутник, центр мас (*ц.м.*) *НГ* визначається на перетині медіан трикутника.

Загальний центр мас (*ц.м.*) *НГ* зміщується від вісі обертання *НГ* і починає рухатися по складній замкненій траєкторії. На втулці *НГ* виникає неврівноважена відцентрова сила « $P_{UE}$ », яка і розгойдує несучу систему *НГ* з певною частотою. Разом із несучою системою розгойдується і вертоліт.

При невеликій частоті обертання  $H\Gamma$  з обтиснутими амортстійками шасі коливання вертольоту демпфіруються амортизаторами, пневматиками коліс і гіродемпферами вертикальних шарнірів (*BШ*), і при цьому частота коливань вертольоту не буде збігатися з частотою коливань  $H\Gamma$ , що виключає явище резонансу.

При збільшенні частоти обертання *НГ* і збільшенні кроку *НГ (руління по нерівному грунту)* неврівноважена відцентрова сила зростає, а вплив демпфіруючих сил зменшується, зважаючи на зростання підйомної сили *НГ* і зменшення обтиснення амортизаторів і пневматиків коліс.



Рис. 8.5.2. Схема виникнення земного резонансу

При недостатньо обтиснених амортизаторах змінюється частота коливань вертольоту, і вона може збігтися зі збуреною частотою коливань несучої системи, а це може призвести до виникнення резонансу на цих частотах і появи «земного резонансу». Коливання вертольоту при цьому різко зростають і при невтручанні пілота можуть досягти критичної величини, що може призвести до перекидання вертольоту і подальшого його руйнування.

Рульовий гвинт, як потужний гіроскоп, буде відставати від поперечних коливань фюжеляжу вертольоту і це може призвести до деформацій або навіть до руйнування хвостової балки.

## 2.8.5.2.2.2. Умови, за яких може виникнути «земний резонанс»

Земний резонанс може виникнути при порушенні правил експлуатації амортизаторів, пневматиків коліс і гіродемпферів вертикальних шарнірів.

Причиною початку коливань можуть бути:

– бічний порив вітру;

– різке і значне відхилення РЦШ від нейтрального положення;

– наїзд на кочку при рулінні на великій швидкості;

– посадка з пробігом або зліт із розгоном по нерівній поверхні майданчика.

Виникненню «земного резонансу» сприяють:

– великий загальний крок НГ при рулінні вертольоту по землі;

 висока температура повітря, що викликає зменшення в'язкості масла в гідравлічних демпферах.

# 2.8.5.2.2.3. Ознаки виникнення «земного резонансу»

При запуску двигуна, при рулінні вертольоту по землі з нерівною поверхнею в підвішеному стані або при вертикальній посадці вертоліт самовільно починає розгойдуватися з наростаючою амплітудою в поперечній площині.

# 2.8.5.2.2.4. Дії пілота при виникненні «земного резонансу»

Дії пілота повинні бути спрямовані на зменшення підведення енергії для розвитку коливань і усунення причин, які викликають коливання лопатей щодо вертикальних шарнірів. З огляду на швидкий розвиток «земного резонансу» (*від початку до руйнування вертольоту проходить приблизно* **6**–7 **сек**.) дії пілота повинні бути своєчасними і швидкими.

При виникненні «земного резонансу» пілоту необхідно:

1) повністю вивести корекцію газу на мінімальні обороти і одночасно енергійно опустити важіль «крок-газ» вниз до упору, що дозволить зменшити підвід енергії до *НГ* для розвитку коливань і збільшити роботу сил, демпфіруючих коливання;

2) встановити РЦШ в нейтральне положення, що дозволить зменшити розбалансування *НГ*.

Якщо «земний резонанс» виник при рулінні вертольоту по землі, то, крім зазначених дій, необхідно зменшити швидкість руху гальмуванням коліс (забороняється гальмувати рух вертольоту відхиленням РЦШ «на себе») при необхідності до повної зупинки. Якщо після виконаних дій поперечні коливання вертольоту не припинилися, то необхідно екстрено вимкнути двигуни. Після припинення «земного резонансу» зліт забороняється, необхідно зупинити *НГ*, вимкнути двигуни і ретельно оглянути вертоліт.

2.8.5.2.2.5. Заходи щодо запобігання виникненню «земного резонансу»

1. Дотримуватися правил експлуатації амортизаторів, пневматиків коліс і гіродемпферів вертикальних шарнірів.

2. Дотримуватися обмежень по швидкості рулювання і швидкості вітру при рулінні.

3. Не рулити при великому загальному кроці НГ по нерівному трунту.

4. Не перевищувати рекомендовані швидкості при зльоті з розгоном і посадці з пробігом.

5. При зльоті і посадці по-вертолітному не утримувати вертоліт у підвішеному стані тривалий час.

# 2.8.5.2.3. Режим «вихрового кільця» 2.8.5.2.3.1. Фізична сутність «вихрового кільця»

При зниженні вертольоту з працюючими двигунами з малою поступальною швидкістю і великою вертикальною швидкістю (що дорівнює індуктивній швидкості) під  $H\Gamma$  зустрічаються два потоки: індуктивний потік зверху і потік, що набігає знизу, таким чином на деякій відстані під  $H\Gamma$  утворюється поверхня розділу (*рис. 8.5.3*), в якій ці швидкості рівні, а результуюча швидкість дорівнює нулю.

При збільшенні вертикальної швидкості поверхня розділу потоків наближається до *НГ*, на якому відбуваються такі явища:

 біля кореневої частини лопаті НГ повітряний потік знизу виявляється більшим від індуктивного потоку від НГ, він проривається через втулку НГ, що веде до збільшення кутів атаки біля кореневих перерізів лопаті і зриву потоку на них;



Рис. 8.5.3. Схема виникнення режиму «вихрового кільця»

– на кінцевих перерізах лопатей через наявність геометричної крутки збільшення кутів атаки невелике, але при цьому посилюється інтенсивність вихростворення на кінцях лопатей;

– зрив потоку біля кореневих перерізів і збільшення кінцевих вихорів веде до зменшення підйомної сили *НГ* і збільшення вертикальної швидкості зниження;

- залучення в циркуляційний рух через площу несучого гвинта, що омітається, великої маси повітря вимагає витрат потужності на підтримку цього руху, а маса повітря, що відкидається *НГ*, значно зменшується. Тому підйомна сила *НГ* зменшується навіть при роботі двигунів на злітному режимі, що призводить до подальшого збільшення вертикальної швидкості, яка збільшується до тих пір, поки по всій площі  $H\Gamma$ , що омітається, потік, що набігає знизу, не стане проходити знизу вгору, при цьому перерізи лопаті обтікаються на режимі самообертання, а вертикальна швидкість зниження збільшиться до 10 м/с і більше.

# 2.8.5.2.3.2. Умови, за яких виникає режим «вихрового кільця»

Режим «вихрового кільця» може виникнути при моторному зниженні з поступальною швидкістю меншою 40 км/год і вертикальною швидкістю більше 2–3 м/с. Умови для виникнення «вихрового кільця» можуть виникнути в наступних випадках:

- 1) при заході на посадку з попутним вітром;
- 2) при заході на посадку з перельотом при спробі виправити розрахунок, зменшивши поступальну швидкість і збільшивши вертикальну;
- 3) при заході на посадку на майданчик обмежених розмірів, оточений високими перешкодами;
- 4) при виході з авторотації на малій швидкості збільшенням загального кроку без попереднього збільшення поступальної швидкості.

# 2.8.5.2.3.3. Ознаки виникнення «вихрового кільця»

- 1. Швидке самовільне збільшення вертикальної швидкості зниження.
- 2. Безладні коливання вертольоту по крену і курсу.
- 3. Посилення вібрацій.
- 4. Коливання частоти обертання НГ.
- 5. Погіршення ефективності управління вертольотом.

# 2.8.5.2.3.4. Дії пілота при потраплянні в режим «вихрового кільця»

При виникненні самовільного зниження вертольоту пілоту необхідно зменшити вертикальну швидкість зниження плавним збільшенням загального кроку  $H\Gamma$ . Тяга  $H\Gamma$  при цьому збільшиться за рахунок збільшення кутів атаки лопатей. Якщо біля кореневих перерізів лопатей вже утворилася зона зриву потоку, то при збільшенні загального кроку  $H\Gamma$  зона зриву розшириться, що приведе до збільшення вертикальної швидкості. Якщо збільшенням загального кроку  $H\Gamma$  не вдалося зменшити вертикальну швидкість, то необхідно збільшити поступальну швидкість вертольоту до 40 км/год і більше з метою виходу з режиму «вихрового кільця», і після досягнення швидкості понад 40 км/год збільшенням загального кроку  $H\Gamma$  припинити зниження вертольоту.

# 2.8.5.2.3.5. Заходи щодо запобігання потраплянню в режим «вихрового кільця»

Дотримуватись обмежень щодо мінімальної горизонтальної і максимальної вертикальної швидкості польоту:

- *l)* уникати посадки з попутним вітром;
- 2) посадку з перельотом виправляти повторним виконанням польоту по другому колу;
- 3) пам'ятати, що найбільша ймовірність попадання в режим «вихрового кільця» можлива:
  - при польотній масі вертольоту, близькій до максимальної;

- при польоті на великій висоті;
- при високій температурі повітря і малій масовій щільності повітря.

# 2.8.5.3. Динамічна міцність лопатей НГ

Динамічна міцність лопаті визначається в основному нормальними напруженнями ( $\sigma_r$ ) в поперечних перерізах лонжерона лопаті, що виникають у польоті під дією розтягуючих відцентрових сил і змінних по азимуту згинальних моментів.

### Особливості динамічної міцності лопаті:

- 1) силове навантаження лопаті НГ включає в себе:
  - поперечні сили;
  - згинальний і крутильний момент;

які сприймаються єдиним силовим елементом – лонжероном лопаті;

- 2) згинальні динамічні напруги змінюються по відповідним азимутам за один оберт *НГ*;
- 3) амплітуда згинальних динамічних напружень у площині тяги істотно змінюється по довжині лопаті і характеризує міцність від утоми лонжерона лопаті;
- найбільш навантаженим є кінцева ділянка лопаті *r* = 0,7 ... 0,9*R*, при цьому максимальний рівень змінної напруги діє на нижню поверхню лонжерона лопаті;
- 5) при обертанні *НГ* постійна складова згинаючих напружень визначається відцентровою силою в перерізах;
- 6) для забезпечення заданої міцності лопаті при виготовленні вводиться коефіцієнт безпеки, який дорівнює *f*<sub>8</sub> = 1,5 ... 2,5 що враховує нерівномірність характеристик матеріалу, відхилення в технології виготовлення лонжерона й інші випадкові чинники;
- 7) найбільше значення напруг статичної добавки від відцентрових сил відповідає режиму розкрутки *НГ* понад допустиму частоту обертання, тому лопаті конструюють таким чином, щоб вони могли витримувати розкрутку до  $\omega_{makc} \approx 1,2 \ \omega_{nom}$  з урахуванням  $f_s \approx 2$ , при цьому розрахункова руйнуюча відцентрова сила майже в 3 рази більше, ніж відцентрова сила в нормальних умовах експлуатації;
- 8) на динамічний напружений стан лонжерона лопаті впливають:
  - режими польоту: швидкість польоту, висота, перевантаження;
  - польотна маса і центровка;
  - частота обертання НГ;
  - атмосферна турбулентність.
- 9) найбільше значення амплітуди змінної напруги в площині тяги виникає на режимах горизонтального польоту вертольоту з максимальною швидкістю, на маневрах типу гірки і віражу-спіралі з великими перенавантаженнями, також на режимах малих швидкостей на великих кутах атаки і нерівномірності поля індуктивних швидкостей *НГ*;

- 10) збільшення частоти обертання *НГ* викликає збільшення відцентрових сил у лопаті, що зменшує динамічне напруження в середній і кінцевій частинах лонжерона;
- 11) збільшення польотної маси вертольота від нормальної до максимальної викликає збільшення амплітуди змінних згинальних напружень у лонжероні на крейсерських режимах на 20 ... 30 %;
- 12) на маневрених режимах польоту відбувається збільшення змінних напруг у лонжероні на **15** ... **20** % порівняно з максимальними значеннями напруг у лонжероні на режимах горизонтального польоту;
- 13) підвищена атмосферна турбулентність збільшує динамічну напругу лопатей на 15 ... 20 %.

# 1. Аналіз причини зіткнень лопатей з упорами ГШ і ВШ

У звичайному горизонтальному польоті зіткнень комлей лопатей з упорами шарнірів не відбувається, при цьому пружні деформації в площинах тяги і обертання відповідають в основному власним формам згинальних коливань шарнірно закріпленої обертаючої балки. Однак у деяких особливих ситуаціях нормальні розрахункові умови роботи пружної лопаті можуть бути порушені.

Умови зіткнень біля кореневих частин лопаті по нижнім упорам ГШ:

– різке зменшення загального кроку НГ;

– обдув НГ зверху сильним повітряним потоком або низхідним поривом вітру;

– різке відхилення конуса НГ в одне із крайніх положень;

– енергійні кутові еволюції вертольоту в просторі по тангажу і крену;

– різке зменшення частоти обертання НГ;

– перевищення максимально допустимої швидкості польоту.

Можливі наслідки зіткнень комлевих частин лопаті по нижнім упорам ГШ:

– пружний вигин лопаті після удару її комля по упору відбувається за формою консольно затисненої пружної балки;

– кінцева частина лопаті в азимуті **360<sup>0</sup>** проходить у небезпечній близькості від хвостової балки, а в азимуті **140 … 220<sup>0</sup>** проходить у небезпечній близькості від вхідних пристроїв двигунів і кабіни екіпажу вертольоту;

– при ударі по упору пружний вигин кінця лопаті набагато більший порівняно з безударним маховим рухом у польоті. Ця різниця зростає при збільшенні кутової швидкості помаху лопаті в момент удару по упору і обумовлена впливом компенсатора помаху на жорсткість лопаті;

– згибні динамічні напруги в лонжероні лопаті зростають в **2–3 рази** порівняно з розрахунковими умовами безударного махового руху, але не досягають межі міцності матеріалу.

Таким чином, при ударі лопаті по упорам ГШ руйнувань лопаті не відбувається, однак при сильному пружному згинанні лопаті вниз можливий удар лопаті по конструкції фюзеляжу вертольоту (вхідним пристроям двигунів, кабіні екіпажу і хвостовій балці) з можливим аварійним виходом.

З огляду на те, що при обертанні *НГ* в лопатях виникають великі за величиною відцентрові сили, то зіткнень біля кореневих частин лопаті по упорам *ВШ* в польоті практично не відбувається.

# 2.8.6. Складні та аварійні ситуації в польоті вертольота

# 2.8.6.1. Перевищення максимально допустимої швидкості польоту 2.8.6.1.1. Фізичні явища, що відбуваються при перевищенні максимальної швидкості польоту

При перевищенні максимально допустимої швидкості польоту на лопатях *НГ* в азимуті  $\psi = 270^{\theta}$  на кінцевих елементах відбувається зрив потоку, а на кореневому перерізі збільшується зона зворотного обтікання, в азимуті  $\psi = 90^{\theta}$  на лопатях НГ утворюються місцеві стрибки ущільнення (*puc. 8.6.1*). Ці явища погіршують аеродинамічну якість *НГ*. Найбільший негативний ефект викликає зрив потоку.

В азимуті  $\psi = 270^{\circ}$  відступаючі лопаті махають вниз і з'являється додатковий потік повітря знизу  $V_{s3m}$ , крім того, ефективна швидкість потоку при обтіканні елемента лопаті зменшується:

$$V_{e\phi} = \omega r - V_{non}. \qquad (2.8.61)$$

Ці два явища призводять до збільшення кута атаки лопаті в азимут  $\psi = 270^{\circ}$ , на кінцевих елементах він може перевищити критичне значення і з'явиться зрив потоку.

### 2.8.6.1.2. Умови, за яких виникає зрив потоку

Зрив потоку відбувається при перевищенні максимально дозволеної швидкості польоту, його появі сприяють:

- 1) велика висота (зменшується масова густина повітря, посилюються махові рухи лопатей, для польоту потрібно збільшити крок НГ);
- 2) велика польотна маса (потрібна велика потужність, великі загальні установчі кути лопатей);
- 3) зменшення частоти обертання НГ (посилюються махові рухи лопатей, зменшується ефективна швидкість обтікання лопатей в азимуті 270<sup>0</sup>).

### 2.8.6.1.3. Ознаки виникнення зриву потоку з лопатей НГ

- 1. Тряска вертольоту.
- 2. Крен вертольоту праворуч і кабрірування.
- 3. Погіршення керованості вертольотом.

4. При подальшому розвитку зриву потоку з лопатей *НГ* – посилення розкачки, повна втрата керованості.



Рис. 8.6.1. Схема причин перевищення максимально допустимої швидкості польоту

# 2.8.6.1.4. Дії пілота при виникненні зриву потоку

Дії пілота повинні бути спрямовані на зменшення махових рухів лопатей, на зменшення кутів атаки:

- 1) плавно зменшити кути установки лопатей НГ, незначним опусканням важеля «крок-газ»;
- 2) зменшити швидкість польоту взяттям РЦШ «на себе».

# 2.8.6.2. Перенавантаження несучого гвинта 2.8.6.2.1. Фізична сутність перенавантаження НГ

Для того щоб  $H\Gamma$  обертався з постійною частотою, потужність, що підводиться до нього, повинна дорівнювати розрахунковій потужності. При збільшенні кутів установки лопатей збільшується потужність, що підводиться до  $H\Gamma$ . В результаті при переміщенні важеля «крок-газ» вгору збільшується підйомна сила  $H\Gamma$ .

Можливі випадки, коли при переміщенні важеля «крок-газ» вгору до *НГ* буде підводитися потужність, менша за необхідну, частота обертання *НГ* і під-йомна сила *НГ* буде зменшуватися – відбувається перенавантаження *НГ*.

Можливі два варіанти перевантаження:

- 1) важіль «крок-газ» підіймається вгору швидше, ніж зростає потужність двигунів (зростання потужності відстає через недостатню прийомистість, особливо у газотрубних двигунів);
- 2) важіль «крок-газ» підіймається в нормальному темпі, але вище злітного режиму – потужності злітного режиму двигунів недостатньо, щоб зберегти частоту обертання НГ при великих кутах установки лопатей.

# 2.8.6.2.2. Умови, за яких виникає перенавантаження НГ

Перенавантаження найбільш імовірно при польотній масі вертольоту більше максимально допустимої для даних умов, при зльоті та посадці на високогірний майданчик, при високій температурі повітря (зменшується потужність двигунів). Найчастіше перенавантаження відбувається в наступних випадках:

- при зльоті важіль «крок-газ» підіймається швидким темпом. За рахунок використання кінетичної енергії НГ вертоліт може відірватися від землі і набрати певну висоту, але зависання не відбудеться і вертоліт різко знизиться з грубим приземленням;
- 2) при зльоті по-вертолітному з розгоном швидкості в зоні впливу «повітряної подушки». При відсутність запасу потужності на висінні пілот відхиляє РЦШ «від себе» для розгону швидкості, вертоліт знижується, режим двигунів злітний, і, щоб уникнути удару об землю, пілот тягне важіль «крок-газ» вгору вище злітного режиму, НГ перенавантажується, зменшується частота обертання НГ і вертоліт грубо вдаряється об землю, часто з перекиданням;
- 3) при зльоті по-вертолітному з розгоном швидкості в зоні впливу «повітряної подушки» в бік перешкод. Після переводу вертольоту в набір висоти на злітному режимі двигунів пілот бачить, що траєкторія набору пройде нижче висоти перешкоди і, щоб уникнути зіткнення з перешкодою, він тягне важіль «крок-газ» вгору, на якийсь час збільшується вертикальна швидкість, але потім частота обертання НГ зменшується і вертоліт грубо приземляється або падає на перешкоду;
- 4) на передпосадковій прямій. Пілот пізно почав гасити швидкість, посадка вийде з перельотом і, щоб виправити помилку, він зменшує поступальну швидкість (РЦШ «до себе») і збільшує вертикальну (важіль «крок-газ» вниз). Перед приземленням пілот, щоб погасити велику вертикальну швидкість, підіймає важіль «крок-газ» до положення злітного режиму, але вертоліт продовжує знижуватися з великою вертикальною швидкістю (велика інерція, недостатня прийомистість двигунів) і, щоб уникнути удару об землю, пілот тягне важіль «крок-газ» вгору, перенавантажуючи НГ, відбувається груба посадка, можлива поломка вертольоту;
- 5) при заході на посадку на майданчик обмежених розмірів. Пілот не врахував, що на майданчику висока температура і немає вітру. Вертоліт при зависанні, після переходу з косого обдування на вісьове, різко знижується. Пілот підіймає важіль «крок-газ» до злітного режиму, вертоліт продовжує знижуватися і, щоб уникнути удару об землю, пілот тягне важіль «крок-газ» вгору, перенавантажуючи НГ, виникає груба посадка, можлива поломка вертольоту;
- 6) при виконанні підльоту на малій висоті з великою швидкістю (НГ працює в режимі косого обтікання). Перед місцем приземлення пілот гасить поступальну швидкість (РЦШ «до себе»), збільшується кут атаки НГ, вертоліт набирає висоту і збільшує частоту обертання НГ. Пілот, витримуючи задану висоту, опускає важіль «крок-газ» вниз (на газотурбінних двигунах

автоматика, прагнучи зберегти постійну частоту обертання НГ, зменшує потужність двигунів). У цей час вертоліт переходить з косого обтікання на вісьове і починає різко знижуватися. Пілот, щоб уникнути зіткнення із землею, підіймає важіль «крок-газ» швидше, ніж збільшується потужність двигунів, а вертоліт продовжує знижуватися, і, щоб уникнути удару об землю, пілот ще більше підіймає важіль «крок-газ», перенавантажуючи НГ, виникає груба посадка, можливе перекидання вертольоту.

# 2.8.6.2.3. Ознаки перенавантаження НГ

При перенавантаженні *НГ* зменшується частота обертання *НГ* до значення нижче мінімально допустимого і відбувається мимовільне зниження вертольоту.

Перенавантаження може супроводжуватися:

- погіршенням керованості і зменшенням запасів управління. Через зменшення частоти обертання НГ і рульового гвинта права педаль може виявитися на упорі, тому що при перенавантаженні збільшується реактивний момент НГ, а тяга РГ зменшується;
- 2) на вертольоті з газотурбінними двигунами зі збільшенням температури газів перед турбінами двигунів і зменшенням їх потужності падає частота обертання НГ нижче мінімальної, можливий зрив потоку з лопаток вільної турбіни;
- 3) виникненням на НГ режиму «вихрового кільця». Якщо перенавантаження відбулося на малій швидкості, а вертикальна швидкість зниження перевищує допустиму.

### 2.8.6.2.4. Дії пілота при перенавантаженні НГ

При перенавантаженні  $H\Gamma$  необхідно, для відновлення частоти обертання  $H\Gamma$ , незначно зменшити загальний крок  $H\Gamma$  і в подальшому збільшення загального кроку  $H\Gamma$  здійснювати з темпом, відповідним темпу збільшення потужності двигунів.

### 2.8.6.2.5. Заходи запобігання перенавантаженню НГ

Щоб уникнути перенавантаження НГ, необхідно:

1) важіль «крок-газ» пересувати плавно, пропорційно збільшенню потужності двигунів;

2) при досягненні злітного режиму роботи двигунів припинити збільшення кроку НГ;

*3) перед кожним злітом розраховувати максимально допустиму масу вертольоту для зльоту і посадки в даних умовах;* 

4) не переводити вертоліт у розгін швидкості, якщо на висінні немає запасу потужності;

5) уникати зльоту в бік перешкод;

6) при виконанні польоту на незнайомий майданчик першу посадку розраховувати для умов: без використання впливу «повітряної подушки»;

7) при заході на посадку з перельотом виправляти помилку відходом на друге коло.

# Питання для самостійної перевірки стану засвоєння матеріалу за темою 2.8 (Лк. 2.8.1 – 2.8.3):

- 1. Основні геометричні характеристики і кінематичні параметри НГ, їх визначення і вплив на аеродинамічні характеристики НГ.
- 2. Охарактеризувати геометричні і кінематичні параметри лопатей НГ, їх вплив на аеродинамічні характеристики лопаті.
- 3. Характеристика обтікання лопатей НГ на режимах висіння і вертикальних переміщень.
- 4. Характеристика особливостей обтікання лопатей НГ на режимах косого обтікання.
- 5. Охарактеризувати основні режими роботи НГ при вертикальних переміщеннях.
- 6. Охарактеризувати фізичну сутність режиму косого обтікання НГ, визначення індуктивної швидкості і тяги НГ.
- 7. Охарактеризувати аеродинамичні сили і моменти, що виникають на лопатях НГ вертолету.
- 8. Охарактеризувати динаміку поведінки лопатей у площині обертання і тяги НГ.
- 9. Основні поняття про пружнусть і динамічну міцність лопатей НГ.
- 10. Охарактеризувати аеродинамичні сили і моменти, які діють на элементи лопатей НГ.
- 11. Розкрити поняття про маховий рух лопатей НГ і охарактеризувати основні сили, що діють у площині тяги НГ.
- 12. Охарактеризувати залежність кута помаху лопатей відносно ГШ по азимутам від середнього кута конусності і кута відхилення аеродинамічної вісі в продольному і поперечному напрямках.
- 13. Охарактеризувати динаміку зміни основних кінематичних параметрів лопатей по азимутам.
- 14. Охарактеризувати закономірності зміни кінематичних параметрів від махового руху і завалу конуса обертання НГ.
- 15. Охарактеризувати динаміку лопатей у площині обертання НГ і основні закономірності коливання лопатей відносно ВШ.

# Питання для самостійної перевірки стану засвоения матеріалу за темою 2.8 (Лк. 2.8.4 – 2.8.6):

1. Поняття ідеального і реального НГ і його потужності.

2. Охарактеризувати момент опору НГ і його залежність від режимів польоту.

3. Поняття про необхідну потужність СУ і її розподіл по агрегатам і системам вертольоту.

4. Оцінка ефективності роботи НГ за допомогою коефіцієнтів корисної дії НГ.

5. Охарактеризувати поняття про потужності ідеального і реального НГ.

6. Охарактеризувати виникнення і зміну моменту опору НГ при вертикальних режимах обтікання.
7. Охарактеризувати виникнення і зміну моменту опору НГ на режимах косого обтікання. Розкрити фізичну сутність небезпечнихх режимів навантаження лопатей НГ.

## ПЕРЕЛІК ЗАДАЧ

## до практичного заняття за темою 2.8 (Лк. 2.8.1 – 2.8.3):

1. Задача – 8.1.1:

Визначити площу НГ вертольоту **Мі-8,** що омітається, питоме навантаження і коефіцієнт заповнення, якщо діаметр НГ дорівнює **21,3 м**, маса вертольоту — **12000 кГс**, кількість лопатей — **5**, хорда лопаті складає **350 мм**.

- 2. Задачі 8.1.2:
- 1) Визначити частоту обертання, колову швидкість обертання кінця лопаті НГ і число Маха, якщо число обертання НГ вертольоту Mi-24 дорівнює 248 об/хв, діаметр НГ 17,4 м, висота польоту вертольоту складає 1000 м.
- Визначити колову швидкість кінця лопаті НГ, коефіцієнт протікання і характеристику режиму роботи НГ вертольоту Мі-2, якщо частота обертання дорівнює 26<sup>1</sup>/с, діаметр НГ – 14,5 м, швидкість горизонтального польоту вертольоту дорівнює 210 км/год, кут атаки НГ – 5<sup>0</sup>, індуктивна швидкість відкидання маси повітря дорівнює 10 м/с.
- 3. Задачі 8.1.3:
- Визначити результуючу швидкість обтікання перерізів лопатей і її складові, якщо частота обертання дорівнює 59,1 <sup>1</sup>/с, швидкість горизонтального польоту вертольоту АКІ-3 складає 150 км/год, азимут лопаті 90<sup>0</sup>, кут атаки НГ дорівнює 5<sup>0</sup>, в перерізі поточного радіусу лопаті 150 см кут помаху лопаті – 3<sup>0</sup>, а швидкість зміни кута помаху – 0,08 <sup>1</sup>/с, індуктивна швидкість відкидання маси повітря – 6 м/с.
- 2) Визначити характеристику режиму роботи НГ вертольоту Mi-24 при горизонтальному польоті і геометричну крутку лопатей НГ на поточному радіусі 8 м, якщо швидкість горизонтального польоту – 240 км/год, кут атаки НГ – 5<sup>0</sup>, обороти НГ дорівнюють 248 об/хв, кут установки лопаті у комля – 7<sup>0</sup>, погонна зміна кута установки по радіусу лопаті дорівнює 0,5 <sup>град</sup>/м, індуктивна швидкість відкидання маси повітря – 10 м/с, діаметр НГ – 17,4 м.
- 3) Визначити горизонтальну і вертикальну складові швидкості обтікання перерізів лопатей НГ вертольоту АКІ-3, а також кут атаки перерізу лопаті на радіусі 4000 см, якщо швидкість горизонтального польоту дорівнює 150 км/год, кількість обертання НГ – 565 об/хв, кут атаки НГ – 5<sup>0</sup> в азимуті лопаті 180<sup>0</sup>, індуктивна швидкість відкидання маси повітря – 6 м/с, кут помаху лопаті – 6<sup>0</sup>, швидкість кута помаху лопаті 0,1 <sup>1</sup>/с, кут установки в перерізі дорівнює 5<sup>0</sup>.

## 2.9. ОСОБЛИВОСТІ АЕРОДИНАМІКИ ГІПЕРЗВУКОВИХ ПОТОКІВ І В РОЗРІДЖЕНИХ ГАЗАХ

## 2.9.1. Особливості гіперзвукового обтікання тіл

2.9.1.1. Поняття про гіперзвукову течію

Польоти літаків при числах Маха M > 4 умовно вважаються гіперзвуковими.

Теорія гіперзвукових течій пов'язана з деякими особливостями обтікання твердих тіл порівняно з малими надзвуковими швидкостями:

*– аеродинамічними,* тому що вони викликані необхідністю врахування великою мірою стисливості через великі значення чисел Маха;

- *фізико-хімічними*, тому що газовий потік при гіперзвукових швидкостях має високі енергетичні можливості.

1. Аеродинамічні ефекти в одних випадках дозволяють застосовувати спрощене розв'язання аеродинамічних задач, пов'язаних із взаємодією ЛА з газовим потоком при великих гіперзвукових швидкостях, в інших випадках призводять до значного їх ускладнення, тому що метод лінеаризації диференціальних рівнянь руху, які застосовуються при моделюванні великих надзвукових течій, не застосовують для гіперзвукових течій.

2. Фізико-хімічні ефекти в гіперзвуковому потоці пов'язані з утворенням зон із високими температурами. Як правило, вони виникають при переході гіперзвукового газового потоку через стрибки ущільнення, на яких кінетична енергія руху перетворюється в теплову. При цьому високі температури змінюють фізичні властивості газового середовища: наприклад, при температурі  $T = 2500^{\theta}K$  і помірних тисках починається дисоціація молекул кисню; при температурі  $T = 4000^{\theta}K$  відбувається дисоціація молекул азоту; при температурі  $T = 7000^{\theta}K$  відбувається іонізація атомів азоту і кисню, при подальшому збільшенні температури відбувається іонізація молекул азоту.

Питомі теплоємності при таких високих температурах стають непостійними величинами і не залежать від температури. Тому в дослідженнях не застосовуються питомі теплоємності, які отримані при постійних обсязі і тиску.

При гіперзвукових швидкостях неминучий сильний аеродинамічний нагрів поверхні обтічного тіла. Тому максимальна швидкість обмежується не тільки за умов отримання максимальної підйомної сили, а й за умов максимально допустимого кінетичного нагріву обшивки ЛА.

## Особливостями гіперзвукових течій є:

1) зі збільшенням числа Маха ( $\uparrow M$ ) зменшується кут нахилу стрибка ущільнення, при цьому він наближається до поверхні обтічного тіла, зменшується область збурень між стрибком і тілом. Це призводить до взаємодії стрибка і примежового шару. Головний стрибок обмежує збільшення примежового шару. Це призводить до збільшення темпеатури ( $\uparrow T$ ) і зменшення масової густини ( $\downarrow \rho$ ) і, як наслідок, до збільшення товщини примежового шару ( $\uparrow \delta$ ). При цьому створюється ефект збільшення товщини обтічного тіла, що призводить до викривлення ударної хвилі і збільшення тиску ( $\uparrow p$ ); 2) малі зміни параметрів руху обтічного тіла призводять до суттєвих змін параметрів газу  $p, \rho, T, a$ . При M >> a збурені швидкості течії можуть бути одного порядку зі швидкістю звуку;

3) через високі температури за головною хвилею і в примежовому шарі можуть мати місце дисоціація та іонізація газу, що призводить до зміни його термодинамічних властивостей.

Таким чином, при гіперзвукових течіях методи дослідження аеродинамічних характеристик, які застосовуються при дозвукових і помірних надзвукових швидкостях течії газу, стають непридатними.

При розгляді обтікання тіл під невеликим кутом атаки ( $\alpha$ ) рівняння руху можна спростити і отримати алгоритми наближеного визначення аеродинамічних характеристик  $\Pi A$  при гіперзвукових швидкостях польоту.

Стиснення потоку проходить на стрибку ущільнення ОС (рис. 9.1.1):

При збільшенні надзвукової швидкості зменшується кут нахилу стрибка ущільнення до поверхні обтічного тіла ( $\uparrow M \to \beta \to \omega$ )

$$\beta_{cm} = \frac{k+1}{4} \cdot \omega + \sqrt{\left(\frac{k+1}{4} \cdot \omega\right)^2} + \frac{1}{M^2}$$
(2.9.1)



Рис. 9.1.1. Схема виникнення стрибка ущільнення

При обтіканні надзвуковим повітряним потоком зовнішнього тупого кута в точці зламу кута *m*. *О* виникають сильні збурення у вигляді характеристик розширення (*puc 9.1.2*):



Рис. 9.1.2. Схема виникнення характеристик розширення

При течії з розширенням надзвукового потоку поворот і його розгін відбувається на серії характеристик розширення *OC* ... *OC*<sub>1</sub>.

$$\beta_{p} = -\frac{k+1}{4} \cdot \omega + \sqrt{\left(\frac{k+1}{4} \cdot \omega\right)^{2}} + \frac{1}{M^{2}}.$$
(2.9.2)

При збільшенні швидкості надзвукового потоку кути нахилу стрибків і характеристик розширення мають кінцеві величини:

$$(\uparrow M \to \infty, \beta_{cm} = \frac{k+1}{2} \omega; \beta_p = 0).$$

В цьому випадку коефіцієнт тиску можна визначити за значеннями кута нахилу стрибка ущільнення і характеристики розширення за формулою:

$$p = 2 \beta \omega.$$
 (2.9.3)  
Відносну зміну тиску, викликану зміною кута нахилу поверхні обтічного  
тіла, можна визначити за формулою:

$$\frac{p}{\omega^2} = \frac{\kappa + 1}{2} \left\{ \sqrt{1 + \left[ \frac{4}{(\kappa + 1) \cdot M \cdot \omega} \right]^2} \right\} + 1$$
(2.9.4)

## 2.9.1.2. Особливості визначення аеродинамічних характеристик профілю крила при гіперзвукових швидкостях потоку

Для наближеного розрахунку розподілу тиску по поверхні твердого тіла при гіперзвуковому обтіканні використовується гіпотеза І. Ньютона про корпускулярну теорію гідродинамічного опору. Відповідно до цієї теорії частинки набігаючого повітряного потоку залишаються незбуреними до зіткнення з поверхнею твердого обтічного тіла. При ударі частки втрачають нормальну складову своєї кількості руху і далі рухаються по дотичній до поверхні тіла. Нормальна ж складова кількості руху створює імпульс сили тиску, який діє на поверхню обтічного тіла (*puc. 9.1.3*):

$$\boldsymbol{p} - \boldsymbol{p}_{\infty} = \boldsymbol{\rho}_{\infty} \, \boldsymbol{V}_{\infty}^{2} \, \boldsymbol{Sin}^{2} \boldsymbol{\Theta}, \qquad (2.9.5)$$

де:

*Ө* – кут між дотичною до поверхні обтічного тіла і вектором швидкості потоку, що набігає, *рад*.

Таким чином, через одиницю площі, паралельної похилій площині обтікаємого тіла, за одиницю часу проходить цілком певна маса повітря: m =  $\rho_{\infty} V_{\infty}$  Sin  $\Theta$ . (2.9.6)



Рис. 9.1.3. Схема обтікання внутрішнього кута гіперзвуковим потоком

Коефіцієнт відносного тиску можна визначити за формулою:

$$\frac{p - p_{\infty}}{q} = 2 \cdot Sin^2\theta$$
(2.9.7)

де:

$$\frac{p-p_{\infty}}{q} = \overline{p}$$
 – зміна відносного тиску.

Тоді для тонких тіл, коли кут нахилу стрибка дорівнює куту нахилу поверхні обтікаємого тіла  $\beta = \theta$ , відносний тиск буде дорівнювати:

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{2} \; \boldsymbol{\Theta}^2 \,. \tag{2.9.8}$$

Застосування цієї формули при гіперзвуковому обтіканні обумовлене тим, що головна ударна хвиля досягає поверхні обтікаємого тіла.

Розрахунок сили тиску за формулою I. Ньютона досить точно описує гіперзвукову течію навколо тіла в граничних умовах: k = Cp/Cw = 1  $i M \infty = \infty$ .

Для цього випадку коефіцієнт тиску в критичній точці гальмування вважається рівним: *p<sub>макс</sub>= 2* 

У ході експериментів встановлено, що при k = 1,33 і  $M \propto = 15$ ,  $p_{marc} = 1,75$ . З огляду на те, що в загальному випадку стрибок ущільнення не суміщається з поверхнею обтікаємого тіла, формула розрахунку тиску має вигляд:

$$p = p_{\text{Make}} Sin^2 \Theta, \qquad (2.9.9)$$

де:

*р<sub>макс</sub>* – тиск у критичній точці обтікаємого тіла, *Па*. Тому розрахункову формулу можна перетворити:

$$p = p_{\infty} \left( 1 + \frac{p_{\infty}}{\rho_{\infty}} \cdot V_{\infty}^2 \cdot Sin^2 \theta \right)$$
(2.9.10)

Враховуючи те, що  $a^2 = k \cdot \frac{p_{\infty}}{\rho_{\infty}}$ , а  $M_{\infty}^2 = \frac{V_{\infty}^2}{a_{\infty}^2}$ , отримаємо формулу для роз-

рахунку тиску по поверхні обтічного тіла у вигляді:

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_{\infty} \left( \boldsymbol{1} + \boldsymbol{k} \, \boldsymbol{M}_{\infty}^{2} \, \boldsymbol{Sin}^{2} \boldsymbol{\Theta} \right). \tag{2.9.11}$$

Відповідно до теорії І. Ньютона тиск на елементарну площу обтікаємого тіла залежить від положення цієї площі відносно набігаючого потоку і не залежить від форми іншої частини тіла. Тому опір тіла визначається тільки формою його головної частини, тому що тільки вона стикається з частинками набігаючого потоку. Тиск за кормовою частиною обтічного тіла дорівнює нулю.

З розглянутого можна зробити висновок, що в гіперзвуковому потоці коефіцієнт тиску за стрибком ущільнення при малих кутах повороту потоку  $\theta$ , пропорційний  $\theta^2$ . Аналогічним чином можна визначити інші фізичні параметри газу за косим стрибком ущільнення при гіперзвукових швидкостях течії.

Так, при куті атаки  $\alpha = 0$  коефіцієнт хвильового опору буде дорівнювати:

$$C_{xa,\theta} = 2 \sin^2 \beta.$$
 (2.9.12)

Для отримання сумарного коефіцієнта опору необхідно скласти коефіцієнти хвильового опору і опору тертя:

$$C_{xa,\Sigma} = C_{xa,mp} + C_{xa,6}. \qquad (2.9.13)$$

# 2.9.1.3. Особливості виникнення стрибків ущільнення при гіперзвуковому обтіканні

З огляду на те, що при гіперзвукових швидкостях течії стрибок ущільнення наближається до поверхні обтікаємого тіла, потік повертається на невелику величину, тому можна вважати, що  $Sin \beta \approx \beta$ ;  $Cos \beta = 1$ , тоді після перетворення рух гіперзвукового потоку через стрибок ущільнення матиме вигляд (*puc. 9.1.4*):



Рис. 9.1.4. Схема утворення стрибків ущільнення при гіперзвуковій течії

$$(M_1 \beta)^2 - \frac{k+1}{2} (M_1 \beta) * (M_1 \Theta) - 1 = 0.$$
 (2.9.14)

Величини  $M_{I*\beta}$  і  $M_{I*\Theta}$  називаються параметрами гіперзвукової подібності, їх можна замінити коефіцієнтами подібності:

$$K_{\alpha} = M_1 \Theta i K_c = M_1 \beta. \qquad (2.9.15)$$

Підставивши їх у вихідне рівняння, отримаємо квадратичне рівняння:

$$K_c^2 - \frac{k+1}{2} K_c K_a - 1 = 0.$$
 (2.9.16)

Розв'язавши це рівняння, отримаємо корні параметрів гіперзвукової подібності:

$$K_c = \frac{k+1}{4} K_{\alpha} + \sqrt{1 + (\frac{k+1}{4} K \alpha)^2}$$

При малих значеннях кутів нахилу стрибка ущільнення  $\boldsymbol{\beta}$  отримаємо рівняння:

$$\frac{p}{p_1} = \frac{2k}{k+1} K_c^2 - \frac{k-1}{k+1}$$
звідси  

$$p = \frac{p-p_1}{q_1} = \frac{p_1}{q_1} \left(\frac{p}{p_1} - 1\right).$$
(2.9.17)

Після перетворення, за умови, що  $M_1 \to \infty$ ,  $(K_a \to \infty)$ , отримаємо рівняння:  $p = (k + 1) \Theta^2$ . (2.9.18)

Звідси можна зробити висновок, що в гіперзвуковому потоці коефіцієнт тиску за стрибком ущільнення при малих кутах повороту обтікаємих поверхонь  $\Theta$ , пропорційний значенню  $\Theta^2$ . Аналогічним чином можна визначити інші параметри газу за косим стрибком ущільнення при гіперзвукових швидкостях.

## 2.9.1.4. Поняття про аеродинамічне нагрівання конструкцій ПС і способи зниження нагрівання

При польоті з великими надзвуковими швидкостями частина кінетичної енергії літака переходить у теплову, що може призвести до підвищення температури обшивки літака. Аеродинамічне нагрівання поверхні літака значною мірою обмежує можливості швидкісних літаків, перешкоджаючи підвищенню

швидкості польоту. Аеродинамічний нагрів обшивки літака починає інтенсивно проявлятися при швидкості польоту M > 2. Для забезпечення необхідного запасу міцності обшивки при аеродинамічному нагріванні доводиться збільшувати вагу літака, ускладнювати конструкцію, що погіршує аеродинамічні характеристики літаків.

Аеродинамічний нагрів створює так званий «*тепловий бар'єр*», який виникає при досягненні швидкості польоту M > 3 і стає надзвичайно небезпечним при M > 4.

При польоті літака з гіперзвуковими швидкостями в примежовому шарі відбувається збільшення не тільки швидкості, але й температури. Найбільша температура виникає в місці гальмування потоку в критичній точці теоретично до «**0**». Внаслідок відведення тепла теплопровідністю з пристіночної області примежового шару в зовнішні області шару температура поблизу поверхні обшивки менше температури гальмування. При відсутності теплообміну примежового шару з поверхнею обшивки температура повітря біля поверхні дорівнює температурі гальмування і називається *температурою відновлення*:

$$Tr = T_{\infty} \left( 1 + r \frac{k-1}{2} M_{\infty}^2 \right),$$
 (2.9.19)

де:

*r* – коефіцієнт відновлення температури.

Величина коефіцієнта відновлення (*r*) практично не залежить від чисел *M* і *Re*, але залежить від характеру розподілу швидкостей по перерізу примежового шару і швидкості відводу тепла теплопровідністю з пристіночної області примежового шару.

Відношення відведення тепла теплопровідністю до виділення тепла за рахунок тертя в примежовому шарі характеризується числом Прандтля:

$$P_r = \frac{\mu c_p}{\lambda}, \qquad (2.9.20)$$

де:

*µ* – коефіцієнт динамічної в'язкості повітря;

 $C_p$  – питома теплоємність при p = const;

 $\lambda$  – теплопровідність повітря.

Коефіцієнт відновлення температури (r) залежить від структури примежового шару:

- для ламінарного шару 
$$r = = 0,85\sqrt{P_r}$$
;  
- для турбулентного шару  $r = = 0,9.\sqrt[3]{P_r}$ .

Зі збільшенням висоти польоту ступінь нагріву зменшується внаслідок зменшення масової густини повітря.

При нагріванні внаслідок великих перепадів температури в елементах конструкції виникають додаткові напруги і з'являється повзучість матеріалу конструкції, що зменшує запас міцності обшивки.

Передача тепла всередину общивки літака при польоті з гіперзвуковою швидкістю (M > 4) і вище ускладнює роботу екіпажу і призводить до підвищеної випаровуваності палива з паливних баків літака.

Процес передачі теплової енергії від рухомого нагрітого повітря до твердого тіла називається конвективним теплообміном. Нагріта общивка літака випромінює в навколишнє середовище певну кількість енергії у вигляді електромагнітних хвиль, в основному в інфрачервоній частині спектра. Крім конвективного теплового потоку в теплообміні присутній тепловий потік, викликаний сонячною радіацією, а також джерелами тепла, що знаходяться всередині обшивки літака.

Уся кількість тепла, що досягає поверхні обшивки літака як ззовні, так і зсередини літака, витрачається на підвищення температури конструкції літака.

**Таким чином**, виникає тепловий баланс: кількість підведеного до обшивки літака тепла від усіх джерел дорівнює кількості відведеного тепла:

$$q_{\kappa o \kappa 
m o \, 
m h s} + q_{co 
m o 
m h} \pm q_{o 
m o 
m o 
m m}$$
 –  $q_{i 
m s 
m n} = l$ 

Питомий конвективний тепловий потік визначається за формулою:

$$q_{\kappa o \mu s} = \alpha \left( T_r - T_w \right), \qquad (2.9.21)$$

де:

*T*<sub>w</sub> – рівноважна температура між середовищем і тілом;

*T*<sub>*r*</sub>-температура відновлення;

*а* – коефіцієнт теплопередачі між середовищем і поверхнею тіла.

Питомий тепловий потік від випромінювання обшивки літака визначається за формулою:

$$q_{i3n} = \sigma \varepsilon T_{w}, \qquad (2.9.22)$$

де:

 $\varepsilon$  – коефіцієнт чорноти поверхні тіла;

*о* – теплова постійна Стефана-Больцмана.

Питомий тепловий потік від сонячної радіації визначається за формулою:

$$q_{conh} = A_s \beta_s G_s \sin \varphi, \qquad (2.9.23)$$

де:

 $\boldsymbol{\varphi}$  – кут нахилу поверхні тіла до сонячних променів;

- *A*<sub>s</sub> коефіцієнт затінення поверхні, що враховує стан атмосфери, наявність хмарності;
- *βs* коефіцієнт поглинальної здатності поверхні тіла;
- $G_s$  кількість сонячної енергії, що підводиться до  $1m^2$  площі тіла в секунду.

Розвязування рівняння теплового балансу зазвичай здійснюється графічним методом. Згідно з результатіами досліджень теплового балансу температура поверхні тіла ( $T_w$ ) значно вище температури незбуреного середовища  $T_{\infty}$  (*puc. 9.1.5*).

Перехрещення кривих конвективного теплового потоку і теплового потоку випромінювання дозволяє визначити температуру рівноважного стану  $T_w$ :



Рис. 9.1.5. Графік залежності теплового потоку від температури рівноваги

Для зниження аеродинамічного нагріву обшивки літака при великих числах Маха необхідно зменшувати коефіцієнт тепловіддачі ( $\alpha$ ) і збільшувати ступінь чорноти ( $\varepsilon$ ) поверхні.

Заходи зниження коефіцієнта тепловіддачі (а):

– збільшення висоти польоту, призводить до зменшення масової густини повітря;

– ламінірізація примежового шару, що дозволяє зменшити швидкість течії біля поверхні тіла за рахунок утворення ентропійного шару;

– заходи збільшення випромінювальної здатності поверхні тіла (є);

– виготовлення елементів конструкції обшивки літака з матеріалів, які мають високе значення коефіцієнта чорноти (**є**).

## 1. Задача - 9.1.1:

Визначити кут нахилу стрибка ущільнення і коефіцієнт тиску, якщо повітряний потік набігає на профіль зі швідкітю 2000 км/год на висоті 1000 м, поверхня сторони внутрішнього кута нахилена на 5<sup>0</sup>.

## 2.9.2. Аеродинаміка тіл при обтіканні розрідженими газами

## 2.9.2.1. Особливості аеродинаміки тіл у розріджених газах

В умовах розрідженого газу необхідно враховувати його молекулярну структуру, яка виражається довжиною вільного пробігу молекул від одного зіткнення до іншого.

У зв'язку з тим, що швидкості хаотичного руху окремих молекул можуть змінюватися в широких межах, довжина вільного пробігу різних молекул неоднакова. Тому основним параметром течії розрідженого газу є середня довжина вільного пробігу молекули.

Розглянемо епюру швидкостей із просковзуванням відповідно до теорії Кнудсена про суцільність середовища і простежимо взаємодію двох сусідніх шарів газу в примежовому шарі, що знаходяться один від одного на відстані, яка дорівнює довжині вільного пробігу молекули (*l*) (*puc. 9.2.1*).



Рис. 9.2.1. Графік епюри швидкостей і тиску в примежовому шарі

Унаслідок хаотичного руху молекули переміщаються з одного шару в інший і навпаки. Маса молекул, що переміщаються з одного шару в інший за одиницю часу, буде пропорційна добутку середньої швидкості хаотичного руху молекул на масову густину газу:

$$m = k_1 \rho V,$$
 (2.9.24)

де:

$$k_{I}-$$
коефіцієнт пропорційності;

 $\rho$  – масова щільність,  $\kappa r/M^3$ ;

*V*-середня швидкість хаотичного руху молекул, *м/с*.

Зміна кількості руху газу при хаотичному русі визначається за формулою:

$$m\frac{dVx}{dy} l = k_1 \rho V \frac{dVx}{dy} l. \qquad (2.9.25)$$

Імпульс сили тертя за одиницю часу можна визначити за формулою Ньютона:

$$\tau = \mu \, \frac{dVx}{dy}$$

З фізики відомо, що імпульс сили дорівнює зміні кількості руху маси рухомого газу:

$$\mu = \frac{dVx}{dy} k_1 \rho \ V \frac{dVx}{dy} \ l. \tag{2.9.26}$$

Звідси можна отримати середню довжину вільного пробігу молекул:

$$l = \frac{v}{k_1 \cdot V}$$

Середню швидкість вільного пробігу молекул можна визначити використовуючи молекулярно-кінетичну теорію газу:

$$V = a \sqrt{\frac{8}{\pi k'}},\tag{2.9.27}$$

де:

a – швидкість звуку, M/c;

*k* – показник адіабати.

З огляду на вказане формула середньої довжини вільного пробігу молекул матиме вигляд:

$$l_0 = 1,255 \cdot \sqrt{\frac{k \cdot v}{a}}$$
 (2.9.28)

Зі збільшенням висоти атмосфери довжина вільного пробігу молекул суттєво змінюється: так, у землі l – це мільйонні частки сантиметра; на висоті 120 км – l – кілька метрів; на висоті 200 км – l – сотні метрів.

Якщо відношення довжини вільного пробігу молекул до товщини примежового шару більше  $I(\frac{l}{\delta}>1)$ , то така область називається *областю вільно молекулярної течії*. У цій області елементарні частинки не взаємодіють між собою і примежового шару фактично немає. Сили взаємодії між потоком і тілом являють собою імпульс сили ударів частинок повітря об поверхню тіла.

Через те що товщина примежового шару залежить від характеру течії та числа Re, то число Кнудсена  $K_{n\delta}$  також буде залежати від чисел *Рейнольдса і Маха*.

$$\frac{\delta}{L} \approx \frac{1}{\sqrt{Re}}$$
, тоді  $K_{n\delta} \approx \frac{M}{\sqrt{Re}}$  (2.9.29)

При малих числах Рейнольдса Re число Кнудсена –  $K_{n\delta} \approx \frac{M}{Re}$ 

*Таким чином*, залежно від числа *Re* вводиться критерій розрідженості середовища:

$$\frac{M}{Re}$$
або $\frac{M}{\sqrt{Re}}$ .

## 2.9.2.2. Підйомна сила і сила лобового опору в молекулярному потоці розрідженого газу

У вільномолекулярному потоці единими силами впливу газового середовища на рухоме в ній тіло є сили зіткнень молекул газу з поверхнею тіла.

Ці сили можна визначити, якщо відомий закон руху молекул після удару об поверхню тіла.

Існує декілька схем відскакування молекул після удару від поверхні тіла, але найбільш близькими до реальних умов є схеми (*puc. 9.2.2*):

– дзеркального відскакування (а);

– дифузійного відскакування (б).



Рис. 9.2.2. Схеми відскакування молекул від поверхні твердих тіл

*1. При дзеркальному відскакувані* молекули після зіткнення з тілом відскакують від нього під таким же кутом, під яким вони взаємодіяли з тілом.

2. При дифузійному відскакувані молекули відскакують від тіла під різними кутами, тому що поверхні тіл не є ідеально рівними. В цьому випадку молекули газу, вдаряючись об поверхню тіла, віддають йому всю свою кінетичну енергію, потім на деякий час ніби прилипають до поверхні тіла і поглинаються нею. За цей час відбувається вирівнювання температури газу і поверхні тіла. Після чого молекули відскакують від тіла під відповідним кутом зі швидкістю, що відповідає температурі поверхні тіла. Величину аеродинамічних сил, що діють на тіло у вільномолекулярному потоці, можна оцінити по ударній (корпускулярній) теорії І. Ньютона.

У цій теорії використовується ще одна схема відскакування молекул – схема непружного відбиття. Відповідно до цієї теорії частинки газу при ударі повністю втрачають швидкість і ніи прилипають до тіла (*puc 9.2.3*).



Рис. 9.2.3. Схема впливу рухомих молекул на сферичні тіла

У цьому випадку дії вільномолекулярного потоку піддається лише передня частина поверхні сфери. Сила опору кулі буде дорівнювати сумарному імпульсу від сили ударів молекул при зміні кількості руху маси молекул газу об передню частину поверхні сфери.

Масу молекул, що вдаряються об поверхню тіла, можна визначити:

$$m = \rho_{\infty} V_{\infty} S$$

де:

 $S = \pi r_0^2$  – площа міделевого перерізу сфери,  $M^2$ ;

 $V_{\infty}$  – середня швидкість вільного руху молекул, M/c.

Згідно з теоремою про зміну кількості руху при зіткненні молекул із тілом виникає імпульс сили, який передається на кулю у вигляді сили лобового опору.

$$\boldsymbol{m} \, \boldsymbol{V}_{\infty} = \boldsymbol{\rho}_{\infty} \, \boldsymbol{V}_{\infty}^{2} \, \boldsymbol{S} = \boldsymbol{X}_{\boldsymbol{a}}. \tag{2.9.30}$$

Якщо розділити це рівняння на швидкісний натиск і на площу міделевого перерізу, то отримаємо коефіцієнт лобового опору у вільномолекулярному потоці:

$$C_{xa} = \frac{Xa}{\rho \otimes V \otimes 2 S} = 2. \tag{2.9.31}$$

Аналогічний результат, як у випадку обтікання кулі, можна отримати і в разі обтікання конуса, якщо прийняти, що на поверхні конуса частинки газу повністю загальмовуються (*puc. 9.2.4*).



Рис. 9.2.4. Схема обтікання потоком молекул конуса обертання

$$X_{a} = \rho_{\infty} V_{\infty}^{2} S, \qquad (2.9.32)$$

$$C_{xa} = \frac{X_{a}}{\rho_{\infty} \cdot V_{\infty}^{2} \cdot S} = 2, \qquad (2.9.33)$$

де:

S – площа міделевого перерізу конуса,  $M^2$ 

Силу лобового опору і її коефіцієнт плоскої пластини можна визначити використовуючи теорему про кількість руху маси газу, що обтікає пластину (*puc. 9.2.5*).



Puc. 9.2.5. Схема обтікання потоком молекул плоскої пластини  $X_a = m V_{\infty} = \rho_{\infty} V_{\infty}^2 S = \rho_{\infty} V_{\infty}^2 b l Sin a;$  (2.9.34)  $C_{xa} = 2 Sin a.$  (2.9.35)

*Таким чином*, ударна теорія І. Ньютона показує, що єдиною аеродинамічною силою при русі тіла в розрідженому середовищі є сила лобового опору.

Через те що в реальних умовах майже 97 % молекул відбиваються від поверхні тіла диффузійно, молекули при відскакуванні від тіла віддають додаткову, нормальну до поверхні пластини, силу, аналогічно підйомній силі. Тому у вільномолекулярному потоці на пластині буде виникати невелика підйомна сила, а сила лобового опору буде значно більшою за величиною, ніж сила опору, що визначається відповідно до теорії Ньютона.

При дифузійному відскакувані коефіцієнти аеродинамічних сил і моментів, що діють на тіла різної форми, визначаються на основі молекулярно-кінетичної теорії газів. Відповідно до теорії в разі дифузійного відскакування молекул коефіцієнти  $C_{xai}$   $C_{ya}$  плоскої пластини залежать від числа Маха (*M*), кута атаки (*a*) і відношення найбільш імовірних швидкостей теплового руху відображених молекул (*V<sub>r</sub>*) до швидкості вільних молекул (*V*<sub>∞</sub>):

$$\frac{Vr}{V\infty} = \sqrt{\frac{Tr}{T\infty}}.$$

Отже, для визначення коефіцієнтів  $C_{xai}$   $C_{ya}$  плоскої пластини в вільномолекулярному потоці газу необхідно знати температуру відбитого потоку молекул газового потоку і температуру відновлення ( $T_r$ ).

# Питання для самостійної перевірки стану засвоения матеріалу за темою 2.9

1. Поняття про гіперзвукову течію.

2. Аеродинамічні характеристики тіл при гіперзвуковому обтіканні.

3. Особливості виникнення стрибків ущільнення при гіперзвукових швидкостях.

4. Аеродинамічні характеристики профілів при гіперзвукових швидкостях обтікання.

5. Поняття про аеродинамічне нагрівання конструкцій ПС.

6. Способи зниження нагрівання поверхні ПС.

7. Особливості аеродинаміки розріджених газів.

8. Підйомна сила і сила лобового опору в молекулярному потоці розрідженого газу.

9. Особливості розрахунку аеродинамічних сил і моментів при гіперзвуковому обтіканні.

10. Особливості розрахунку аеродинамічних сил і моментів при обтіканні розрідженим газом.

## ПЕРЕЛІК НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИХ ДЖЕРЕЛ

#### Основна література

1. Аеродинаміка та динаміка польоту вертольота. Частина І. Аеродинаміка вертольота : навч. посіб. / А. Г. Зінченко, О. О. Бурсала, О. Л. Бурсала та ін. ; за заг. ред. А. Г. Зінченка. – Харків : ХНУПС, 2016. – 402 с.

2. Аеродинаміка та динаміка польоту вертольота. Частина II. Динаміка польоту вертольота : навч. посіб. / А. Г. Зінченко, І. Б. Ковтонюк, В. М. Костенко та ін. ; за заг. ред. В. М. Костенка, І. Б. Ковтонюка. – Харків : ХУПС, 2010. – 272 с.

3. Аеродинаміка літальних апаратів : навч. посіб. / О. О. Бурсала. А. Г. Зінченко, Є. Ю. Іленко та ін. – Харків : ХУПС, 2015. – 333 с.

4. Котельніков Г. Н. Аеродинаміка літальних апаратів : пыдручник / Г. Н. Котельніков, О. В. Мамлюк. – Киъв : Вища шк., 2002. – 255 с.

5. Лебідь В. Г. Аерогідрогазодинаміка : навч. посіб. / В. Г. Лебідь, Ю. І. Миргород, Є. О. Українець ; за заг. ред. В. Г. Лебедя. – 3-тє вид., виправ. і допов. – Харків : ХУПС, 2015. – 400 с.

6. Лебідь В. Г. Аерогідрогазодинаміка : підручник / В. Г. Лебідь, Ю. І. Миргород. – Харків : ХУПС, 2006. – 350 с.

7. Пчельников С. І. Опорний конспект з навчальної дисципліни «Аеродинаміка, динаміка польоту та практична аеродинаміка». Частина І «Аеродинаміка вертольоту».

8. Пчельников С. І. Опорний конспект з навчальної дисципліни «Аеродинаміка, динаміка польоту та практична аеродинаміка». Частина II «Динаміка польоту».

#### Допоміжна література

1 Алаян О. М. Аэродинамика и динамика полета вертолета : учебник / О. М. Алаян, В. Ф. Ромасевич. – М. : Воениздат, 1973. – 446 с.

2 Базов Д. И. Аэродинамика вертолетов : учебник / Д. И. Базов. – М. : Транспорт, 1972. – 184 с.

3 Бураго Г. Ф. Аэродинамика. Часть 1 : учебник / Г. Ф. Бураго. – М. : ВВИА им. М. Е. Жуковского, 1957. – 350 с.

4 Володко А. М. Безопасность полетов вертолетов : учебник / А. М. Володко. – М. : Транспорт, 1981. – 224 с.

5 Володко А. М. Вертолет в особенной ситуации : учебник / А. М. Володко. – М. : Транспорт, 1992. – 262 с.

6 Володко А. М. Вертолеты. Справочник по аэродинамике, динамике полета вертолена : учеб. пособие / А. М. Володко, В. А. Горшков. – М. : Воениздат, 1992. – 557 с.

7 Володко А. М. Основы летной эксплуатации вертолетов. Аэродинамика : учебник / А. М. Володко. – М. : Транспорт, 1984. – 256 с.

8 Вотяков В. Д. Аэродинамика ЛА и гидравлика их систем. Часть 1. Аэродинамика : учебник / В. Д. Вотяков. – М. : ВВИА им. М. Е. Жуковского, 1972. – 652 с.

9 Дьяченко А. А. Летательные аппараты и безопасность полета / А. А. Дьяченко. – М. : ВВИА им. М. Е. Жуковского, 1987. – 626 с.

10 Ковалев Е. Д. Основы аэродинамики и динамики полета легких вертолетов : учеб. пособие / Е. Д. Ковалев, В. А. Удовенко. – Харьков : КБ «Аэрокоптер», 2008. – 280 с.

11 Кокунина Л. Х. Основы аэродинамики : учебник / Л. Х. Кокунина. – М. : Транспорт, 1976. – 208 с

12 Мхитарян А. М. Аэродинамика : учебник / А. М. Мхитарян. – М. : Машиностроение, 1968. – 430 с.

13 Мхитарян А. М. Сборник задач по курсу «Аэромеханика» : учеб. пособие / А. М. Мхитарян. – Киев : КИИЦА, 1976. – 100 с.

14 Нашукевич А. В. Аэродинамика самолета : учебник / А. В. Нашукевич. – М. : Воениздат, 1966. – 208 с.

15 Прицкер Д. М. Аэродинамика : учебник / Д. М. Прицкер, Г. И. Сахаров. – М. : Машиностроение, 1968. – 310 с.

16 Ромасевич В. Ф. Практическая аэродинамика вертолетов : учебник / В. Ф. Ромасевич, Г. А. Самойлов. – М. : Воениздат, 1984. – 484 с.

17 Advances in Aeronautical Sciences, I and II. Proceedings of the First International Congress in the Aeronautical Sciences, Madrid, 8-13 IX 1958, Pergamon Press, London 1959.

18 Advances in Aeronautical Sciences, III and IV. Proceedings of the Second International Congress in the Aeronautical Sciences, Zurich, 12-16 IX 1960, Pergamon Press, London 1962.

19 Dorrance W. H. Viscous hypersonic flow. Theory of reacting and hypersonic boundary layers / W. H. Dorrance. – New York : McGraw-Hill, 1963.

20 Hayes W. D. Hypersonic flow theory / W. D. Hayes, R. F. Probstein. – New York : Academic Press, 1959.

21 Pai S. I. Viscous flow theory. Vol. II. Laminar flow / S. I. Pai. – New York, 1957.

22 Pai S. I. Viscous flow theory. Vol. I. Laminar flow / S. I. Pai. – New York, 1956.

23 Riegels F. W. Aerodynamische Profile / F. W. Riegels. – Munchen : R. Oldenbourg, 1958.

24 Schlichting H. Aerodynamik des Flugzeuges / H. Schlichting, E. Truckenbrodt. – Berlin : Springer, 1959. – Vol. 1.

25 Schlichting H. Aerodynamik des Flugzeuges / H. Schlichting, E. Truckenbrodt. – Berlin : Springer, 1960. – Vol. 2.

#### Нормативна література

1. ДСТУ 20058-80. Динаміка літальних апаратів в атмосфері. Терміни. Визначення і літерні позначення. Видавництво стандартів, 1976.

2. ДСТУ 221890-76. Фюзеляж, крила і оперіння літаків і вертольотів. Терміни. Визначення і літерні позначення. Видавництво стандартів, 1976.

3. ДСТУ 22499-77. Апарати винтокрилі. Механіка польоту в атмосфері. Терміни. Визначення і літерні позначення. Видавництво стандартів, 1981.

4. ДСТУ 23199-80. Газодинаміка. Терміни. Визначення і літерні позначення. Видавництво стандартів, 1978.

5. ДСТУ 23281-78. Аеродинаміка летальних апаратів. Терміни. Визначення і літерні позначення. Видавництво стандартів, 1981.

## ЛІТЕРИ УМОВНОГО ПОЗНАЧЕНИЯ ФІЗИЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ТА ПАРАМЕТРІВ НАВКОЛИШНЬОГО СЕРЕДОВИЩА І ХАРАКТЕРИСТИК ЛА

	Грецький алфавіт							
Α	α	альфа	Ι	t	йота	P	ρ	ро
В	β	бета	K	ĸ	каппа	Σ	σ	сигма
Г	δ	гамма	Λ	λ	ламбда	Т	τ	тау
Δ	δ	<mark>дельта</mark>	Μ	μ	мю	Y	υ	іпсілон
E	ε	епсілон	N	ν	ню	Φ	φ	φi
Z	ζ	дзета	[1]	×Υ	ксі	X	χ	xi
H	η	ета	0	0	омікрон	Ψ	Ψ	nci
Θ	θ	тхета	П	π	ni	Ω	ω	омега

#### ОДИНИЦІ ВИМІРУ ФІЗИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ

## 1. Основні одиниці виміру параметрів і характеристик в різних системах

При вивченні властивостей рідини і газу використовуються відповідні системи одиниць виміру їх параметрів і характеристик. З 1 січня 1963 р. в колишньому СРСР був введений у дію стандрат ДСТ 9867-61 «*Міжнародна система одиниць*», згідно з яким для всіх галузей науки і промисловості встановлена Міжнародна система одиниць виміру СІ (*система інтернаціональна*), яка була прийнята в 1960 г. на ХІ Генеральній конференції по мірам і вагам. У цій системі за одиницю виміру довжини, маси, часу і температури відповідно було прийнято: метр (*м*), кілограм (*кг*), секунда (*c*), Кельвин (*K*).

Раніше в гідравліці і газовій механіці широко використовувалась *фізична* (СГС) і *технічна* (МКГСС) системи вимірів.

Основними одиницями вимірів у системах є:

- *СГС* довжина *сантиметр* (*см*), вага *грам* (*г*), час *секунда* (*c*), температура ( ${}^{\theta}C$ );
- *МКГСС* довжина метр (м), вага кілограм– сила (кГс), час (с), температура (<sup>θ</sup>C);

—	CI – довжина – <i>метр</i> ( <i>м</i> ), вага – <i>Ньютон</i> ( <i>H</i> ), час ( <i>c</i> ), температура
	$({}^{\theta}K)$ , maca – (K2).

Фізичні	Одиниці вимірів			
величини	СГС	МКГСС	CI	
Площа ( <b>S</b> )	см <sup>2</sup>	$M^2$	$M^2$	
Об'єм ( <i>W</i> )	см <sup>3</sup>	$M^3$	$M^3$	
Швидкість ( $V$ )	см/с	м/с	м/с	
Прискорення (а,g)	<i>см/с</i> <sup>2</sup>	$M/c^2$	$M/c^2$	
Maca ( <i>m</i> )	2	кГс с²/м	КГ	
Сила ( <b>F</b> )	г см/с <sup>2</sup> = (дин)	кГс	кг м/c <sup>2</sup> =(H)	
Питома вага (ү)	г/(см <sup>2</sup> с <sup>2</sup> )=дин/см <sup>3</sup>	кГс/м <sup>3</sup>	<i>Н/м</i> <sup>3</sup>	
Масова густина $\rho$ )	г/(см <sup>3</sup>	кГс с²/м4	кг/м <sup>3</sup>	
Тиск ( <b>p</b> )	г/(см с <sup>2</sup> )	кГс/см²=(ат)	<i>Н/м<sup>2</sup>=(Па)</i>	
Напруга (т)	г/(см с <sup>2</sup> )	кГс/см²	<i>Н/м<sup>2</sup>=(Па)</i>	
Динамичний кое-	$\partial (au a) = \Pi uap (\Pi)$	$\mathbf{F}$	$\Pi_{a/a}$	
фіцієнт в'язкості ( <b>µ</b> )	2/(CM C)—11ya3(11)	кі с с/см	<i>11a/C</i>	
Кінематичний кое-	$au^2/a-Cmara(Cm)$	<u> </u>	····	
фіцієнт в'язкості (v)	Cm /C-CM0KC(CM)	м /с	м /С	
Градус Енглера ( <sup>0</sup> Е)	-	-	${}^{\theta}\!BY$	

## 2. Похідні одиниц виміру:

- 2.1. нано **н** *10*<sup>-9</sup>; (1 нПа) нано Паскаль;
- 2.2. мікро **мк -** *10*<sup>-6</sup>; (1мкм) *мікрометр;*
- 2.3. міллі м 10<sup>-3</sup>; (мм) *міліметр;*
- 2.4. санті **с 10<sup>-2</sup>;** (см) *сантиметр;*
- 2.5. деци д  $10^{-1}$ ; (дм) *дециметр*;
- 2.6. дека да 10<sup>1</sup>; (дл) *декалітр;*
- 2.7. гекто **г** *10*<sup>2</sup>; (гН) *гекто Ньютон*;
- 2.8. кіло **к 10<sup>3</sup>;** (кПа) кіло Паскаль;
- 2.9. мега **М 10<sup>6</sup>;** (МН) мега Ньютон;
- 2.10. гіга **Г 10**<sup>9</sup>; (ГПа) гіга Паскаль.

#### 3. Одиниці виміру в системі СІ:

- 3.1. Сила *F*,*G* 1 Н (1кГ м/с<sup>2</sup>);
- 3.2. Тиск p 1 Па (1 H/м<sup>2</sup>);
  - 3.3. Робота А 1 Дж (1 Н м; 1 м<sup>2</sup> кг/с<sup>2</sup>);
  - 3.4. Потужність N 1 Вт (1 Дж/с, 1 м<sup>2</sup> кг/с<sup>3</sup>);
  - 3.5. Напруга *σ*, *τ* 1 Па;
  - 3.6. Об'єм *W* − 1 м<sup>3</sup>;
  - 3.7. Масова густина  $\rho$  1 кг/м<sup>3</sup>;
  - 3.8. Питома вага  $\gamma$  1 H/м<sup>3</sup>;
  - 3.9. Питомий об'єм − *w* − 1 м<sup>3</sup>/к*г*;
  - 3.10. Кінематична в'язкість  $v 1 \text{ м}^2/\text{с} (1 \text{ стокс} = 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с});$
  - 3.11. Динамічна в'язкість *µ* 1 Па\*с;
  - 3.12. Об'ємна витрата  $Q_w$  м<sup>3</sup>/с;
  - 3.13. Масова витрата  $Q_m$  к2/c;
  - 3.14. Момент сил M H м (кг м<sup>2</sup>/c<sup>2</sup>);
  - 3.15. Момент імпульсу  $M_i$  кг м<sup>2</sup>/ с;
  - 3.16. Момент інерції  $M_{ih}$  кг м<sup>2</sup>;
  - 3.17. Імпульс сили *Р*∗*t* H с; кг с/с;
  - 3.18. Частота обертання  $\omega$  -<sup>1</sup>/с;
  - 3.19. Поверхневий натяг *h* H/м.

## 4. Переведення одиниць виміру із одної системи виміру в іншу:

- 4.1.**760 мм. рт. ст.** = 1,01 \* 10<sup>5</sup> Па;
- 4.2. **1** Дж = 1 H м = 1 м<sup>2</sup> кг/  $c^2$ ;
- 4.3. **1 В** $\mathbf{T} = 1$  Дж/с = 1 м<sup>2</sup> кг/с<sup>3</sup>;
- 4.4. **1** дин = 10<sup>-5</sup> H;
- 4.5. аті надлишковий тиск;
- 4.6. ата абсолютний тиск;
- 4.7. **1** эрг 10<sup>-7</sup> Дж;
- 4.8. **1** эрг/с 10<sup>-7</sup> Вт;
- 4.9. **1**  $\mathbf{a}\mathbf{T} 1$  кг/см<sup>2</sup> = 1 10<sup>4</sup> кг/м<sup>2</sup> = 9,81 10<sup>4</sup> H/м<sup>2</sup> = 10 м.вод.ст. = 735,6 мм.рт.ст.;
- 4.10.  $\mu_{600bl}$  1,82 10<sup>-6</sup> Kr c/M<sup>2</sup> = 17,84 10<sup>-6</sup> H c/M<sup>2</sup> (Па с);
- 4.11.  $v_{600bl} 1,45 \ 10^{-5} \ \text{m}^2/\text{c};$
- 4.12.  $\gamma_{600bl} 1000 \text{ Kg/m}^3 = 1.10^{-3} \text{ Kg/cm}^3 = 9,81.10^3 \text{ H/m}^3;$
- 4.13. **1** Па = 1,01 10<sup>-5</sup> ати.

## СХЕМА ЕТАПІВ СТВОРЕННЯ НОВИХ ЗРАЗКІВ ЛА



# **3MICT**

ВСТУП	3
1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОЗВУКОВОЇ	
І НАДЗВУКОВОЇ АЕРОГІДРОГАЗОДИНАМІКИ	5
1.1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ І СПІВВІДНОШЕННЯ АЕРОГІДРОГАЗОДИНА-	
МІКИ. ФІЗИКО-МЕХАНІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ РІДИН І ГАЗІВ	5
1.1.1. Аеродинаміка як наука і її складові частини	5
1.1.1.1. Введення в дисципліну, основні вимоги до її вивчення. Історія	
авіаційної науки, формування вигляду сучасних літальних апаратів	5
1.1.1.2. Основні поняття аерогідрогазодинаміки, її складові частини	7
1.1.2. Принципи польоту ЛА. Види і типи ПС. Будова атмосфери землі	10
1.1.2.1. Принципи польоту ЛА, види і типи ПС	10
1.1.2.1.1. Поняття про літальні апарати і принципи їх польоту	10
1.1.2.1.2. Види і типи повітряних суден	12
1.1.2.2. Будова атмосфери Землі, її основні фізичні параметри	14
1.1.2.2.1. Атмосфера Землі	14
1.1.2.2.2. Будова атмосфери Землі	14
1.1.3. Загальні відомості про рідину і гази. Фізико-механічні	
властивості й параметри рідини і газу	17
1.1.3.1. Основні фізичні властивості рідин і газів	17
1.1.3.1.1. Поняття про фізичну структуру рідини і газу	17
1.1.3.1.2. Характеристика фізичних властивостей рідини	19
1.1.3.1.2.1. Інертність	19
<b>1.1.3.1.2.2.</b> В'язкість	19
1.1.3.1.2.3. Стисливість	22
1.1.3.1.2.4. Температурне розширення	23
<b>1.1.3.1.2.5.</b> Плинність	24
1.1.3.1.2.6. Питома теплоємність	24
1.1.3.2. Характеристика фізичних параметрів газу	26
1.1.3.2.1. Температура середовища	26
<b>1.1.3.2.2.</b> Тиск	27
1.1.3.2.3. Масова густина, питома вага і питомий об'єм речовини	28
1.1.3.2.4. Швидкість звуку в середовищі	30
1.1.3.2.5. Вологість	31
1.1.4. Гіпотеза суцільності середовища. Принцип зворотності руху	
і моделювання течії в аеродинаміці	32
1.1.4.1. Гіпотеза суцільності середовища	32
1.1.4.2. Принципи зворотності руху і моделювання в аеродинаміці	33
1.1.4.2.1. Принципи зворотності руху	33
1.1.4.2.2. Принцип моделювання в аеродинаміці	34
1.1.4.3. Поняття про аеродинамічні труби і гідролотки	35
Питання для самостійної перевірки стану засвоєння матеріалу	
за темою 1.1	37
Перелік задач до практичного заняття за темою 1.1	38

1.2. ОСНОВИ КІНЕМАТИКИ І ДИНАМІКИ РІДИНИ І ГАЗІВ	40
1.2.1. Поняття про потік рідини і газів, види руху і основні	
їх властивості	40
1.2.1.1. Місце теорії у вивченні середовища	40
1.2.1.2. Поняття про потік рідини і газу	41
1.2.1.3. Види руху рідини і газу	41
1.2.1.4. Прямолінійний рівномірний рух рідини і газів	43
1.2.1.5. Поняття про обертальний рух рідини і газу	46
1.2.2. Теоретичні моделі моделювання обтікання тіл потоком рідини	
і газу. Фізична картина обтікання твердих тіл рідиною і газом	<b>48</b>
1.2.2.1. Теоретичні моделі моделювання обтікання тіл	
потоком рідини і газу	<b>48</b>
1.2.2.2. Фізична картина обтікання твердих тіл потоком рідини і газу	49
1.2.3. Рівняння стану потоку і нерозривності потоку рідини і газу	51
1.2.3.1. Рівняння стану потоку	51
1.2.3.2. Рівняння нерозривності рухомого потоку (рівняння Л. Ейлера)	52
1.2.4. Рівняння збереження і балансу енергії рухомого газового потоку.	
Практичне використання основних рівнянь аерогідрогазодинаміки	55
1.2.4.1. Рівняння збереження енергії рухомого газового потоку	55
1.2.4.2. Рівняння балансу енергії рухомого потоку (рівняння Д. Бернуллі)	57
1.2.4.3. Практичне використання основних рівнянь	59
1.2.4.3.1. Повне гальмування газового потоку	59
1.2.4.3.2. Виникнення підйомної сили	60
1.2.4.3.3. Вимірювання швидкості польоту	61
Питання для самостійної перевірки стану засвоєння матеріалу	
за темою 1.2	62
Перелік задач до практичного заняття за темою 1.2	62
1.3. РІВНЯННЯ РУХУ ГАЗОВОГО ПОТОКУ З УРАХУВАННЯМ	
СТИСЛИВОСТІ СЕРЕДОВИЩА. ТЕОРІЯ СОПЛА ЛАВАЛЯ	64
1.3.1. Рівняння балансу енергії газового потоку з урахуванням	
стисливості середовища (рівняння Д. Бернуллі)	64
1.3.1.2. Залежність фізичних параметрів потоку від швидкості його	65
pyxy	<i>.</i> –
1.3.1.2.1. Температура загальмованого потоку	65
1.3.1.2.2. Гранична швидкість руху	67
<b>1.3.1.2.3.</b> Тиск і масова густина повітря	68
1.3.2. Рівняння постійної масової витрати рідини або газу	- 4
з урахуванням стисливості	71
1.3.3. Поняття про критичну швидкисть потоку. Теория сопла Лаваля	73
<b>1.3.3.1.</b> Поняття про критичну швидкість потоку газу	73
<b>1.3.3.2.</b> Георія сопла Лаваля	73
Питання для самостиної перевірки стану засвоєння матеріалу	
за темою 1.5	75
перелик задач до практичного заняття за темою 1.3	15

1.4. ЗАКОНОМІРНОСТІ ВИХРОВОГО РУХУ ГАЗОВОГО ПОТОКУ. ТЕОРЕМА М. Є. ЖУКОВСЬКОГО ПРО ПІДЙОМНУ СИЛУ КРИЛА	77
1.4.1. Закономірності вихрового руху потоку рідини і газів.	
Основні теореми про вихори	77
1.4.1.1. Закономірності вихрового руху потоку рідини і газів	77
1.4.1.2. Основні теореми про вихори	80
1.4.1.2.1. Теорема Гельмгольца	80
1.4.1.2.2. Теорема Стокса	81
1.4.1.2.3. Теорема Томпсона	81
1.4.2. Моделювання течії газодинамічними особливостями.	
Теорема М. Є. Жуковського про підйомну силу	82
1.4.2.1. Загальне поняття про газодинамічні особливості	82
1.4.2.2. Моделювання несучої поверхні приєднаними вихорами	82
1.4.2.3. Теорема М. Є. Жуковського про підйомну силу крила	85
1.4.3. Фізична сутність газодинамічних особливостей і принцип	
моделювання потенційної течії	87
1.4.3.1. Витік	87
1.4.3.2. Сток	88
<b>1.4.3.3.</b> Діполь	89
1.4.3.4. Сутність моделювання несучих поверхонь	
за допомогою газодинамічних особливостей	90
Питання для самостійної перевірки стану засвоєння матеріалу	
за темою 1.4	91
Перелік задач до практичного заняття за темою 1.4	91
1.5. ОСНОВИ ТЕОРІЇ ПРИМЕЖОВОГО ШАРУ	92
1.5.1. Загальні поняття про течію в'язкої рідини і газу	92
1.5.2. Структура примежового шару	95
1.5.3. Умови зміни структури примежового шару.	
Характеристика числа Рейнольдса	98
1.5.4. Фізична сутність тертя в примежовому шарі	100
1.5.5. Фізична сутність відриву газового потоку в примежовому шарі	102
1.5.6. Обтікання циліндра ідеальною і реальною рідиною	104
1.5.6.1. Сутність парадоксу «Ейлера-Даламбера»	104
1.5.6.2. Обтікання циліндра реальною рідиною	104
1.5.6.3. Сутність в 'язкої кризи	105
1.5.6.4. Поняття і види керування примежовим шаром	106
1.5.6.5. Фізична сутність хвильового відриву в примежовому шарі	107
Питання для самостійної перевірки стану засвоєння матеріалу	
за темою 1.5	109
Перелік задач до практичного заняття за темою 1.5	110

1.6. СТРИБКИ УЩІЛЬНЕННЯ І ХАРАКТЕРИСТИКИ РОЗШИРЕННЯ В ГАЗОВОМУ СЕРЕДОВИЩІ	111
1.6.1. Виникнення і розповсюдження звукових хвиль збурення	
в газовому середовищі	111
1.6.1.1. Поняття про збурення газового середовища	111
1.6.1.2. Поширення слабких збурювань у середовищі	111
1.6.1.3. Поширення сильних збурювань у середовищі	114
1.6.1.3.1. Виникнення характеристик розширення потоку	114
1.6.1.3.2. Фізична сутність виникнення стрибків ущільнення	115
1.6.2. Основні рівняння рухомого газового потоку і зміна фізичних	
параметрів на стрибку ущільнення	118
1.6.2.1. Рівняння рухомого газового потоку на стрибку ущільнення	118
1.6.2.2. Зміни параметрів газу на стрибку ущільнення	119
1.6.3. Особливості обтікання газовим потоком затуплених і спінчатих	
циліндричних і конічних тіл надзвуковим потоком	122
1.6.3.1. Фізична картина обтікання затуплених тіл	122
1.6.3.2. Обтікання затуплених, ступінчатих, циліндричних	
і конічних тіл	123
1.6.3.3 Фізична сутність звукового удару	124
1.6.3.4. Особливості гіперзвукової течії газового потоку	125
1.6.3.4.1. Поняття про гіперзвукову течію	125
1.6.3.4.2. Особливості гіперзвукових течій	125
Питання для самостійної перевірки стану засвоєння матеріалу	
за темою 1.6	127
Перелік задач до практичного заняття за темою 1.6	128
2. АЕРОДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОФІЛЮ,	
КРИЛА І НЕСУЧОГО ГВИНТА ВЕРТОЛЬОТУ. АЕРОДИ-	130
НАМІКА ГІПЕРЗВУКОВИХ ПОТОКІВ І РОЗРІДЖЕНИХ ГАЗІВ	
2.7. АЕРОДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОФИЛЮ	
І НЕСУЧИХ ПОВЕРХОНЬ ЛА	130
2.7.1.1. Призначення і форми несучих поверхонь	130
2.7.1.2. Геометричні характеристики несучих поверхонь	134
2.7.1.3. Геометричні характеристики профілю	136
2.7.1.4. Поняття про середню аеродинамічну хорду крила	138
2.7.1.5. Системи координат, що використовуються	140
в аерогідрогазодінаміці	
2.7.2. Повна аеродинамічна сила і результуючий аеродинамічний	
момент. Центр тиску і аеродинамічний фокус	142
2.7.2.1. Розподіл нормальної складової тиску по поверхні профілю,	
епюри тиску по хорді крила	142
2.7.2.2. Центр тиску і аеродинамічний фокус профілю	143
2.7.2.3. Виникнення повної аеродинамічної сили і результуючого	
аеродинамічного моменту	145

2.7.2.3.1. Коефіцієнти аеродинамічних сил і моментів у проекціях	
на вісі зв'язаної і швидкісної систем координат	148
2.7.2.4. Вплив на коефіцієнт підйомної сили геометричних	
і кінематичних параметрів обтікання	150
2.7.2.4.1. Вплив кута атаки на коефіцієнт підйомної сили	150
2.7.2.4.2. Вплив аеродинамічної форми профілю на його аеродинамічні	
характеристики	152
2.7.2.4.3. Вплив подовження крила на протікання залежності.	
$C_{va} = f(\alpha)$	153
2.7.2.4.4. Вплив в'язкості повітря на протікання	
залежності $C_{\nu\alpha} = f(\alpha)$	154
Сила лобового опору, її складові частини і залежність від геометричних	
характеристик і кінематичних параметрів обтікання	154
2.7.3.1. Загальні поняття про лобовий опір профілю	154
2.7.3.2. Профільний опір і його складові частини	155
2.7.3.2.1. Загальне поняття про профільний опір	155
2.7.3.2.2. Опір тиску	155
2.7.3.2.3. Опір тертя	156
2.7.3.2.4. Індуктивний опір і його фізична сутність	157
2.7.3.2.5. Хвильовий опір і його фізична сутність	163
2.7.4. Вплив стисливості середовища на аеродинамічні характеристики	
профілю і несучих поверхонь	166
2.7.4.1. Фізична сутність впливу стисливості повітря	
на аеродинамічні характеристики профілю	166
2.7.4.2. Залежність коефіцієнтів С <sub>уа</sub> і С <sub>ха</sub> від числа Маха	168
2.7.5. Поняття про аеродинамічну якість, полярні діаграми І і ІІ роду	173
2.7.5.1. Сутність і особливості побудови графіків аеродинамічної	
якості профілю крила і полярної діаграми І роду	173
2.7.5.2. Вплив стисливості повітря на полярну діаграму І роду	177
2.7.5.3. Поняття про підсмоктувальну силу. Поляра II роду	179
2.7.5.3.1. Фізична сутність виникнення підсмоктувальної сили	179
2.7.5.3.2. Полярна діаграма II роду	180
2.7.5.3.3. Аеродинамічний момент тангажу	181
2.7.6. Керуючі поверхні крила, види і способи механізації крила	182
2.7.6.1. Загальні відомості про керівні поверхні крила, способи і види	
його механізації	182
2.7.6.2. Характеристика засобів механізації крила і їх вплив	
на аеродинамічні коефіцієнти	185
Питання для самостійної перевірки стану засвоєння матеріалу	
за темою 2.7	189
Перелік задач до практичного заняття за темою 2.7	190

2.8. АЕРОДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ НГ ВЕРТОЛЬОТУ	193
2.8.1. Призначення, класифікація, види і основні елементи НГ	
вертольоту	193
2.8.1.1. Основні відомості про НГ вертольоту: призначення,	
класифікація і його основні елементи	193
2.8.1.1.1. Призначення НГ вертольоту	193
2.8.1.1.2. Види, класифікація та основні конструктивні елементи НГ	193
2.8.1.2. Геометричні і кінематичні характеристики та параметри НГ	195
2.8.1.2.1. Геометричні характеристики НГ	195
2.8.1.2.2. Кінематичні параметри НГ	196
2.8.1.2.3. Геометричні і кінематичні параметри лопатей НГ	198
2.8.1.2.4. Основні режими роботи НГ вертольоту	202
2.8.1.2.5. Критичні режими обтікання лопатей	
несучого гвинта вертольоту	204
2.8.1.2.5.1. Поняття про критичні явища при обтіканні лопатей НГ	204
2.8.1.2.5.2. Характеристика зон критичних режимів обтікання НГ	205
2.8.1.2.5.3. Шляхи зниження впливу критичних режимів обтікання НГ	
на ефективність його роботи	205
2.8.2. Поняття про основні теорії моделювання НГ вертольоту	
для розрахунку його кінематичних параметрів	208
2.8.2.1. Загальні поняття про імпульсну і вихрову теорії	
розрахунку тяги	208
2.8.2.1.1. Поняття про імпульсну теорію розрахунку тяги НГ	208
2.8.2.1.2. Поняття про вихрову теорію розрахунку тяги НГ	209
2.8.2.1.3. Визначення кінематичних параметрів і тяги НГ	
на різних режимах роботи НГ	211
2.8.2.1.3.1. Режим висіння НГ	211
2.8.2.1.3.2. Режим вісьового обтікання	
при вертикальних переміщеннях	214
2.8.2.1.3.3. Режим косого обтікання НГ	216
2.8.2.2. Визначення індуктивних швидкостей по вихровій теорії	218
2.8.2.2.1. Методи і види вихрової теорії	218
2.8.2.2.2. Індуктивний взаємовплив лопатей	219
2.8.3. Сили і моменти, що діють на елементи лопаті,	
і динаміка поведінки лопаті НГ	220
2.8.3.1. Сили і моменти, що діють на лопаті НГ	220
2.8.3.1.1. Елементарні сили і моменти, що діють на елементи лопаті	220
2.8.3.2. Сумарні сили і моменти, що діють на лопать	222
2.8.3.3. Динаміка лопаті в площині тяги НГ	222
2.8.3.3.1. Маховий рух лопаті в площині тяги	222
2.8.3.3.2. Основні закономірності махового руху лопаті НГ	224
2.8.3.3.3. Динаміка лопаті в площині обертання НГ	226
2.8.4. Поняття про потужності і коефіцієнти корисної дії НГ	228
2.8.4.1. Поняття про ідеальний і реальний несучий гвинт вертольоту	228
2.8.4.1.1. Загальні поняття про ідеальний НГ	228
-	

2.8.4.1.2. Оцінка ефективності роботи НГ вертольоту	229
2.8.4.2. Загальні поняття про потужність НГ	231
2.8.4.3. Момент опору НГ і його залежність від режимів польоту	231
2.8.4.4. Розрахункова потужність силової установки і її розподіл	
на вертольоті	234
2.8.5. Динамічна аеропружність і міцність лопаті НГ	237
2.8.5.1. Поняття про пружність лопатей НГ	237
2.8.5.2. Фізична сутність небезпечних режимів	
навантаження лопатей НГ	238
2.8.5.2.1. Флатер	238
2.8.5.2.1.1. Фізична сутність флатера	238
2.8.5.2.1.2. Умови, за яких може виникнути флатер	238
2.8.5.2.1.3. Ознаки розпізнавання появи флатера	240
2.8.5.2.1.4. Дії пілота при виникненні флатера	240
2.8.5.2.1.5. Заходи щодо запобігання виникненню флатера	240
2.8.5.2.2. Земний резонанс	241
2.8.5.2.2.1. Фізична сутність «земного резонансу»	241
2.8.5.2.2.2. Умови, за яких може виникнути «земної резонанс»	243
2.8.5.2.2.3. Ознаки виникнення «земного резонансу»	243
2.8.5.2.2.4. Дії пілота при виникненні «земного резонансу»	243
2.8.5.2.2.5. Заходи щодо запобігання виникненню «земного резонансу»	243
2.8.5.2.3. Режим «вихрового кільця»	244
2.8.5.2.3.1. Фізична сутність «вихрового кільця»	244
2.8.5.2.3.2. Умови, за яких виникає режим «вихрового кільця»	245
2.8.5.2.3.3. Ознаки виникнення «вихрового кільця»	245
2.8.5.2.3.4. Дії пілота при потраплянні в режим «вихрового кільця»	245
2.8.5.2.3.5. Заходи щодо запобігання потраплянню	
в режим «вихрового кільця»	245
2.8.5.3. Динамічна міцність лопатей НГ	246
2.8.6. Складні та аварійні ситуації в польоті вертольота	248
2.8.6.1. Перевищення максимально допустимої швидкості польоту	248
2.8.6.1.1. Фізичні явища, що відбуваються при перевищенні	
максимальної швидкості польоту	248
2.8.6.1.2. Умови, за яких виникає зрив потоку	248
2.8.6.1.3. Ознаки виникнення зриву потоку з лопатей НГ	248
2.8.6.1.4. Дії пілота при виникненні зриву потоку	249
2.8.6.2. Перенавантаження несучого гвинта	249
2.8.6.2.1. Фізична сутність перенавантаження НГ	249
2.8.6.2.2. Умови, за яких виникає перенавантаження НГ	249
2.8.6.2.3. Ознаки перенавантаження НГ	251
2.8.6.2.4. Дії пілота при перенавантаженні НГ	251
2.8.6.2.5. Заходи запобігання перенавантаженню НГ	251
Питання для самостійної перевірки стану засвоєння матеріалу	
за темою 2.8	252
Перелік задач до практичного заняття за темою 2.8	253

2.9. ОСОБЛИВОСТІ АЕРОДИНАМІКИ ГІПЕРЗВУКОВИХ ПОТОКІВ	
І В РОЗРІДЖЕНИХ ГАЗАХ	254
2.9.1. Особливості гіперзвукового обтікання тіл	254
2.9.1.1. Поняття про гіперзвукову течію	254
2.9.1.2. Особливості визначення аеродинамічних характеристик	
профілю крила при гіперзвукових швидкостях потоку	256
2.9.1.3. Особливості виникнення стрибків ущільнення	
при гіперзвуковому обтіканні	258
2.9.1.4. Поняття про аеродинамічне нагрівання конструкцій ПС	
і способи зниження нагрівання	258
2.9.2. Аеродинаміка тіл при обтіканні розрідженими газам	261
2.9.2.1. Особливості аеродинаміки тіл у розріджених газах	261
2.9.2.2. Підйомна сила і сила лобового опору в молекулярному	
потоці розрідженого газу	263
Питання для самостійної перевірки стану засвоєння матеріалу	
за темою 2.9	265
Перелік задач до практичного заняття за темою 2.9	265
ПЕРЕЛІК НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИХ ДЖЕРЕЛ	266
ЛІТЕРИ УМОВНОГО ПОЗНАЧЕНИЯ ФІЗИЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ	
ТА ПАРАМЕТРІВ НАВКОЛИШНЬОГО СЕРЕДОВИЩА і у арантеристик, на	2(0
І ХАРАКТЕРИСТИК ЛА	268
ОДИНИЦІ ВИМІРУ ФІЗИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ	269
СХЕМА ЕТАПІВ СТВОРЕННЯ НОВИХ ЗРАЗКІВ ЛА	271

Навчальне видання

ТЯГНІЙ Володимир Григорович ЄМЕЦЬ Валерій Васильович

## ОСНОВИ АЕРОДИНАМІКИ ТА ДИНАМІКИ ПОЛЬОТУ

## ЧАСТИНА І АЕРОГІДРОГАЗОДИНАМІКА

Навчальний посібник

Редагування: Т. Д. Мельник Коригування списків літератури: С. С. Тарасова Комп'ютерне верстання: А. О. Зозуля

> Формат 60х84/8. Ум. друк. арк. 32,67. Обл.-вид. арк. 11,34. Тираж 60 пр.

Видавець і виготовлювач – Харківський національний університет внутрішніх справ, просп. Льва Ландау, 27, м. Харків, 61080. Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 3087 від 22.01.2008