



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών
— ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837 —

ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΤΟΜΕΑΣ ΠΥΡΗΝΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΙ
ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ
Διπλωματική Εργασία

Μελέτες πολυμεταβλητών
αναλυτών με πραγματικά
δεδομένα και δεδομένα
προσομοίωσης για την διαδικασία
 $t\bar{t}H, H \rightarrow b\bar{b}$ στο διλεπτονικό
κανάλι με το πείραμα CMS στον
LHC του CERN

Μαδιανός Μιχαήλ
2020203

Επιβλέπουσα Καθηγήτρια:
Ν. Σαουλίδου

Μάρτιος 2022

Περίληψη

Ο Μεγάλος Επιταχυντής Αδρονίων LHC (Large Hadron Collider) στο Εργαστήριο CERN παρέχει συγκρούσεις πρωτονίου-πρωτονίου στα 13 TeV, η υψηλότερη ενέργεια μέχρι σήμερα, καθιστώντας τα πειράματα ικανά να ελέγξουν και να διερευνήσουν το Καθιερωμένο Πρότυπο (ΚΠ) με μεγάλη ακρίβεια. Η ανακάλυψη του μποζονίου Higgs (4 Ιουλίου 2012) επιβεβαίωσε την ύπαρξη μηχανισμού, ο οποίος προσδίδει μάζα στα σωματίδια. Η σταθερά σύζευξης του σωματίου Higgs με τα φερμιόνια, που είναι ανάλογη της μάζας του φερμιονίου, μας προτρέπει να μελετήσουμε την σύζευξή του με το βαρύτερο φερμιόνιο του ΚΠ, το top quark. Στην παρούσα εργασία γίνεται η μελέτη παραγωγής του Higgs μαζί με ζεύγος top quark - antiquark ($t\bar{t}H$), με το Higgs να διασπάται τελικώς σε ζεύγος $b\bar{b}$ και τα top quarks να διασπώνται λεπτονικά. Σκοπός της εργασίας είναι η αύξηση της σημαντικότητας ταυτοποίησης των γεγονότων σήματος απο το αναμενόμενο υπόβαθρο. Γίνεται ανασκόπηση της μεθόδου 'Ρυθμός ταυτοποίησης b-καταιγισμών' (Tag Rate Function) για την πρόβλεψη του κύριου υποβάθρου $t\bar{t} + jets$, με τη χρήση των πραγματικών δεδομένων (Data driven). Έπειτα επαληθεύεται η μέθοδος στα πραγματικά δεδομένα, καθώς και η συμφωνία μεταξύ πραγματικών και δεδομένων προσομοίωσης. Τέλος αναπτύσσεται ένα νέο Νευρωνικό Δίκτυο (Artificial Neural Network), το οποίο θα χρησιμοποιηθεί σαν επιπλέον κριτήριο διαχωρισμού του σήματος απο το υπόβαθρο και αυξάνει κατά πολύ την σημαντικότητα της μέτρησης. Η εκπαίδευση του νευρωνικού δικτύου γίνεται με εμπλουτισμένη στατιστική δεδομένων, χρησιμοποιώντας τα βάρη που παράγονται απο την μέθοδο TRF. Τέλος η αναμενόμενη απόδοση της ανάλυσης με δεδομένα από το εγγύς (Run III) αλλά και απώτερο (HL-LHC) παρουσιάζεται εν συντομία.

«Development and studies of Multivariate Analyzers with real and simulated data for the $t\bar{t}H$, $H \rightarrow b\bar{b}$ process in the dileptonic final state with the CMS Experiment at the CERN LHC»

Abstract

The Large Hadron Collider (LHC) at the CERN laboratory provides proton-proton collisions at 13 TeV, the highest energy to date, enabling experiments to investigate the Standard Model of physics (SM) with great accuracy. The discovery of the Higgs boson (July 4, 2012) confirmed the existence of a mechanism that gives mass to particles. The coupling constant of the Higgs' particle with fermions, which is proportional to the mass of the fermion, prompts us to study its coupling with the heaviest fermion of SM, the top quark. In the present work, the associated production of Higgs boson with a top quark - antiquark pair ($t\bar{t}H$), with Higgs finally decaying into a $b\bar{b}$ pair and both top quarks decaying into leptons, is being studied. The purpose of this work is the improvement in the significance of the measurements, namely the detection of the signal over the expected background. The "Tag Rate Function" (TRF) method of a data driven prediction for the main $t\bar{t} + jets$ background, namely TRF, is being reviewed. The method is then verified in the real datasets, and the agreement between real and simulation data is also examined. Finally, a new Artificial Neural Network is developed, which can be used as an additional pre-selection criterion for the signal separation over the background and increases the significance of the measurement by a large factor. The Neural Network's training occurs via enriched data statistics, applying the weights produced by the TRF method. Finally the performance of the overall analysis in the near (Run III) and longer term (HL-LHC) future is being briefly presented.

Ευχαριστίες

Η παρούσα εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια του μεταπτυχιακού προγράμματος σπουδών στο τμήμα Φυσικής του ΕΚΠΑ. Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για όλη την υποστήριξη που μου παρείχε κατά την διάρκεια των σπουδών μου, δίχως την οποία θα ήταν αδύνατον να τα καταφέρω. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω την αναπληρώτρια καθηγήτρια του ΕΚΠΑ, κ. Νίκη Σαουλίδου, για όλες τις γνώσεις που μου μετέδωσε, την αμέριστη συμπαράστασή της και την εκπληκτική προθυμία της να μου λύσει οποιαδήποτε απορία. Τέλος, θα ήταν παράλειψη να μην ευχαριστήσω και τη διδάκτορα του τμήματος, Δρ. Χάρις-Κλειώ Κόρακα, για τις αναλυτικές απαντήσεις που έδινε σε κάθε απορία μου.

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	6
2	Στοιχεία του καθιερωμένου προτύπου (Standard Model)	7
2.1	Τα σωματίδια στο καθιερωμένο πρότυπο	7
2.1.1	Μποζόνια	7
2.1.2	Φερμιόνια	8
2.2	Οι αλληλεπιδράσεις στο καθιερωμένο πρότυπο	10
2.2.1	Κβαντική Ηλεκτροδυναμική - QED	10
2.2.2	Ηλεκτρασθενείς Αλληλεπιδράσεις - Electroweak Interactions	11
2.2.3	Κβαντική Χρωμοδυναμική - QCD	13
2.3	Μηχανισμός <i>Brout – Englert – Higgs</i>	16
2.4	Οι Αδυναμίες του καθιερωμένου προτύπου	19
3	Η Φυσική της παραγωγής $t\bar{t}H$, $H \rightarrow b\bar{b}$	23
3.1	Το Μποζόνιο Higgs	23
3.1.1	Η παραγωγή του Higgs στον LHC	23
3.1.2	Διασπάσεις του Higgs	25
3.2	Η Φυσική των top quarks και τα διάφορα κανάλια διάσπασης του ζεύγους $t\bar{t}$	27
3.2.1	Παραγωγή των top quarks στον LHC	27
3.2.2	Διασπάσεις των top quarks	29
3.3	Οι κύριες διαδικασίες σήματος και υποβάθρου της παραγωγής $t\bar{t}H$, $H \rightarrow b\bar{b}$	30
3.4	Ενεργός διατομή και πιθανοφάνεια	31
4	Το Πείραμα CMS στον LHC	35
4.1	Ο Μεγάλος επιταχυντής αδρονίων LHC	35
4.2	Ο Ανιχνευτής του CMS	37
4.2.1	Ο Υπεραγωγίμος μαγνήτης (Superconducting magnet)	37
4.2.2	Ο Ανιχνευτής τροχιών (Tracker)	38
4.2.3	Το Ηλεκτρομαγνητικό καλορίμετρο (ECAL)	39
4.2.4	Το Αδρονικό καλορίμετρο (HCAL)	40

4.2.5	Ο Ανιχνευτής μιονίων	40
4.2.6	Triggering	41
4.3	Η Μέθοδος Particle Flow στη θερμομετρία	41
5	Έλεγχος υποθέσεων και Multivariate Analysis	43
5.1	Το Λήμμα των Neyman - Pearson - Η μέθοδος πιθανοφάνειας .	43
5.2	Ο Αλγόριθμος k - Nearest Neighbors (KNN)	44
5.3	Χρήση Multivariate Analysis για την ταξινόμηση των δεδομένων	46
5.3.1	Boosted Decision Trees (BDT)	46
5.3.2	Artificial Neural Networks (ANN)	48
5.3.3	Deep Neural Networks (DNN)	50
6	Μελέτη και ανάλυση της παραγωγής $t\bar{t}H, H \rightarrow b\bar{b}$	52
6.1	Δεδομένα	52
6.2	Ανάλυση της μεθόδου TRF	53
6.2.1	Πραγματική πληροφορία - Truth information	55
6.2.2	Ανακατασκευασμένη πληροφορία - Reconstructed information	58
6.2.3	Custom Scale factors(SFs)	60
6.3	Μελέτη κλεισίματος μεταξύ πραγματικών και δεδομένων προσομοίωσης	61
6.4	Χρήση Artificial Neural Network για τον διαχωρισμό γεγονότων	63
6.4.1	Διαχωρισμός γεγονότων μέσω ενός ANN	65
6.4.2	Σύγκριση πραγματικών και δεδομένων προσομοίωσης για το ANN output	67
6.4.3	Διαχωρισμός γεγονότων μέσω ενός TRF weighted ANN	68
6.5	Επέκταση σε υψηλότερη φωτεινότητα	71
6.6	Συμπεράσματα	73
	Appendices	75
	A' Γραφήματα	76
A'.1	Truth information studies	76
A'.2	Reconstructed information studies	85
A'.3	Custom Scale Factors	92
A'.4	Χρήση της μεθόδου TRF σε πραγματικά δεδομένα	93
A'.5	Μελέτη κλεισίματος μεταξύ πραγματικών και δεδομένων προσομοίωσης	94
A'.5.1	ANN output	116
	B' APV studies	120
B'.0.1	ANN output	120

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Η μελέτη στην παρούσα εργασία προκύπτει σαν συνέχεια της ανάλυσης που προηγήθηκε σε προπτυχιακό επίπεδο. Το σημαντικότερο αποτέλεσμα αυτής της μελέτης είναι η βελτιστοποίηση ενός Artificial Neural Network (ANN), το οποίο έχει ως σκοπό τον διαχωρισμό μεταξύ γεγονότων σήματος και υποβάθρου. Συνέπεια αυτής της βελτιστοποίησης ήταν η δυνατότητα πλέον να χρησιμοποιούμε την TRF μέθοδο (Βλέπε ενότητα 6.2), για να προβλέψουμε το ANN output χρησιμοποιώντας πραγματικά δεδομένα. Το output αυτό αξιοποιείται σαν επιπλέον κριτήριο επιλογής (Pre-Selection cut) στην ανάλυσή μας και οδήγησε σε αύξηση κατά $\sim 80\%$ του λόγου $\frac{S}{\sqrt{B}}$ ($1.65 \rightarrow 2.99$) για το σήμα $H \rightarrow b\bar{b}$ στο διλεπτονικό κανάλι ως προς το αναμενόμενο υπόβαθρο!

Στην παρούσα εργασία γίνεται αρχικά μια ανασκόπηση της μεθόδου TRF. Έπειτα θα ακολουθήσει η επιβεβαίωση της σωστής λειτουργίας της σε δεδομένα προσομοίωσης και σε πραγματικά δεδομένα. Στο επόμενο στάδιο θα εξετάσουμε τη συμφωνία πραγματικών δεδομένων και δεδομένων προσομοίωσης κατά την ανάλυσή μας, ώστε να επιβεβαιώσουμε την μεταξύ τους σύμπτωση και για το output του ANN. Αυτό θα αποδειχθεί πολύ σημαντικό δεδομένο, καθώς θα μας επιτρέψει να μεταφέρουμε και να αξιοποιήσουμε την ανάλυσή μας στα πραγματικά δεδομένα, που προέρχονται από το πείραμα CMS στο CERN. Τέλος, θα γίνει η παραγωγή και η επιβεβαίωση ενός TRF weighted ANN, του οποίου η εκπαίδευση θα γίνεται με τη χρήση εμπλουτισμένου σετ δεδομένων, αναμένοντας έτσι μικρότερες στατιστικές αβεβαιότητες.

Κεφάλαιο 2

Στοιχεία του καθιερωμένου προτύπου (Standard Model)

Η πληρέστερη, έως σήμερα, θεωρητική περιγραφή του κόσμου γύρω μας βασίζεται στο καθιερωμένο πρότυπο (Κ.Π.). Το Κ.Π. ταξινομεί όλα τα γνωστά σωματάρια ανάλογα με την τιμή του spin τους, καθώς επίσης και του τρόπου με τον οποίο αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Είναι μια κβαντική θεωρία πεδίου που στηρίζεται στη $SU(2)_L \times U(1)_Y \times SU(3)_c$ συμμετρία, απ' την οποία προκύπτει η Ηλεκτρασθενής και η Ισχυρή αλληλεπίδραση. Σε συνδυασμό με την βαρύτητα, η οποία δεν περιγράφεται από κάποια κβαντική θεωρία πεδίου, αυτοί είναι οι μοναδικοί γνωστοί τρόποι αλληλεπίδρασης των σωματιδίων.

2.1 Τα σωματάρια στο καθιερωμένο πρότυπο

Τα σωματάρια ταξινομούνται σε 2 κατηγορίες με κριτήριο το spin τους. Η πρώτη κατηγορία αποτελείται από σωματάρια που εμφανίζουν spin με ακέραιο πολλαπλάσιο του \hbar και ονομάζονται μποζόνια (Bosons), ενώ τα σωματάρια με ημιακέραια τιμή του \hbar ονομάζονται φερμιόνια (Fermions).

2.1.1 Μποζόνια

Τα μποζόνια είναι σωματάρια που υπακούν στη στατιστική Bose - Einstein, με χαρακτηριστικό τους την δυνατότητα να βρίσκονται στην ίδια κβαντική κατάσταση, δημιουργώντας τα συμπυκνώματα Bose - Einstein. Από αυτά κάποια παρουσιάζουν εσωτερική δομή (όπως τα μεσόνια), ενώ ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν τα στοιχειώδη μποζόνια, αυτά χωρίς εσωτερική δομή. Χωρίζονται στους φορείς των αλληλεπιδράσεων (Gauge Bosons) και στο βαθμωτό μποζόνιο Higgs με spin 0, το οποίο προκύπτει σαν αποτέλεσμα της διέγερσης (Quantum excitation) του πεδίου Higgs.

Στον πίνακα 2.1 συνοψίζονται τα χαρακτηριστικά των μποζονίων φορέων, καθώς και η αντιστοιχία τους με τις θεμελιώδεις αλληλεπιδράσεις. Σημειώνε-

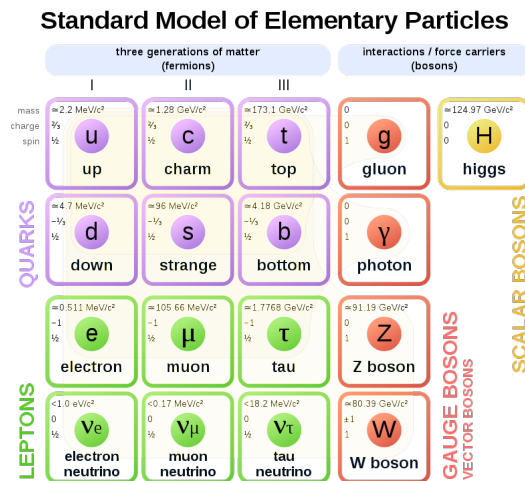
Μποζόνια				
Αλληλεπίδραση	Ισχύς	Σωματίδια	Spin	Μάζα (GeV)
Ισχυρή	1	Γλουόνιο (g)	1	0
Ηλεκτρομαγνητική	1×10^{-3}	Φωτόνιο (γ)	1	0
Ασθενής	1×10^{-8}	W Μποζόνια (W^+ , W^-)	1	80.4
Ασθενής	1×10^{-8}	Z Μποζόνιο (Z^0)	1	91.2
Βαρύτητα	1×10^{-37}	Βαρυτόνιο? (G)	2	0

Πίνακας 2.1: Τα μποζόνια φορείς της κάθε αλληλεπίδρασης

ται πως τα φωτόνια δεν φέρουν ηλεκτρικό φορτίο, καθιστώντας έτσι αδύνατη την ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση μεταξύ φωτονίων. Τα γλουόνια αντίθετα φέρουν 'χρωματικό' φορτίο, επιτρέποντας την σύζευξη μεταξύ γλουονίων. Τέλος, υπάρχει η πρόταση ύπαρξης διαδότη της βαρύτητας, στην προσπάθεια χβάντωσής της, δίχως όμως καμία πειραματική απόδειξη.

2.1.2 Φερμιόνια

Τα Φερμιόνια με Spin ημισακέραιο πολλαπλάσιο του \hbar ακολουθούν τη στατιστική Fermi - Dirac. Λόγω της ιδιότητάς τους να μην μπορούν σαν σύστημα να καταλαμβάνουν την ίδια χβαντική κατάσταση (Αρχή του Pauli), δημιουργούν στιβάδες, δομώντας έτσι τα άτομα και κατά συνέπεια την ύλη που αντιλαμβανόμαστε. Σύμφωνα με το Κ.Π. έχουμε 12 διαφορετικά φερμιόνια, τα οποία διαχωρίζουμε σε quarks και λεπτόνια, με την κάθε κατηγορία να χωρίζεται σε 3 γενιές. Για καθένα απ' τα 4 σωματίδια της πρώτης γενιάς, υπάρχουν 2 ακόμα όμοια σωματίδια, τα οποία διαφέρουν μόνο στη μάζα.



Σχήμα 2.1: Τα σωματίδια του Κ.Π.

Λεπτόνια: Στα λεπτόνια έχουμε 3 γενιές σωματιδίων, με την κάθε γενιά να περιλαμβάνει 1 αρνητικά φορτισμένο σωματίο (ηλεκτρόνιο e^- , μυόνιο μ^- , ταυ τ^-) και ένα ηλεκτρικά ουδέτερο νεutrino της αντίστοιχης γενιάς (ν_e, ν_μ, ν_τ). Απ' τα παραπάνω φορτισμένα λεπτόνια, μόνο το ηλεκτρόνιο (e^-) είναι σταθερό σωματίο, οπότε και μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε πειράματα υψηλών ενεργειών. Τα νεutrino γνωρίζουμε πως έχουν μάζα, αλλά είναι τουλάχιστον 9 τάξεις μεγέθους μικρότερη των υπόλοιπων φερμιονίων. Τέλος, τα φορτισμένα λεπτόνια αλληλεπιδρούν ηλεκτρομαγνητικώς και ασθενώς, ενώ τα νεutrino μπορούν να αλληλεπιδράσουν μόνο ασθενώς.

Quarks: Όπως ακριβώς και με τα λεπτόνια, έχουμε 3 γενιές ζευγών Quarks, τα οποία συνθέτουν τα διάφορα αδρόνια (μεσόνια, βαρυόνια). Τα ανιχνεύουμε σε 6 γεύσεις (Flavours), τα up (u), down (d), strange (s), charm (c), bottom (b), top (t), όλα ηλεκτρικά φορτισμένα.

	Leptons				Quarks		
	Particle	Q	mass/GeV	Particle	Q	mass/GeV	
First generation	electron (e^-)	-1	0.0005	down (d)	-1/3	0.003	
	neutrino (ν_e)	0	$< 10^{-9}$	up (u)	+2/3	0.005	
Second generation	muon (μ^-)	-1	0.106	strange (s)	-1/3	0.1	
	neutrino (ν_μ)	0	$< 10^{-9}$	charm (c)	+2/3	1.3	
Third generation	tau (τ^-)	-1	1.78	bottom (b)	-1/3	4.5	
	neutrino (ν_τ)	0	$< 10^{-9}$	top (t)	+2/3	174	

Σχήμα 2.2: Τα χαρακτηριστικά των 12 Φερμιονίων

Τα quarks διαφέρουν, καθώς σε κάθε γενιά είναι σημαντικά βαρύτερα συγκριτικά με τα λεπτόνια, καθώς επίσης φέρουν κλασματικό (ως προς το ηλεκτρονιακό) ηλεκτρικό φορτίο.

Η σημαντικότερη διαφορά, σε σχέση με τα λεπτόνια, είναι πως τα quarks φέρουν και χρωματικό φορτίο. Ως εκ τούτου αλληλεπιδρούν και ισχυρά, δημιουργώντας τα μεσόνια ($q \bar{q}$), τα βαρυόνια ($q q q$), τα Pentaquark ($q q q q \bar{q}$). Λόγω της φύσης της κβαντικής χρωμοδυναμικής (Quantum Chromodynamics - QCD), τα quarks δεν εντοπίζονται ποτέ σαν ελεύθερα σωματίια, αντιθέτως παρουσιάζουν ιδιότητες διαφορετικές από αυτές των λεπτονίων.

Η δυναμική των φερμιονίων περιγράφεται απ' την εξίσωση Dirac, με σημαντική συνέπεια την ύπαρξη ενός αντισωματίου για κάθε φερμιόνιο, με την ίδια μάζα και αντίθετα φορτία¹. Στο σχήματα 2.1, 2.2, 2.3 συνοψίζονται τα βασικά χαρακτηριστικά των φερμιονίων.

¹Τα αντισωματίια συμβολίζονται με περισπωμένη, εκτός απ' τα φορτισμένα λεπτόνια, π.χ: ($e^+, \bar{\nu}_e$)

					strong	electromagnetic	weak
Quarks	down-type	d	s	b	✓	✓	✓
	up-type	u	c	t			
Leptons	charged	e ⁻	μ ⁻	τ ⁻		✓	✓
	neutrinos	ν _e	ν _μ	ν _τ			

Σχήμα 2.3: Οι τρόποι αλληλεπίδρασης κάθε Φερμιονίου

2.2 Οι αλληλεπιδράσεις στο καθιερωμένο πρότυπο

Στην κλασική μηχανική συναντάμε τις δυνάμεις πεδίου, που ασκούνται από απόσταση, κάτι το οποίο συμβαίνει με την χρήση των δυναμικών (Potentials). Η εικόνα αυτή υπονοεί την ταυτόχρονη αλλαγή της αλληλεπίδρασης, όταν για παράδειγμα κάποιο σωματίο μετακινηθεί. Το πρόβλημα αυτό γίνεται εμφανές, όταν μελετάμε σχετικιστικά σωματίδια, οπότε και έχουμε παραβίαση της ειδικής σχετικότητας.

Το παράδοξο αυτό ερμηνεύεται στα πλαίσια της κβαντικής θεωρίας πεδίου ως μεταφορά ορμής, μεταξύ των αλληλεπιδρώντων και των σωματιών - διαδότες (Mediators), των Gauge Bosons. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιούμε τα διαγράμματα Feynman, τα οποία συνοψίζουν κάθε χρονικά πιθανή σειρά αλληλεπιδράσεων μεταξύ των σωματιδίων. Τα μποζόνια-διαδότες, αναφέρονται ως εικονικά σωματίδια (Virtual Particles), εφόσον το τετράγωνο της τετραορμής τους είναι διαφορετικό από τη μάζα ηρεμίας του (Off mass-shell)².

Όπως φαίνεται και στον πίνακα 2.1, η ισχύς κάθε αλληλεπίδρασης καθορίζεται από την σταθερά σύζευξης μεταξύ των σωματιών που συμμετέχουν³. Κάθε αλληλεπίδραση μπορούμε να την εξηγήσουμε θεωρητικά με την χρήση της αναλλοίωτης Λαγκραντζιανής (πυκνότητας) \mathcal{L} .

2.2.1 Κβαντική Ηλεκτροδυναμική - QED

Η QED, σαν μια αβελιανή θεωρία βαθμίδας, στηρίζεται στην παραδοχή μας, πως η Lagrangian παραμένει αναλλοίωτη σε αβελιανούς μετασχηματισμούς βαθμίδας της μορφής $U(1)_{EM}$. Μπορούμε να ξεκινήσουμε από την \mathcal{L} ενός ελεύθερου φερμιονικού πεδίου, με σπιν $\frac{1}{2}$ και μάζα m , του οποίου η δυναμική καθορίζεται από τον τετρασπίνωρα ψ , λύση της εξίσωσης Dirac:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\cancel{\partial} - m)\psi \quad (2.2.1)$$

² Αν $q = p_a - p_c = p_d - p_b$ η τετραορμή του εικονικού σωματιδίου σε κάθε κόμβο του διαγράμματος, έχουμε $q^2 \neq m_x^2$

³ Ενδεικτικά, στην QED η αδιάστατη σταθερά λεπτής υφής ορίζεται ως $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137}$

Όπου $\not{\partial} = \gamma^\mu \partial_\mu$, με γ^μ τους πίνακες Dirac. Μέσω των εξισώσεων Euler - Lagrange $\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \psi)} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi}$ λαμβάνουμε την εξίσωση Dirac:

$$(i\not{\partial} - m)\psi = 0 \quad (2.2.2)$$

Είναι προφανές πως ο καθολικός μετασχηματισμός e^{ia} με a σταθερά, αφήνει αναλλοίωτη την \mathcal{L} και με το θεώρημα Noether να υποδεικνύει την διατήρηση φορτίου. Όταν όμως η σταθερά εξαρτάται απ' το χωροχρονικό σημείο, τότε ο τοπικός μετασχηματισμός δίνει:

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{iq_a(x)} \psi \quad (2.2.3)$$

$$\bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi}' = e^{-iq_a(x)} \bar{\psi} \quad (2.2.4)$$

Προφανώς τώρα ο όρος $\partial_\mu \psi' = e^{iq_a(x)} (\partial_\mu \psi + iq\psi \partial_\mu a)$ δεν αφήνει αναλλοίωτη την λαγκραντζιανή, άρα δεν μπορούμε να έχουμε τέτοιου είδους ελεύθερη θεωρία.

Ορίζοντας την συναλλοίωτη παράγωγο (covariant derivative) $D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu$, όπου τώρα έχουμε ένα πεδίο που αντιστοιχεί σε άμαζο μποζόνιο, το φωτόνιο. Απαιτώντας να μετασχηματίζεται ως:

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu - \partial_\mu a \quad (2.2.5)$$

Τέλος, για να είναι η θεωρία μας συμβατή με την ηλεκτροδυναμική, απαιτείται να προσθέσουμε έναν ακόμα, αναλλοίωτο σε μετασχηματισμούς βαθμίδας, κινητικό όρο $F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ με $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$.

Επιτύχαμε έτσι να δημιουργήσουμε απο πρώτες αρχές μια Λαγκραντζιανή αναλλοίωτη σε $U(1)$ μετασχηματισμούς, η οποία περιγράφει την ηλεκτροδυναμική, όπως την γνωρίζουμε:

$$\mathcal{L}_{QED} = \bar{\psi}(i\not{\partial} - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - q\bar{\psi}A_\mu\psi \quad (2.2.6)$$

Το ρεύμα Dirac $J^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ αποτελεί τον όρο σύζευξης μεταξύ φωτονικού πεδίου και σωματίου Dirac. Τέλος, απ' την \mathcal{L} λείπουν όροι μάζας $mA^\mu A_\mu$ επιβεβαιώνοντας πως τα φωτόνια είναι άμαζα. Το επακόλουθο της ύπαρξης άμαζων φωτονίων είναι η άπειρη εμβέλεια των ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων.

2.2.2 Ηλεκτρασθενείς Αλληλεπιδράσεις - Electroweak Interactions

Η ύπαρξη ασθενούς ουδετέρου ρεύματος, προϋποθέτει την σύζευξή του αυστηρά με αριστερόστροφες LH-Left Handed καταστάσεις σωματιδίων δεδομένης χειραλικότητας, καθώς και αντίστοιχα με δεξιόστροφες RH-Right Handed καταστάσεις αντισωματιδίων. Η πειραματική παρατήρηση πως το Z Boson συζεύγνυται και με δεξιόστροφες καταστάσεις σωματιδίων, μας δελεάζει να σκεφτούμε, πως αποτελείται απο τα πεδία $W_\mu^{(3)}$, A_μ , προερχόμενα αντίστοιχα απ' την

συμμετρία σε $SU(2)$, $U(1)$ μετασχηματισμούς.

Σύμφωνα με το μοντέλο των Weinberg - Salam, η ηλεκτρασθενής ενοποίηση επιτυγχάνεται, μέσω της δημιουργίας μιας θεωρίας αναλλοίωτης σε $SU(2)_L \times U(1)_Y$ μετασχηματισμούς, όπου το L αντιστοιχεί στις απλές/διπλές ανάλογα με την χειραλικότητα και Y είναι το υπερφορτίο που συνδέεται με το φορτίο Q και την τρίτη προβολή του Isospin ως $Q = I_3 + \frac{Y}{2}$.

Αρχικά, απαιτείται η γενίκευση σε $N \times N$ μοναδιακούς⁴ μετασχηματισμούς βαθμίδας U με $\det U = 1$ ⁵, τους $SU(N)$. Ένας τέτοιος απειροστός μετασχηματισμός γράφεται ως $U(\delta\theta) = 1 + ig\delta\theta_\alpha T^\alpha$, όπου οι άχνοι,ερμητιανοί πίνακες T^α καλούνται γεννήτορες της ομάδας, με $\alpha=1,2,\dots,N^2-1$. Τέλος για τους γεννήτορες γνωρίζουμε πως $[T^a, T^b] = if_{ab}^c T^c$, με τους f_{abc} να καλούνται παράγοντες δομής.

Οι πίνακες $SU(N)$ συγκροτούν άλγεβρα Lie και κάθε πεπερασμένος μετασχηματισμός προκύπτει σαν n διαδοχικοί απειροστοί μετασχηματισμοί:

$$U = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + g \frac{i}{n} \theta_\alpha T^\alpha)^n = e^{ig\theta_\alpha T^\alpha} \quad (2.2.7)$$

Ακολουθώντας όμοια τακτική με την περίπτωση της $U(1)$, ορίζουμε την $D_\mu = \partial_\mu + igA_\mu^\alpha T_\alpha$ και απαιτούμε:

$$D'U\psi = UD\psi \Rightarrow (\partial_\mu + igA_\mu'^\alpha T_\alpha)(1 + ig\delta\theta_\alpha T^\alpha)\psi = (1 + ig\delta\theta_\alpha T^\alpha)(\partial_\mu + igA_\mu^\alpha T_\alpha)\psi$$

Και καταλήγουμε στα πεδία να μετασχηματίζονται ως:

$$A_\mu^\alpha T_\alpha \rightarrow A_\mu'^\alpha T_\alpha = A_\mu^\alpha T_\alpha - \partial_\mu(\theta^\alpha)T_\alpha - gf_{ab}^c \theta^a A_\mu^b T_c \quad (2.2.8)$$

Τέλος χρειάζεται να ορίσουμε τους αντίστοιχους με την $U(1)$ κινητικούς όρους της Lagrangian. Τώρα όμως τανυστής του πεδίου εμπεριέχει και όρους που προκύπτουν απ' την μη αβελιανότητα των μετασχηματισμών: $R_{\mu\nu}^\alpha T_\alpha = \partial_\mu A_\nu^\alpha T_\alpha - \partial_\nu A_\mu^\alpha T_\alpha + ig[A_\mu^\alpha T_\alpha, A_\nu^\beta T_\beta] = \partial_\mu A_\nu^\alpha T_\alpha - \partial_\nu A_\mu^\alpha T_\alpha - gf_{ab}^c A_\mu^a A_\nu^b T_c$

Ο άνωθεν όρος, ο οποίος δεν είναι αναλλοίωτος, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να δημιουργήσουμε τον κινητικό όρο που τελικά αναζητούμε και να γράψουμε ολόκληρη την \mathcal{L} :

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\cancel{\partial} - gA^\alpha T_\alpha - m)\psi - \frac{1}{4}R_{\mu\nu}^\alpha R_{\mu\nu}^\alpha \quad (2.2.9)$$

Στην περίπτωση της $SU(2)$, μπορούμε να γράψουμε τους γεννήτορες (δεν είναι η μοναδική αναπαράσταση) με την χρήση των πινάκων Pauli⁶, ως $T^i = \frac{1}{2}\sigma^i$

⁴ Προκύπτει απ' την φυσική απαίτηση για αναλλοιότητα του εσωτερικού γινομένου των καταστάσεων σε μετασχηματισμούς: $\langle \psi' | \phi' \rangle = \langle \psi | \phi \rangle \Rightarrow \langle \psi | \hat{U}^\dagger \hat{U} | \phi \rangle = \langle \psi | \phi \rangle \Rightarrow \hat{U}^\dagger \hat{U} = \hat{I}$

⁵ $\hat{U}^\dagger \hat{U} = \hat{I} \Rightarrow \det(\hat{U}^\dagger \hat{U}) = 1 \Rightarrow \det \hat{U}^* \det \hat{U} = 1 \Rightarrow |\det \hat{U}| = 1$

⁶ Οι πίνακες ορίζονται ως $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$, $\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

με την ιδιότητα $[\frac{\sigma^i}{2}, \frac{\sigma^j}{2}] = i\epsilon^{ijk}\frac{\sigma^k}{2}$. Σε αυτή την περίπτωση, λαμβάνουμε την λαγκραντζιανή, αναλλοίωτη σε $SU(2)$ μετασχηματισμούς:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\cancel{\partial} - \frac{g_w}{2}\mathcal{A}^\alpha\sigma_\alpha - m)\psi - \frac{1}{4}R_{\mu\nu}^\alpha R_\alpha^{\mu\nu} \quad (2.2.10)$$

Έχοντας όλα αυτά κατά νου, είναι εύκολο τώρα κατασκευάσουμε την \mathcal{L} της ηλεκτρασθενούς θεωρίας. Ορίζουμε αρχικά την LH διπλέτα:

$$I = \frac{1}{2}, \Upsilon_L = -1 \quad \chi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e_L^- \end{pmatrix}, \quad e_L^- = Le^- = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)e^{-7}$$

Όπου για τα ν_e έχουμε $I_3 = +\frac{1}{2}$ και για τα e_L^- έχουμε $I_3 = -\frac{1}{2}$.

Όμοια ορίζουμε την δεξιόστροφη απλέτα $e_R = Re^- = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)e^-$ με $I = 0, \Upsilon_R = -2$.

Με την χρήση των πεδίων W_μ^α, B_μ , που προέρχονται από την $SU(2)_L \times U(1)_Y$ συμμετρία, μαζί με την διαφορετική σταθερά σύζευξης ($g, \frac{g'}{2}$) κάθε πεδίου, λαμβάνουμε την τελική \mathcal{L} :

$$\mathcal{L}_{WI} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^\alpha W_\alpha^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} + \bar{e}_R(i\cancel{\partial} - (-2)\frac{g'}{2}\mathcal{B})e_R + \bar{\chi}_L(i\cancel{\partial} - (-1)\frac{g'}{2}\mathcal{B} - \frac{g_w}{2}\mathcal{W}^\alpha\sigma_\alpha)\chi_L \quad (2.2.11)$$

Είναι προφανές πως στην (2.2.11) έχουμε γράψει τους όρους που ανταποκρίνονται μόνο στην πρώτη γενιά λεπτονίων, αρκεί τώρα να προσθέσουμε και τους αντίστοιχους όρους για τις απλέτες/διπλέτες κάθε γενιάς λεπτονίων/quark. Η απαίτησή μας για αναλλοιότητα της Lagrangian καθώς και η ανάγκη μας να μη δώσουμε μάζα στο νετρίνο, μας οδήγησε πάλι σε άμαζα πεδία και άμαζα φερμιόνια, κάτι το οποίο αντιβαίνει στα πειραματικά δεδομένα. Τη λύση σε αυτό δίνει ο μηχανισμός Higgs. Τέλος, παρατηρώντας την λαγκραντζιανή, εντοπίζουμε όρους που προκύπτουν άμεσα από την μη αβελιανότητα της θεωρίας. Αυτοί οι όροι αντιστοιχούν σε διαγράμματα Feynman με κορυφές τριών ή τεσσάρων μποζονίων, επιτρέποντας έτσι την αυτοαλληλεπίδρασή τους.

2.2.3 Κβαντική Χρωμοδυναμική - QCD

Η ισχυρή αλληλεπίδραση, εξηγείται μέσω της κβαντικής χρωμοδυναμικής. Αυτή προκύπτει από την απαίτησή μας για αναλλοιότητα της λαγκραντζιανής σε $SU(3)$ μετασχηματισμούς βαθμίδας. Σε αντιστοιχία με το ηλεκτρικό φορτίο, εδώ έχουμε έναν καινούριο κβαντικό αριθμό, το χρωματικό φορτίο. Το κάθε χρώμα⁸ αντιστοιχεί σε μια από τις ορθογώνιες καταστάσεις του χώρου $SU_c(3)$,

⁷Ο πίνακας γ^5 ορίζεται ως $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$, ενώ ο τελεστής L μας δίνει την αριστερόστροφη συνιστώσα κάθε κατάστασης

⁸Κόκκινο (r), Πράσινο (g), Μπλέ (b)

$$\text{ως εξής } r = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad g = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Την ισχυρή αλληλεπίδραση αισθάνονται μόνο σωματρία με χρωματικό φορτίο, όπου λόγω της ακριβούς $SU(3)$ συμμετρίας η ισχύς g_s της αλληλεπίδρασης δεν εξαρτάται απ' το χρώμα του quark. Τέλος, τα αντισωματρία, όπως και στην QED φέρουν τα αντίθετα φορτία $\bar{r}, \bar{g}, \bar{b}$.

Σαν μια μη αβελιανή θεωρία βαθμίδας, μπορούμε να κατασκευάσουμε την θεωρία ξεκινώντας απ' τον τοπικό μετασχηματισμό βαθμίδας $U = e^{ig_s \theta_\alpha T^\alpha}$, $\alpha = 1, 2, 3 \dots 8$. Στην περίπτωση μας, έχουμε 8 γεννήτορες $T^\alpha = \frac{1}{2} \lambda^\alpha$. Τώρα χρησιμοποιούμε έναν υπερσπίνορα $q = c_i u(p)$, που αποτελείται από τον σπίνορα Dirac και την κατάσταση του χρώματος c_i , με τους γεννήτορες λ^α να άνακατεύουν τις καταστάσεις του χρώματος.

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{ig_s \theta_\alpha T^\alpha} \psi \quad (2.2.12)$$

Όπως έχει ήδη αναφερθεί στο προηγούμενο κεφάλαιο, καταλήγουμε με 8 πλέον πεδία G_μ^α , τα οποία μετασχηματίζονται ως εξής:

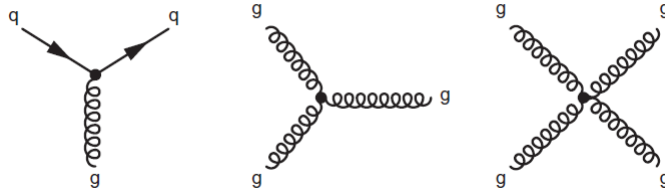
$$G_\mu^\alpha \rightarrow G'^\alpha_\mu = G_\mu^\alpha - \partial_\mu(\theta^\alpha) - g_s f_{bc}^a \theta^b G_\mu^c \quad (2.2.13)$$

Σε πλήρη αντιστοιχία με την $SU(2)$ συμμετρία, γράφουμε την Lagrangian:

$$\mathcal{L} = \bar{q}(i\not{\partial} - g_s \not{G}^\alpha T_\alpha - m)q - \frac{1}{4} R_{\mu\nu}^\alpha R^{\mu\nu}_\alpha \quad (2.2.14)$$

$$\text{Με } R_{\mu\nu}^\alpha = \partial_\mu G_\nu^\alpha - \partial_\nu G_\mu^\alpha - g_s f_{bc}^a G_\mu^b G_\nu^c$$

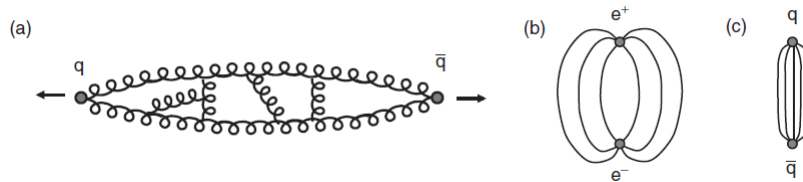
Παρατηρώντας τώρα την (2.2.14), βλέπουμε πως πάλι τα γλουόνια είναι άμαζα σωματρία. Όπως και στην περίπτωση της $SU(2)$, υπάρχουν διασταυρούμενοι όροι απ' τον κινητικό. Αυτοί οι όροι επιτρέπουν τις αυτοαλληλεπιδράσεις των γλουονίων, υποδεικνύοντας πως και αυτά φέρουν χρωματικό φορτίο, σε πλήρη αντίθεση με το ηλεκτρομαγνητικό ανάλογο των φωτονίων. Στην εικόνα 2.4 μπορούμε να δούμε τις προβλεπόμενες κορυφές qqq, ggg (Three-gluon vertex), gggg (Four-gluon vertex).



Σχήμα 2.4: Οι κορυφές αλληλεπίδρασης, οι οποίες προβλέπονται απ' την QCD

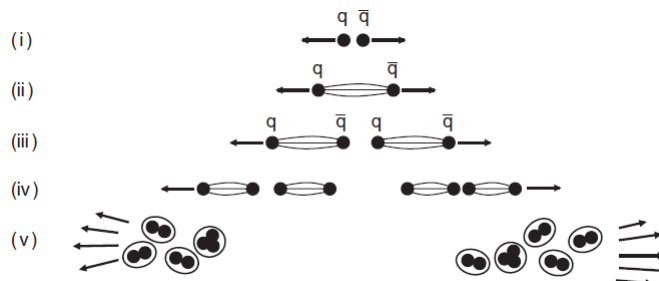
Colour Confinement: Μια ακόμα ιδιότητα που διαφοροποιεί τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις απ' τις υπόλοιπες είναι ο χρωματικός περιορισμός (Colour confinement). Σύμφωνα με την υπόθεση αυτή (δεν υπάρχει αναλυτική απόδειξη), η

αδυναμία μας να εντοπίσουμε ελεύθερο quark μπορεί να εξηγηθεί, αν δεχτούμε πως δεν δύναται να υπάρξει ελεύθερο σώμα με μη-μηδενικό χρωματικό φορτίο. Τα δέσμια quarks αλληλεπιδρούν μεταξύ τους με την ανταλλαγή (εικονικών) γλουονίων, τα οποία με την σειρά τους έλκονται. Ως αποτέλεσμα, έχουμε το πεδίο να εκτείνεται κατά μήκος ενός 'σωλήνα' (σχήμα 2.5) και με την ενέργεια του πεδίου να είναι ανάλογη της απόστασης των quark. Αν λοιπόν φανταστούμε 2 quarks να βρίσκονται 'ελεύθερα' σε μεγάλη απόσταση, το μεταξύ του πεδίο θα ήταν τεράστιο. Άλλη μια σημαντική παρατήρηση, είναι πως και τα γλουόνια, σαν χρωματικά φορτισμένα σώματα, βρίσκονται μόνο σε δέσμιες καταστάσεις. Έτσι, δεν μεταδίδονται ελεύθερα στη φύση (όπως τα φωτόνια), με αποτέλεσμα η ισχυρή αλληλεπίδραση να μην έχει άπειρη εμβέλεια (παρά την ύπαρξη άμαζων φορέων).



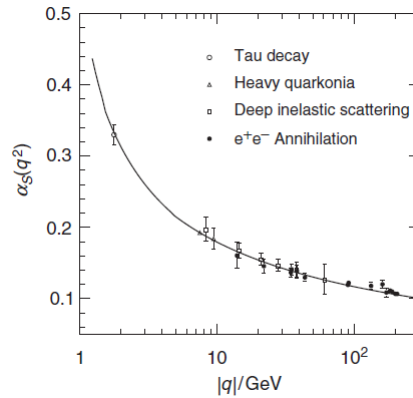
Σχήμα 2.5: Ποιοτική εικόνα αλληλεπίδρασης $q\bar{q}$ σε αντιδιαστολή με ζεύγος ηλεκτρικών φορτίων

Αδρονοποίηση: Η δημιουργία ζεύγους $q\bar{q}$ στο σύστημα κέντρου μάζας έχει ως αποτέλεσμα την αντιδιαμετρική κίνηση των 2 σωματιών. Σύμφωνα με την προηγούμενη αρχή, όσο τα quarks απομακρύνονται, τόσο αυξάνει η ενέργεια του μεταξύ τους πεδίου. Όταν γίνει ενεργειακά προτιμότερο, το γλουονικό πεδίο 'γεννάει' ένα νέο ζεύγος $q\bar{q}$ το οποίο ακολουθεί όμοια πορεία. Η διαδικασία συνεχίζεται εως να δημιουργηθούν 2 δέσμες αδρονίων, όπου κινούνται στις κατευθύνσεις των αρχικών quarks (Σχήμα 2.6). Αυτή η διαδικασία καλείται αδρονοποίηση (Hadronization) και οι δέσμες των αδρονίων πίδακες (Jets).



Σχήμα 2.6: Ποιοτική εικόνα της δημιουργίας πιδάκων

Ασυμπτωτική ελευθερία: Η σταθερά σύζευξης α_s της ισχυρής αλληλεπίδρασης παίρνει τιμές $\mathcal{O}(1)$ στις χαμηλές ενέργειες, με αποτέλεσμα να μην μπορούμε να κάνουμε σωστούς υπολογισμούς σε χαμηλές τάξεις θεωρίας διαταραχών. Το πρόβλημα λύνεται στις υψηλές ενέργειες, όπου η σταθερά παίρνει μικρότερες τιμές $\mathcal{O}(0.1)$ και η θεωρία διαταραχών μπορεί να ξαναχρησιμοποιηθεί. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται ασυμπτωτική ελευθερία. Συνέπεια αυτού είναι ότι στις υψηλές ενέργειες η ισχυρή αλληλεπίδραση γίνεται ασθενέστερη και τα σωματάρια δύνανται να θεωρηθούν οιονεί-ελεύθερα. Σε χαμηλές ενέργειες, όπως μέσα στο πρωτόνιο, τα quarks είναι ισχυρώς δέσιμα.



Σχήμα 2.7: Η τιμή του α_s συναρτήσει της ενεργειακής κλίμακας των αλληλεπιδράσεων q

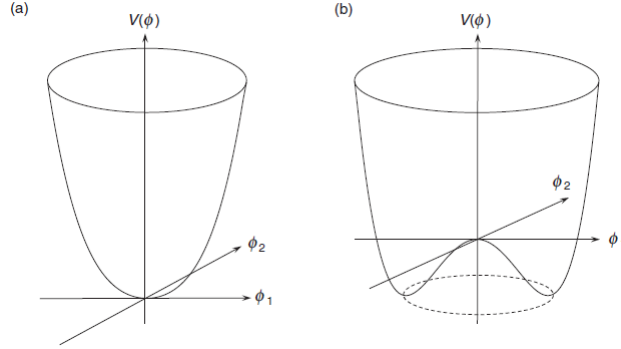
2.3 Μηχανισμός *Brout – Englert – Higgs*

Η ανάγκη να προσδώσουμε μάζα στους φορείς των ασθενών αλληλεπιδράσεων, κρατώντας το φωτόνιο άμαζο και την θεωρία μας επακανονικοποιήσιμη, οδήγησε στην πρόταση ύπαρξης ενός πεδίου, το οποίο αλληλεπιδρά αυθόρμητα με τα σωματάρια και δίνει μάζα σε αυτά. Ο μηχανισμός Higgs, όπως ονομάστηκε, οδηγεί στο αυθόρμητο σπάσιμο της συμμετρίας (Spontaneous symmetry breaking) και στην εναρμόνιση της θεωρίας των Glashow - Weinberg- Salam με τα πειραματικά δεδομένα.

Η απλούστερη περίπτωση είναι αυτή ενός άμαζου βαθμωτού πεδίου (spin 0), που ακολουθεί την εξίσωση Klein - Gordon⁹. Για το δυναμικό αλληλεπίδρασης, απαιτούμε να είναι αναλλοίωτο σε μετασχηματισμούς βαθμίδας: $V(\phi^\dagger\phi)$.

Έτσι καταλήγουμε στο δυναμικό $V(\phi^\dagger\phi) = \mu^2\phi^\dagger\phi + \lambda(\phi^\dagger\phi)^2$, με $\mu^2 < 0$, $\lambda > 0$, ώστε να υπάρχουν σημεία ελαχίστου εκτός του $(0,0)$. Γύρω από αυτά τα σημεία, όπου $|\phi|^2 = -\frac{\mu^2}{2\lambda} = -\frac{v^2}{2}$ θα κάνουμε μικρές κυμάνσεις.

⁹ $(\partial^\mu\partial_\mu + m^2)\phi = 0$



Σχήμα 2.8: Το δυναμικό *Higgs* για (a) $\mu^2 > 0$ και (b) $\mu^2 < 0$

Μιας και έχουμε 4 βαθμούς ελευθερίας, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μια διπλέτα με μιγαδικές συνιστώσες $\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$, τα σύμβολα των όρων αντιστοιχούν στο φορτίο, οπότε είναι εύκολο να ελέγξουμε ότι $Y_\phi = 1$. Το ελάχιστο του δυναμικού βρίσκεται σε κύκλο και είναι αυθαίρετο, επιλέγουμε λοιπόν $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$ χωρίς βλάβη της γενικότητας. Παίρνουμε τώρα κυμάνσεις γύρω απ' το ελάχιστό μας $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ v + \eta + i\phi_4 \end{pmatrix}$. Η λαγκραντζιανή που αντιστοιχεί στην αλληλεπίδραση του πεδίου Higgs με τα πεδία βαθμίδας δίνεται ως:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^\alpha W_\alpha^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} + (D_\mu\phi)^\dagger(D_\mu\phi) - V(\phi^\dagger\phi) \quad (2.3.1)$$

Παρατηρώντας την άνωθεν εξίσωση και κάνοντας τις πράξεις, οι όροι ϕ_i αντιστοιχούν σε Goldstone Bosons μηδενικής μάζας, τα οποία μπορούμε να απορροφήσουμε άμεσα με έναν μετασχηματισμό βαθμίδας, οπότε μένουμε με $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + \eta \end{pmatrix}$.

$$\begin{aligned} \text{Επιστρέφουμε στην (2.3.1) και υπολογίζουμε τον όρο } D_\mu\phi &= (\partial_\mu + i(+1)\frac{g'}{2}B_\mu + \\ i\frac{g}{2}W_\mu^\alpha\sigma_\alpha)\phi &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 2\partial_\mu + ig_w W_\mu^3 + ig' B_\mu & ig_w[W_\mu^1 - iW_\mu^2] \\ ig_w[W_\mu^1 + iW_\mu^2] & 2\partial_\mu - ig_w W_\mu^3 + ig' B_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v + \eta \end{pmatrix} = \\ \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} ig_w(W_\mu^1 - iW_\mu^2)(v + \eta) \\ (2\partial_\mu - ig_w W_\mu^3 + ig' B_\mu)(v + \eta) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{Γράφουμε τώρα το } (D_\mu\phi)^\dagger(D_\mu\phi) = \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)(\partial^\mu\eta) + \frac{1}{8}g_w^2(W_\mu^1 + iW_\mu^2)(W^{\mu(1)} - iW^{\mu(2)})(v + \eta)^2 + \frac{1}{8}(g_w W_\mu^3 - g' B_\mu)(g_w W^{\mu(3)} - g' B^\mu)(v + \eta)^2$$

Απ' την πάνω εξίσωση, κάνουμε τις εξής αλλαγές, ώστε να κατασκευάσουμε

τέλειους όρους μάζας:

$$A_\mu = \frac{g'W^3 + g_w B_\mu}{\sqrt{g_w^2 + g'^2}}$$

$$Z_\mu = \frac{g_w W^3 - g' B_\mu}{\sqrt{g_w^2 + g'^2}}$$

$$W^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W^1 \mp iW^2)$$

Το τελικό κομμάτι της λαγκραντζιανής, όπου φαίνεται η αλληλεπίδραση του πεδίου Higgs με τα διανυσματικά μποζόνια είναι:

$$\frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) + \frac{1}{4}g_w^2 W_\mu^- W^{+(\mu)}(v+\eta)^2 + \frac{1}{8}(g_w^2 + g'^2)Z_\mu Z^\mu (v+\eta)^2 - \mu^2(v+\eta)^2 - \lambda(v+\eta)^4 \quad (2.3.2)$$

Εδώ είναι προφανές ότι $m_A = 0$, $m_W = \frac{1}{2}vg_w$, $m_Z = \frac{1}{2}v\sqrt{g_w^2 + g'^2}$, $m_H^2 = 2v^2\lambda$, ενώ βλέπουμε επίσης και αλληλεπιδράσεις hW^+W^- , hhW^+W^- , hZZ , $hhZZ$.

Το μόνο που μένει για να ολοκληρώσουμε τη θεωρία, είναι να δώσουμε μάζα και στα φερμιόνια. Για αυτόν τον σκοπό χρειαζόμαστε όρους αναλλοίωτους τόσο σε $U(1)_Y$ όσο και σε $SU(2)_L$ μετασχηματισμούς, κάτι που δεν ισχύει για όρους της μορφής $(-m\bar{\psi}\psi)$. Ξεκινάμε με τα λεπτόνια και τους ερμιτιανούς συζυγείς όρους $-g_f(\bar{L}\phi R + \bar{R}\phi^\dagger L)$. Στην περίπτωση της πρώτης γενιάς λεπτονίων, μετά το σπάσιμο της συμμετρίας ισχύει

$$-g_e \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_e \\ \bar{e} \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} 0 \\ v + \eta \end{pmatrix} e_R + \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{e}_R \begin{pmatrix} 0 & v + \eta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \right]$$

Καταλήγουμε λοιπόν στον όρο της λαγκραντζιανής:

$$\mathcal{L}_e = -\frac{g_e}{\sqrt{2}}v(\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) - \frac{g_e}{\sqrt{2}}h(\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) \quad (2.3.3)$$

Οι 2 αυτοί όροι αντιστοιχούν¹⁰ στη μάζα του ηλεκτρονίου $m_e = \frac{g_e}{\sqrt{2}}v$ και στη σύζευξη του με το πεδίο Higgs. Αξιοσημείωτο είναι πως δεν δώσαμε μάζα στο νετρίνο, κάτι το οποίο θα μπορούσαμε να αγνοήσουμε, αν δεν χρειαζόταν να επαναλάβουμε την διαδικασία και για τα quarks. Σε αυτή την περίπτωση θα κρατούσαμε την μάζα του πάνω μέρους της διπλέτας (up quark) μηδενική.

Για να ξεπεράσουμε το πρόβλημα, ορίζουμε την διπλέτα $\phi_c = -i\sigma_2\phi^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -v - \eta \\ 0 \end{pmatrix}$ και προσθέτουμε στην λαγκραντζιανή τον όρο $g_f(\bar{L}\phi_c R + \bar{R}\phi_c^\dagger L)$. Στην περίπτωση της πρώτης γενιάς quark λαμβάνουμε:

¹⁰ $e_L = Le \Rightarrow e_L^\dagger = e^\dagger L \Rightarrow \bar{e}_L = e^\dagger L \gamma^0 = \bar{e}R \Rightarrow \bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L = \bar{e}e$

$$g_u \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (\bar{u} \quad \bar{d})_L \begin{pmatrix} -v - \eta \\ 0 \end{pmatrix} u_R + \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{u}_R \begin{pmatrix} -v - \eta & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \right]$$

Παίρνουμε έτσι και τον τελικό όρο μας:

$$\mathcal{L}_u = -\frac{g_u}{\sqrt{2}} v (\bar{u}_L u_R + \bar{u}_R u_L) - \frac{g_u}{\sqrt{2}} h (\bar{u}_L u_R + \bar{u}_R u_L) \quad (2.3.4)$$

Απ' τις (2.3.3), (2.3.4) μπορούμε να δούμε ότι η σταθερά ζεύξης μεταξύ Higgs και φερμιονίων, $\frac{g_f}{\sqrt{2}} = \frac{m_f}{v} = \frac{m_f}{2m_W} g_w$, είναι ανάλογη της μάζας του κάθε φερμιονίου. Προφανώς για κάθε γενιά σωματίων τα g_l, g_q αλλάζουν, ώστε να δίνουν διαφορετικές μάζες. Είμαστε έτοιμοι τώρα να γράψουμε ολοκληρωμένη την Lagrangian για τα σωματρία πρώτης γενιάς¹¹:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^\alpha W_\alpha^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \\ & + \bar{R} (i\not{\partial} - (-2) \frac{g'}{2} \not{B}) R + \bar{\chi}_L (i\not{\partial} - (-1) \frac{g'}{2} \not{B} - \frac{g_w}{2} W^\alpha \sigma_\alpha) \chi_L \\ & + [(\partial_\mu + i(+1) \frac{g'}{2} B_\mu + i \frac{g}{2} W_\mu^\alpha \sigma_\alpha) \phi]^\dagger [(\partial^\mu + i(+1) \frac{g'}{2} B^\mu + i \frac{g}{2} W^{\alpha\mu} \sigma_\alpha) \phi] \\ & - \mu^2 \phi^\dagger \phi - \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \\ & - g_1 (\bar{L} \phi R + \bar{R} \phi^\dagger L) + g_2 (\bar{L} \phi_c R + \bar{R} \phi_c^\dagger L) \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

2.4 Οι Αδυναμίες του καθιερωμένου προτύπου

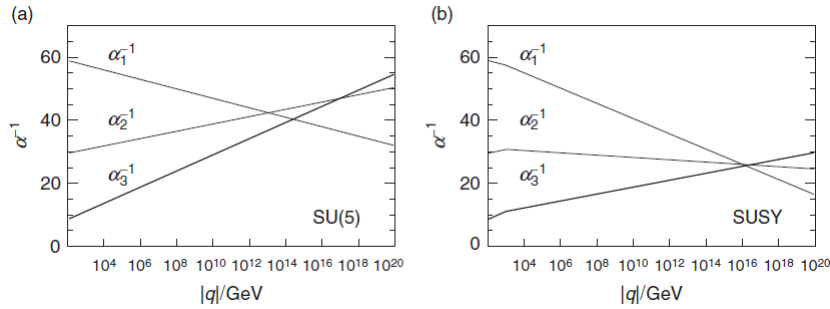
Παρά τις μεγάλες επιτυχίες του, με την τελευταία να είναι η επιβεβαίωση της ύπαρξης τους σωματιδίου Higgs, το καθιερωμένο πρότυπο αποτυγχάνει να απαντήσει σε μερικά θεμελιώδη ερωτήματα. Για τον λόγο αυτό, τα πειράματα που λαμβάνουν χώρα στον LHC έχουν ως σκοπό, μεταξύ άλλων, να μας καταδείξουν φυσική θεωρία πέρα απ' το καθιερωμένο πρότυπο. Κρίνεται σκόπιμο για το τέλος αυτής της ενότητας να παρατεθούν μερικές απο αυτά τα ερωτήματα.

Μεγάλη ενοποιημένη θεωρία (*Grand Unified Theory*)

Οι στεθερές σύζευξης κάθε αλληλεπίδρασης δεν είναι πραγματικά σταθερές, αλλά αντίθετα μεταβάλλονται συναρτήσει της ενέργειας. Το γεγονός πως αυξανόμενης της ενέργειας οι τιμές συγκλίνουν, μας δίνει την ιδέα πως υπάρχει μια ενοποιημένη θεωρία $SU(5)$ συμμετρίας, με τις αλληλεπιδράσεις του Κ.Π. να είναι εκφάνσεις της στις χαμηλές ενέργειες. Παρατηρώντας το γράφημα 2.9α

¹¹ Αρχεί να προσθέσουμε και τους αντίστοιχους όρους με διαφορετικές σταθερές ζεύξης για τις υπόλοιπες γενιές

βλέπουμε ότι δεν υπάρχει σημείο πλήρης ταύτισης. Σε περίπτωση ύπαρξης επιπλέον σωματιδίων (λ.χ. τα υπερσυμμετρικά) βλέπουμε την διόρθωση αυτού (γράφημα 2.9β).



Σχήμα 2.9: Οι σταθερές σύζευξης συναρτήσεως της ενέργειας για (α) $SU(5)$ συμμετρία και (β) υπερσυμμετρική επέκταση της $SU(5)$

Κβαντική βαρύτητα

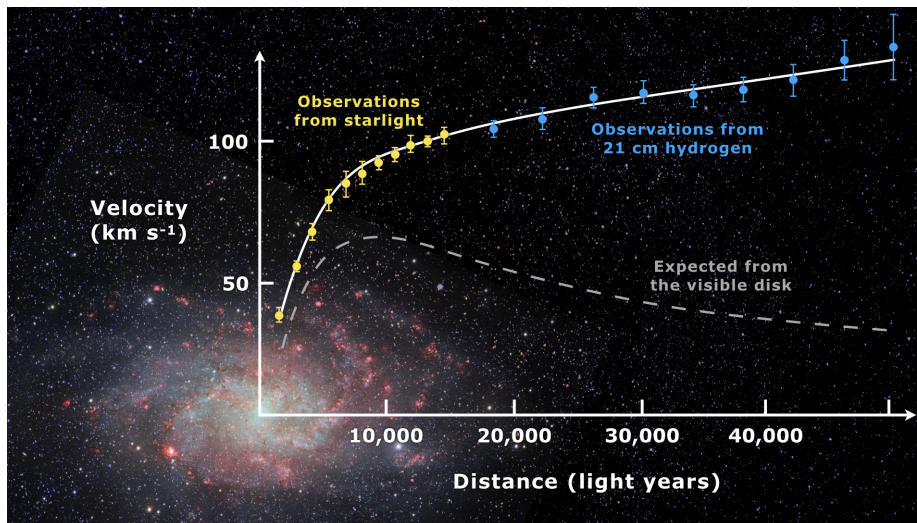
Η βαρύτητα είναι η μόνη θεμελιώδης αλληλεπίδραση που δεν έχει επιτευχθεί η κβάντωσή της. Μέχρι σήμερα την ερμηνεύουμε με όρους κλασικής θεωρίας πεδίου, της γενικής θεωρίας σχετικότητας.

Η Μάζα των νετρίνων

Κοσμολογικά και αστρονομικά δεδομένα μας υποδεικνύουν την ταλάντωση της γεύσης των νετρίνων (Nobel 2015), αποδεικνύοντας πως έχουν μάζα, οσοδήποτε μικρή κι αν είναι αυτή. Αυτό είναι κάτι που δεν προβλέπεται από το Κ.Π. μιας και θα απαιτείτο ο όρος δεξιόστροφου νετρίνο ν_R (Όπως συμβαίνει και με τα υπόλοιπα φερμιόνια). Τέτοιος όρος δεν εμφανίζεται πουθενά σε σύζευξη με φερμιόνια ή κάποιο πεδίο στην Lagrangian, ως εκ τούτου δεν μπορεί να επιβεβαιωθεί πειραματικά η ύπαρξη τέτοιου σωματίου.

Σκοτεινή ύλη και ενέργεια

Η καμπύλης περιστροφής των γαλαξιακών δίσκων παρουσιάζει μια συμπεριφορά που δεν συνάδει με αυτή που αναμέναμε. Χρησιμοποιώντας το πιο απλοϊκό μοντέλο, αυτό της ομογενούς σφαίρας σφαίρας, η βαρυτική έλξη δρα ως κεντρομόλος στα άστρα μάζας m της άλω του γαλαξία: $\frac{mv^2}{r} = \frac{GmM}{r^2}$. Είναι προφανές ότι αυξανόμενης της απόστασης από το γαλαξιακό κέντρο, η εφαπτομενική ταχύτητα των άστρων πρέπει να μειώνεται. Οι παρατηρήσεις όμως δείχνουν την ταχύτητα να παραμένει σχεδόν σταθερή, όπως βλέπουμε στην εικόνα 2.10. Μια εξήγηση που δίνεται είναι η ύπαρξη μιας άλω σκοτεινής ύλης γύρω από τον γαλαξία, που αλληλεπιδρά πολύ ασθενικώς ή και καθόλου με την γνωστή ύλη,



Σχήμα 2.10: Καμπύλη περιστροφής του σπειροειδούς γαλαξία *Messier 33* (Κίτρινο-Μπλε χρώμα) και η αντίστοιχη θεωρητική καμπύλη (Γκρι διακεκομμένες)

παρά μόνο βαρυτικά.

Ενα επιπλέον παράδοξο εμφανίζεται απ' τον νόμο του Hubble, σύμφωνα με τον οποίο οι γαλαξίες κινούνται με ταχύτητες ανάλογες της απόστασής τους απ' την Γή, λόγω της διαστολής του σύμπαντος. Μια τέτοια επιταχυνόμενη διαστολή δεν μπορεί να εξηγηθεί στα πλαίσια του Κ.Π. και γι' αυτό εισάγεται η έννοια της Σκοτεινής Ενέργειας.

Ασυμμετρία Ύλης - Αντιύλης

Κατα την γένεση του σύμπαντος δεν υπάρχει κάποιος προφανής λόγος για μια αρχική ασυμμετρία μεταξύ ύλης - αντιύλης. Αν υπήρχε η συμμετρία CP (Συζυγίας φορτίου - Parity), η ύλη με την αντιύλη θα εξαϋλωνόνταν, δημιουργώντας μια θάλασσα ενέργειας δίχως ύλη. Στο καθιερωμένο πρότυπο προβλέπεται η παραβίαση της CP συμμετρίας (Πίνακες $CKM - PMNS$, που στρέφουν τις καταστάσεις των χυαρκς/νευτρινος αντίστοιχα κατά την ελεύθερη διαδοσή τους και την συμμετοχή τους σε ασθενείς αλληλεπιδράσεις), δίχως όμως να φαίνεται αρκετή. Μια εξήγηση είναι η ύπαρξη νέας φυσικής, που παραβιάζει την CP συμμετρία και δεν περιλαμβάνεται στο Κ.Π.

Το Πλήθος των ελεύθερων παραμέτρων

Το Κ.Π. εγγενώς δεν έχει κάποια προβλεπτική ικανότητα για τα χαρακτηριστικά των σωματιών, αντιθέτως καθορίζεται απο 25 (ή 26) ελεύθερες παραμέτρους

που μπαίνουν με το χέρι. Η τιμή αυτών καθορίζεται απ' το πείραμα, καθιστώντας το Κ.Π. μια θεωρία που είναι σωστή, επειδή εμείς την προσαρμόσαμε έτσι. Οι παράμετροι που χρησιμοποιούνται είναι:

-Οι μάζες των φερμιονίων (ή αντίστοιχα οι σταθερές σύζευξης τους με το πεδίο Higgs)

$$m_{\nu_e}, m_{\nu_\mu}, m_{\nu_\tau}, m_{e^-}, m_{\mu^-}, m_{\tau^-}, m_d, m_s, m_b, m_u, m_c, m_t$$

-Οι σταθερές σύζευξης των Gauge πεδίων

$$\alpha, G_F, \alpha_S$$

-Οι χαρακτηριστικοί παράμετροι του μποζονίου Higgs:

$$v, m_H$$

-Οι 8 γωνίες ανάμιξης καταστάσεων των πινάκων PMNS, CKM:

$$\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}, \delta, \lambda, A, \rho, \eta$$

-Η πρακτικά αμελητέα σταθερά της QCD που οδηγεί σε παραβίαση της CP συμμετρίας στην ισχυρή αλληλεπίδραση:

$$\theta_{CP} \simeq 0$$

Κεφάλαιο 3

Η Φυσική της παραγωγής $t\bar{t}H, H \rightarrow b\bar{b}$

3.1 Το Μποζόνιο Higgs

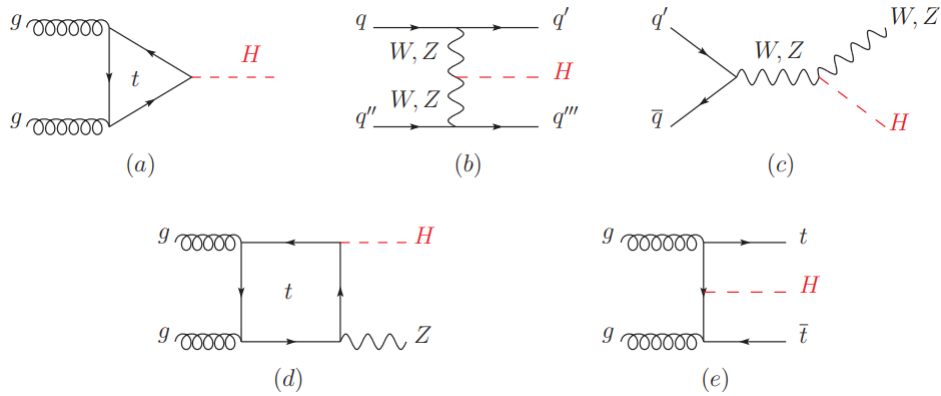
3.1.1 Η παραγωγή του Higgs στον LHC

Η παραγωγή του σωματίου Higgs στον LHC συντελείται απ' τους κάτωθι μηχανισμούς:

- * Σύντηξη γλουονίων (Gluon fusion)
- * Σύντηξη διανυσματικών μποζονίων (Vector-Boson fusion)
- * Παραγωγή του σωματίου μαζί με gauge boson (Associated production with a gauge boson)
- * Παραγωγή του σωματίου μαζί με ζεύγος top quark - antiquark (Associated production with a pair of top quark - antiquark)

Gluon fusion: Στους ανιχνευτές του LHC η διαδικασία παραγωγής μέσω σύντηξης γλουονίων παρουσιάζει την μεγαλύτερη ενεργό διατομή. Η διαδικασία $gg \rightarrow H + X$ συμβαίνει μέσω ανταλλαγής ενός εικονικού top quark. Ελαφρύτερα εικονικά σωματάρια συνεισφέρουν κατά m_q^2 . Λόγω της επικράτησης της ισχυρής αλληλεπίδρασης, μπορούμε να κάνουμε διαταρακτικές διορθώσεις στα πλαίσια της QCD. Η ενεργός διατομή της διαδικασίας έχει υπολογιστεί σε επίπεδο Leading Order (LO) να είναι τάξεως a_s^2 , όπου a_s η σταθερά σύζευξης της QCD.

Vector-boson fusion: Η διαδικασία με την δεύτερη μεγαλύτερη ενεργό διατομή είναι η παραγωγή μέσω σύντηξης των Vector-Bosons. Η διαδικασία $qq \rightarrow H + 2jets$ συνεισφέρει μέσω της σκέδασης ζεύγους (anti-)quark στα κανάλια t, u διαμέσου των διανυσματικών μποζονίων W, Z^0 , με το Higgs να

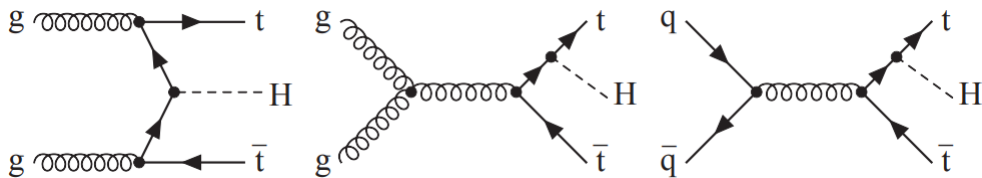


Σχήμα 3.1: Διαγράμματα Feynman κατώτερης τάξης για την παραγωγή του Higgs μέσω (a) gluon fusion, (b) Vector-boson fusion, (c) Higgs-strahlung (ή associated production with a gauge boson at tree level from a quark-quark interaction), (d) associated production with a gauge boson (at loop level from a gluon-gluon interaction)(e) associated production with a pair of top (or bottom) quark

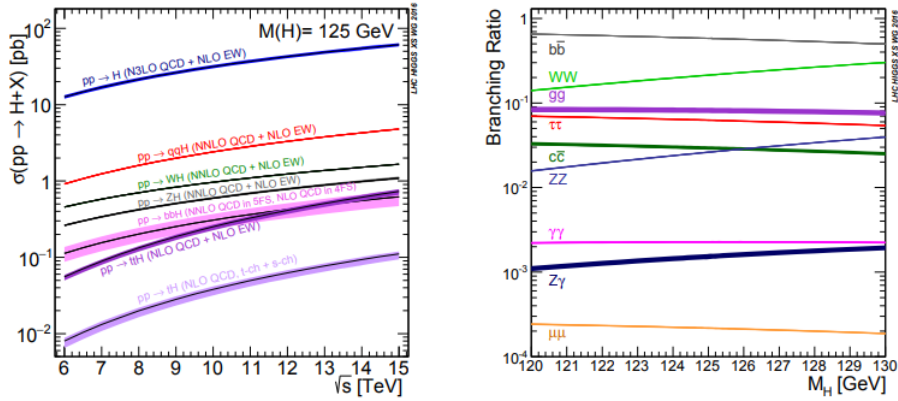
εκπέμπεται σαν ακτινοβολία και τα σχεδαζόμενα quarks να μας δίνουν 2 back - to - back hard jets.

Παραγωγή μαζί με WH/ZH : Η επόμενη κατά σειρά σημαντικότητας, η παραγωγή του Higgs μαζί με κάποιο απ' τα διανυσματικά μποζόνια W^\pm, Z^0 , ενώ αναφέρεται και ως Higgs Strahlung. Η διαδικασία αυτή ξεκινάει είτε απο ζεύγος quark, είτε απο ζεύγος γλουονίων, δημιουργώντας έτσι τα αντίστοιχα κανάλια $q\bar{q}VH, q\bar{q}'VH, ggVH$ (Με V να αντιστοιχεί στα W^\pm, Z).

Παραγωγή $t\bar{t}H$: Η επόμενη κατά σειρά διαδικασία είναι αυτή της παραγωγής του Higgs μαζί με ζεύγος top quark - antiquark. Η διαδικασία $t\bar{t}H$ μας δίνει μια άμεση διερεύνηση της σύζευξης τύπου Yukawa του Higgs με τα φερμιόνια του ΚΠ. Στα πλαίσια αυτής της εργασίας έχει ενδιαφέρον να παρουσιαστούν τα διαγράμματα που χαρακτηρίζουν αυτή την παραγωγή.

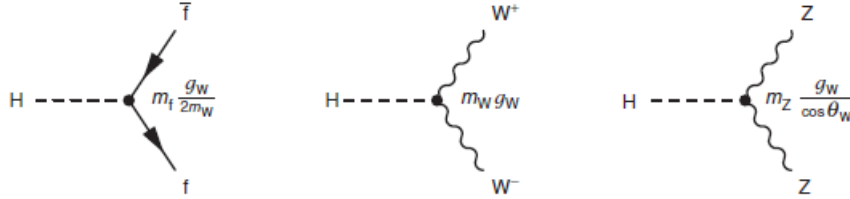


Σχήμα 3.2: Διαγράμματα Feynman για την παραγωγή $t\bar{t}H$ μέσω a) Σύντηξης ζεύγους $t\bar{t}$ b,c) Ακτινοβολήσης από top quark



Σχήμα 3.3: (Αριστερά) Η ενεργός διατομή κάθε διαδικασίας παραγωγής του μποζονίου Higgs συναρτήσει της ενέργειας ΚΜ, \sqrt{s} , για συγκρούσεις pp. Η διαδικασία VBF αναγράφεται ως qqH. (Δεξιά) Τα Branching ratios για τις βασικές διαδικασίες διάσπασης του μποζονίου Higgs, σύμφωνα με το Κ.Π.

3.1.2 Διασπάσεις του Higgs



Σχήμα 3.4: Διάγραμμα Feynman κατώτερης τάξης για την διάσπαση του Higgs προς ζεύγος φερμιονίων

Το μποζόνιο Higgs είναι σωματίο με spin 0 και μάζα $m_H = 2\lambda v^2 \approx 125$ GeV. Όπως ήδη αναφέρθηκε, η ισχύς σύζευξής του με κάθε φερμιόνιο είναι ανάλογη της μάζας του φερμιονίου, οδηγώντας μας στον επόμενο κανόνα Feynman (Feynman rule) για την κορυφή αλληλεπίδρασης της εικόνας 3.4.

$$-i \frac{m_f}{v} = -i \frac{m_f}{2m_W} g_w$$

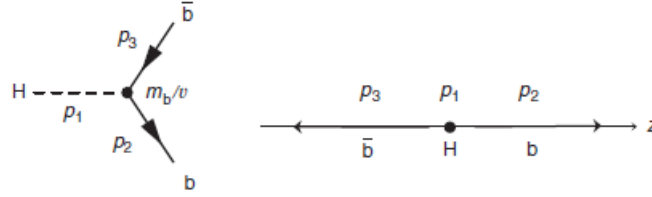
Όπως είναι επόμενο, το σωματίο Higgs δύναται να διασπαστεί σε οποιοδήποτε ζεύγος φερμιονίου - αντιφερμιονίου $H \rightarrow f\bar{f}$, αρκεί να ισχύει $m_H > 2m_f$. Παρόλο που ξέρουμε πως $m_H < 2m_W$ & $m_H < 2m_Z$, το σωματίο Higgs δύναται¹ επίσης να διασπαστεί σε ζεύγη² WW^* , ZZ^* :

¹ Αυτό συμβαίνει επειδή το ένα μποζόνιο εμφανίζεται εκτός κελύφου μάζας (Off-shell), $q^2 < m^2$, κάτι το οποίο τείνει να μειώσει το matrix element \mathcal{M} . Λόγω της ισχυρής σύζευξης του Higgs με το W, η πρώτη διαδικασία παραμένει σημαντική

² Με αστερίσκο (*) υποδηλώνεται το off-shell σωματίο

$H \rightarrow WW^*, H \rightarrow ZZ^*$, με την πρώτη διαδικασία να εμφανίζει μεγάλη σχετική συχνότητα εμφάνισης (Branching ratio)³. Επιστρέφοντας τώρα στις διασπάσεις προς φερμιόνια, το βαρύτερο, το οποίο πληροί τις προδιαγραφές, είναι το bottom (b) quark και ως εκ τούτου η διάσπαση προς αυτό παρουσιάζει το μεγαλύτερο Branching Ratio.

Έχει ενδιαφέρον να υπολογίσουμε αναλυτικά το πλάτος μετάβασης για την διάσπαση σε ζεύγος $b\bar{b}$ στο σύστημα ηρεμίας του Higgs.



Σχήμα 3.5: Διάγραμμα Feynman για την διάσπαση $H \rightarrow b\bar{b}$ και οι τετραορμές στο σύστημα ηρεμίας του Higgs

Θα χρειαστεί να υπολογίσουμε το στοιχείο πίνακα (Matrix Element, βλέπε ενότητα 3.4) $\mathcal{M} = \frac{m_b}{v} \bar{u}(p_2)u(p_3)$. Λαμβάνοντας το υπερσχετικιστικό όριο $m_H \gg m_b$ και αγνοώντας τις μάζες των φερμιονίων, θεωρούμε πως $p_2 = (E \ 0 \ 0 \ E)^T, p_3 = (E \ 0 \ 0 \ -E)^T$, με $2E = m_H$.

Χρησιμοποιούμε τους σπίνορες για δεδομένη ελικότητα (Helicity):

$$u_{\uparrow}(p_2) = \sqrt{E} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad u_{\downarrow}(p_2) = \sqrt{E} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad v_{\uparrow}(p_3) = \sqrt{E} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v_{\downarrow}(p_3) = \sqrt{E} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Παραλείποντας τους υπολογισμούς, βλέπουμε πως παραμένουν μη μηδενικά μόνο τα $\mathcal{M}_{\uparrow\uparrow} = -\mathcal{M}_{\downarrow\downarrow} = 2E \frac{m_b}{v}$. Είναι εύκολο τώρα να υπολογίσουμε το τετράγωνο του στοιχείου πίνακα, αθροίζοντας στις πιθανές πολώσεις s_i, s_j των εξερχόμενων σωματιδίων και κανονικοποιώντας ως προς τις πιθανές τιμές πόλωσης του εισερχόμενου (Εδώ λαμβάνουμε 1 λόγω του spin s=0):

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{1}{(2s+1)} \sum_{s_i, s_j} |\mathcal{M}|^2 = \frac{2m_b^2 m_H^2}{v^2}$$

Τώρα είμαστε έτοιμοι να υπολογίσουμε το πλάτος μετάβασης της συγκεκριμένης διάσπασης, χρησιμοποιώντας την εξίσωση 3.1.1, η οποία ισχύει για οποιαδήποτε διαδικασία διάσπασης:

$$\Gamma(H \rightarrow b\bar{b}) = \frac{p_1}{32\pi^2 m_H^2} \int |\mathcal{M}|^2 d\Omega \quad (3.1.1)$$

³ Το Branching Ratio διάσπασης j ορίζεται ως $BR(j) = \frac{\Gamma_j}{\Gamma}$ όπου Γ_j το πλάτος μετάβασης της διαδικασίας και Γ το συνολικό πλάτος μετάβασης

Υπολογίζουμε λοιπόν $\Gamma(H \rightarrow b\bar{b}) = \frac{3m_b^2 m_H}{8\pi v^2}$, όπου ο συντελεστής 3 προκύπτει σαν άθροισμα στις πιθανές καταστάσεις χρώματος του ζεύγους $b\bar{b}$.

Decay mode	Branching ratio
$H \rightarrow b\bar{b}$	57.8%
$H \rightarrow WW^*$	21.6%
$H \rightarrow \tau^+\tau^-$	6.4%
$H \rightarrow gg$	8.6%
$H \rightarrow c\bar{c}$	2.9%
$H \rightarrow ZZ^*$	2.7%
$H \rightarrow \gamma\gamma$	0.2%

Σχήμα 3.6: Τα Branching ratios για τις διάφορες διαδικασίες διάσπασης του Higgs

Παρατηρώντας το πλάτος μετάβασης, βλέπουμε μια τετραγωνική συσχέτιση του πλάτους διάσπασης με την μάζα του προκύπτοντος φερμιονίου, έτσι ξέρουμε πως $\Gamma(H \rightarrow b\bar{b}) : \Gamma(H \rightarrow c\bar{c}) : \Gamma(H \rightarrow \tau\bar{\tau}) = 3m_b^2 : 3m_c^2 : m_\tau^2$. Η εικόνα 3.6 μας δίνει τις ακριβείς τιμές όλων των Branching ratios, όπως αυτά έχουν μετρηθεί. Φαίνεται καθαρά πως η συχνότερη διαδικασία είναι αυτή της διάσπασης προς ζεύγος $b\bar{b}$, δίνοντάς μας έτσι σημαντικά μεγαλύτερη στατιστική δεδομένων. Αυτός είναι και ο λόγος που στην παρούσα εργασία ασχολούμαστε αποκλειστικά με την παραγωγή $t\bar{t}H$, $H \rightarrow b\bar{b}$.

3.2 Η Φυσική των top quarks και τα διάφορα κανάλια διάσπασης του ζεύγους $t\bar{t}$

Το top, το βαρύτερο γνωστό quark μέχρι σήμερα, με μάζα $m_t = 173.1 \pm 1.3 \text{ GeV}$ ανακαλύφθηκε το 1994 σε συγκρούσεις $\bar{p}p$ στον Tevatron. Ενδείξεις για την ύπαρξή του υπήρχαν ήδη απ' την ανακάλυψη του bottom quark, χρειάστηκαν όμως περισσότερα απο 20 χρόνια έως ότου να παρατηρηθεί πειραματικά, καθώς η μεγάλη μάζα του δεν επέτρεπε την παραγωγή του σε ανιχνευτές χαμηλότερης ενέργειας. Λόγω της μεγάλης μάζας τους, τα top quarks εμφανίζουν μικρούς χρόνους ζωής και έτσι δεν δύνανται να σχηματίσουν δέσμιες αδρονικές καταστάσεις. Τέλος, για τους συντελεστές του CKM Matrix ξέρουμε πως $|V_{tb}| \gg |V_{ts}| > |V_{td}|$, γι' αυτό τον λόγο παρατηρούμε μόνο κορυφές $t\bar{t}W$.

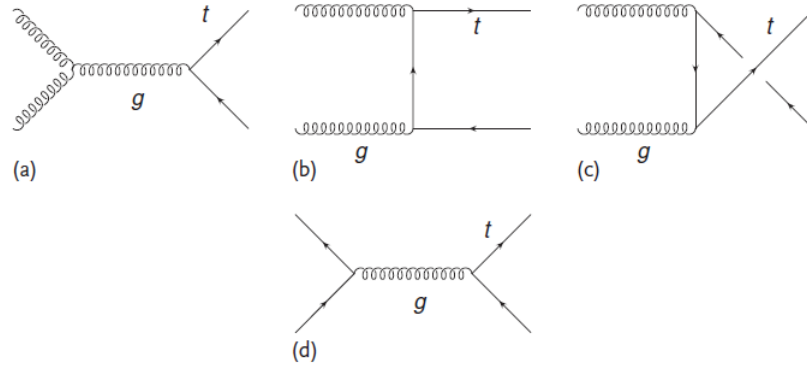
3.2.1 Παραγωγή των top quarks στον LHC

Οι δύο βασικοί μηχανισμοί παραγωγής του top quark στον LHC είναι:

* Δίδυμος γένεση ζεύγους $t\bar{t}$ ($t\bar{t}$ pair production)

* Παραγωγή ενός top μαζί με quark (Single top - quark production)

$t\bar{t}$ pair production: Η ταυτόχρονη παραγωγή ζεύγους *topquark – antiquark*, η οποία προκαλείται από διαδικασίες χρωμοδυναμικής, αποτελεί τον κυρίαρχο μηχανισμό παραγωγής των top quark στον LHC. Τα σχετικά παρτονικά κανάλια, σύμφωνα με την προσέγγιση Born (Born approximation), είναι η σύντηξη γλουονίων και η εξαύλωση $q\bar{q}$, με τα σχετικά διαγράμματα κύριας τάξεως να φαίνονται στην εικόνα 3.7.



Σχήμα 3.7: Τα διαγράμματα Feynman παραγωγής μέσω a)-c) Σύντηξης γλουονίων d) Εξαύλωσης $q\bar{q}$

Ο υπολογισμός της ενεργούς διατομής μας δίνει τις συνεισφορές $\hat{\sigma}_{q\bar{q}}^0$, $\hat{\sigma}_{gg}^0$:

$$\hat{\sigma}_{q\bar{q}}^0 = \frac{4}{27} \pi a_s^2 \frac{1}{\hat{s}} \beta (3 - \beta)$$

$$\hat{\sigma}_{gg}^0 = \frac{1}{48} \pi a_s^2 \frac{1}{\hat{s}} [(33 - 18\beta^2 + \beta^4) \ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right) - 59\beta + 31\beta^3]$$

όπου ως $\sqrt{\hat{s}}$ συμβολίζουμε την ενέργεια κέντρου μάζας των παρτονίων και ως $\beta = \sqrt{1 - 4\frac{m_t^2}{\hat{s}}}$.

Η αδρονική ενεργός διατομή προκύπτει από την συνέλιξη των παρτονικών διατομών με τις Parton Distribution Functions (PDFs), $F_{i/H}(x, \mu_f)$:

$$\sigma_{har \rightarrow t\bar{t}} = \sum_{ij} \int dx_1 \int dx_2 F_{i/H_1}(x_1, \mu_f) F_{j/H_1}(x_2, \mu_f) \hat{\sigma}_{ij}(\hat{s}, \mu_f) \quad (3.2.1)$$

Single top - quark production: Τα top quarks δύνανται επίσης να παραχθούν με βάση την ασθενή αλληλεπίδραση, μέσω των κορυφών Wtb . Οι διάφοροι τρόποι παραγωγής τους εξαρτώνται άμεσα από την ποσότητα $-q^2$, όπου q η τετραορμή του W μποζονίου. Περαιτέρω ανάλυση της διαδικασίας ξεφεύγει από τον σκοπό αυτής της εργασίας.

3.2.2 Διασπάσεις των top quarks

Σύμφωνα με το ΚΠ, το top quark διασπάται με Branching ratio σχεδόν 100% σε bottom quark και W. Το πλάτος διάσπασης, αγνοώντας τις μικρές συνεισφορές από τις διασπάσεις σε d, s και υπολογίζοντας σε πρώτη τάξη διορθώσεις της QCD, δίνεται ως:

$$\Gamma(t \rightarrow Wb) = \frac{G_F m_t^3}{8\pi\sqrt{2}} |V_{tb}|^2 \left(1 - \frac{M_W^2}{m_t^2}\right)^2 \left(1 + 2\frac{M_W^2}{m_t^2}\right) \left[1 - \frac{2}{3} \frac{a_s}{\pi} f\left(\frac{M_W^2}{m_t^2}\right)\right] \quad (3.2.2)$$

Όπου $f(x) = \frac{2\pi^2}{3} - \frac{5}{2} - 3x + \frac{9}{2}x^2 - 3x^2 \ln x$. Αντικαθιστώντας τις τιμές, μας δίνει $\Gamma_t = 1.35 \text{ GeV}$. Το μεγάλο πλάτος μετάβασης υποδηλώνει μικρό χρόνο ημιζωής, τάξης $\tau_t = \frac{1}{\Gamma_t} \simeq 5 \cdot 10^{-25} \text{ sec}$.

Η μελέτη των top quarks έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον, καθώς παρουσιάζουν μοναδικά χαρακτηριστικά. Η σύζευξη, τύπου Yukawa, με το μποζόνιο Higgs του καθιερωμένου προτύπου είναι ισχυρή, τάξης μονάδας.

Παράλληλα, ο σύντομος χρόνος ημιζωής του, ο οποίος είναι μικρότερος και από τον χαρακτηριστικό χρόνο δημιουργίας αδρονίων $\tau_{form} \simeq 3 \cdot 10^{-24} \text{ sec}$, μας υποδεικνύει πως δεν δύναται να συζευχθεί με ελαφρύτερα quarks και να δημιουργηθούν δέσμιες καταστάσεις. Έτσι μας δίνεται η ευκαιρία να μελετήσουμε απευθείας τις ιδιότητες των top quarks.

Τα διάφορα κανάλια διάσπασης μπορούν εύκολα να κατηγοριοποιηθούν ανάλογα με τους τρόπους διάσπασης του μποζονίου W. Συγκεκριμένα για ζεύγος $t\bar{t}$ μπορούμε να διακρίνουμε τα παρακάτω κανάλια διάσπασης:

- * Διλεπτονικό κανάλι (Dilepton channel)
- * Λεπτονικό κανάλι (Single - leptonic channel)
- * Αδρονικό κανάλι (Full - hadronic channel)

Dilepton channel: Στο διλεπτονικό κανάλι και τα δυο W^\pm διασπώνται λεπτονικά, δημιουργώντας ένα ζεύγος l (e, μ) και ν_l . Το προτέρημά του είναι το μειωμένο υπόβαθρο που παρουσιάζει, καθώς οι τελικές καταστάσεις είναι εύκολα ταυτοποιήσιμες, με δυο μεμονωμένα λεπτόνια αντίθετου προσήμου και missing energy λόγω των νετρίνων. Χαρακτηρίζεται όμως από το μικρότερο branching ratio ($\sim 10.5\%$).

Single - leptonic channel: Το επόμενο κατά σειρά κανάλι δημιουργείται έπειτα από λεπτονική διάσπαση του ενός W και αδρονική του δεύτερου. Έδω λαμβάνουμε lepton + jet τελική κατάσταση με λιγότερο ευδιάκριτο σήμα, σε σύγκριση με το διλεπτονικό κανάλι. Το σημαντικά μεγαλύτερο branching

ratio ($\sim 43.8\%$), μαζί με το διαχειρίσιμο υπόβαθρό του, το καθιστά μια ιδανική επιλογή για την μέτρηση της ενεργούς διατομής $\sigma_{t\bar{t}}$ για την παραγωγή $t\bar{t}$.

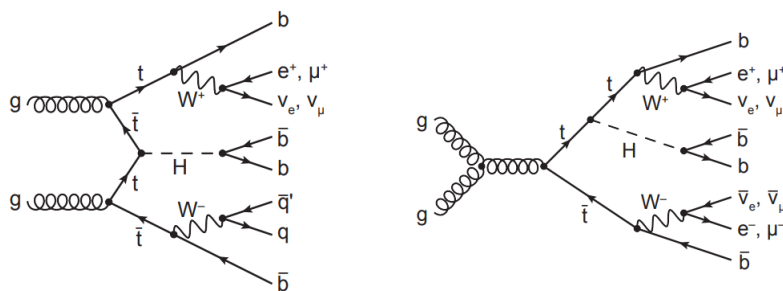
Full - hadronic channel: Στο αδρονικό κανάλι έχουμε και τα δυο W να διασπώνται σε quarks. Χαρακτηρίζεται απ' το μεγάλο υπόβαθρο χρωμοδυναμικής, καθιστώντας το δύσχρηστο για την ανάλυση. Είναι η συχνότερη διαδικασία διάσπασης, καθώς εμφανίζει branching ratio $\sim 45.7\%$.

3.3 Οι κύριες διαδικασίες σήματος και υποβάθρου της παραγωγής $t\bar{t}H$, $H \rightarrow b\bar{b}$

Όπως έχει αναφερθεί, η μελέτη της παραγωγής $t\bar{t}H$ παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον στη φυσική. Ένα κεντρικό ερώτημα της σύγχρονης φυσικής, κατά πόσο ευθύνεται ο μηχανισμός Higgs για την μάζα του top quark, παίζει καίριο ρόλο, καθώς θα μπορούσε να μας υποδείξει και εναλλακτικούς μηχανισμούς σπασίματος της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας βαθμίδας.

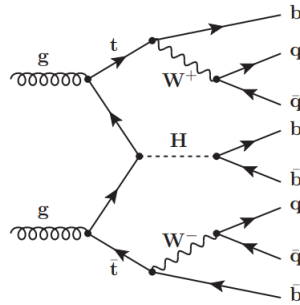
Ο βασικός στόχος στην ανάλυση των δεδομένων μας είναι ο διαχωρισμός μεταξύ των γεγονότων σήματος και υποβάθρου. Βασιζόμενοι σε όσα ήδη έχουν αναφερθεί, έχει αξία να παραθέσουμε τα διαγράμματα για όλες τις διαδικασίες σήματος που μελετώνται στην παρούσα εργασία, καθώς επίσης και τα διαγράμματα για τις διαδικασίες του κύριου υποβάθρου μας.

Διαδικασίες σήματος: Ως σήμα εννοούμε τις τελικές καταστάσεις σωματιδίων, που προέρχονται από γεγονότα παραγωγής $t\bar{t}H \rightarrow b\bar{b}$. Τα διάφορα κανάλια που παρατηρούμε, προέρχονται απ' τις διαφορετικές διασπάσεις των W^\pm .



Σχήμα 3.8: Ενδεικτικά διαγράμματα Feynman κατώτερης τάξης για την παραγωγή $t\bar{t}H$, $H \rightarrow b\bar{b}$ με τα top να διασπώνται λεπτονικά προς τελική κατάσταση με ένα λεπτόνιο (Αριστερά) και διλεπτονικά (Δεξιά)

Διαδικασίες υποβάθρου: Ως υπόβαθρο αναφέρουμε τις τελικές καταστάσεις των γεγονότων που προέρχονται από διάφορες άλλες γνωστές



Σχήμα 3.9: Διάγραμμα Feynman κατώτερης τάξης για την παραγωγή $t\bar{t}H, H \rightarrow b\bar{b}$ με τα top να διασπώνται αδρονικά

διαδικασίες χρωμοδυναμικής. Επειδή οι τελικές καταστάσεις είναι όμοιες με αυτές του σήματος, απαιτείται μεθοδική μελέτη, ώστε να καταφέρουμε να τις ταυτοποιήσουμε επιτυχώς. Μπορούμε να κατηγοριοποιήσουμε τις βασικές διαδικασίες υποβάθρου στις:

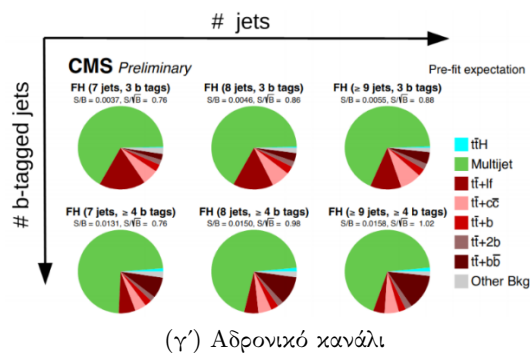
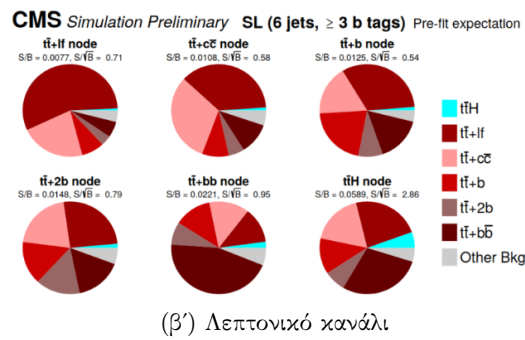
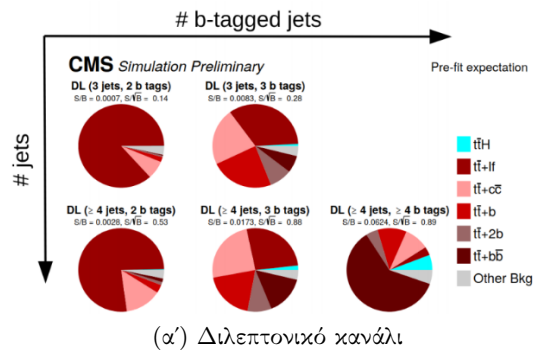
- * $t\bar{t} + jets$ ($t\bar{t} + light - flavour jets, t\bar{t} + c\bar{c}, t\bar{t} + b\bar{b}$)
- * Single top quark
- * $V + jets$

Στις διαδικασίες $t\bar{t} + jets$ εμπεριέχονται οι $t\bar{t} + lf jets$, όπου ενα ή περισσότερα jets ταυτοποιούνται λανθασμένα ως b - jets, οι $t\bar{t} + c\bar{c}$ και το μη μειώσιμο υπόβαθρο $t\bar{t} + b\bar{b}$. Οι πρώτες διαδικασίες αποκαλούνται μειώσιμο υπόβαθρο, μιας και και το πλήθος τους δύναται να μειωθεί, με την κατάλληλη βελτίωση του αλγορίθμου ταυτοποίησης. Λιγότερη συμμετοχή έχουμε απο διαδικασίες single top και παραγωγή διανυσματικού μποζονίου μαζί με jets. Ακολουθούν μερικά pie charts, όπου φαίνεται αναλυτικά η συμμετοχή κάθε διαδικασίας στο συνολικό υπόβαθρο για κάθε κανάλι:

3.4 Ενεργός διατομή και πιθανοφάνεια

Μια βασική μέθοδος διαχωρισμού σήματος απο υπόβαθρο είναι με τη χρήση της συνάρτησης πιθανοφάνειας. Κρίνεται σκόπιμο λοιπόν, να παραθέσουμε όλα τα βασικά στοιχεία, τα οποία θα χρησιμοποιηθούν για την ανάλυσή μας στα επόμενα κεφάλαια.

Ξεκινάμε την ανάλυση μας, ορίζοντας την ενεργό διατομή μιάς τυχαίας διεργασίας φυσικής, $v_1 + v_2 \rightarrow p_1 + p_2 + \dots + p_k$, όπου με v_i, p_f συμβολίζουμε τις τετραορμές του κάθε σωματιδίου. Η ενεργός διατομή ορίζεται ως η πιθανότητα μετάβασης απ' την αρχική κατάσταση v_i στην τελική p_f , λαμβάνοντας υπόψη την πυκνότητα $\rho(E_f)$ τελικών καταστάσεων και



Σχήμα 3.10: Η ποσοστιαία συμμετοχή κάθε διαδικασίας υποβάθρου για κάθε κανάλι

κανονικοποιώντας ως προς την ροή των αρχικών σωματιδίων:

$$d\sigma(p_f|v_i) = \frac{(2\pi)^4 |\mathcal{M}(v_i \rightarrow p_f)|^2}{F(v_i)} \delta^4(v_1 + v_2 - \sum_{f=1}^{f=k} p_f) \prod_{f=1}^{f=k} \frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3 2E_f} \quad (3.4.1)$$

Στην εξίσωση 3.4.1 αναγράφεται η ροή των σωματιδίων ως $F(v_i)$, ενώ το στοιχείο πίνακα (Matrix Element), \mathcal{M} , ορίζεται ως $\mathcal{M} = (2E_i \cdots 2E_f) T_{fi}$, με το T_{fi} να συμβολίζει το πλάτος μετάβασης των καταστάσεων $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$. Η \mathcal{M} είναι φανερό πως κρύβει μέσα της όλες τις φυσικές διεργασίες, που συντελούνται σε κάθε αλληλεπίδραση. Ο υπολογισμός της, ο οποίος δεν είναι πάντοτε εύκολο να πραγματοποιηθεί, γίνεται μέσω των κανόνων Feynman. Ενδεικτικά, στην QED, για σκέδαση $e^- \tau^-$, ορίζεται ως:

$$-i\mathcal{M} = [\bar{u}_e(p_3)(ie\gamma^\mu)u_e(p_1)] \frac{(-ig_{\mu\nu})}{q^2} [\bar{u}_\tau(p_4)(ie\gamma^\nu)u_\tau(p_2)]$$

Στην πράξη, η εξίσωση 3.4.1 δεν είναι πάντα τόσο ακριβής. Οι θεωρητικές τετραορμές p_f θα υποβαθμιστούν λόγω παρτονικών καταιγισμών, αδρνοποίησης, πεπερασμένης διακριτικής ικανότητας των ανιχνευτών, καθώς και πεπερασμένης απόδοσης του αλγορίθμου ανοικοδόμησης των γεγονότων, στις τετραορμές $q_f = \int W(q_f|p_f) d^3 p_f$ σε επίπεδο ανιχνευτή. Αν θεωρήσουμε για την συνάρτηση μετάβασης $W(q_f|p_f)$, ότι είναι ανεξάρτητη για κάθε τετραορμή p_f , οπότε και διαχωρίζεται σε k το πλήθος συναρτήσεις:

$$W(q_f|p_f) = W_1(q_1|p_1) \times W_2(q_2|p_2) \times \dots \times W_k(q_k|p_k)$$

Μπορούμε να συμπεριλάβουμε αυτή τη συνάρτηση στον τύπο για την ενεργό διατομή, αφού πρώτα κανονικοποιήσουμε την ποσότητα ως προς την συνολική ενεργό διατομή $\sigma_t = \int d\sigma$:

$$L(q_f|v_i) = \frac{1}{\sigma_t} \prod_{j=1}^{j=k} \int W_j(q_j|p_j) \frac{(2\pi)^4 |\mathcal{M}(v_i \rightarrow p_f)|^2}{F(v_i)} \delta^4(v_1 + v_2 - \sum_{f=1}^{f=k} p_f) \prod_{f=1}^{f=k} \frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3 2E_f} \quad (3.4.2)$$

Η εξίσωση 3.4.2 μας δίνει την μεταβλητή MEM (Matrix Element Method), ο υπολογισμός της οποίας δεν είναι πάντα εύκολος, καθώς πρέπει να ολοκληρώσουμε ως προς $3k - 4$ ανεξάρτητες μεταβλητές. Για τον υπολογισμό της θα καταφύγουμε σε μεθόδους Multivariate Analysis.

Η ποσότητα L αντιστοιχεί στην πιθανοφάνεια⁴ να παρατηρήσουμε κάποιο γεγονός με ορμή \vec{q}_f , σε επίπεδο ανιχνευτή. Με το λήμμα Neyman - Pearson

⁴Εστω τυχαία μεταβλητή X , που ακολουθεί συνεχή κατανομή πιθανότητας, με πυκνότητα πιθανότητας f , εξαρτώμενη από παράμετρο θ . Τότε η συνάρτηση $L(\theta|x) = f_\theta(x)$ ορίζεται ως η συνάρτηση πιθανοφάνειας. Η πιθανοφάνεια αντιστοιχεί λοιπόν στην πυκνότητα πιθανότητας να μετρήσουμε το γεγονός x , με πραγματική την παράμετρο θ . Στην περίπτωση μας, η μεταβλητή $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots)$ αντιστοιχεί σε σετ ορμών τελικών καταστάσεων σωματιδίων, υπό την ισχύ της διατήρησης της τετραορμής

καθώς και μεθόδους Multivariate analysis, θα μπορέσουμε να χρησιμοποιήσουμε την MEM, ώστε να πετύχουμε τον διαχωρισμό μεταξύ σήματος και υποβάθρου στα γεγονότα μας.

Κεφάλαιο 4

Το Πείραμα CMS στον LHC

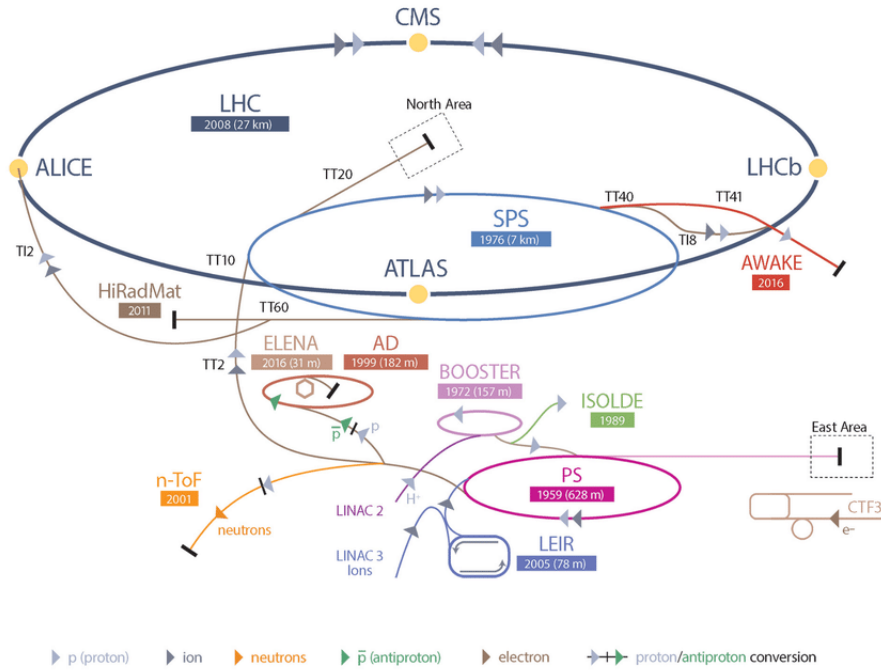
4.1 Ο Μεγάλος επιταχυντής αδρονίων LHC

Ο μεγάλος επιταχυντής αδρονίων (Large Hadron Collider) είναι ο μεγαλύτερος και ισχυρότερος επιταχυντής σωματιδίων, η λειτουργία του οποίου ξεκίνησε τον Σεπτέμβριο του 2008. Ο LHC αποτελείται από υπεραγωγίσιμους μαγνήτες που σχηματίζουν δακτύλιο μήκους 27 km, με πλήθος δομών επιτάχυνσης, για την ενίσχυση της ενέργειας των σωματιδίων κατά μήκος της διαδρομής τους. Εντός του επιταχυντή, δυο υψηλοενεργειακές δέσμες σωματιδίων ταξιδεύουν σε αντίθετες κατευθύνσεις εντός κενών σηλώνων με υπερσχετικιστικές ταχύτητες έως να συγκρουστούν. Τα σωματάρια κάθε δέσμης καθοδηγούνται κατά μήκος του επιταχυντή από ισχυρό μαγνητικό πεδίο, το οποίο δημιουργείται από τους υπεραγωγίσιμους ηλεκτρομαγνήτες. Η απαίτηση για αγωγή υψηλών ηλεκτρικών φορτίων, καθώς και η ελάχιστη απώλεια ενέργειας, οδηγεί στη ανάγκη ψύξης των μαγνητών σε θερμοκρασίες έως και $-271.3\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Η καθοδήγηση κάθε δέσμης απαιτεί τη χρήση μαγνητών, διαφόρων ειδών και μεγεθών. Οι 1232 διπολικοί μαγνήτες, μήκους 15 m, στρέφουν τις δέσμες σωματιδίων. Αντίθετα, 392 τετραπολικοί μαγνήτες, μήκους 5-7 m, χρησιμοποιούνται για την εστίαση των δέσμων. Πρίν την σύγκρουση, διαφορετικό είδος μαγνήτη εστιάζει τα σωματάρια, ώστε να καταστήσει πιθανότερες τις μεταξύ τους συγκρούσεις. Στη συνέχεια, οι δέσμες εντός του LHC συγκρούονται σε συγκεκριμένες τοποθεσίες του δακτυλίου, που αντιστοιχούν στις θέσεις των ανιχνευτών σωματιδίων - ATLAS, CMS, ALICE και LHCb.

Για κάθε διαδικασία ενεργούς διατομής σ , ο ρυθμός δημιουργίας γεγονότων υπολογίζεται από τον τύπο

$$\frac{dN}{dt} = \sigma \mathcal{L}$$



Σχήμα 4.1: Σχηματική αναπαράσταση του LHC

Όπου η φωτεινότητα (Luminosity) \mathcal{L} , δίνεται ως¹

$$\mathcal{L} = \frac{\gamma f k_B N_p^2}{4\pi \epsilon_n \beta^*} F [fb^{-1}s^{-1}]$$

Για τον υπολογισμό των συνολικών γεγονότων, ορίζουμε την ολοκληρωμένη φωτεινότητα $L = \int \mathcal{L} dt$ και μέσω αυτής έχουμε $N = \sigma L$.

Η πρώτη run σε συγκρούσεις pp (2010 - 2013), έλαβε χώρα με δέσμες ενέργειας 3.5-4 TeV. Κάθε δέσμη ήταν χωρισμένη σε πακέτα (Bunches) με διαχωρισμό 50 ns, και το κάθε πακέτο να φέρει $1 - 1.5 \cdot 10^{11}$ πρωτόνια. Έπειτα απο μακρά διακοπή λειτουργίας (LS1), ξεκίνησε η run 2 (2015-2018), όπου χρησιμοποιήθηκαν δέσμες 6.5 TeV, οι οποίες έφεραν $\sim 1.1 \cdot 10^{11} p$ και απέιχαν 25 ns μεταξύ τους. Η run 2 πέτυχε να συλλέξει δεδομένα που αντιστοιχούν σε $160 fb^{-1}$. Αυτή τη στιγμή ο LHC διανύει την δεύτερη μακρά περίοδο διακοπής του (LS2), όπου γίνονται οι προετοιμασίες για την run 3.

¹Με γ συμβολίζουμε τον παράγοντα *lorrentz*, f την συχνότητα σύγκρουσης, k_B το πλήθος πακέτων, N_p το πλήθος p/bunch, ϵ_n η κανονικοποιημένη εγκάρσια εκπομπή κάθε δέσμης, β^* η συνάρτηση *betatron* και F ο παράγοντας μείωσης λόγω των διασταυρούμενων γωνιών κάθε δέσμης

4.2 Ο Ανιχνευτής του CMS

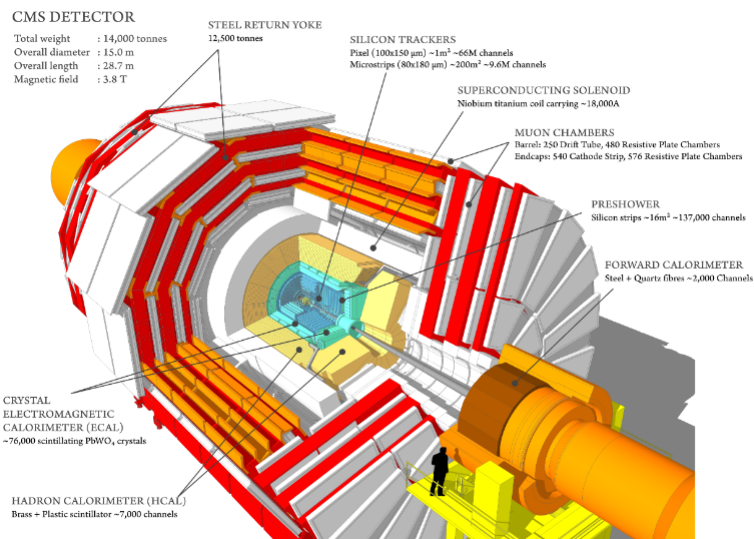
Ο Compact Muon Solenoid (CMS) είναι ανιχνευτής γενικού σκοπού που λειτουργεί στον LHC, CERN. Η φυσική που μελετάται εκτείνεται από την μελέτη του ΚΠ (συμπεριλαμβανομένου του σωματίου Higgs) έως την αναζήτηση παραπάνω διαστάσεων και σωματίων που ίσως απαρτίζουν την σκοτεινή ύλη.

Ο CMS λειτουργεί σαν φίλτρο, όπου κάθε στρώμα του σταματά, παρακολουθεί την τροχιά ή μετράει τα διάφορα είδη σωματίων που δημιουργούνται κατά τις συγκρούσεις pp ή βαρέων ιόντων. Η μέτρηση της ενέργειας και της ορμής κάθε σωματίου μας δίνει στοιχεία για την ταυτότητά του, τα οποία στη συνέχεια μπορούν να αξιοποιηθούν για την διερεύνηση ύπαρξης νέας φυσικής. Ο ανιχνευτής έχει κατασκευαστεί γύρω από έναν σωληνοειδή μαγνήτη. Το πηνίο αυτό, φτιαγμένο με υπεραγώγιμα υλικά, δημιουργεί μαγνητικό πεδίο 4 Tesla. Το πεδίο περιορίζεται από ασάλινο περίβλημα (Yoke), το οποίο αποτελεί το μεγαλύτερο μέρος του βάρους του ανιχνευτή 14,000 τόνων. Το συνολικό μήκος του ανιχνευτή είναι 21 m, το πλάτος του 15 m και το ύψος του 15 m.

Τα σωματίδια που δημιουργούνται κατά τις συγκρούσεις, αρχικά συναντούν τον ανιχνευτή τροχιών (Tracker), ο οποίος χαρτογραφεί την κίνησή τους, επιτρέποντας μας έτσι να μετρήσουμε την ορμή κάθε σωματίου. Έξω από τον tracker βρίσκονται τα θερμιδόμετρα (Calorimeters), τα οποία και μετρούν την ενέργεια των σωματιδίων. Τα καλορίμετρα, σε αντίθεση με τον tracker, αλληλεπιδρούν πλήρως με το σωματίο, σταματώντας τελικά την διέλευσή τους. Όπως μας υποδηλώνει το όνομά του, ο CMS έχει σχεδιαστεί να μετράει και τα μόνια. Το εξωτερικό περίβλημα του ανιχνευτή (Yoke) περιορίζει το μαγνητικό πεδίο και σταματάει τα εναπομείναντα σωματίδια, εκτός των μιονίων και των νετρίνων. Οι τροχιές των μιονίων μετρώνται από τέσσερα στρώματα ανιχνευτών που περιβάλλουν τον yoke, ενώ τα νετρίνα ταυτοποιούνται έμμεσα ως missing transverse energy για κάθε γεγονός. Εντός του LHC λαμβάνουν χώρα εκατομμύριες συγκρούσεις ανά δευτερόλεπτο, οπότε ένα σύστημα 'trigger', το οποίο αποθηκεύει μονάχα τα δυνητικά χρήσιμα γεγονότα, είναι απαραίτητο.

4.2.1 Ο Υπεραγώγιμος μαγνήτης (Superconducting magnet)

Ο μαγνήτης του CMS παίζει καίριο ρόλο στην ανίχνευση σωματίων. Με το ισχυρό πεδίο που παράγει, καμπυλώνει τις τροχιές των φορτισμένων σωματιδίων, με την καμπύλωση να είναι αντιστρόφως ανάλογη της ορμής κάθε σωματιδίου. Λόγω του ισχυρού πεδίου, η καμπύλωση γίνεται μεγαλύτερη και σε συνδυασμό με την ανάλυση υψηλής ευκρίνειας στον tracker και τους ανιχνευτές μιονίων, επιτυγχάνεται η ακριβής μέτρηση της ορμής των σωματίων.

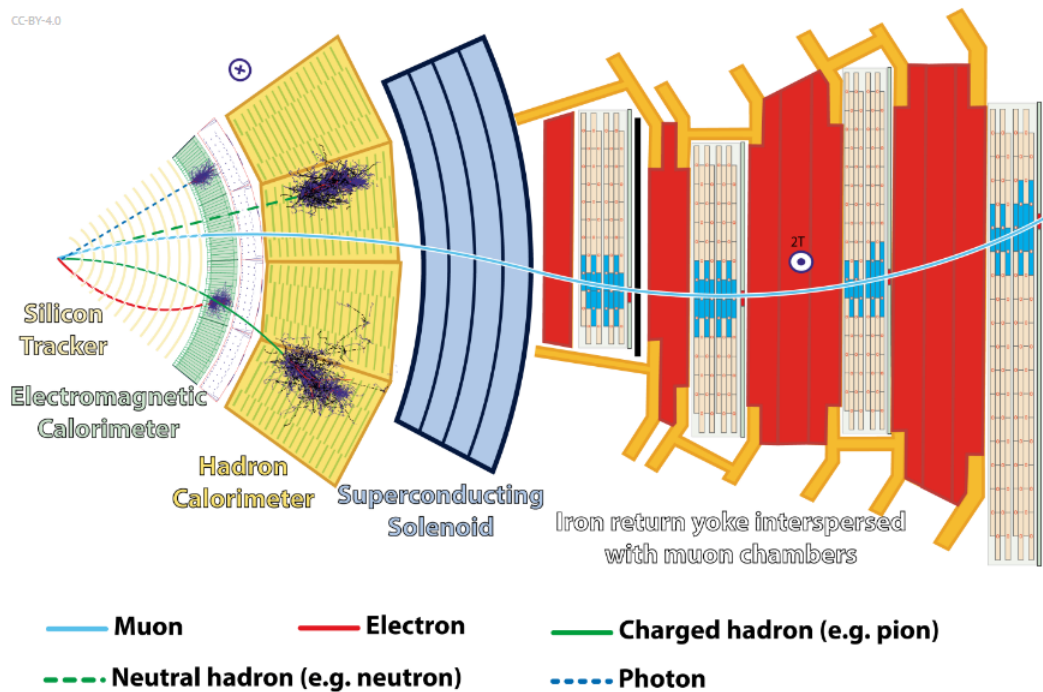


Σχήμα 4.2: Ο ανιχνευτής του CMS

Ο μαγνήτης ονομάζεται σωληνοειδής, εφόσον είναι κατασκευασμένος ως ένα πηνίο, το οποίο και δημιουργεί ομογενές μαγνητικό πεδίο, όταν διαρέεται απο ηλεκτρικό ρεύμα. Το πηνίο ονομάζεται υπεραγώγιμο, καθώς το ηλεκτρικό ρεύμα το διαρρέει με τις ελάχιστες δυνατές ενεργειακές απώλειες. Ο tracker και τα καλορίμετρα βρίσκονται εντός του μαγνήτη, ενώ οι ανιχνευτές μιονίων εναλλάσσονται με το σιδερένιο περίβλημα, το οποίο περιορίζει και οδηγεί το μαγνητικό πεδίο. Τέλος, ο μαγνήτης πρέπει να είναι πολύ σταθερός, ώστε να αντέχει τις δυνάμεις απ' το ίδιο του το πεδίο, καθώς επίσης για να παράσχει δομική σταθερότητα στο πείραμα.

4.2.2 Ο Ανιχνευτής τροχιών (Tracker)

Στον tracker γίνεται η ανακατασκευή της τροχιάς κάθε φορτισμένου υψηλοενεργειακού σωματιδίου. Όταν αυτό προσπέσει στον ανιχνευτή, εναποθέτει αρκετή ενέργεια, ώστε ηλεκτρόνια απ' το υλικό του ανιχνευτή να εξαχθούν απ' τα άτομα. Σε κάθε τμήμα (Pixel) του ανιχνευτή, εφαρμόζεται ασθενές ρεύμα, που σκοπό έχει να συλλέξει αυτά τα ηλεκτρόνια ως παλμό. Γνωρίζοντας έτσι ποιά pixels έχουν αλληλεπιδράσει, μπορούμε συνολικά να αναχθούμε στην τρισδιάστατη τροχιά που ακολούθησε κάθε σωματίο. Ο tracker θα πρέπει να έχει μικρή μάζα, ώστε να ελαχιστοποιηθεί η επίδραση που έχει στα σώματα, και για τον ίδιο λόγο, να υπάρχουν λίγα σημεία μέτρησης της τροχιάς (measurement points). Βρισκόμενος τόσο κοντά στις συγκρούσεις, δέχεται εκατομμύρια σωματλια/cm² κάθε δευτερόλεπτο, καθ' όλη τη διάρκεια του πειράματος. Έτσι, οι ανιχνευτές χαρακτηρίζονται απο γρήγορη απόκριση και μεγάλη διακριτική ικανότητα, που φτάνει τα 10 μm, με τον ανιχνευτή να χρησιμοποιεί 75 εκατομμύρια κανάλια ανάγνωσης (Read-out



Σχήμα 4.3: Η εγκάρσια διατομή του ανιχνευτή του CMS

channels). Η υψηλή ακτινοβολία σε συνδυασμό με το ρεύμα που εφαρμόζεται κάθε δευτερόλεπτο, καταστούν επιτακτική την ανάγκη για ανθεκτικά υλικά (πυρίτιο) καθώς και ένα σύστημα ψύξης.

4.2.3 Το Ηλεκτρομαγνητικό καλορίμετρο (ECAL)

Για να ανακατασκευάσουμε την εικόνα των γεγονότων στον LHC, ο CMS πρέπει να μετράει και τις ενέργειες των προσπίπτοντων σωματιδίων. Όταν φωτόνια και ηλεκτρόνια προσπίπτουν στο καλορίμετρο, αλληλεπιδρούν με αυτό -δίδυμη γέννηση, σκέδαση Compton, φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, ακτινοβολία πέδησης αντίστοιχα-, δημιουργώντας τους ηλεκτρομαγνητικούς καταγισμούς (EM Shower). Στο καλορίμετρο χρησιμοποιούνται ειδικοί σπινθηριστές, οι οποίοι εκπέμπουν φως αναλογικά με την ενέργεια του σωματιδίου. Αυτές οι σύντομες, καλά καθορισμένες εκλάμψεις επιτρέπουν την δημιουργία ενός ακριβή, ταχύ και συμπαγή ανιχνευτή. Η έκλαμψη αυτή συλλέγεται και μετατρέπεται σε σήμα από ανθεκτικούς φωτοσυλλέκτες, οι οποίοι παράγουν τελικά ηλεκτρικό σήμα που, αφού ενισχυθεί, αποστέλλεται για ανάλυση. Το ECAL, αποτελείται από το κεντρικό σημείο (barrel section) και δυο Endcaps, καλύπτοντας συνολικά περιοχές γωνιών $|\eta| < 3$ ². Το barrel

²Η ψευδο-ωκύτητα (Pseudorapidity), η , είναι γεωμετρικό μέγεθος που ορίζεται ως $-\ln[\tan(\frac{\theta}{2})]$

section απαρτίζεται απο 61,200 κρυστάλλους $PbWO_4$, ενώ στα endcaps, τα οποία σφραγίζουν το barrel section απο κάθε πλευρά, χρησιμοποιούνται σχεδόν 15,000 κρύσταλλοι. Για να επιτευχθεί περαιτέρω διακριτική ικανότητα, το ECAL περιέχει preshower detectors μπροστά απ' τα endcaps. Με αυτόν τον τρόπο ο ανιχνευτής του CMS μπορεί να ξεχωρίσει την περίπτωση ενός υψηλοενεργειακού φωτονίου (το οποίο έχει ενδιαφέρον να μελετήσουμε) απο αυτή των τοπολογικά κοντινών ζευγών χαμηλοενεργειακών φωτονίων.

4.2.4 Το Αδρονικό καλορίμετρο (HCAL)

Μετά το ECAL, τα εναπομείναντα σωματρία συναντούν το αδρονικό καλορίμετρο (HCAL). Εκεί γίνεται η μέτρηση της ενέργειας των αδρονίων στην μορφή των jets, καθώς επίσης γίνεται έμμεσα και μέτρηση των μη-αλληλεπιδρώντων ουδέτερων σωματιών (νετρίνων).

Το HCAL αποτελείται απο διαδοχικά στρώματα απορροφητή και φθορίζοντος σπινθηριστή, ο οποίος δημιουργεί ξαφνικές εκλάμψεις, όταν διαπερνάται απο κάποιο σωματριο. Οπτικές ίνες συλλέγουν το φως και μετατρέπεται μέσω των φωτοσυλλεκτών σε ενισχυμένο σήμα, δίνοντας πληροφορίες για την ενέργεια, τη θέση και το χρόνο έλευσης του σωματιδίου. Το συνολικό σήμα απο κάθε στρώμα του HCAL είναι μια μέτρηση της ενέργειας του σωματιδίου.

Το καλορίμετρο εκτείνεται σε γωνίες $|\eta| < 5$. Έχει μεγαλύτερες διαστάσεις απ' το ηλεκτρομαγνητικό, μιας και οι αδρονικοί καταγισμοί εκτείνονται σε μεγαλύτερα μήκη στον ανιχνευτή, καθιστώντας έτσι πιθανότερη την 'διαρροή' σωματιών. Τυπικά, τα αδρονικά καλορίμετρα παρουσιάζουν μειωμένη διακριτική ικανότητα έναντι των ηλεκτρομαγνητικών, λόγω της δυσκολίας που παρουσιάζουν στην απορρόφησή τους οι αδρονικοί καταγισμοί.

4.2.5 Ο Ανιχνευτής μιονίων

Σε αντίθεση με τα υπόλοιπα σωματρία που απορροφώνται στα καλορίμετρα του CMS, τα μύονια μπορούν να κινηθούν κατά μήκος του ανιχνευτή του CMS δίχως να αλληλεπιδράσουν. Ως εκ τούτου οι θάλαμοι ανίχνευσης μιονίων τοποθετούνται στο τέλος του ανιχνευτή, όπου μόνο τα μύονια δύνανται να φτάσουν.

Οι σταθμοί μέτρησης παρεμβάλονται με το μεταλλικό περίβλημα, καταγράφοντας με ακρίβεια, σε συνδυασμό με τον tracker, τη συνολική διαδρομή των μιονίων. Το μαγνητικό πεδίο στον ανιχνευτή είναι τόσο ισχυρό, που ακόμα και τα πιο υψηλοενεργειακά ακολουθούν καμπύλη τροχιά, δίνοντάς μας μετρήσεις της (τετρα-)ορμής τους.

Στον ανιχνευτή χρησιμοποιούνται 3 διαφορετικά είδη ανιχνευτικών συστημάτων αερίου, τα οποία βασίζονται στον ιονισμό που προκαλούν τα υψηλοενεργειακά μύονια στα άτομα του αέρα, όπου με την εφαρμογή ηλεκτρικού πεδίου, δημιουργούν εναν ανιχνεύσιμο ηλεκτρικό παλμό. Στα διάφορα μέρη του ανιχνευτή μιονίων επικρατούν διαφορετικές συνθήκες

(ρυθμός σωματιδίων, εναπομένειαν μαγνητικό πεδίο), ως εκ τούτου απαιτείται η χρήση των διαφορετικών ειδών ανιχνευτικού θαλάμου στο barrel region ($0 < |\eta| < 1.3$) και στα endcaps ($0.9 < |\eta| < 2.4$).

4.2.6 Triggering

Κατά τη λειτουργία του CMS, συμβαίνουν 40 εκατομμύρια συγκρούσεις απο δέσμες πρωτονίων κάθε δευτερόλεπτο. Η καταγραφή τόσο μεγάλου όγκου δεδομένων είναι αδύνατη, αλλά και δίχως αξία, καθώς λίγα είναι τα γεγονότα που προέρχονται απο ενεργητικές hard scattering αλληλεπιδράσεις, τα οποία μπορούν να μας δώσουν ίχνη νέας φυσικής. Ως εκ τούτου, χρειαζόμαστε ένα 'φίλτρο', τον trigger, ο οποίος κρατάει κάποια εκατοντάδες γεγονότα κάθε δευτερόλεπτο για καταγραφή και ανάλυση.

Η καταγραφή των γεγονότων είναι μια σύνθετη διαδικασία, καθώς νέες δέσμες σωματιδίων προσπίπτουν στον ανιχνευτή κάθε 25 ns, δίχως να έχουν προλάβει τα προηγούμενα σωματάρια να εξέλθουν ή να απορροφηθούν απο αυτόν. Για αυτό τον λόγο, απαιτείται η ταυτόχρονη αποθήκευση για πολλές αλληλεπιδράσεις, η εξαιρετική χρονική διακριτική ικανότητα του ανιχνευτή καθώς και τα σήματα που διαδίδονται στα ηλεκτρονικά κανάλια να είναι συγχρονισμένα, ώστε να μην υπάρχει πρόβλημα στην ταυτοποίηση διαφορετικών γεγονότων.

Το πρώτο επίπεδο σκανδαλισμού (Level 1) συντελείται ταχέως και αυτοματοποιημένα, αναζητώντας σημάδια νέας φυσικής στα δεδομένα, όπως υψηλοενεργειακά σωματάρια ή ασυνήθιστους συνδυασμούς τους. Ως αποτέλεσμα έχουμε την διαλογή μερικών εκατοντάδων χιλιάδων γεγονότων, απο τα δισεκατομμύρια διαθέσιμα. Στη συνέχεια ενεργοποιείται ο σκανδαλισμός υψηλού επιπέδου (High level triggering). Σε αυτό το στάδιο αναλύονται και συγχρονίζονται πληροφορίες απο ολόκληρο τον ανιχνευτή, ώστε να ανακατασκευαστούν ολόκληρα γεγονότα. Στη συνέχεια τα δεδομένα αναλύονται απο υπολογιστές σε δέκατα του δευτερολέπτου. Μέσω πολύπλοκων φυσικών αναλύσεων, όπως η ταύτιση των τροχιών με τις ενδείξεις στους μιονικούς θαλάμους ανίχνευσης. Τελικώς, μερικές εκατοντάδες γεγονότα συγκρούσεων αποθηκεύονται κάθε δευτερόλεπτο και αναλύονται, τα οποία πληρούν προϋποθέσεις (cuts), όπως να ξεπερνάνε κάποιο ενεργειακό κατώφλι (MET) ή τοπολογικά κριτήρια, και ίσως τελικά μας υποδείξουν ίχνη νέας φυσικής.

4.3 Η Μέθοδος Particle Flow στη θερμιδομετρία

Όλες οι αναλύσεις φυσικής στηρίζονται στα γεγονότα που έχουν ανακατασκευαστεί στους ανιχνευτές. Απαιτείται εκεί λοιπόν να επιτευχθεί μεγάλη διακριτική ικανότητα, καθώς και αποδοτικότητα στους αλγόριθμους

ανακατασκευής, ώστε να πετύχουμε τα βέλτιστα αποτελέσματα. Σε έναν τυπικό αλγόριθμο θερμιδομετρίας, η ανακατασκευή ενός jet γίνεται καταμετρώντας την ενέργεια που έχει εναποτεθεί στα καλορίμετρα, με τοπολογικά κριτήρια. Μετρήσεις απ' τον LEP³, υπέδειξαν πως η ενέργεια ενός τυπικού αδρονικού πίδακα (jet) φέρεται, έπειτα απ' τις διασπάσεις των βραχύβιων σωματιδίων, χονδρικά κατά 62% απο φορτισμένα σωματρία (κυρίως αδρόνια), 27% απο φωτόνια, 10% απο μακρόβια ουδέτερα αδρόνια (n , \bar{n} , K_L) και 1.5% νετρίνα.

Ως εκ τούτου, περίπου το 72% της ενέργειας των jets απορροφάται στα αδρονικά καλορίμετρα, τα οποία τελικά οδηγούν σε σχετικά μικρή ενεργειακή διακριτική ικανότητα, τυπικά $\frac{\sigma_E}{E} \geq \frac{55\%}{\sqrt{E/GeV}}$. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα στην παραδοσιακή θερμιδομετρία, μια υποβάθμιση σε έναν στοχαστικό όρο για την συνολική διακριτική ικανότητα, $\alpha \geq 60\%$ και έναν όρο β που αντιστοιχεί σε διάφορα φαινόμενα και αριθμεί σημαντικά λιγότερο:

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{\alpha}{\sqrt{E/GeV}} \oplus \beta$$

Στις υψηλότερες ενέργειες υπεισέρχεται και όρος που σχετίζεται με διαρροές στο αδρονικό καλορίμετρο, λόγω της μεγάλης χωρικής έκτασης των αδρονικών καταιγισμών. Όλα αυτά εγείρουν την ανάγκη εύρεσης άλλου τρόπου ανακατασκευής των γεγονότων, που θα οδηγεί σε μειωμένη απροσδιοριστία. Ο αλγόριθμος Particle Flow (PF) επιτυγχάνει σημαντικά μεγαλύτερη διακριτική ικανότητα, καθώς συνδυάζει πληροφορίες απο όλα τα υποσυστήματα του ανιχνευτή (tracker, ECAL & HCAL, θάλαμος μιονίων) για την ανακατασκευή των jets. Με αυτή τη μέθοδο μόνο ένα $\sim 10\%$ της ενέργειας μετράται στον HCAL, ενώ το υπόλοιπο κλάσμα μετράται στα υποσυστήματα με σαφώς βελτιωμένη διακριτική ικανότητα, αναβαθμίζοντας τελικά την απόδοση ανακατασκευής των γεγονότων. Για την ακριβή μέτρηση της ενέργειας, απαιτείται εξαιρετική απόδοση εντοπισμού και ομαδοποίησης των σωματιών απ' τον αλγόριθμο, ώστε να αποφευχθεί η αύξηση της αβεβαιότητας (Confusion)⁴. Είναι φανερό πως ένας τέτοιος αλγόριθμος μπορεί να δουλέψει μόνο σε ανιχνευτές μεγάλης διακριτότητας (Granularity), ώστε να καταστεί τεχνικά δυνατή η ορθή ομαδοποίηση των σωματιών, με τοπολογικά κριτήρια.

³Large Electron - Positron collider

⁴Σαν παράδειγμα, μπορούμε να σκεφτούμε τις μετρήσεις ουδέτερων αδρονίων στο HCAL. Αν οι μετρήσεις ανιχνευθούν εσφαλμένα ως μέρος μιάς συστάδας φορτισμένων σωματιδίων, τότε διαγράφονται, εφόσον αναμένουμε να έχουμε καταγραφή της ενέργειάς τους στον tracker. Κάτι τέτοιο θα προσέθετε 'σύγχυση' και θα κατέστρεφε την μέτρηση ενέργειας του jet

Κεφάλαιο 5

Έλεγχος υποθέσεων και Multivariate Analysis

Χρησιμοποιώντας τις κατάλληλες μεταβλητές (Κινηματικές, γεωμετρικές) σε συνδυασμό πάντα με την καλύτερη δυνατή μέθοδο (Πιθανοφάνειας, Multivariate Analysis), αποσκοπούμε στην ανάπτυξη μιας συνολικής μεθόδου, που στόχο θα έχει να διαχωρίζει (ει δυνατόν με την μέγιστη ακρίβεια) τα γεγονότα σήματος απ' αυτά του υποβάθρου. Έχει μεγάλη αξία, λοιπόν, να γίνει αρχικά παράθεση όλων των μεθόδων που θα χρησιμοποιηθούν κατά την ανάλυσή μας.

5.1 Το Λήμμα των Neyman - Pearson - Η μέθοδος πιθανοφάνειας

Το λήμμα των Neyman - Pearson μας υποδεικνύει πως ο λόγος των πιθανοφανειών, υπολογισμένων υπο την ισχύ δυο διαφορετικών υποθέσεων, είναι η ισχυρότερη μέθοδος για τον διαχωρισμό αυτών των υποθέσεων. Έστω πως μετράμε k στο πλήθος ανεξάρτητες μεταβλητές σε κάθε γεγονός, τότε μπορούμε να ορίσουμε την τυχαία μεταβλητή $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_k)$. Η πρώτη πιθανοφάνεια υπολογίζεται με την μηδενική υπόθεση (Null Hypothesis) H_0 ως δεδομένη, δίνοντας μας την $L_0 = L_0(\vec{x}|H_0)$. Αντίστοιχα, μπορούμε να υπολογίσουμε την πιθανοφάνεια, θεωρώντας δεδομένη την εναλλακτική υπόθεση H_c , την οποία δεν αναμένουμε να ισχύει, $L_c = L_c(\vec{x}|H_c)$. Παρατηρώντας το αποτέλεσμα του τέστ υποθέσεως, μπορούμε να κρίνουμε εάν τελικά μπορεί να γίνει αποδεκτή η εναλλακτική υπόθεση έναντι της μηδενικής. Η βέλτιστη λοιπόν διαχωριστική μεταβλητή είναι η:

$$\Lambda = \frac{L_0(\vec{x}|H_0)}{L_c(\vec{x}|H_c)}$$

και το τέστ υποθέσεως γίνεται συγκρίνοντας την μεταβλητή Λ με μια

προκαθορισμένη παράμετρο c , η οποία αντιστοιχεί σε συγκεκριμένο επίπεδο σημαντικότητας. Σε περίπτωση που ισχύει:

$$\Lambda < c$$

τότε η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται και η εναλλακτική γίνεται αποδεκτή, στο επιλεγμένο επίπεδο σημαντικότητας.

Στα πλαίσια της μεθόδου μας, η τυχαία μεταβλητή $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ αντιστοιχεί στο σετ των μετρούμενων μεταβλητών, είτε κινηματικών, είτε τοπολογικών, για κάθε γεγονός, ενώ η πιθανοφάνεια σε κάθε περίπτωση δύναται να υπολογιστεί απ' την εξίσωση 3.4.2. Η μηδενική υπόθεση που επιλέγεται, H_0 , προτείνει πως η μετρούμενη MEM προέρχεται από γεγονόςτα σήματος.

Η μέθοδος αυτή δυνητικά μπορεί να προσφέρει τα βέλτιστα αποτελέσματα για τον διαχωρισμό σήματος και υποβλήρου, αλλά περιοριζόμαστε απ' το γεγονός ότι η MEM υπολογίζεται διαταρακτικά έως τον κύριο όρο (Leading order), καθώς επίσης από τις παραδοχές που έγιναν για την συνάρτηση μεταφοράς, η οποία μας μεταφέρει τις μεταβλητές σε επίπεδο ανιχνευτή.

Ως εκ τούτου, προκύπτει η άμεση ανάγκη να στραφούμε σε πιο πολύπλοκες μεθόδους διαχωρισμού, τις πολυμεταβλητές μεθόδους ανάλυσης (Multivariable analyzers).

5.2 Ο Αλγόριθμος k - Nearest Neighbors (KNN)

Προτού επεκταθούμε στους multivariable analyzers, συναντάμε πρόβλημα, εν γένει, στον υπολογισμό της MEM. Η εξίσωση 3.4.2 απαιτεί εκτενείς υπολογισμούς, οι οποίοι σε πολλές περιπτώσεις καθυστερούν την διαδικασία, είτε δεν δύνανται να υλοποιηθούν. Έτσι έχουμε ένα υποσύνολο γεγονότων, για τα οποία δεν γίνεται να χρησιμοποιήσουμε τις μεθόδους μας για τον διαχωρισμό σήματος από υπόβληρο!

Για να λύσουμε το πρόβλημα, θα προσπαθήσουμε να εντοπίσουμε την συσχέτιση της MEM με τις υπόλοιπες (ανεξάρτητες) μεταβλητές. Μόλις το πετύχουμε αυτό, θα έχουμε δημιουργήσει μια function, η οποία θα τροφοδοτείται με τις μετρήσιμες, εν γένει, μεταβλητές και θα μας εξάγει μια προσέγγιση για την τιμή της MEM, ακόμα και όταν χειριζόμαστε πραγματικά γεγονότα. Μια απλή, αλλά αποτελεσματική, μέθοδος είναι η παλινδρόμηση μέσω του αλγορίθμου KNN (k - Nearest Neighbors).

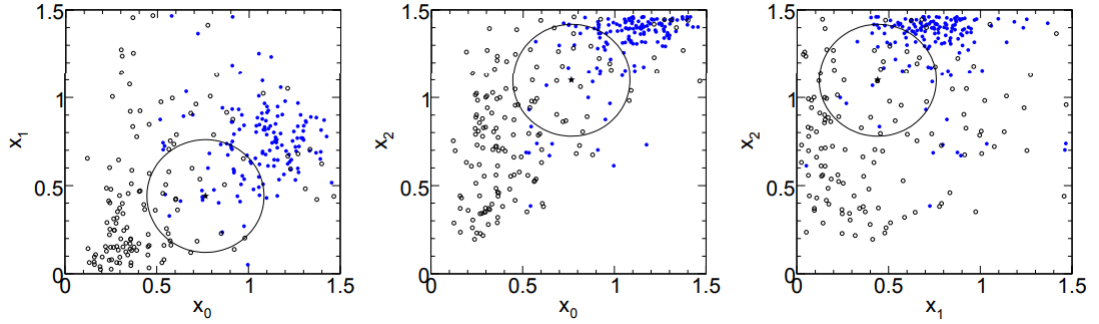
Σύμφωνα με αυτή την μέθοδο, κάθε γεγονός αποτυπώνεται σε D - διάστατο χώρο, όπου D οι ανεξάρτητες γνωστές μεταβλητές μας. Μαζί με το test event, αποτυπώνονται και τα training events, για τα οποία γνωρίζουμε την target μεταβλητή (MEM). Επιλέγουμε τους k στο πλήθος κοντινότερους

γείτονες και η μέθοδος υπολογίζει τον weighted μέσο όρο των MEM όλων των επιλεγμένων training event.

Αρχικά ορίζουμε την ευκλείδια μετρική μας, μεταξύ 2 σημείων \vec{x}, \vec{y} :

$$R_{rescaled} = \sum_{i=1}^D \frac{1}{w_i} |x_i - y_i|^2$$

όπου βλέπουμε την ανάγκη ύπαρξης μιάς συνάρτησης βάρους w_i , η οποία θα επανακανονικοποιήσει τις αποστάσεις, καθώς κάθε μεταβλητή έχει διαφορετική πυκνότητα τιμών στον άξονα.



Σχήμα 5.1: Παράδειγμα KNN αλγορίθμου ταξινόμησης για $D = 3$. Εδώ επιλέγονται k γείτονες, όπου οι γεμάτοι (ανοιχτοί) κύκλοι αντιστοιχούν σε σήμα (υπόβαθρο). Το πλήθος γειτόνων θα καθορίσει τον χαρακτηρισμό του testing event ως σήμα ή υπόβαθρο.

Τελικά η προσέγγιση της target μεταβλητής z (π.χ. MEM) για το i testing event δίνεται ως

$$z_i(V) = \frac{\sum_{j \in V} w_j z_j f(dis(i, j))}{\sum_{j \in V} w_j f(dis(i, j))} \quad (5.2.1)$$

όπου τα j training events βρίσκονται εντός όγκου V , w_j το βάρος κανονικοποίησης και f η συνάρτηση kernel, η οποία προσθέτει επιπλέον ένα βάρος, ανάλογα με την απόσταση κάθε γεγονότος, ως προς το testing. Η επιλογή μιας τέτοιας συνάρτησης δεν είναι μοναδική, στην περίπτωση μας χρησιμοποιείται η f_i για το i γεγονός, εντός όγκου V , με τον k να είναι ο μακρινότερος γείτονας:

$$f_i(R_i) = \begin{cases} (1 - |R_i/R_k|)^3, & \text{Εαν } |R_i/R_k| < 1, \\ 0, & \text{Αλλιώς.} \end{cases}$$

Τέλος, είναι φανερό, πως μεγάλο ρόλο στην μέθοδο παίζει η επιλογή του k . Αν το k είναι πολύ μεγάλο, η επιλογή των γειτόνων δεν είναι

αντιπροσωπευτική της τοπικής συμπεριφοράς, αντίθετα μικρό πλήθος γειτόνων θα οδηγήσει σε μεγάλες στατιστικές διακυμάνσεις στους υπολογισμούς μας. Η σωστή επιλογή λοιπόν γίνεται υπολογιστικά δοκιμάζοντας διάφορες τιμές. Θέτοντας μερικά απ' τα training γεγονότα ως validation events, ελέγχουμε την απόκλιση της υπολογιστικής τους τιμής απ' την αντίστοιχη (γνωστή) θεωρητική για διάφορα k . Η βέλτιστη επιλογή του k γίνεται όταν εντοπίσουμε την μικρότερη απόκλιση.

5.3 Χρήση Multivariate Analysis για την ταξινόμηση των δεδομένων

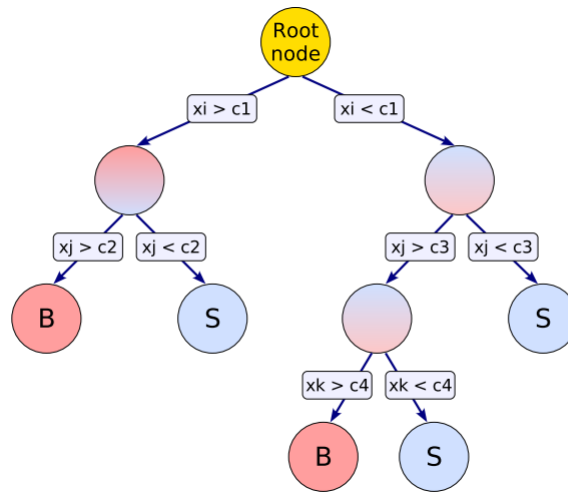
Έχοντας τώρα πλήρη γνώση της μεταβλητής MEM, μπορούμε να συνεχίσουμε την διαδικασία για τον διαχωρισμό σήματος απο υπόβαθρο. Για την επίτευξη καλύτερων αποτελεσμάτων, στρεφόμαστε σε νέες μεθόδους, οι οποίες έχουν αξία να αναλυθούν θεωρητικά.

5.3.1 Boosted Decision Trees (BDT)

Τα δένδρα αποφάσεων (παλινδρόμησης) είναι διαδικές(Ναι/Όχι) δομές ταξινόμησης (παλινδρόμησης). Αποτελούνται απο κόμβους αποφάσεων μιας μεταβλητής (nodes), όπου κάθε απάντηση χωρίζεται σε κλάδους (Edges), οδηγώντας τελικά σε αποφάσεις (Leaf). Ο φασικός χώρος χωρίζεται σε περιοχές, οι οποίες τελικά ταξινομούνται ως σήμα ή υπόβαθρο, ανάλογα με την πλειονότητα των training γεγονότων σε κάθε leaf. Στην περίπτωση των δέντρων παλινδρόμησης, κάθε έξοδος αντιπροσωπεύει μια συγκεκριμένη τιμή της target μεταβλητής.

Κατά την διάρκεια του training γίνεται η επιλογή των cuts και του 'μήκους' του δέντρου, με κριτήριο την απόδοση του αλγορίθμου, καθώς και την μείωση της διακύμανσης των αποτελεσμάτων. Αφότου 'καλλιεργήσουμε' τα δέντρα εως κάποιο βάθος, ακολουθεί η διαδικασία του 'κλαδέματος' (Pruning), όπου διαγράφονται μερικοί κόμβοι και περιορίζεται το δέντρο, με σκοπό της αποφυγή του overtraining στη μέθοδό μας.

Η μέθοδος Boosting των δέντρων, επεκτείνει την ιδέα σε πλήθος δέντρων, δημιουργώντας ένα 'δάσος' (Forest). Τα διάφορα αυτά δέντρα δημιουργούνται κατά το ίδιο training, επαναπροσδιορίζοντας συνεχώς τα 'βάρη', και τελικά συνδυάζονται σε έναν αλγόριθμο, χρησιμοποιώντας τον (βεβαρημένο) μέσο όρο κάθε ξεχωριστού δέντρου. Η μέθοδος αυτή καθιστά σταθερότερη την απόκριση των δέντρων, ως προς τις διακυμάνσεις των δεδομένων, και ενισχύει σημαντικά την απόδοση των δέντρων. Σε πλήθος περιπτώσεων, η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται καλύτερα με την χρήση πολλών 'ανίσχυρων' δέντρων -δέντρα, που όταν χρησιμοποιούνται ξεχωριστά, έχουν πολύ μικρή απόδοση-. Τα ανίσχυρα αυτά δέντρα, περιορισμένα σε βάθος εως και 2 επιλογών, ελαχιστοποιούν την πιθανότητα για overtraining της μεθόδου μας.



Σχήμα 5.2: Σχηματική αναπαράσταση των δέντρων αποφάσεων. Ξεκινώντας από έναν αρχικό κόμβο, μια σειρά διαδικών αποφάσεων, μέσω των μεταβλητών x_i , εφαρμόζεται στα δεδομένα. Κάθε μεταβλητή επιλέγεται με βάση τον καλύτερο διαχωρισμό στο συγκεκριμένο σημείο. Τα leafs σημειώνουν ως σήμα ή υπόβαθρο κάθε γεγονός, ανάλογα με την πλειονότητα των training events. Για την παλινδρόμηση, κάθε κόμβος διαχωρίζεται με κριτήριο την ελάχιστη τετραγωνική απόκλιση της εξαχθείσας τιμής στο leaf με την θεωρητική.

Κατά την εκπαίδευση (training) του decision tree καθορίζονται τα κριτήρια διαχωρισμού σε κάθε κόμβο. Ξεκινώντας με προκαθορισμένο κριτήριο στον αρχικό κόμβο, καταλήγουμε σε δύο υποσύνολα και η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται έως ότου δημιουργηθεί το δέντρο.

Σε κάθε κόμβο, το κριτήριο καθορίζεται μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας, όπου αναζητείται η μεταβλητή και η ακριβής τιμή διαχωρισμού, ώστε να επιτευχθεί ο μέγιστος διαχωρισμός μεταξύ σήματος και υποβάθρου. Κάθε κλάδος καταλήγει στα leafs, τα οποία ταξινομούνται, ανάλογα με την πλειονότητα των εσωτερικών training γεγονότων. Το επίπεδο διαχωρισμού σε κάθε επανάληψη καθορίζεται από μια συμμετρική (ως προς την περίπτωση απουσίας διαχωρισμού) συνάρτηση, η οποία δεν είναι αυστηρώς καθορισμένη. Κάποια παραδείγματα αυτών, χωρίς διαφορά στην απόδοση του αλγορίθμου, είναι:

- **Gini index** , $p(1 - p)$
- **Cross entropy** , $- p \ln p - (1-p) \ln(1-p)$
- **Misclassification error** , $1 - \max(p, 1 - p)$
- **Statistical significance** , $\frac{S}{\sqrt{S+B}}$

Οι συναρτήσεις αυτές καθορίζονται απ' την καθαρότητα ¹ (purity) των γεγονότων στα υποσύνολα, μετά τον διαχωρισμό. Μπορούμε να παρατηρήσουμε πως σε κάθε περίπτωση, η μέγιστη τιμή της συνάρτησης εμφανίζεται όταν κάποιο κριτήριο προσφέρει πλήρη αβεβαιότητα (ίσο πλήθος γεγονότων σήματος/υποβάθρου), ενώ είναι μηδέν όταν κάποιο κριτήριο επιτυγχάνει τον μέγιστο διαχωρισμό.

Κατά την διαδικασία του training, σε κάθε κόμβο επιλέγεται η μεταβλητή και η τιμή του cut, έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται η αύξηση της 'εντροπίας' απ' τον αρχικό στους δύο τελικούς κόμβους, συναρτήσει του πλήθους των επιμέρους γεγονότων. Έτσι, σαρώνονται όλες οι πιθανές τιμές cut για κάθε πιθανή μεταβλητή, με καθορισμένη διακριτότητα στις τιμές των μεταβλητών (π.χ. 20). Θεωρητικά, μια τέτοια διαδικασία δύναται να συνεχίσει, έως να πετύχουμε τον απόλυτο διαχωρισμό, κάτι που θα μας οδηγούσε όμως σε ένα υπερεκπαιδευμένο δέντρο.

Το τελικό στάδιο είναι το 'κλάδεμα' (Pruning) του δέντρου, από κάτω προς τα πάνω, ώστε να αποκοπούν οι λιγότερο σημαντικοί κόμβοι και να μειωθεί η πιθανότητα για overtrain της μεθόδου. Το pruning προτιμάται να γίνει στο τέλος της διαδικασίας, όχι ενδιάμεσα, καθώς ακόμα και ένας μη σημαντικός κόμβος, μπορεί εν γένει να οδηγήσει σε κάποιον σημαντικό. Στην μέθοδο των Boosted DT, το pruning δεν είναι απαραίτητο, εφόσον γίνεται χρήση πολλών 'ανίσχυρων' δέντρων, πάνω στα οποία οποιοσδήποτε αλγόριθμος 'κλαδέματος' δεν παρουσιάζει οποιαδήποτε επίδραση.

5.3.2 Artificial Neural Networks (ANN)

Τα Artificial Neural Networks (ANN) είναι οποιαδήποτε προσομοίωση συλλογής από διασυνδεδεμένους νευρώνες, όπου ο κάθε νευρώνας παράγει συγκεκριμένη απόκριση, ανάλογα με την συλλογή δεδομένων που τροφοδοτείται. Με την εφαρμογή εξωτερικού σήματος, το δίκτυο τίθεται σε καθορισμένη κατάσταση, η οποία μετράται απ' την απόκριση που παρουσιάζει ένας ή και περισσότεροι εξωτερικοί νευρώνες. Τα ANN μπορούν να θεωρηθούν σαν μια απεικόνιση $\mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^M$, απ' τον χώρο των N αρχικών μεταβλητών στον χώρο των M μεταβλητών που εξάγονται απ' το δίκτυο. Η απεικόνιση δεν είναι γραμμική, αν η απόκριση οποιουδήποτε νευρώνα είναι μη γραμμική.

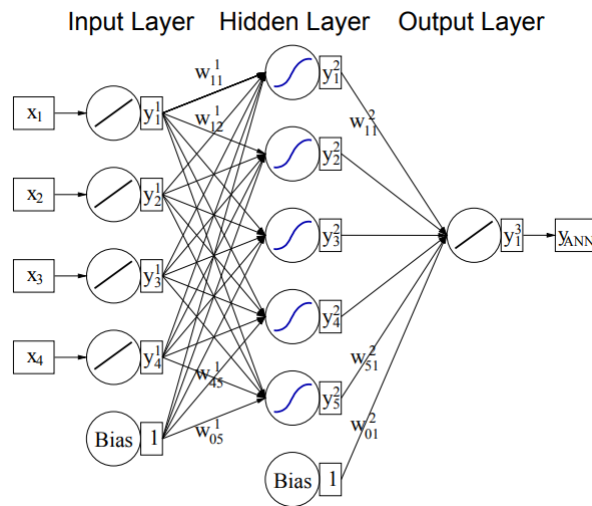
Το ενδιαφέρον μας στην συγκεκριμένη εργασία περιορίζεται σε δίκτυα οργανωμένα σε διάφορα επίπεδα, με τις συνδέσεις να γίνονται feed-forward ², μόνο απ' το κάθε επίπεδο στο αμέσως επόμενο, γνωστά και ως multi-layer perceptrons. Το πρώτο επίπεδο ονομάζεται επίπεδο εισαγωγής (Input layer), το τελευταίο επίπεδο εξαγωγής (Output layer) και όλα τα ενδιάμεσα

¹ Η καθαρότητα, p , ορίζεται ως το ποσοστό των γεγονότων σήματος ως προς τα συνολικά γεγονότα, $\frac{S}{S+B}$

² Ως feed-forward ονομάζεται κάθε νευρωνικό δίκτυο, του οποίου η πληροφορία κινείται πάντα προς μια κατεύθυνση

αναφέρονται ως κρυφά επίπεδα (Hidden layers).

Σύμφωνα με το θεώρημα του Weierstrass, σε κάθε multi-layer perceptron ένα μόνο hidden layer είναι αρκετό, ώστε να προσεγγίσει με δεδομένη ακρίβεια οποιαδήποτε συνεχή συνάρτηση συσχέτισης, αν χρησιμοποιείται αρκετά μεγάλο πλήθος νευρώνων στο επίπεδο. Είναι όμως πιθανό, η ίδια απόδοση να επιτευχθεί χρησιμοποιώντας δίκτυο περισσότερων επιπέδων, με λιγότερους νευρώνες, απαιτώντας έτσι λιγότερο υπολογιστικό χρόνο.



Σχήμα 5.3: Σχηματική αναπαράσταση multilayer perceptron με ένα κρυφό επίπεδο

Η συμπεριφορά κάθε νευρωνικού δικτύου καθορίζεται από την αρχιτεκτονική του, τις συναρτήσεις βάρους στους διασυνδεδεμένους νευρώνες και από την συνάρτηση απόκρισης των νευρώνων στα δεδομένα εισαγωγής (Input data).

Το training ενός νευρωνικού δικτύου έχει ως αποτέλεσμα τον υπολογισμό των βαρών (weights) και μπορεί να συντελεστεί με διάφορους τρόπους. Ο πιο κοινός αλγόριθμος για την εκπαίδευση ενός ANN δικτύου ταξινόμησης είναι η μέθοδος Back-propagation (BP). Για την περίπτωση δικτύου με ένα κρυφό επίπεδο, με την \tanh ως συνάρτηση ενεργοποίησης και γραμμική συνάρτηση ενεργοποίησης του εξωτερικού επιπέδου, η έξοδος δίνεται ως:

$$y_{ANN} = \sum_{j=1}^{N_h} y_j^{(2)} w_{j1}^{(2)} = \sum_{j=1}^{N_h} \tanh\left(\sum_{i=1}^{N_{var}} x_i w_{ij}^{(1)}\right) \cdot w_{j1}^{(2)} \quad (5.3.1)$$

όπου N_h, N_{var} το πλήθος νευρώνων στο κρυφό επίπεδο και το επίπεδο εισαγωγής (Input layer) αντίστοιχα. Το βάρος $w_{ij}^{(1)}$ αντιστοιχεί σε αυτό μεταξύ του νευρώνα i στο αρχικό επίπεδο και του j στο κρυφό, ενώ το βάρος $w_{j1}^{(2)}$ είναι μεταξύ του νευρώνα j στο κρυφό επίπεδο και του μοναδικού

νευρώνα στο επίπεδο εξόδου.

Κατά την διάρκεια της διαδικασίας εκμάθησης, το δίκτυο τροφοδοτείται με N σετ τιμών $x_\alpha = (x_{1,\alpha}, x_{2,\alpha}, \dots, x_{N_{var},\alpha})$, $\alpha = 1, 2, \dots, N$, εξάγωντας ένα αποτέλεσμα $y_{ANN,\alpha}$, το οποίο συγκρίνεται με το πραγματικό (και γνωστό) y_α , μέσω μιας συνάρτησης σφάλματος:

$$E(x_1, \dots, x_N | w) = \sum_{\alpha=1}^N E_\alpha(x_\alpha | w) = \sum_{\alpha=1}^N \frac{1}{2} (y_{ANN,\alpha} - y_\alpha)^2 \quad (5.3.2)$$

Η αναζήτηση του βάρους w , που θα ελαχιστοποιεί την συνάρτηση σφάλματος, μπορεί να αναζητηθεί με την μέθοδο gradient descent, δεδομένου ότι η συνάρτηση απόκρισης είναι διαφορίσιμη.

Ξεκινώντας από τυχαία σετ $\mathbf{w}^{(\rho)}$, κινούμαστε με βήματα προς την κατεύθυνση που ελαχιστοποιεί την συνάρτηση σφάλματος, με ρυθμό μάθησης (Learning rate) $\eta > 0$:

$$\mathbf{w}^{(\rho+1)} = \mathbf{w}^{(\rho)} - \eta \nabla_{\mathbf{w}} E$$

Και τα διαφορετικά βάρη σε κάθε επίπεδο διορθώνονται ως:

$$\begin{aligned} \Delta w_{j1}^{(2)} &= -\eta \sum_{\alpha=1}^N \frac{\partial E_\alpha}{\partial w_{j1}^{(2)}} = -\eta \sum_{\alpha=1}^N (y_{ANN,\alpha} - y_\alpha) y_{j,\alpha}^{(2)} \\ \Delta w_{ij}^{(1)} &= -\eta \sum_{\alpha=1}^N \frac{\partial E_\alpha}{\partial w_{ij}^{(1)}} = -\eta \sum_{\alpha=1}^N (y_{ANN,\alpha} - y_\alpha) y_{j,\alpha}^{(2)} (1 - y_{j,\alpha}^{(2)}) w_{j1}^{(2)} x_{i,\alpha} \end{aligned}$$

5.3.3 Deep Neural Networks (DNN)

Τα Deep Neural Networks (DNN) είναι τεχνητά νευρωνικά δίκτυα με αρκετά κρυμμένα επίπεδα (Hidden layers) και πολλούς νευρώνες σε κάθε επίπεδο. Τα συγκεκριμένα δίκτυα είναι ικανά να 'μάθουν' σύνθετες, μη γραμμικές σχέσεις, όταν τροφοδοτηθούν με αρκετά μεγάλο αριθμό γεγονότων κατά το training. Ο σκοπός της μεθόδου αυτής είναι να παρέχει μια βελτιστοποιημένη εφαρμογή ενός feed-forward perceptron πολλών (κρυμμένων) επιπέδων, το οποίο δύναται να εκπαιδευτεί αποδοτικά στους σύγχρονους πολυ-πύρηνους επεξεργαστές και σε αρχιτεκτονικές GPU.

Το training του δικτύου DNN παρουσιάζει ομοιότητες με αυτό του ANN. Η μέθοδος stochastic batch gradient που χρησιμοποιείται, μετατρέπει τα βάρη μεταξύ i, j νευρώνων μεταξύ των επιπέδων επιπέδων $k, k + 1$ και το bias θ_i^k ως εξής:

$$\begin{aligned} W_{ij}^k &\rightarrow W_{ij}^k - \alpha \frac{\partial J(\mathbf{x}_b, \mathbf{y}_b)}{\partial W_{ij}^k} \\ \theta_i^k &\rightarrow \theta_i^k - \alpha \frac{\partial J(\mathbf{x}_b, \mathbf{y}_b)}{\partial \theta_i^k} \end{aligned}$$

όπου $J(\mathbf{x}_b, \mathbf{y}_b)$ η συνάρτηση σφάλματος για N_b τυχαία επιλεγμένα ζεύγη τιμών³ (Batch size), με εισαγωγή \mathbf{x}_b και αναμενόμενη έξοδο \mathbf{y}_b . Αφότου καθοριστεί το batch size, κάθε σετ $(\mathbf{x}_b, \mathbf{y}_b)$ επιλέγεται τυχαία, χωρίς επανατοποθέτηση στο δείγμα. Το πλήθος επαναλήψεων της διαδικασίας για κάθε batch καθορίζεται απ' τον όρο epoch. Η συνολική εκπαίδευση του δικτύου μπορεί να συντελεστεί σε μια ή περισσότερες φάσεις. Η κάθε φάση διακόπτεται όταν το σφάλμα παύσει να μειώνεται για προκαθορισμένο epoch.

³Η εκπαίδευση του δικτύου γίνεται σταδιακά με N_b σετ τιμών σε κάθε στάδιο. Η μέθοδος που αναφέρεται ως stochastic χρησιμοποιεί $N_b = 1$

Κεφάλαιο 6

Μελέτη και ανάλυση της παραγωγής $t\bar{t}H, H \rightarrow b\bar{b}$

6.1 Δεδομένα

Στη μελέτη που ακολουθεί, χρησιμοποιούνται τόσο δεδομένα προσομοίωσης Monte Carlo, όσο και πραγματικά δεδομένα που προέρχονται από τα πειράματα του CMS για τα έτη 2016, 2017, 2018. Τα δεδομένα MC προσομοιώνουν διαδικασίες σήματος, $t\bar{t}H, H \rightarrow b\bar{b}$ και κύριου υποβάθρου, $t\bar{t} + jets$. Η φωτεινότητα για κάθε έτος (2016, 2017, 2018) λειτουργίας του LHC παρουσιάζεται στον πίνακα 6.1.

Πίνακας 6.1: Η Integrated Luminosity, \mathcal{L} , του LHC ανά έτος λειτουργίας

Year	$\mathcal{L} [fb^{-1}]$
2016	35.9
2017	41.5
2018	59.7

Σε όλα τα δεδομένα έχει εφαρμοστεί μια αρχική επιλογή (Baseline selection), ώστε να ελλατωθεί ο όγκος των δεδομένων προς επεξεργασία, όπως φαίνεται στην εικόνα 6.1.

Κατά την μελέτη μας, θα εφαρμόζουμε κάποια επιπλέον κριτήρια επιλογής (Pre-selection cuts), με σκοπό να επιλέξουμε περιοχές σήματος (Signal Region) με όσο το δυνατόν περισσότερα δεδομένα σήματος (High Signal efficiency), ενώ παράλληλα απορρίπτουμε περισσότερα δεδομένα υποβάθρου (High Background rejection). Με τη χρήση διαφορετικών κριτηρίων επιλογής, θα μπορούμε να μελετάμε περιοχές ελέγχου (Control Region), όπου έχουμε μειωμένο πλήθος γεγονότων σήματος και αυξημένο ποσοστό υποβάθρου $t\bar{t} + jets$. Οι περιοχές ενδιαφέροντος καθορίζονται από την πολλαπλότητα των b-tagged jets σε κάθε γεγονός, σύμφωνα και με τον

Selection criteria	Values
Number of leptons	2
Sign and flavour of leptons	$e^+e^-, \mu^\pm e^\mp, \mu^+\mu^-$
Min. p_T of p_T -leading lepton [GeV]	25
Min. p_T of sub-leading lepton [GeV]	15
Max. $ \eta $ of leptons	2.4
Min. number of jets	4
Min. p_T of jets [GeV]	30
Max. $ \eta $ of jets	2.4
Min. $m_{e^+e^-/\mu^+\mu^-}$ [GeV]	20
$m_{ee/\mu\mu}$ [GeV]	$< 76, > 106$
Min. p_T^{miss} in $e^+e^-/\mu^+\mu^-$ channels [GeV]	40

Σχήμα 6.1: Τα αρχικά κριτήρια επιλογής (Baseline selection) στα δεδομένα

πίνακα 6.2. Μπορούμε να δούμε στην εικόνα 6.2 τα ποσοστά γεγονότων για κάθε διαδικασία, ανάλογα με το πλήθος λεπτονίων στις τελικές καταστάσεις, όπως έχει ήδη αναλυθεί στη θεωρία.

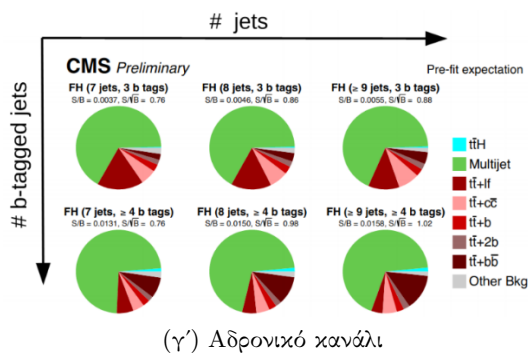
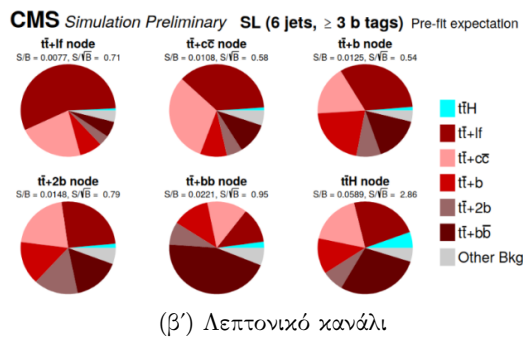
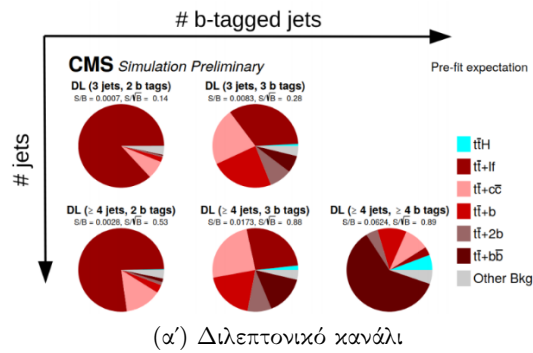
Πίνακας 6.2: Οι περιοχές μελέτης, σύμφωνα με το πλήθος b-tagged jets, n_b

Περιοχή	n_b
Ελέγχου 1 (CR_1)	=2
Ελέγχου 2 (CR_2)	=3
Σήματος (SR)	≥ 4

6.2 Ανάλυση της μεθόδου TRF

Κατά τη μελέτη διαδικασιών του Κ.Π., ένας σημαντικός παράγοντας που περιορίζει την ακρίβεια των μετρήσεων, είναι η εισαγωγή μεγάλου συστηματικού σφάλματος λόγω της χρήσης δεδομένων προσομοίωσης σε διαφορετικά στάδια της ανάλυσης.

Για να μειώσουμε αυτές τις αβεβαιότητες στην ανάλυσή μας, θα χρησιμοποιήσουμε μια μέθοδο βασισμένη στα δεδομένα (Data-driven), ώστε να προβλέψουμε το κύριο υπόβαθρο από $t\bar{t} + jets$ διαδικασίες. Η μέθοδος αυτή θα ονομάζεται Tag Rate Function (TRF) και έχει ως στόχο να προβλέψει το σχήμα και την κανονικοποίηση (Shape and Normalisation) της κατανομής ενδιαφέροντος στην περιοχή σήματος (Signal Region), χρησιμοποιώντας δεδομένα από την περιοχή ελέγχου (Control Region). Ο στόχος μας είναι να παράξουμε ένα βάρους ανά γεγονός (Weight/Event) για όλα τα γεγονότα της CR και να τα χρησιμοποιήσουμε για τα προβλέψουμε τις κατανομές στην SR.



Σχήμα 6.2: Η ποσοστιαία συμμετοχή κάθε διαδικασίας υποβάνηρου για κάθε κανάλι

6.2.1 Πραγματική πληροφορία - Truth information

Για την παραγωγή των TRF, θα πρέπει πρώτα να υπολογίσουμε την πιθανότητα για κάθε jet σε ένα γεγονός να είναι b-tagged, κατασκευάζοντας έναν χάρτη παραμετροποιημένων αποδόσεων. Η μελέτη μας στηρίζεται στις εξής παραδοχές:

- Η πιθανότητα ταυτοποίησης ενός b-tagged jet είναι ανεξάρτητη από τα υπόλοιπα jets στο γεγονός
- Οι μεταβλητές που χρησιμοποιούνται για την παραμετροποίηση της πιθανότητας (p_T , η , $Flavour$) είναι επαρκείς για να την περιγράψουν

Η πιθανότητα για ένα jet να ταυτοποιηθεί ως b-tagged ορίζεται ως ο λόγος του πλήθους των b-tagged jets με συγκεκριμένα p_T , η , $Flavour$ προς τον συνολικό αριθμό jets με τα ίδια κινηματικά και γευστικά χαρακτηριστικά:

$$\epsilon(p_T, \eta, Flavour) = \frac{N^{b\text{-tagged}}(p_T, \eta, Flavour)}{N^{Total}(p_T, \eta, Flavour)} \quad (6.2.1)$$

Το επόμενο βήμα είναι να υπολογίσουμε την πιθανότητα για κάθε γεγονός να περιέχει συγκεκριμένο πλήθος από b-jets. Εάν υποθέσουμε ότι το γεγονός έχει N jets, τότε για μια απαίτηση M b-tagged jets θα πρέπει να πάρουμε όλες τις πιθανές μεταθέσεις ανάμεσα στα N jets. Σε κάθε μετάθεση, το βάρος εφαρμόζεται σε κάθε jet:

- Εφαρμόζεται ένα βάρος για κάθε jet που θεωρείται ως b-tagged, ίσο με την b-tagging probability της εξίσωσης 6.2.1
- Στα υπόλοιπα jets εφαρμόζεται βάρος ίσο με $1 - \epsilon$

Για να καταλήξουμε στο event weight που θα μας υποδεικνύει την πιθανότητα να έχουμε M b-tagged jets, θα πρέπει να πολλαπλασιάσουμε όλες τις πιθανότητες για κάθε μετάθεση και να προσθέσουμε το γινόμενο για όλες τις πιθανές μεταθέσεις. Έτσι, δεν χρειάζεται να εφαρμόσουμε cuts βασισμένοι στην b-tagging discriminant, ώστε να κρατήσουμε M b-tagged jets:

$$P_M = \sum_{k, \dots, m=1}^N \left[\prod_{k=1}^{m=M} \epsilon_k \prod_{n=m+1}^N (1 - \epsilon_n) \right] \quad (6.2.2)$$

Έχοντας κατασκευάσει αυτές τις πιθανότητες, μπορούμε εύκολα να τις επεκτείνουμε την μελέτη στις δεσμευμένες πιθανότητες, όπου χρησιμοποιούμε μια ανθροιστική περιοχή για να προβλέψουμε την κατανομή σε περιοχή συγκεκριμένου αριθμού b-tagged jets. Μπορούμε να ορίσουμε τα εξής ενδεχόμενα:

- A: Ακριβώς n_b b-tagged jets ($n_b \geq N$)
- B: Τουλάχιστον N b-tagged jets

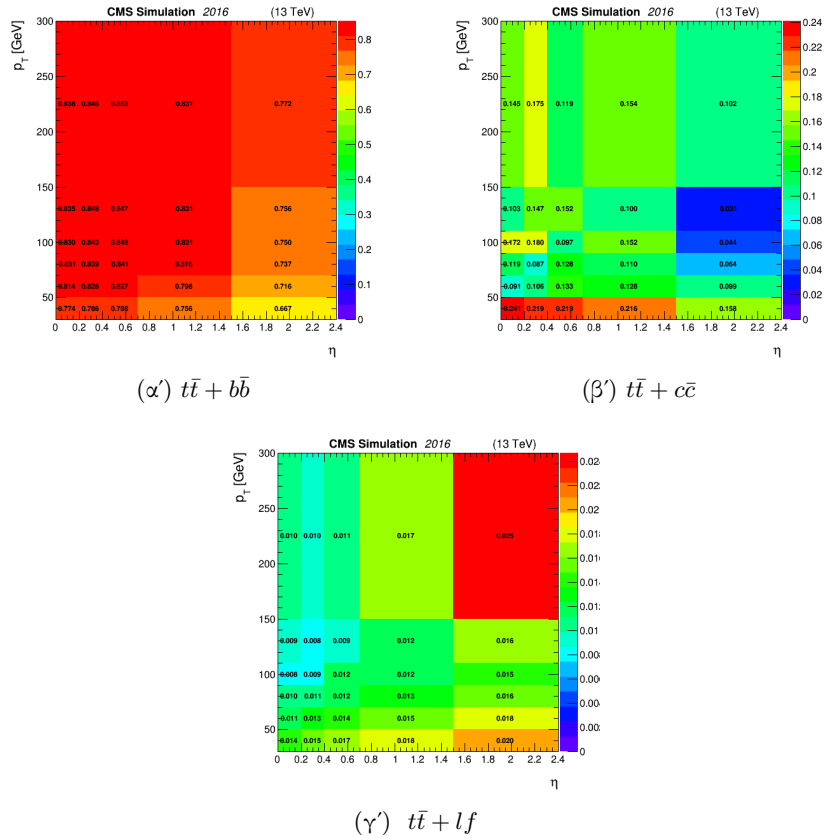
Η πιθανότητα για ένα γεγονός να έχει ακριβώς n_b b-tagged jets, δεδομένου ότι έχει τουλάχιστον N (Μέσω της b-tagging discriminant) είναι:

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(B)} \quad (6.2.3)$$

όπου

$$P(B) = P_{\#b\text{-tagged} \geq N} = 1 - \sum_{i=0}^{N-1} P_{\#b\text{-tagged}=i}$$

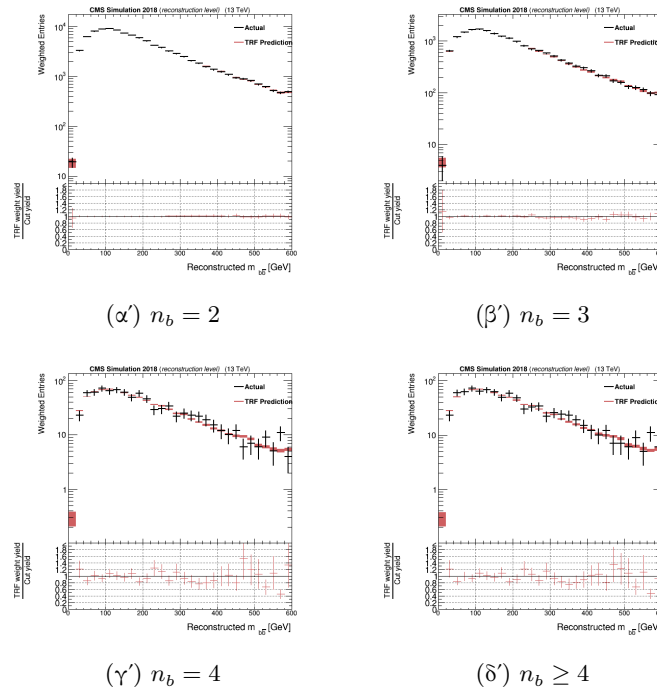
Εφαρμόζοντας όλα όσα περιγράψαμε, λαμβάνουμε τους probability maps για κάθε γεύση:



Σχήμα 6.3: Οι χάρτες πιθανοτήτων για το b-tagging συναρτήσει των p_T, η , flavor για τα δεδομένα MC του 2016. Οι χάρτες έχουν κατασκευαστεί για τις διαφορετικές διαδικασίες υποβάθρου.

Οι αντίστοιχοι χάρτες για δεδομένα προσομοίωσης των ετών 2017, 2018 βρίσκονται στο παράρτημα.

Στη συνέχεια της μελέτης μας θα ελέγχουμε το κλείσιμο¹ μιας μεταβλητής, συγκεκριμένα της m_{bb} ². Τα αποτελέσματα για τις υπόλοιπες χρονιές, καθώς και για τις υπόλοιπες μεταβλητές ενδιαφέροντος μπορούν να βρεθούν στο παράρτημα Α' της εργασίας.



Σχήμα 6.4: Τέστ κλεισίματος της m_{bb} για διάφορες περιοχές μελέτης στα δεδομένα προσομοίωσης του 2016

Όπως φαίνεται και στα διαγράμματα, υπάρχει κλείσιμο μεταξύ των 2 κατανομών, οπότε και η μέθοδος TRF προβλέπει με ακρίβεια τις κατανομές για τα δεδομένα υποβάθρου σε όλες τις περιοχές μελέτης. Σε περιοχές με χαμηλότερη στατιστική, παρατηρούνται μικρές αποκλίσεις, εντός του στατιστικού σφάλματος.

Μπορούμε να δούμε τις κατανομές και για τις υπόλοιπες μεταβλητές στο παράρτημα Α.1.

¹ Ως κλείσιμο ορίζουμε την συμφωνία μεταξύ 2 κατανομών

² Η ανακατασκευασμένη μάζα των b-tagged di-jet, που προέρχονται από την διάσπαση του Higgs

6.2.2 Ανακατασκευασμένη πληροφορία - Reconstructed information

Τα δεδομένα που προέρχονται από ανακατασκευή γεγονότων, ιδιαίτερα στα πραγματικά δεδομένα, η πληροφορία του jet flavour δεν είναι διαθέσιμη. Ως εκ τούτου δεν είναι δυνατόν να κατασκευάσουμε την παραμετροποιημένη πιθανότητα για το b-tagging. Για να ξεπεράσουμε το πρόβλημα, θα εκμεταλλευτούμε το γεγονός, ότι το 98% των γεγονότων υποβάθρου στις περιοχές ενδιαφέροντος (CR, SR) αποτελείται από γεγονότα $t\bar{t} + jets$ και θα κατασκευάσουμε έναν προσεγγιστικό χάρτη πιθανοτήτων.

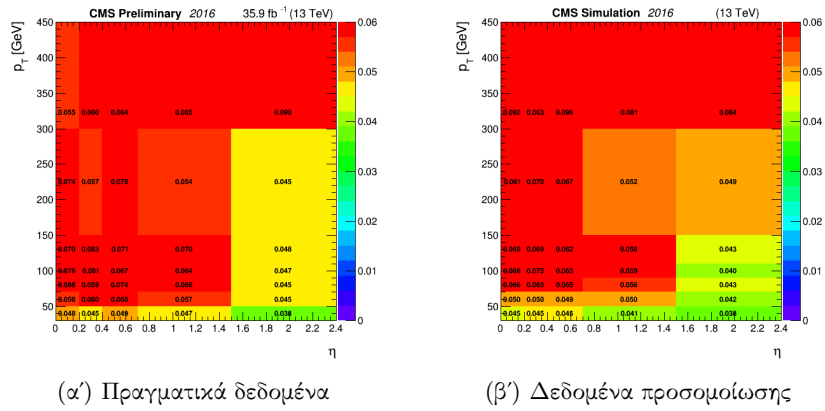
Κατασκευάζουμε τον χάρτη αυτό, χρησιμοποιώντας jets, τα οποία θεωρούμε πως δεν προέρχονται από τις διασπάσεις των $t\bar{t}$. Μελετάμε την περιοχή με τουλάχιστον 2 b-tagged jets, ενώ θεωρούμε πως τα 2 πραγματικά είναι τα jets που έχουν την υψηλότερη b-tagging discriminant³. Στη συνέχεια κατασκευάζουμε τον προσεγγιστικό χάρτη πιθανοτήτων, ως συνάρτηση των p_T, η , αφού αφαιρέσουμε τα 2 πραγματικά b-jets, σύμφωνα με την 6.2.1. Για τον υπολογισμό των βαρών ακολουθούμε όμοια με πρίν διαδικασία, αντικαθιστώντας πάντα ως $\epsilon = 1$ για τα 2 πραγματικά b-jets.

Γεγονότα προσομοίωσης	Γεγονότα προσομοίωσης και πραγματικά δεδομένα
Χρησιμοποιούμε γεγονότα με $n_b \geq 2$, για να προβλέψουμε το σχήμα και την κανονικοποίηση των κατανομών στην περιοχή σήματος	Χρησιμοποιούμε γεγονότα με $n_b = 2$, για να προβλέψουμε το σχήμα και την κανονικοποίηση των κατανομών στην περιοχή σήματος
Τα πραγματικά b-jets ταυτοποιούνται από την flavour πληροφορία	Για την $CR(n_b = 2)$, θεωρούμε ως πραγματικά τα $b-jets$ με μεγαλύτερη b-tagging πιθανότητα (discriminant). Τα υπόλοιπα jets θεωρούνται non-b (c, light flavour)
Μπορούμε να φτιάξουμε διαφορετικούς χάρτες πιθανοτήτων b-tagging για κάθε αδρονική γεύση	Χρησιμοποιούμε γεγονότα με $n_b \geq 2$, αφού αφαιρέσουμε τα 2 leading b-jets, κατασκευάζουμε τον προσεγγιστικό c+light jet b-tagging χάρτη πιθανοτήτων για τα υπόλοιπα jets. Στα πραγματικά b-jets δίνεται πιθανότητα $\epsilon = 1$ για τον υπολογισμό των TRF

Κατασκευάζουμε έτσι τους προσεγγιστικούς χάρτες για δεδομένα πραγματικά/προσομοίωσης:

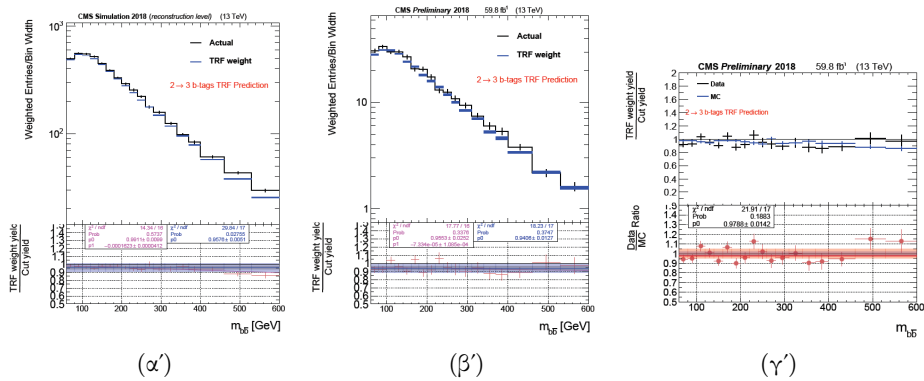
Στη συνέχεια μπορούμε να εξετάσουμε το κλείσιμο μεταξύ της TRF-πρόβλεψης και της κατανομής (Direct Cut - DC). Οι κατανομές και των

³Η μεταβλητή b-tagging Discriminant αντιστοιχεί στην πιθανότητα για κάθε jet να ταυτοποιηθεί ως b-tagged



Σχήμα 6.5: Οι προσεγγιστικοί χάρτες για τις b-tagging probabilities δεδομένα του 2016

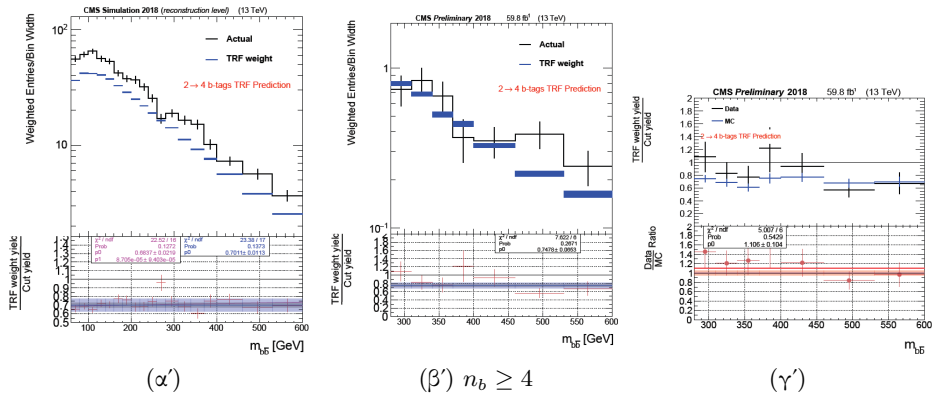
υπόλοιπων ετών και μεταβλητών βρίσκονται στο παράρτημα Α'.



Σχήμα 6.6: Τεστ κλεισίματος μεταξύ πραγματικής τιμής (DC) και της πρόβλεψης TRF για περιοχές μελέτης σε ανακατασκευασμένη πληροφορία (προσομοίωση - πραγματικά) και double ratio για $n_b = 3$

Τα γραφήματα απεικονίζουν την πραγματική κατανομή της μεταβλητής (DC), καθώς και την προβλεπόμενη κατανομή που παίρνουμε χρησιμοποιώντας γεγονότα της CR με $n_b = 2$.

Παρατηρούμε μια απόκλιση της τάξεως του 5% στην κανονικοποίηση της προβλεπόμενης κατανομής για τα 3 b-tagged jets, η οποία δεν παρουσιάζει διαφοροποίηση στη μορφή της. Παράλληλα βλέπουμε, ότι στην πρόβλεψη για την περιοχή των $n_b \geq 4$ υπάρχει μια διαφοροποίηση της τάξεως των 25% στην κανονικοποίηση της προβλεπόμενης κατανομής. Οι διαφορές αυτές, που περιορίζονται στο ολοκλήρωμα της κατανομής, οφείλονται στον προσεγγιστικό χάρτη πιθανοτήτων που φτιάξαμε, σαν αποτέλεσμα της σύμβασης που



Σχήμα 6.7: Τεστ κλεισίματος μεταξύ πραγματικής τιμής (DC) και της πρόβλεψης TRF για περιοχές μελέτης σε ανακατασκευασμένη πληροφορία (προσομοίωση - πραγματικά) και double ratio για $n_b \geq 4$

χρησιμοποιήσαμε για να ταυτοποιήσουμε τα (non) b-tagged jets. Μπορούμε να δούμε τις κατανομές για τις υπόλοιπες μεταβλητές στο παράρτημα A.2.

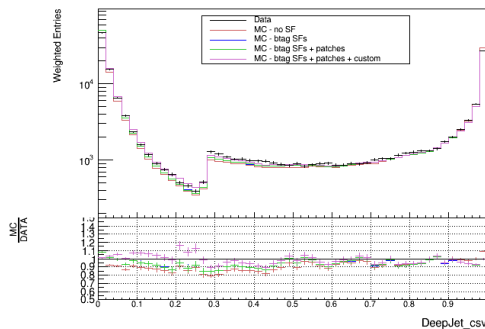
Παρατηρείται επίσης, ότι τα δεδομένα προσομοίωσης παρουσιάζουν την ίδια ακριβώς συμπεριφορά με τα πραγματικά. Η μέθοδος TRF προβλέπει σωστά τις κατανομές, χάνοντας μόνο κατά έναν παράγοντα κανονικοποίησης, που αλλάζει σε κάθε διαφορετική περιοχή σήματος. Μπορούμε να δούμε τις κατανομές για τις υπόλοιπες μεταβλητές στο παράρτημα A.4.

6.2.3 Custom Scale factors(SFs)

Κατά την παραγωγή των b-tagging χάρτη πιθανοτήτων, παρατηρούμε διαφορές ανάμεσα σε πραγματικά δεδομένα και δεδομένα προσομοίωσης, λόγω των διαφορών στην απόδοση του b-tagging ακόμα και μετά την χρήση των υπόλοιπων scale factors (SFs).

Για να διορθώσουμε το πρόβλημα, κατασκευάζουμε τα custom SFs σαν συνάρτηση των p_T , η , DeepJet discriminant. Τα SFs ορίζονται ως ο λόγος του προαναφερθέντος 3D ιστογράμματος για Data/MC. Μόνο τα χαρακτηρισμένα ως non b-tagged εισέρχονται στον υπολογισμό των SFs. Χρησιμοποιούνται μόνο γεγονότα με $n_b \geq 2$.

Οι αντίστοιχες κατανομές για τα έτη 2017, 2018, βρίσκονται στο παράρτημα.

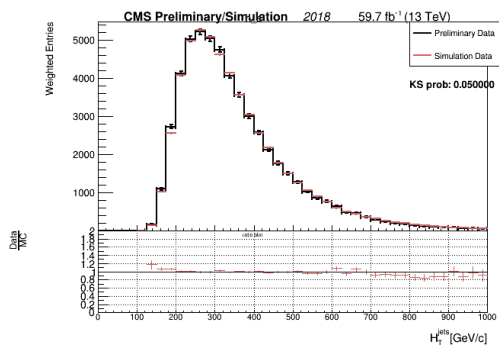


Σχήμα 6.8: Η διόρθωση της b-tagging discriminant κατανομής χωρίς εφαρμογή SFs, με b-tag SFs, προσθέτοντας τα b-tag SF patches και προσθέτοντας τελικά τα custom SFs στα δεδομένα του 2016

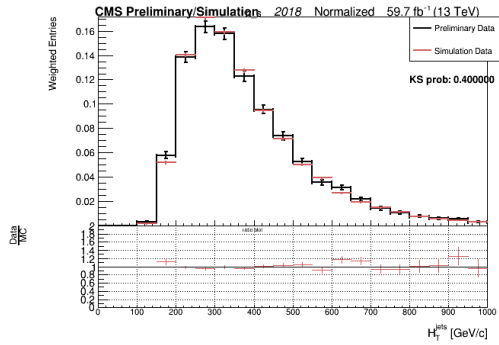
6.3 Μελέτη κλεισίματος μεταξύ πραγματικών και δεδομένων προσομοίωσης

Σε αυτή την ενότητα θα εξετάσουμε τη συμφωνία μεταξύ των δεδομένων προσομοίωσης και των πραγματικών δεδομένων. Στην ανάλυση μελετάμε τις διάφορες περιοχές, εξαρτώμενοι από την πολλαπλότητα των b-tagged jets. Τα γραφήματα για κάθε μεταβλητή βρίσκονται στο παράρτημα A.5.

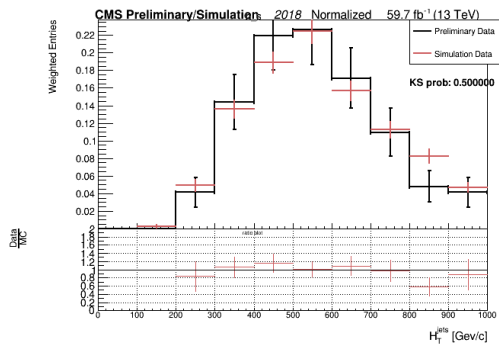
Μπορούμε να παρατηρήσουμε πως για τα δεδομένα του 2018, υπάρχει εξαιρετική σύγκλιση μεταξύ των 2 κατανομών, όπως φαίνεται και στο επόμενο διάγραμμα.



Σχήμα 6.9: Σύγκριση των κατανομών για την μεταβλητή H_T στην περιοχή ελέγχου 1, $n_b = 2$. Δεδομένα από το έτος 2018.



Σχήμα 6.10: Σύγκριση των κατανομών για την μεταβλητή H_T στην περιοχή ελέγχου 2, $n_b = 3$, για τα πραγματικά δεδομένα του 2018, κανονικοποιημένα στον ίδιο αριθμό γεγονότων.



Σχήμα 6.11: Σύγκριση των κατανομών για την μεταβλητή H_T στην περιοχή σήματος, $n_b \geq 4$, για τα πραγματικά δεδομένα του 2018, κανονικοποιημένα στον ίδιο αριθμό γεγονότων.

Αυτό που παρατηρούμε είναι πως τα δεδομένα προσομοίωσης προβλέπουν σωστά τα πραγματικά δεδομένα ως προς το σχήμα της κατανομής (Shapewise). Σε περιοχές όμως με χαμηλότερη στατιστική (Περιοχές ελέγχου 2 και σήματος), γίνεται φανερό μια απόκλιση του Monte Carlo ως προς τον συνολικό αριθμό γεγονότων (Normalization). Η απόκλιση αυτή δεν δημιουργεί κανένα πρόβλημα και είναι, εν γένει, αναμενόμενη. Μπορούμε να παρουσιάσουμε αυτή την απόκλιση μέσω του λόγου $k = \frac{Data}{MC}$ στον πίνακα 6.3.

k-factor	n _b =2	n _b =3	n _b ≥ 4
2016	0.92	1.18	1.30
2017	0.97	1.18	1.28
2018	1.00	1.25	1.26

Πίνακας 6.3: Πίνακας με τους λόγους $\frac{Data}{MC}$ για κάθε χρόνο και περιοχή ανάλυσης

Παρατηρώντας τον πίνακα, ο k-factor στην περιοχή ελέγχου 1 ($n_b = 2$) υποδεικνύει μια δυσλειτουργία των ανιχνευτών για το έτος 2016, η οποία οδηγεί συστηματικά σε μειωμένη καταγραφή δεδομένων κατά έναν παράγοντα 8%. Μπορούμε να αποδώσουμε αυτό το πρόβλημα σε μια σειρά προβληματικών μετρήσεων (APV runs). Περαιτέρω ανάλυση παρουσιάζεται στο παράρτημα B'.

6.4 Χρήση Artificial Neural Network για τον διαχωρισμό γεγονότων

Όπως έχει ήδη αναφερθεί στο κίνητρο της εργασίας, σκοπός της μελέτης μας είναι να εκπαιδύσουμε ένα Artificial Neural Network (ANN) χρησιμοποιώντας δεδομένα προσομοίωσης στην περιοχή σήματος ($n_b \geq 4$). Το ANN θα παράγει την πιθανότητα (output) για ένα γεγονός να προέρχεται από διαδικασία σήματος $t\bar{t}H$, $H \rightarrow b\bar{b}$. Αυτό το output μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν επιπλέον κριτήριο επιλογής για τον διαχωρισμό σήματος από το υπόβαθρο, με τελικό στόχο να αυξήσουμε την σημαντικότητα (Significance) παρατήρησης του σήματος ως προς το υπόβαθρο $t\bar{t} + jets$.

Στο επόμενο στάδιο μελέτης, θέλουμε να εξετάσουμε αν η TRF μέθοδος πρόβλεψης του υποβάθρου (data driven) μπορεί να προβλέψει δίχως μεροληψία και το ANN output, χρησιμοποιώντας το ANN output πραγματικών δεδομένων από την περιοχή ελέγχου 1 ($n_b = 2$). Με αυτό τον τρόπο θα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το output σαν επιπρόσθετο κριτήριο επιλογής, χωρίς να διαταράξουμε τη συμπεριφορά της μεθόδου πρόβλεψης του υποβάθρου από τα δεδομένα. Με αυτό τον τρόπο θα αποφύγουμε τις αβεβαιότητες που προέρχονται από τα δεδομένα προσομοίωσης.

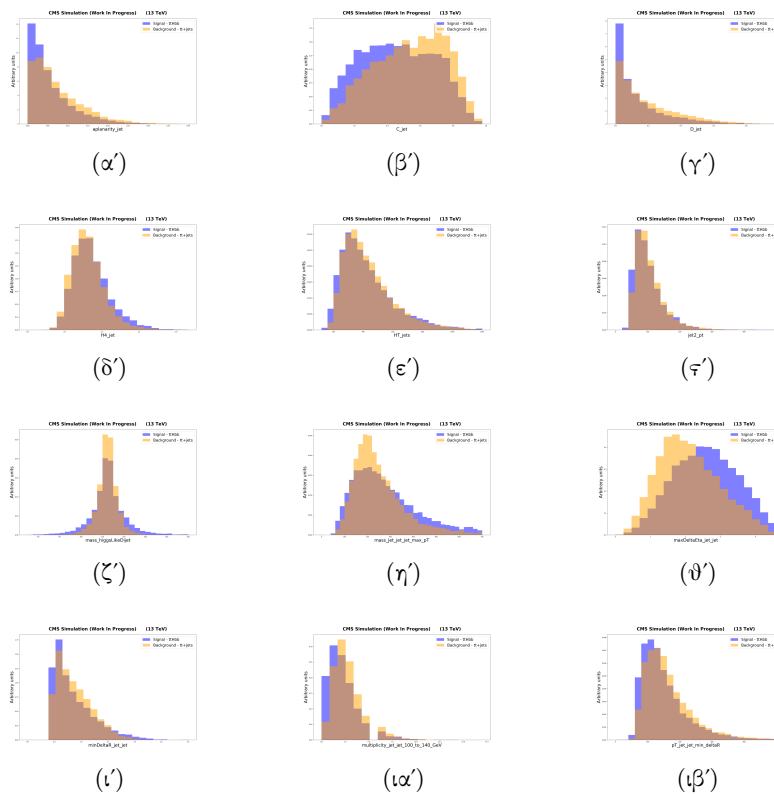
Η αδυναμία της TRF μεθόδου να προβλέψει σωστά τις μεταβλητές που συσχετίζονται με την b-tagging πολλαπλότητα των πιδάκων (b-tagging multiplicity), μεταφέρει το πρόβλημα και στην πρόβλεψη του ANN output. Αυτό το πρόβλημα έχει ήδη λυθεί κατά την προπτυχιακή εργασία, όπου εντοπίστηκαν μεταβλητές διαχωρισμού ανεξάρτητες από την πολλαπλότητα των b-tagged jets και χρησιμοποιήθηκαν κατά την εκπαίδευση του νευρωνικού δικτύου. Η αναμενόμενη υποβάθμιση της απόδοσης δεν ήταν σημαντική. Οι τελικές μεταβλητές καταγράφονται στον πίνακα 6.4 και οι κατανομές τους στα γραφήματα 6.12.

Τα 3 βασικά στάδια της μελέτης μας, μπορούμε να τα συνοψίσουμε στα επόμενα σημεία.

- Εκπαίδευση του ANN για τον διαχωρισμό σήματος/υποβάθρου με σκοπό της αύξηση της σημαντικότητας (Significance)
- Εύρεση των κατάλληλων μεταβλητών, χωρίς εξάρτηση από την b-tagging πιθανότητα (discriminant), για την εκπαίδευση του ANN
- Επιβεβαίωση της TRF πρόβλεψης για την κατανομή του ANN για τα δεδομένα της περιοχής σήματος

Πίνακας 6.4: Οι μεταβλητές που χρησιμοποιούνται στο ANN

Variables	Description
$p_T^{jj \text{ min} \Delta R}$	p_T of pair of jets closest in ΔR
ΔR_{min}	Minimum ΔR of pair of jets
$N_{higgs-like}^{jj}$	Multiplicity of di-jet pairs with a mass between 100 GeV and 140 GeV
$m_{higgs-like}^{jj}$	Mass of di-jet pair of event closest to 125 GeV
H_4	4 th degree Fox-Wolfram moment of jets
H_T	Scalar p_T sum of jets of event
$M_{max p_T}^{jj}$	Invariant mass of tri-jet combination with maximum p_T
$\Delta \eta^{max}$	Maximum $\Delta \eta$ of pair of jets
C_{jet}	3-jet structure of event
D_{jet}	4-jet structure of event
p_T^{jet2}	p_T of sub-leading jet
$Aplanarity_{jet}$	Aplanarity



Σχήμα 6.12: Κατανομή των μεταβλητών εισόδου (input) με σήμα και υπόβαθρο στο ίδιο γράφημα

6.4.1 Διαχωρισμός γεγονότων μέσω ενός ANN

Για την λειτουργία του νευρωνικού δικτύου χρησιμοποιούμε την βιβλιοθήκη KERAS 2.2.4 με Tensorflow 1.13.1 back end. Κατα την εκπαίδευση του νευρωνικού χρησιμοποιείται ως συνάρτηση ενεργοποίησης η ReLU για κάθε εσωτερικό layer, ενώ στο output layer χρησιμοποιείται η sigmoid function. Για να ελαχιστοποιήσουμε το overfitting, χρησιμοποιούνται λειτουργίες dropout, regularisation. Τα χαρακτηριστικά των ANN παρουσιάζονται στους πίνακες 6.5.

Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται κατά το training and testing του νευρωνικού παρουσιάζονται στον πίνακα 6.6.

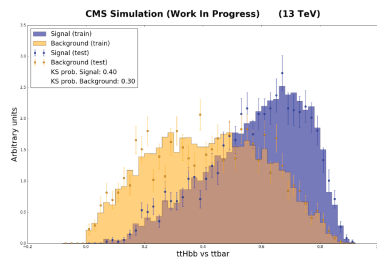
Στη συνέχεια αναζητήσαμε το κατώφλι (ANN cut), το οποίο διαχωρίζει καλύτερα το σήμα από το υπόβαθρο. Αυτό μπορούμε να το εντοπίσουμε, εάν αναζητήσουμε την μέγιστη Significance ως προς το ANN output για τα δεδομένα προσομοίωσης. Μπορούμε να δούμε το ANN output και το κατώφλι στο σχήμα 6.13.

Πίνακας 6.5: Λίστα με της υπερπαραμέτρους του ANN

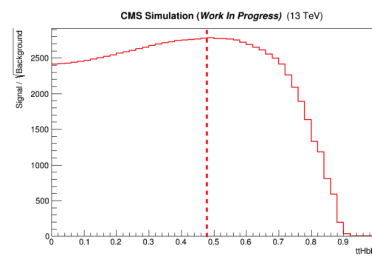
Optimiser	Adagrad
Loss function	Binary Cross-Entropy
Number of input variables	12
Hidden Layers	2
Nodes per Hidden Layer	249/24
Node activation	ReLU
Output node activation	Sigmoid
L_1 regularisation	10^{-5}
L_2 regularisation	$7 \cdot 10^{-4}$
Dropout percentage	0.09
Batch size	1000
Epochs	200

Πίνακας 6.6: Δεδομένα για εκπαίδευση του ANN

Training set (Signal/Background)	7245/7245
Validation set (Signal/Background)	4200/4200
Testing set (Signal/Background)	2800/2800
Pre-selection	$n_b \geq 4 \& m_{bb} \geq 0$



(α) Το ANN output. Με μπλε είναι η πρόβλεψη για το σήμα και με πορτοκαλί η πρόβλεψη για το υπόβαθρο.



(β') Κατανομή του $\frac{S}{\sqrt{B}}$ σαν συνάρτηση του ANN output. Η κατακόρυφη διακεκομμένη γραμμή αντιστοιχεί στο ANN cut με την μέγιστη Significance.

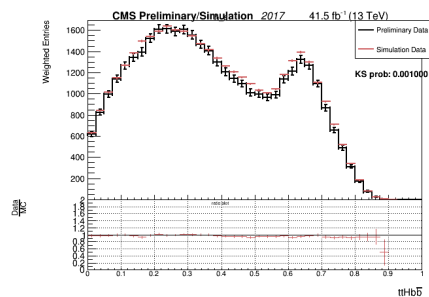
Σχήμα 6.13

Περαιτέρω γραφήματα για την εκπαίδευση του ANN δίνονται στην επόμενη ενότητα.

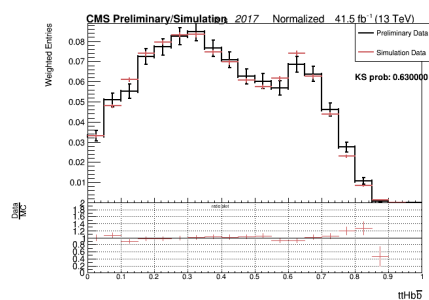
Το αποτέλεσμα της παραπάνω ανάλυσης, είναι η ταυτοποίηση του βέλτιστου κριτηρίου επιλογής $ANN_{cut} = 0.49$, το οποίο οδηγεί σε $\sim 73\%$ signal efficiency και $\sim 60\%$ background rejection. Με αυτό το επιπλέον κριτήριο πετύχαμε αύξηση του λόγου $\frac{S}{\sqrt{B}}$ ($1.65 \rightarrow 2.99$). Αύξηση της τάξεως του 80%! [18], [19]

6.4.2 Σύγκριση πραγματικών και δεδομένων προσομοίωσης για το ANN output

Στο συγκεκριμένο σημείο δείχνουμε το κλείσιμο μεταξύ πραγματικών και δεδομένων προσομοίωσης στην περίπτωση του ANN output. Παρουσιάζονται τα δεδομένα του 2017. Τα υπόλοιπα έτη έχουν καταχωρηθεί στο παράρτημα A'5.1, B'0.1.

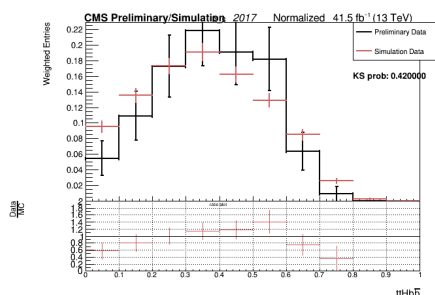


Σχήμα 6.14: Η κατανομή του ANN output με πραγματικά και δεδομένα προσομοίωσης για $n_b = 2$



Σχήμα 6.15: Η κατανομή του ANN output με πραγματικά και δεδομένα προσομοίωσης στην περιοχή $n_b = 3$, κανονικοποιημένα στον ίδιο αριθμό γεγονότων. Δεδομένα για το έτος 2017.

Παρατηρούμε ξανά πως υπάρχει συστηματικά μια αδυναμία της προσομοίωσης να προβλέψει το συνολικό πλήθος δεδομένων (Normalisation) των



Σχήμα 6.16: Η κατανομή του ANN output με πραγματικά και δεδομένα προσομοίωσης στην περιοχή $n_b \geq 4$, κανονικοποιημένα στον ίδιο αριθμό γεγονότων. Δεδομένα για το έτος 2017.

κατανομών.

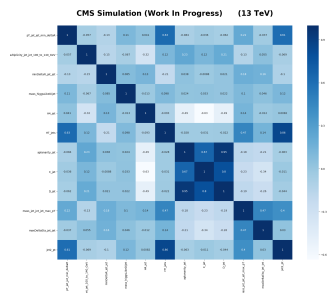
6.4.3 Διαχωρισμός γεγονότων μέσω ενός TRF weighted ANN

Στόχος μας σε αυτό το στάδιο είναι να παράξουμε ένα ANN, το ποίο θα χρησιμοποιεί για την εκπαίδευσή του γεγονότα υποβάθρου απο την περιοχή ελέγχου CR, βεβαρημένα με τα TRF weights. Με αυτό τον τρόπο θα μπορούμε να αυξήσουμε τη στατιστική δεδομένων, προσδοκώντας πιο αξιόπιστα αποτελέσματα, χωρίς όμως να αναμένουμε βελτίωση στην απόδοση διαχωρισμού της μεθόδου. Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται κατά το training and testing του νευρωνικού παρουσιάζονται στον πίνακα 6.7.

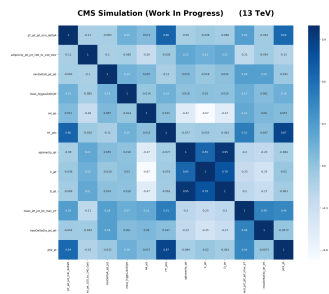
Πίνακας 6.7: Δεδομένα για εκπαίδευση του Weighted ANN

Training set (Signal/Background)	7245/814718
Validation set (Signal/Background)	4200/360000
Testing set (Signal/Background)	2800/240000
Pre-selection	$n_b \geq 2 \& m_{bb} \geq 0$

Εκπαιδεύοντας παράλληλα ένα απλο ANN με τα ίδια χαρακτηριστικά, αντιπαραβάλλουμε τα αποτελέσματα απο την εκπαίδευσή του στα γραφήματα 6.17, 6.18. Στο σχήμα 6.19 παρουσιάζεται το output των 2 νευρωνικών, που αναμένουμε να έχει όμοια διαχωριστική ικανότητα.

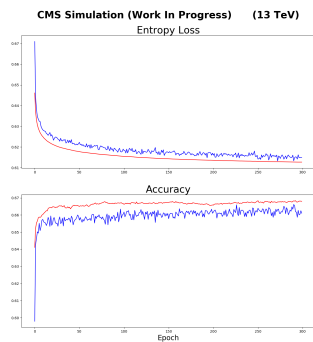


(α') ANN

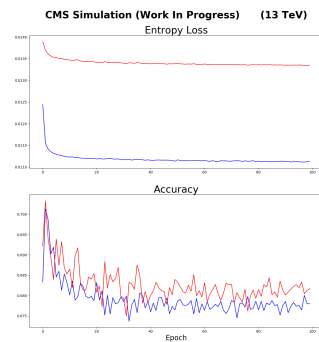


(β') Weighted ANN

Σχήμα 6.17: Συσχέτιση μεταβλητών εισόδου των νευρωνικών δικτύων

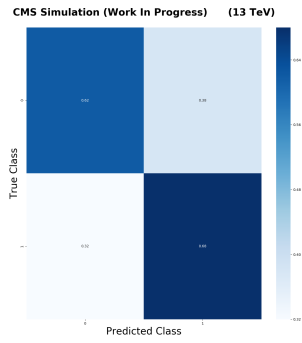


(α') ANN

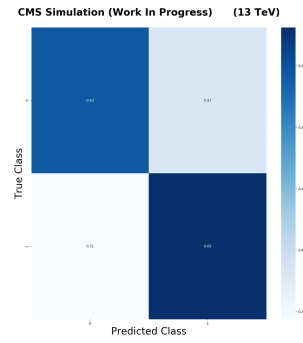


(β') Weighted ANN

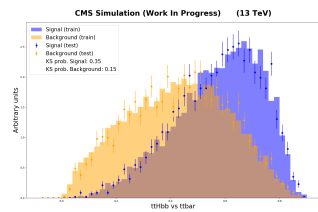
Σχήμα 6.18: Σφάλμα εκπαίδευσης των νευρωνικών δικτύων



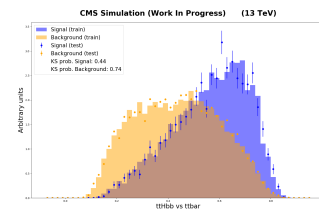
(α') ANN



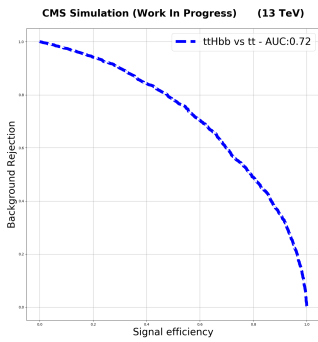
(β') Weighted ANN



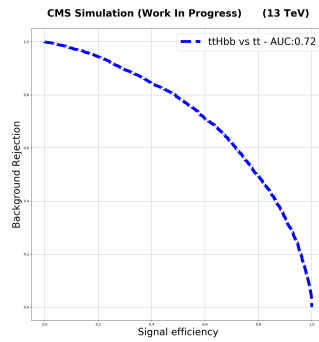
(γ') ANN



(δ') Weighted ANN



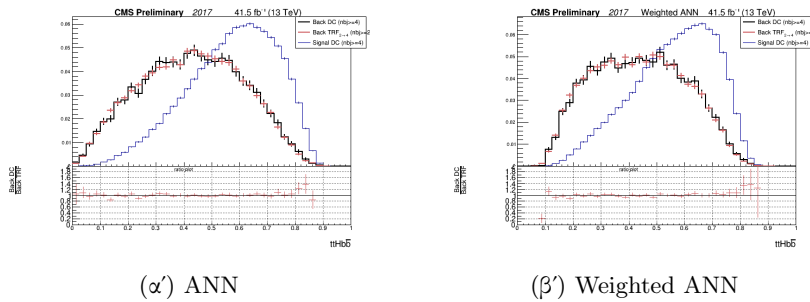
(ϵ') ANN



(τ') Weighted ANN

Σχήμα 6.19: Τα outputs των νευρωνικών δικτύων

Τέλος, μπορούμε να κάνουμε evaluate το output του νευρωνικού για τα δεδομένα προσομοίωσης του 2017, επαληθεύοντας ότι η απόκριση είναι ίδια με αυτή που προκύπτει κατά το training και σιγουρεύοντας έτσι ότι δεν υπάρχει overfitting του μοντέλου μας. Το αποτέλεσμα φαίνεται στο γράφημα 6.20.



Σχήμα 6.20: Τα outputs των νευρωνικών δικτύων στα δεδομένα προσομοίωσης του 2017

6.5 Επέκταση σε υψηλότερη φωτεινότητα

Έχοντας κάνει όλες τις απαραίτητες μελέτες, εξασφαλίζοντας πως η εφαρμογή του ANN cut δεν προσθέτει κάποιο bias, μπορούμε να κάνουμε μια επέκταση (extrapolation) για την ευαισθησία (sensitivity) της μεθόδου, όταν θα έχουμε αυξημένο αριθμό δεδομένων από τα πειράματα (Run III, High Luminosity - LHC). Η ενεργός διατομή που χρησιμοποιείται έχει υπολογιστεί για συγκρούσεις $p - p$ σε ενέργεια κέντρου μάζας 14 TeV. Επίσης, κάνουμε την υπόθεση πως το πείραμα CMS θα έχει παρόμοια επίπεδα απόδοσης του ανιχνευτή και του σκανδαλιστή (Trigger). Η απόδοση ανακατασκευής αντικειμένων φυσικής θεωρούμε πως είναι ίδια με την Run II. Για να κάνουμε την επέκταση της ευαισθησίας, θα πρέπει να πάρουμε διαφορετικά σενάρια για τις συστηματικές αβεβαιότητες. Η κύρια πηγή συστηματικών αβεβαιοτήτων στην ανάλυσή μας είναι οι αβεβαιότητες στην κανονικοποίηση (Normalisation) και το σχήμα (Shape) των κατανομών από την πρόβλεψη υποβάθρου. Οι αβεβαιότητες αυτές προέρχονται από την στατιστική των πραγματικών και των δεδομένων προσομοίωσης, συνεπώς θα κλιμακώνονται (scaled) συναρτήσει της Luminosity, ως $\frac{1}{\sqrt{L}}$. Εφόσον η πρόβλεψη υποβάθρου γίνεται με πραγματικά δεδομένα, δεν λαμβάνουμε υπόψη τις αβεβαιότητες του MC για το υπόβαθρο. Οι υπόλοιπες αβεβαιότητες, που προέρχονται από το πείραμα και από θεωρητικές αβεβαιότητες του σήματος είναι σημαντικά μικρότερες. Τα σενάρια για την επέκταση των αβεβαιοτήτων σε υψηλότερες L περιγράφονται στη συνέχεια:

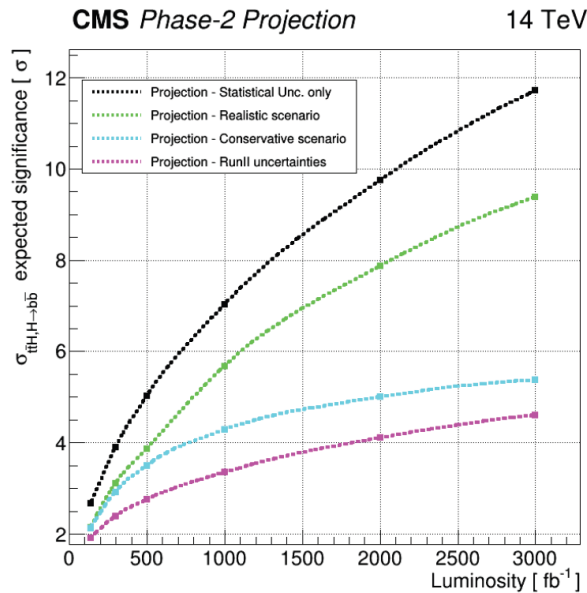
- **Μόνο στατιστικές αβεβαιότητες:** Αυτό το σενάριο απαιτεί την

μέγιστη ευκρίνεια. Οι στατιστικές αβεβαιότητες κλιμακώνονται σαν $\frac{1}{\sqrt{L}}$, ενώ οι συστηματικές παραλείπονται.

- **Αβεβαιότητες της Run II:** Οι τωρινές αβεβαιότητες χρησιμοποιούνται. Το σενάριο αυτό είναι απαισιόδοξο, καθώς αναμένουμε μείωση των συστηματικών από την αύξηση των δεδομένων. Το σενάριο αυτό χρησιμεύει για να εξετάσουμε την ευαισθησία, εάν μειώσουμε μόνο τις στατιστικές αβεβαιότητες.
- **Συντηρητικό σενάριο:** Στο σενάριο αυτό, θεωρούμε πως οι αβεβαιότητες για την κανονικοποίηση του υποβάθρου, προερχόμενο από τις διαφορές πραγματικών και δεδομένων προσομοίωσης, παραμένουν ίδιες. Η αβεβαιότητα για το shape του υποβάθρου κλιμακώνεται σαν $\frac{1}{\sqrt{L}}$.
- **Ρεαλιστικό σενάριο:** Και ο νορμαλισμός και το σχήμα μειώνονται σαν $\frac{1}{\sqrt{L}}$. Οι αβεβαιότητες στον νορμαλισμό προέρχονται από την συμφωνία Data/MC στην περιοχή ελέγχου, η οποία αναμένουμε να μειώνεται. Ομοίως συμβαίνει και για τις αβεβαιότητες στο σχήμα, όπου εξαρτώνται από την στατιστική των δεδομένων προσομοίωσης.

Luminosity (fb^{-1})	μ	Expected significance
<i>Statistical Uncertainties only</i>		
140	+1.000 -0.381/+0.392	2.67
300	+1.000 -0.262/+0.267	3.90
500	+1.000 -0.204/+0.207	5.02
1000	+1.000 -0.146/+0.148	7.03
2000	+1.000 -0.105/+0.106	9.75
3000	+1.000 -0.087/+0.088	11.72
<i>Run-2 uncertainties scenario</i>		
140	+1.000 -0.521/+0.553	1.91
300	+1.000 -0.420/+0.447	2.39
500	+1.000 -0.365/+0.391	2.75
1000	+1.000 -0.301/+0.327	3.35
2000	+1.000 -0.248/+0.275	4.11
3000	+1.000 -0.223/+0.251	4.61
<i>Conservative scenario</i>		
140	+1.000 -0.471/+0.502	2.13
300	+1.000 -0.347/+0.374	2.92
500	+1.000 -0.291/+0.317	3.50
1000	+1.000 -0.239/+0.266	4.28
2000	+1.000 -0.206/+0.234	5.00
3000	+1.000 -0.193/+0.221	5.38
<i>Realistic scenario</i>		
140	+1.000 -0.469/+0.485	2.14
300	+1.000 -0.325/+0.336	3.11
500	+1.000 -0.262/+0.272	3.87
1000	+1.000 -0.182/+0.192	5.68
2000	+1.000 -0.136/+0.146	7.88
3000	+1.000 -0.117/+0.128	9.38

Σχήμα 6.21: Αναμενόμενη σημαντικότητα (Significance) για διάφορες τιμές ολοκληρωμένης φωτεινότητας(Integrated Luminosity) και διάφορα σενάρια συστηματικών αβεβαιοτήτων



Σχήμα 6.22: Απεικόνιση της σημαντικότητας σαν συνάρτηση της ολοκληρωμένης φωτεινότητας για τα διάφορα σενάρια αβεβαιοτήτων

Η TRF μέθοδος έχει την δυνατότητα να ξεπεράσει τις συστηματικές αβεβαιότητες που προέρχονται από την προσομοίωση του κύριου υποβάθρου και θέτουν ένα όριο στην ανάλυσή μας. Παράλληλα χρησιμοποιεί την ανακατασκευασμένη μάζα των προϊόντων διάσπασης του Higgs, χωρίς να επηρεάζεται από την χρήση του ANN. Από αυτή την ανάλυση μπορούμε να καταλήξουμε, πως οι αβεβαιότητες της μέτρησης δυνητικά μειώνονται αρκετά, ώστε να μετρήσουμε με αβεβαιότητες τάξης 12% την ενεργό διατομή της παραγωγής ttH , επιτρέποντας μας να διερευνήσουμε αποκλίσεις από το Κ.Π. !

6.6 Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία πραγματοποιήθηκε μελέτη των μεθόδων διαχωρισμού γεγονότων σήματος και υποβάθρου κατά τη διαδικασία παραγωγής Higgs μαζί με ζεύγος top quark-antiquark ($t\bar{t}H$), με το Higgs να διασπάται σε ζεύγος $b\bar{b}$ στο διλεπτονικό κανάλι.

Έγινε ανασκόπηση της TRF μεθόδου πρόβλεψης του κύριου υποβάθρου $t\bar{t} + jets$, που βασίζεται σε δεδομένα (Data driven) της περιοχής ελέγχου. Στη συνέχεια έγινε η επιβεβαίωση της λειτουργίας της σε πραγματικά δεδομένα που προέρχονται από το πείραμα CMS και σε δεδομένα προσομοίωσης Monte Carlo.

Σημαντικό κομμάτι της εργασίας είναι η επιβεβαίωση του κλεισίματος μεταξύ των πραγματικών δεδομένων και των δεδομένων προσομοίωσης για τις

κατανομές των μεταβλητών ενδιαφέροντος, καθώς και για το output του 1 node Artificial Neural Network, που χρησιμοποιείται σαν επιπλέον κριτήριο επιλογής.

Τέλος, στην εργασία γίνεται η κατασκευή και εκπαίδευση ενός 1 node TRF weighted ANN, όπου χρησιμοποιούνται δεδομένα υποβάθρου και απο την περιοχή ελέγχου, τα οποία προσομοιώνουν την περιοχή σήματος μέσω των TRF weights. Αποτέλεσμα αυτού, το παραγόμενο ANN έχει την ίδια διαχωριστική ικανότητα με το αρχικό νευρωνικό δίκτυο, χρησιμοποιώντας όμως ένα εμπλουτισμένο σετ δεδομένων.

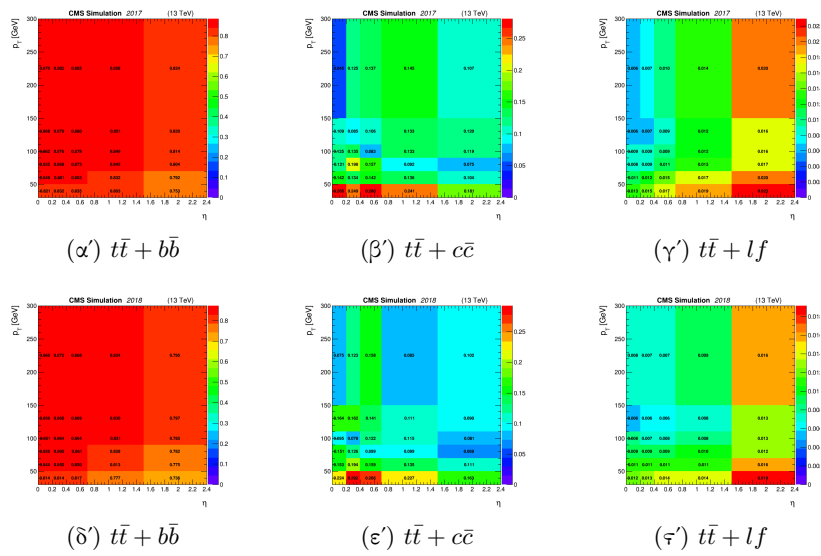
Οι μελέτες αυτές έχουν οδηγήσει σε σημαντικότερη αύξηση της σημαντικότητας (Significance) ταυτοποίησης του σήματος. Τα επόμενα στάδια μελέτης είναι η βελτιστοποίηση της κατασκευής της μεταβλητής m_{bb} και στη συνέχεια η χρήση διαφορετικών μεθόδων μηχανικής μάθησης για την περαιτέρω αύξηση της διαχωριστικότητας του σήματος απο το υπόβαθρο. Οι μέθοδοι που έχουν αναπτυχθεί αναμένεται να εφαρμοστούν άμεσα στα πραγματικά δεδομένα που θα προέλθουν απο συγκρούσεις πρωτονίου-πρωτονίου σε ενέργεια κέντρου μάζας 13.6 TeV. Η run III στον LHC είναι προγραμματισμένη να ξεκινήσει τον Μάιο του 2022.

Appendices

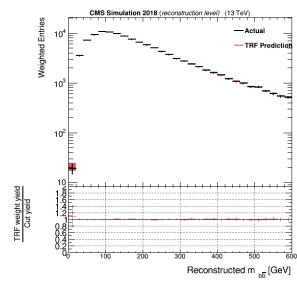
Παράρτημα Α'

Γραφήματα

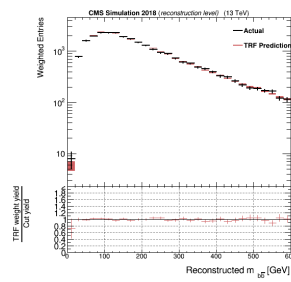
Α'.1 Truth information studies



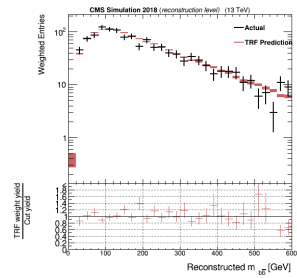
Σχήμα Α'.1: Οι χάρτες πιθανοτήτων για το b-tagging συναρτήσει των p_T, η , flavor για τα δεδομένα MC των ετών 2017, 2018. Οι χάρτες έχουν κατασκευαστεί με δεδομένα υποβάθρου.



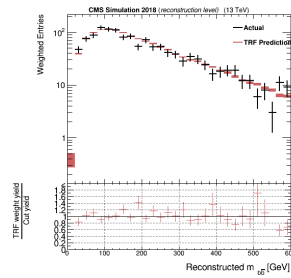
(α) $n_b = 2$



(β) $n_b = 3$

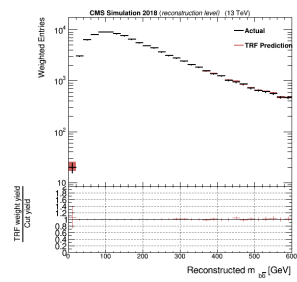


(γ) $n_b = 4$

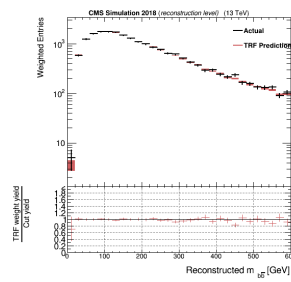


(δ) $n_b \geq 4$

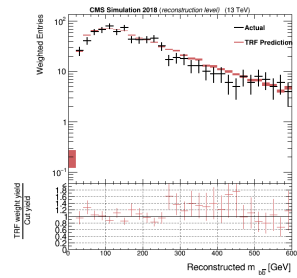
Σχήμα Α':2: Τέστ κλεισίματος της m_{bb} για διάφορες περιοχές μελέτης στα δεδομένα προσομοίωσης του 2017



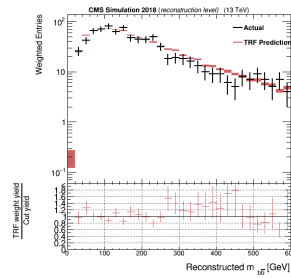
$$(\alpha) n_b = 2$$



$$(\beta) n_b = 3$$

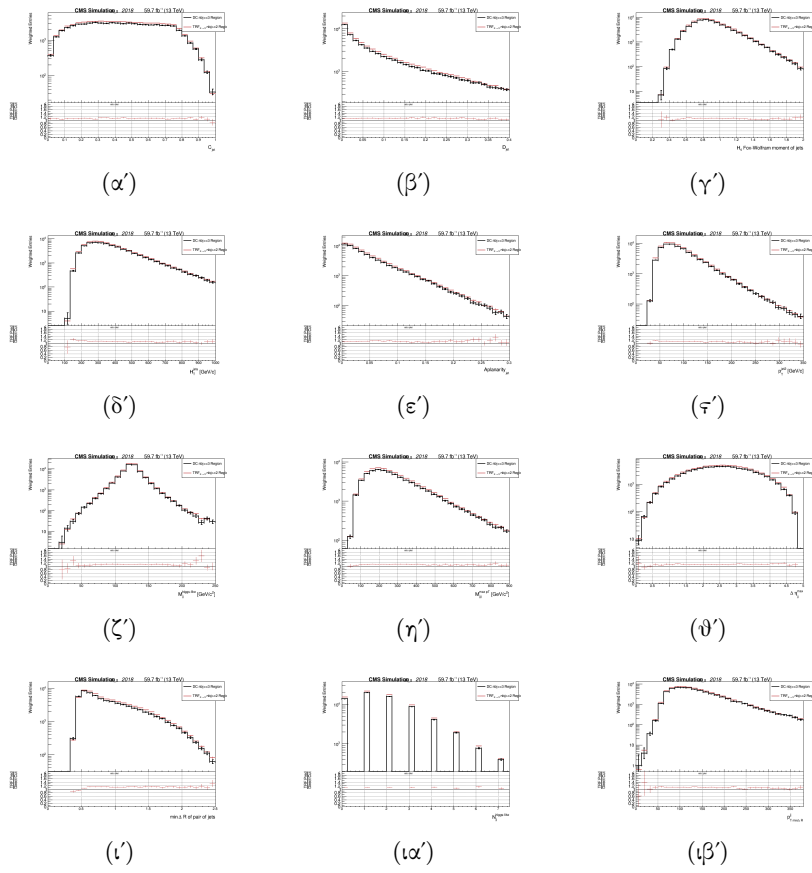


$$(\gamma) n_b = 4$$

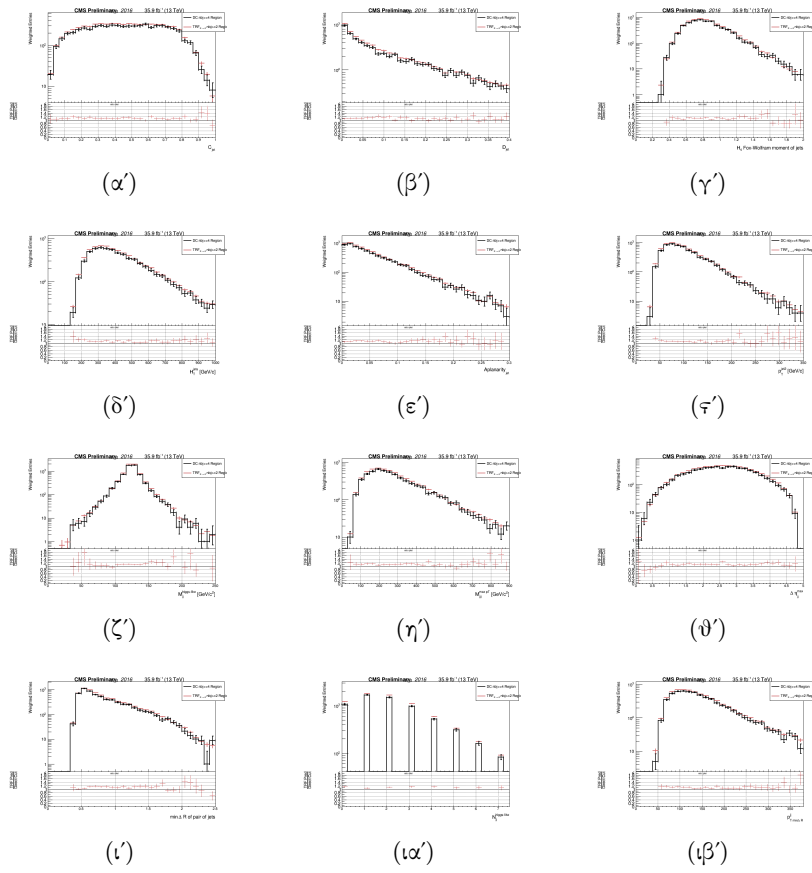


$$(\delta) n_b \geq 4$$

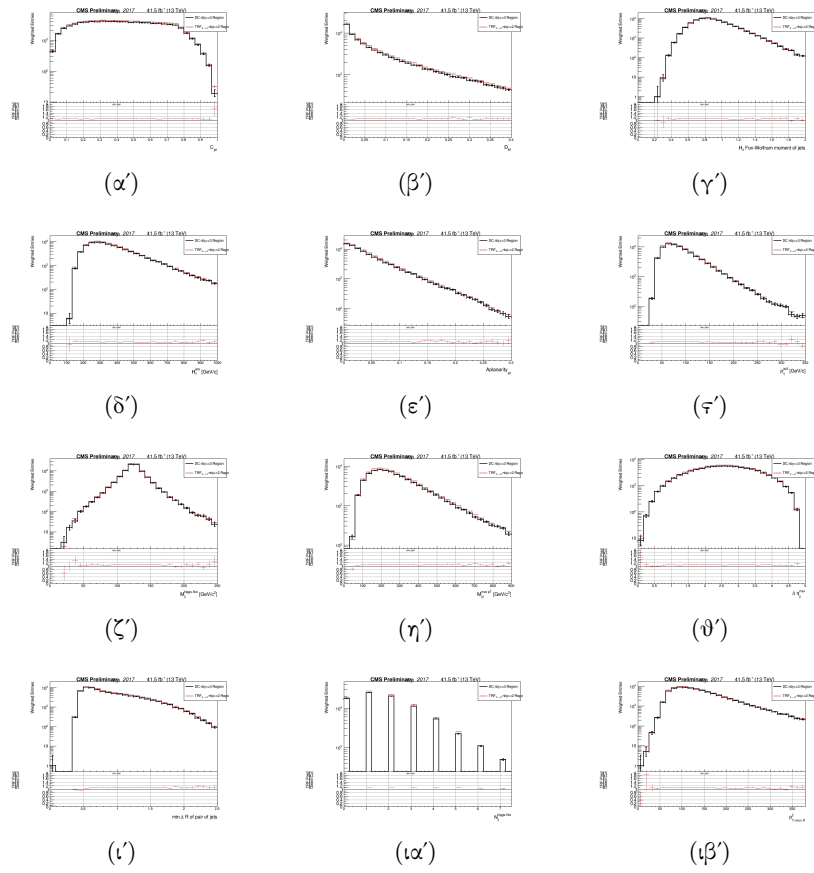
Σχήμα Α'.3: Τέστ κλεισίματος της m_{bb} για διάφορες περιοχές μελέτης στα δεδομένα προσομοίωσης του 2018



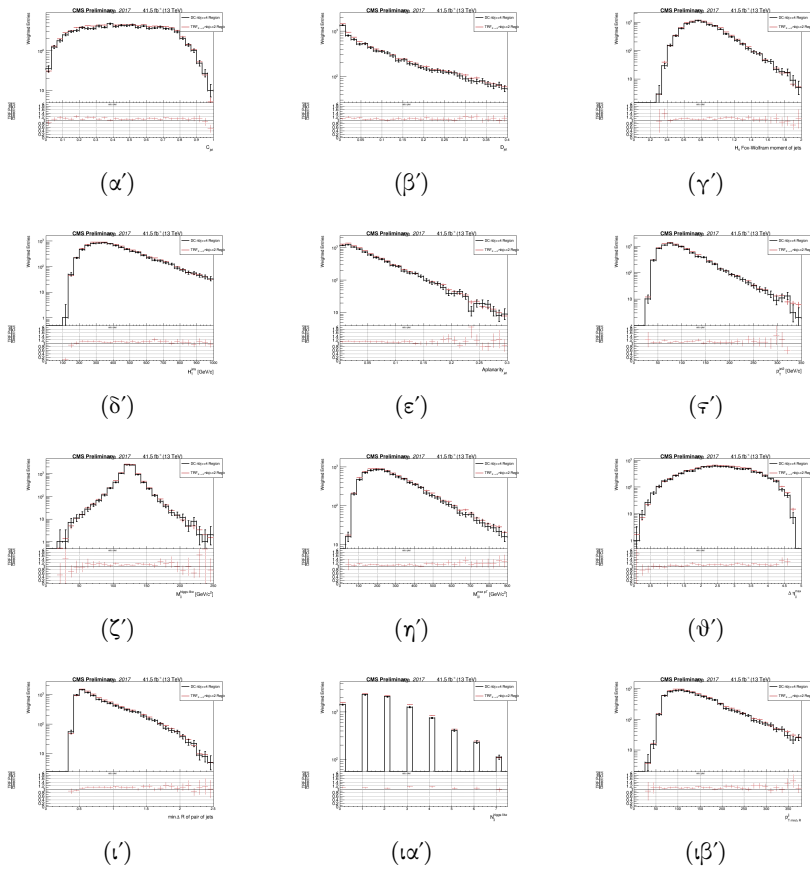
Σχήμα Α'4: Closure of variables' distributions between direct cut and TRF prediction implemented on simulation data. Closure for events with 3 b-tagged jets for 2016 dataset is shown.



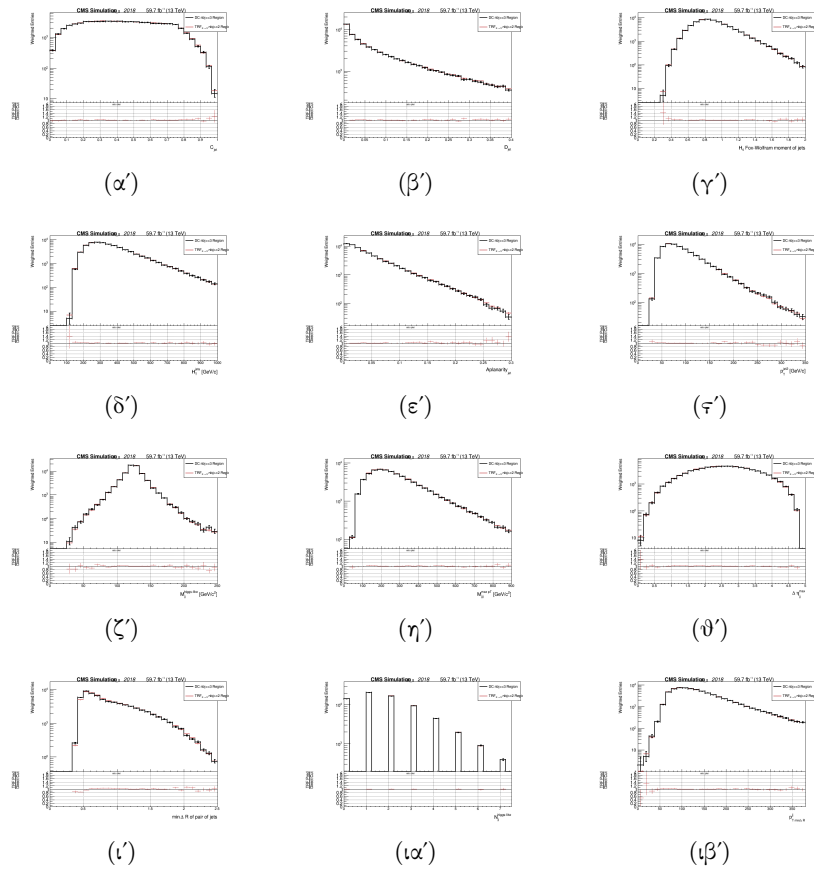
Σχήμα Α'.5: Closure of variables' distributions between direct cut and TRF prediction implemented on simulation data. Closure for events with ≥ 4 b-tagged jets for 2016 dataset is shown.



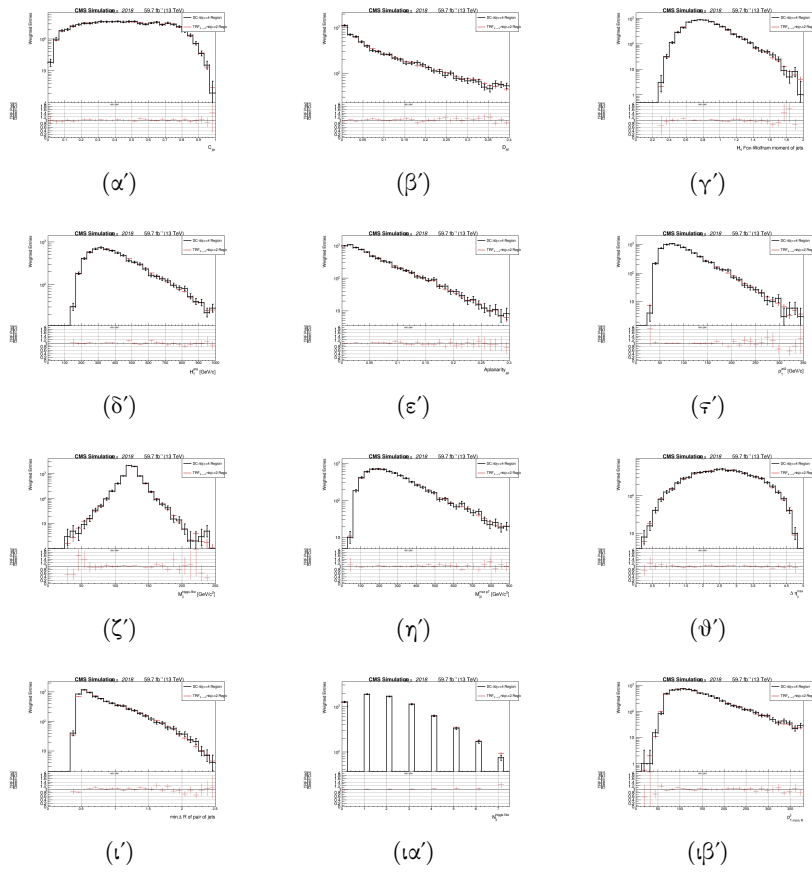
Σχήμα Α'.6: Closure of variables' distributions between direct cut and TRF prediction implemented on simulation data. Closure for events with 3 b-tagged jets for 2017 dataset is shown.



Σχήμα A.7: Closure of variables' distributions between direct cut and TRF prediction implemented on simulation data. Closure for events with ≥ 4 b-tagged jets for 2017 dataset is shown.

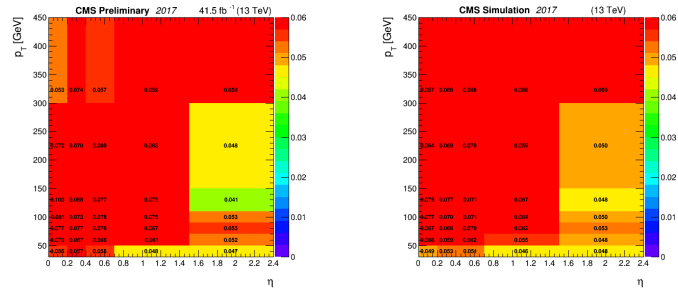


Σχήμα Α'8: Closure of variables' distributions between direct cut and TRF prediction implemented on simulation data. Closure for events with 3 b-tagged jets for 2018 dataset is shown.



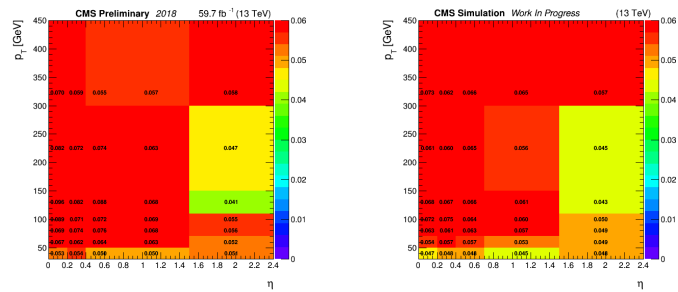
Σχήμα Α'9: Closure of variables' distributions between direct cut and TRF prediction implemented on simulation data. Closure for events with ≥ 4 b-tagged jets for 2018 dataset is shown.

A'.2 Reconstructed information studies



(α) Πραγματικά δεδομένα

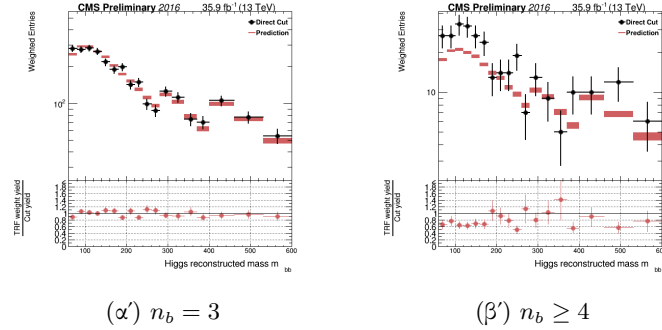
(β) Δεδομένα προσομοίωσης



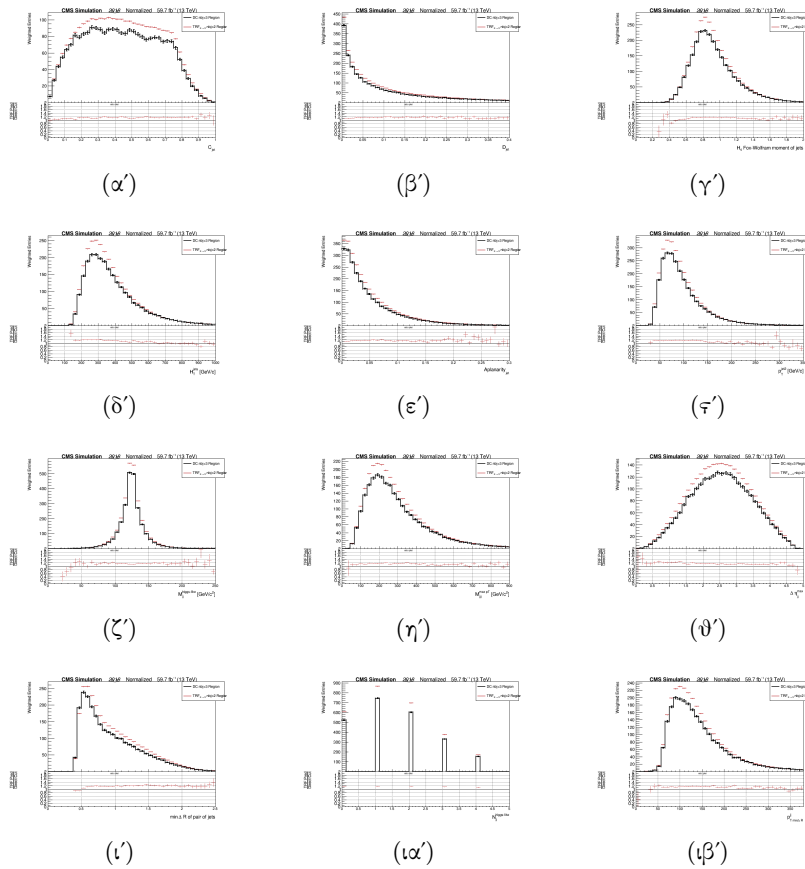
(γ) Πραγματικά δεδομένα

(δ) Δεδομένα προσομοίωσης

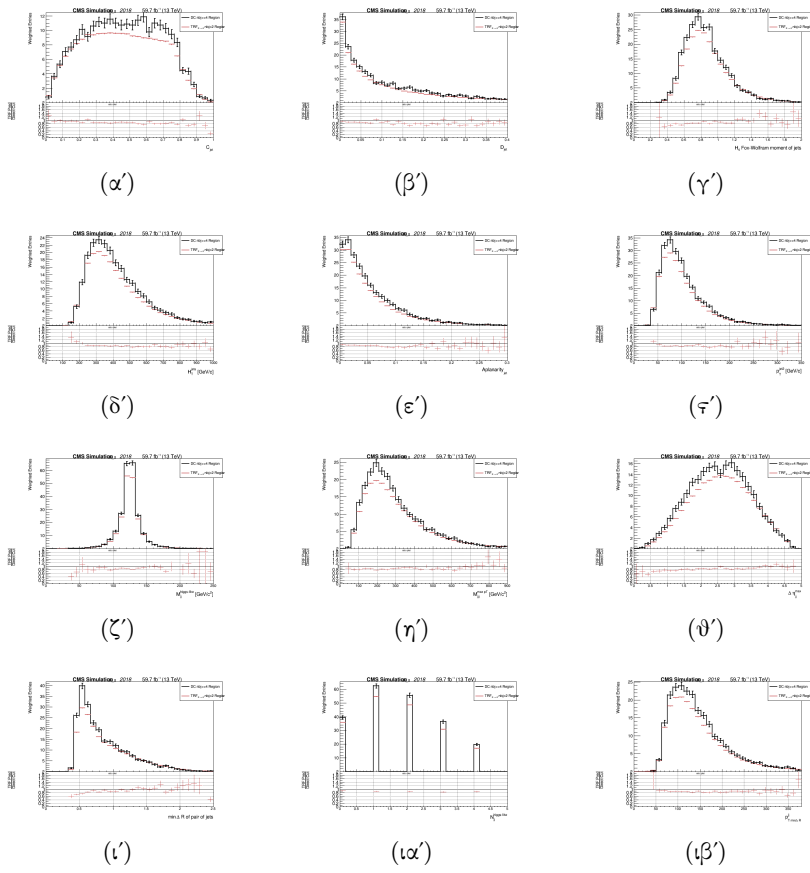
Σχήμα A'.10: Οι προσεγγιστικοί χάρτες για τις b-tagging probabilities για τα δεδομένα των ετών 2017, 2018



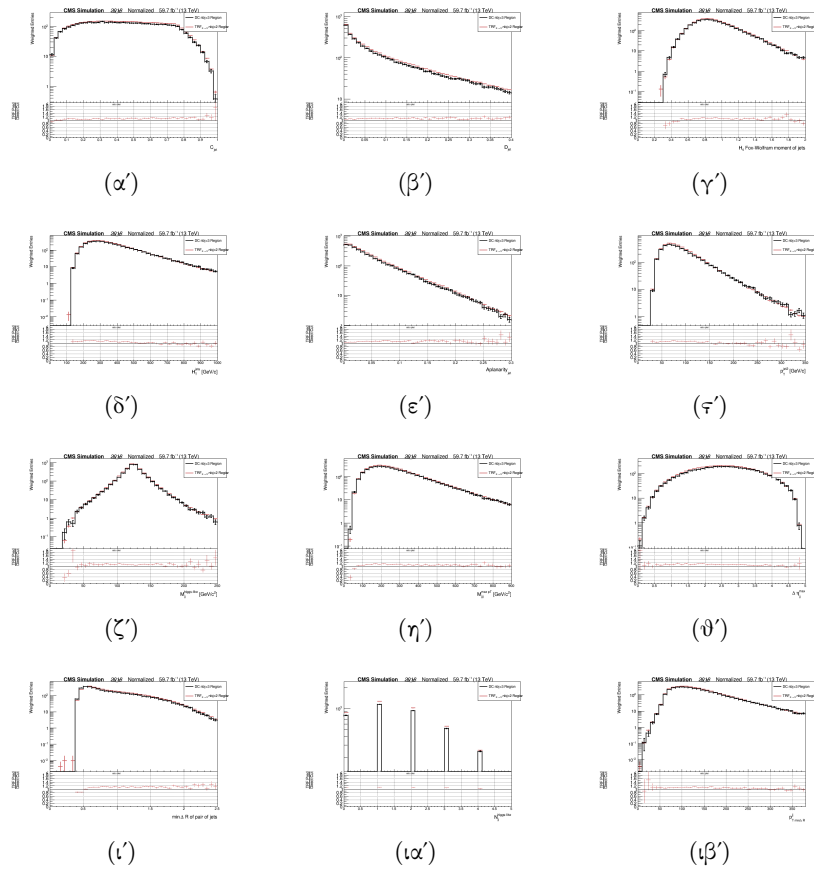
Σχήμα Α.11: Τεστ κλεισίματος μεταξύ πραγματικής τιμής (DC και πρόβλεψης (TRF) σε διαφορετικές περιοχές για τα δεδομένα προσομοίωσης του 2017, 2018



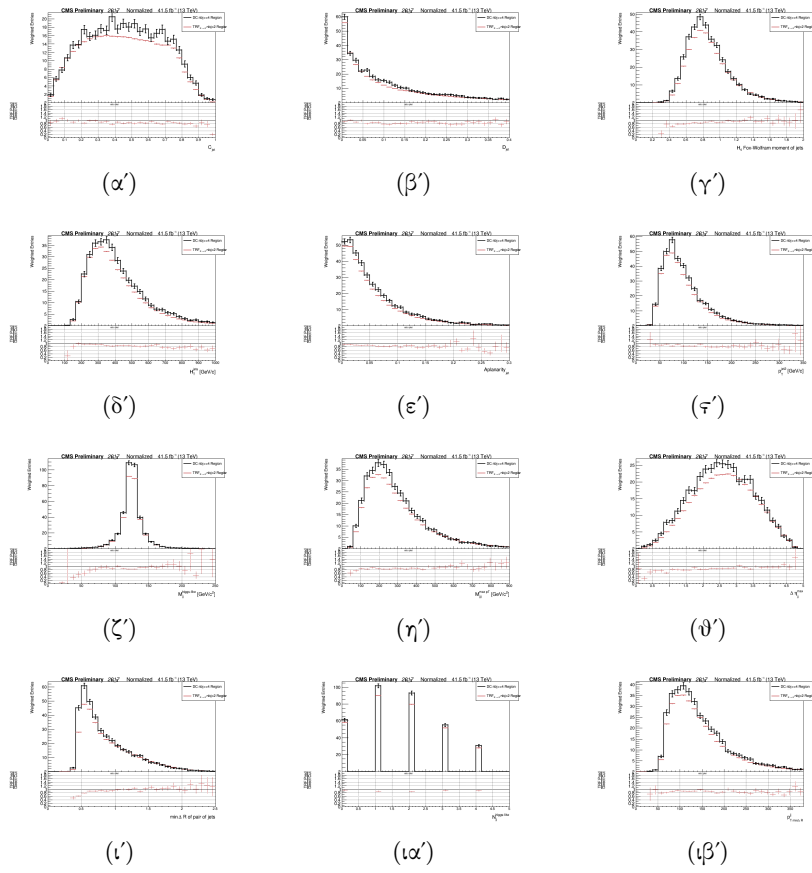
Σχήμα Α.12: Closure of variables' distributions between direct cut and TRF prediction implemented on simulation data. Closure for events with 3 b-tagged jets for 2016 dataset is shown.



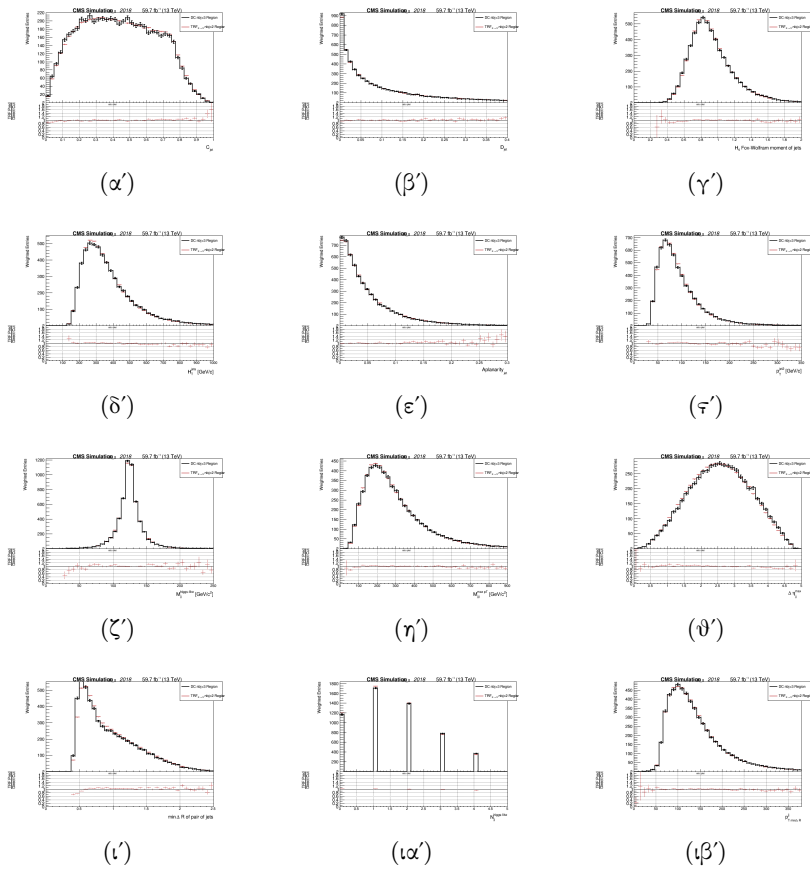
Σχήμα A'.13: Closure of variables' distributions between direct cut and TRF prediction implemented on simulation data. Closure for events with ≥ 4 b-tagged jets for 2016 dataset is shown.



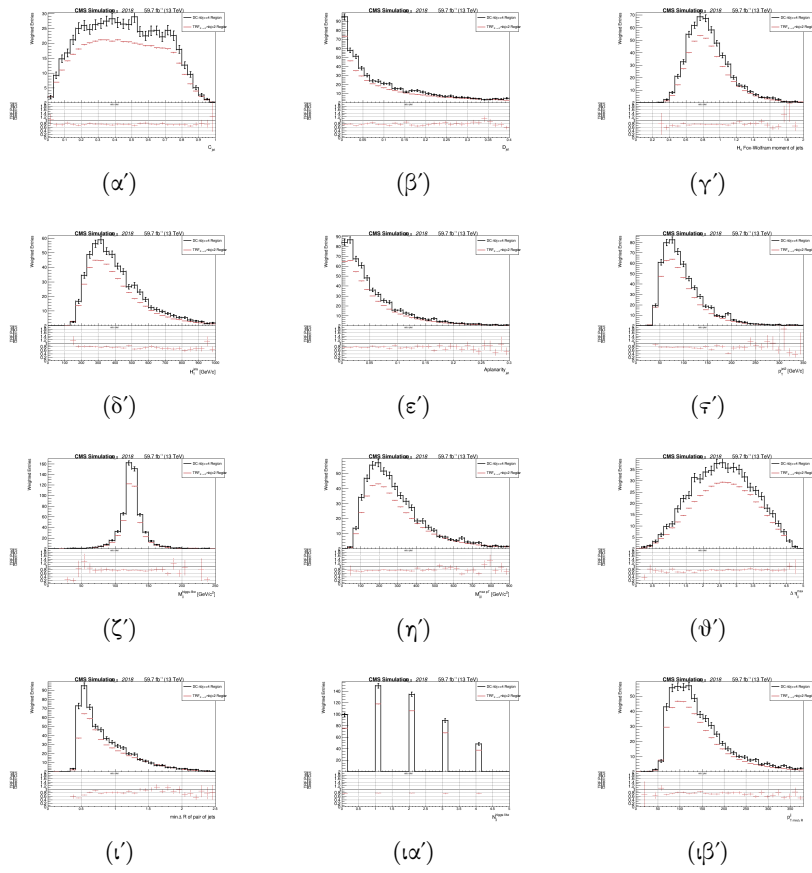
Σχήμα A.14: Closure of variables' distributions between direct cut and TRF prediction implemented on simulation data. Closure for events with 3 b-tagged jets for 2017 dataset is shown.



Σχήμα A.15: Closure of variables' distributions between direct cut and TRF prediction implemented on simulation data. Closure for events with ≥ 4 b-tagged jets for 2017 dataset is shown.

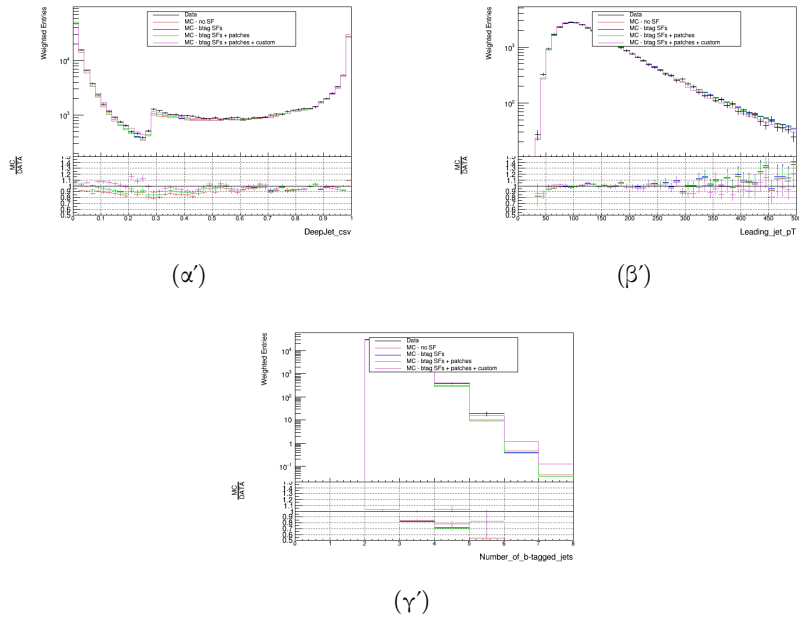


Σχήμα A.16: Closure of variables' distributions between direct cut and TRF prediction implemented on simulation data. Closure for events with 3 b-tagged jets for 2018 dataset is shown.

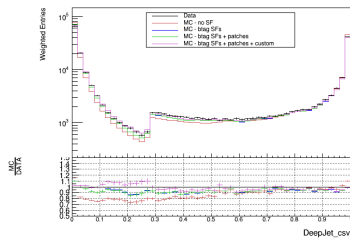


Σχήμα A'.17: Closure of variables' distributions between direct cut and TRF prediction implemented on simulation data. Closure for events with ≥ 4 b-tagged jets for 2018 dataset is shown.

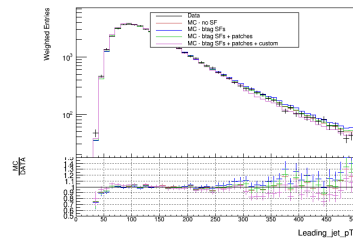
A'.3 Custom Scale Factors



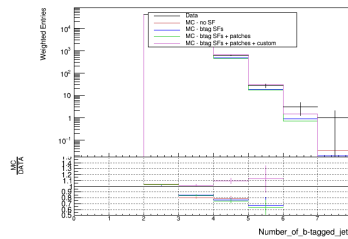
Σχήμα A'.18: Η διόρθωση των κατανομών χωρίς εφαρμογή SFs, με b-tag SFs, προσθέτοντας τα b-tag SF patches και προσθέτοντας τελικά τα custom SFs στα δεδομένα του 2016



(α')



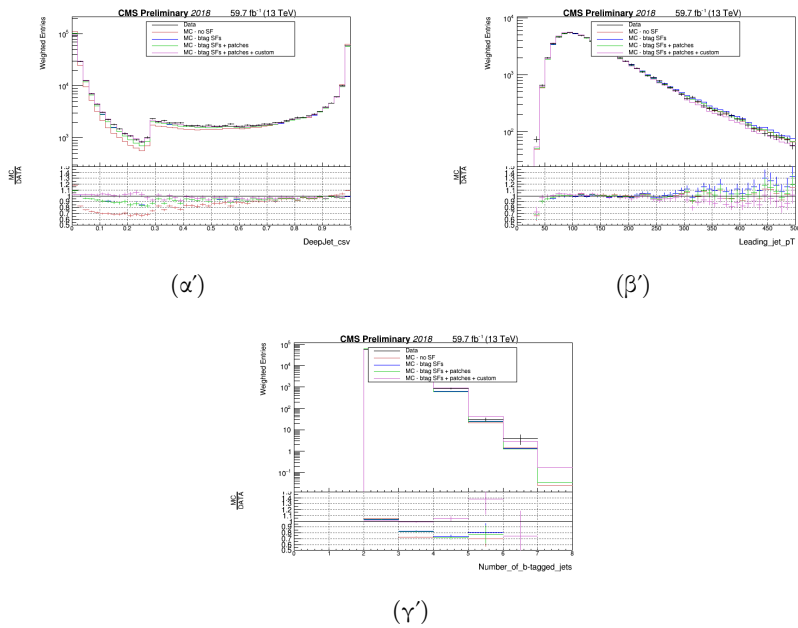
(β')



(γ')

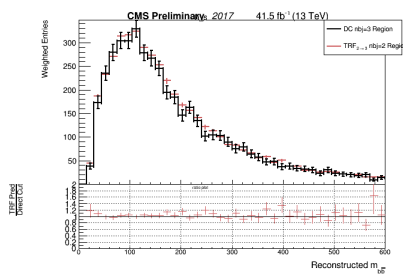
Σχήμα Α'.19: Η διόρθωση των κατανομών χωρίς εφαρμογή SFs, με b-tag SFs, προσθέτοντας τα b-tag SF patches και προσθέτοντας τελικά τα ζυστομ ΣΦς στα δεδομένα του 2017

Α'.4 Χρήση της μεθόδου TRF σε πραγματικά δεδομένα

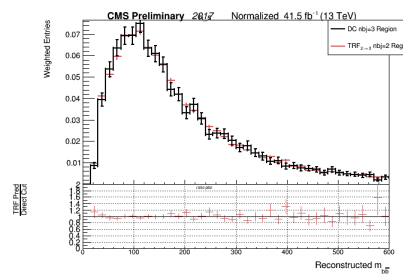


Σχήμα Α'.20: Η διόρθωση των κατανομών χωρίς εφαρμογή SFs, με b-tag SFs, προσθέτοντας τα b-tag SF patches και προσθέτοντας τελικά τα ζυστομ ΣΦς στα δεδομένα του 2018

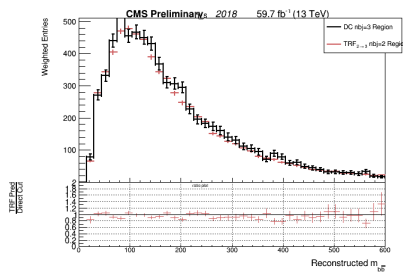
Α'.5 Μελέτη κλεισίματος μεταξύ πραγματικών και δεδομένων προσομοίωσης



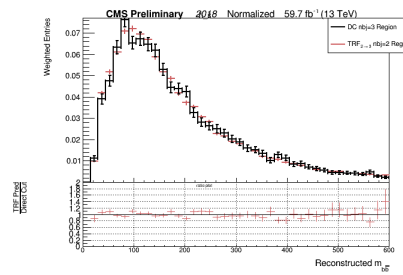
(α')



(β')

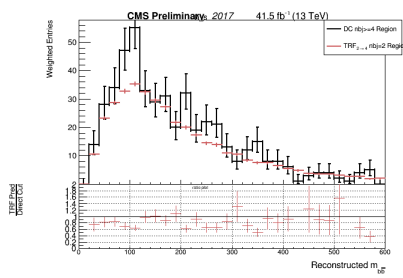


(γ')

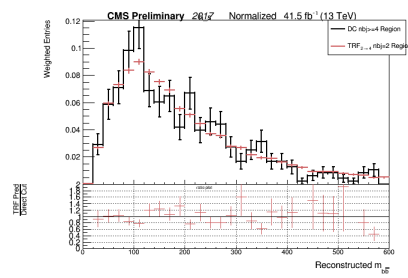


(δ')

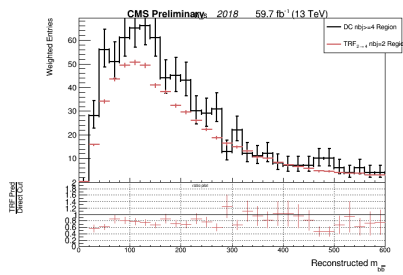
Σχήμα Α'.21: Τεστ κλεισίματος μεταξύ πραγματικής τιμής (DC) και της πρόβλεψης TRF για $n_b = 3$, για τα πραγματικά δεδομένα του 2017, 2018 σε πλήθος δεδομένων και κανονικοποιημένα στον ίδιο αριθμό γεγονότων



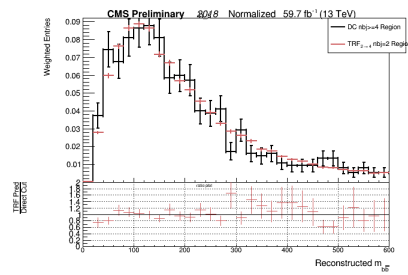
(α')



(β')

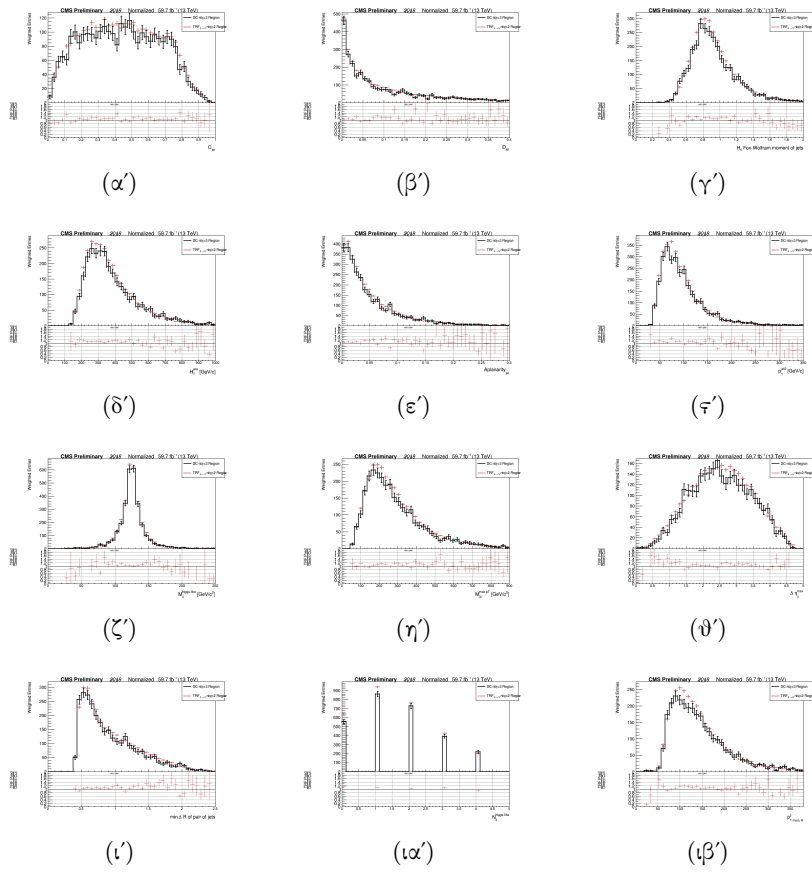


(γ')

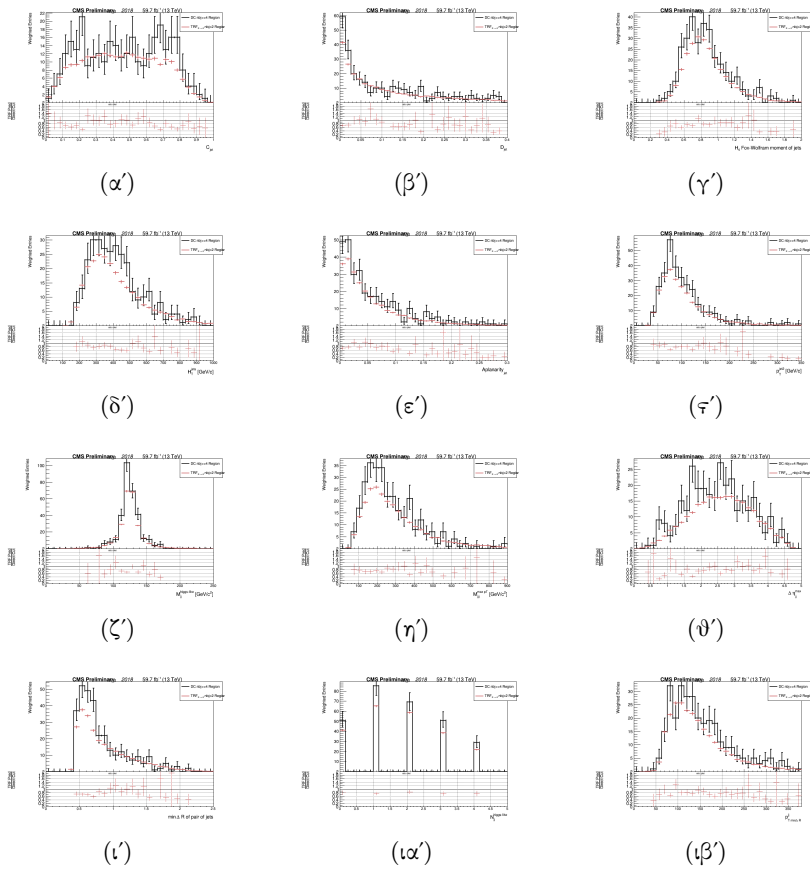


(δ')

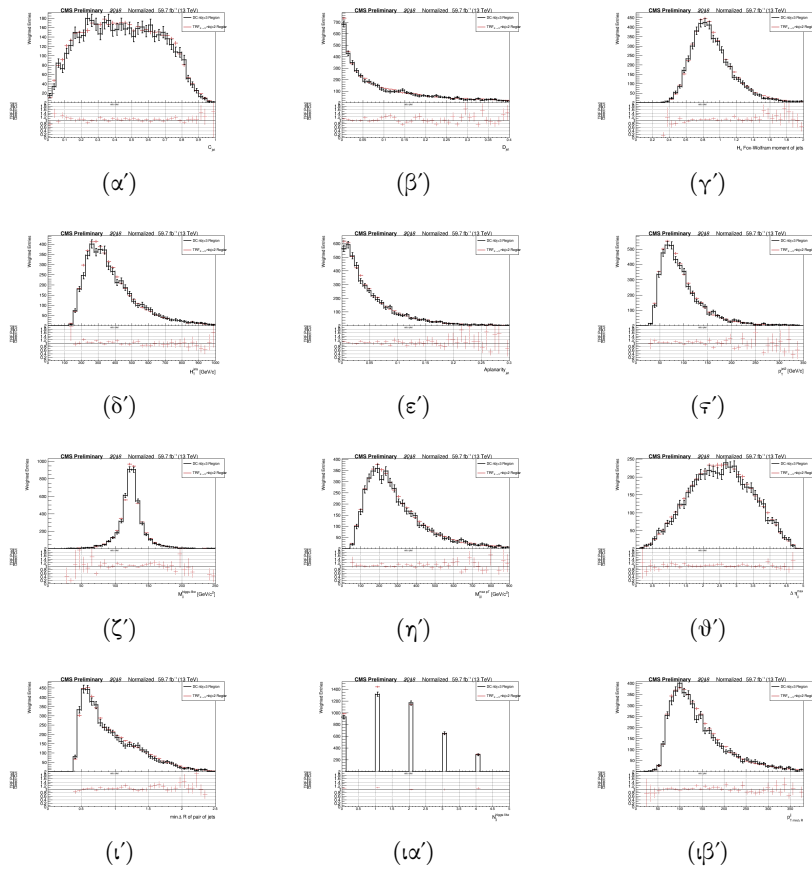
Σχήμα Α'.22: Τεστ κλεισίματος μεταξύ πραγματικής τιμής (DC) και της πρόβλεψης TRF για $n_b \geq 4$, για τα πραγματικά δεδομένα του 2017, 2018 σε πλήθος δεδομένων και κανονικοποιημένα στον ίδιο αριθμό γεγονότων



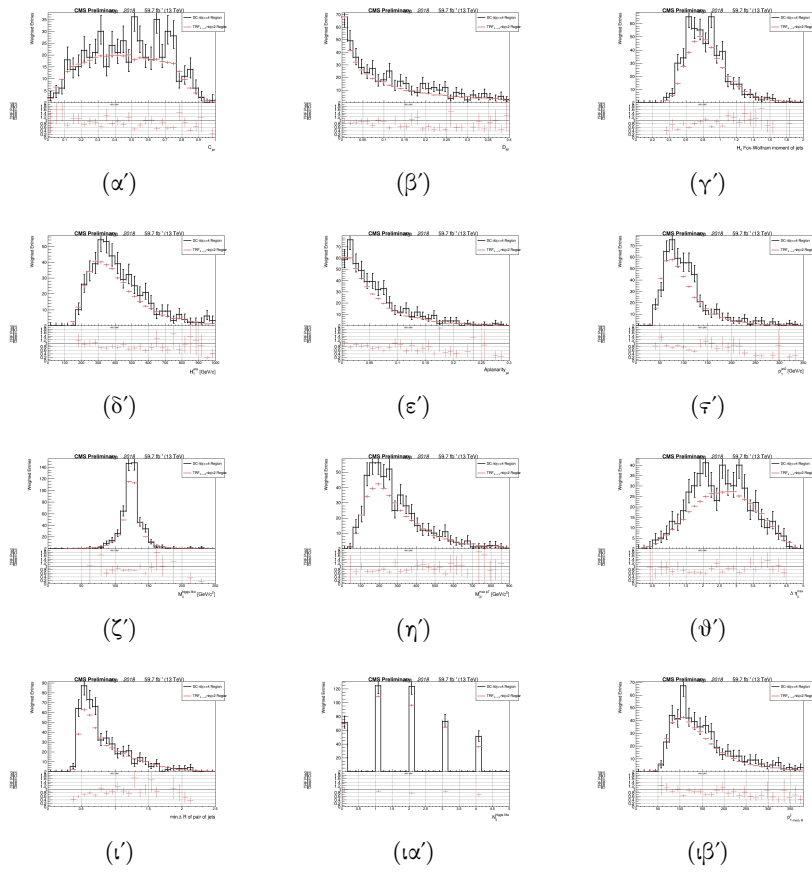
Σχήμα A'.23: Closure of variables' distributions between direct cut and TRF prediction implemented on real data. Closure for events with 3 b-tagged jets for 2016 dataset is shown.



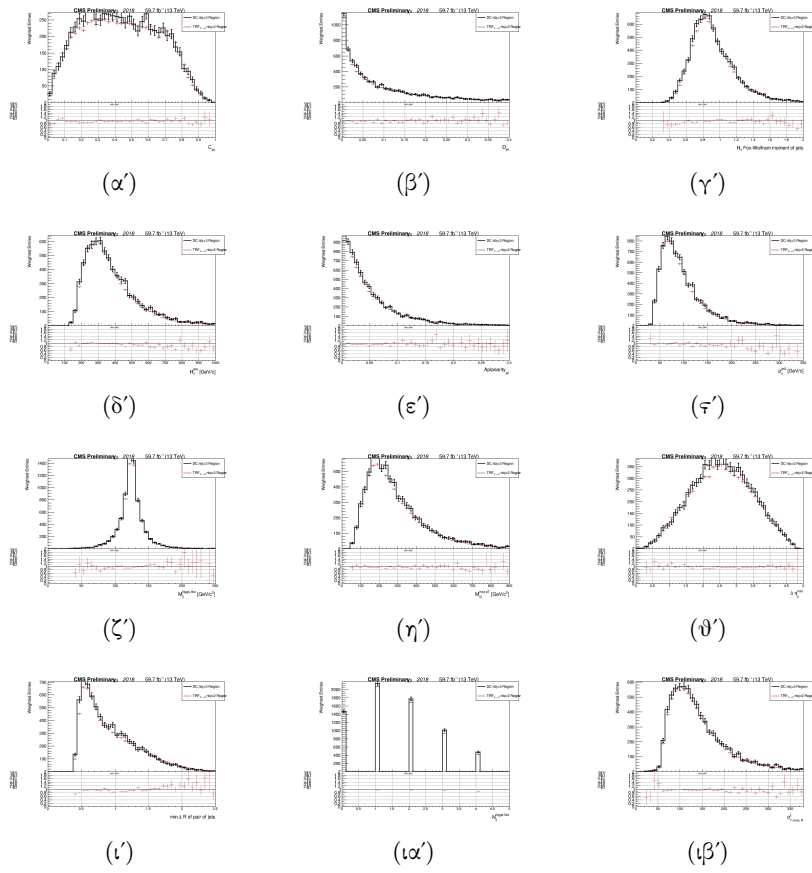
Σχήμα A'.24: Closure of variables' distributions between direct cut and TRF prediction implemented on real data. Closure for events with ≥ 4 b-tagged jets for 2016 dataset is shown.



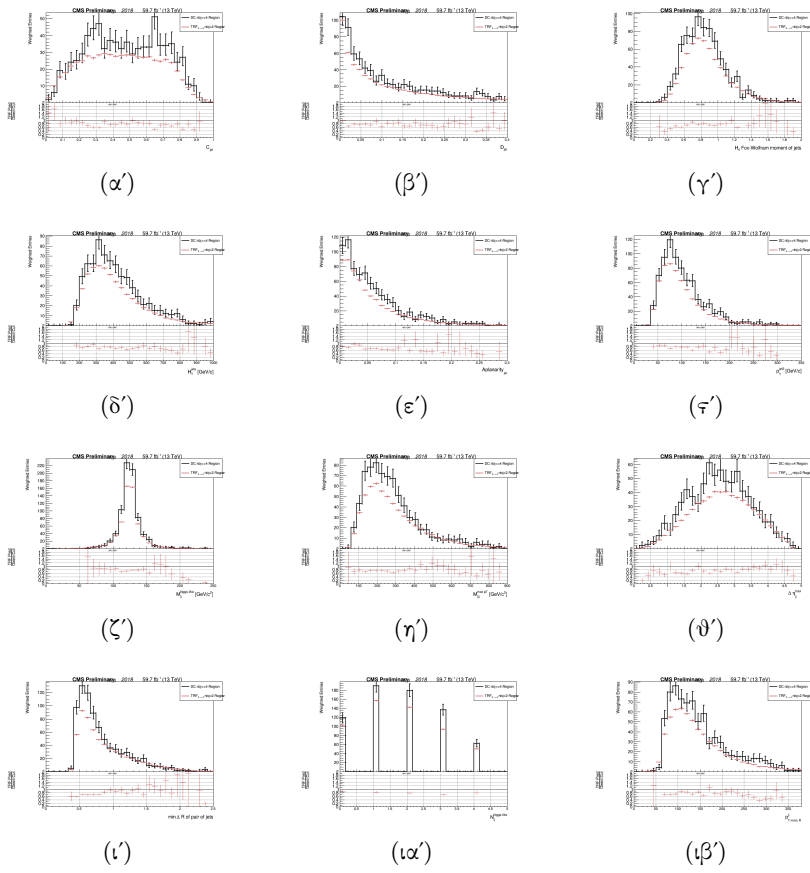
Σχήμα A.25: Closure of variables' distributions between direct cut and TRF prediction implemented on real data. Closure for events with 3 b-tagged jets for 2017 dataset is shown.



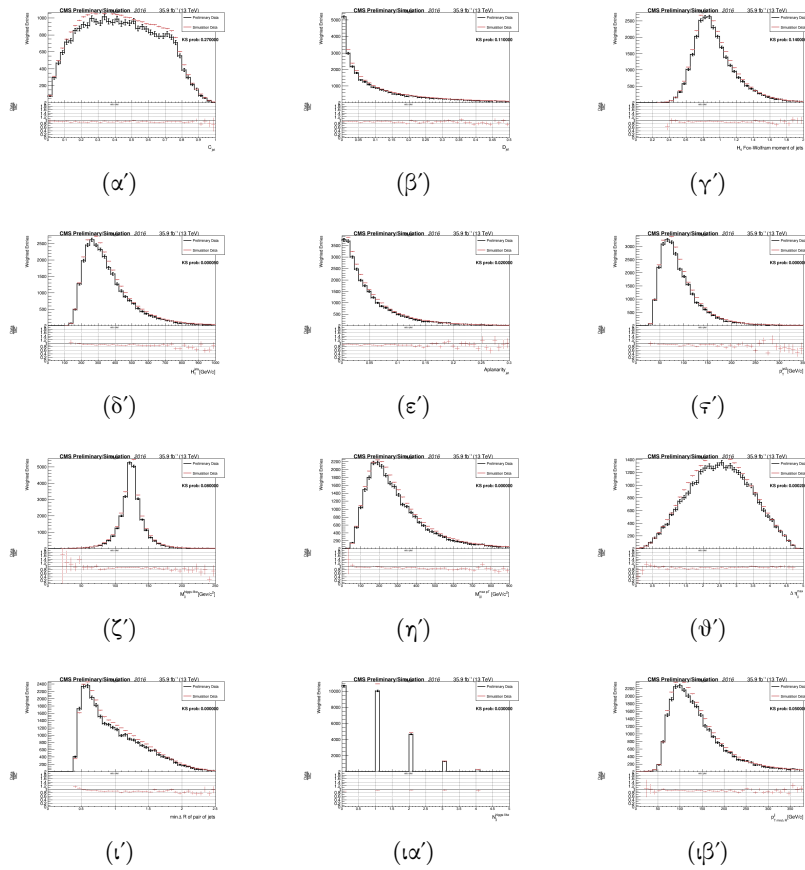
Σχήμα A.26: Closure of variables' distributions between direct cut and TRF prediction implemented on real data. Closure for events with ≥ 4 b-tagged jets for 2017 dataset is shown.



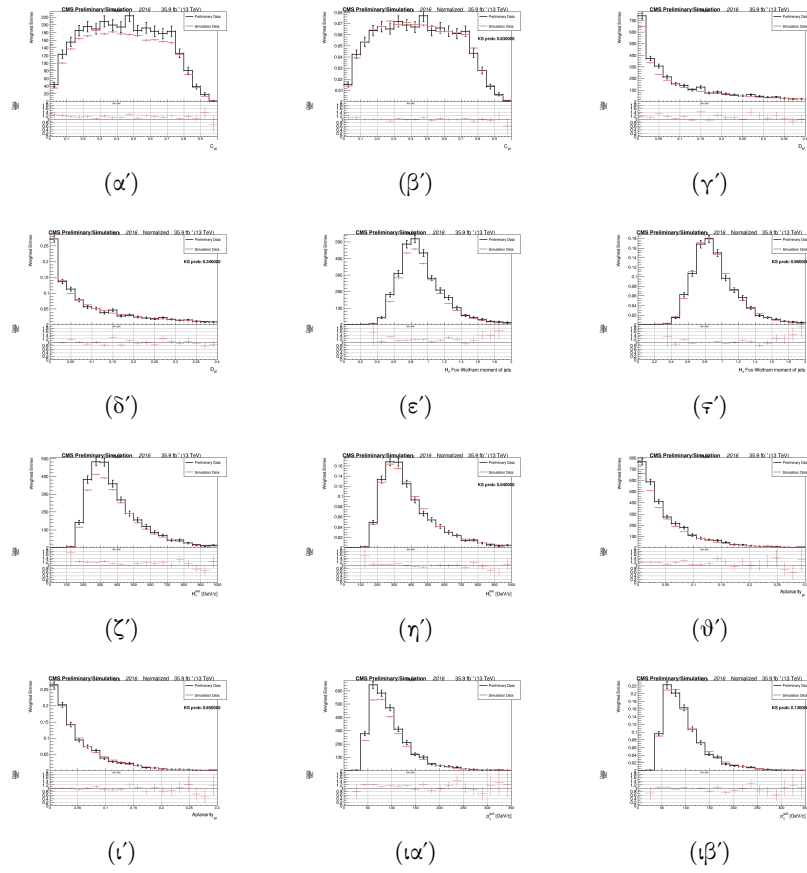
Σχήμα A'.27: Closure of variables' distributions between direct cut and TRF prediction implemented on real data. Closure for events with 3 b-tagged jets for 2018 dataset is shown.



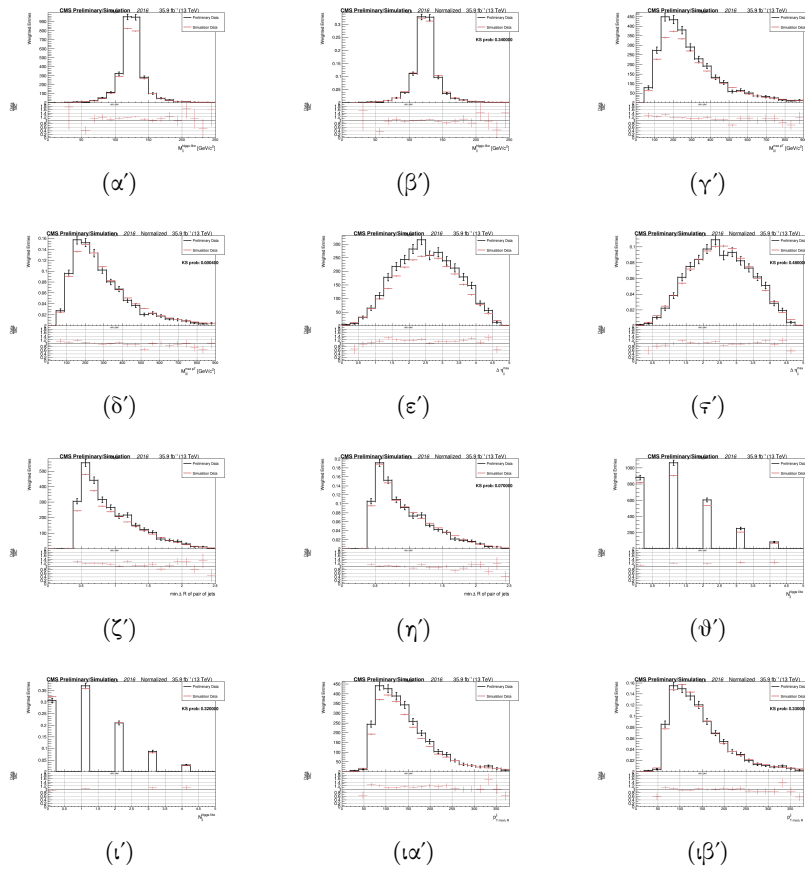
Σχήμα A'.28: Closure of variables' distributions between direct cut and TRF prediction implemented on real data. Closure for events with ≥ 4 b-tagged jets for 2018 dataset is shown.



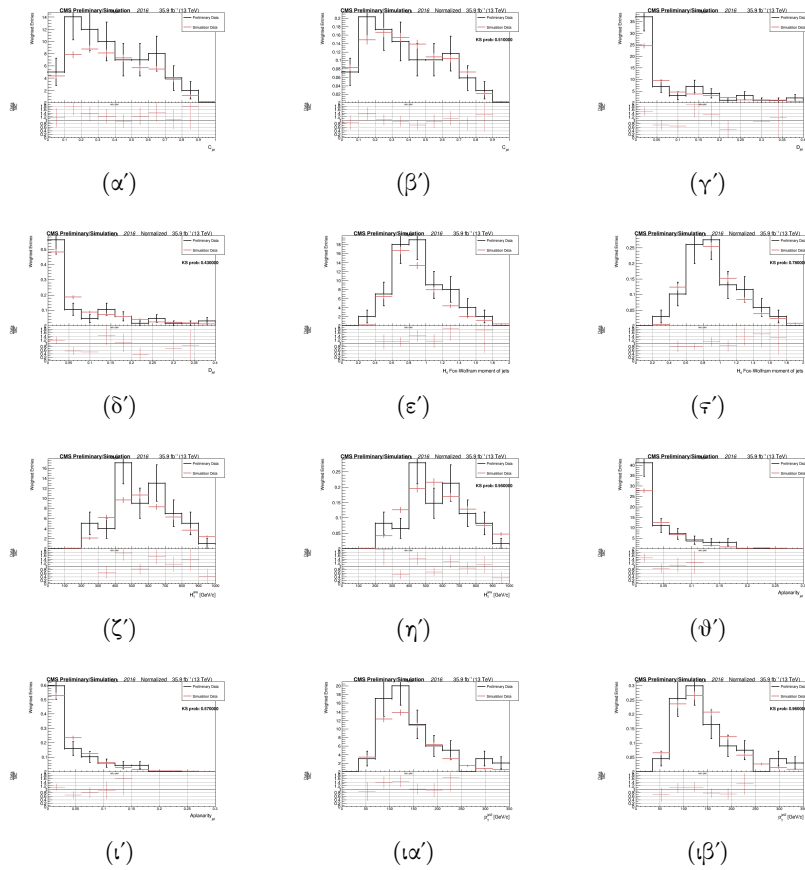
Σχήμα Α'.29: Closure of variables' distributions between simulation and preliminary data. The real data's distributions are presented with a black line whereas the distributions obtained from simulation are drawn with black points. Closure for events with 2 real b-tagged jets for 2016 dataset is shown.



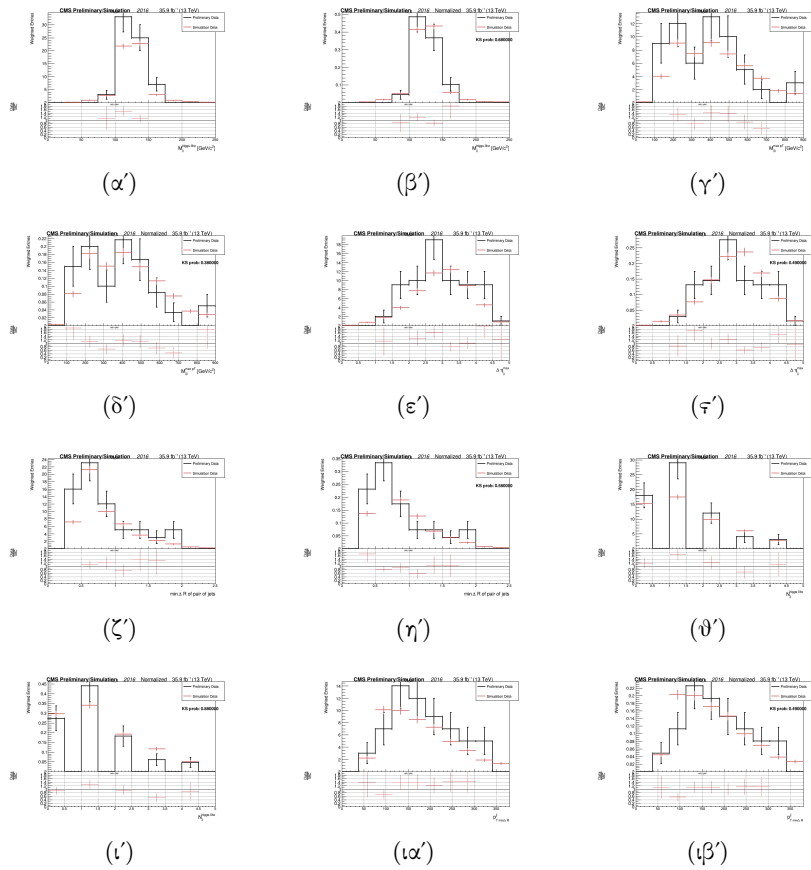
Σχήμα A.30: Closure of variables' (normalized) distributions between simulation and preliminary data. The real data's distributions are presented with a black line whereas the distributions obtained from simulation are drawn with black points. Closure for events with 3 real b-tagged jets for 2016 dataset is shown.



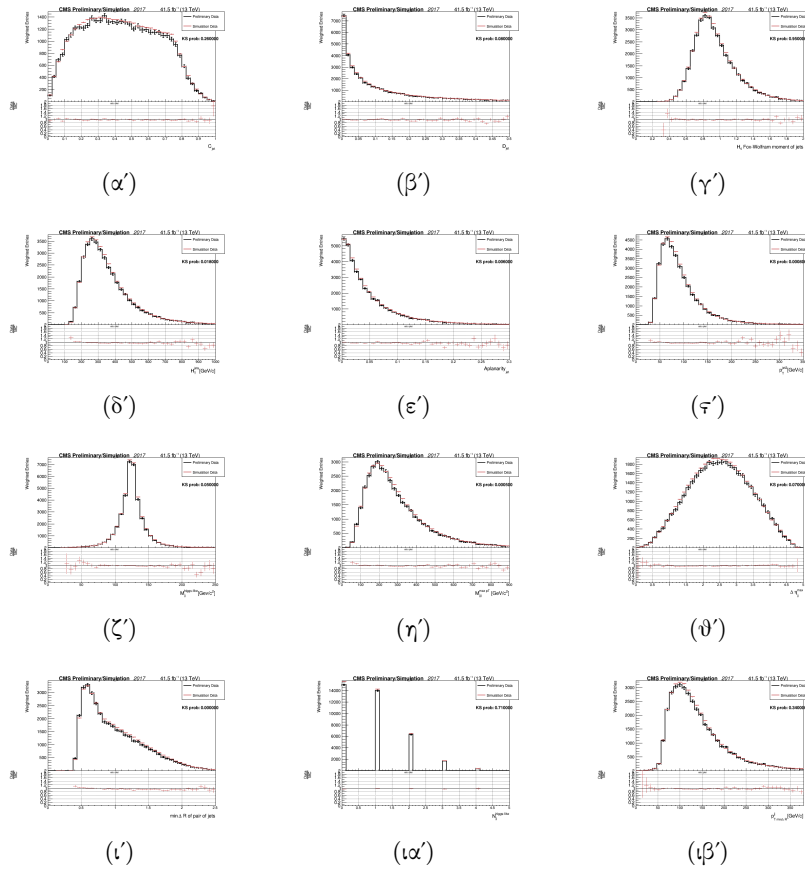
Σχήμα Α.31: Closure of variables' (normalized) distributions between simulation and preliminary data. The real data's distributions are presented with a black line whereas the distributions obtained from simulation are drawn with black points. Closure for events with 3 real b-tagged jets for 2016 dataset is shown.



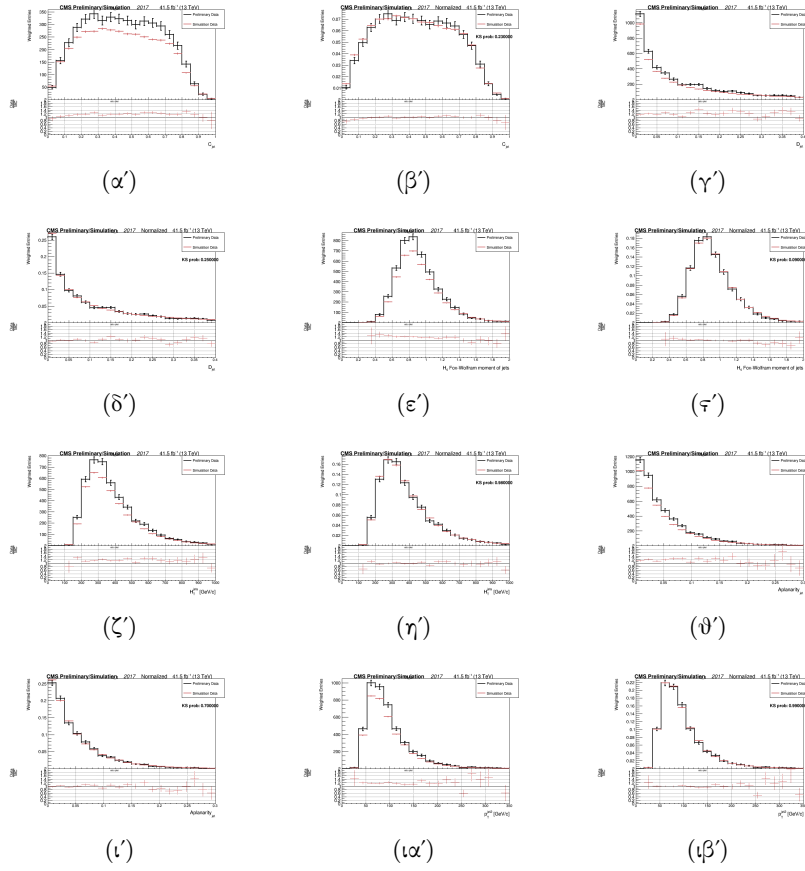
Σχήμα A'.32: Closure of variables' (normalized) distributions between simulation and preliminary data. The real data's distributions are presented with a black line whereas the distributions obtained from simulation are drawn with black points. Closure for events with ≥ 4 real b-tagged jets for 2016 dataset is shown.



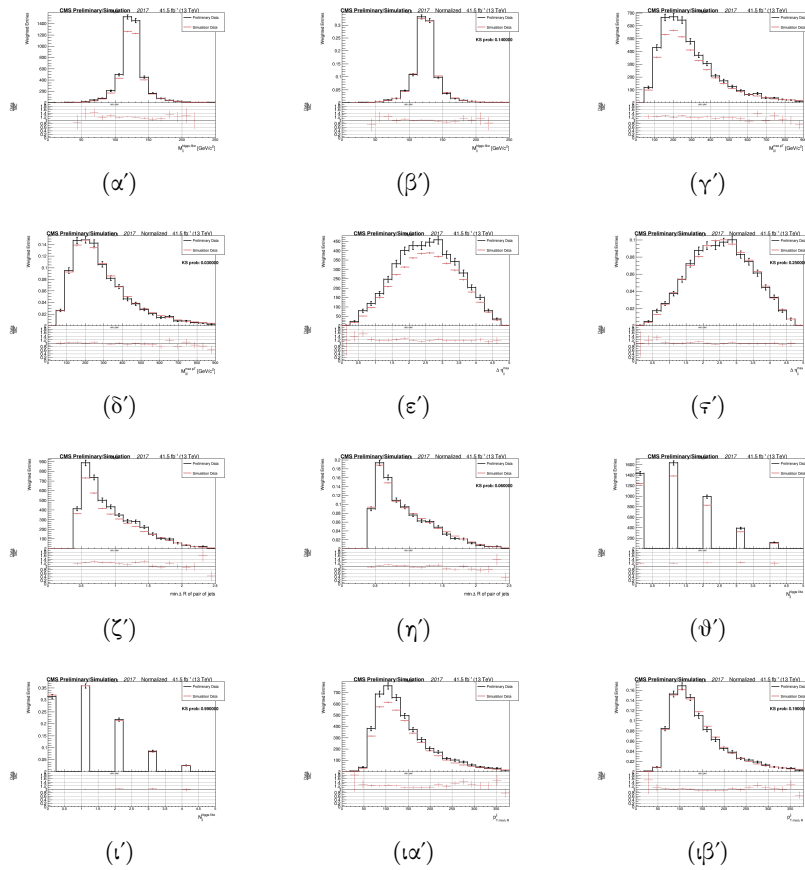
Σχήμα Α.33: Closure of variables' (normalized) distributions between simulation and preliminary data. The real data's distributions are presented with a black line whereas the distributions obtained from simulation are drawn with black points. Closure for events with ≥ 4 real b-tagged jets for 2016 dataset is shown.



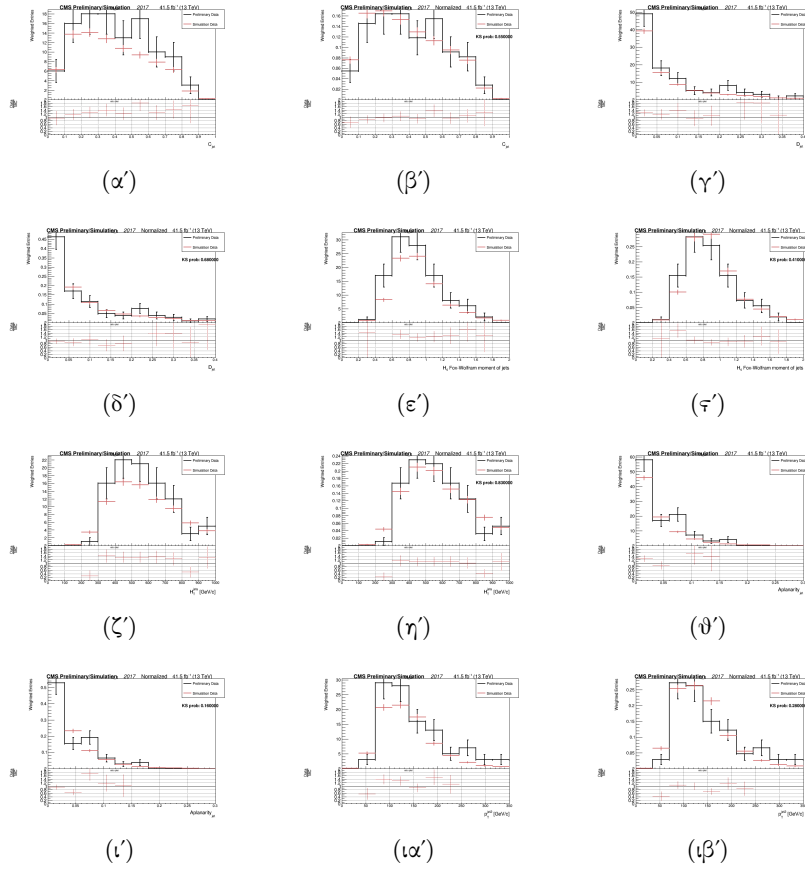
Σχήμα A'.34: Closure of variables' distributions between simulation and preliminary data. The real data's distributions are presented with a black line whereas the distributions obtained from simulation are drawn with black points. Closure for events with 2 real b-tagged jets for 2017 dataset is shown.



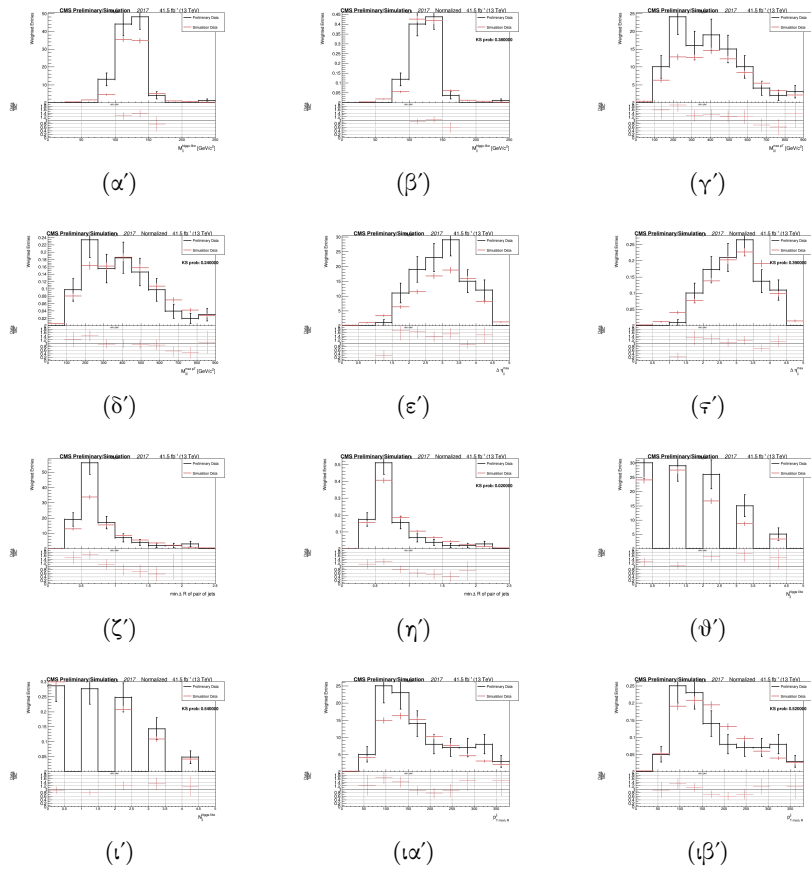
Σχήμα A.35: Closure of variables' (normalized) distributions between simulation and preliminary data. The real data's distributions are presented with a black line whereas the distributions obtained from simulation are drawn with black points. Closure for events with 3 real b-tagged jets for 2017 dataset is shown.



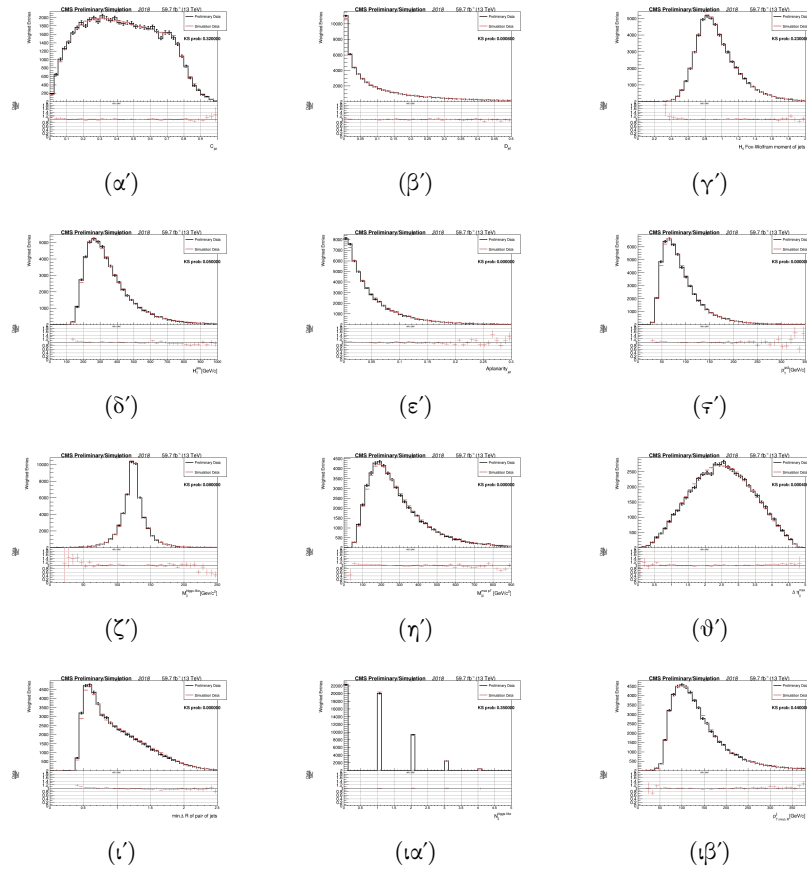
Σχήμα Α'.36: Closure of variables' (normalized) distributions between simulation and preliminary data. The real data's distributions are presented with a black line whereas the distributions obtained from simulation are drawn with black points. Closure for events with 3 real b-tagged jets for 2017 dataset is shown.



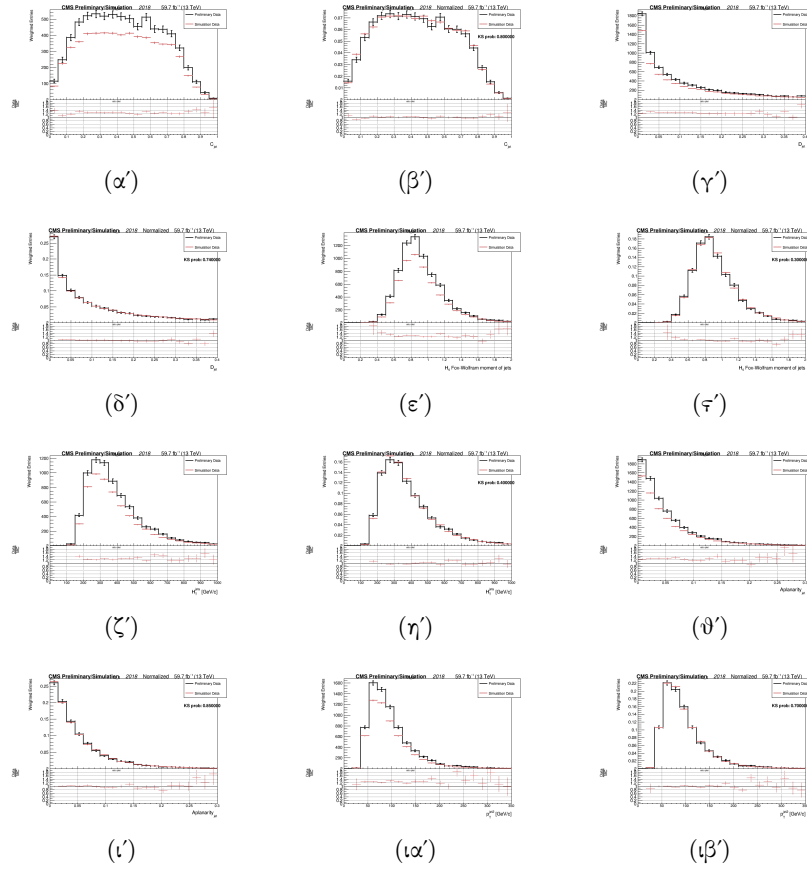
Σχήμα A.37: Closure of variables' (normalized) distributions between simulation and preliminary data. The real data's distributions are presented with a black line whereas the distributions obtained from simulation are drawn with black points. Closure for events with ≥ 4 real b-tagged jets for 2017 dataset is shown.



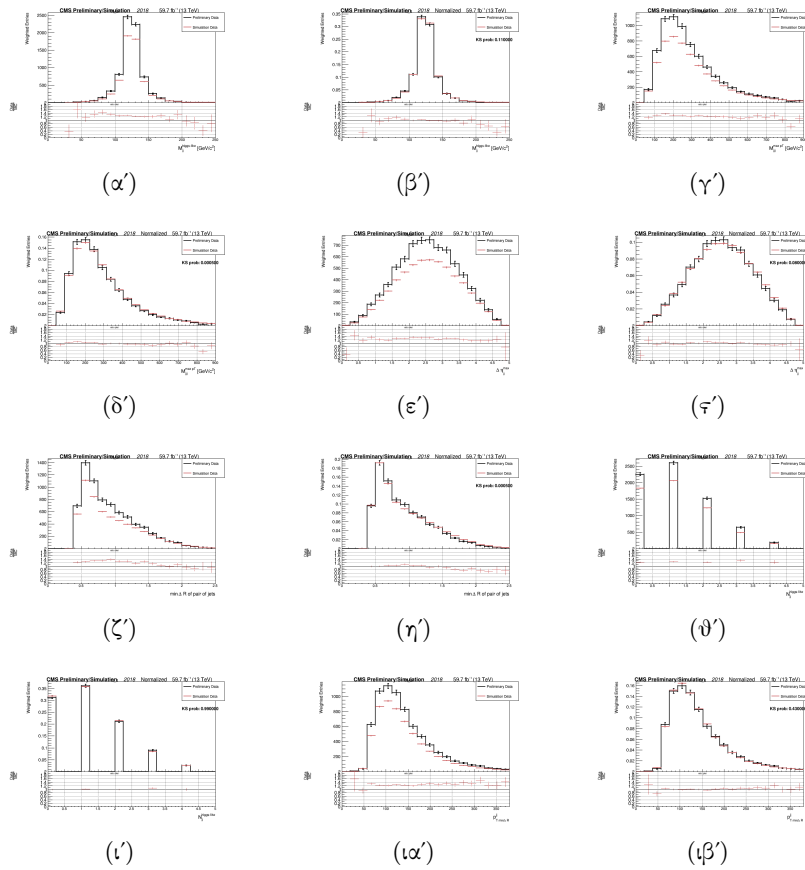
Σχήμα A.38: Closure of variables' (normalized) distributions between simulation and preliminary data. The real data's distributions are presented with a black line whereas the distributions obtained from simulation are drawn with black points. Closure for events with ≥ 4 real b-tagged jets for 2017 dataset is shown.



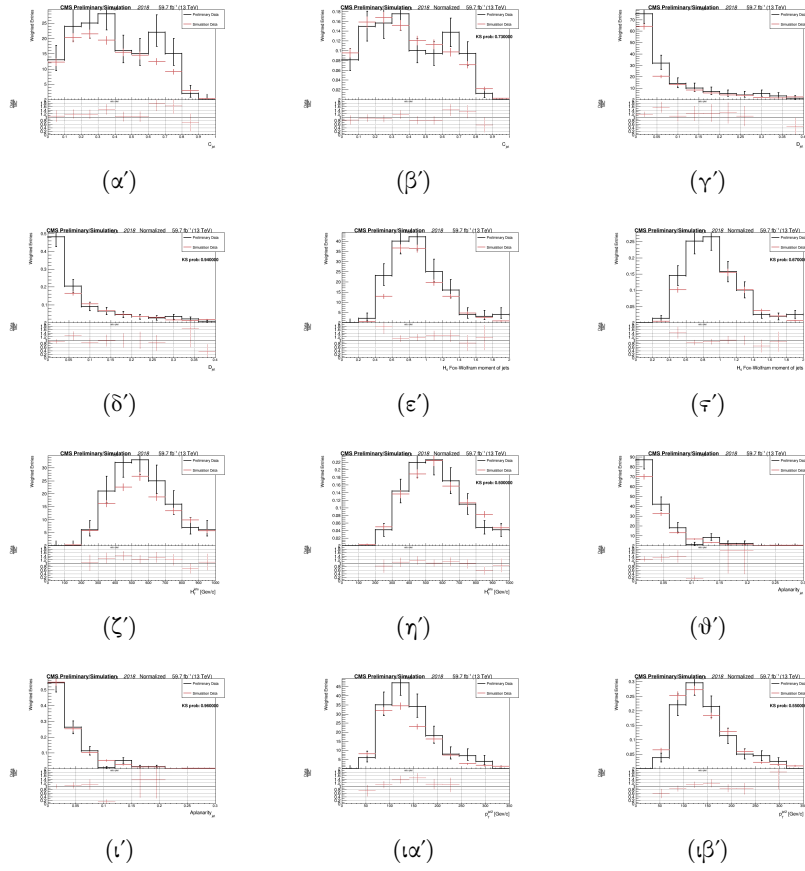
Σχήμα A'.39: Closure of variables' distributions between simulation and preliminary data. The real data's distributions are presented with a black line whereas the distributions obtained from simulation are drawn with black points. Closure for events with 2 real b-tagged jets for 2018 dataset is shown.



Σχήμα A.40: Closure of variables' (normalized) distributions between simulation and preliminary data. The real data's distributions are presented with a black line whereas the distributions obtained from simulation are drawn with black points. Closure for events with 3 real b-tagged jets for 2018 dataset is shown.

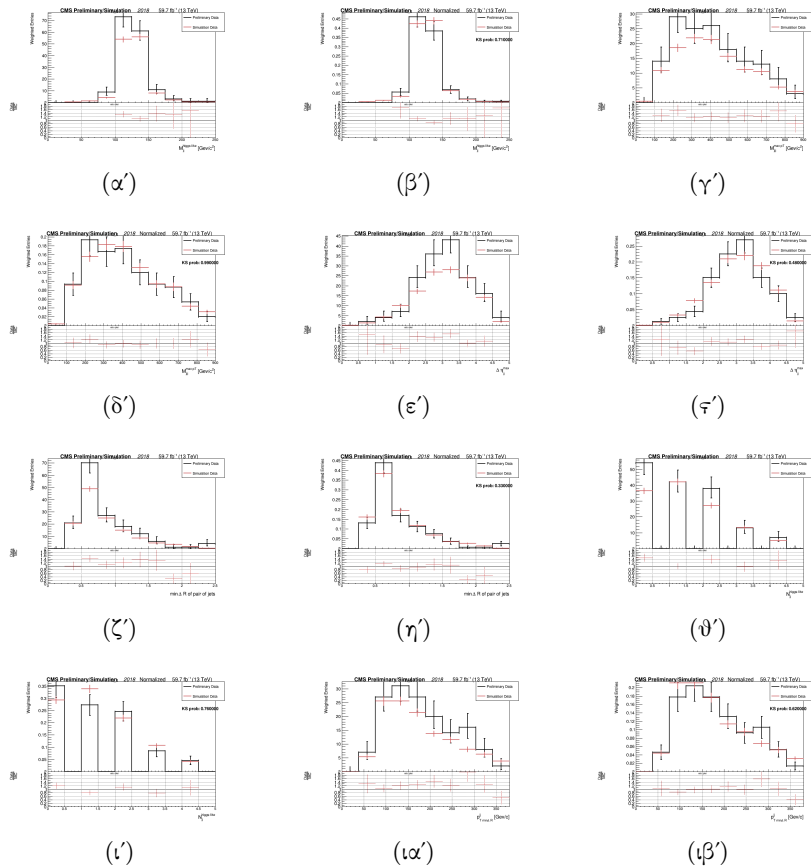


Σχήμα A.41: Closure of variables' (normalized) distributions between simulation and preliminary data. The real data's distributions are presented with a black line whereas the distributions obtained from simulation are drawn with black points. Closure for events with 3 real b-tagged jets for 2018 dataset is shown.

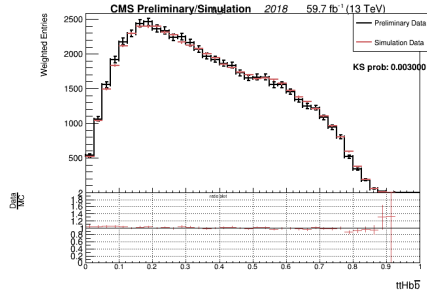


Σχήμα A'.42: Closure of variables' (normalized) distributions between simulation and preliminary data. The real data's distributions are presented with a black line whereas the distributions obtained from simulation are drawn with black points. Closure for events with ≥ 4 real b-tagged jets for 2018 dataset is shown.

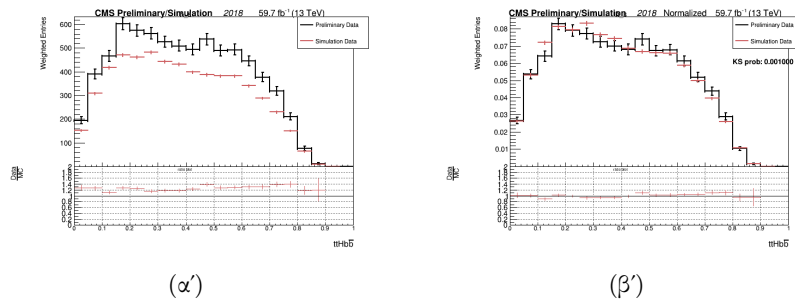
A'.5.1 ANN output



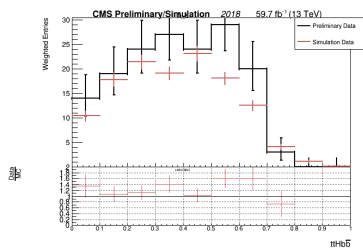
Σχήμα Α'.43: Closure of variables' (normalized) distributions between simulation and preliminary data. The real data's distributions are presented with a black line whereas the distributions obtained from simulation are drawn with black points. Closure for events with ≥ 4 real b-tagged jets for 2018 dataset is shown.



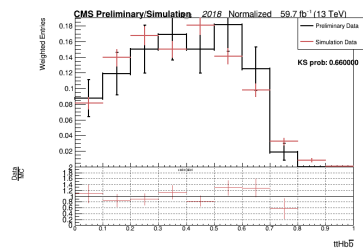
Σχήμα Α'.44: Closure of variables' distributions between simulation and preliminary data for the ANN output. The real data's distributions are presented with a black line whereas the distributions obtained from simulation are drawn with black points. Closure for events with 2 real b-tagged jets for 2018 dataset.



Σχήμα Α'.45: Closure of variables' (Normalized) distributions between simulation and preliminary data for the ANN output. The real data's distributions are presented with a black line whereas the distributions obtained from simulation are drawn with black points. Closure for events with 3 real b-tagged jets for year 2018. On the right: Distribution normalized to area.



(α)



(β)

Σχήμα Α'.46: Closure of variables' (Normalized) distributions between simulation and preliminary data for the ANN output. The real data's distributions are presented with a black line whereas the distributions obtained from simulation are drawn with black points. Closure for events with 3 real b-tagged jets for year 2018. On the right: Distribution normalized to area.

Παράρτημα Β΄

APV studies

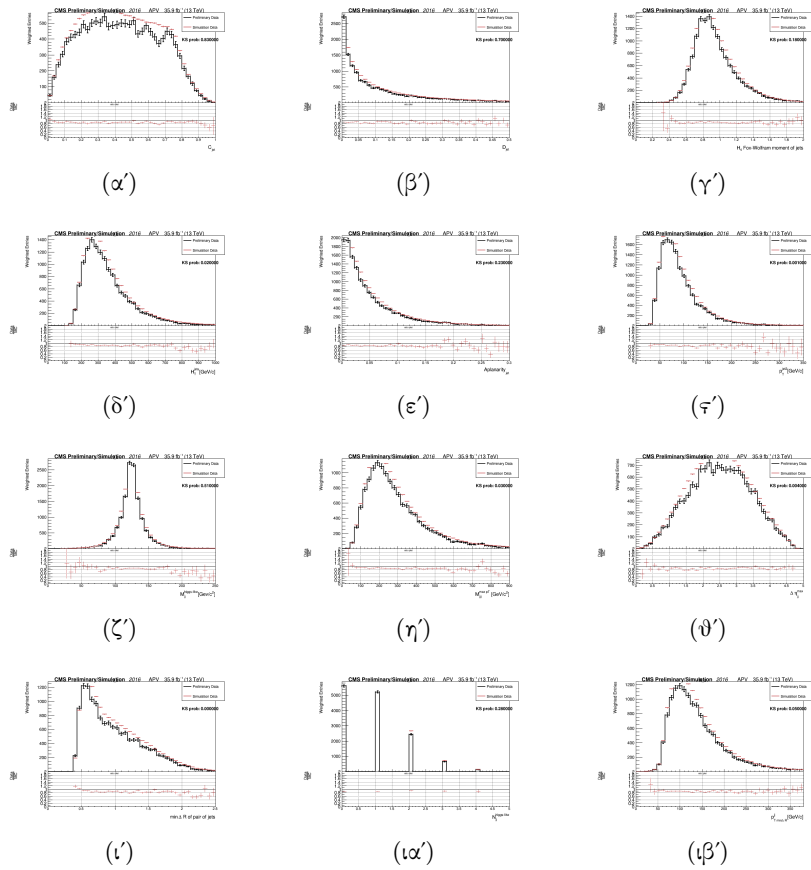
Στη συγκεκριμένη ενότητα μελετάμε την συμπεριφορά της περιοχής ελέγχου (Control region) με ακριβώς 2 b-tagged jets για τα δεδομένα του 2016. Έχουμε ήδη παρατηρήσει μια κανονικοποιήσιμη διαφοροποίηση, η οποία οφείλεται μερικώς στις APV runs του 2016.

2016	Run	Int. Lumi [fb^{-1}]
APV	273158-278801	19.536
Non APV	278802-284044	16.797

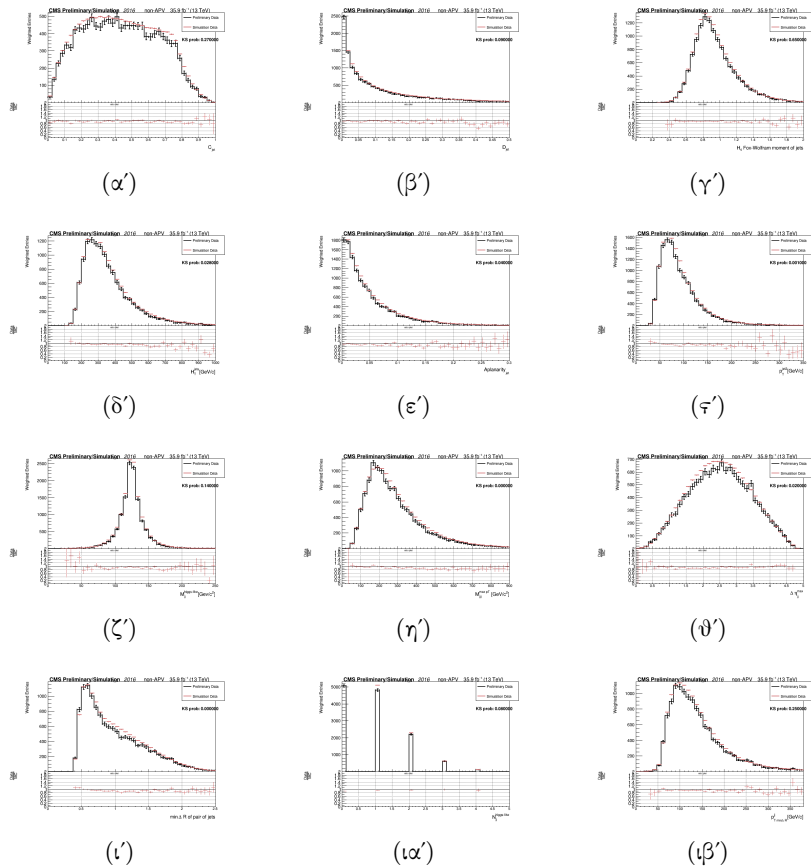
k-factor	nbj=2
2016	0.917
2016-APV	0.880
2016- Non APV	0.935

Πίνακας Β΄.1: Πίνακας με τον λόγο $\frac{Data}{MC}$ για τις διάφορες runs του 2016

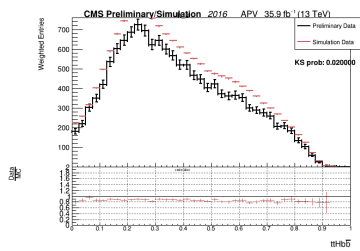
B΄.0.1 ANN output



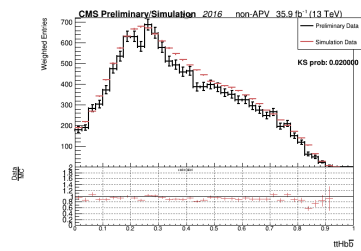
Σχήμα Β.1: Closure of variables' distributions between simulation and preliminary data. The real data's distributions are presented with a black line whereas the distributions obtained from simulation are drawn with black points. Closure for events with 2 real b-tagged jets for 2016 APV dataset is shown.



Σχήμα B'.2: Closure of variables' distributions between simulation and preliminary data. The real data's distributions are presented with a black line whereas the distributions obtained from simulation are drawn with black points. Closure for events with 2 real b-tagged jets for 2016 non-APV dataset is shown.



(α')



(β')

Σχήμα Β.3: Closure of variables' distributions between simulation and preliminary data for the ANN output. The real data's distributions are presented with a black line whereas the distributions obtained from simulation are drawn with black points. Closure for events with 2 real b-tagged jets for the 2016 APV/non-APV dataset is shown.

Βιβλιογραφία

- [1] Mark Thomson, *Modern particle physics*, Cambridge University Press, 2013.
- [2] Peskin, Michael, *An introduction to quantum field theory*, CRC press, 2018.
- [3] Langacker, P. (2017). *The standard model and beyond*, second edition (2nd ed.). Productivity Press.
- [4] Wikipedia contributors, "*Standard Model Wikipedia*", The Free Encyclopedia, 02-Aug-2020. [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Standard_Model .
- [5] A. M. Sirunyan et al., "*Observation of $t\bar{t}H$ production*", Phys. Rev. Lett., vol. 120, no. 23, p. 231801, 2018.
- [6] M. Tanabashi et al. (Particle Data Group), "*Status of Higgs boson physics, in Review of Particle Physics*", Phys. Rev. D 98, 030001 (2018) and 2019 update. <https://pdg.lbl.gov/2019/reviews/rpp2019-rev-higgs-boson.pdf>
- [7] I. Brock and T. Schoerner-Sadenius, Eds., *Physics at the Terascale*, Wiley-VCH Verlag, 2011.
- [8] A. M. Sirunyan et al., "*Search for $t\bar{t}H$ production in the all-jet final state in proton-proton collisions at $s = 13$ sqrts = 13 TeV*", J. High Energy Phys., vol. 2018, no. 6, 2018.
- [9] S. Sumowidagdo, "*A pedagogical derivation of the matrix element method in particle physics data analysis*" , J. Phys. Conf. Ser., vol. 988, p. 012003, 2018.
- [10] Wikipedia contributors, "*Likelihood function*", Wikipedia, The Free Encyclopedia, 12-Sep-2020. [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Likelihood_function .

- [11] The Large Hadron Collider. (n.d.). Retrieved October 16, 2020, from Home.cern website:
<https://home.cern/science/accelerators/large-hadron-collider>
- [12] "Detector overview", Cern.ch. [Online]. Available:
<http://cms.web.cern.ch/news/detector-overview>. [Accessed: 22-Oct-2020].
- [13] *CMS Physics: Technical Design Report Volume 1: Detector Performance and Software*, Technical Design Report CMS, Geneva: CERN, 2006. There is an error on cover due to a technical problem for some items.
- [14] R. Bruce et al., "LHC Run 2: Results and Challenges," in Proc. of ICFA Advanced Beam Dynamics Workshop on High-Intensity and High-Brightness Hadron Beams (HB'16), Malm, Sweden, July 3-8, 2016, no. 57 in ICFA Advanced Beam Dynamics Workshop on High-Intensity and High-Brightness Hadron Beams, (Geneva, Switzerland), pp. 14-20, JACoW, Aug. 2016.
doi:10.18429/JACoW-HB2016-MOAM5P50 .
- [15] M. A. Thomson, "Particle Flow calorimetry and the PandoraPFA algorithm", arXiv [physics.ins-det], 2009.
- [16] A. Hoecker, P. Speckmayer, J. Stelzer, J. Therhaag, E. von Toerne, and H. Voss, "TMVA - Toolkit for Multivariate Data Analysis", PoS ACAT 040 (2007), arXiv:physics/0703039
- [17] CMS AN-2020/047 – The Tag Rate Function method and MEM approximation, for t-t events Authors: Niki Saoulidou, Charis-Kleio Koraka ,George Anagnostou, and George Daskalakis
- [18] CMS AN-2021/166 – Prospects for the measurement of the $t\bar{t}H$, $H \rightarrow b\bar{b}$ production in the opposite-sign di-leptonic channel at $\sqrt{s} = 14$ TeV at the High-Luminosity LHC Authors:George Anagnostou, George Daskalakis, Charis Kleio Koraka, Michail Madianos, Zacharias Painesis, and Niki Saoulidou
- [19] CMS PAS FTR-21-002 – Prospects for the measurement of the $t\bar{t}H$, $H \rightarrow b\bar{b}$ production in the opposite-sign di-leptonic channel at $\sqrt{s} = 14$ TeV at the High-Luminosity LHC Authors: The CMS Collaboration