



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
Εθνικόν και Καποδιστριακόν  
Πανεπιστήμιον Αθηνών  
— ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837 —

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΙΣΤΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ - ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΩΝ – ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ  
UNIVERSITY OF CYPRUS

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΑΓΩΓΗΣ

**ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ - ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
"ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ"**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

---

**Τα μαθηματικά στο χώρο εργασίας της ωρολογοποιίας.**

---

**Κόντος Κωνσταντίνος  
Δ201814**

**Επιβλέπουσα Συμβουλευτικής Επιτροπής:**

**Χρυσαιγή Τριανταφύλλου**

**Αθήνα  
Νοέμβριος, 2021**

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία  
εκπονήθηκε στα πλαίσια των σπουδών  
για την απόκτηση του  
**Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης**  
που απονέμει το

**Διδρυματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών στη  
«Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών»**

Εγκρίθηκε την 29<sup>η</sup> Νοεμβρίου 2021 από **Εξεταστική Επιτροπή** αποτελούμενη  
από τους :

<b>Όνοματεπώνυμο</b>	<b>Βαθμίδα</b>
▪ Χ. Τριανταφύλλου	Επικ. Καθηγήτρια
▪ Δ. Πόταρη	Καθηγήτρια
▪ Γ. Ψυχάρη	Αναπ. Καθηγητής

Η εκπόνηση της παρούσας Διπλωματική Εργασία πραγματοποιήθηκε υπό την  
καθοδήγηση της **Συμβουλευτική Επιτροπή** αποτελούμενη από τους:

<b>Όνοματεπώνυμο</b>	<b>Βαθμίδα</b>
▪ Χ. Τριανταφύλλου	Επικ. Καθηγήτρια
▪ Δ. Πόταρη	Καθηγήτρια
▪ Γ. Ψυχάρη	Αναπ. Καθηγητής

Στη Νάσια, στους γονείς μου και σε όσους έκαναν μαζί με μένα υπομονή.

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

Περίληψη _____	6
Abstract _____	8
Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή _____	10
Κεφάλαιο 2. Θεωρητικό πλαίσιο και βιβλιογραφική ανασκόπηση _____	13
2.1 Θεωρία της Δραστηριότητας _____	13
2.1.1 Οι τρεις γενιές της Θεωρίας της Δραστηριότητας _____	15
2.1.2 Συστατικά μέρη της Θεωρίας της Δραστηριότητας _____	18
2.1.3 Αξιοποίηση και εφαρμογή της Θεωρίας της Δραστηριότητας στην παρούσα έρευνα _____	22
2.2 Τα Μαθηματικά στο χώρο εργασίας _____	23
2.2.1 Ερευνητικοί προβληματισμοί και ευρήματα σχετικά με τα μαθηματικά στο χώρο εργασίας _____	26
2.2.2 Τυπικά και Άτυπα Μαθηματικά _____	29
2.2.3 Ο ρόλος των εργαλείων στην ανάπτυξη της μαθηματικής δραστηριότητας _____	32
2.2.4 Επικοινωνία και ερμηνεία των μαθηματικών από τους εργαζόμενους _____	35
Κεφάλαιο 3. Ερευνητικό θέμα – Ερωτήματα _____	37
Κεφάλαιο 4. Μεθοδολογία της έρευνας _____	39
4.1 Μεθοδολογικό Πλαίσιο _____	39
4.1.1 Μελέτη περίπτωσης _____	39
4.1.2 Εθνογραφική Μεθοδολογική Προσέγγιση _____	41
4.1.3 Θεμελιωμένη Θεωρία ανάλυσης _____	42
4.2 Συμμετέχοντες στην έρευνα _____	43
4.3 Το μηχανικό ρολόι, ο τρόπος λειτουργίας του και οι μαθηματικές έννοιες που εμπλέκονται _____	45
4.4 Συλλογή Δεδομένων - Ερευνητικά Εργαλεία _____	48
4.5 Εφαρμογή της Θεωρίας της Δραστηριότητας _____	54
4.6 Ανάλυση Δεδομένων _____	57
Κεφάλαιο 5. Αποτελέσματα _____	59
5.1 Ανάλυση εργασιακών δράσεων _____	59
5.1.1 1 <sup>η</sup> δράση _____	61
5.1.2 2 <sup>η</sup> δράση _____	67
5.1.3 3 <sup>η</sup> δράση _____	71
5.2 Το συστημικό δίκτυο των διαμεσολαβητικών εργαλείων _____	77
5.3 Απαντήσεις ανά ερευνητικό ερώτημα _____	81

<b>Κεφάλαιο 6. Συμπεράσματα</b>	<b>85</b>
<b>6.1 Σύνοψη - Συζήτηση των αποτελεσμάτων της έρευνας</b>	<b>85</b>
<b>6.2 Εκπαιδευτικές Προεκτάσεις της Έρευνας</b>	<b>91</b>
<b>Βιβλιογραφία</b>	<b>94</b>
<b>Παράρτημα</b>	<b>102</b>



## Περίληψη

Η παρούσα εργασία αφορά τις μαθηματικές έννοιες και πρακτικές που εμφανίζονται σε χώρους εργασίας και αποτελεί μια διερεύνηση της μαθηματικής σκέψης που συγκροτείται στον επαγγελματικό χώρο της ωρολογοποιίας. Πρόκειται για μία μελέτη περίπτωσης, στο πλαίσιο της εθνογραφικής παρατήρησης, τεχνικών ωρολογοποιίας, είτε επισκευαστών είτε κατασκευαστών, με χρόνια εμπειρία στον εν λόγω χώρο. Εξετάζεται η φύση των μαθηματικών πρακτικών και εννοιών οι οποίες υπάρχουν στον χώρο, οι συνθήκες και οι τρόποι που εμφανίζονται, η εξάρτησή τους από το εργασιακό πλαίσιο καθώς και η διαφάνειά τους όσον αφορά στον ρόλο των χρησιμοποιούμενων εργαλείων. Ακόμα, μελετάται η αναγνώρισή τους από τους συμμετέχοντες, ο τρόπος που επικοινωνούν τις μαθηματικές έννοιες με τον ερευνητή και τις ερμηνεύουν σε αυτόν, καθώς και ο τρόπος που τις χρησιμοποιούν.

Τα ερευνητικά δεδομένα, προκύπτουν από εθνογραφικής φύσης παρατηρήσεις, όπως η παρατήρηση της επαγγελματικής δραστηριότητας των τεχνιτών, η καταγραφή σημειώσεων πεδίου, η μελέτη των εγχειριδίων που χρησιμοποιούν αλλά και οι συνεντεύξεις και συζητήσεις με τους συμμετέχοντες. Η ανάλυση των δεδομένων, πραγματοποιείται με τη χρήση της Θεωρίας της Δραστηριότητας ως θεωρητικό εργαλείο.

Στο συστημικό δίκτυο που αναδύεται, εμφανίζονται μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες καθώς και η άμεση ή έμμεση χρήση αυτών λόγω της διαμεσολάβησης μαθηματικών και μη εργαλείων με διαφανή ή μη ρόλο. Παράλληλα, η αναγνώρισή της χρήσης αυτών εκ μέρους των συμμετεχόντων, παρουσιάζει ποικιλία. Σημαντικά στοιχεία στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων θεωρούνται το γνωστικό υπόβαθρο αλλά και το πλαίσιο της εργασίας του καθενός από τους συμμετέχοντες, καθώς και οι συγκεκριμένοι εργασιακοί τους στόχοι. Η δημιουργία του συστημικού δικτύου προέρχεται από την ανάλυση τριών εργασιακών δράσεων των συμμετεχόντων. Η πρώτη δράση είναι ο έλεγχος και η ρύθμιση των παλμών ανά ώρα του ρολογιού και σχετίζεται με τη μαθηματική έννοια της περιοδικότητας. Η δεύτερη είναι η τοποθέτηση του εκκρεμούς στο χώρο λειτουργίας του, όπου χρησιμοποιείται η μαθηματική έννοια της συμμετρίας, ενώ η τρίτη είναι η εύρεση των δοντιών των γραναζιών σχετίζεται με τη μαθηματική έννοια της αναλογίας.

Τέλος, παρουσιάζεται η σχέση των μαθηματικών αυτών πρακτικών με τα σχολικά μαθηματικά και οι τρόποι που τέτοιου είδους δραστηριότητες μπορούν να αποτελέσουν πηγή για το σχεδιασμό σχετικών μαθηματικών

έργων σε επίπεδο γενικής ή επαγγελματικής εκπαίδευσης. Εν τέλει, συζητείται η εκπαιδευτική αξία της έρευνας και των αποτελεσμάτων της.

*Λέξεις κλειδιά: Μαθηματικά, Θεωρία της Δραστηριότητας, Μαθηματική δραστηριότητα, Χώρος εργασίας, Ωρολογοποιία, Μαθηματικά του ρολογιού*



## **Abstract**

This paper pertains to mathematical concepts and practices in workplaces and constitutes an investigation of the mathematical thinking that is formed in the professional field of watchmaking. This is a case study, in the context of ethnographic observation, of watchmaking technicians, repairers or manufacturers, with plenty of working experience. The nature of the mathematical practices and concepts that exist in the workplace, the situations and the ways under they are presented, their dependence on the work context as well as their transparency regarding the role of the tools used, are examined. However, the participants' recognition of the mathematical concepts, the way they communicate them with the researcher and interpret them, as well as the way they use them, are studied.

Data were collected through ethnographic observations, such as the observation of the professional activity of the craftsmen, the recording of field notes, the study of the manuals they use but also the interviews and discussions with the participants. The data analysis is performed using the Activity Theory as a theoretical tool.

In the emerging systemic network, mathematical concepts and procedures appear as well as their direct or indirect use due to the mediation of mathematical and non-transparent tools with a transparent or non-transparent role. At the same time, the recognition of their use by the participants is varied. Important elements in the interpretation of the results are considered the cognitive background but also the context of the work of each of the participants, as well as their specific work goals.

The formation of the systemic network arises from the analysis of three work actions of the participants. The first action is to control and regulate the beats per hour of the clock and is related to the mathematical concept of periodicity. The second is the placement of the pendulum in its place of operation, where the mathematical concept of symmetry is used, while the third is the finding of the teeth of the gears, which is related to the mathematical concept of proportion.

Finally, the relationship of these mathematical practices with school mathematics is presented and the ways in which such activities can be a source for the design of relevant mathematical projects at the level of general or vocational education. Finally, the educational value of the research and its results is discussed.

**Key words:** *Mathematics, Activity Theory, Mathematical Activity, Workplace, Clockwork, Clock mathematics*

## Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή

Σχετικά με τα μαθηματικά στο χώρο εργασίας, από το σώμα της έρευνας έχουν διατυπωθεί, έχουν ερευνηθεί και έχουν αποσαφηνιστεί ένα πλήθος προβληματισμών και ερωτημάτων. Πολλοί ερευνητές έχουν επικεντρώσει το ενδιαφέρον τους στις μαθηματικές πρακτικές στους χώρους εργασίας και παρείχαν ένα ευρύ φάσμα αποτελεσμάτων από διαφορετικές βιομηχανίες (Bessot & Ridgway, 2000· Hoyles, Noss, Kent & Bakker, 2010· Noss, Hoyles & Pozzi, 2000· Triantafyllou & Potari, 2010). Η έρευνα των επαγγελματικών μαθηματικών δίνει στοιχεία για το διττό ρόλο της φύσης των μαθηματικών ως μια περιοχή μελέτης αφενός και αφετέρου ως ενός εργαλείου με εφαρμογή σε διάφορους τομείς της ανθρώπινης ζωής (Wake, 2014). Επίσης, η έρευνα που έχει διεξαχθεί σε μια ποικιλία από περιβάλλοντα δείχνει ότι στο χώρο εργασίας οι μαθηματικές πρακτικές μπορεί να διαφέρουν σε σημαντικό τρόπο από τα παραδοσιακά σχολικά μαθηματικά (π.χ. Masingila, 1993· Noss, Hoyles, & Pozzi, 2000· Triantafyllou & Potari, 2010· Williams & Wake, 2007b· Zevenbergen & Zevenbergen, 2009). Ως αποτέλεσμα, δημιουργείται ένα κενό μεταξύ σχολείου και επαγγελματικής πρακτικής (Evans, 1999). Επιπλέον, τα σχολικά μαθηματικά μπορούν ακόμη και να εμποδίσουν τις ικανότητες των εργαζομένων να αντιλαμβάνονται τα μαθηματικά που χρησιμοποιούνται στο χώρο εργασίας (Forman & Steen, 2000). Ως εκ τούτου, τα «εργασιακά μαθηματικά» μπορούν να αποτελέσουν τον κινητήριο μοχλό μιας αποτελεσματικής μαθηματικής εκπαίδευσης, προσφέροντας ένα πλαίσιο όπου οι μαθητές μαθαίνουν μέσα από το να αναζητούν λύση σε προβλήματα σχετιζόμενα με τον χώρο εργασίας, αντί του να κάνουν εφαρμογές προβλημάτων στο τέλος κάθε κεφαλαίου, όπως συνήθως τους ζητείται, καθιστώντας έτσι τα μαθηματικά προσεγγίσιμα και ελκυστικά σε μεγαλύτερο πλήθος μαθητών (Nicol, 2002).

Πιο πρόσφατα, πολλοί ερευνητές έχουν υιοθετήσει τη Θεωρία Πολιτισμικής Ιστορικής Δραστηριότητας (CHAT) (Leont'ev, 1978) ως θεωρητική προοπτική για την ανάλυση των μαθηματικών στο χώρο εργασίας (La Croix, 2014). Υπό αυτό το θεωρητικό πρίσμα, κεντρική είναι η ιδέα πως κάθε ανθρώπινη δραστηριότητα έχει κάποιο κίνητρο, αναπτύσσεται μέσα σε κοινωνικό - πολιτισμικά πλαίσια και για την εκπλήρωσή της είναι απαραίτητη η χρήση εργαλείων (ψυχολογικών ή υλικών) τα οποία μεταφέρουν κοινωνικο-ιστορικά μηνύματα (Triantafyllou, 2010). Οι Williams & Wake (2007a), υποστηρίζουν πως η θεωρία της Δραστηριότητας, ενώ αντιμετωπίζει τις διαστάσεις του γνωστικού περιεχομένου, παρέχει ένα ολοκληρωμένο σύνολο εργαλείων για

την ανάλυση των κοινωνικών - πολιτισμικών, ιστορικά τοποθετημένων και δυναμικά αλληλένδετων στοιχείων πολιτισμικών πρακτικών, συμπεριλαμβανομένων των μαθηματικών.

Αν και ερευνητικά θέματα όπως η εύρεση μαθηματικών πρακτικών των εργαζομένων, οι διαφορές τους με τα μαθηματικά του σχολείου και οι τρόποι που μπορούν να συνδεθούν, είναι θέματα που έχουν ερευνηθεί επαρκώς η χρήση υλικών ή ψυχολογικών εργαλείων ενώ φαίνεται ότι διαδραματίζει έναν καθοριστικό ρόλο στην ανάπτυξη της μαθηματικής δραστηριότητας στον εργασιακό χώρο έχει διερευνηθεί αποσπασματικά και όχι στο σύνολό της (Triantafyllou, 2010). Οι τρόποι που οι ίδιοι οι εργαζόμενοι αναγνωρίζουν και επικοινωνούν μαθηματικές έννοιες ή το πώς εργαζόμενοι διαφορετικού γνωστικού υπόβαθρου λειτουργούν ώστε να επιτευχθούν εργασιακοί στόχοι, φαίνεται πως είναι προβληματισμοί που χρήζουν περαιτέρω διερεύνησης και αποτελούν θέματα προς μελέτη για την παρούσα εργασία.

Συγκεκριμένα, η παρούσα μελέτη, αφορά την ανίχνευση και διερεύνηση μαθηματικών δραστηριοτήτων οι οποίες αναπτύσσονται στο χώρο εργασίας της ωρολογοποιίας. Το ενδιαφέρον μου για την αναζήτηση της μαθηματικής δραστηριότητας στο συγκεκριμένο χώρο εργασίας, προκλήθηκε από προηγούμενη προσωπική προσπάθεια κατασκευής μαθηματικών προβλημάτων, σχετικών με το αντικείμενο του ρολογιού, τα οποία θα είναι κατάλληλα για τη σχολική τάξη, στα πλαίσια εργασιών του ΠΜΣ της ΔτΜ, γενικότερης προσωπικής ενασχόλησής μου με μαθηματικά που λαμβάνουν χώρα σε πλαίσια εκτός του σχολικού περιβάλλοντος.

Στο πρώτο κεφάλαιο της εργασίας, γίνεται αναφορά στη θεωρητική βάση της μελέτης, τη Θεωρία της Δραστηριότητας. Μέσω αυτής είναι δυνατή η διερεύνηση και ανάλυση της δραστηριότητας μέσα στο κοινωνικό-ιστορικό πλαίσιο μιας κοινότητας (Wilson, 2006) και παρέχει ένα ολοκληρωμένο σύνολο εργαλείων για την ανάλυση των κοινωνικο-πολιτισμικών, ιστορικά τοποθετημένων και δυναμικά αλληλένδετων στοιχείων πολιτισμικών πρακτικών, συμπεριλαμβανομένων των μαθηματικών (Williams & Wake, 2007a). Στο δεύτερο κεφάλαιο προσεγγίζονται έννοιες όπως η μαθηματική δραστηριότητα στο χώρο εργασίας, ο ρόλος των εργαλείων και της επικοινωνίας στην ανάπτυξή της και η αναγνώριση της μαθηματικής γνώσης μέσα σε ένα πλαίσιο και ειδικά στο επαγγελματικό περιβάλλον. Στο επόμενο και τρίτο κεφάλαιο, διατυπώνονται οι ερευνητικοί προβληματισμοί και τα ερευνητικά ερωτήματα της παρούσας μελέτης. Στο τέταρτο κεφάλαιο

εισάγεται η μεθοδολογία της έρευνας. Εδώ, γίνεται λόγος για την επιλογή της μεθόδου συλλογής των δεδομένων, περιγράφεται η ερευνητική διαδικασία, η σχεδίαση των εργαλείων συλλογής δεδομένων και το σχήμα ανάλυσης των δεδομένων, ενώ παρατίθενται στοιχεία για τους συμμετέχοντες και τη δράση τους στο πεδίο της πρακτικής τους. Στο επόμενο και πέμπτο κεφάλαιο, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της έρευνας αναλυτικά για κάθε φάση της έρευνας ξεχωριστά. Το έκτο κεφάλαιο της εργασίας αποτελεί η συζήτηση, όπου αναλύονται τα ευρήματα της έρευνας ανά ερευνητικό ερώτημα, συγκεντρωτικά και συνθετικά για όλους τους συμμετέχοντες και γίνεται σύγκριση των ευρημάτων αυτών με την υπάρχουσα βιβλιογραφία ώστε να διατυπωθούν τα συμπεράσματα της έρευνας. Τέλος, γίνεται λόγος για τις εκπαιδευτικές προεκτάσεις της έρευνας, όπου επιχειρείται μια ανάγνωση των συμπερασμάτων που διατυπώθηκαν με γνώμονα την εκπαίδευση των μαθηματικών.

## **Κεφάλαιο 2. Θεωρητικό πλαίσιο και βιβλιογραφική ανασκόπηση**

Σε αυτό το κεφάλαιο, αρχικά παρουσιάζονται και αναλύονται οι βασικές πτυχές του θεωρητικού αναλυτικού εργαλείου που θα χρησιμοποιηθεί για την παρούσα έρευνα, όπου πρόκειται για τη Θεωρία της Δραστηριότητας. Έπειτα, επιχειρείται μια βιβλιογραφική ανασκόπηση αναφορικά με το σώμα της έρευνας στο πεδίο «μαθηματικά στο χώρο εργασίας», που περιέχει τα βασικά θέματα που έχουν απασχολήσει τους ερευνητές καθώς και τα αντίστοιχα θεωρητικά ευρήματα. Επίσης, αναφέρονται τα βασικά θεωρητικά αντικείμενα που υιοθετούνται για την παρούσα έρευνα καθώς και τα ερευνητικά ερωτήματα που πιστεύεται πως χρήζουν περαιτέρω μελέτης και μέρος των οποίων θα επιχειρηθεί να διευκρινιστεί στο παρόν κείμενο.

### **2.1 Θεωρία της Δραστηριότητας**

Αναφορικά με το ζήτημα των τρόπων με τους οποίους οι άνθρωποι μαθαίνουν, έχουν αναπτυχθεί δύο κύρια θεωρητικά ρεύματα, με την έννοια πως έχουν επηρεάσει περισσότερο την έρευνα γύρω από την εκπαίδευση. Το πρώτο, αναφέρεται στην μάθηση ως ατομική κατασκευή του ανθρώπου, ενώ το άλλο βασίζεται στη μάθηση ως μία κοινωνικό - πολιτισμική κατασκευή. Στις σύγχρονες επιστημολογικές, ψυχολογικές και κοινωνιολογικές θεωρίες έχει παρατηρηθεί μια θεωρητική μετακίνηση από θέσεις οι οποίες υιοθετούσαν πως η μάθηση είναι μια καθαρά ατομική διαδικασία προς θέσεις οι οποίες υποστηρίζουν πως η μάθηση εμπεριέχει κοινωνικές και πολιτισμικές διαστάσεις (Cobb & Bowers, 1999· Hoyles, 2001· Kieran, Forman & Sfard, 2003). Οι κοινωνικό-πολιτισμικές θεωρίες μάθησης προέρχονται από τις εργασίες των Vygotsky, Luria και Leont'ev, οι οποίοι θεωρούν ότι η δραστηριότητα του ατόμου τοποθετείται στα κοινωνικό-πολιτισμικά πλαίσια στα οποία δρουν οι άνθρωποι και διαμεσολαβείται μέσω των εργαλείων όπως η γλώσσα και τα σύμβολα (Wertsch, 1991 στο Triantafyllou, 2010). Κατά τον Vygotsky (1978), η νοητική ανάπτυξη είναι μια διαδικασία αδιάρρηκτα συνδεδεμένη με την ιστορική διάσταση και το πολιτισμικό πλαίσιο μέσα στο οποίο αυτή πραγματοποιείται.

Η Θεωρία της Δραστηριότητας (Activity Theory) ή Ιστορικό-Πολιτισμική Θεωρία της Δραστηριότητας (CHAT) είναι επηρεασμένη από τον Μαρξ και τον Ένγκελς και την Σοβιετική ιστορικό-πολιτισμική ψυχολογία των Vygotsky, Luria και Leont'ev (Engestrom, 1999, Wilson, 2006). Βασίζεται στην αντίληψη

ότι οι ανθρώπινες δραστηριότητες λαμβάνουν χώρα σε κοινωνικά πλαίσια και διαμεσολαβούνται από ένα σύνολο πολιτισμικών εργαλείων όπως η γλώσσα και άλλα συμβολικά συστήματα (Wertsch, 1991).

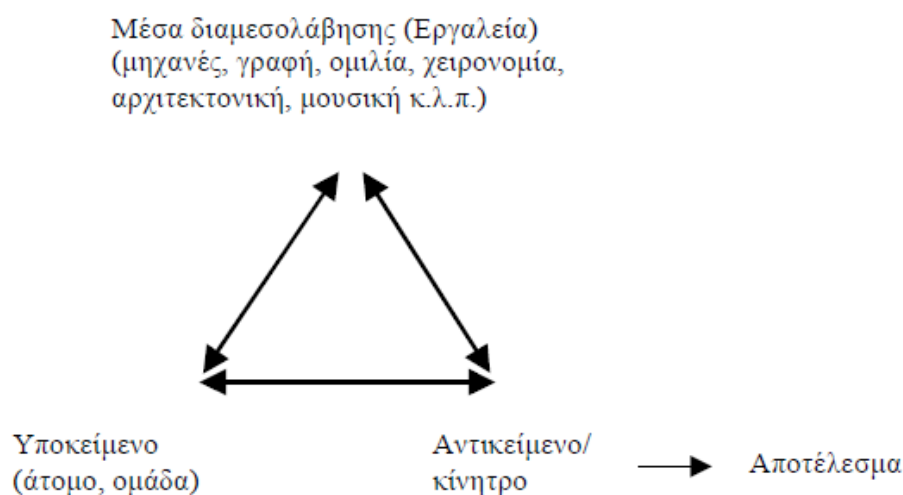
Κομβικό σημείο αυτής της κοινωνικο-πολιτισμικής προσέγγισης σύμφωνα με τον Van Oers (2001), αποτελεί η έννοια της δραστηριότητας (activity). Η δραστηριότητα κινεί την ζωή των ανθρώπων μέσα από την οποία τα άτομα αποκτούν τις ικανότητές τους (Daniels et. all, 2009). Η κατηγορία δραστηριότητα αναφέρεται στη δομή μιας πολιτισμικής-ιστορικής παραγωγικής διαδικασίας που συμβάλλει στη διατήρηση και το μετασχηματισμό της κοινωνίας στο σύνολό της, επιτυγχάνοντας ένα μέρος της συνολικής απαιτούμενης εργασίας (Roth & Lee, 2007). Στη Θεωρία της Δραστηριότητας, εμπεριέχεται η διαμεσολάβηση των δραστηριοτήτων από την κοινωνία, με βασική μονάδα ανάλυσης την ανθρώπινη δραστηριότητα (Lee & Roth, 2007). Η ανθρώπινη δραστηριότητα είναι πολύπλευρη και πλούσια και περιλαμβάνει διάφορες αλλαγές ως προς το περιεχόμενο και την μορφή της, γεγονός το οποίο προσπαθεί να αναδείξει η Θεωρία της Δραστηριότητας (Engestrom, 1999). Η θεωρία της Πολιτισμικής-Ιστορικής Δραστηριότητας μάς επιτρέπει να σκεφτόμαστε τι συμβαίνει σε ένα άτομο που συμμετέχει σε μια δραστηριότητα με την πάροδο του χρόνου και του οποίου οι τροχιές περνούν μέσα από/σε διαφορετικές δραστηριότητες κατά τη διάρκεια μιας ημέρας, μιας εβδομάδας, ενός μήνα ή ενός έτους (Leontjew, 1982 στο LaCroix, 2014).

Τα παραπάνω χαρακτηριστικά τα οποία αναφέρονται στην έννοια της δραστηριότητας προκάλεσαν πολλούς ερευνητές να συσχετίσουν την έννοια της δραστηριότητας με την εκπαιδευτική δραστηριότητα και αυτό να επιδράσει στην έρευνά τους στο χώρο της σχολικής τάξης (Jaworski & Potari, 2009) αλλά και στην αναζήτηση μαθηματικών πρακτικών στο χώρο εργασίας (Pozzi et al., 1998· Jurdak & Shahin, 2001· Williams & Wake, 2007a). Μέχρι σήμερα, στην ερευνητική βιβλιογραφία έχουν εξεταστεί ένα ευρύ φάσμα μαθηματικών πρακτικών στο χώρο εργασίας, υπό το θεωρητικό πρίσμα της Θεωρίας της Δραστηριότητας, συμπεριλαμβανομένης της εγκατάστασης χαλιών (Masingila, 1994), της επενδυτικής τραπεζικής, παιδιατρικής νοσηλευτικής και αεροπορίας (Noss et al., 2000), της υδραυλικής τέχνης (Jurdak & Shahin, 2001) ιχθυοκαλλιέργεια (Roth, 2005), εργαστήριο βιομηχανικής χημείας, αυτοματοποιημένη (CNC) λειτουργία μηχανής σε εργαστήριο μετάλλων και διαχείριση καυσίμων στο τμήμα κοινής ωφέλειας μιας βιομηχανικής χημικής μονάδας (Williams & Wake, 2007a), επισκευή

τηλεπικοινωνιακών συστημάτων (Triantafyllou & Potari, 2010), κατασκευή σκαφών (Zevenbergen & Zevenbergen, 2009).

### 2.1.1 Οι τρεις γενιές της Θεωρίας της Δραστηριότητας

Σύμφωνα με τον Engestrom (1996), η Θεωρία της Δραστηριότητας περιλαμβάνει τρεις γενεές. Κεντρικό σημείο της Θεωρίας της Δραστηριότητας, σύμφωνα με τον Cole (1996), αποτελεί η έννοια της διαμεσολάβησης (mediation), η οποία έχει την καταγωγή της από τις θεωρίες του Vygotsky. Ο ίδιος ερευνητής, υποστηρίζει πως ο κάθε άνθρωπος είναι ένας ενεργός παράγοντας στη δική του εξέλιξη - η εξέλιξη της κάθε νοητικής λειτουργίας του διαμεσολαβείται από την χρήση εργαλείων - παρότι δε δρα σε ένα περιβάλλον καθ' ολοκληρία της δικής του επιλογής. Η ιδέα της διαμεσολάβησης οδήγησε στο τριγωνικό μοντέλο πρώτης γενιάς (Εικόνα 2.1), το οποίο περιλαμβάνει το υποκείμενο, το αντικείμενο και τα μέσα διαμεσολάβησης (mediating acts). Σύμφωνα με τον Engestrom (1999), αναφέρεται στην ανθρώπινη δραστηριότητα, συνδυάζοντας τα δρώντα πρόσωπα και τις επιδιώξεις τους με τα μέσα διαμεσολάβησης μέσω των οποίων αυτή πραγματοποιείται.



**Εικόνα 2. 1:** Το μοντέλο 1<sup>ης</sup> γενιάς της Θεωρίας Δραστηριότητας (Daniels, 2001, p. 87).

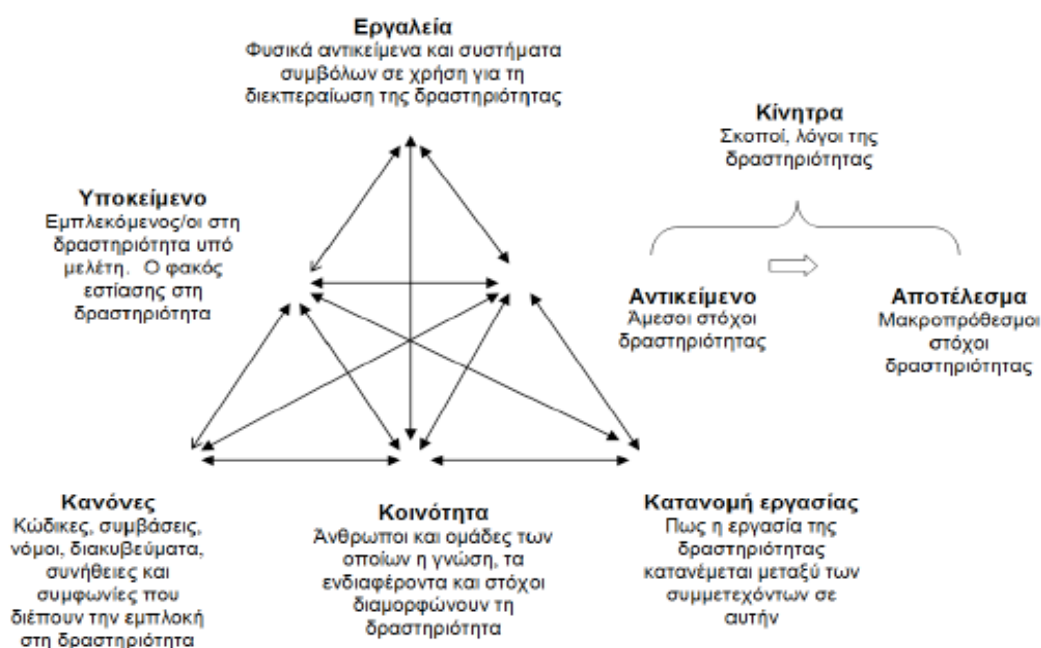
Η πρώτη γενεά της Θεωρίας της Δραστηριότητας αποτελεί την αρχή της ενσωμάτωσης των πολιτισμικών μέσων που διαμεσολαβούν μέσω των ανθρώπινων δράσεων. Σύμφωνα όμως με τον Engestrom (2001), το μοντέλο της πρώτης γενιάς είναι προσανατολισμένο ατομικά. Πιο αναλυτικά, αναγνωρίζεται πως υπάρχει μία αλληλεπίδραση μεταξύ του ατόμου και της



κοινωνίας. Από τη μία το άτομο δεν μπορεί να κατανοηθεί χωρίς τα πολιτισμικά μέσα και από την άλλη, η κοινωνία δεν μπορεί να κατανοηθεί χωρίς την συμβολή των ατόμων στην παραγωγή και χρήση των μέσων αυτών. Επομένως, το αντικείμενο πλέον νοείται ως «πολιτισμική οντότητα».

Αυτός ο ατομικός προσανατολισμός, επικαλύπτεται από το μοντέλο δεύτερης γενιάς του Leontev, ο οποίος ενσωμάτωσε τις κοινωνικό-πολιτισμικές και ιστορικές πτυχές της ανθρώπινης ανάπτυξης (Eilam, 2003, Stetsenko, 2003). Ο Leontev (1981), τόνισε ότι οι συλλογικές δράσεις διαφέρουν σημαντικά από τις ατομικές (Engestrom, 2001) και έδειξε ότι ο διαχωρισμός των δράσεων των ατόμων (actions) από τη δραστηριότητα (activity) τους επιτυγχάνεται μέσω του «καταμερισμού της εργασίας» (division of labour) μέσα σε μία κοινότητα. Επίσης, επεσήμανε πως η δράση έχει συγκεκριμένη αρχή και τέλος, ενώ η δραστηριότητα δεν έχει, διότι «αναπαράγεται χωρίς προκαθορισμένο τελικό σημείο, δημιουργώντας φαινομενικά παρόμοιες δράσεις ξανά και ξανά» (Engestrom, 2014).

Οι Cole και Engeström (1993), Engeström και Cole (1997), Engeström (1998) επέκτειναν το τριγωνικό μοντέλο της 1ης γενιάς σε ένα νέο μοντέλο, αυτό 2ης γενιάς της Θεωρίας της Δραστηριότητας, το οποίο εμπεριέχει τις ατομικές και ομαδικές δράσεις μιας συλλογικής δραστηριότητας (Εικόνα 2.2).



**Εικόνα 2.2:** Σύστημα δραστηριότητας κατά Engestrom (Wardle & Kaine, 2005).

Το νέο μοντέλο, ενσωματώνει εκτός των διαφόρων εργαλείων διαμεσολάβησης μεταξύ του υποκειμένου και του αντικειμένου και την κοινότητα στην οποία το υποκείμενο ανήκει, τους κανόνες που διέπουν αυτήν την κοινότητα και τον καταμερισμό εργασίας του υποκειμένου σε σχέση με τα υπόλοιπα μέλη της (Triantafyllou, 2010). Το υποκείμενο υποδηλώνει είτε ένα άτομο είτε μία ομάδα. Το αντικείμενο αναπαρίσταται με ένα οβάλ σχήμα, καταδεικνύοντας ότι «οι δράσεις που κατευθύνονται από το αντικείμενο χαρακτηρίζονται, ρητά ή σιωπηρά, από την αμφισημία, την έκπληξη, την ερμηνεία, την κατανόηση και την πιθανότητα αλλαγής» (Engestrom, 2001). Το αντικείμενο αποτελεί την εργασία του υποκειμένου, το οποίο σε συνδυασμό με τους πόρους μετασχηματίζει το αντικείμενο με σκοπό την επίτευξη ενός στόχου (Engestrom & Greeno, 2013). Ως κοινότητα θεωρείται μια ομάδα ανθρώπων που μοιράζονται κοινούς στόχους και χρησιμοποιούν κοινά εργαλεία για την επίτευξή τους (Williams & Wake, 2007a). Το μοντέλο της 2<sup>ης</sup> γενεάς φέρνει στο επίκεντρο της κάθε ανθρώπινης πράξης τις σχέσεις αλληλεξάρτησης του υποκειμένου που δρα και την κοινότητα στην οποία αυτό συμμετέχει (Daniels, 2001). Τα συνδεδεμένα βέλη ανάμεσα στις επιμέρους διαστάσεις του συστήματος υποδεικνύουν αυτές τις διαλεκτικές σχέσεις των συστατικών στοιχείων του συστήματος (Triantafyllou, 2010). Οι Engestrom και Cole (1997), προσδίδουν στην έννοια της δραστηριότητας μία δυναμική και εξελικτική μορφή δίνοντας έμφαση στις συγκρούσεις μέσα στο σύστημα και αποδίδοντας σε αυτές τον καθοριστικό ρόλο της αλλαγής και της εξέλιξής του.

Ο Engestrom (2001), υποστηρίζει πως σημαντικός είναι και ο ρόλος των «αντιφάσεων». Για παράδειγμα, «όταν ένα σύστημα δραστηριότητας υιοθετεί ένα νέο στοιχείο από έξω (μια νέα τεχνολογία ή ένα νέο αντικείμενο), οδηγεί συχνά σε μια επιδεινούμενη δευτερεύουσα αντίφαση όπου κάποια παλιά στοιχεία (οι κανόνες ή ο καταμερισμός της εργασίας) συγκρούονται με τα νέα. Με αυτό τον τρόπο επέρχεται και η αλλαγή στην Δραστηριότητα. Αυτή η πολυφωνική διαδικασία μετασχηματισμού της δραστηριότητας επιτρέπει την διερεύνηση αντιφάσεων που προκαλούν διαταραχές και οδηγούν σε καινοτόμες προσπάθειες αλλαγής της που μπορεί να οδηγήσουν σε νέες εκδοχές της (Sakonidis, 2017) και επομένως σε «έναν ριζικά ευρύτερο ορίζοντα δυνατοτήτων από ό,τι στον προηγούμενο τρόπο λειτουργίας» (Engeström, 2001, σελ. 137) Είναι φανερό ότι στη συγκεκριμένη προσέγγιση, όπου η γνώση νοείται ως μια αναδυόμενη ιδιότητα μεταξύ του ενεργού υποκειμένου και του κόσμου, προκύπτουν αντιφάσεις και

αντιπαραθέσεις κατά τον προσδιορισμό του κινήτρου και του αντικειμένου της δραστηριότητας, καθιστώντας φανερή την ανάγκη της ανάλυσης των δομών εξουσίας και ελέγχου που εκδηλώνονται μέσα στα αναπτυσσόμενα συστήματα δραστηριότητας (Potari, et al, 2010). Τέλος, αναφέρεται η «επεκτατική μεταβολή» στη δραστηριότητα, η οποία έπεται των αντιφάσεων και οδηγεί σε μία κυκλική πορεία των συστημάτων δραστηριότητας.

### **2.1.2 Συστατικά μέρη της Θεωρίας της Δραστηριότητας**

Η Θεωρία της Δραστηριότητας αποτελεί ένα θεωρητικό αναλυτικό εργαλείο για τη διερεύνηση των διάφορων δραστηριοτήτων, οι οποίες λαμβάνουν χώρα και συμβαίνουν μέσα στο πλαίσιο μιας κοινότητας, για το οποίο λαμβάνει υπόψιν πως έχει κοινωνικά, πολιτισμικά και ιστορικά χαρακτηριστικά. Λαμβάνει υπόψιν επίσης, την υλοποίηση ενός στόχου μέσω συγκεκριμένων κινήτρων, ο οποίος αποτελεί και τον απώτερο σκοπό της εκάστοτε δραστηριότητας. Όπως έχει ήδη αναφερθεί, βασικό σημείο στη Θεωρία της Δραστηριότητας αποτελεί η έννοια της διαμεσολάβησης. Ο Vygotsky θεωρούσε τη διαμεσολάβηση ως το χαρακτηριστικότερο στοιχείο της προσέγγισης που ανέπτυξε, εφόσον πίστευε ότι αποτελεί το κλειδί κατανόησης της ανθρώπινης νοητικής δραστηριότητας (Triantafillou, 2010). Πιο συγκεκριμένα, σύμφωνα με τον Engestrom (1991, 1995), υπάρχουν τρία στοιχεία τα οποία διαμεσολαβούν μεταξύ των δραστηριοτήτων και βοηθούν και επηρεάζουν μία δραστηριότητα. Το πρώτο στοιχείο αφορά τα νοητά και υλικά εργαλεία και μέσα (tools, artefacts), Το επόμενο, περιλαμβάνει τους κανόνες (rules) που διέπουν την κοινότητα και το αντικείμενο της εργασίας και το τρίτο πρόκειται για τον καταμερισμό της εργασίας (division of labor) μέσα στην κοινότητα (Boreham et. al., 2001). Αναφορικά με τον όρο κοινότητα, οι Lave & Wenger (1991), αναφέρθηκαν στις κοινότητες πρακτικής (communities of practice), οι οποίες αναφέρονται στα άτομα τα οποία ξέρουν τον τρόπο με τον οποίο πρέπει συμμετέχουν στις κοινές πρακτικές. Αρχικά, τα άτομα τα οποία εισέρχονται σε μία κοινότητα δεν γνωρίζουν τις πρακτικές της συγκεκριμένης κοινότητας, με αποτέλεσμα να μαθαίνουν μέσω της συμμετοχής (participate) τους στις πρακτικές της (Engeström, & Greeno, 2013). Τέλος, σε ένα σύστημα δραστηριότητας υπάρχουν διάφορες αντιφάσεις (contradictions) που απορρέουν από την ποικιλία των πολιτισμικών παραγόντων που επιφέρει η πολυπλοκότητα της ανθρώπινης δραστηριότητας (Wilson, 2006).

Για την αποσαφήνιση του όρου Δραστηριότητα, το πιο βασικό στοιχείο της Θεωρίας της Δραστηριότητας, αυτή ορίζεται από τον Leont' en (1978), ως οι

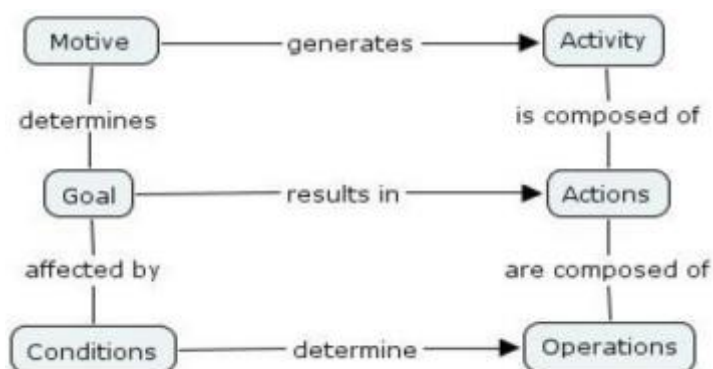
διαδικασίες που υποδεικνύουν την πραγματική ζωή ενός ατόμου στον αντικειμενικό κόσμο που τον περιβάλλει, την κοινωνική του ύπαρξη σε όλον της τον πλούτο και την ποικιλία των μορφών της (Wilson, 2006). Σε αυτό τον ορισμό συμπληρώνεται από τους Lee & Roth (2007), ότι η Δραστηριότητα αναφέρεται «στη δομή μιας ιστορικό-πολιτισμικής παραγωγικής διαδικασίας που συμβάλει στη διατήρηση και στο μετασχηματισμό της κοινωνίας στο σύνολό της». Επιπλέον, ο Van Oers (2001) αναφέρει ότι «η δραστηριότητα θεωρείται η έννοια, η οποία κατευθύνεται από ένα κίνητρο, το οποίο σκοπεύει στην επίτευξη ενός στόχου, έχει τις ρίζες της στην πολιτισμική ιστορία και εξαρτάται από ειδικές στοχευόμενες δράσεις». Ταυτόχρονα, η Δραστηριότητα επηρεάζεται από πολιτισμικούς και κοινωνικούς παράγοντες οι οποίοι παίζουν έναν καθοριστικό ρόλο στην πραγμάτωση και στην εξέλιξή της.

Σύμφωνα με τον Καρασαββίδη (2006), η Θεωρία της Δραστηριότητας, είναι χρήσιμη για την ανάλυση ενός πλαισίου αλλά και για την ανάλυση ενός συστήματος δραστηριότητας, επιτρέποντας την περιγραφή των διάφορων στοιχείων που το απαρτίζουν. Η αρχή της Θεωρίας βασίζεται στο γεγονός ότι κάθε ανθρώπινη δραστηριότητα αποτελεί ένα σύστημα με πολλές συνιστώσες οι οποίες αλληλοεπιδρούν μεταξύ τους (υποκείμενο, αντικείμενο, εργαλεία κ. λ. π).

Η Δραστηριότητα μπορεί να κατανοηθεί ως ένα σύστημα, καθώς περιλαμβάνει τρία επίπεδα: τη Δραστηριότητα (Activity), τις δράσεις (actions) και τις λειτουργίες (operations). Είναι αποδεκτό ότι βάσει της κοινωνίας (collective) οργανώνεται η κοινωνική ζωή. Συνεπώς, οι δραστηριότητες υπόκεινται στις συλλογικές ανάγκες, οι οποίες αποτελούν τα κίνητρα της δραστηριότητας. Η έννοια της δραστηριότητας δεν νοείται χωρίς την έννοια του κινήτρου (Hsu et all, 2009). Όπως αναφέρει και ο Wilson (2006), η δραστηριότητα χωρίς κίνητρο δεν είναι δραστηριότητα. Επίσης, οι δραστηριότητες πραγματοποιούνται μέσω ειδικών στοχευμένων δράσεων (goal-directed actions). Συγκεκριμένα, μία σειρά από δράσεις καθορίζει τη Δραστηριότητα, αλλά η τελευταία δίνει νόημα στην πρώτη, ενώ η ίδια δράση δεν εμπεριέχει το ίδιο νόημα σε διαφορετική δραστηριότητα. Εκτός από τις δράσεις, τα επίπεδα της δραστηριότητας περιλαμβάνουν και τις λειτουργίες (operations). Για να επιτευχθεί λειτουργικά ο στόχος της κάθε δράσης είναι απαραίτητες συγκεκριμένες λειτουργίες οι οποίες αποτελούν τις μεθόδους υλοποίησής της (Triantafilou, 2010). Πιο συγκεκριμένα, οι λειτουργίες προκαλούν τις δράσεις, αλλά οι δράσεις είναι αυτές που τις δίνουν νόημα. Συνήθως οι λειτουργίες προκύπτουν μέσω της «αντιγραφής» των άλλων. Για παράδειγμα, τα άτομα μαθαίνουν να μιλούν μέσω της αντιγραφής των ήχων

των άλλων ατόμων (Hsu et all, 2009). Ο Leont' εν (1978), επισημαίνει πως οι λειτουργίες υλοποιούνται μέσω κάποιων προϋποθέσεων οι οποίες αποτελούν τα εργαλεία επίτευξής τους. Ως συνέπεια των παραπάνω οι δράσεις, το ενδιάμεσο επίπεδο του θεωρητικού μοντέλου του Leont' εν, είναι απόλυτα συνυφασμένες και εξαρτώμενες από τα εργαλεία υλοποίησής τους και από τους σκοπούς οι οποίοι τις κατευθύνουν (Triantafilou, 2010).

Ο Leont' εν (1978), συνδέει τα παραπάνω επίπεδα με τις έννοιες των κινήτρων, στόχων και συνθηκών που λαμβάνουν χώρα στη Δραστηριότητα (Εικόνα 2.3):



**Εικόνα 2.3:** Επίπεδα Δραστηριότητας (Wilson, 2006).

Το μοντέλο δραστηριότητα  $\leftarrow \rightarrow$  κίνητρο, δράσεις  $\leftarrow \rightarrow$  στόχοι, λειτουργίες  $\leftarrow \rightarrow$  συνθήκες, των Jaworski και Potari (2009) συνοψίζει τα παραπάνω σε μια τριπλή αλυσιδωτή σχέση αλληλεπίδρασης. Εδώ, η Δραστηριότητα κινητοποιείται από ένα κίνητρο, το οποίο οδηγεί στις δράσεις των ανθρώπινων δραστηριοτήτων με σκοπό την επίτευξη ενός στόχου, ενώ οι δράσεις πραγματοποιούνται μέσω των λειτουργιών (operations) και συνδέονται με τις συνθήκες της Δραστηριότητας (Jaworski & Potari, 2009). Το κίνητρο είναι εκείνο το οποίο καθορίζει το στόχο. Έτσι, όπως η δραστηριότητα εμπεριέχει την έννοια των δράσεων, με τον ίδιο τρόπο η έννοια των δράσεων εμπεριέχει την έννοια του στόχου. Ακολουθώντας, η δράση περιλαμβάνει τις λειτουργίες, δηλαδή τον τρόπο με τον οποίο επιτυγχάνεται ο στόχος. Συνεπώς, ο στόχος καθορίζεται από τις διάφορες συνθήκες που λαμβάνουν χώρα στη δραστηριότητα (Wilson, 2006). Ο Leont' εν αναφέρεται με έμφαση στην κίνηση ανάμεσα στα επίπεδα μιας εργασιακής δραστηριότητας: η δραστηριότητα μπορεί να μετατραπεί σε δράση αλλά και οι στόχοι μπορούν να γίνουν κίνητρα και αντίστροφα, το ίδιο συμβαίνει και με τις λειτουργίες και τις προϋποθέσεις (Jaworski & Goodchild, 2006). Η πιο σημαντική διαφορά των διαφόρων επιπέδων είναι ότι οι στόχοι στο επίπεδο των δράσεων είναι συνειδητοί ενώ οι λειτουργίες αποτελούν «κρυσταλλοποιημένες διαδικασίες» (crystallized operations, Pozzi, et al., 1998, p. 105) και με την

πάροδο του χρόνου γίνονται ρουτίνες οι οποίες εκτελούνται ασυνείδητα (Williams & Wake, 2007a).

Σημαντικό ρόλο σε αυτό το θεωρητικό οικοδόμημα, διαδραματίζει η έννοια της διαμεσολάβησης. Οτιδήποτε κάνει το υποκείμενο, διαμεσολαβείται από κάποια τεχνουργήματα (artefacts) (Hsu et.all, 2009). Ο Boadker (1996) διαχωρίζει τα τεχνουργήματα από το αντικείμενο και αναφέρει ότι «Τα τεχνουργήματα είναι εκεί για μας όταν εισερχόμαστε σε μια συγκεκριμένη δραστηριότητα, αλλά είναι επίσης ένα προϊόν της δικής μας δραστηριότητα και ως εκ τούτου αλλάζουν διαρκώς μέσω της δραστηριότητας». Επιπλέον, οι Rabardel & Verillon (1995), θεωρούν πως τα τεχνουργήματα προέρχονται από τους ανθρώπους και συμμετέχουν στις διάφορες δραστηριότητές του. Σύμφωνα λοιπόν με τους Engestrom & Cole (1997), η ανθρώπινη δραστηριότητα διαμεσολαβείται από κάποια εργαλεία (tools), στα οποία εμπεριέχονται είτε μηχανές είτε σημειωτικά μέσα όπως η ομιλία και τα σύμβολα. Ο Leonte'ν (1978), θεωρεί πως τα εργαλεία είναι αυτά που μεσολαβούν μεταξύ των υποκειμένων και των δράσεων και εμπεριέχουν κρυσταλλωμένες διαδικασίες και μεθόδους. Συνεπώς, τα ειδικά σχεδιασμένα εργαλεία αποτελούν τη βάση κάθε ανθρώπινης δραστηριότητας (McClain & Sfarf, 2002). Σύμφωνα με τον Cole (1996), ο όρος εργαλεία αποτελεί υποκατηγορία των τεχνουργημάτων. Πιο συγκεκριμένα, σύμφωνα με τους Engestrom & Cole (1993), τα εργαλεία και τα σύμβολα αποτελούν τα μέσα τα οποία μεσολαβούν μεταξύ του υποκειμένου και του αντικειμένου (Daniels, 2016). Η χρήση του εργαλείου, ως διαμεσολαβητικού μέσου, χρησιμοποιείται από τον άνθρωπο εξωτερικά για την πραγματοποίηση ενός στόχου, που αποτελεί και το αντικείμενο της δραστηριότητας, και εσωτερικά για την απόκτηση ελέγχου της ίδιας της δραστηριότητας.

Ταυτόχρονα οι Engestrom και Cole (1997) προσδίδουν στην έννοια της Δραστηριότητας μία δυναμική και εξελικτική μορφή δίνοντας έμφαση στις συγκρούσεις μέσα στο σύστημα και αποδίδοντας σε αυτές τον καθοριστικό ρόλο της αλλαγής και της εξέλιξής του. Επιπλέον, αναφορικά με τον όρο κοινότητα, ο Leonte'ν (1978), αναφέρει ότι εφόσον η δραστηριότητα λαμβάνει χώρα σε κοινωνικές περιστάσεις, ο όρος κοινότητα αποτελεί κεντρική έννοια της θεωρίας δραστηριότητας, Ως κοινότητα θεωρείται μια ομάδα ανθρώπων που μοιράζονται κοινούς στόχους και χρησιμοποιούν κοινά εργαλεία για την επίτευξή τους (Williams & Wake, 2007a). Με άλλα λόγια, η κοινότητα αφορά το πολιτισμικό πλαίσιο στο οποίο πραγματώνεται η δραστηριότητα (Wilson, 2006). Επιπλέον, ο όρος καταμερισμός της εργασίας (division of labor), αναφέρεται στην «οριζόντια κατανομή των καθηκόντων». Τέλος, οι κανόνες (rules) αναφέρονται στις ρητές ή σιωπηλές

κοινωνικές συμβάσεις και νόρμες, οι οποίες περιορίζουν τη δραστηριότητα των υποκειμένων. (Engestrom & Sannino, 2010).

Αναθεωρώντας, η Θεωρία της Δραστηριότητας αποτελεί το πλαίσιο στο οποίο είναι εφικτή η ανάλυση της δραστηριότητας μέσα στο ιστορικό-πολιτισμικό πλαίσιο (κοινότητα) στο οποίο λαμβάνει χώρα. Ταυτόχρονα, περιγράφει τα κίνητρα, τα οποία είναι υπεύθυνα για τη δημιουργία και την υλοποίηση των στόχων. Τέλος, κυρίαρχο ρόλο σε ένα σύστημα δραστηριότητας στο οποίο εμπλέκονται οι άνθρωποι διαδραματίζει η φύση των εργαλείων που χρησιμοποιούν, οι κοινωνικές σχέσεις που αναπτύσσονται ανάμεσά τους.

Για τους σκοπούς της παρούσας εργασίας, παρακάτω θα αναλυθούν τα συστατικά μέρη του μοντέλου δεύτερης γενιάς (Εικόνα 2.2). Σε αυτό το μοντέλο, όπως αναφέρουν οι Lee & Roth (2007), εμπεριέχονται οι όροι: υποκείμενο, αντικείμενο, εργαλεία, κοινότητα, κανόνες και κατανομή εργασίας. Το αντικείμενο (object) της δραστηριότητας μαζί με το αποτέλεσμα (outcome) συνιστούν το κίνητρο μίας δραστηριότητας (Hsu, et al., 2009).

### **2.1.3 Αξιοποίηση και εφαρμογή της Θεωρίας της Δραστηριότητας στην παρούσα έρευνα**

Για την ανάλυση των δεδομένων της έρευνας με κεντρικό στόχο την αναζήτηση μαθηματικών στο χώρο εργασίας της ωρολογοποιίας, υιοθετήθηκε το θεωρητικό μοντέλο ανάπτυξης μιας δραστηριότητας του Leont'ev Δραστηριότητα  $\leftrightarrow$  κίνητρο, δράσεις  $\leftrightarrow$  στόχοι, λειτουργίες  $\leftrightarrow$  προϋποθέσεις (Jaworski & Goodchild, 2006). Κάτω από το θεωρητικό αυτό μοντέλο η μαθηματική δραστηριότητα στο χώρο εργασίας μπορεί να αναγνωριστεί στο λειτουργικό επίπεδο όπου οι τεχνικοί χρησιμοποιούν μία σειρά εργαλείων για να επιτευχθούν οι στοχευόμενες δράσεις τους στα πλαίσια μίας εργασιακής δραστηριότητας. Στη δραστηριότητα αυτή υπάρχει ένα κίνητρο που είναι και το αντικείμενό της σύμφωνα με το μοντέλο της 2ης γενιάς της Θεωρίας Δραστηριότητας. Επίσης, με την παρέμβαση του ερευνητή η μαθηματική δραστηριότητα από το λειτουργικό επίπεδο, περνά στο επίπεδο δράσης, όπου ο στόχος είναι πλέον η ανίχνευση του τρόπου κατανόησης μίας μαθηματικής έννοιας.

Επομένως, σύμφωνα με το μοντέλο της 2<sup>ης</sup> γενιάς της Θεωρίας της Δραστηριότητας το υποκείμενο της δραστηριότητας θα αποτελέσουν οι τεχνικοί των οποίων ερευνώνται οι εργασιακές δραστηριότητες. Ως

αντικείμενο θεωρείται η κάθε εργασιακή τους δράση. Για όλους τους τεχνίτες, θεωρούνται οι κεντρικές τους δραστηριότητες και από αυτές γίνονται αντιληπτές κάποιες κεντρικές δράσεις. Η επιλογή δράσεων γίνεται με κριτήριο την αναγνώριση ενός ιδιαίτερου μαθηματικού περιεχομένου. Για τις δράσεις αυτές, έχει συλλεχθεί επαρκές ερευνητικό υλικό. Η υλοποίηση αυτών των δράσεων αποτελεί το λειτουργικό επίπεδο στο θεωρητικό μοντέλο του Leont'ev και θεωρείται πως είναι απόλυτα συνυφασμένη με τα εργαλεία τα οποία διαμεσολαβούν στην υλοποίησή τους. Ως εργαλεία λαμβάνονται οποιαδήποτε διαμεσολαβητικά μέσα χρησιμοποιούνται από τους συμμετέχοντες κατά την εκτέλεση της καθημερινής τους εργασιακής δραστηριότητας.

## **2.2. Τα Μαθηματικά στο χώρο εργασίας**

Τα μαθηματικά στον χώρο εργασίας ως πεδίο έρευνας έχει δεχθεί αξιολογή προσοχή τις τελευταίες δεκαετίες από τους ερευνητές της διδακτικής των μαθηματικών (Triantafyllou & Potari, 2010) και αρκετές μελέτες έχουν δείξει ότι στην πρακτική εκτός του σχολικού περιβάλλοντος εμπεριέχονται δραστηριότητες στις οποίες το άτομο θα πρέπει να επιλύσει μαθηματικά προβλήματα (Bose & Subramanian, 2011). Επίσης, λέγεται ότι οι περισσότεροι ενήλικες χρησιμοποιούν τα μαθηματικά για να κατανοήσουν τις καταστάσεις, με διαφορετικό τρόπο από εκείνο που τα χρησιμοποιούν οι μαθηματικοί (Noss, Hoyles & Pozzi, 2000). Έρευνες δείχνουν ότι σε πολλές κοινωνίες, οι άνθρωποι μαθαίνουν μαθηματικά εκτός του σχολικού περιβάλλοντος και αξιοποιούν τα αριθμητικά συστήματα που αναπτύσσουν οι ίδιοι, για να επιλύουν τα αριθμητικά προβλήματα που προκύπτουν στη ζωή και την εργασία τους, κυρίως μέσω της καταμέτρησης, της αποσύνθεσης και της ανασύνταξης (Jurdak & Shahin, 1999). Επομένως, τα μαθηματικά εκτός από ένα σημαντικό μάθημα στο σχολικό πρόγραμμα σπουδών, είναι και ένα εργαλείο το οποίο συναντάμε καθημερινά σε διάφορες δραστηριότητες (Asman & Markovits, 2001). Οι χώροι εργασίας εμπεριέχουν πολλές από αυτές τις δραστηριότητες.

Τα μαθηματικά του επαγγελματικού περιβάλλοντος εμπεριέχουν σύνθετες πρακτικές που συνδέονται με τον ίδιο το χώρο μέσα στον οποίο παράγονται και αξιοποιούνται (Triantafyllou, 2010). Επομένως, η μαθηματική γνώση που παράγεται μέσα σε ένα επαγγελματικό περιβάλλον, διαμορφώνεται από



αυτό. Οι άνθρωποι αναπτύσσουν στρατηγικές για να ολοκληρώσουν την εργασία τους γρήγορα και αποτελεσματικά αξιοποιώντας γνώσεις και εμπειρίες, αλλά και εκμεταλλευόμενοι στοιχεία του περιβάλλοντος τους και τοπικές συνήθειες (Noss et al., 2000). Σύμφωνα με τον Noss (2002), οι εργαζόμενοι δεν αρκεί μόνο να αξιοποιούν τις μαθηματικές γνώσεις που έχουν ήδη κατακτήσει στο σχολείο, αλλά είναι αναγκαίο να μπορούν να παράγουν εναλλακτικές λύσεις και καινούργια μαθηματικά μοντέλα που να ανταποκρίνονται και έχουν εφαρμογή στη δική τους εργασιακή συνθήκη (Triantafyllou, 2010).

Ήδη από τη δεκαετία του '80, το ενδιαφέρον για τα μαθηματικά που χρησιμοποιούνται εκτός των εκπαιδευτικών οργανισμών από απλούς ανθρώπους στην καθημερινή τους ζωή, είναι αυξημένο (Milroy, 1991). Έχουν γίνει διάφορες έρευνες οι οποίες αναλύουν και καταγράφουν τις μαθηματικές πρακτικές ενηλίκων και παιδιών σε εξωσχολικά πλαίσια (Carragher, Carragher, και Schliemann, 1987; Gerdes, 1996; Saxe, 1991). Οι έρευνες για τα μαθηματικά στον χώρο εργασίας, αφορούν την αναγνώριση των μαθηματικών κατά την εργασία των εργαζομένων και επικεντρώνονται μεταξύ άλλων στις μαθηματικές δεξιότητες και πρακτικές που αυτοί κατέχουν, αναζητώντας τα ίχνη των μαθηματικών που σχετίζονται με τον χώρο εργασίας, τα άτυπα και τυπικά μαθηματικά που αναγνωρίστηκαν σε αυτόν και τη μεταγνώση που σχετίζεται με τα μαθηματικά (Hogan και Morony, 2002). Είναι πολλές οι έρευνες που έχουν γίνει προς την κατεύθυνση αυτή και οι περισσότερες εστιάζουν στην κουλτούρα των μαθηματικών και στις ποικίλες πρακτικές εκπαιδευμένων ή ημικεκπαιδευμένων εργαζομένων (Triantafyllou & Potari, 2010). Πολλές από τις ομάδες εργασίας που έχουν ήδη μελετηθεί είναι αυτές των ξουλουργών (Millroy, 1991), των νοσοκόμων (Noss, Hoyles, και Pozzi, 1998; 2002), των οδηγών ταξί (Gahamanygi, Andersson, και Bergsten, 2010), των εισπρακτόρων λεωφορείων (Naresh, 2009), των τραπεζικών υπαλλήλων (Noss και Hoyles, 1996), των τεχνικών κατασκευής καλουπιών μέσω του προγράμματος CAD (Magajna και Monaghan, 2003), των τεχνικών τηλεπικοινωνιών (Triantafyllou & Potari, 2010· 2014) κ.α.

Έχοντας συνήθως αφετηρία τη σκιαγράφηση του πλαισίου του υπόβαθρου της εργασίας, σε αυτό το πεδίο ερευνώνται ερωτήματα σχετικά με τον βαθμό στον οποίο οι δραστηριότητες στον εργασιακό χώρο συνδυάζουν μαθηματικά στοιχεία, τον τρόπο με τον οποίο αυτά τα μαθηματικά στοιχεία σχετίζονται με τη γνώση του εργαζομένου και τον τρόπο με τον οποίο τα εργαλεία και οι τεχνολογίες διαμορφώνουν τη σχέση μεταξύ των μαθηματικών στοιχείων και

των επαγγελματικών γνώσεων (Noss, Hoyles και Pozzi, 2002). Πολλές από τις ερωτήσεις συνήθως περιλαμβάνουν πληροφορίες για μαθηματικές μετρήσεις και υπολογισμούς, αλλά σημαντικές είναι και οι ερωτήσεις σχετικά με τη χρήση και ανάπτυξη των οπτικών/γεωμετρικών αναπαραστάσεων των δεδομένων της εργασίας τους, για παράδειγμα αν χρησιμοποιούν ή παράγουν διαγράμματα, σχέδια, χάρτες, γραφήματα ή προσχέδια (Nicol, 2002). Επίσης, ερωτήματα που αφορούν την απόκτηση και το πλαίσιο χρήσης των χρησιμοποιούμενων μαθηματικών δεξιοτήτων, αλλά και τη σχέση μεταξύ των μαθηματικών αυτών της εργασίας με τα μαθηματικά του σχολείου, όπου σχολιάζονται και οι αναμνήσεις και στάσεις των εργαζομένων απέναντι στην εμπειρία των σχολικών μαθηματικών (The Australian Association of Mathematics Teachers and the Australian Industry Group, 2014). Η έρευνα πάνω στον χώρο εργασίας είναι σημαντική, για να μπορέσουμε να αναδείξουμε την ιδιαίτερη μορφή των μαθηματικών που αναπτύσσονται στους χώρους εργασίας και τη συνεργία τους με τα τυπικά μαθηματικά του σχολείου (Zevenbergen, 2000,). Όσον αφορά τον ρόλο των σχολικών μαθηματικών, εμφανίζονται τα ερωτήματα σχετικά με το αν οι εργαζόμενοι ανατρέχουν στα σχολικά μαθηματικά όταν πρέπει να αντιμετωπίσουν σχετικά με τα μαθηματικά προβλήματα, αν αισθάνονται ότι η δουλειά τους έχει κάποια σχέση με τα μαθηματικά, αν χρησιμοποιούν στρατηγικές που έμαθαν στο σχολείο, αν νιώθουν ότι υπάρχει μία ασυνέχεια μεταξύ των σχολικών μαθηματικών και της εργασιακής πρακτικής τους, αλλά και το πώς ερμηνεύουν τις σχετικές με τα μαθηματικά δράσεις τους και αν το νόημα που δίνουν σε αυτές το έμαθαν στο σχολείο ή μέσα στη δουλειά ή από έναν συνδυασμό και των δυο (Magajna, και Monaghan, 2003).

Οι έρευνες που έχουν γίνει, τονίζουν την απόσταση από τα μαθηματικά που διδάσκονται στο σχολείο και στα μαθηματικά που ενυπάρχουν σε διάφορες ανθρώπινες δραστηριότητες. Το κενό αυτό μεταξύ σχολείου και καθημερινής πρακτικής έχει ως αποτέλεσμα τη μη προσαρμογή των μαθητών σε κοινωνικές και εργασιακές δραστηριότητες, καθώς δεν μπορούν να αποδώσουν νόημα σε αυτό που κάνουν . Σε ένα εργασιακό χώρο, τα εργαλεία είναι στοιχεία της αντιληπτής ή της νοητής πραγματικότητας, μπορεί να είναι υλικής υπόστασης (π.χ. ένα συγκεκριμένο κατασκεύασμα όπως το μολύβι) ή μη υλικής (π.χ. η γλώσσα, τα μαθηματικά σύμβολα, οι στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων). Ο ρόλος των παραπάνω εργαλείων θεωρείται ενιαίος όσον αφορά την επίδραση που ασκούν στη ανθρώπινη νόηση και συμπεριφορά και επομένως, θα μπορούσαμε να θέσουμε και τα

μαθηματικά ως εργαλεία διαμεσολάβησης χωρίς να θεωρήσουμε απαραίτητα ότι αυτό το χαρακτηριστικό τους έρχεται σε αντιδιαστολή με τον αφηρημένο χαρακτήρα τους. Υποστηρίζει επίσης, ότι τα εργαλεία δεν προάγουν μόνο κάποιες διανοητικές διαδικασίες αλλά ουσιαστικά τις διαπλάθουν και τις διαμορφώνουν (Triantafyllou, 2010).

Η FitzSimons (2014), υποστηρίζει πως πολλοί άνθρωποι, συμπεριλαμβανομένων και των εργαζομένων, πιστεύουν ότι τα σχολικά μαθηματικά, τα οποία θεωρούνται πληρεξούσιο της πειθαρχίας, είναι τα μοναδικά μαθηματικά που υπάρχουν. Όμως, σύμφωνα με τον Noss (2000), η γνώση δημιουργεί αλλά και δημιουργείται μέσα σε ένα επαγγελματικό περιβάλλον. Επομένως, χρειαζόμαστε ένα αναλυτικό πρόγραμμα που θα παρέχει ένα πλαίσιο μέσα στο οποίο οι μαθητές να μπορούν να δώσουν νόημα στα μαθηματικά που διδάσκονται, ένα αναλυτικό πρόγραμμα που οι μαθητές να κάνουν και όχι να ξέρουν μαθηματικά (Bishop, 1988α· 1988β). Οι Magajna και Monaghan (2003), αναφέρονται στην ανάγκη αναδιαμόρφωσης αναλυτικών προγραμμάτων, με εστίαση στην σκέψη, στη μάθηση μέσω λαθών, στην επίλυση προβλημάτων και στη μοντελοποίηση, σχετίζοντας όλα αυτά με τον πραγματικό, κόσμο, με το σπίτι και με εργασιακές εφαρμογές. Η Nicol (2002), υποστηρίζει πως μέσω εφαρμογών στο πλαίσιο του χώρου εργασίας τα μαθηματικά γίνονται προσβάσιμα και ελκυστικά σε μεγαλύτερο πλήθος μαθητών.

### **2.2.1 Ερευνητικοί προβληματισμοί και ευρήματα σχετικά με τα μαθηματικά στο χώρο εργασίας**

Σχετικά με τη φύση των Μαθηματικών και το πώς αυτά μπορούν να οριστούν στο πλαίσιο της εργασίας, είναι ένα ερώτημα που διαχρονικά έχει απασχολήσει το σώμα της έρευνας στο εν λόγω πεδίο. Το επάγγελμα μπορεί να πραγματοποιείται από ανθρώπους που λειτουργούν ως έμποροι, υπάλληλοι ή ιδιοκτήτες μιας μικρής επιχείρησης ή ακόμα και ως μέρος μιας μεγάλης πολυεθνικής εταιρείας (FitzSimons, 2014), συνεπώς δεν υπάρχει μόνο ένας ορισμός για την έννοια «επάγγελμα» (work) ή την έννοια «εργασιακό περιβάλλον» (workplace). Αντίθετα, οι ορισμοί για τα «μαθηματικά στο χώρο εργασίας» (workplace mathematics) έχουν πολλά κοινά σημεία. Γενικότερα, τα μαθηματικά στο χώρο εργασίας αποτελούν μια υποκατηγορία της έρευνας των μαθηματικών της καθημερινής ζωής και των

εθνομαθηματικών, στην οποία καταγράφονται οι μαθηματικές δραστηριότητες των ενηλίκων και των παιδιών, εκτός του σχολικού πλαισίου, και συγκεκριμένα σε διάφορα εργασιακά περιβάλλοντα (Naresh, 2014). Αυτό το ερευνητικό πεδίο ρίχνει φως στον τρόπο που οι άνθρωποι αντιλαμβάνονται το ρόλο των μαθηματικών στην εργασία τους (Naresh & Chahine, 2013).

Κατά τους Nunes και Bryant (2007), τα μαθηματικά έχουν διπλή ιδιότητα: είναι μια ξεχωριστής μορφής δραστηριότητα και ταυτόχρονα ένα είδος γνώσης. Υποστηρίζουν ότι τα μαθηματικά μπορούν να υπάρχουν και σε δράσεις της καθημερινής ζωής του ανθρώπου και ότι η γνώση δεν περιορίζεται μόνο σε αυτό που ορίζεται ως επιστήμη των μαθηματικών. Ο Saxe (1988), αναφέρει ότι η μάθηση των μαθηματικών συμβαίνει όταν παιδιά και ενήλικες συμμετέχουν σε πολιτισμικές πρακτικές έτσι ώστε να καταφέρουν πραγματικούς στόχους (Masingila, 1994). Ο Moschkovich (2002), χρησιμοποιεί τον όρο «μαθηματικά της καθημερινής ζωής» (everyday mathematics) για να υποδηλώσει τις μαθηματικές πρακτικές στις οποίες εμπλέκονται οι ενήλικες και τα παιδιά εκτός σχολικού ή ακαδημαϊκού πλαισίου (Naresh, 2008). Επίσης, σύμφωνα με τον D'Ambrosio (2002), τα εθνομαθηματικά είναι τα μαθηματικά που εκτελούνται από πολιτισμικές ομάδες, όπως αστικές και αγροτικές κοινότητες, ομάδες εργαζομένων, επαγγελματικές ομάδες, παιδιά σε μια ορισμένη ηλικία, αυτόχθονες κοινωνίες και πολλές άλλες ομάδες που εντοπίζονται με κοινούς στόχους και παραδόσεις. Ο Millroy (1992), υποστηρίζει πως στην πρώτη περίπτωση ερευνώνται οι καθημερινές πρακτικές των ανθρώπων μέσα στο πολιτισμικό τους πλαίσιο, ενώ στη δεύτερη συγκρίνεται η μαθηματική γνώση που αναπτύσσεται σε διαφορετικούς πολιτισμούς. Επομένως, η διαφορά ανάμεσα στα «Μαθηματικά της καθημερινής ζωής» (everyday mathematics) και τα «Εθνομαθηματικά» (ethnomathematics) βρίσκεται στον τρόπο μελέτης της παραγόμενης γνώσης.

Σύμφωνα με τον Van Oers (2001), η μαθηματική δραστηριότητα «αναφέρεται σε αυτούς τους τρόπους δράσης τους οποίους οι άνθρωποι έχουν αναπτύξει για να αντιμετωπίσουν τις ποσοτικές και χωρικές σχέσεις του πολιτισμού τους και του φυσικού τους περιβάλλοντος», ενώ θεωρεί την μαθηματική πρακτική «ως εξειδίκευση αυτής με τις αξίες, τα εργαλεία και τους κανόνες που έχουν υιοθετηθεί από μία συγκεκριμένη πολιτισμική κοινότητα». Ο Rand (2002), αναφέρει ότι οι μαθηματικές πρακτικές είναι η μαθηματική γνώση που αφορά στο να ξέρεις να κάνεις κάτι, πέραν της περιεχόμενης γνώσης,

που χαρακτηρίζει την ειδίκευση στη μάθηση και χρήση των μαθηματικών. Ο όρος πρακτικές αναφέρεται σε συγκεκριμένα πράγματα που οι επιτυχημένοι μαθητές και χρήστες μαθηματικών κάνουν. Η αιτιολόγηση επιχειρημάτων, η αποτελεσματική χρήση γραφικών συμβόλων, και η γενίκευση είναι παραδείγματα μαθηματικών πρακτικών. Η Boaler (2002), θεωρεί την έννοια των μαθηματικών πρακτικών ως «τις επαναλαμβανόμενες δράσεις στις οποίες οι άνθρωποι εμπλέκονται, αλλά η κυρίως εστίασή τους δεν είναι το να μάθουν μαθηματικά, αλλά το να κάνουν μαθηματικά – δράσεις στις οποίες οι χρήστες των μαθηματικών (ως μαθητές και επιλυτές προβλημάτων) εμπλέκονται».

Οι Hogan και Morony (2002), υποστηρίζουν πως μεγάλο ρόλο σχετικά με την εμφάνιση και χρήση των μαθηματικών ιδεών και τεχνικών μέσα σε έναν χώρο εργασίας εμφανίζεται να έχουν οι εξής παράγοντες: η διαλεύκανση των σκοπών και στόχων της δραστηριότητας των εργαζομένων, η επιλογή και εφαρμογή μαθηματικών ιδεών, διαδικασιών και τεχνικών, η κρίση σχετικά με την ακρίβεια και η ορθότητα που απαιτείται κάθε φορά, και τέλος η ερμηνεία και η αξιολόγηση των λύσεων. Όμως, η Nicol (2002) επισημαίνει πως το ότι χρησιμοποιούνται μαθηματικά στον χώρο εργασίας, αυτό δεν τα κάνει απαραίτητα ορατά ή προσβάσιμα. Φαίνεται ότι πολλές φορές η αναγνώριση των μαθηματικών σε έναν εργασιακό χώρο δεν είναι εύκολη υπόθεση. Οι δυσκολίες ποικίλουν, από τις εκπαιδευμένες ή μη ικανότητες των ερευνητών σχετικά με μία τέτοια αναγνώριση, μέχρι και το ίδιο το πλαίσιο του χώρου αυτού, ειδικά όταν αυτός είναι συνδεδεμένος με τη χρήση της τεχνολογίας. Παρ' όλα αυτά, έχει καταγραφεί ένα μεγάλο εύρος των μαθηματικών δεξιοτήτων και τεχνικών που έχουν αναδειχθεί από τις διάφορες έρευνες. Σε αυτές περιλαμβάνονται οι μετρήσεις, οι υπολογισμοί, οι εκτιμήσεις, η κλίμακα, η χωρητικότητα και ο όγκος, τα ποσοστά και οι λόγοι, η αναγνώριση μοτίβων, ο σχεδιασμός ενός διαγράμματος ή δημιουργία ενός μοντέλου (μοντελοποίηση, συμπεριλαμβανομένου του να κατανοείς τυχόν περιορισμούς), η ερμηνεία και η μεταμόρφωση διαφορετικών αναπαραστάσεων αριθμητικών δεδομένων (γραφικών και συμβολικών), η ικανότητα ερμηνείας πλάνων, διαγραμμάτων, γραφημάτων και σχεδίων υπό κλίμακα, η ικανότητα να δημιουργήσεις μια φόρμουλα (έναν τύπο), η ικανότητα αξιολόγησης, κριτικής και μοντελοποίησης με τη χρήση μαθηματικών εννοιών, το να αναγνωρίζεις ανωμαλίες και λάθη, η σύγκριση ενός παρόμοιου προβλήματος το οποίο έχει ήδη λυθεί (Nicol, 2002).

Η Magajana (1998), ορίζει τρεις μορφές μαθηματικών μεθόδων που χρησιμοποιούνται στους εργασιακούς χώρους. Η πρώτη αφορά μεθόδους στις οποίες η επίσημη διαδικασία εφαρμόζεται. Η δεύτερη αναφέρεται σε έργα που εφαρμόζονται μέθοδοι που απαιτούν συγκεκριμένα μαθηματικά στοιχεία για την επίλυση και τέλος, η τρίτη αφορά έργα που δεν χρειάζονται τα σχολικά μαθηματικά για να επιλυθούν. Με τον όρο σχολικά μαθηματικά υπονοείται όπως ο D'Ambrosio (1985) ανέφερε, ένα μέρος των ακαδημαϊκών μαθηματικών (Moschkovich, 2002). Επίσης, σύμφωνα με την Zevenbergen (2000), υπάρχουν τρεις κατηγορίες μαθηματικών που χρησιμοποιούνται στο χώρο εργασίας: αυτά που οι μαθηματικοί χρησιμοποιούν, δηλαδή τα επίσημα μαθηματικά, τα σχολικά μαθηματικά και τέλος αυτά που εμπεριέχονται σε καθημερινές δραστηριότητες, δηλαδή τα εθνομαθηματικά. Ακόμα, ο Bishop (1988), αναφέρει πως υπάρχει η άποψη ότι τα μαθηματικά είναι ένα «πανπολιτισμικό φαινόμενο». Επομένως, υπάρχουν διάφοροι παράγοντες από τους οποίους εξαρτάται το είδος της μαθηματικής πρακτικής όπως το περιβάλλον, οι στόχοι, τα κίνητρα, οι μορφές επικοινωνίας της κάθε ομάδας κλπ. Επίσης, περιγράφει έξι πολιτισμικές δραστηριότητες που είναι κοινές σε όλους τους πολιτισμούς. Αυτές περιλαμβάνουν την αρίθμηση, την καταμέτρηση, τον χώρο, τον σχεδιασμό, το παιχνίδι και η επεξήγηση. Ο Skovsmose (2004), παρουσιάζει μία ακόμα κατηγοριοποίηση και αυτή αφορά τα άτομα που χρησιμοποιούν μαθηματικά σε διαδικασίες εκτός σχολείου. Οι κατηγορίες που αναφέρει είναι οι δημιουργοί (constructors), αυτοί που παίρνουν τα μαθηματικά και τα προωθούν σε νέους δρόμους, οι χειριστές (operators) αυτοί που χρησιμοποιούν τα μαθηματικά σε μία άτυπη μορφή μάλλον μη συνειδητοποιημένα, οι συχνοί καταναλωτές (consumers) οι οποίοι χρησιμοποιούν τα μαθηματικά στην καθημερινή τους ζωή συνειδητά ή ασυνειδητά και τέλος οι καταναλωτές μίας χρήσης (disposable) αυτοί που αποσπασματικά και σπάνια χρησιμοποιούν μαθηματικές έννοιες.

### **2.2.2 Τυπικά και Άτυπα Μαθηματικά**

Όσον αφορά τη σχέση των μαθηματικών στο χώρο εργασίας με τα μαθηματικά του σχολείου, οι Swanson & Williams (2014) ισχυρίζονται πως τόσο στο σχολείο, όσο και στο επαγγελματικό περιβάλλον, υπάρχουν στοιχεία αφηρημένης ακαδημαϊκής μαθηματικής σκέψης. Όμως, όπως υποστηρίζει ο Wake (2014), τα μαθηματικά στο εργασιακό περιβάλλον παίρνουν διαφορετική μορφή από τα σχολικά μαθηματικά, λόγω του πολύ

διαφορετικού ρόλου που διαδραματίζουν για τον εμπλεκόμενο αλλά και του μεγάλου εύρους των τεχνολογικών μέσων και εργαλείων που είναι διαθέσιμα. Συχνά έχει παρατηρηθεί μια έντονη ασυνέχεια μεταξύ δύο των πρακτικών και σύμφωνα με την Lave (1988), αυτή οφείλεται στη διαφορά του πλαισίου των πρακτικών που ακολουθούνται στο σχολείο σε σύγκριση με τον εργασιακό χώρο. Η ίδια αναφέρει επίσης, ότι οι πρακτικές που λαμβάνουν χώρα σε πλαίσια εκτός του σχολικού περιβάλλοντος διαφέρουν από εκείνες στο σχολείο, καθώς οι άνθρωποι στις καθημερινές πρακτικές δημιουργούν τις κατάλληλες διαδικασίες επίλυσης ώστε να ανταποκρίνονται σε κάθε περίπτωση. Ο Lester (1989), υποστηρίζει ότι βασική διαφορά αποτελεί το γεγονός ότι στην καθημερινή πρακτική οι περιστάσεις είναι πραγματικές κι έχουν νόημα για το λύτη. Σύμφωνα με τον Wake (2014), στο σχολείο τα μαθηματικά είναι ένα αντικείμενο μελέτης, ενώ στο εργασιακό περιβάλλον αποτελούν ένα εργαλείο που διευκολύνει τις δραστηριότητες οι οποίες εστιάζουν στην παραγωγή αποτελέσματος.

Έχει παρατηρηθεί ότι η μαθηματική αιτιολόγηση στον χώρο εργασίας μπορεί να είναι αρκετά διαφορετική από αυτή στον πλαίσιο του σχολείου (Hoyles and Noss, 2001), αν και οι Pozzi, Noss and Hoyles (1998), αναφέρουν την αναζήτηση μαθηματικής εξήγησης για τις απλές μαθηματικές διαδικασίες στην καθημερινή πρακτική, από την πλευρά των εργαζομένων. Επίσης οι Magajna και Monaghan (2003), αναφέρουν πως συχνά, τα σχολικά μαθηματικά φαίνονται ακατάλληλα για χρήση στις εργασιακές πρακτικές και πολλές φορές, μάλιστα, δεν υπάρχουν απλοί αλγόριθμοι ή υπολογισμοί για να λυθεί ένα μαθηματικό απλό πρόβλημα, καθιστώντας έτσι τις διαδικασίες που μαθαίνονται στο σχολείο άχρηστες. Παρ' όλα αυτά, στην ίδια έρευνα αναφέρουν πως παρατήρησαν πρακτικές που είχαν σχέση με τα μαθηματικά στο σχολείο, καθώς οι τεχνικοί ενσωμάτωναν τις πρακτικές που είχαν μάθει από το σχολείο μέσα στις εργασιακές πρακτικές τους. Επίσης, μερικές φορές τα προβλήματα είναι μόνο εκ πρώτης όψεως όμοια με τα σχολικά μαθηματικά προβλήματα, ενώ στην πραγματικότητα κουβαλούν τόσους πολλούς και αυστηρούς περιορισμούς ώστε οι σχολικές μέθοδοι να καθίστανται και πάλι ακατάλληλες (Masingila, Davidenko and Prus-Wisniowska, 1996). Σύμφωνα με τους Noss et al. (2000), υπάρχουν τρεις τρόποι για να ερμηνεύσει κανείς τη σχέση ανάμεσα στα μαθηματικά στο χώρο εργασίας τους ίδιους τους εργαζόμενους. Πρώτον, οι εργαζόμενοι μπορεί να αξιοποιούν τις ίδιες σχέσεις και τα ίδια αντικείμενα αλλά με ένα διαφορετικό τρόπο και μια διαφορετική γλώσσα, αυτή που εμπεριέχει την

ορολογία του εκάστοτε επαγγέλματος και διαφέρει από τα ακαδημαϊκά μαθηματικά. Δεύτερον, τα μαθηματικά που αξιοποιούν οι επαγγελματίες μπορεί να μην είναι ορατά στους ίδιους και τρίτον, η γενίκευση των επαγγελματικών μαθηματικών μπορεί να περιορίζεται σε συγκεκριμένες μόνο καταστάσεις της επαγγελματικής ζωής (Noss et al., 2000).

Πολλές έρευνες στο χώρο εργασίας, αναδεικνύουν και τον τρόπο μάθησης των μαθηματικών από τους εργαζομένους. Πολλές έρευνες έχουν δείξει ότι η μάθηση των μαθηματικών συντελείται και σε περιβάλλοντα εκτός σχολείου, τα οποία δεν έχουν τον χαρακτήρα οργανωμένου εκπαιδευτικού πλαισίου (Schliemann, 1995). Ο Saxe (1988), τονίζει πως η μάθηση των μαθηματικών πραγματοποιείται και κατά τη διάρκεια κοινωνικό-πολιτισμικών δραστηριοτήτων, στις οποίες οι ενήλικες προσπαθούν να επιτύχουν ρεαλιστικούς στόχους. Ο Eshach (2007), θεωρεί πως η μάθηση που συντελείται στο σχολείο αποτελεί την τυπική μάθηση, ενώ αυτή που γίνεται εκτός του σχολικού πλαισίου αναφέρεται ως άτυπη. Η τυπική μάθηση, σύμφωνα με τον Χατζηδήμου (2007), εξαρτάται από τον εκπαιδευτικό, τα συγκεκριμένα μορφωτικά αγαθά και το χώρο μέσα στον οποίο πραγματοποιείται. Επομένως, τα τυπικά μαθηματικά αποτελούν υποκατάστατο των σχολικών μαθηματικών. Αναλυτικότερα, τυπικά μαθηματικά χαρακτηρίζονται εκείνα τα οποία έχουν την οργάνωση και τη δομή που αναγνωρίζει η επιστημονική κοινότητα. την τυπική μάθηση (formal learning), είναι η μάθηση που συγκροτείται στο σχολικό περιβάλλον με βάση το εκπαιδευτικό σύστημα το οποίο είναι οργανωμένο σε βαθμίδες και περιλαμβάνει γενικές ακαδημαϊκές γνώσεις και ειδικά προγράμματα (Jeffer & Smith, 1990). Μη τυπική (non formal learning) είναι η μάθηση που επιτελείται μέσα από οποιαδήποτε οργανωμένη εκπαιδευτική δραστηριότητα, εκτός του τυπικού εκπαιδευτικού συστήματος, απευθύνεται σε συγκεκριμένους εκπαιδευόμενους και έχει συγκεκριμένους εκπαιδευτικούς στόχους (Jeffer and Smith 1990). Επομένως, τα άτυπα μαθηματικά χαρακτηρίζονται εκείνα τα οποία αναφέρονται μεν σε γνώσεις που αφορούν τα μαθηματικά αντικείμενα αλλά δεν έχουν σχηματιστεί με βάση τους κανόνες της επιστημονικής κοινότητάς δε (Καλαβάσης & Καλδρυμίδου, 2007).

Σχετικά με τις διαφορές των τυπικών και άτυπων μαθηματικών ο Eshach (2007), υποστηρίζει πως σε αντίθεση με τα τυπικά, τα άτυπα βρίσκονται σε όλα τα πλαίσια, δεν έχουν κάποια δομή και καθοδηγούνται από το ίδιο το άτομο, αφού το κίνητρο για τη χρήση τους είναι εσωτερικό. Οι Bose &



Subramaniam (2011), υποστηρίζουν ότι οι μαθηματικές μορφές που συναντά κανείς στην καθημερινή πρακτική είναι οικείες προς το άτομο, έχοντας ως αποτέλεσμα να μην χρησιμοποιούνται οι τυποποιημένες τεχνικές και οι υπολογιστικοί αλγόριθμοι που επιβάλλει το σχολικό περιβάλλον. Επιπλέον, οι Carragher, Nunes & Schliemann (1993), υποστηρίζουν ότι σε περιβάλλοντα εκτός σχολικού πλαισίου, εμπειρεύονται μαθηματικές δεξιότητες και έννοιες όπως η απαρίθμηση και οι αναλογίες που δεν είναι άμεσα ορατές, καθώς είναι βαθιά ριζωμένες στις καθημερινές πρακτικές, όπου το άτομο δεν μπορεί να κατανοήσει ότι υπάρχουν ή ότι τις κατέχει. Οι θεωρίες μάθησης εστιάζουν συνήθως σε διαδικασίες όπου το υποκείμενο της μάθησης αποκτά συγκεκριμένες γνώσεις και δεξιότητες με σκοπό την παρατηρήσιμη αλλαγή της συμπεριφοράς του (Engestrom, 2001). Προϋπόθεση είναι ότι οι γνώσεις και οι δεξιότητες που αποκτά το άτομο είναι καλά ορισμένες και ότι υπάρχει ένας δάσκαλος ο οποίος γνωρίζει καλά τι πρόκειται να διδαχθεί. Σύμφωνα με τον Engestrom (2001), στις περισσότερες περιπτώσεις μάθησης στο εργασιακό περιβάλλον δεν υπάρχει αυτή η προϋπόθεση. Οι άνθρωποι και οι οργανισμοί μαθαίνουν συνεχώς κάτι που δεν είναι σταθερό, ούτε καθορισμένο και κατανοητό από πριν. Στην πραγματικότητα η γνώση αποκτάται καθώς δημιουργείται.

### **2.2.3 Ο ρόλος των εργαλείων στην ανάπτυξη της μαθηματικής δραστηριότητας στο χώρο εργασίας**

Ο καθοριστικός ρόλος των εργαλείων στη διεκπεραίωση της μαθηματικής δραστηριότητας έχει επισημανθεί από πολλούς ερευνητές (Noss & Hoyles, 1996· Hoyles, 2001· Cobb, 2002), ενώ όπως πολλές έρευνες δείχνουν, αυτά πολλές φορές είναι ενσωματωμένα στην εργασιακή δραστηριότητα, διατηρώντας παράλληλα μια ιδιοσυγκρασιακή φύση (Noss, 2002· Williams και Wake, 2007α· Triantafyllou και Potari, 2010). Οι Pozzi et al (1998) υποστηρίζουν ότι ενώ οι εργαζόμενοι σπανίως σκέφτονται μαθηματικά χωρίς ένα τεχνούργημα να τους βοηθήσει να οργανώσουν ή υπολογίσουν τα δεδομένα, η χρήση των τεχνουργημάτων δεν καθορίζει ποτέ πλήρως τη δραστηριότητά τους καθώς οι άνθρωποι δεν είναι σκλάβοι των εργαλείων τους. Η Hoyles (2001), τονίζει ότι η εστίαση στους τρόπους που η διαμεσολάβηση διαφόρων μορφής εργαλείων επηρεάζεται και επηρεάζει τον εργαζόμενο σε διαφορετικές κοινότητες μπορεί να μας δώσει στοιχεία αλλά

και να μας βοηθήσει να κτίσουμε γνωστικές γέφυρες ανάμεσα στην κοινωνία και στο άτομο.

Στην εργασιακή κοινότητα αόρατες μαθηματικές σχέσεις και διαδικασίες είναι ιστορικά ενσωματωμένες σε διαφόρων μορφών εργαλεία όπως όργανα μέτρησης, εργασιακές ρουτίνες (Williams & Wake, 2007a), πρωτόκολλα εργασίας (Pozzi et al., 1998) αλλά και επιστημονικές έννοιες (Latour, 1999), ενώ οι μαθηματικές διαδικασίες, έννοιες και στρατηγικές είναι αγκιστρωμένες στην εργασιακή πρακτική στην οποία αυτές αναπτύσσονται συνεπώς έχουν αποκτήσει μια νέα ταυτότητα (Noss, 2002). Οι Williams & Wake (2007b), υποστηρίζουν πως σε περιπτώσεις κρίσης οι συμμετέχοντες χρειάζονται μαθηματικές εξηγήσεις για να ερμηνεύσουν και να μεταδώσουν σε συναδέλφους τους τις απόψεις τους και να ξεσκεπάσουν τα μαθηματικά που βρίσκονται κρυμμένα στις παραπάνω κατηγορίες εργαλείων.

Αρκετές έρευνες έχουν προσανατολιστεί στην ανίχνευση των μαθηματικών που είναι κρυμμένα σε εργαλεία της εργασίας με σκοπό την μελέτη πρακτικών στις οποίες ο ρόλος των μαθηματικών δεν είναι ρητός. Η παρουσία των τεχνολογικών εργαλείων στη ζωή και την εργασία και ο αμφισβητήσιμος ρόλος τους στην εκπαίδευση οδηγεί τους ερευνητές των μαθηματικών της πράξης να εξετάζουν τη σχέση της τεχνολογίας με τα μαθηματικά (Gainsburg, 2005). Ο Latour (1987), εξέφρασε την άποψη ότι οι ιστορικές και πολιτισμικές διαδικασίες κρύβουν μαθηματικά και επιστημονικά έργα, μεταξύ άλλων, σε «μαύρα κουτιά», τα οποία περιλαμβάνουν μηχανές, ιδέες, έννοιες και «επιστημονικά δεδομένα». Ο όρος «μαύρο κουτί» χρησιμοποιείται κάθε φορά που ένα κομμάτι μηχανήματος ή ένα σύνολο εντολών είναι πολύ περίπλοκο. Στη θέση του σχεδιάζουν ένα μικρό μαύρο κουτί για το οποίο δεν χρειάζεται να γνωρίζουν τίποτα παρά μόνο την είσοδο και την έξοδό του. Σε αυτή την περίπτωση αναφερόμαστε στον τρόπο που η επιστημονική και η τεχνολογική γνώση γίνεται αόρατη μέσα στην εσωτερική πολυπλοκότητα ενός μηχανήματος (Triantafyllou, 2010). Ο Latour (1987), βλέπει τα «μαύρα κουτιά» όταν ένα σύνολο από περίπλοκες διαδικασίες λειτουργούν «σαν ένα κομμάτι» (Williams & Wake 2007).

Οι Williams & Wake (2007), επισημαίνουν πως στην περίπτωση ενός εργασιακού περιβάλλοντος, ο ρόλος των αντικειμένων, ιδεών και ανθρώπων θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι ανήκει σε ένα μαύρο κουτί. Υιοθετώντας την άποψη του Latour (1987) πως το «μαύρο κουτί» μπορεί να περιέχει μηχανές,

ιδέες, έννοιες και επιστημονικά δεδομένα, ονομάζουν όλα τα προηγούμενα κρυμμένα μαθηματικά. Ο Straesser (2000) προτείνει ότι τα κρυμμένα μαθηματικά αποτελούν μια μαθηματική κοινωνική κατάσταση, ακόμα κι όταν οι επαγγελματίες συνεχίζουν να αναφέρουν ότι τα μαθηματικά γίνονται σταδιακά αόρατα και εξαφανίζονται από το επαγγελματικό περιβάλλον (Williams & Wake, 2007).

Αναφορικά με την αποσαφήνιση της έννοιας «μαύρο κουτί», οι Maaß & Schlöglmann (1988), αφού δηλώσουν ότι πολλά μαύρα κουτιά κατασκευάζονται με βάση τις μαθηματικές μεθόδους αναφέρουν το παρακάτω παράδειγμα για να αποδώσουν το νόημά του. Αρχικά, το πρώτο μαύρο κουτί περιλαμβάνει την εκτέλεση αλγορίθμων από τον μαθηματικό με σκοπό τον έλεγχο των φωτεινών σηματοδοτών. Στη συνέχεια, (μαύρο κουτί 2) χωρίς να κατανοεί πλήρως το μαθηματικό υπόβαθρο, ο προγραμματιστής το αποθηκεύει σε έναν μικροεπεξεργαστή, το ίδιο το πρόγραμμα αποτελεί μαύρο κουτί. Έπειτα, ο τεχνικός, ο οποίος δεν κατανοεί τους μαθηματικούς αλγορίθμους, ούτε τον μικροεπεξεργαστή, εγκαθιστά τον μικροεπεξεργαστή στους φωτεινούς σηματοδότες (μαύρο κουτί 3). Στο τέλος, ο τροχονόμος αλλάζει τον φωτεινό σηματοδότη (τελικό προϊόν μαύρου κουτιού), χωρίς να χρειάζεται να κατανοήσει τα προηγούμενα επίπεδα κατασκευής του. Οι ερευνητές τονίζουν την αναγκαιότητα τους σε μία τεχνική κοινωνία, αλλά υπογραμμίζουν ότι τα μαύρα κουτιά έχουν και κάποιους περιορισμούς, καθώς ο χρήστης των μαύρων κουτιών δεν μπορεί να αλλάξει την λειτουργία του μαύρου κουτιού. Έτσι, για το μέσο εργαζόμενο υπάρχει μία ουσιαστική διαφορά στο χειρισμό αυτών των μηχανημάτων και στην κατανόηση της εργασίας την οποία επιτελούν (Noss & Hoyles, 1996b).

Παρά όλα αυτά, στην έρευνα των Magajna και Monaghan (2003), ο ρόλος της τεχνολογίας στην ανάπτυξη της μαθηματικής δραστηριότητας θεωρήθηκε σημαντικός. Όχι μόνο παρατηρήθηκαν μαθηματικές διαδικασίες οι οποίες διαμορφώνονταν σύμφωνα με την χρησιμοποιούμενη τεχνολογία αλλά και τα μαθηματικά αυτά αποτελούσαν το μέσον για να επιτύχουν οι εργαζόμενοι τους εργασιακούς τους στόχους. Επίσης, σύμφωνα με την Wedege (2000) τεχνολογία δεν είναι μόνον τα μηχανήματα αλλά και οι τεχνικές μέθοδοι, οι ανθρώπινες ικανότητες, η οργάνωση εργασίας καθώς και η αλληλεπίδραση όλων των παραπάνω. Τέλος, ο Gainsburg (2005), υποστηρίζει πως η γνώση δεν θα πρέπει να θεωρείται κτήμα ενός ατόμου που σχετίζεται αποκλειστικά με τη νοητική του κατάσταση, αλλά τα όρια της θα πρέπει να επεκτείνονται και να συμπεριλαμβάνουν διάφορες εξωτερικές πηγές που λειτουργούν

βοηθητικά στη σκέψη, ενώ ταυτόχρονα τονίζει πως υπάρχει εξάρτηση ανάμεσα στην τεχνολογία και στην καθημερινή μαθηματική δραστηριότητα του ανθρώπου με μέσο τα εργαλεία, τα οποία μπορεί να είναι από απλώς χαρτί και μολύβι ως ένα εξελιγμένο λογισμικό.

#### **2.2.4 Επικοινωνία και ερμηνεία των μαθηματικών από τους επαγγελματίες**

Ένα από τα πρώτα παραδείγματα έρευνας για τη λεπτομερειακή περιγραφή των μαθηματικών που χρησιμοποιούνται σε διάφορους χώρους εργασίας, είναι η εθνογραφική έρευνα της Millroy (1992). Η Millroy (1992), κατέγραψε τις μαθηματικές πρακτικές που εμφανίζονται σε συγκεκριμένη εργασιακή κοινότητα, μία σε ομάδα ξυλουργών στο Κέιπ Τάουν της Αφρικής. Η ερευνήτρια περιγράφει αναλυτικά τον τρόπο με τον οποίο ξυλουργοί χωρίς μαθηματική παιδεία αντιμετώπιζαν και έλυναν προβλήματα της δουλειάς τους στα οποία απαιτούνταν γνώσεις συμμετρίας, αναλογιών και ομοιότητας. Η ίδια αναφέρει δεν κατέγραφε μόνο την ανάπτυξη κάποιων δραστηριοτήτων «κλειδιά» σύμφωνα με την κατηγοριοποίηση του Bishop (1988) αλλά και «τους τρόπους που αυτές αναπτύσσονταν, τον τρόπο με τον οποίον ερμήνευαν οι συμμετέχοντες λεκτικά ή όχι τις δραστηριότητες αυτές, πώς τις υποστήριζαν αλλά και ποια ήταν η κριτική τους άποψη πάνω σε αυτό το οποίο εκτελούσαν» (Millroy, 2001).

Σχετικά με την ερμηνεία και την επικοινωνία των μαθηματικών πρακτικών και εννοιών που αναπτύσσονται και ενυπάρχουν στους εργασιακούς χώρους, συνεισφέρει η έρευνα της Hahn (2014). Στην έρευνά της, συμμετείχαν μεταπτυχιακοί φοιτητές διοίκησης επιχειρήσεων σε ένα πρόγραμμα πρακτικής, για τους οποίους θεωρεί πως ανήκουν ταυτόχρονα στους δύο διαφορετικούς κόσμους του πανεπιστημίου και του χώρου εργασίας. Ερευνητικός στόχος ήταν να διευκρινιστούν οι τρόποι που οι συμμετέχοντες συνδέουν την ακαδημαϊκή γνώση με την εμπειρία στο χώρο εργασίας. Η ερευνήτρια, διέκρινε τρεις διαφορετικές μορφές εξηγήσεων (rationality), την τεχνική (technical), τη ρεαλιστική ή πραγματιστική (pragmatic) και την επιστημονική (scientific), οι οποίες οδηγούσαν τους συμμετέχοντες στο να διαμορφώσουν διαφορετικά το προς επίλυση πρόβλημα. Αυτές ήταν με άλλα λόγια, οι μορφές ορθολογισμού που οδήγησαν τους φοιτητές να κατασκευάσουν και να επιλύσουν διαφορετικά προβλήματα. Η ερευνήτρια διευκρινίζει πως η τεχνική αιτιολογία αφορά την εφαρμογή τεχνικών που δεν

τίθενται σε προοπτική, η ρεαλιστική αναφέρεται στη χρήση διαισθητικών στρατηγικών για την κάλυψη ενός περιορισμένου βραχυπρόθεσμου στόχου ενώ η επιστημονική στην ενσωμάτωση των ακαδημαϊκών θεωριών ώστε αυτές να διαφωτίσουν το εκάστοτε πρόβλημα.

Αναφορικά με τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα της έρευνας για το που χρησιμοποιήθηκε η κάθε πτυχή αιτιολογίας, η ερευνήτρια βρήκε λίγες εμφανίσεις επιστημονικού ορθολογισμού, το είδος του ορθολογισμού που όπως αναφέρει, συνήθως χρησιμοποιούν οι εκπαιδευτικοί. Καθώς οι φοιτητές προχωρούσαν στη δραστηριότητα, επικράτησε ο ρεαλιστικός ορθολογισμός, συνδεδεμένος με την εμπειρία τους ως πωλητές. Παρατηρεί επίσης πως οι φοιτητές, σπάνια έκαναν χρήση των διαθέσιμων εργαλείων, στατιστικών στη συγκεκριμένη μελέτη, επειδή ο πραγματιστικός ορθολογισμός που συνδέονταν με την εμπειρία τους ως πωλητές υπερίσχυσε, ακόμα και αν η ακαδημαϊκή τους γνώση υποδήλωνε τη χρήση περισσότερων στατιστικών δεδομένων. Με βάση τις στατιστικές γνώσεις, συνήθως προσπαθούσαν να ανταποκριθούν σε αυτό που ένιωθαν ότι ήταν η πρόθεση του καθηγητή και έτσι, αυτές οι πράξεις τους συχνά δεν είχαν νόημα όσον αφορά τον πραγματικό στόχο της δραστηριότητας. Ακόμα, εγκατέλειψαν γρήγορα την τεχνική ορθολογικότητα για να υιοθετήσουν ένα πραγματιστικό συλλογισμό και να αντιμετωπίσουν τη δραστηριότητα από την πλευρά των πωλητών. Όταν προσπάθησαν να χρησιμοποιήσουν στατιστική γνώση, συνήθως δεν μπορούσαν να προχωρήσουν πολύ λόγω έλλειψης γνώσης στατιστικών εργαλείων. Αυτό αποδίδεται στη δυσκολία μετακίνησης από τοπική σε πιο σφαιρική οπτική και αντικατοπτρίζει τη δυσκολία μετατόπισης της ταυτότητας από αυτή του πωλητή σε αυτή του διευθυντή πωλήσεων. Ήταν γενικώς, φανερό πως η ταυτότητα του πωλητή εκτιμήθηκε πολύ περισσότερο από την ταυτότητα του μαθητή. Η πρόκληση λοιπόν σύμφωνα με την ερευνήτρια, ήταν να καταλάβουν ότι και οι δύο ταυτότητες πρέπει να συγκλίνουν για να αποκτήσουν πρόσβαση στην ταυτότητα του διευθυντή.

Η Olsen (1987), χρησιμοποιώντας τους όρους εργαλεία επικοινωνιακής φύσης και εργαλεία σκέψης για να περιγράψει μαθηματικές αναπαραστάσεις και μαθηματικές δομές αντίστοιχα, ανέδειξε μαθηματικές και σημειωτικές διαστάσεις στο νόημα των μαθηματικών εργαλείων. Επίσης, Ο Jurdak (2006) χρησιμοποίησε τον όρο των μαθηματικών εργαλείων στην έρευνα του για να αναφερθεί σε μαθηματικές έννοιες, διαδικασίες και στρατηγικές τις οποίες μαθητές χρησιμοποιούσαν όταν αντιμετώπιζαν την επίλυση κάποιων προβλημάτων.

Η Triantafyllou (2010), στην έρευνα της για τα μαθηματικά στον χώρο εργασίας των τηλεπικοινωνιών, επεκτείνει την έννοια του εργαλείου πέρα από την τυπική θεώρησή του ως φυσικό/υλικό αντικείμενο και διαχωρίζει τα μαθηματικής φύσης εργαλεία σε δύο κατηγορίες. Τα εργαλεία σκέψης όπως οι διαδικασίες και οι έννοιες και τα εργαλεία επικοινωνίας όπως οι μαθηματικές αναπαραστάσεις και οι τρόποι ερμηνείας των τεχνικών. Θεωρεί πως τα μαθηματικά εργαλεία επικοινωνίας έχουν κυρίαρχη μορφή στο χώρο εργασίας. Τέτοιου είδους πολιτισμικά εργαλεία είναι οι γραφικές παραστάσεις (Roth, 2005), τα πρωτόκολλα εργασίας (Pozzi et al., 1998) και οι επεξηγήσεις όπως μεταφορές και μαθηματικά μοντέλα (Williams & Wake, 2007b).

Στην κατηγορία των μαθηματικών εργαλείων επικοινωνιακής φύσης, κυριάρχησαν και στις τρεις ομάδες των εργαζομένων που συμμετείχαν στην έρευνα, διάφορα μαθηματικές αναπαραστατικά μέσα είτε σε μορφή διαγράμματος όπως πίνακες, σχεδιαγράμματα, χάρτες και γραφικές παραστάσεις είτε σε μορφή συμβολικών εκφράσεων όπως κωδικοποιημένα δεδομένα, αριθμητικοί αλγόριθμοι και αλγεβρικοί τύποι, είτε επεξηγήσεις σε λεκτική μορφή όπως μεταφορές και μετωνυμίες και συμβολικές εκφράσεις (κωδικοποιημένα δεδομένα,). Οι Williams & Wake (2007b) αναφέρουν πως η χρήση της μεταφοράς σαν εργαλείο σκέψης έχει επισημανθεί και από ερευνητές στο χώρο εργασίας και τα τελευταία χρόνια πολλοί ερευνητές στο χώρο της μαθηματικής εκπαίδευσης έχουν αναδείξει το σημαντικό ρόλο που παίζουν οι μεταφορές στη μάθηση και στη διδασκαλία των μαθηματικών εννοιών (Lakoff & Nunez, 2000· Presmeg, 1992).

### **Κεφάλαιο 3. Ερευνητικό θέμα – Ερωτήματα**

Η έρευνα που διεξήχθη στην παρούσα μελέτη, αφορά το ερευνητικό πρόβλημα της διερεύνησης των μαθηματικών στον εργασιακό χώρο της ωρολογοποιίας και τον ρόλο που αυτά διαδραματίζουν στην κεντρική δραστηριότητα των τεχνιτών. Επιπλέον, οι συμμετέχοντες στην έρευνα παρουσιάζουν διαφορές ως προς το γνωστικό τους υπόβαθρο, ενώ ταυτόχρονα, κατά τη διάρκεια της έρευνας παρατηρήθηκαν σχετικές διαφορές ως προς την επίδραση των μαθηματικών στην εργασία τους. Τούτων δοθέντων, τα ερευνητικά ερωτήματα και στόχοι που αναδύονται, ορίζονται ως εξής:

**Πρώτο Ερευνητικό Ερώτημα:** Ποιες μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες αναγνωρίστηκαν στις πρακτικές των τεχνιτών του χώρου εργασίας της ωρολογοποιίας;

**Δεύτερο Ερευνητικό Ερώτημα:** Με ποιόν τρόπο μέλη της κοινότητας των ωρολογοποιών με διαφορετικό εκπαιδευτικό προφίλ (τεχνικό ή ακαδημαϊκό) εξηγούν και επικοινωνούν τις εμπλεκόμενες μαθηματικές έννοιες;

Ενώ το 1<sup>ο</sup> ερευνητικό ερώτημα μας δίνει μια ευρεία εικόνα των μαθηματικών που χρησιμοποιούνται στο συγκεκριμένο εργασιακό χώρο, το 2<sup>ο</sup> ερευνητικό ερώτημα μας βοηθά να εντοπίσουμε διαφορές στον τρόπο επικοινωνίας των συγκεκριμένων μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών από τις δύο ομάδες των επαγγελματιών του χώρου. Με αυτό τον τρόπο θα προσπαθήσουμε να αναδείξουμε και τη σημασία της εκπαίδευσης σε αυτόν αλλά και σε κάθε επαγγελματικό χώρο.

## **Κεφάλαιο 4. Μεθοδολογία της έρευνας**

Σε αυτό το κεφάλαιο, παρουσιάζονται τα βασικά μέρη του ερευνητικού πλαισίου και της ανάπτυξης των ερευνητικών εργαλείων. Πιο συγκεκριμένα, στην ενότητα 4.1 καταγράφεται το είδος της ερευνητικής μεθοδολογίας που θα ακολουθήσει η παρούσα μελέτη. Στην ενότητα 4.2, παρουσιάζονται τα κύρια χαρακτηριστικά των συμμετεχόντων στην παρούσα έρευνα, καθώς και των ερευνητικών χώρων στους οποίους αυτή διεξήχθη. Στην ενότητα 4.3 περιγράφονται οι μέθοδοι και οι διαδικασίες συλλογής των ερευνητικών δεδομένων. Στη συνέχεια, στην παράγραφο 4.4 επιχειρείται μία συνοπτική περιγραφή των μερών και της λειτουργίας του μηχανικού ρολογιού. Τέλος, η ενότητα 4.5 αφορά τη μεθοδολογία ανάλυσης των ερευνητικών δεδομένων.

### **4.1 Μεθοδολογικό πλαίσιο**

Στην παρούσα ενότητα, παρουσιάζεται το θεωρητικό πλαίσιο της μεθοδολογίας και πως αυτό εφαρμόζεται στην παρούσα έρευνα.

#### **4.1.1 Μελέτη Περίπτωσης**

Η έρευνα που παρουσιάζεται στην παρούσα διπλωματική εργασία είναι ποιοτική μελέτη περίπτωσης. Σύμφωνα με τον Yin (2003), πρόκειται για την προσπάθεια εις βάθος μελέτης ενός φαινομένου ή περίπτωσης στο φυσικό περιβάλλον αναφοράς του και από την προοπτική των συμμετεχόντων ως προς τη λειτουργία του. Μέσω της μελέτης περίπτωσης, είναι δυνατό να διερευνηθεί το υπό μελέτη φαινόμενο μέσα στο πλαίσιο στο οποίο βρίσκεται, αξιοποιώντας μία ποικιλία πηγών δεδομένων (Baxter, & Jack, 2008). Σύμφωνα με τους Stake (1995) και Robson (2007), ως περίπτωση θεωρούνται οι άνθρωποι, οι φορείς, τα προγράμματα, οι ομάδες κλπ. Κάθε νέα περίπτωση που ερευνάται στο ίδιο πλαίσιο αναφοράς επιβεβαιώνει ή διαψεύδει τα αποτελέσματα της προηγούμενης και με αυτόν τον τρόπο δημιουργείται σταδιακά μια θεωρία, η οποία είναι αξιόπιστη και θεμελιωμένη στα δεδομένα από τα οποία προήλθε (Williams & Wake, 2007a).

Πιο συγκεκριμένα, η μεθοδολογία της εργασίας αυτής βασίζεται στη μελέτη πολλαπλών περιπτώσεων του ίδιου φαινομένου. Ο Bryman (2012), υποστηρίζει πως μελέτη πολλαπλών περιπτώσεων έχουμε όταν εξετάζονται



περισσότερες της μίας περιπτώσεων, ενώ θεωρεί πως το βασικό επιχείρημα υπέρ της μελέτης πολλαπλών περιπτώσεων είναι ότι διευκολύνει την κατασκευή θεωριών. Συγκρίνοντας δύο ή περισσότερες περιπτώσεις, ο ερευνητής είναι σε θέση να προσδιορίσει καλύτερα τις συνθήκες υπό τις οποίες ισχύει μια θεωρία (Eisenhardt 1989, Yin 2009, στο Bryman 2012). Ακολουθώντας τη μέθοδο αυτή, καθίσταται δυνατό να συγκρίνουμε και να αντιπαραβάλλουμε τα δεδομένα μας με την καταγραφή ομοιοτήτων και διαφορών οι οποίες διαφαίνονται στη διαγώνια ανάλυση των περιπτώσεων.

Στην παρούσα έρευνα η μελέτη περίπτωσης αφορά 6 τεχνίτες ωρολογοποιίας, από τους οποίους οι 3 συμμετείχαν πολύ ενεργά σε αυτή, στα πλαίσια αναφοράς τους, που μπορεί να είναι ένα εργαστήριο, κάποιο κατάστημα ή μία εταιρεία. Οι τεχνικοί παρότι συμβαδίζουν ως προς το εργασιακό τους αντικείμενο, διαφέρουν ως προς τον εργασιακό τους χώρο, το εργασιακό τους πλαίσιο, το επίπεδο σπουδών τους και τα εργαλεία τα οποία διαμεσολαβούν στις εργασιακές τους δραστηριότητες. Συνεπώς, μπορεί να θεωρηθεί πως οι τεχνικοί συμμετέχουν σε διαφορετικά συστήματα δραστηριοτήτων (activity systems, Engeström, 1998, p. 79) και επομένως μπορούν να συγκριθούν και να έρθουν σε αντιπαραβολή εξηγήσεις που χρησιμοποιούν για τις διάφορες περιεχόμενες μαθηματικές έννοιες.

Όπως θεωρεί ο Yin (2003), η μελέτη περίπτωσης είναι η ενδεικνυόμενη ερευνητική επιλογή όταν το φαινόμενο που ερευνάται, όπως η ανάπτυξη μαθηματικών πρακτικών σε χώρους εργασίας, δεν είναι δυνατόν να διαχωριστεί από το πλαίσιο αναφοράς του. Επίσης, η μελέτη περίπτωσης περιλαμβάνει τρία είδη μελετών: τις διερευνητικές, τις περιγραφικές και τις επεξηγηματικές. Οι περιγραφικές μελέτες περίπτωσης παρέχουν στον αναγνώστη αφηγηματικές περιγραφές (Cohen, et al., 2007). Η παρούσα έρευνα αφορά μία περίπτωση περιγραφικής μελέτης και παρέχει αφηγηματικές περιγραφές για το είδος και τον ρόλο των μαθηματικών που αναπτύσσονται στο πλαίσιο εργασίας των ωρολογοποιών. Ακόμη, σύμφωνα με τον Stake (1994), αναγνωρίζονται τρεις βασικοί τύποι της μελέτης περίπτωσης οι εγγενείς, οι οργανικές και οι συγκεντρωτικές. Η παρούσα εργασία, αφορά μία εγγενή μελέτη περίπτωσης, δηλαδή προσπαθεί να κάνει πιο κατανοητή την παρούσα υπό μελέτη περίπτωση.

#### 4.1.2 Εθνογραφική Μεθοδολογική Προσέγγιση

Το κύριο ερευνητικό εργαλείο που επιλέχτηκε για τη μελέτη των παραπάνω περιπτώσεων είναι η εθνογραφική μεθοδολογική προσέγγιση. Πρόκειται για μία από τις προσεγγίσεις που εφαρμόζονται ευρέως στις σύγχρονες κοινωνικές έρευνες. Εθνογραφική έρευνα είναι η συστηματική συλλογή στοιχείων η οποία επιτυγχάνεται με την προσωπική επαφή του ερευνητή με τα αντικείμενα της έρευνάς του στο χώρο που αυτά ζουν και εργάζονται (Eisenhart, 1988). Μέσω της χρήσης της εθνογραφικής μεθόδου, δίνεται η ευκαιρία στον ερευνητή να παρατηρήσει τι συμβαίνει στο συγκεκριμένο πλαίσιο, να ερευνήσει τις δράσεις των ατόμων μέσα σε αυτό, να έχει ρητή ή άρρητη συμμετοχή στις καθημερινές δραστηριότητες των ατόμων και να συλλέξει δεδομένα από διαφορετικές πηγές, τα οποία μπορούν να φωτίσουν το υπό μελέτη φαινόμενο.

Στην παρούσα έρευνα, ο ερευνητής συμμετείχε άρρητα στις καθημερινές εργασιακές δραστηριότητες των μηχανικών μέσω τυπικών και άτυπων συνεντεύξεων σε 7 συνολικά τεχνίτες και της παρατήρησης της εργασίας των 3 εξ' αυτών. Η έρευνα διήρκησε περίπου 3 μήνες και ο ερευνητής παρακολουθούσε στο πλαίσιο της εργασίας, τους τεχνίτες. Σύμφωνα με την Πηγιάκη (1988), ο ερευνητής εφαρμόζοντας την συγκεκριμένη μέθοδο έχει την ευκαιρία να παρατηρήσει τις καταστάσεις που λαμβάνουν χώρα στο πλαίσιο των υποκειμένων της έρευνας και να καταγράψει τις επισημάνσεις που χρειάζεται.

Όπως συνέβη και στην παρούσα εργασία, οι καταγραφές του ερευνητή αποτελούν και το υλικό της έρευνας. Η θεωρία την οποία στο τέλος της έρευνάς του θα υποστηρίξει αναδύεται μέσα από τα δεδομένα του, είναι αυθύπαρκτη και αυτό συμβαίνει επειδή ακριβώς στηρίζεται βαθιά σε πραγματικά περιστατικά και γεγονότα (Πηγιάκη, 1998). Οι παρατηρήσεις, λόγω των περιοριστικών μέτρων κατά της πανδημίας, δεν κατέστη δυνατό να οργανωθούν με μία συγκεκριμένη συχνότητα. Παρόλα αυτά, έγιναν συνολικά 10 συναντήσεις, 4 την περίοδο του Σεπτεμβρίου – Οκτωβρίου και άλλες 6 τον Απρίλιο και το Μάιο. Κάθε παρατήρηση διαρκούσε περίπου 1 με 2 ώρες. Για την συλλογή δεδομένων χρησιμοποιήθηκαν μέθοδοι μαγνητοφωνήσεων, βιντεοσκοπήσεων και φωτογραφιών στο χώρο. Για την ανάλυσή τους έγινε απομαγνητοφώνηση και σχολιασμός αυτών.

Η αξία της εθνογραφικής προσέγγισης βασίζεται στη θεμελιώδη διαπίστωση ότι η γνώση και η πρακτική αναπτύσσονται και διαμορφώνονται μέσα σε κάποια κοινωνικά πλαίσια (Eisenhart, 1988) συνεπώς αποτελούν ένα αξιόπιστο εργαλείο προσέγγισης θεμάτων όπως η διερεύνηση μαθηματικών δραστηριοτήτων στο χώρο εργασίας (Triantafyllou, 2010).

#### **4.1.3 Θεμελιωμένη Θεωρία Ανάλυσης**

Η ανάλυση των δεδομένων έγινε με χρήση της Θεμελιωμένης Θεωρίας. Σύμφωνα με τους Belgrave & Charmaz (2015), με τον όρο Θεμελιωμένη Θεωρία εννοείται η μέθοδος μέσω της οποίας αναλύονται τα δεδομένα για την δημιουργία μίας θεωρίας. Οι Glaser & Strauss (1967), ορίζουν ως Θεμελιωμένη Θεωρία την κοινωνική θεωρία η οποία μετασχηματίζεται από τα δεδομένα της έρευνας, τα οποία συλλέγονται στο τόπο που αναπτύσσεται το υπό μελέτη φαινόμενο. Η δημιουργία της θεωρίας, για έναν ερευνητή που κάνει χρήση της Θεμελιωμένης Θεωρίας, θα προέλθει μέσω αυστηρής ανάλυσης των δεδομένων του και της κατάστασης που ερευνά. Μέσω της διαδικασίας της ανάλυσης, που περιλαμβάνει την κωδικοποίηση, αναπτύσσονται οι κατάλληλες θεωρητικές κατηγορίες. Οι Belgrave & Charmaz (2015) υποστηρίζουν πως η Θεμελιωμένη Θεωρία ξεκινά με την συλλογή των δεδομένων και ολοκληρώνεται δίνοντας μία επεξηγηματική θεωρία.

Τα δεδομένα της έρευνας μπορεί να περιλαμβάνουν, συζητήσεις, συνεντεύξεις, σημειώσεις πεδίου, φωτογραφίες, γενικότερα οτιδήποτε μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην ανάλυση (Triantafyllou, 2010). Για την παρούσα εργασία, τα δεδομένα προήλθαν από συζητήσεις, σημειώσεις πεδίου μετά από εθνογραφική παρατήρηση, φωτογραφίες, βίντεο και την εφαρμογή ημι-δομημένων συνεντεύξεων. Για τη διαδικασία της ανάλυσης, τηρήθηκε η σειρά πράξεων που ακολουθεί. Έπειτα από κάθε παρατήρηση, καταγράφονταν τα δεδομένα. Τα αναλυτικά υπομνήματα είναι το καταστάλαγμα μιας αυτοκριτικής και εννοιακής διεργασίας στο τέλος της εθνογραφικής μέρας (Triantafyllou, 2010). Στη συνέχεια, επιχειρούνταν μία αυστηρή ανάλυση της κάθε γραμμής που είχε καταγραφεί και είχε ως στόχο την δημιουργία κατηγοριών. Έπειτα, ορίζονταν υποθέσεις από τον ερευνητή, ο οποίος είχε κατά νου μία κεντρική ιδέα σχετικά με τα νέα δεδομένα αλλά και για τη συλλογή αυτών γενικότερα. Οι υποθέσεις αυτές επικυρώνονταν και ελέγχονταν με βάση τη νέα συλλογή υλικού και οδηγούσαν σε νέα

κωδικοποίηση, δηλαδή στη δημιουργία νέων κατηγοριών. Ο σκοπός της αξονικής κωδικοποίησης είναι να ξεκινήσει η διαδικασία της ξανά συναρμολόγησης των δεδομένων που έχουν διαφοροποιηθεί με τον τρόπο της κωδικοποίησης. Με αυτόν τον τρόπο ο αναλυτής αρχίζει να κτίζει μια πυκνή κατασκευή σχέσεων γύρω από τους άξονες που έχει εστιάσει, ενώ οι σχέσεις μεταξύ των κατηγοριών έχουν ως αποτέλεσμα τη δημιουργία της θεωρίας του ερευνητή (Triantafyllou, 2010).

#### **4.2 Συμμετέχοντες στην έρευνα**

Για τις ανάγκες της έρευνας, χρησιμοποιούνται ψευδώνυμα για τους τεχνίτες που συμμετέχουν σε αυτή. Τα ψευδώνυμα με αρχικό γράμμα Τ, χρησιμοποιούνται για τεχνίτες που είναι απόφοιτοι Λυκείου και έχουν λάβει τεχνική εκπαίδευση για τη δουλειά τους, ενώ με αρχικό γράμμα Α για τεχνίτες με ακαδημαϊκή γενική ή ειδική εκπαίδευση. Συνολικά, απασχολήθηκαν για τη μελέτη αυτή, πέντε τεχνίτες με μεγάλη εργασιακή εμπειρία και προσφέρθηκαν εθελοντικά να συμμετέχουν. Οι συμμετέχοντες της παρούσας έρευνας ήταν αρχικά δύο τεχνίτες. Ο Τίμος που διατηρεί κατάστημα χρυσοχοΐας και ο Τηλέμαχος που έχει εργαστεί σε εταιρεία επισκευής ρολογιών και διατηρεί εργαστήριο ωρολογοποιίας. Στη συνέχεια, καθ' υπόδειξη και προτροπή των δύο τεχνιτών, οι συμμετέχοντες στην έρευνα αυξήθηκαν και προστέθηκαν ακόμη τρεις. Αυτοί είναι ο Αλέξης που έχει δικό του εργαστήριο ωρολογοποιίας και εργάζεται και ως καθηγητής στη σχολή ωρολογοποιίας του ΟΑΕΔ, ο Τέλης που εργάζεται σε εταιρεία επισκευής ρολογιών και ο Ανδρέας που έχει εργαστεί στο εξωτερικό ως τεχνικός ωρολογοποιίας. Από τους παραπάνω τεχνικούς, ο Τίμος, ο Τηλέμαχος και ο Αλέξης είναι αυτοί που συμμετείχαν περισσότερο ενεργά στην έρευνα, με την έννοια ότι ο ερευνητής είχε τις περισσότερες συναντήσεις μαζί τους. Οι υπόλοιποι δύο, ο Τέλης και ο Ανδρέας συμμετείχαν σε μία συνάντηση ο καθένας. Οι συναντήσεις με τους τεχνίτες έγιναν στα εκάστοτε πλαίσια αναφοράς τους. Παρότι ασχολούνται με το ίδιο εργασιακό αντικείμενο, παρουσιάζουν διαφορές ως προς τον εργασιακό τους χώρο και πλαίσιο, καθώς και το επίπεδο των σπουδών που έλαβαν ώστε να ασκήσουν το εν λόγω επάγγελμα.

Οι συναντήσεις με τον Τίμο έγιναν στο κατάστημά του. Ο Τίμος, είναι απόφοιτος Λυκείου, εκπαιδεύτηκε για το επάγγελμά του δίπλα σε κάποιον

άλλο τεχνίτη και εργάζεται στο χώρο για σαράντα χρόνια. Ο Τηλέμαχος, είναι απόφοιτος Λυκείου, εκπαιδεύτηκε για το επάγγελμά του πηγαίνοντας σε μία τεχνική σχολή ωρολογοποιίας η οποία δε λειτουργεί πλέον, έπειτα μαθήτευσε δίπλα σε κάποιον άλλο τεχνίτη και πλέον εργάζεται στο χώρο για σαράντα χρόνια, είτε δουλεύοντας σε εταιρεία είτε διατηρώντας δικό του εργαστήριο. Οι συναντήσεις μας έλαβαν χώρα στο εργαστήριο του. Ο Τέλης, είναι συμμαθητής του Τηλέμαχου και εργάζεται σε εταιρεία ωρολογοποιίας. Συναντηθήκαμε μία φορά στην εταιρεία που εργάζεται, όπου τον επισκεφθήκαμε με τον Τηλέμαχο. Ο Αλέξης, είναι κάτοχος μεταπτυχιακού τίτλου στα οικονομικά, έχει χρόνια εργασιακή εμπειρία εκτός του εργασιακού χώρου της ωρολογοποιίας και συγκεκριμένα σε χρηματοοικονομικές εταιρείες, παρακολούθησε όμως σεμινάρια ωρολογοποιίας στην Ελβετία και αφού μαθήτευσε και αυτός δίπλα σε κάποιο άλλον έμπειρο τεχνίτη, έχει πλέον το δικό του εργαστήριο, όπου έγιναν και συναντήσεις μας. Σημειώνεται πως σε πολλές χώρες του εξωτερικού, συμπεριλαμβανομένης και της Ελβετίας, οι σπουδές για το εν λόγω επάγγελμα είναι πανεπιστημιακού επιπέδου. Έχει δεκαπενταετή εργασιακή εμπειρία και επίσης διδάσκει κάποια μαθήματα ωρολογοποιίας στην τεχνική σχολή ωρολογοποιίας του ΟΑΕΔ. Τέλος, ο Ανδρέας, είναι απόφοιτος ΤΕΙ του τμήματος τηλεπικοινωνιών, έχει μαθητεύσει δίπλα στον πατέρα του που είναι τεχνίτης ωρολογοποιίας και έχει εργαστεί ως υπάλληλος σε εργαστήριο στην Αγγλία. Συναντηθήκαμε μία φορά στο εργαστήριο του Αλέξη. Στον παρακάτω πίνακα, παρουσιάζονται συγκεντρωτικά τα παραπάνω στοιχεία:

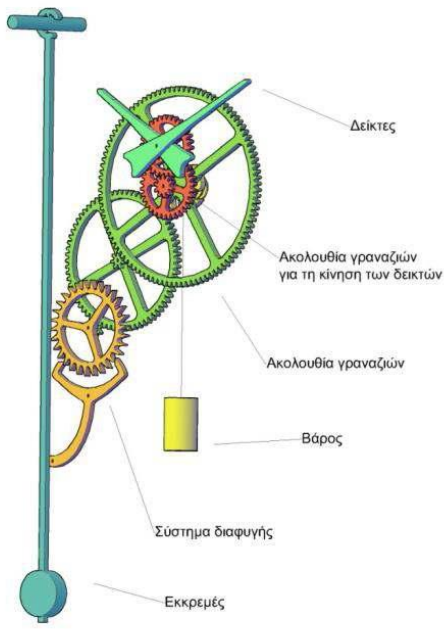
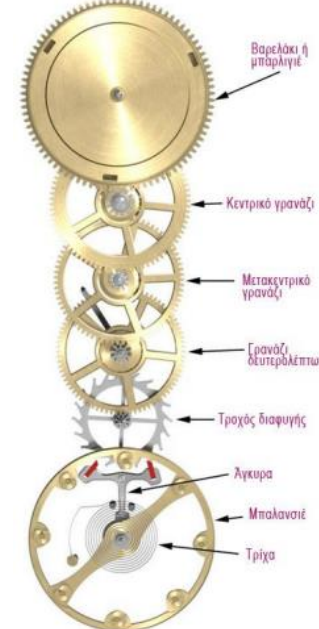
**Πίνακας 4.1:** Το εκπαιδευτικό και εργασιακό προφίλ των τεχνητών.

	<b>Τίμος</b>	<b>Τηλέμαχος</b>	<b>Τέλης</b>	<b>Αλέξης</b>	<b>Ανδρέας</b>
<b>Γενική εκπαίδευση</b>	Λύκειο	Λύκειο	Λύκειο	ΠΜΣ	ΑΕΙ
<b>Ειδική εκπαίδευση</b>	Μαθητεία	Τεχνική Σχολή/Μαθητεία	Τεχνική Σχολή/Μαθητεία	Πανεπιστημιακά Σεμινάρια/Μαθητεία	Μαθητεία
<b>Χώρος εργασίας</b>	Κατάστημα	Εργαστήριο	Υπάλληλος Εταιρείας	Εργαστήριο/Σχολή ΟΑΕΔ	Υπάλληλος σε εργαστήριο

### **4.3 Το μηχανικό ρολόι, ο τρόπος λειτουργίας του και οι μαθηματικές έννοιες που εμπλέκονται**

Στην παρούσα ενότητα, γίνεται μία περιεκτική περιγραφή του τρόπου λειτουργίας του μηχανικού ωρολογίου και των διαφόρων μερών που το απαρτίζουν. Η παρουσίαση αυτή κρίνεται σκόπιμη, καθώς το μηχανικό ρολόι καθ' όλη τη διάρκεια της ερευνητικής διαδικασίας ήταν το κύριο θέμα συζήτησης μεταξύ του ερευνητή και των συμμετεχόντων. Κατά κοινή δήλωση των τεχνιτών, αναφορικά με τους συσχετισμούς μεταξύ των μαθηματικών και της ωρολογοποιίας, η συζήτηση θα έπρεπε να κινηθεί γύρω από τη λειτουργία και την επισκευή του μηχανικού ρολογιού. Η παρακάτω περιγραφή, στηρίζεται σε εγχειρίδια που παραχώρησαν οι συμμετέχοντες στον ερευνητή, στις διάφορες εξηγήσεις που οι ίδιοι έδωσαν καθώς και σε προσωπική αναζήτηση και μελέτη του ερευνητή γύρω από το αντικείμενο αυτό, κυρίως σχετικών διπλωματικών εργασιών. Τα μέρη που παρουσιάζονται, είναι κυρίως αυτά που συγκέντρωσαν το μεγαλύτερο ερευνητικό ενδιαφέρον και πρόκειται για λειτουργικά μέρη του ρολογιού.

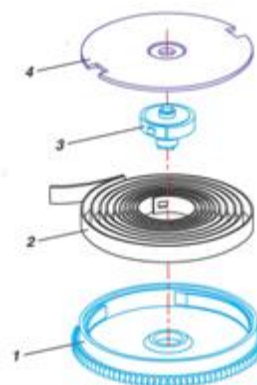
Με τον όρο μηχανικά ρολόγια εννοούμε εκείνα τα οποία στηρίζονται αποκλειστικά στη χρήση κινητικής ενέργειας για να λειτουργήσουν. Ένας τέτοιος μηχανισμός είναι κουρδιστός και για να λειτουργήσει πρέπει να κουρδίζεται ανά διαστήματα. Αυτό, γίνεται χειροκίνητα στα κουρδιστά ρολόγια ή στα εκκρεμή ή με αυτόματο τρόπο με την κίνηση του χεριού μας στα αυτόματα ρολόγια. Συνοπτικά, ένα μηχανικό ρολόι αντλεί την ενέργειά του από ένα ελατήριο κλεισμένο σε μία ειδική θήκη που ονομάζεται μπαριγιέ ή από έναν κύλινδρο και ένα βάρος αν μιλάμε για τα εκκρεμή. Το ελατήριο, συσπειρώνεται μέσω του κουρδίσματος και μετά καθώς είναι μαζεμένο εκτονώνεται, δίνοντας κίνηση στα γρανάζια. Η δύναμη που δημιουργείται, μεταδίδεται μέσω μιας σειράς γραναζιών και δίνει ώθηση στο λεγόμενο balance (εξισορροπιστής), έναν μεταλλικό κυκλικό δακτύλιο που κάνει μία συνεχή κίνηση μπρος και πίσω σε σταθερό ρυθμό. Σε συνδυασμό με έναν σταθμισμένο τροχό (τροχός διαφυγής) και την άγκυρα, επιτρέπει στους άλλους τροχούς του ρολογιού, να κινηθούν προς τα μπροστά σε κάθε ελιγμό του, μετακινώντας έτσι τους δείκτες του ρολογιού με ακρίβεια. Ο τροχός διαφυγής είναι που προκαλεί τον χαρακτηριστικό ήχο, το “τικ-τακ” ενός μηχανικού ρολογιού. Συνοπτικά τα βασικά μέρη των δύο ειδών ωρολογίων τα οποία εμφανίστηκαν στην έρευνα, σε απλή μορφή είναι:

<b>Πίνακας 4.2</b>	
<b>Τα βασικά λειτουργικά μέρη</b>	
Του μηχανικού ρολογιού με εκκρεμές είναι:	Του σύγχρονου μηχανικού ρολογιού είναι:
Η κινητήριος δύναμη (βάρος)	Η κινητήριος δύναμη (μπαριγιέ και ελατήριο)
Μια ακολουθία γραναζιών (gear train)	
Έναν μηχανισμό διαφυγής (escapement)	
Ρυθμιστικό όργανο, εκκρεμές (pendulum)	Ρυθμιστικό όργανο, balance και τρίχα
<b>Πίνακας ένδειξης ώρας</b>	
 <p style="text-align: center;"><b>Εικόνα 4.1</b> Πηγή: Βλάχος 2014</p>	 <p style="text-align: center;"><b>Εικόνα 4.2</b> Πηγή: Σάκκας 2014</p>

Παρακάτω παρουσιάζονται πιο λεπτομερώς τα προαναφερθέντα μέρη:

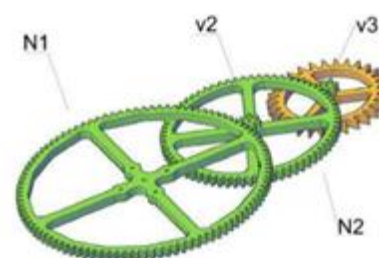
**Κινητήριος δύναμη:** Η κινητήριος δύναμη, στο εκκρεμές είναι συνήθως ένα βάρος κρεμάμενο από μία χορδή που γυρίζει μία τροχαλία, καθώς είναι τυλιγμένη σε αυτό. Στα σύγχρονα μηχανικά ρολόγια είναι το ελατήριο κίνησης (mainspring). Είναι ένα μεταλλικό σπειροειδές έλασμα το οποίο βρίσκεται μέσα σε ένα κούφιο γρανάζι που ονομάζεται μπαριγιέ ή βαρελάκι.

Το βαρελάκι περιστρέφεται σε ένα άξονα. Με τη φόρτιση, περιστρέφεται ο άξονας που διέρχεται μέσα από το βαρελάκι, τυλίγοντας πιο σφικτά το ελατήριο γύρω του, με αποτέλεσμα η τάση του να αυξάνεται. Μετά τη φόρτιση, ο άξονας παραμένει σταθερός και η τάση περιστρέφει το βαρελάκι. Στις οδοντώσεις που φέρει το βαρελάκι συμπλέκεται το πρώτο πηνίο του συστήματος οδοντωτών τροχών του ρολογιού. Άρα με αυτή τη διάταξη, είναι εφικτή η διαρκής παροχή ενέργειας στο ρολόι.



**Εικόνα 4.3:** Τα μηχανικά μέρη στο εσωτερικό του μπαριγιέ.

**Ακολουθία γραναζιών:** Συνήθως αποτελείται από το κεντρικό γρανάζι, το μετακεντρικό γρανάζι και το γρανάζι δευτερολέπτων. Τα γρανάζια σε ένα ρολόι, είναι υπεύθυνα να μεταφέρουν δυνάμεις από το βάρος στο εκκρεμές ή αντίστοιχα, από το ελατήριο κίνησης και το βαρελάκι προς το balance. Επίσης, συνδέουν με την κατάλληλη σχέση, τον άξονα της ώρας και τον άξονα του μηχανισμού διαφυγής. Συνεπώς, η μαθηματική έννοια που ενυπάρχει εδώ είναι αυτή της αναλογίας.



**Εικόνα 4.4:** Ακολουθία γραναζιών, με λόγο  $(N_1 \cdot N_2) / (v_1 \cdot v_2)$ .

**Ρυθμιστικό όργανο:** Το εκκρεμές, είναι ένα βάρος σε μια ράβδο το οποίο με την ταλάντωσή του, αποτελεί το ρυθμιστικό όργανο του ρολογιού. Η αντίστοιχη λειτουργία του εκκρεμούς στα σύγχρονα μηχανικά ρολόγια, γίνεται από το balance και την τρίχα, τα οποία απαρτίζουν το λεγόμενο «περιστροφικό σύστημα ταλάντωσης». Η ακριβής και σταθερή περιοδική ταλάντωση του balance γύρω από τον άξονά του, ελέγχεται από σπειροειδές ελατήριο, την τρίχα. Θέτει σε λειτουργία την άγκυρα και μέσω του τροχού διαφυγής, της ακολουθίας των γραναζιών και του βαρελιού του κύριου ελατηρίου, ρυθμίζεται η αποφόρτιση του ρολογιού. Όταν μετακινηθεί στην τέρμα δεξιά θέση του, ο τροχός του balance «κουρδίζει» την τρίχα. Η δύναμη της τρίχας αντιστρέφει τη φορά κίνησης του



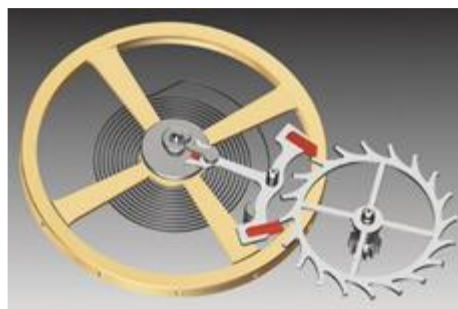
**Εικόνα 4.5:** Το balance, συνοδευόμενο από την τρίχα στο κέντρο του.

**Πηγή:** Τεχνικό εγχειρίδιο, Βλάχος (2014), Σάκκας (2014)



balance και το ωθεί προς την αντίθετη κατεύθυνση, στην τέρμα αριστερή θέση. Σε αυτή τη θέση, ο τροχός αποφορτίζει εντελώς την τρίχα, και η δύναμη της τρίχας καθώς αρχίζει ξανά να φορτίζει αντιστρέφει ξανά τη φορά κίνησης του balance και το ωθεί προς την αντίθετη κατεύθυνση, κ.ο.κ. Είναι φανερό, πως εδώ η εμπλεκόμενη μαθηματική έννοια είναι αυτή της περιοδικότητας.

**Μηχανισμός διαφυγής:** Είναι μια διάταξη που περιλαμβάνει έναν οδοντωτό τροχό, τον τροχό διαφυγής ο οποίος επιτρέπει κίνηση μόνο προς μια κατεύθυνση, κατά καθορισμένα βήματα (όχι συνεχώς) και την άγκυρα, ένα μεταλλικό έλασμα σε σχήμα ημικυκλίου, με δύο ρυθμιστικούς όνυχες στις άκρες του που εμπλέκονται διαδοχικά στην οδόντωση



**Εικόνα 4.6:** Σύστημα διαφυγής με balance

**Πηγή:** Τεχνικό εγχειρίδιο

του τροχού διαφυγής. Ρυθμίζει τη μεταβίβαση ενέργειας από την κινητήριο πηγή στον απαριθμητικό μηχανισμό (ώρες, λεπτά κ.λ.π.), ρυθμίζει δηλαδή την αποφόρτιση της κινητηρίου δύναμης. Μετατρέπει τη συνεχόμενη περιστροφή του γραναζιού, σε μπρος-πίσω κίνηση της άγκυρας. Όταν το balance βρίσκεται σε ακραία θέση, το «δόντι» της άγκυρας «κλειδώνει» το γρανάζι και δεν το αφήνει να περιστραφεί. Όταν το balance κινείται προς τη θέση ισορροπίας, η άγκυρα απελευθερώνει το γρανάζι και αυτό περιστρέφεται, για σύντομο χρονικό διάστημα. Όταν το balance φτάσει στην απέναντι ακραία θέση, το άλλο «δόντι» της άγκυρας «ξανακλειδώνει» το γρανάζι και σταματά την περιστροφή. Ταυτόχρονα ο τροχός, σπρώχνει προς τα πίσω την άγκυρα και το balance και η διαδικασία επαναλαμβάνεται. Το σύστημα διαφυγής, σχετίζεται άμεσα με τους ταλαντωτές και επομένως με την έννοια της περιοδικότητας.

Οι αναλογίες που διέπουν τα γρανάζια και η περιοδικότητα που εμφανίζεται στα ρυθμιστικά όργανα του ρολογιού και το σύστημα διαφυγής, συζητούνται και εξηγούνται εκτενώς στα αποτελέσματα της έρευνας.

#### **4.4. Συλλογή Δεδομένων - Ερευνητικά Εργαλεία**

Η προσέγγιση για τη συλλογή των δεδομένων της έρευνας ήταν ποιοτική και συγκεκριμένα επιλέχθηκε η μέθοδος της μελέτης περίπτωσης, ενώ οι

συνεντεύξεις αποτέλεσαν ένα από τα κύρια ερευνητικά εργαλεία της. Ειδικότερα χρησιμοποιήθηκαν συνεντεύξεις τύπου ημι-δομημένες, μη δομημένες και συνεντεύξεις-έργου. Ένας από τους στόχους της έρευνας ήταν η παραγωγή δεδομένων με έμφαση στην κοινωνική αλληλεπίδραση του ερευνητή και του συμμετέχοντα σε αυτή. Η συνέντευξη ως διαδικασία δεν είναι αποκλειστικά αντικειμενική, ούτε υποκειμενική αλλά διυποκειμενική (Cohen et al., 2008). Επίσης, ερευνητικά εργαλεία ήταν η εθνογραφική παρατήρηση και οι άτυπες συζητήσεις με τους τεχνικούς στο χώρο εργασίας. Από την παρατήρηση και την παρακολούθηση των τεχνικών δραστηριοτήτων, κρατήθηκαν σημειώσεις πεδίου. Συγκεκριμένα αυτή αφορούσε, κάποια τεχνική εργασία, τον τρόπο εκτέλεσης της, τα χρησιμοποιούμενα εργαλεία, τον τρόπο επίλυσης προβλημάτων που συναντούσαν και σε ένα μεγάλο μέρος τον τρόπο λειτουργίας του ρολογιού. Αυτά ήταν και τα θέματα των άτυπων συζητήσεων, τα οποία αφορούσαν τους σκοπούς της έρευνας. Κατά τη διάρκεια των συνεντεύξεων αλλά και των συζητήσεων, είτε κρατήθηκαν σημειώσεις πεδίου είτε υπήρχε η δυνατότητα ηχογράφησης. Επίσης, σε πολλές από τις συναντήσεις, συλλέχθηκε φωτογραφικό υλικό ή βίντεο από τη λειτουργία του ρολογιού, ενώ μου παραχωρήθηκε από τους συμμετέχοντες και γραπτό υλικό, όπως εγχειρίδια σχολής και φωτοτυπημένα μέρη από εγκυκλοπαίδειες, τα οποία και μελετήθηκαν είτε μόνο από τον ερευνητή είτε και από κοινού με τους συμμετέχοντες.

### **1<sup>ος</sup> κύκλος συναντήσεων: Εισαγωγικές συναντήσεις**

Αρχικά, πραγματοποιήθηκαν δύο εισαγωγικές συναντήσεις με τους δύο πρώτους τεχνίτες, μία με τον κάθε ένα. Στην πρώτη συνάντηση με τον Τίμο, είχαμε μία ελεύθερη συζήτηση από την οποία κρατήθηκαν σημειώσεις πεδίου και μετέπειτα σημειώσεις από μνήμης. Του γνωστοποίησα το θέμα της επικείμενης εργασίας και συζητήσαμε τους πιθανούς τρόπους που θα μπορούσε αυτή να πραγματοποιηθεί. Έπειτα, ο Τίμος, μου έδωσε μια πρώτη περιγραφή του μηχανισμού του ρολογιού, κρατήθηκαν ανάλογες φωτογραφίες, ενώ μιλήσαμε και για τα γενικά χαρακτηριστικά της δουλειάς του. Στα συνέχεια, είχα την πρώτη συνάντηση με τον κύριο Τηλέμαχο. Και εδώ κρατήθηκαν σημειώσεις πεδίου και μετέπειτα σημειώσεις από μνήμης, ενώ τα θέματα συζήτησης ήταν τα ίδια. Ο Τηλέμαχος μου γνωστοποίησε πως μπορεί να με φέρει σε επαφή και με άλλους τεχνίτες, που πίστευε πως θα μπορούσαν να με βοηθήσουν, ενώ μου παραχώρησε και ένα εκπαιδευτικό

τεχνικό εγχειρίδιο. Επίσης είχα την ευκαιρία για παρατήρηση της εργασίας του τεχνίτη.

Μια διαδικασία που έγινε και για αυτόν αλλά και για τους επόμενους κύκλους συναντήσεων είναι η καταγραφή όλων των δεδομένων σε ερευνητικό ημερολόγιο. Αυτό περιείχε τις σημειώσεις πεδίου που είτε αφορούσαν τις άτυπες συζητήσεις είτε την παρατήρηση εργασίας, τις απομαγνητοφωνήσεις των συνεντεύξεων και το εθνογραφικό υλικό. Καταγράφονταν επίσης οι απορίες και οι προβληματισμοί που πρόκυπταν, ώστε να ζητηθούν αργότερα διευκρινίσεις.

### **2<sup>ος</sup> κύκλος συναντήσεων: Συναντήσεις με ερωτηματολόγιο**

Μετά από τις πρώτες συναντήσεις, έγινε παράλληλη ανάλυση του ερευνητικού υλικού που προέκυψε από αυτές με την επιβλέπουσα καθηγήτρια. Συζητήσαμε στη συνέχεια πάνω στα θέματα τα οποία είχαν προκύψει. Αυτή η διαδικασία επαναλήφθηκε και για τους επόμενους κύκλους συναντήσεων. Με αυτό τον τρόπο αναδεικνύονταν θέματα προς διερεύνηση. Αυτή η συνεχής διαδικασία μας οδήγησε στην ανάπτυξη αξόνων ανάλυσης των δεδομένων, σύμφωνα με τους ερευνητικούς στόχους της εργασίας. Επιπλέον, οδήγησε εν τέλει στη διαμόρφωση των ερευνητικών στόχων και ερωτημάτων.

Έτσι, για τον επόμενο κύκλο συναντήσεων, δημιουργήθηκε μια λίστα με τα κύρια σημεία εστίασης, αποτελούμενο από τις ανάλογες κύριες ερωτήσεις και ακολουθούμενο από τις αντίστοιχες δευτερεύουσες ερωτήσεις διερευνητικής φύσης. Οι κυρίες ερωτήσεις αφορούσαν τα χαρακτηριστικά της εργασίας και το προφίλ του τεχνίτη (σημείο εστίασης 1) και τις πιθανές σχέσεις της εργασίας αυτής με τα μαθηματικά (σημείο εστίασης 2). Αυτές ήταν:

- 1) την εργασιακή του εμπειρία (1)
- 2) την εκπαίδευση που έλαβε για τη δουλειά του (1)
- 3) την άποψη την κυρία δεξιότητα στη δουλειά του (1)
- 4) τη γενική γνώμη του για την εργασία του (1)
- 5) την προσωπική του σχέση με τα μαθηματικά (2)
- 6) τη γνώμη του για τα μαθηματικά στην εργασία του (2)
- 7) τη γνώμη του για τη δική μου έρευνα (2)

## 8) το αντικείμενο της δουλειάς – παρατήρηση (2)

Ένας ακόμα σκοπός των συναντήσεων ήταν μέσα από τις ερωτήσεις και την παρατήρηση της δουλειάς των συμμετεχόντων να δημιουργηθούν σημεία εστίασης ώστε να μελετηθεί πιο στοχευμένα το εγχειρίδιο που μου είχε παραχωρηθεί. Επίσης, οι ερωτήσεις έγιναν με τη σειρά που τις έφερνε η ροή της συζήτησης και όχι με τη σειρά που τις είχα φτιάξει. Πολλές ερωτήσεις, επανήλθαν στη συζήτηση και οι απαντήσεις συμπληρώθηκαν.

Επομένως, πραγματοποιήθηκε μια δεύτερη συνάντηση με τον Τίμο και τον Τηλέμαχο. Μιλήσαμε αρκετά για την περιγραφή της λειτουργίας του ρολογιού, είχα την ευκαιρία για παρατήρηση της εργασίας αλλά κύριο ρόλο στις συναντήσεις αυτές είχαν οι ημι-δομημένες συνεντεύξεις.

### ***3<sup>ος</sup> κύκλος συναντήσεων: Συναντήσεις περαιτέρω διερεύνησης και αναστοχασμού των ευρημάτων***

Έπειτα από συνεννόηση με την επιβλέπουσα καθηγήτρια και την πιο εμπειριστατωμένη και στοχευόμενη μελέτη του εγχειριδίου (παλιό βιβλίο για σπουδαστές ωρολογοποιίας), το ερευνητικό ενδιαφέρον έγινε πιο συγκεκριμένο. Κύρια σημεία εστίασης, ήταν ο εντοπισμός μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών στο χώρο εργασίας και ο τρόπος που οι τεχνικοί τα αντιλαμβάνονται, τα χρησιμοποιούν και τα επικοινωνούν. Επίσης, ενδιέφερε ιδιαίτερα η εύρεση αυθεντικών θεμάτων, κατάλληλων για τη σχολική τάξη. Πιο συγκεκριμένα, ζητούμενο ήταν να διερευνηθούν οι τρόποι που μια αυθεντική δραστηριότητα μπορεί να γίνει διδάξιμη και το πώς μπορεί να έχει εφαρμογή στη σχολική τάξη. Ως εκ τούτου, στις παρακάτω συναντήσεις, για να διερευνηθούν περαιτέρω τα εν λόγω ζητήματα, ζητήθηκαν περισσότερες επεξηγήσεις πάνω στα ήδη υπάρχοντα ευρήματα – σημεία ενδιαφέροντος. Αυτό έγινε, εκτός από προφορικές περιγραφές και επικοινωνία και με κάποιο σχέδιο των τεχνιτών ή με την από κοινού μελέτη εγχειριδίων ερευνητή και συμμετεχόντων. Επίσης, ζήτησα από τους ίδιους να μου προτείνουν κάποια προβλήματα του επαγγέλματος, που θεωρούν ως κατάλληλα να περάσουν στη σχολική τάξη και να αιτιολογήσουν τις επιλογές τους, οι οποίες έγιναν θέμα συζήτησης. Τέλος και έπειτα από προτροπή των συμμετεχόντων, πραγματοποιήθηκαν επισκέψεις σε άλλους τεχνίτες, ώστε να πάρω πληροφορίες για θέματα που οι συμμετέχοντες θεωρούν πως περιέχουν

μαθηματικά, αλλά αυτοί που θα επισκεπτόμαστε, θεωρήθηκαν «πιο κατάλληλοι» στο να δώσουν εξηγήσεις για αυτά.

Επομένως, έγινε μία τρίτη και μία τέταρτη συνάντηση με τον Τίμο. Αυτή τη φορά υπήρχε η ευκαιρία για απομαγνητοφώνηση της συζήτησης, ενώ προχωρήσαμε στην από κοινού μελέτη του εγχειριδίου. Τα θέματα που συζητήσαμε ήταν οι λειτουργίες και οι ρόλοι της άγκυρας, του τροχού διαφυγής, της τρίχας και του balance, οι πιθανές βλάβες και οι πιθανές πρακτικές σε αυτά, η διαδικασία ρύθμισης και τοποθέτησης του εκκρεμούς και για το αν «υπάρχουν» μαθηματικά σε όλα τα παραπάνω.

Επίσης, πραγματοποιήθηκαν δύο συναντήσεις με τον Τηλέμαχο και στη δεύτερη υπήρχε η ευκαιρία για απομαγνητοφώνηση της συζήτησης. Τα θέματα που συζητήσαμε ήταν διευκρινίσεις από προηγούμενες συναντήσεις, καθώς και το που πιστεύει πως μπορεί να υπάρχουν σχετικά προβλήματα με τα μαθηματικά, με τέτοιο τρόπο ώστε να χρησιμοποιηθούν στη σχολική τάξη. Έτσι, αναφερθήκαμε στα γρανάζια, στο εκκρεμές, στις εκτάσεις, στο κούρδισμα και την παρατήρηση του ρολογιού, στον παλμογράφο και τον τόρνο. Πολύ σημαντικό είναι πως και τις δύο φορές, επισκεφθήκαμε και άλλους τεχνίτες. Έτσι την πρώτη φορά συνάντησα τον Τέλη και μιλήσαμε για τον παλμογράφο, ενώ τη δεύτερη φορά τον Αλέξη όπου συζητώντας για πιθανά σχολικά προβλήματα, μιλήσαμε για τους παλμούς του ρολογιού, την εύρεση του μήκους του ελατηρίου κίνησης και τα γρανάζια.

#### ***4<sup>ος</sup> κύκλος συναντήσεων: Συναντήσεις περαιτέρω διερεύνησης και νέα ερευνητικά ενδιαφέροντα***

Από την ανάλυση των τεσσάρων τελευταίων συναντήσεων, οι κατηγορίες που είχαν προηγουμένως προκύψει, ενισχύθηκαν και επεκτάθηκαν και για πολλές από αυτές βρέθηκαν υποκατηγορίες. Επίσης, ανακαλύφθηκαν προβλήματα κατάλληλα για τη σχολική τάξη, με την έννοια ότι είχαν τη δυνατότητα να περάσουν στη σχολική τάξη, με τέτοιο τρόπο που να μην επηρεάζεται η αυθεντικότητα τους ως προς το πλαίσιο μέσα στο οποίο λαμβάνουν χώρα.

Ένα ακόμα σημαντικό γεγονός από τις τελευταίες αυτές συναντήσεις ήταν η διαφορά των εξηγήσεων που έδινε ο Αλέξης, σχετικά με τη λειτουργία του ρολογιού και των μαθηματικών αρχών που υπάρχουν εκεί. Διαφορές παρουσιάζονταν και στη χρήση της γλώσσας και της ορολογίας. Αξίζει να

σημειωθεί, πως ο Αλέξης κατέχει τις ιδιότητες του καθηγητή ωρολογοποιίας στην αντίστοιχη σχολή του ΟΑΕΔ και του κατασκευαστή μερών ενός ρολογιού, λόγω της ενασχόλησης του με αρκετά παλιά ρολόγια με δυσεύρετα ανταλλακτικά, σε αντίθεση με τους υπόλοιπους τεχνίτες, οι οποίοι έχουν σαν κύριες δραστηριότητες τους στην εργασία τους, το service, το κούρδισμα, κάποιες ρυθμίσεις, τις μικροεπισκευές και διάφορες επιδιορθώσεις, την τοποθέτηση ενός νέου ανταλλακτικού.

Με αυτά τα δεδομένα, έγινε η στροφή του ερευνητικού φακού στην περίπτωση του Αλέξη. Συγκεκριμένα, κρίθηκε σκόπιμο, αφού μελετηθεί επίσης και το γραπτό υλικό που μου είχε παραχωρηθεί, να οργανωθούν επισκέψεις στο εργαστήρι του, όπου κύρια σημεία εστίασης και συζήτησης θα ήταν τα προβλήματα που μου έχει δώσει, η σχολή στην οποία διδάσκει αλλά και γενικά η εργασία του, το προφίλ του συνεντευξιζόμενου. Το κύριο ερευνητικό ενδιαφέρον εδώ θα ήταν γύρω από:

- 1) Τον τρόπο με τον οποίο οι τεχνίτες επικοινωνούν τα μαθηματικά.
- 2) Το είδος της γλώσσας που χρησιμοποιεί ο κάθε τεχνίτης, τη διαχείριση της ορολογίας, το λόγο που χρησιμοποιεί, τις ερμηνείες που δίνει.
- 3) Τις διαφορές στη γνώση των τεχνητών μέσα από τη σύγκριση των εξηγήσεων που δίνουν σε διάφορες πτυχές της εργασίας τους.
- 4) Το να διερευνηθούν τα μαθηματικά που συνδέονται με το εν λόγω επάγγελμα και τις σπουδές που χρειάζονται για αυτό.

Επομένως, πραγματοποιήθηκαν 2 συναντήσεις με τον Αλέξη. Τα θέματα που συζητήσαμε ήταν, τα προβλήματα που μου έχει προτείνει. Ζητήθηκαν επεξηγήσεις για τα κεφαλαία με τα γρανάζια, όπως για το τι είναι η κάθε μεταβλητή, ποιο ρόλο έχει μέσα στον εκάστοτε τύπο και γιατί ο τύπος έχει τις πράξεις που έχει όπως για παράδειγμα πολλαπλασιασμούς και κλάσματα και όχι προσθέσεις ή αφαιρέσεις. Επίσης ζήτησα τη γνώμη του και τη βοήθειά του για το πώς να «στήσω» το πρόβλημα με τους χτύπους ανά δευτερόλεπτο, πρόβλημα το οποίο σχετίζεται στενά με τους λόγους των δοντιών των γραναζιών. Επίσης συζητήσαμε για τη σχολή αλλά και την εργασία του. Ζητήθηκε η γνώμη του για το ποιες μαθηματικές ικανότητες χρειάζονται ώστε να φοιτήσει κάποιος σε αυτήν, για το πώς αξιολογεί το μαθηματικό υπόβαθρο που απαιτείται αλλά και το μαθηματικό υπόβαθρο που υπάρχει αυτή τη στιγμή. Ερωτήσεις που αποσκοπούν στην αιτιολογημένη άποψη του για τα μαθηματικά που χρειάζονται οι σπουδαστές ωρολογοποιίας. Επίσης του ζήτησα μήπως μπορεί να μου δώσει διαγωνίσματα ασκήσεις ή θέματα τα

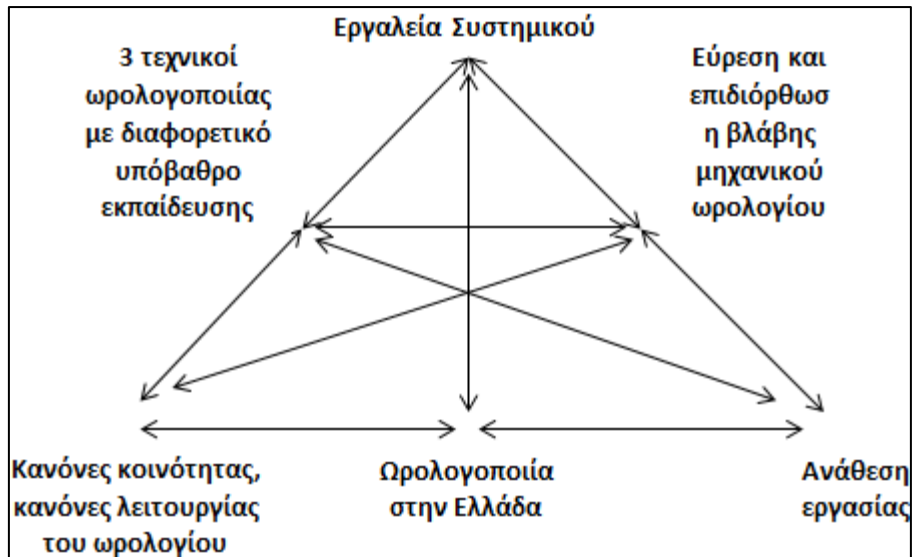
οποία είναι σχετικά με τα μαθηματικά από τα μαθήματα που κάνει. Στη δεύτερη συζήτηση συμμετείχε και ο Ανδρέας, ένας επαγγελματίας ωρολογοποιός που «μαθαίνει τη δουλειά» δίπλα στον Αλέξη. Έτσι, παρουσιάστηκε η ευκαιρία, πολλές από τις ερωτήσεις που έκανα, κυρίως της 3<sup>ης</sup> και 4<sup>ης</sup> κατηγορίας, να απαντηθούν και από τον Ανδρέα.

Στον παρακάτω πίνακα, παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στοιχεία από τους τέσσερις κύκλους συναντήσεων:

<b>Πίνακας 4.3:</b> Ερευνητικά στοιχεία των κύκλων συναντήσεων.				
<b>Κύκλοι Συναντήσεων</b>	<b>1<sup>ος</sup></b>	<b>2<sup>ος</sup></b>	<b>3<sup>ος</sup></b>	<b>4<sup>ος</sup></b>
<b>Πλήθος Συναντήσεων</b>	2	2	4	2
<b>Συμμετέχοντες</b>	Τίμος Τηλέμαχος	Τίμος Τηλέμαχος	Τίμος Τηλέμαχος Αλέξης Τέλης	Αλέξης Ανδρέας
<b>Θέματα συζήτησης</b>	Γενική διερεύνηση	Προφίλ συμμετεχόντων Παρατήρηση εργασίας Λειτουργία του ρολογιού	Μαθηματικά του ρολογιού Μαθηματικά προβλήματα στο χώρο	Μαθηματικά του ρολογιού Μαθηματικά προβλήματα στο χώρο Προφίλ συμμετεχόντων

#### **4.5 Εφαρμογή της Θεωρίας της Δραστηριότητας**

Στην εικόνα 6.1, παρουσιάζεται συμπληρωμένο το τριγωνικό μοντέλο της Θεωρίας της Δραστηριότητας, προσαρμοσμένο για τις ανάγκες της παρούσας μελέτης.



**Εικόνα 4.7:** Το προσαρμοσμένο μοντέλο της 2<sup>ης</sup> Γενιάς Θεωρίας της Δραστηριότητας.

Ακολουθώντας το μοντέλο της 2<sup>ης</sup> γενιάς της Θεωρίας της Δραστηριότητας, ως υποκείμενα της δραστηριότητας τοποθετούνται οι τεχνικοί ωρολογοποιίας που συμμετείχαν στην έρευνα και ερευνώνται οι εργασιακές δραστηριότητες τους. Ως αντικείμενο λαμβάνεται η κάθε εργασιακή δράση των τεχνικών, των οποίων ο στόχος είναι η εύρεση και η επισκευή ενός οποιουδήποτε είδους μηχανικού ωρολογίου. Επομένως, για όλους τους τεχνίτες, θεωρούνται οι κεντρικές τους δραστηριότητες και από αυτές γίνονται αντιληπτές κάποιες κεντρικές δράσεις. Η επιλογή δράσεων γίνεται με κριτήριο την αναγνώριση ενός ιδιαίτερου μαθηματικού περιεχομένου. Ως εργαλεία που διαμεσολαβούν μεταξύ των τεχνητών και του εργασιακού στόχου και αντικειμένου, λαμβάνονται αυτά του συστημικού δικτύου που παρουσιάζεται στην ενότητα 5.3. Τα εργαλεία έγιναν αντιληπτά από την ανάλυση των εργασιακών δράσεων.

Η κοινότητα της Θεωρίας της Δραστηριότητας, εδώ συγκεκριμενοποιείται στην ελληνική κοινότητα της ωρολογοποιίας. Αν και οι τεχνίτες αυτοί δουλεύουν κυρίως ατομικά, όπως και οι συμμετέχοντες στην έρευνα, αλληλοεπιδρούν με τους συναδέλφους τους. Επισκέπτονται εργαστήρια φίλων τους, μπορεί να γνωρίζονται από τη σχολή που έχουν φοιτήσει, αναζητούν συμβουλές ή συζητούν μεταξύ τους τις περιπτώσεις ρολογιών που συναντούν. Για παράδειγμα, ο Τηλέμαχος στην 1<sup>η</sup> μας συνάντηση, μιλώντας για τη γνώμη ενός συναδέλφου αναφέρει πως «είναι πάντα καλή, γιατί μπορεί να δει από την αρχή, κάτι που εσένα σου έχει ξεφύγει». Επίσης, μαθητεύουν δίπλα σε άλλους τεχνίτες και αναπτύσσουν σχέσεις δασκάλου-μαθητή. Τέλος, αναθέτουν κάποια εργασία σε συνεργάτες τους και



αναπτύσσουν μεταξύ τους εμπόριο ανταλλακτικών. Η έννοια του καταμερισμού της εργασίας, στο τριγωνικό μοντέλο της Θεωρίας της Δραστηριότητας, αντιστοιχεί σε αυτή της ανάθεσης εργασίας στην κοινότητα της ωρολογοποιίας. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αυτού δίνεται στην ανάλυση της 3<sup>ης</sup> δράσης στην ενότητα 5.2, όπου τεχνίτες όπως ο Τίμος και ο Τηλέμαχος αναθέτουν την κατασκευή γραναζιών σε τεχνίτες όπως ο Αλέξης, ο οποίος κατέχει την τεχνογνωσία και την τεχνοτροπία για μία τέτοια δραστηριότητα.

Σχετικά με τους κανόνες, αυτοί τίθενται και εδώ από την ίδια τη δραστηριότητα και είναι σχετικοί με το ίδιο το αντικείμενο του ρολογιού προς επισκευή. Ο κάθε τεχνίτης δρα αναλόγως της βλάβης που ανακαλύπτει, ενώ για την ίδια βλάβη, μπορεί να παρατηρούνται και διαφορετικές δράσεις. Σε κάθε περίπτωση όμως, η κάθε δράση βασίζεται στις αρχές της κατασκευής και της λειτουργίας του αντικειμένου. Ο Τίμος, στην 1<sup>η</sup> μας συνάντηση, συζητώντας για τη λειτουργία του ρολογιού, αναφέρει πως *«είτε μικρά, είτε μεγάλα ο βασικός τους μηχανισμός είναι ο ίδιος»* ενώ πρέπει, η εκτόνωση της ενέργειας διαμέσου στη μηχανή του ρολογιού *«να συμβαίνει συγχρονισμένα, συμβαίνει σε ένα χρόνο, συμβαίνει με ένα συντονισμό»* ώστε το ρολόι *«να μπορεί να είναι σωστό, να λειτουργεί σωστά, στην ώρα του»*.

Κανόνες τίθενται επίσης και από την κοινότητα στην οποία λαμβάνει χώρα η δραστηριότητα. Στη συγκεκριμένη κοινότητα, υπάρχουν κανόνες που αφορούν το διαχωρισμό των τεχνιτών σε κατηγορίες αναλόγως με τις επαγγελματική τους εκπαίδευση και με βάση αυτή την κατηγοριοποίηση αναλαμβάνουν και διαφορετικές εργασίες γύρω από το ρολόι. Ο Ανδρέας, που συμμετείχε στην 3<sup>η</sup> μας συνάντηση με τον Αλέξη και *«μαθαίνει τη δουλειά»* δίπλα σε αυτόν, μιλά για αυτήν την κατηγοριοποίηση ερωτώμενος για το αν υπάρχουν μαθηματικά στην εργασία του:

*«Το επάγγελμα αυτό χωρίζεται σε δύο κατηγορίες να το πούμε έτσι. Είναι το ανώτατο επίπεδο, ο ωρολογοποιός με την κυριολεκτική έννοια. Που θα κατασκευάσει ένα ρολόι, που εκεί πέρα όντως χρειάζονται μαθηματικά, φυσική, χρειάζονται τα πάντα. Και είναι η κατηγορία του επισκευάζω, κάνω service, ο οποίος χρειάζεται πάλι κάποια μαθηματικά, αλλά όχι σε τέτοιο βαθμό, πού να χρειαστεί να κάνει δικούς του υπολογισμούς. Και νομίζω στο εξωτερικό τους χωρίζουν έτσι. Είναι χωρισμένοι σε levels. Είναι για παράδειγμα αυτός που κάνει service, ο technician... Εγώ για παράδειγμα είμαι εγώ watch technician. Άλλο που η σχολή λέει watchmaker. Μιλάει για το*

ευρύτερο φάσμα. Αλλά watch technician είμαι. Δηλαδή δεν μπορώ να φτιάξω ρολόι μόνος μου». (Ανδρέας, 3<sup>η</sup> συνάντηση με τον Αλέξη)

Επίσης αναφέρει πως οι εργασίες που αναλαμβάνει είναι: «*Service, δηλαδή λύσιμο λάδωμα και ξανά μοντάρισμα. Μικροεπισκευές, κάποιες ρυθμίσεις. Είναι στο level 1 αυτό. Και μετά σε κάθε επίπεδο μπορείς να κάνεις πιο πολύπλοκα πράγματα. Όπως για παράδειγμα χρονογράφους*». Τέλος, υπάρχει ως κανόνας και η αναγκαιότητα της μαθητείας δίπλα σε κάποιον έμπειρο τεχνίτη. Αυτό εξηγεί ο Αλέξης στην 3η μας συνάντηση μιλώντας για την επαγγελματική εκπαίδευση που έχει λάβει:

«Εδώ υπάρχει μία σχολή ωρολογοποιίας, του ΟΑΕΔ, της οποίας εγώ δεν είμαι απόφοιτος. Εγώ έχοντας κάνει άλλες σπουδές, είμαι αυτοδίδακτος. Έχω πάει στην Ελβετία και έχω παρακολουθήσει ειδικού τύπου σεμινάρια. Εδώ, χρειάζεσαι έναν δάσκαλο στην ωρολογοποιία. Αυτό που χρειάζεται είναι να έχεις δάσκαλο, πρέπει να σου δείξει κάποιος. Ακόμα κι αν πας στη σχολή μετά πρέπει να κάτσεις δίπλα σε κάποιον τεχνίτη. Δεν είναι δηλαδή, πήγα στη σχολή και έγινα ωρολογοποιός και μετά ανοίγω ένα μαγαζί και φτιάχνω ρολόγια. Δεν μπορείς να φτιάξεις ρολόγια. Δε θα τα καταφέρεις» (Αλέξης, 3<sup>η</sup> συνάντηση)

Με δεδομένο το προσαρμοσμένο τριγωνικό μοντέλο της δεύτερης γενιάς της θεωρίας δραστηριότητας, θα προχωρήσουμε στις επόμενες ενότητες στην ανάλυση και την ερμηνεία των αποτελεσμάτων.

#### **4.6 Ανάλυση Δεδομένων**

Στην περίπτωση της αναδρομικής ανάλυσης τα ερευνητικά δεδομένα χωρίστηκαν σύμφωνα με τα θέματα τα οποία είχαν τεθεί επί τάπητος και αναλύθηκαν γραμμή – γραμμή σύμφωνα με τη χρήση της θεμελιωμένης θεωρίας (grounded theory) των Strauss και Corbin (1998).

Με αυτό τον τρόπο, δημιουργήθηκαν οι τελικοί κώδικες ανάλυσης του ερευνητικού υλικού. Αυτοί αφορούσαν στο είδος των πολιτισμικών εργαλείων που χρησιμοποιούσαν οι συμμετέχοντες, στις μαθηματικές δεξιότητες τις οποίες φαίνεται να ανέπτυσσαν και στις στρατηγικές που ακολούθησαν για να αντιμετωπίσουν τα προβλήματα στη δουλειά τους. Χαρακτήρισαν τη μαθηματική πρακτική η οποία αναγνωρίστηκε σε κάθε κατάσταση μέσα από τα ερευνητικά δεδομένα και με αυτό τον τρόπο

αναδείχθηκε η συσχέτιση της μαθηματικής πρακτικής και η αναγνώριση και ερμηνεία των μαθηματικών εννοιών με τα εργαλεία τα οποία χρησιμοποιούσαν οι συμμετέχοντες σε κάθε εργασιακή δραστηριότητα. Έτσι, η έννοια των εργαλείων απέκτησε κεντρική ισχύ στην ανάλυση των δεδομένων. Στη συνέχεια, με βάση το θεωρητικό μοντέλο ανάπτυξης της ανθρώπινης Δραστηριότητας του Leont' εν, αναγνωρίστηκαν οι μαθηματικές πρακτικές στο χώρο εργασίας στο λειτουργικό επίπεδο. Με αυτό τον τρόπο οι μαθηματικές δεξιότητες χαρακτηρίστηκαν ως εργαλεία ανάπτυξης μιας εργασιακής δραστηριότητας.

Με χρήση του θεωρητικού μοντέλου 2ης γενιάς της Θεωρίας Δραστηριότητας έγινε ο εντοπισμός και η ερμηνεία για τις τριβές, αντιφάσεις και συγκρούσεις τόσο μεταξύ των συστατικών στοιχείων του κάθε συστήματος δραστηριότητας στο οποίο ανήκαν οι τρεις τεχνικοί όσο και διαφοροποιήσεις και μεταμορφώσεις των ίδιων μαθηματικών εργαλείων σε διαφορετικά συστήματα, το εργασιακό και το ακαδημαϊκό.

Τα εργαλεία κατηγοριοποιήθηκαν σε μορφή συστημικού δικτύου (Bliss, Monk and Ogborn, 1983) για κάθε τεχνικό. Μέσα σε αυτό καταγράφηκαν οι κατηγορίες εργαλείων που αφορούν μία εργασιακή δραστηριότητα. Οι κατηγορίες οι οποίες προέκυψαν βασίζονταν στα ερευνητικά δεδομένα και χαρακτηρίστηκαν σύμφωνα με την εννοιολογική προσέγγιση η οποία αναπτύχθηκε στο θεωρητικό μας πλαίσιο.

## **Κεφάλαιο 5. Αποτελέσματα**

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα της έρευνας, η οποία αφορά τη διερεύνηση των μαθηματικών στο εργασιακό χώρο της ωρολογοποιίας, ως προς το ρόλο που αυτά διαδραματίζουν στην κεντρική δραστηριότητα των τεχνητών και ως προς τους διαφορετικούς τρόπους επικοινωνίας που χρησιμοποιούν οι συμμετέχοντες διαφορετικού γνωστικού υπόβαθρου, για να τα εξηγήσουν.

Αρχικά, στην ενότητα 5.1 περιγράφονται και αναλύονται συγκεκριμένες εργασιακές δράσεις των τεχνιτών. Οι δράσεις αυτές συνδέονται με συγκεκριμένες μαθηματικές έννοιες. Σε κάθε εργασιακή δράση καταγράφονται τα εργαλεία τα οποία εμπλέκονται στην πραγματοποίησή της. Από την ανάλυση αυτή προκύπτει το συστημικό δίκτυο των διαμεσολαβητικής φύσης εργαλείων που χρησιμοποιούν οι τεχνίτες κατά την διαδικασία εκτέλεσης των δράσεων, όπως αυτά ορίζονται από τη Θεωρία της Δραστηριότητας.

Αυτό το συστημικό δίκτυο, παρουσιάζεται και εξηγείται στην ενότητα 5.2. Με αυτό τον τρόπο, θα αναδειχθούν οι μαθηματικές έννοιες και πρακτικές που οι ίδιοι χρησιμοποίησαν και ανέπτυξαν.

Τέλος, στην ενότητα 5.3 απαντώνται τα δύο ερευνητικά ερωτήματα. Το πρώτο ερευνητικό ερώτημα, αφορά τον προσδιορισμό των μαθηματικών εννοιών που υπάρχουν στο πεδίο της ωρολογοποιίας και το αντικείμενο του ρολογιού και τους τρόπους που αυτές εμφανίζονται στις πρακτικές των τεχνιτών αυτού του χώρου εργασίας. Το δεύτερο ερώτημα αφορά τις διαφορές με τις οποίες τα μέλη της κοινότητας των ωρολογοποιών με διαφορετικό εκπαιδευτικό προφίλ (τεχνικό και ακαδημαϊκό) εξηγούν και επικοινωνούν τις παραπάνω εμπλεκόμενες έννοιες και διαδικασίες των μαθηματικών.

### **5.1 Ανάλυση Εργασιακών Δράσεων**

Στην ενότητα αυτή αναλύονται τρεις εργασιακές δράσεις των συμμετεχόντων. Σκοπός της ανάλυσης, είναι η δημιουργία του συστημικού δικτύου που θα αφορά τα διαμεσολαβητικής φύσης εργαλεία που χρησιμοποιούν οι τεχνίτες. Μέρος αυτών των εργαλείων, είναι τα

μαθηματικά που χρησιμοποιούν στην εργασιακή τους δραστηριότητα καθώς και αυτά που χρησιμοποιούν για να εξηγήσουν στον ερευνητή διάφορες πτυχές της εργασίας τους. Η ανάλυση αυτή σκοπεύει επίσης και στην εύρεση των πτυχών του τριγωνικού μοντέλου της 2<sup>ης</sup> γενιάς της Θεωρίας της Δραστηριότητας.

Οι τεχνικοί ωρολογοποιίας έχουν ως κύριο αντικείμενο εργασίας την εύρεση βλάβης στον μηχανισμό και τον τρόπο λειτουργίας του μηχανικού ρολογίου και την επιδιόρθωσή της. Το ρολόι αυτό μπορεί να είναι είτε ένα εκκρεμές (επιτραπέζιο, τοίχου ή δαπέδου κτλ.) είτε ένα ρολόι που χρησιμοποιεί ως ταλαντωτή το μηχανισμό balance και τρίχας (επιτραπέζιο, τοίχου, χειρός ή τσέπης κτλ.). Οι τεχνικοί για να πραγματοποιήσουν την καθημερινή τους εργασιακή δραστηριότητα έπρεπε να ακολουθήσουν μία σειρά δράσεων, οι οποίες μπορούν να θεωρηθούν διαδοχικές. Για τις ανάγκες στις παρούσες έρευνας, δεν αναλύεται όλη η αλληλουχία των δράσεων αυτών, αλλά, αναλύονται ξεχωριστά τρεις δράσεις για την επίτευξη του εργασιακού στόχου, για τις οποίες αναγνωρίζεται ιδιαίτερο μαθηματικό περιεχόμενο. Αυτές είναι:

**1<sup>η</sup> δράση:** Ο έλεγχος και η ρύθμιση των παλμών ανά ώρα, δράση η οποία σχετίζεται με τη μαθηματική έννοια της περιοδικότητας.

**2<sup>η</sup> δράση:** Η τοποθέτηση του εκκρεμούς στο χώρο λειτουργίας του, όπου χρησιμοποιείται η μαθηματική έννοια της συμμετρίας.

**3<sup>η</sup> δράση:** Η εύρεση δοντιών των γραναζιών με σκοπό την κατασκευή τους, όπου εμφανίζεται και επιδρά η μαθηματική έννοια της αναλογίας.

Μέσα από την ανάλυση αυτής της δράσης, επιχειρείται να γίνει σαφές πώς οι αντίστοιχες μαθηματικές έννοιες εμπλέκονται στην εργασιακή δραστηριότητα των τεχνιτών και με ποιες *μαθηματικές διαδικασίες* που χρησιμοποιούν σχετίζεται. Ταυτόχρονα, τίθενται επί τάπητος και συγκρίνονται, οι εξηγήσεις που οι επαγγελματίες με διαφορετικά εκπαιδευτικό προφίλ. Δηλαδή τα *μαθηματικά επικοινωνίας* που χρησιμοποιούν για την έννοια αυτή. Η περιγραφή της δράσης στηρίζεται στην παρατήρηση εργασίας κατά τη διάρκεια της έρευνας, στη μελέτη των εγχειριδίων και τις περιγραφές και εξηγήσεις των τεχνιτών, ενώ με πλάγια γράμματα θα αναφέρονται οι πτυχές του συστημικού δικτύου που θα προκύψει ή οι συνιστώσες του μοντέλου της Θεωρίας της Δραστηριότητας.

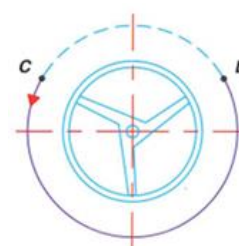
Στο τέλος της κάθε υποενότητας, θα παρουσιάζονται σε πίνακες συγκεντρωτικά και συγκριτικά για κάθε τεχνίτη, τα αποτελέσματα της ανάλυσης της δράσης και θα αφορούν τα χρησιμοποιούμενα μαθηματικά και την ερμηνεία τους από τους συμμετέχοντες.

### 5.1.1 1<sup>η</sup> δράση Η μαθηματική έννοια της περιοδικότητας - Έλεγχος και διόρθωση των παλμών ανά ώρα

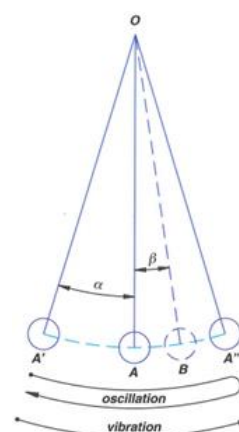
Εδώ, απαντάται η έννοια της περιοδικότητας ως παλμοί του ρολογιού ανά ώρα και σχετίζεται με τους *ταλαντωτές*, που κατηγοριοποιούνται ως *μέρη του ρολογιού στα τεχνικής φύσης εργαλεία* του συστημικού δικτύου. Για κάθε ρολόι, υπάρχουν οι ενδεδειγμένοι και οι πραγματικοί παλμοί και οι τεχνίτες προσπαθούν να φέρουν αυτούς τους δύο αριθμούς σε συμφωνία, διαδικασία που θα αναφέρεται ως *προσέγγιση* στην κατηγορία *μαθηματικές διαδικασίες* του συστημικού δικτύου. Οι τεχνίτες λαμβάνουν ένα ρολόι προς επιδιόρθωση και αν το ρολόι αυτό είναι σε θέση να τεθεί σε λειτουργία, θα μετρήσουν (*μετρήσεις*) πρώτα εάν και πόσα λεπτά χάνει ή κερδίζει μέσα στη μέρα.

Στην πράξη, οι παλμοί ενός ρολογιού, αντιστοιχούν με τον χαρακτηριστικό του ήχο. Ο χαρακτηριστικός ήχος «τικ» γίνεται από τα δόντια της άγκυρας, καθώς αυτά πιάνουν ή αφήνουν τα δόντια του τροχού διαφυγής (εικόνα 5.3). Κάθε «τικ-τακ», δηλαδή δύο ήχοι, αντιστοιχούν σε μία κίνηση κατά ένα δόντι του τροχού διαφυγής και σε μία ταλάντωση, άρα κάθε αλλαγή θέσης του τροχού διαφυγής αντιστοιχεί σε 2 παλμούς. Ο τροχός διαφυγής και η άγκυρα, αναφέρονται ως *σύστημα διαφυγής* στο συστημικό δίκτυο και ανήκουν στα *τεχνικής φύσης εργαλεία* και συγκεκριμένα στα *μέρη του ρολογιού*.

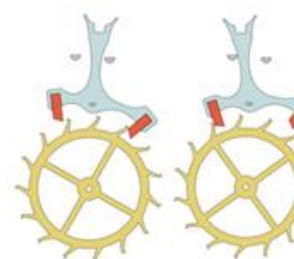
Κάθε ρολόι, πρέπει να λειτουργεί με συγκεκριμένους παλμούς ανά ώρα και αν όντως



**Εικόνα 5.1:** Ο παλμός του balance.



**Εικόνα 5.2:** Η ταλάντωση και ο παλμός του εκκρεμούς.



**Εικόνα 5.3:** Οι παλέτες της άγκυρας, αφήνουν και φρενάρουν τον τροχό διαφυγής.

**Πηγή:** Τεχνικό

λειτουργεί με αυτό το ρυθμό, δεν υπάρχει σφάλμα στην ένδειξη της ώρας αν και στην πραγματικότητα, πάντα θα υπάρχει κάποιο μικρό σφάλμα. Οι ενδεδειγμένοι παλμοί λειτουργίας συνήθως δίνονται από τον κατασκευαστή (κανόνες του χώρου εργασίας).

Τι είναι όμως οι παλμοί ενός ρολογιού, οι οποίοι θα αναφέρονται ως *περιοδικότητα* στο συστημικό δίκτυο και ανήκει στα *μαθηματικά εργαλεία σκέψης* και συγκεκριμένα στις *έννοιες*;

Ταλάντωση, στη γλώσσα της ωρολογοποιίας είναι η απόσταση που διανύει ένα δεδομένο σημείο του balance (ταλαντωτής) μεταξύ δύο πανομοιότυπων, διαδοχικών καταστάσεων. Στην εικόνα 5.1, πρόκειται για τη διαδρομή από το σημείο C στο σημείο D και προς τα πίσω. Για την περίπτωση του εκκρεμούς (ταλαντωτής), αυτό ολοκληρώνει μία ταλάντωση, όταν για παράδειγμα αυτό ξεκινά από το σημείο A' (εικόνα 5.2) και επιστρέφει σε αυτό έχοντας περάσει από τις θέσεις A'' και A (σημείο ανάπαυσης). Αυτός είναι ένας ολοκληρωμένος κύκλος μίας περιόδου. Ένας παλμός (vibration), για την περίπτωση του balance, είναι η μισή ταλάντωσή του. Στην εικόνα 5.1, πρόκειται για τη διαδρομή από το σημείο C στο σημείο D. Αντίστοιχα, για την περίπτωση του εκκρεμούς, αυτό ολοκληρώνει έναν παλμό (vibration), όταν για παράδειγμα αυτό κινείται από το σημείο A' (εικόνα 5.2) στο σημείο A'', από τη μία ακραία θέση στην άλλη, οπότε και εδώ πρόκειται για μία μισή ταλάντωση. Επομένως, ισχύει τελικά: 1 oscillation = 2 vibrations.

Οι τεχνίτες για να μετρήσουν τους πραγματικούς παλμούς του ρολογιού που έχουν μπροστά τους, μπορούν να χρησιμοποιήσουν τον παλμογράφο (τεχνικό εργαλείο). Στην 3<sup>η</sup> μας συνάντηση με τον Τηλέμαχο, επισκεφθήκαμε τον Τέλη, ο οποίος στο παρακάτω απόσπασμα εξηγεί για τη χρήση του παλμογράφου:

«Η τοποθέτηση στον παλμογράφο (τεχνικό εργαλείο) είναι το πρώτο και το τελευταίο πράγμα που κάνω όταν έχω να κάνω service σε ένα ρολόι. Το πιο σημαντικό είναι αυτός ο αριθμός: 18.260. Αυτοί είναι οι χτύποι του ρολογιού ανά ώρα. Αυτό πηγαίνει λίγο γρήγορα, πηγαίνει μπροστά περίπου 1 – 2 λεπτά το μήνα άρα στη μέρα, θα μας βγαίνει περίπου 3 δευτερόλεπτα (μετρήσεις). Περίπου έτσι; Ένα άλλο, που θα εμφάνιζε λίγο κάτω από 18.000 θα έχανε κάποια δεύτερα μέσα στη μέρα. Δε μας πειράζει να χάνει λίγο. Θεωρητικά πρέπει να είναι 18000». (Τέλης, 3<sup>η</sup> συνάντηση με τον Τηλέμαχο)

Η τοποθέτηση στον παλμογράφο όμως, δεν είναι πάντα εφικτή γιατί μπορεί οι τεχνίτες να μη διαθέτουν το συγκεκριμένο μηχάνημα. Επίσης, το ρολόι μπορεί να μη γίνεται να τοποθετηθεί σε αυτόν όπως π.χ. το εκκρεμές και τέλος, να μη γνωρίζουν πόσοι πρέπει να είναι οι ενδεδειγμένοι



**Εικόνα 5.4:** Το «τιμόνι» που ρυθμίζει την «ταχύτητα» του ρολογιού.

παλμοί ανά ώρα π.χ. για κάποιο ρολόι για το οποίο δεν υπάρχει manual κατασκευαστή (*γραπτά κείμενα*). Σε αυτή την περίπτωση, οι τεχνίτες θα παρακολουθήσουν για ένα εικοσιτετράωρο πόσο χάνει ή κερδίζει το ρολόι (*οπτικός έλεγχος*). Επίσης, ελέγχουν τη σωστή λειτουργία του ρολογιού, ακούγοντας το τικ-τακ του μηχανισμού (*ακουστικός έλεγχος*). Η επόμενη διαδικασία που κάνουν οι τεχνίτες είναι αυτή της ρύθμισης των παλμών. Αν λοιπόν, το ρολόι δεν πηγαίνει σωστά στην ώρα του, θα δοκιμάσουν να ρυθμίσουν τους παλμούς του από ένα ρυθμιστή που διαθέτει η τρίχα (εικόνα 5.4), εάν ο ταλαντωτής του είναι balance-τρίχα ή αυξομειώνοντας το βάρος του εκκρεμούς (*προσέγγιση*).

### **Τα μαθηματικά επικοινωνίας των τεχνικών και η αντιπαραβολή τους**

Ο **Τηλέμαχος** στον 1<sup>ο</sup> διερευνητικό κύκλο συναντήσεων, ερωτώμενος για το που μπορεί να χρησιμοποιούνται μαθηματικά στην εργασία του, αναφέρεται στις παραπάνω διαδικασίες παρακολούθησης και ρύθμισης:

«Παρακολουθούμε ένα ρολόι (*οπτικός έλεγχος*), ας πούμε ότι πάει μπροστά στην ώρα, τρέχει γρήγορα. Το κουρδίζω 12:00 το βράδυ και ξανακοιτάξω το επόμενο βράδυ στις 12:00 (*μετρήσεις*). Τότε θα χρειαστεί να κάνω τα μαθηματικά για να το ρυθμίσω (*μαθηματική επισήμανση*). Μπορεί να χρειάζεται 15 με 20 λεπτά ρύθμιση. Μετά από κει, έχω θέμα σίγουρα. Ένα ρολόι μου δίνει μία ανοχή περίπου 20 λεπτών. Δηλαδή, αν χάνει κάπου 20 λεπτά μπορώ να το διορθώσω μόνο ρυθμίζοντας το. Αν πηγαίνει 2 ώρες μπροστά δε μπορώ να το διορθώσω με αυτό τον τρόπο (*αριθμητικό παράδειγμα - κανόνες του χώρου εργασίας*). Για παράδειγμα ένα εκκρεμές. Αν πηγαίνει αργά ανεβάζω το βάρος πάνω ή αν πηγαίνει γρήγορα μπορώ να κατεβάσω το βάρος ή αν έχω κανονικό ρολόι, μπορεί να χρειαστεί να ρυθμίσω την τρίχα της ταλάντωσης (*προσέγγιση*)». (Τηλέμαχος, 2<sup>η</sup> συνάντηση)



Σε αυτό το απόσπασμα, το μαθηματικό εργαλείο επικοινωνίας που χρησιμοποιεί ο Τηλέμαχος κατηγοριοποιείται ως *αριθμητικό παράδειγμα στα μαθηματικά εργαλεία επικοινωνίας* στο συστημικό δίκτυο και το χρησιμοποιεί μιλώντας για περιθώρια που απορρέουν από τους *κανόνες του χώρου εργασίας*. Περιγράφει πως χρησιμοποιώντας τον *οπτικό έλεγχο* και τη *μέτρηση* της ώρας, μέσα από *εμπειρικούς υπολογισμούς (μαθηματικό εργαλείο σκέψης και διαδικασιών)* ανακαλύπτει το ρυθμό του ρολογιού και έπειτα τον διορθώνει, διαχειρίζεται δηλαδή την αλλαγή της περιοδικότητας του ωρολογίου και προσεγγίζει τους σωστούς παλμούς του. Ο Τέλης, με τους ίδιους εμπειρικούς υπολογισμούς, βλέποντας την ένδειξη 18.260 στον παλμογράφο, καταλήγει στο συμπέρασμα πως αυτό μεταφράζεται σε 1 με 2 λεπτά το μήνα ταχύτερα στην ένδειξη του ρολογιού, τα οποία μεταφράζονται σε μερικά δευτερόλεπτα στη μέρα. Αμφότεροι δεν αποσαφήνισαν τους υπολογισμούς που κάνουν.

Αναφορικά με την έννοια της περιοδικότητας, ο Τηλέμαχος θα αναφερθεί σε αυτή λεκτικά με τη φράση «πηγαίνει γρήγορα ή αργά» ή με το τακ τακ του ρολογιού. Τη συσχετίζει με τον ταλαντωτή, χρησιμοποιώντας έτσι *τεχνική ορολογία* και τον *τρόπο λειτουργίας* του ρολογιού, ενώ κάνει *μαθηματικές επισημάνσεις* χωρίς όμως σαφείς *μαθηματικές συνδέσεις (μαθηματικά εργαλεία επικοινωνίας)* και με παρέπεμψε για εξηγήσεις στον Τέλη και τον Αλέξη σχετικά με τον παλμογράφο και στο τι αυτό το εργαλείο καταμετρά. Τέλος για τις περιγραφές του, χρησιμοποιεί *υποδείξεις* των μερών του ρολογιού.

Οι εξηγήσεις του **Τίμου** αναφορικά με την περιοδικότητα είναι σχετικές με το balance για το οποίο αναγνωρίζει πως έχει ρυθμό, όπως φαίνεται από το παρακάτω απόσπασμα της 3<sup>ης</sup> συνάντησής μας, όπου μελετούμε από κοινού το διδακτικό εγχειρίδιο και μου περιγράφει τα μέρη του ρολογιού και το τι κάνει με το καθένα σε πιθανή βλάβη:

«Ο ρυθμός που γυρίζει το ρολόι έχει να κάνει με το ρυθμό που κινείται το balance. Αυτό είναι η καρδιά του ρολογιού, δίνει την κίνηση. Δηλαδή εκεί εκτονώνεται η ενέργεια που ξεκινά από το ελατήριο κίνησης περνά μέσα από όλα τα γρανάζια και επιστρέφει προς τα πίσω». (Τίμος, 3<sup>η</sup> συνάντηση)

Επομένως, τα *μαθηματικά εργαλεία επικοινωνίας* που χρησιμοποιεί για να εκφράσει την περιοδικότητα είναι σχετικά με τον *τρόπο λειτουργίας* του ρολογιού και χρησιμοποιεί *τεχνική ορολογία*. Στην ίδια συνάντηση, περιγράφει το πώς δουλεύει με αυτή την έννοια. Αναφέρει και αυτός τον

οπτικοακουστικό έλεγχο και την προσέγγιση, ενώ αναφέρεται λεκτικά στην έννοια της περιοδικότητας με το χαρακτηριστικό τακ τακ.

«Όταν πάρω το ρολόι και αυτό λειτουργεί, αρχικά θα περιμένω να δω πόσο χάνει ή κερδίζει μέσα στη μέρα (οπτικός έλεγχος)... Η τρίχα πηγαίνει μαζί με το balance. Κινείται μαζί με αυτό. Είναι αυτό το ελατήριο που περνά από το τιμόνι (τεχνική ορολογία), όπως το λέμε εμείς και αυτό κουνάμε ώστε να την ανοίξουμε, δηλαδή να γίνουν μεγαλύτερα τα κενά στο ελατήριο, ή να την κλείσουμε (προσέγγιση)... Δεν περιμένεις για να δεις αν δεν πάει σωστά. Ακούγεται το ρολόι ότι πάει πιο γρήγορα από το τακ τακ που κάνει (ακουστικός έλεγχος)». (Τίμος, 3<sup>η</sup> συνάντηση)

Από τα αποσπάσματα που ακολουθούν, γίνεται φανερό πως ο **Αλέξης** αντιλαμβάνεται την έννοια της περιοδικότητας σε τυπικό επίπεδο. Χρησιμοποιεί το τικ τακ και το «αργά ή γρήγορα» ως λεκτική αναφορά σε αυτή, αναγνωρίζει όμως σε αυτά την έννοια της συχνότητας και της περιόδου τις οποίες και αναφέρει. Σε αντίθεση με τους υπόλοιπους τεχνίτες, αναφέρεται στους παλμούς του ρολογιού ως μία ιδιότυπη μονάδα μέτρησης του εργασιακού του χώρου, την οποία έχει την ευχέρεια μέσα από μαθηματικές διαδικασίες (μονάδες μέτρησης, υπολογισμοί και μεθόδους άλγεβρας στο συστημικό δίκτυο) να τη μετατρέπει σε Hertz. Χρησιμοποιεί δηλαδή, πρόσθετες μαθηματικές διαδικασίες αναφορικά με την έννοια, τις οποίες και αναγνωρίζει τυπικά. Μαθηματικό εργαλείο επικοινωνίας του Αλέξη, είναι τα *αριθμητικά παραδείγματα*, τα οποία χρησιμοποιεί για να μιλήσει για τις διαδικασίες αυτές και όχι μόνο για τα περιθώρια που προκύπτουν από τους κανόνες όπως ο Τίμος. Στην 1<sup>η</sup> συνάντηση μας, ερωτώμενος για το αν υπάρχουν μαθηματικά προβλήματα στην εργασία του, κατάλληλα για τη σχολική τάξη, προτείνει τη μετατροπή των παλμών ανά ώρα σε Hertz, άσκηση που βάζει και στους μαθητές του στη σχολή ωρολογοποιίας, λέγοντας:

«Οι μηχανές των ρολογιών δουλεύουν σε κάποια συχνότητα (επιστημονική ορολογία). Έχουν μια συχνότητα κάνουν τακ τακ τακ τακ. 4Hz για παράδειγμα. Εμείς όμως οι ωρολογοποιοί δεν μιλάμε με Hz που μιλάνε οι φυσικοί και οι μαθηματικοί. Εμείς μιλάμε με παλμούς την ώρα. Λοιπόν, στους μαθητές που τους κάνω μάθημα στη σχολή, τους μαθαίνω για τον παλμογράφο, ένα όργανο που μετράει τα χτυπήματα κλπ. Και μπορεί να μου πει ότι το ρολόι αυτό είναι 18.000. Αν ήταν 18.000, που είναι 2,5 Hz αν το κάνεις, το ρολόι θα ήτανε 0 στο χρόνο. 0 δευτερόλεπτα την ημέρα + -, αλλά ποτέ δεν είναι 18... Πες ότι δεν πάει καλά. Πάει μπροστά, τρέχει στο χρόνο. Και γράφει ο

παλμογράφος 18.165. Τους λέω λοιπόν στη σχολή είναι 18.165 παλμούς την ώρα. Θέλω να μου πείτε πόσα Hz είναι αυτό και πόσα δευτερόλεπτα την ημέρα θα τρέχει (αριθμητικό παράδειγμα)». (Αλέξης, 1<sup>η</sup> συνάντηση)

Ερωτώμενος για τη διαδικασία επίλυσης σχολιάζει «πολύ εύκολο, μία μετατροπή στις μονάδες και μία απλή μέθοδος των τριών», πραγματοποιώντας έτσι μαθηματικές επισημάνσεις-συνδέσεις. Στη 2<sup>η</sup> συνάντησή μας, ερωτώμενος γιατί το κάνουν αυτό ως άσκηση στη σχολή, απαντά:

«Γιατί το “χτύποι την ώρα” είναι μόνο μες τους ρολογάδες. Σε όποιον άλλον και να μιλήσεις στον έξω κόσμο θα σου πει, τι συχνότητα δηλαδή είναι αυτό; Και θα πρέπει να την πεις σε Hz. Αυτό είναι η μονάδα μέτρησης του SI. Οι χτύποι ανά ώρα δεν υπάρχουν ως μονάδα στο SI πουθενά. Εμείς μετράμε χτύπους την ώρα, αλλά αυτό το ξέρω μόνο εγώ. Όλοι οι άλλοι ξέρουν Hz που είναι 1 προς περίοδος (επιστημονική ορολογία). Σε Hz, χτυπάει τέσσερις φορές το δευτερόλεπτο. Δηλαδή κάνει τακ τακ τακ τακ. Αυτό το καταλαβαίνω περίπου τι είναι. Ενώ αν σου πω 28.800 θα καταλάβεις; Όχι. Δεν ξέρεις πόσα τουκ τουκ. Όταν θα γράψω λοιπόν ένα κείμενο για αυτό το ρολόι πρέπει να πω ότι αυτό έχει συχνότητα 2,5 Hz ή ένα άλλο έχει 4 Hz. Το ένα έχει 4 αλλά έχει 2,5, άρα είναι καλύτερο αυτό που έχει 4 (αριθμητικό παράδειγμα). Άρα είναι για να επικοινωνήσεις. Αλλάζουμε μονάδα. Κάνουμε υπολογισμούς αλλαγής μονάδας (μαθηματική σύνδεση)». (Αλέξης, 1<sup>η</sup> συνάντηση)

Στους πίνακες που ακολουθούν, παρουσιάζονται συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα ως προς τις διαδικασίες και τα μαθηματικά επικοινωνίας και συγκριτικά ως προς τους τρεις τεχνίτες:

<b>Πίνακας 5.1: Η έννοια της Περιοδικότητας - Μαθηματικές Διαδικασίες</b>			
<b>Διαδικασίες</b>	<b>Τίμος</b>	<b>Τηλέμαχος</b>	<b>Αλέξης</b>
<i>Μετρήσεις</i>	Εμπειρικά, προσεγγιστικά για τους παλμούς και τα λεπτά		Τυπικά - Παλμογράφος
<i>Υπολογισμοί</i>			Τυπικά
<i>Επίλυση Προβλημάτων</i>	Οπτικοακουστικός έλεγχος		
<i>Μονάδες Μέτρησης</i>	Τακ – Τακ, Ρυθμός	Τακ – Τακ, «γρήγορα, αργά»	Παλμοί ανά ώρα-Μετατροπή σε συχνότητα
<i>Μέθοδοι Άλγεβρας</i>	-		Μέθοδος των Τριών

Προσέγγιση	Ναι μέσω του τιμονιού της τρίχας
------------	----------------------------------

<b>Πίνακας 5.2: Η έννοια της Περιοδικότητας – Μαθηματικά Επικοινωνίας</b>			
	<b>Τίμος</b>	<b>Τηλέμαχος</b>	<b>Αλέξης</b>
<b>Εξηγήσεις</b>	Διαφοροποιούνται ως προς τις μαθηματικές συνδέσεις και κατ' επέκταση στα αριθμητικά παραδείγματα καθώς ο Αλέξης χρησιμοποιεί περισσότερες σχετικές μαθηματικές διαδικασίες		
<i>Τρόπος Λειτουργίας</i>	Ναι, αναφορικά με το balance, το εκκρεμές και το σύστημα διαφυγής		
<i>Τεχνική Ορολογία</i>			
<i>Μαθηματικές Επισημάνσεις</i>	-	Εμπειρικοί υπολογισμοί	Αναγνωρίζει τους παλμούς ως συχνότητα
<i>Μαθηματικές Συνδέσεις</i>	-	Παραπομπή σε άλλους τεχνίτες	Σαφείς
<i>Αριθμητικό Παράδειγμα</i>	Ναι μιλώντας για περιθώρια: «Αν χάνει έως 5 λεπτά, το διορθώνω από το τιμόνι»		Ναι μιλώντας για αλγεβρικές μεθόδους και μετατροπές μονάδων
<b>Επιδείξεις</b>	Όλες περιείχαν υποδείξεις, χειρομορφές και την κίνηση του ρολογιού		

**5.1.2: 2<sup>η</sup> δράση Η μαθηματική έννοια της συμμετρίας χρησιμοποιείται στην τοποθέτηση του εκκρεμούς στο χώρο λειτουργίας του.**

Η δράση αφορά το ρολόι με εκκρεμές και είναι η σωστή τοποθέτηση του στο χώρο που αυτό θα βρίσκεται. Ο τεχνίτης θα χρειαστεί να μεταφέρει και να συναρμολογήσει το ρολόι στο χώρο του πελάτη του. Για τη σωστή του λειτουργία, είναι προϋπόθεση ο τοίχος ή το δάπεδο που θα τοποθετηθεί να είναι «αλφαιδιασμένα», όπως ο Τίμος και ο Τηλέμαχος εξηγούν, εννοώντας μην υπάρχει σε αυτά κάποια κλίση. Από την παρατήρηση εργασίας του Τηλέμαχου πάνω σε αυτό το ζήτημα στην 3<sup>η</sup> μας συνάντηση, διαφαίνονται οι χρησιμοποιούμενες μαθηματικές διαδικασίες. Και εδώ, πρόκειται για τον οπτικοακουστικό έλεγχο και την προσέγγιση του ρυθμού του ρολογιού, αυτή τη φορά μέσα από την έννοια της συμμετρίας:

Ερευνητής: Την τελευταία φορά ρυθμίσατε το εκκρεμές που δε χτυπούσε σωστά χρησιμοποιώντας ένα χαρτί. Μπορούμε να το ξανακάνουμε αυτό;

Τηλέμαχος: Ναι βεβαίως. Αυτό το έχω ζυγίσει, αλλά θα το χαλάσω (είχε ένα εκκρεμές όρθιο στον πάγκο εργασίας). Δες τι εννοώ όταν λέω ότι το έχω ζυγίσει (έσπρωξε το εκκρεμές και αυτό ξεκίνησε). Τώρα δουλεύει σωστά, δηλαδή το εκκρεμές (ταλαντωτής) είναι αυτό που κουνάει την άγκυρα (τεχνικό εργαλείο) με σωστό ρυθμό (αναφορά στην περιοδικότητα). Η μηχανή του είναι σωστά βαλμένη, δηλαδή δε γέρνει από δω ή από κει και τα δόντια της άγκυρας, δεν μπαίνουν το ένα πιο πολύ μέσα από το άλλο στον τροχό διαφυγής (οπτικός έλεγχος - κανόνες του χώρου εργασίας). (Τηλέμαχος, 3<sup>η</sup> συνάντηση)



Εικόνα 5.5



Εικόνα 5.6

Έπειτα το “χάλασε” τοποθετώντας το με κάποια κλίση στον πάγκο. Μετά από λίγο άρχισε να έχει πιο αργό ήχο. Σχολίασε πως «*τώρα όπως ακούς δεν έχει τα ίδια χτυπήματα, δεν είναι το ίδιο ρυθμικά*» αναφέροντας τον ακουστικό έλεγχο. Στη συνέχεια, τοποθέτησε ένα χαρτί κάτω από το ρολόι και σημείωσε πάνω στο χαρτί μια γραμμή που αντιστοιχεί στο σημείο ανάπαυσης του εκκρεμούς και άλλες δύο για τα άκρα της ταλάντωσης (εικόνα 5.5).

«Αυτό το χρησιμοποιώ για να δω προς τα που πρέπει να το μετακινήσω (οπτικός έλεγχος). Θέλω όσο είναι από εδώ αυτή η απόσταση, να είναι και από κει (αναφορά στη συμμετρία). Αν τώρα το βάλω στον τοίχο, αφού κάνω ό,τι δουλειά είναι να κάνω και φτάσω στην τοποθέτηση και αυτό το χαρτί μου δείχνει πάλι τα ίδια, τότε μπορεί να μην έχω βάλει όρθια τη μηχανή ή ο τοίχος να μην είναι κατακόρυφος».

Ερευνητής: Πολλά βέβαια έχουν και αυτό εδώ (δείχνω ένα άλλο εκκρεμές τοποθετημένο στο τοίχο που έχει ένα ιδιότυπο χάρακα – εικόνα 5.6)

Τηλέμαχος: Ναι αυτό δεν είναι αρκετό από μόνο του. Χρειάζεται και το αλφάδι (τεχνικό εργαλείο). Δεν είναι αρκετό, όπως και το χαρτί. Γιατί μπορεί να κινείται σωστά το εκκρεμές αλλά η κάσσα να είναι στραβή.

Στο παραπάνω απόσπασμα, ο Τηλέμαχος χρησιμοποιεί ως άξονα συμμετρίας τη ράβδο του εκκρεμούς, όταν αυτό βρίσκεται σε ηρεμία. Με αυτό ως αναφορά και με τη βοήθεια του αλφαδιού (*τεχνικό εργαλείο*) και του χαρτιού που σημειώνει μετρώντας αποστάσεις της ταλάντωσης, προσπαθεί να «ζυγίσει», όπως αναφέρει, δηλαδή να τοποθετήσει σωστά το σύνολο των μερών του ρολογιού. Κριτήριο για αυτό θεωρεί τα δόντια της άγκυρας να μπαίνουν και τα δύο το ίδιο στον τροχό διαφυγής. Τελικός του σκοπός είναι ο σωστός ρυθμός του ρολογιού, επομένως μπορεί να ειπωθεί πως και αυτή η δράση συμβαίνει με φόντο την περιοδικότητα.

### ***Τα μαθηματικά επικοινωνίας των τεχνιτών και η αντιπαραβολή τους***

Ο *Τηλέμαχος*, επεξηγεί λεκτικά τη *συμμετρία* με τη φράση «όση απόσταση από δω τόση και από κει» και με αυτόν τον τρόπο εμπεριέχονται στα *μαθηματικά επικοινωνίας* του, *μαθηματικές επισημάνσεις*. Οι εξηγήσεις του για την έννοια αυτή σχετίζονται με *μέρη του ρολογιού* όπως το *εκκρεμές*, η *ράβδος* του και η *άγκυρα*, επομένως τα *μαθηματικά επικοινωνίας* του είναι σχετικά με τον *τρόπο λειτουργίας* του αντικειμένου και περιέχουν *τεχνική ορολογία*. Επίσης, η επίδειξη των μερών γίνεται με υποδείξεις για την κίνηση του ρολογιού.

Έπειτα από την παραπάνω παρακολούθηση εργασίας, ζητήθηκαν εξηγήσεις για αυτή και από τον *Τίμο*, στην 4<sup>η</sup> συνάντησή μας. Στα αποσπάσματα του διαλόγου που ακολουθούν, ο Τίμος σχολιάζοντας την παραπάνω δράση, αναφέρεται λεκτικά στη *συμμετρία*, χρησιμοποιεί *επιστημονική* και *μαθηματική ορολογία*, κάνοντας με αυτό τον τρόπο *μαθηματικές επισημάνσεις*. Ακόμα, ο άξονας συμμετρίας - ράβδος του εκκρεμούς αναφέρεται εδώ ως κατακόρυφος:

«Πρέπει το εκκρεμές να κινείται έτσι ώστε να κρατά την άγκυρα (*τεχνικό εργαλείο*) στην ίδια απόσταση από τα δόντια του τροχού διαφυγής. Εάν η κίνηση που κάνει, δεν είναι αρμονική (*μαθηματική ορολογία*) τότε θα το καταλάβεις με το αυτί ότι κάτι δεν πάει καλά (*ακουστικός έλεγχος*). Πρέπει όταν θα γίνει η τοποθέτηση του κουτιού στον τοίχο να είναι όλα αλφαδιασμένα, όλο αυτό το σύστημα, να αποτελεί ευθεία. Εάν η ταλάντωση του εκκρεμούς (*επιστημονική ορολογία*) είναι συμμετρική (*έννοια συμμετρίας*), τότε στο σταμάτημα της ταλάντωσης (*οπτικός έλεγχος*), όταν είναι κατακόρυφο (*άξονας συμμετρίας*) και σταματημένο, θα πρέπει για να

δουλέψει το ρολόι, οι απολήξεις άγκυρας να είναι ισομήκεις επάνω στη ρόδα (οπτικός έλεγχος). Εδώ βλέπεις; Όσο απέχει από το ένα απέχει και από το άλλο ... Να είναι το ρολόι στην κατακόρυφο εδώ ίσια έτσι; Και να πας να βάλεις τη μηχανή και να τηρούνται αυτές οι προϋποθέσεις. Άμα η κατακόρυφος του έρχεται εδώ είναι στραβό το ρολόι (οπτικός έλεγχος)». (Τίμος, 4<sup>η</sup> συνάντηση)

Ερευνητής: Ο Τηλέμαχος δεν είχε τέτοιο χάρακα. Έπαιρνε ένα χαρτί και το έβαζε κάτω από το εκκρεμές, κουνιόταν αυτό και σχεδίαζε εδώ που είναι το 0 και μετά σημείωνε πού το ακούει.

Τίμος: Είδες; Πού το ακούει. Τακ τακ τακ τακ και όχι τακ τακ τακ τακ (με αλλαγή ρυθμού – αναφορά στην περιοδικότητα). Ο χάρακας δεν παίζει ρόλο. Αυτό παίζει ρόλο. Ότι το ακούς το ρολόι και δουλεύει σωστά. (Τίμος, 4<sup>η</sup> συνάντηση)

Στα σχόλια του Τίμου, χρησιμοποιούνται και όμοιες εξηγήσεις με αυτές του Τηλέμαχου. Έχει και αυτός ως κριτήριο τα δόντια της άγκυρας, τα οποία πρέπει να είναι «ισομήκεις πάνω στη ρόδα διαφυγής». Αναφέρεται και αυτός στην περιοδικότητα (τακ τακ) και στον ακουστικό έλεγχο, στον οποίο μάλιστα δείχνει μεγαλύτερη εμπιστοσύνη από τον οπτικό. Τα μαθηματικά επικοινωνίας του είναι επίσης σχετικά με τον τρόπο λειτουργίας του αντικειμένου και περιέχουν τεχνική ορολογία, ενώ η επίδειξη γίνεται με υποδείξεις για την κίνηση του ρολογιού. Συγκεντρωτικά, έχουμε τους παρακάτω πίνακες:

<b>Πίνακας 5.3: Η έννοια της Συμμετρίας - Μαθηματικές Διαδικασίες</b>		
<b>Διαδικασίες</b>	<b>Τίμος</b>	<b>Τηλέμαχος</b>
Μετρήσεις	Εμπειρικά, με χαρτί και αλφάδι	-
Επίλυση Προβλημάτων	Οπτικοακουστικός έλεγχος	
Μονάδες Μέτρησης	Τακ – Τακ, Ρυθμός	
Προσέγγιση	Μέσω της συμμετρίας εξυπηρετείται η περιοδικότητα	

<b>Πίνακας 5.4: Η έννοια της Συμμετρίας - Μαθηματικά Επικοινωνίας</b>		
<b>Εξηγήσεις</b>	<b>Τίμος</b>	<b>Τηλέμαχος</b>
Τρόπος Λειτουργίας	Ναι, για το εκκρεμές και το σύστημα διαφυγής	
Τεχνική Ορολογία		

<i>Μαθηματικές Επισημάνσεις</i>	Αναφορά σε ίσες αποστάσεις	Αναφορά σε ίσα μήκη, συμμετρική ταλάντωση
<i>Μαθηματικές Συνδέσεις</i>	-	
<b>Επιδείξεις</b>	Όλες περιείχαν υποδείξεις, χειρομορφές και την κίνηση του ρολογιού	

### 5.1.3 3<sup>η</sup> δράση Η μαθηματική έννοια της αναλογίας ως αναγκαία για την κατασκευή και τη λειτουργία των γραναζιών.

Η έννοια της αναλογίας απαντάται στην ακολουθία των γραναζιών και συγκεκριμένα μεταξύ των δοντιών των γραναζιών. Ακολουθεί περιγραφή του τρόπου που αυτό συμβαίνει, η οποία στηρίζεται πρωτίστως στη μελέτη των τεχνικών εγχειριδίων. Υπάρχουν φορές που ένας τεχνίτης στην εργασιακή του δραστηριότητα, θα χρειαστεί ένα καινούριο γρανάζι. Τότε, θα αναζητήσει κάποιο κατάλληλο ανταλλακτικό στην αποθήκη του ή σε άλλο κατάστημα ή θα ζητήσει από άλλον τεχνίτη την κατασκευή του, αφού λόγω έλλειψης κατάλληλων εργαλείων, τεχνογνωσίας ή εκπαίδευσης για τη δουλειά, δεν είναι σε θέση να το κατασκευάσει (*ανάθεση έργου - καταμερισμός εργασίας*). Από τους συμμετέχοντες, ο Τίμος και ο Τηλέμαχος δεν προχωρούν σε τέτοια κατασκευή, σε αντίθεση με τον Αλέξη που κατασκευάζει γρανάζια και άλλα εξαρτήματα του ρολογιού. Έτσι μελετώνται αρχικά τα μαθηματικά επικοινωνίας των πρώτων δύο τεχνιτών και αμέσως μετά ακολουθεί η περιγραφή της δράσης από τον Αλέξη, όπου αναγνωρίζονται και τα μαθηματικά επικοινωνίας του.

#### **Η έννοια της αναλογίας στα τεχνικά εγχειρίδια**

Αρχικά, δίνονται οι παρακάτω ορισμοί:

**Τροχός:** Οποιοδήποτε κυκλικό κομμάτι μετάλλου φέρει στην περιφέρεια του δόντια, τα οποία μπορούν να κοπούν σε διάφορες μορφές και αριθμούς.

**Πηνίο:** Ο μικρότερος τροχός με δόντια που ονομάζονται φύλλα, λειτουργεί σε συνδυασμό με το μεγαλύτερο τροχό.

**Άξονας:** Συνδέει τον τροχό με το πηνίο του.

**Ακολουθία:** Ο συνδυασμός δύο ή περισσότερων τροχών και πηνίων, προσανατολίζονται μαζί και μεταδίδουν ισχύ από ένα μέρος του μηχανισμού σε ένα άλλο (εικόνα 5.10).

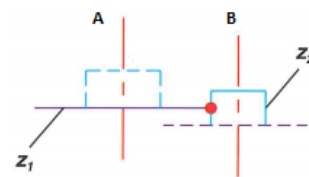


Για να βρεθεί η σχέση μετάδοσης κίνησης ( $i$ ) από έναν τροχό με πλήθος δοντιών  $z_1$  σε ένα πηνίο με πλήθος φύλλων  $z_2$  (εικόνα 5.11) διαιρούμε τον αριθμό  $z_1$  με τον αριθμό  $z_2$ . Για παράδειγμα, αν  $z_1 = 84$  και  $z_2 = 12$ , τότε:  $i = \frac{z_1}{z_2} \Rightarrow \frac{84}{12} = 7$ . Αυτό σημαίνει πως στη μία περιστροφή του άξονα A που φέρει τον τροχό, ο άξονας B που φέρει το πηνίο θα έχει κάνει 7. Εάν έχουμε 3 άξονες A, B, Γ που φέρουν τροχούς και πηνία και έχουν πλήθος δοντιών και φύλλων  $z_1, z_2, z_3, z_4$  όπως στην εικόνα 5.12, τότε η σχέση  $\frac{z_1}{z_2}$  θα μας δώσει την περιστροφή του B σε σχέση με τον A και η σχέση  $\frac{z_3}{z_4}$  την περιστροφή του Γ σε σχέση με τον B. Επομένως η σχέση  $i = \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{z_3}{z_4}$ , θα μας δώσει την περιστροφή του Γ σε σχέση με τον A.

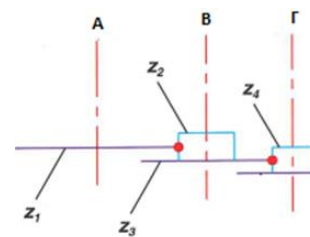
Αυτή η διαδικασία πολλαπλασιασμού λόγων, γενικεύεται και για μεγαλύτερες ακολουθίες, όπως αυτές του μηχανικού ρολογιού, όπου η κίνηση μεταδίδεται στους δείκτες με τη μεσολάβηση μίας ακολουθίας γρاناζιών και πρέπει ο λεπτοδείκτης να κάνει μία περιστροφή ανά ώρα και ο δείκτης του δευτερολέπτου μία περιστροφή ανά λεπτό. Για τις ανάγκες της έρευνας περιγράφεται η απλούστερη συνδεσμολογία ακολουθίας γρاناζιών. Στην εικόνα 5.13, έχουμε τον κεντρικό άξονα C που περιστρέφεται 1 φορά την ώρα και άρα φέρει πάνω του τον λεπτοδείκτη. Μαζί του, φέρει και τον λεγόμενο κεντρικό τροχό (center wheel). Ο λεγόμενος 4<sup>ος</sup> άξονας (4<sup>th</sup> axis) περιστρέφεται 1 φορά το λεπτό και επομένως αντιστοιχεί στον δείκτη των δευτερολέπτων. Τέλος, ο άξονας E φέρει το πηνίο διαφυγής και τον τροχό διαφυγής. Όλοι οι τροχοί και πηνία των αξόνων, έχουν πλήθος δοντιών και φύλλων  $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6$  όπως φαίνεται στο σχήμα. Η σχέση μετάδοσης του κεντρικού τροχού και του πηνίου διαφυγής ή αλλιώς η σχέση περιστροφής των αξόνων C (αφετηρία) και E (προορισμός) είναι:  $i = \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{z_3}{z_4} \cdot \frac{z_5}{z_6}$ .



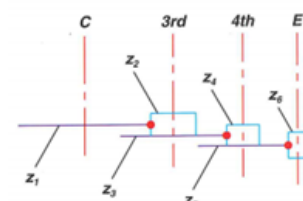
**Εικόνα 5.10:** Μία ακολουθία γρاناζιών



**Εικόνα 5.11**



**Εικόνα 5.12**



**Εικόνα 5.13**

**Πηγή:** Τεχνικό εγχειρίδιο

Ο άξονας E, κινεί τον τροχό διαφυγής, κάθε δόντι του οποίου αντιστοιχεί όπως είδαμε στην 1<sup>η</sup> δράση σε 2 παλμούς του ρολογιού. Άρα, θα ισχύει η εξής ισότητα: Παλμοί ανά ώρα = i \* δόντια του τροχού διαφυγής \* 2. Η ίδια ισότητα περιγράφεται και στην εικόνα 5.14. Τα πλήθη των δοντιών των γραναζωμάτων, είναι πάντα τέτοια ώστε ο αριθμός των παλμών ανά ώρα του ρολογιού να διαιρείται με το 3.600 και έτσι να επιτυγχάνεται η σωστή κίνηση των δεικτών.

$V_h$	number of vibrations per hour [vib/h]	$V_h = \frac{z_1 \cdot z_3 \cdot z_5 \cdot 2 \cdot z_e}{z_2 \cdot z_4 \cdot z_6} n_1$
$z_1$	centre wheel or great wheel	
$z_2$	third pinion	
$z_3$	third wheel	
$z_4$	fourth pinion	
$z_5$	fourth wheel	
$z_6$	escape pinion	
$z_e$	escape wheel	
$n_1$	number of revolutions of the centre wheel or great wheel	

Εικόνα 5.14

### **Μαθηματικά επικοινωνίας των επαγγελματιών με τεχνική εκπαίδευση (Τίμου, Τηλέμαχου)**

Ο **Τηλέμαχος**, σχετικά με τα μαθηματικά στο ρολόι (2<sup>η</sup> συνάντηση) ή για το που μπορεί να βρεθούν στην εργασία του προβλήματα για τη σχολική τάξη των μαθηματικών (3<sup>η</sup> συνάντηση) κάνει τα εξής σχόλια:

«Κοίτα, σίγουρα υπάρχουν μαθηματικά στο ρολόι. Αυτός που έφτιαξε το μηχανισμό του, δεν εννοώ κάτι ιδιαίτερο, την κεντρική ιδέα δηλαδή, έχει σκεφτεί το πως θα είναι αυτό το γρανάζι, τι μέγεθος θα έχει, πόσα δόντια θα έχει, τι βάθος θα έχει το κάθε δόντι για να έρθει σε συνεννόηση με το διπλανό του κτλ (μαθηματική επισήμανση – λειτουργία του ρολογιού)» (Τηλέμαχος, 2<sup>η</sup> συνάντηση)

«Τέτοια προβλήματα ίσως υπάρχουν στον αριθμό των δοντιών στα γρανάζια (μαθηματική επισήμανση). Πως κατασκευάζουμε ένα γρανάζι ή πως επιλέγουμε ένα νέο γρανάζι, ώστε να αντικαταστήσουμε ένα παλιό. Παίζει ρόλο η ακτίνα και ο αριθμός των δοντιών. Ορίστε, εγώ άλλαξα ένα σε αυτό εδώ. Δεν φτιάχνω καινούρια. Απλώς βρήκα ένα από τα ανταλλακτικά που

ταίριαζε. Έφαξα αρκετά, γιατί πρέπει να ταιριάζει στα δόντια και τη διάμετρο. Μερικά έκαναν στα δόντια, οπότε δούλευε, αλλά αφού δεν είχαν σωστή διάμετρο, δε λειτουργούσε σωστά (οπτικός έλεγχος)». (Τηλέμαχος, 2<sup>η</sup> συνάντηση)

Στον 3<sup>ο</sup> κύκλο συναντήσεων, μελετήσαμε από κοινού με τον **Τίμο** τεχνικά εγχειρίδια και ζητούμενο ήταν οι εξηγήσεις για τη λειτουργία του ρολογιού αλλά και τα σχολικά μαθηματικά προβλήματα. Σχολιάζοντας ένα τυπολόγιο του βιβλίου σχετικό με τα γρανάζια κάνει τις εξής αναφορές:

«Σίγουρα υπάρχουν μαθηματικά στα γρανάζια, είναι όμως μαθηματικά που χρησιμοποιεί ο κατασκευαστής για να τα φτιάξει (μαθηματική επισήμανση). Αυτά που μου δείχνεις αφορούν τη σχέση, που υπάρχει ανάμεσα στα γρανάζια, τους μεγάλους τροχούς και τους μικρούς από κάτω (αναφορά σε μαθηματική σχέση). Εγώ δεν θα ασχοληθώ με αυτά. Ένα γρανάζι μπορεί να σπάσει. Μπορεί πχ να έχει σπάσει κάποιο δόντι του. Σε εκείνη την περίπτωση θα το αντικαταστήσω πηγαίνοντας σε έναν τεχνίτη ο οποίος κάνει γρανάζια (ανάθεση έργου). Αυτά τα μαθηματικά αφορούν την κατασκευή ενός ρολογιού» (Τίμος, 2<sup>η</sup> συνάντηση)

«Εσένα σε ενδιαφέρει νομίζω, το πώς επιτυγχάνεται αυτή η κίνηση, η παλινδρόμηση (επιστημονική ορολογία) με την άγκυρα και τον τροχό διαφυγής, την τρίχα και το balance (τεχνική ορολογία – λειτουργία του ρολογιού). Πώς δηλαδή ο ρυθμός, η παλινδρομική κίνηση, θα έρθει σε συμφωνία (αναφορά σε μαθηματική σχέση) με αυτό που έχουμε πει, ότι 60 δευτερόλεπτα είναι ένα λεπτό και 60 λεπτά είναι μία ώρα κτλ (μονάδες μέτρησης)» (Τίμος, 2<sup>η</sup> συνάντηση)

Γίνεται φανερό πως ο Τηλέμαχος και ο Τίμος, αναγνωρίζουν το μαθηματικό περιεχόμενο στα γρανάζια του ρολογιού και ότι υπάρχουν μαθηματικές σχέσεις μεταξύ των δοντιών τους (μαθηματικές επισημάνσεις), καθώς ξέρουν πως οι κινήσεις αυτών πρέπει να εξυπηρετούν τις κινήσεις των δεικτών και αναγνωρίζουν πως αυτές συσχετίζονται (μονάδες μέτρησης). Θα χρησιμοποιήσουν δηλαδή τη λειτουργία του ρολογιού για να την περιγράψουν. Παρ' όλα αυτά, δεν εκφράζουν ρητά την έννοια που εμπεριέχεται στα γρανάζια, ενώ θα ασχοληθούν με αυτά ή πειραματικά, βρίσκοντας ένα γρανάζι που να ταιριάζει (οπτικός έλεγχος) ή καθόλου, αναθέτοντας σε άλλο τεχνίτη αυτή τη δουλειά (ανάθεση έργου).

## **Μαθηματικά επικοινωνίας των επαγγελματιών με ακαδημαϊκή εκπαίδευση (Αλέξης)**

Μετά από την ερώτηση για την ύπαρξη σχολικών μαθηματικών προβλημάτων στην εργασία του, ο τύπος της εικόνας 5.14 (γραπτά κείμενα), αποτέλεσε αντικείμενο εκτενούς συζήτησης με τον Αλέξη στη 2<sup>η</sup> συνάντησή μας, ο οποίος τον χρησιμοποιεί συχνά (χρήση τύπων). Μετρώντας τα δόντια όλων των γραναζιών θα χρησιμοποιήσει τον τύπο για να βρει τους παλμούς που πρέπει να έχει το ρολόι ή αν έχει τους ενδεδειγμένους παλμούς του ρολογιού και θέλει να κατασκευάσει ένα γρανάζι, μπορεί να βρει πόσα δόντια πρέπει να έχει αυτό (αλγεβρικές μέθοδοι - εξισώσεις). Αφού υπολογίσει το πλήθος των δοντιών (υπολογισμοί) θα χρησιμοποιήσει τον τόρνο και τον οδοντωτήρα (κατασκευαστικά εργαλεία). Ακολουθούν χαρακτηριστικά αποσπάσματα. Στο πρώτο, ο Αλέξης περιγράφει πως θα βρει τους παλμούς του ρολογιού, μέσω του τύπου:

«Υπάρχουν κάτι νουμεράκια περίεργα που διαιρούνται με το 3600, όπως 7200, 10800, 17.280. Αυτά δεν τα έχει ο παλμογράφος. Έχω λοιπόν έναν αρχαίο ρολόι και πρέπει να υπολογίσω (υπολογισμοί), για να μπορέσω να το μετρήσω, πρέπει να ξέρω πόσους παλμούς (περιοδικότητα) είναι την ώρα αυτό το ρολόι; είναι π.χ. 17.280. Ωραία πώς θα το βρω; Το λύνω, παίρνω τα γραναζάκια στο χέρι μου, μετράω τα δόντια, τα βάζω στον τύπο αυτόν, μετρώ τα δόντια και τα πηνία τα βάζω στον τύπο και βγαίνει το νουμεράκι 17.280 (χρήση τύπων). Το οποίο δεν το έχει ο παλμογράφος». (Αλέξης, 2η συνάντηση)

Στο επόμενο απόσπασμα, περιγράφεται η αντίστροφη διαδικασία:

«Ωραία. Ανάποδα τώρα. Έχουν σπάσει π.χ. τα δόντια του τρίτου τροχού. Δεν ξέρω πόσα δόντια, ωραία θα βρω το z3 (χρήση τύπων). Ξέρω ότι το ρολόι είναι 18.000, είναι το κλασικό, όλα τα παλιά είναι 18, λύνω αυτό εδώ ως προς z3 ή z5 (αλγεβρικές μέθοδοι). Αναλόγως. Και θα βρούμε για παράδειγμα 45 δόντια. Πολύ ωραία. Αυτά πρέπει να τα ξέρουμε για να μπορέσουμε να φτιάξουμε έναν τροχό που να έχει 45 δόντια... το βρήκαμε. Είναι εύκολο». (Αλέξης, 2η συνάντηση)

Επομένως, ο Αλέξης χρησιμοποιεί τυπικές μαθηματικές διαδικασίες γύρω από την αναλογία όπως η χρήση τύπων και οι μέθοδοι άλγεβρας που υποστηρίζονται από μετρήσεις και υπολογισμούς. Οι τύποι που χρησιμοποιεί, αλλά και τα γρανάζια που θα κατασκευάσει, συνδέονται με το ρυθμό του ρολογιού, επομένως οι διαδικασίες αυτές συμβαίνουν με φόντο την περιοδικότητα. Ο Αλέξης, στη συζήτηση αυτή, εκτός από το πως χρησιμοποιείται στη δουλειά η ισότητα της εικόνας 5.17, εξηγεί και το πώς προκύπτει. Αναφέρεται σε *ratios* κάνοντας έτσι σαφή μαθηματική σύνδεση.

Ακολουθούν χαρακτηριστικά αποσπάσματα που αναδεικνύουν τα μαθηματικά επικοινωνίας που χρησιμοποίησε. Χρησιμοποιήθηκαν αριθμητικά παραδείγματα, που ήταν σχετικά με τη και σχολιασμός των γραπτών κειμένων με τις αντίστοιχες υποδείξεις:

E: Γιατί η σχέση αυτή είναι πολλαπλασιαστική. Γιατί δηλαδή πολλαπλασιάζουμε;

A: Λοιπόν. Τη ρόδα της διαφυγής, τη γυρνάει η ρόδα του δευτερολέπτου, σωστά; Η ρόδα δευτερολέπτου κάνει έναν κύκλο το λεπτό (λειτουργία του ρολογιού). Μία στροφή κάθε 60 δευτερόλεπτα, σωστά;

A: Πολύ ωραία. Η ρόδα του δευτερολέπτου έστω ότι έχει 60 δόντια. Εντάξει; Η ρόδα της διαφυγής, έχει ένα πηνίο που είναι 10 δόντια. Η ρόδα του δευτερολέπτου, έχει 60 δόντια και γυρνάει το πηνίο διαφυγής. Όταν λοιπόν το δευτερόλεπτο κάνει μία στροφή, πόσες στροφές θα κάνει η ρόδα διαφυγής (αναλογία);

A: Για σκέψου. Έχει 60 δόντια και το άλλο έχει 10. Υποπολλαπλασιάζει... Όχι. Δεν υποπολλαπλασιάζει (αναλογία). Γυρνάει, κάθε 10 δόντια κάνει μία στροφή. Αλλά 10 δόντια μία στροφή, αλλά 10 δόντια άλλη μία στροφή, κτλ. Όταν κάνουν 60 δόντια θα χει κάνει έξι στροφές αυτή εδώ. 60 δια 10 κάνει 6 (υπολογισμοί). Κάθε στροφή που κάνει η ρόδα δευτερολέπτου, πόσες στροφές κάνει η ρόδα διαφυγής; 6.

A: Κατάλαβες τι κάναμε; Αυτή είναι η σχέση, το ratio τέλος πάντων, των δοντιών προς το πηνίο (αναλογία). Έτσι λοιπόν έχεις και στο μεγάλο τον τύπο. Έχεις όλο δόντια προς πηνίο, δόντια προς πηνίο, δόντια προς πηνίο (πολλαπλασιασμός λόγων)... Εντάξει; Ωραία! Τώρα λοιπόν όταν η ρόδα αυτή κάνει μία στροφή αυτή κάνει 6 στροφές. Αυτή τώρα έχει 15 δόντια (εννοεί τη ρόδα διαφυγής). Πόσα χτυπήματα έχει κάνει στις 6 στροφές που έκανε; 6 επί 15; Ναι αλλά είπαμε ότι κάνει δύο χτυπήματα με κάθε δόντι. Γιατί είναι διπλή η άγκυρα κάνει διπλό χτύπημα (λειτουργία του ρολογιού).. Άρα; 180! Πόσα χτυπήματα κάνει το ρολόι στο λεπτό; έχουμε υπολογίσει στο λεπτό (μονάδες μέτρησης). Η μία στροφή της ρόδας του δευτερολέπτου είναι ένα λεπτό. Οπότε βρήκαμε πόσα χτυπήματα κάνει το λεπτό. Ωραία αυτό το κάνεις αναγωγή και βάζεις όλες τις ρόδες τώρα, πας πίσω πίσω πίσω πίσω και κάνεις το μεγάλο τύπο. Εγώ σου κανα μόνο την τελευταία σχέση! Οκ; (Αλέξης, 2η συνάντηση)

Συνοψίζοντας, παρουσιάζονται οι δύο παρακάτω πίνακες:

<b>Πίνακας 5.5: Η έννοια της Αναλογίας -Μαθηματικές Διαδικασίες</b>				
	<b>Τίμος</b>	<b>Τηλέμαχος</b>	<b>Αλέξης</b>	
<b>Μετρήσεις</b>	-		Δοντιών ή Παλμών	
Υπολογισμοί			-	Τύπος που συνδέει τα δόντια με τους παλμούς
Χρήση Τύπων				-
Επίλυση Προβλημάτων	Οπτικοακουστικός έλεγχος		-	
Μονάδες Μέτρησης	Μονάδες μέτρησης χρόνου. Κινήσεις των δεικτών και των αντίστοιχων αξόνων			
Μέθοδοι Άλγεβρας	-		Εξισώσεις	

<b>Πίνακας 5.6: Η έννοια της Αναλογίας – Μαθηματικά Επικοινωνίας</b>			
	<b>Τίμος</b>	<b>Τηλέμαχος</b>	<b>Αλέξης</b>
<b>Εξηγήσεις</b>	Επειδή ο Αλέξης εκτελεί περισσότερες σχετικές μαθηματικές διαδικασίες, διαφοροποιούνται ως προς τις μαθηματικές συνδέσεις και τα αριθμητικά παραδείγματα		
Τρόπος Λειτουργίας	Ναι και είναι σχετικές με τα γρανάζια ή/και την κίνηση των δεικτών		
Τεχνική Ορολογία			
Μαθηματικές Επισημάνσεις	Ναι, υποδεικνύουν πως υπάρχουν μαθηματικά στα γρανάζια		
Μαθηματικές Συνδέσεις	-	Παραπομπή σε άλλους τεχνίτες	Σαφείς και με χρήση γραπτών κειμένων, αναφορά σε ratios
Αριθμητικό Παράδειγμα	-		Ναι εξηγώντας την έλευση των τύπων που χρησιμοποιεί και τις εξισώσεις που επιλύει με αυτόν
<b>Επιδείξεις</b>	Όλες περιείχαν υποδείξεις, χειρομορφές και την κίνηση του ρολογιού		

## 5.2 Το συστημικό δίκτυο των διαμεσολαβητικών εργαλείων

Από την ανάλυση των δράσεων αναδείχθηκε ο καθοριστικός ρόλος των εργαλείων στην εκτέλεση κάθε εργασιακής δραστηριότητας. Τα εργαλεία που παρουσιάζονται στο παρακάτω συστημικό δίκτυο (Bliss, Monk & Ogborn, 1983), είναι αυτά τα οποία χρησιμοποιήθηκαν από τους τεχνίτες κατά την πραγματοποίηση των εργασιακών δράσεων. Η κωδικοποίηση η οποία

παρουσιάζεται, προέρχεται από την ανάλυση των δεδομένων. Το σύμβολο (I) χρησιμοποιείται για να δηλώσει ότι όλες οι κατηγορίες στις οποίες αναφέρεται εμφανίζονται αποκλειστικά, ενώ το σύμβολο (I) δηλώνει ότι οι κατηγορίες στις οποίες αναφέρεται είναι δυνατόν να συνυπάρχουν. Τα εργαλεία χωρίστηκαν σε τέσσερις κατηγορίες. Η πρώτη, αφορά τα *τεχνικής φύσης εργαλεία*, η δεύτερη κατηγορία αφορά τα *γραπτά κείμενα*, η τρίτη αφορά την *επικοινωνία μεταξύ των τεχνιτών* και η τέταρτη τα *μαθηματικά εργαλεία*.

Ως *τεχνικής φύσης εργαλεία* λαμβάνονται τα *μέρη του ρολογιού*, που παρουσιάστηκαν στην παράγραφο 4.3 της εργασίας και τα *τεχνικά εργαλεία* που χρησιμοποιήθηκαν ή αποτέλεσαν αντικείμενο συζήτησης κατά τη διάρκεια της έρευνας. Τα *μέρη του ρολογιού* είναι το *σύστημα διαφυγής* (τροχός διαφυγής-άγκυρα), οι *ταλαντωτές* (balance- τρίχα ή εκκρεμές), η *ακολουθία γραναζιών* και η *κινητήριος δύναμη* (ελατήριο-βαρελάκι, βάρος). Τα *τεχνικά εργαλεία* είναι διάφορα *όργανα μέτρησης διαστάσεων*, όπως για παράδειγμα το παχύμετρο, *όργανα ρύθμισης, μετακίνησης, τοποθέτησης και συναρμολόγησης* όπως η τσιμπίδα, το αλφάδι και το κατσαβίδι, *όργανα μέτρησης παλμών* και άλλων στοιχείων της μηχανής του ρολογιού, όπως ο παλμογράφος και τέλος *όργανα κατασκευής εξαρτημάτων* όπως ο τόρνος και ο οδοντωτήρας.

Τα *γραπτά κείμενα* που απαντήθηκαν στην έρευνα, ήταν *διδασκτικής φύσης, manual εταιρείας ή κατασκευαστή* και η «*εγκυκλοπαίδεια*». Τα *διδασκτικής φύσης εργαλεία*, περιέχουν περιγραφή του τρόπου λειτουργίας και διαφόρων κατασκευαστικών αρχών και αποτελούν τη θεωρία που θα διδαχθεί ένας σπουδαστής ωρολογοποιίας, αλλά και πρακτική. Οι «*εγκυκλοπαίδειες*» όπως τις αποκαλούν οι ωρολογοποιοί, πρόκειται για πολυσέλιδα βιβλία που περιέχουν όλες τις λειτουργικές και κατασκευαστικές αρχές που διέπουν το αντικείμενο, τυπολόγια, διαγράμματα κτλ. Χρησιμοποιείται σίγουρα ως συμβουλευτικό και βοηθητικό όπως πχ. για εύρεση διαφόρων διαστάσεων, πλήθους δοντιών γραναζιών κτλ, ίσως και κατασκευαστικά σχέδια. Πολλά από αυτά, χρησιμοποιούνται και στις πανεπιστημιακές σχολές ωρολογοποιίας του εξωτερικού.

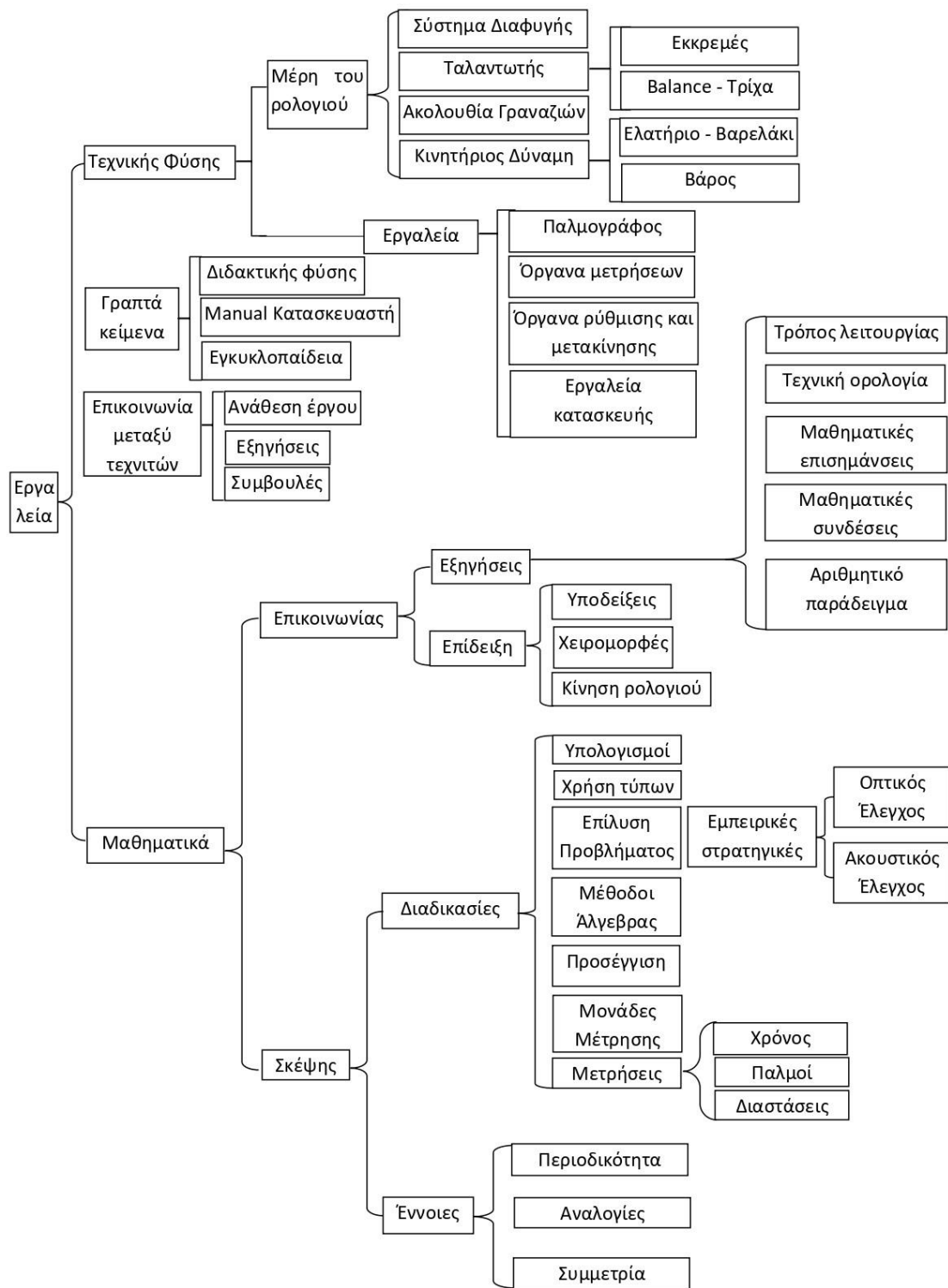
Η *επικοινωνία μεταξύ των τεχνιτών* αποτελεί εργαλείο για να επιτύχουν τους εργασιακούς τους στόχους. Θα αναζητήσουν *εξηγήσεις και συμβουλές* για μια κατασκευή που δεν έχουν συναντήσει ξανά ή για μια επισκευή που δεν έχουν ξανακάνει. Επίσης, σε περίπτωση που δεν είναι σε θέση να

επισκευάσουν κάτι ή να κατασκευάσουν κάτι, θα αναθέσουν το έργο σε κάποιο άλλο τεχνίτη.

Οι βασικές συνιστώσες των *μαθηματικών εργαλείων* είναι τα *επικοινωνιακά* και *σκέψης* τα οποία θεωρούνται ότι συνδέονται μεταξύ τους και υποδιαιρούνται σε κατηγορίες. Πιο συγκεκριμένα, στα *επικοινωνιακής φύσης μαθηματικά εργαλεία* διακρίθηκαν εξηγήσεις από τους τεχνίτες που ήταν σχετικές με τον *τρόπο λειτουργίας*, χρησιμοποιήθηκε για επικοινωνία αλλά και επεξηγήθηκε η *τεχνική ορολογία*, έγιναν *μαθηματικές επισημάνσεις*, επιχειρήθηκαν *μαθηματικές συνδέσεις* και δόθηκαν *αριθμητικά παραδείγματα* αποσαφήνισης. Επίσης οι συμμετέχοντες έκαναν επίδειξη διαφόρων μερών του ρολογιού, χρησιμοποιώντας υποδείξεις, χειρομορφές και την κίνηση του ρολογιού. Ως *μαθηματικά εργαλεία σκέψης* θεωρούμε *μαθηματικές διαδικασίες* και *έννοιες* τα οποία τα αντιλαμβανόμαστε ως μία ολότητα όπως πολλοί ερευνητές έχουν επισημάνει (Sfard, 1991· Gray & Tall, 1994).

Οι *μαθηματικές διαδικασίες* οι οποίες έλαβαν χώρα στις εργασιακές δράσεις των τεχνιτών, αφορούν *μετρήσεις* για διαστάσεις, λεπτά αλλά και παλμούς του ρολογιού και επομένως *μονάδες μέτρησης* όπως αυτές της ώρας ή των παλμών αλλά και μετατροπές τους. Επίσης, εκτελούνται *υπολογισμοί*, οι οποίοι ήταν εμπειρικοί, προσεγγιστικοί ή τυπικοί. Επίσης υπάρχουν *μαθηματικές διαδικασίες* όπως η *χρήση τύπων* και *μέθοδοι άλγεβρας* όπως η *μέθοδος των τριών*, η *επίλυση εξισώσεων* και η *επίλυση προβλημάτων* όπου εφαρμόζονται *εμπειρικής φύσης στρατηγικές* και συγκεκριμένα ο *οπτικός* και ο *ακουστικός έλεγχος*. Τέλος, με τον όρο *προσέγγιση*, εννοείται η διαδικασία με την οποία οι τεχνίτες διαχειρίζονται το ρυθμό του ρολογιού. Οι *μαθηματικές έννοιες* οι οποίες αναδείχθηκαν είναι η *περιοδικότητα*, οι *αναλογίες* και η *συμμετρία*. Με αυτά τα δεδομένα, παρουσιάζεται παρακάτω, ολοκληρωμένο το συστημικό δίκτυο που αναδύεται από την ανάλυση των δεδομένων:





**Σχήμα 5.1:** Το ολοκληρωμένο συστημικό δίκτυο που αναδύεται από τη συλλογή και ανάλυση των δεδομένων της έρευνας

### 5.3 Απαντήσεις ανά ερευνητικό ερώτημα

#### 1<sup>ο</sup> Ερευνητικό Ερώτημα

Το πρώτο ερευνητικό ερώτημα που έχει τεθεί αφορά τις μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες που αναγνωρίστηκαν στις πρακτικές των τεχνιτών της ωρολογοποιίας. Αναφορικά με τις έννοιες, αυτές είναι η περιοδικότητα, η συμμετρία και η αναλογία και κάθε εργασιακή δράση που αναλύθηκε, αφορούσε κατά σειρά κάθε μία από αυτές.

Ειδικά για την περιοδικότητα, αν και γίνεται φανερό μέσα από την πρώτη δράση, παρατηρείται πως ενυπάρχει και στις υπόλοιπες δύο. Οι ταλαντωτές του ρολογιού με την παλινδρομική τους κίνηση και το σύστημα διαφυγής με το χαρακτηριστικό τακ-τακ που δημιουργεί, την καθιστούν αντιληπτή στους τεχνίτες. Οι διαδικασίες που αναγνωρίστηκαν και είναι σχετικές με την περιοδικότητα, στη δράση κατά την οποία οι τεχνίτες προσπαθούν να κάνουν τους πραγματικούς παλμούς του ρολογιού να προσεγγίζουν τους ενδεδειγμένους, είναι ο οπτικός έλεγχος δηλαδή η παρακολούθηση του ρολογιού και ο ακουστικός έλεγχος, η αξιολόγηση δηλαδή των χτύπων των ρολογιών ως σωστοί ή λάθος. Επίσης, όλοι ασχολούνται με την προσέγγιση των παλμών μέσω του ρυθμιστή της τρίχας ή του εκκρεμούς. Ακόμα, όλοι οι τεχνίτες κάνουν μετρήσεις και υπολογισμούς για τα λεπτά και τους παλμούς, με τη διαφορά ότι ο Τίμος και ο Τηλέμαχος θα τους κάνουν εμπειρικά και προσεγγιστικά, ενώ ο Αλέξης θα τους κάνει τυπικά, είτε μέσω του παλμογράφου, είτε μέσω μεθόδων άλγεβρας όπως η μέθοδος των τριών. Τέλος, όλοι οι τεχνίτες εκφράζουν την έννοια της περιοδικότητας με τις φράσεις "τακ-τακ", "γρήγορα-αργά", "ρυθμός" και μπορεί να ειπωθεί ότι χρησιμοποιούν για αυτή μία ιδιότυπη μονάδα μέτρησης. Παρόλα αυτά, ο Αλέξης χρησιμοποιεί μετατροπές μονάδων μέτρησης και μετατρέπει τους παλμούς ανά ώρα σε Hertz.

Η μαθηματική έννοια της συμμετρίας, γίνεται φανερό μέσα από τη δεύτερη δράση, κατά την οποία οι τεχνίτες προσπαθούν να τοποθετήσουν σωστά το εκκρεμές. Η συμμετρία είναι μία συνθήκη που πρέπει να συμβαίνει ώστε αυτό να λειτουργεί σωστά. Η σωστή λειτουργία του αφορά την ανάγκη σωστού ρυθμού, επομένως εδώ, η έννοια της συμμετρίας θα υποβοηθήσει αυτή της περιοδικότητας. Άρα, η αντίληψη της έννοιας της συμμετρίας συμβαίνει με πρακτικό τρόπο, με τη μορφή προϋπόθεσης ή κανόνα και οι τεχνίτες για να την ικανοποιήσουν χρησιμοποιούν κανόνες εργονομίας του

ρολογιού. Στη σχετική δράση συμμετείχαν ο Τίμος και ο Τηλέμαχος. Τα σχετικά μαθηματικά σκέψης και συγκεκριμένα οι διαδικασίες που χρησιμοποίησαν, είναι ο οπτικός και ο ακουστικός έλεγχος. Επίσης, έγιναν εμπειρικές μετρήσεις από τον Τηλέμαχο, με χαρτί και αλφάδι, ενώ και εδώ υπάρχει η διαδικασία των μονάδων μέτρησης αφού γίνονται αναφορές στο τακ-τακ. Σε αυτές τις διαδικασίες, ο άξονας συμμετρίας είναι "ορατός" και πρόκειται για τη ράβδο του εκκρεμούς.

Η έννοια της αναλογίας υπάρχει μεταξύ των δοντιών των γραναζιών. Γίνεται αντιληπτή από τους τεχνίτες, από την ανάγκη οι κινήσεις των δεικτών του ρολογιού να εξυπηρετούν τη σχέση που υπάρχει μεταξύ των μονάδων μέτρησης της ώρας. Στην τρίτη εργασιακή δράση κατά την οποία, τεχνίτες όπως ο Τίμος και ο Τηλέμαχος, θα αναθέσουν σε άλλους τεχνίτες, όπως ο Αλέξης την κατασκευή ενός γραναζιού, ο τελευταίος πρέπει να συλλέξει δεδομένα τα οποία είναι είτε το πλήθος των δοντιών, είτε οι ενδεδειγμένοι παλμοί, είτε και τα δύο μαζί. Οι μαθηματικές διαδικασίες των δύο πρώτων τεχνητών είναι και εδώ ο οπτικός και ο ακουστικός έλεγχος καθώς και οι μονάδες μέτρησης του χρόνου και του ρυθμού, όταν θα προσπαθούν πειραματικά να αντικαταστήσουν ένα γρανάζι. Οι μαθηματικές διαδικασίες που ο Αλέξης θα χρησιμοποιήσει για τα παραπάνω ζητούμενα, είναι υπολογισμοί για τα δόντια ή τους παλμούς, μέσω της χρήσης τύπου που συνδέει αυτά τα δύο. Καθώς γίνεται λόγος για παλμούς και τα γρανάζια που κινούν τους δείκτες, λαμβάνονται υπόψη οι αντίστοιχες μονάδες μέτρησης. Τέλος, ο εν λόγω τύπος στη δράση αυτή μετατρέπεται σε εξίσωση και υπό αυτή την έννοια, ο Αλέξης χρησιμοποιεί μεθόδους άλγεβρας.

## **2<sup>ο</sup> Ερευνητικό Ερώτημα**

Το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα της παρούσας μελέτης, αφορά τους τρόπους με τους οποίους οι συμμετέχοντες στην έρευνα εξηγούν και επικοινωνούν τις έννοιες του μαθηματικών που αναγνωρίστηκαν, αλλά και τις σχετικές με αυτές μαθηματικές διαδικασίες.

Αρχικά σε κάθε δράση (επομένως και για κάθε έννοια), τα μαθηματικά επικοινωνίας επίδειξης που χρησιμοποίησαν οι τεχνίτες χαρακτηρίζονταν από υποδείξεις μερών του ρολογιού ή κίνησης αυτών, από χειρομορφές και χειρονομίες, δηλαδή μίμηση των κινήσεων με τα χέρια. Σημαντικό είναι

επίσης, ότι πολλές φορές με καλούσαν να ακούσω το τακ-τακ για να καταλάβω αυτό που θέλουν να ερμηνεύσουν.

Τα μαθηματικά επικοινωνίας για εξηγήσεις που χρησιμοποίησαν όλοι οι τεχνίτες για την έννοια της περιοδικότητας, σχετίζονταν σε μεγάλο βαθμό με τον τρόπο λειτουργίας των ταλαντωτών και του συστήματος διαφυγής και επομένως χρησιμοποιήθηκε αλλά και εξηγήθηκε τεχνική ορολογία. Ο Τίμος δεν πραγματοποίησε μαθηματικές επισημάνσεις, ο Τηλέμαχος όμως το έκανε αναφερόμενος σε υπολογισμούς που κάνει χωρίς να γίνει σαφής για αυτούς. Μαθηματικές επισημάνσεις έκανε και ο Αλέξης ο οποίος αναγνωρίζει τους παλμούς ως ιδιότυπη μονάδα μέτρησης και τους συνδέει με τη συχνότητα. Σχετικά με τις μαθηματικές συνδέσεις και εδώ ο Τίμος δεν κάνει κάποια, ενώ ο Τηλέμαχος με παραπέμπει σε άλλους τεχνίτες για αυτό. Ο Αλέξης κάνει σαφής συνδέσεις με τα μαθηματικά, χρησιμοποιεί γραπτά κείμενα στις εξηγήσεις του και ταυτόχρονα χρησιμοποιεί αριθμητικά παραδείγματα μιλώντας για βιολογικές μεθόδους και μετατροπές μονάδων. Βέβαια, και οι άλλοι δύο τεχνίτες δίνουν αριθμητικά παραδείγματα μιλώντας όμως για περιθώρια: "αν χάνει έως πέντε λεπτά το διορθώνω από το τιμόνι". Επιπλέον, παρατηρείται στις εξηγήσεις τους και μία διαφωνία σχετικά με το κούρδισμα του ρολογιού. Συγκεκριμένα ο Τηλέμαχος κάνει σύνδεση αυτού με το άνοιγμα της τρίχας, ο Τίμος με το άνοιγμα αλλά και το συνολικό της μήκος, ενώ ο Αλέξης απορρίπτει τη σύνδεση με το άνοιγμα και αναφέρεται σε ενεργό μήκος της τρίχας. Τελικά, αναδεικνύεται το γεγονός πως οι εξηγήσεις του Τίμο και του Τηλέμαχου σε σχέση με τον Αλέξη διαφοροποιούνται ως προς τις μαθηματικές συνδέσεις και κατ' επέκταση στα αριθμητικά παραδείγματα που δίνουν, αφού ο Αλέξης χρησιμοποιεί περισσότερες σχετικές μαθηματικές διαδικασίες.

Τα μαθηματικά επικοινωνίας που χρησιμοποιήθηκαν από τους συμμετέχοντες στην έρευνα για εξηγήσεις σχετικά με την έννοια της συμμετρίας, στηρίζονταν στον τρόπο λειτουργίας του εκκρεμούς και του συστήματος διαφυγής και επομένως περιείχαν και τεχνική ορολογία. Ο Τίμος κάνει μαθηματικές συνδέσεις αναφερόμενος σε ίσες αποστάσεις χωρίς όμως να κάνει μαθηματικές επισημάνσεις. Από την άλλη, ο Τηλέμαχος κάνει την ίδια μαθηματική σύνδεση αναφερόμενος σε ίσα μήκη και πραγματοποιεί μαθηματική επισημάνση, χαρακτηρίζοντάς την ταλάντωση ως συμμετρική.

Αναφορικά με την έννοια της αναλογίας και τα μαθηματικά επικοινωνίας που χρησιμοποιήθηκαν για την εξήγησή της, παρατηρείται πως και οι τρεις

τεχνίτες χρησιμοποίησαν τον τρόπο λειτουργίας και την τεχνική ορολογία σε σχέση με τα γρανάζια και την κίνηση των δεικτών. Ο Τίμος και ο Τηλέμαχος κάνουν μαθηματικές επισημάνσεις για την αναλογία, αφού υποδεικνύουν πως υπάρχουν μαθηματικά στα γρανάζια. Αυτό συμβαίνει επειδή γνωρίζουν πως οι άξονες που κινούν τους δείκτες περιστρέφονται με κάποια σχέση μεταξύ τους και αυτή είναι ίδια με τη σχέση που υπάρχει ανάμεσα στις υποδιαιρέσεις της μονάδας μέτρησης του χρόνου. Αφού λοιπόν οι άξονες κινούνται από τα γρανάζια, υποθέτουν ως κάποια παρόμοια σχέση υπάρχει και για τα δόντια και τις διαστάσεις τους. Παρόλα αυτά δεν πραγματοποιούν μαθηματικές συνδέσεις, ενώ ο Τηλέμαχος παραπέμπει σε άλλους τεχνίτες για εξηγήσεις. Ο Αλέξης, υποδεικνύει και αυτός πως υπάρχουν μαθηματικά στα γρανάζια, λόγω όμως της ενασχόλησής του με αυτά. Οι μαθηματικές συνδέσεις που κάνει είναι σαφείς, με τη βοήθεια γραπτών κειμένων, ενώ αναφέρεται και σε ratio (αναλογίες). Χρησιμοποιεί αριθμητικά παραδείγματα για να εξηγήσει τις μαθηματικές διαδικασίες που χρησιμοποιεί στα γρανάζια, αλλά και να ερμηνεύσει την έλευση των χρησιμοποιούμενων τύπων. Τέλος, μπορεί να ειπωθεί πως οι εξηγήσεις του Αλέξη σχετικά με την αναλογία διαφέρουν από του Τίμο και του Τηλέμαχου, ως προς τις μαθηματικές επισημάνσεις, συνδέσεις και παραδείγματα, καθώς αυτός εμπλέκεται σε περισσότερες σχετικές μαθηματικές διαδικασίες.

## **Κεφάλαιο 6. Συμπεράσματα**

Στην παρούσα ενότητα, θα επιχειρηθεί η ανάλυση και η ερμηνεία των αποτελεσμάτων της έρευνας, μέσα από τη θεωρητική σκοπιά του αναλυτικού εργαλείου της Θεωρίας της Δραστηριότητας. Αρχικά, στην ενότητα 6.1 θα παρουσιαστεί ο τρόπος που υιοθετείται και εφαρμόζεται η Θεωρία της Δραστηριότητας στη συγκεκριμένη έρευνα και το πώς αυτή η εφαρμογή επικυρώνεται από τα ερευνητικά δεδομένα. Στη συνέχεια, στη δεύτερη ενότητα ακολουθεί η ανάλυση των αποτελεσμάτων, η οποία θα στηρίζεται στην εφαρμογή αυτή. Τέλος, συζητούνται οι εκπαιδευτικές προεκτάσεις της έρευνας.

### **6.1 Σύνοψη - Συζήτηση των αποτελεσμάτων της έρευνας**

Η έρευνα αυτή για τα μαθηματικά του χώρου εργασίας της ωρολογοποιίας, λαμβάνοντας υπόψη της οι θεωρητικές παραδοχές του σώματος της έρευνας για τα μαθηματικά στο χώρο εργασίας και χρησιμοποιώντας ως αναλυτικό εργαλείο τη θεωρία της δραστηριότητας, θέτει δύο ερευνητικά ερωτήματα. Το πρώτο ερευνητικό ερώτημα αφορά την ανίχνευση μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών στον εν λόγω χώρο εργασίας και την εξακρίβωση του ρόλου τους στην εργασιακή δραστηριότητα των επαγγελματιών. Το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα προέρχεται έπειτα από τις πρώτες διερευνητικές συνεντεύξεις με τους τεχνίτες και γενικότερα από τις πρώτες εθνογραφικές παρατηρήσεις. Διαπιστώθηκε πως στο επάγγελμα αυτό απασχολούνται τεχνίτες με διαφορετικό εκπαιδευτικό υπόβαθρο και πως διαφαίνονται ανάλογες διαφορές στις εξηγήσεις που δίνουν για τα μαθηματικά που χρησιμοποιούνται στην εργασία τους. Με αυτή τη διαπίστωση, οι τεχνίτες διαχωρίστηκαν σε δύο ομάδες, αυτούς της τεχνικής και αυτούς της ακαδημαϊκής εκπαίδευσης και ως εκ τούτου, το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα αφορά στη διερεύνηση αυτών των διαφορών, δηλαδή πώς τεχνίτες διαφορετικού εκπαιδευτικού προφίλ εξηγούν τα μαθηματικά τα οποία χρησιμοποιούν ή τα μαθηματικά τα οποία υπάρχουν στην εργασία τους και συγκεκριμένα στο αντικείμενο του ρολογιού.

Στον εν λόγω χώρο εργασίας, αναγνωρίζεται πως εμφανίζονται τρεις μαθηματικές έννοιες. Πρόκειται για τις έννοιες της περιοδικότητας, της αναλογίας και της συμμετρίας. Η διαπίστωση αυτή έγινε από την εθνογραφική παρατήρηση και από τη μελέτη των τεχνικών εγχειριδίων. Συγκεκριμένα, η έννοια της περιοδικότητας υπάρχει στο αντικείμενο του

ρολογιού και απαντάται στα μηχανικά εξαρτήματά του που λέγονται ταλαντωτές. Η έννοια της αναλογίας, απαντάται στο μηχανικό μέρος του ρολογιού που ονομάζεται ακολουθία γραναζιών και τέλος, η συμμετρία συναντάται ως προϋπόθεση για τη σωστή λειτουργία του εκκρεμούς.

Έπειτα από την αποσαφήνιση των μαθηματικών εννοιών, σε συνέπεια με τη θεωρία της δραστηριότητας ορίστηκε η εύρεση βλάβης και η επισκευή της, ως η κεντρική δραστηριότητα των τεχνιτών και επιλέχθηκαν τρεις εργασιακές τους δράσεις, με την κάθε μία από αυτές να αντιστοιχεί σε μία από τις έννοιες. Η ανάλυση αυτών των εργασιακών δράσεων έγινε, λαμβάνοντας υπόψη το ρόλο των χρησιμοποιούμενων εργαλείων μαθηματικών και μη, καθώς και το διαχωρισμό των εργαλείων μαθηματικής φύσης σε σκέψης και επικοινωνίας. Το ερευνητικό ζητούμενο, ήταν η εύρεση χρησιμοποιούμενων μαθηματικών διαδικασιών σχετικών με την κάθε έννοια (μαθηματικά σκέψης) και οι εξηγήσεις και ερμηνείες (μαθηματικά επικοινωνίας) που χρησιμοποιούν οι τεχνίτες για τις έννοιες και τις διαδικασίες.

Από την ανάλυση των εργασιακών δράσεων διαπιστώνονται κοινές και μη κοινές χρησιμοποιούμενες μαθηματικές διαδικασίες ανάμεσα στις δύο ομάδες των τεχνιτών καθώς και διαδικασίες όπου εφαρμόζεται διαφορετικός τρόπος αντιμετώπισης. Κεντρική κοινή διαδικασία είναι η προσέγγιση των πραγματικών παλμών ως προς τους ενδεδειγμένους, είτε μέσω ρυθμιστικών οργάνων, είτε μέσω της συμμετρικής τοποθέτησης της ράβδου του εκκρεμούς. Σύμφωνα με τους Pozzi et al. (1998), μια πρακτική δε χαρακτηρίζεται ως μαθηματική δραστηριότητα μόνο αν περιλαμβάνει μαθηματικά σύμβολα ή αν ακολουθεί συγκεκριμένους μαθηματικούς κανόνες. Η προσέγγιση αποτελεί μία τέτοια άτυπη μαθηματική διαδικασία, με αρκετές από τις υπόλοιπες διαδικασίες που περιγράφονται παρακάτω να γίνονται με σκοπό να την υποβοηθήσουν. Το ίδιο συμβαίνει και στην έρευνα των Noss et al. (2000), όπου οι επαγγελματίες χρησιμοποιούσαν μια σειρά από φαινομενικώς ιδιοσυγκρασιακές νοητικές στρατηγικές συντονισμένες για να επιλύουν συγκεκριμένα προβλήματα σε μια πολύ συγκεκριμένη συνθήκη. Το ευρήματα αυτά είναι σε συμφωνία και με την έρευνα του Gainsburg (2005), όπου υποστηρίζεται πως οι εκτιμήσεις στο εργασιακό περιβάλλον είναι σημαντικές, ενώ στο σχολείο δεν διδάσκονται επαρκώς.

Μία ακόμη κοινή διαδικασία είναι η επίλυση προβλημάτων μέσω του οπτικού και κυρίως του ακουστικού ελέγχου και με βάση αυτό μπορεί να ειπωθεί, πως το χαρακτηριστικό τακ τακ του ρολογιού είναι και για τις δύο

ομάδες, μία ιδιότυπη μονάδα μέτρησης των παλμών. Το γεγονός αυτό, είναι σχετικό όπως θα δούμε παρακάτω και με το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα. Σε αυτό το σημείο, η έρευνα συμφωνεί με τη βιβλιογραφία, έρευνες της οποίας δείχνουν ότι σε πολλές κοινωνίες, οι άνθρωποι μαθαίνουν μαθηματικά εκτός του σχολικού περιβάλλοντος και αξιοποιούν τα αριθμητικά συστήματα που αναπτύσσουν οι ίδιοι, για να επιλύουν τα αριθμητικά προβλήματα που προκύπτουν στη ζωή και την εργασία τους, κυρίως μέσω της καταμέτρησης, της αποσύνθεσης και της ανασύνταξης (Jurdak & Shahin, 1999) και πως οι εργαζόμενοι συχνά χρησιμοποιούν μεθόδους υπολογισμού που κατασκευάζουν οι ίδιοι ή συνάδελφοι τους (Gainsburg, 2005).

Ακόμα, οι δύο ομάδες εκτελούν μετρήσεις και υπολογισμούς. Για την τεχνική ομάδα, αυτοί γίνονται εμπειρικά και προσεγγιστικά είτε με την εφαρμογή κατάλληλων μεθόδων για συγκεκριμένα προβλήματα, όπως για παράδειγμα το χαρτί με το οποίο ο Τηλέμαχος υπολόγιζε τις αποστάσεις της ταλάντωσης. Αυτό το εύρημα συμφωνεί με το σώμα της αντίστοιχης έρευνας όπου υποστηρίζεται πως υπάρχουν άτυποι τρόποι να κάνει κανείς μαθηματικούς υπολογισμούς, οι οποίοι δεν έχουν κοινά χαρακτηριστικά με τις τυπικές διαδικασίες που μαθαίνονται στο σχολείο (Nunes et al. 1993), ενώ σύμφωνα με τον Gainsburg (2005), οι νοεροί υπολογισμοί, στο χώρο εργασίας είναι σημαντικοί και θα πρέπει να φέρουν σωστά αποτελέσματα στο εργασιακό περιβάλλον, σε σχέση με το επίπεδο ακρίβειας που απαιτείται. Για την ακαδημαϊκή ομάδα, οι μετρήσεις και οι υπολογισμοί γίνονται τυπικά είτε μέσω οργάνων μετρήσεων όπως ο παλμογράφος, είτε με τη συμβολή των τεχνικών εγχειριδίων. Με αυτόν τον τρόπο φανερώνονται και οι μη κοινές διαδικασίες μεταξύ των δύο ομάδων. Πρόκειται για τυπικές μαθηματικές διαδικασίες που χρησιμοποιεί η ομάδα ακαδημαϊκής εκπαίδευσης και είναι η χρήση τύπων και μέθοδοι άλγεβρας όπως η επίλυση εξισώσεων, η μετατροπή μονάδων μέτρησης και η μέθοδος των τριών. Τα ευρήματα αυτά είναι σε συμφωνία με την έρευνα των Nunes & Bryant (2007), όπου υποστηρίζεται πως αν τα πολιτισμικά ανεπτυγμένα συστήματα συμβόλων υπάρχουν και είναι διαθέσιμα, τα άτομα παρουσιάζουν αυξημένη μαθηματική ικανότητα και επίδοση.

Σύμφωνα με την κατηγοριοποίηση της Magajana (1998) για τις μορφές μαθηματικών μεθόδων που χρησιμοποιούνται στους εργασιακούς χώρους, αρχικά υπάρχουν μέθοδοι στις οποίες η επίσημη διαδικασία εφαρμόζεται και μπορούμε να αντιστοιχήσουμε με αυτές τις διαδικασίες που ακολούθησαν οι τεχνικοί της ακαδημαϊκής ομάδας στην παρούσα έρευνα. Επίσης, αναφέρεται



σε έργα που εφαρμόζονται μέθοδοι που απαιτούν συγκεκριμένα μαθηματικά στοιχεία για την επίλυση τους και έργα που δεν χρειάζονται τα σχολικά μαθηματικά για να επιλυθούν. Με αυτά μπορούμε να αντιστοιχήσουμε τις μεθόδους των τεχνιτών και των δύο ομάδων, όπως η προσέγγιση. Συνολικά, μπορεί να ειπωθεί πως και σε αυτή την έρευνα οι μαθηματικές διαδικασίες, έννοιες και στρατηγικές είναι αγκιστρωμένες στην εργασιακή πρακτική στην οποία αυτές αναπτύσσονται συνεπώς έχουν αποκτήσει μια νέα ταυτότητα (Noss, 2002). Επίσης, και σε αυτόν τον εργασιακό χώρο, οι εργαζόμενοι σπανίως σκέφτονται μαθηματικά χωρίς ένα τεχνούργημα να τους βοηθήσει να οργανώσουν ή υπολογίσουν τα δεδομένα (Pozzi et al., 1998).

Αναφορικά με τα μαθηματικά επικοινωνίας των δύο ομάδων τεχνιτών, σχετικά με τις παραπάνω έννοιες και διαδικασίες, αναγνωρίζονται όμοιοι και ανόμοιοι τρόποι εξηγήσεων καθώς και τρόποι ερμηνείας που αν και παρουσιάζουν ομοιότητες, χρησιμοποιούνται διαφορετικά και για διαφορετικούς σκοπούς εξηγήσεων. Αρχικά και οι δύο ομάδες χρησιμοποιούν την τεχνική ορολογία του χώρου εργασίας και αναφέρονται σε μεγάλο βαθμό στον τρόπο λειτουργίας του ρολογιού. Για παράδειγμα, για να μιλήσουν για τους παλμούς ανά ώρα και επομένως για την έννοια της περιοδικότητας και τις σχετικές διαδικασίες, θα εξηγήσουν τον τρόπο λειτουργίας των ταλαντωτών και των ρυθμιστικών οργάνων που αυτοί φέρουν, μαζί με την αντίστοιχη ορολογία. Αυτό το εύρημα είναι σύμφωνο με την άποψη πως οι εργαζόμενοι μπορεί να αξιοποιούν τις ίδιες σχέσεις και τα ίδια αντικείμενα αλλά με ένα διαφορετικό τρόπο και μια διαφορετική γλώσσα, αυτή που εμπεριέχει την ορολογία του εκάστοτε επαγγέλματος και διαφέρει από τα ακαδημαϊκά μαθηματικά (Noss et al., 2000).

Παρατηρείται μεγάλη διαφοροποίηση μεταξύ τους ως προς το είδος τους και τον τρόπο χρήσης τους, όμως και οι δύο ομάδες πραγματοποιούν μαθηματικές επισημάνσεις. Αυτό έρχεται σε αντίθεση την παρατήρηση πως άνθρωποι από διάφορα επαγγέλματα τείνουν να χρησιμοποιούν εκφράσεις όπως: «δεν υπάρχουν μαθηματικά στη δουλειά», «όλα γίνονται μέσω υπολογιστή στις μέρες μας» ή «είναι απλώς κοινή λογική» (FitzSimons, 2014). Οι εμπειρικοί υπολογισμοί αναφέρονται από την ομάδα των τεχνιτών τεχνικής εκπαίδευσης, αλλά δεν αποσαφηνίζονται. Χαρακτηριστικά, ο Τηλέμαχος αναφέρει πως αφού παρακολουθήσει το ρολόι, πρέπει να κάνει τα μαθηματικά για να το ρυθμίσει, χωρίς όμως να γίνει σαφής για αυτά, ενώ παραπέμπει σε άλλους τεχνίτες για την εξήγησή τους. Οι Noss et al. (2000), υποστηρίζουν πως τα μαθηματικά που αξιοποιούν οι επαγγελματίες μπορεί

να μην είναι ορατά στους ίδιους. Εδώ, οι τεχνίτες αναγνωρίζουν την ύπαρξή τους και τη χρήση τους, όμως δεν τα χαρακτηρίζουν. Περίπου, το ίδιο φαινόμενο παρατηρείται και για τα γρανάζια – αναλογία. Οι τεχνίτες αυτής της ομάδας υποδεικνύουν την ύπαρξη μαθηματικών στη λειτουργία τους, ορμώμενοι από την αναλογική κίνηση των δεικτών του ρολογιού, αλλά όπως αναφέρει ο Τίμος για τα σχετικά τυπολόγια των τεχνικών εγχειριδίων, αυτά αφορούν τα μαθηματικά που χρησιμοποιεί ο κατασκευαστής και επομένως δε θα δουλέψει με αυτά. Ο Τηλέμαχος και εδώ παραπέμπει στον Αλέξη για περισσότερες μαθηματικές εξηγήσεις. Το γεγονός αυτό, έχει να κάνει με την ανάθεση έργου, πτυχή της εργασιακής δραστηριότητας της επισκευής ενός ρολογιού. Βλάβες που αφορούν γρανάζια, την κατασκευή ή την επισκευή τους, αναθέτονται σε τεχνίτες ακαδημαϊκής εκπαίδευσης. Μπορεί να ειπωθεί, πως για τους τεχνίτες τεχνικής εκπαίδευσης, τα γρανάζια αποτελούν ένα μαύρο κουτί, για το οποίο αναγνωρίζουν τη μαθηματική του αξία λόγω του εργασιακού τους αντικειμένου (κίνηση των δεικτών) χωρίς όμως να τη χαρακτηρίζουν, ούτε μέσω μαθηματικών εντός του εργασιακού τους πλαισίου. Το εύρημα αυτό είναι σύμφωνο με την άποψη πως για το μέσο εργαζόμενο υπάρχει μία ουσιαστική διαφορά στο χειρισμό αυτών των μηχανημάτων και στην κατανόηση της εργασίας την οποία επιτελούν (Noss & Hoyles, 1996b). Συμφωνεί επίσης με τους Williams & Wake (2007), οι οποίοι επισημαίνουν πως στην περίπτωση ενός εργασιακού περιβάλλοντος, ο ρόλος των αντικειμένων, ιδεών και ανθρώπων θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι ανήκει σε ένα μαύρο κουτί.

Παρά τη μη σαφή εξήγηση των υπολογισμών τους, οι τεχνίτες αυτή της ομάδας θα χρησιμοποιήσουν αριθμητικά παραδείγματα στις εξηγήσεις τους, κυρίως μιλώντας για κανόνες εργασίας. Για παράδειγμα, ο Τίμος αναφέρει πως αν το ρολόι χάνει περίπου 5 λεπτά, τότε έχει τη δυνατότητα να διορθώσει τους παλμούς του από το τιμόνι χωρίς να εξηγεί το λόγο ύπαρξης αυτού του ορίου. Σχετικά με τη συμμετρία, οι μαθηματικές επισημάνσεις αυτής της ομάδας είναι πιο σαφείς με χρησιμοποιούμενες εκφράσεις όπως «ίσες αποστάσεις», «ίσα μήκη» και συμμετρική ταλάντωση.

Οι τεχνίτες ακαδημαϊκής εκπαίδευσης πραγματοποιούν μαθηματικές επισημάνσεις αλλά και συνδέσεις. Ενώ χρησιμοποιούν το τακ τακ για να αναφερθούν στους παλμούς ανά ώρα, αναγνωρίζουν πως αυτό αποτελεί μία ιδιότυπη μονάδα μέτρησης της συχνότητας. Εξηγούν τους τύπους και τους υπολογισμούς που χρειάζονται για να μετατραπούν οι παλμοί ανά ώρα σε Hertz, αλλά και με ποιες μεθόδους (μέθοδος των τριών) μπορούν να

μετατρέψουν το σφάλμα στους παλμούς ανά ώρα σε σφάλμα στην ένδειξη της ώρας του ρολογιού. Οι εξηγήσεις για αυτό, γίνονται είτε με ρητή αναφορά στη μαθηματική μέθοδο, είτε με τη χρήση αριθμητικών παραδειγμάτων. Επίσης, ο Αλέξης αναφέρει πως οι παλμοί ανά ώρα είναι κάτι που χρησιμοποιείται μόνο μεταξύ των ωρολογοποιών και πώς για να επικοινωνήσει με τον έξω κόσμο χρειάζεται τη μετατροπή τους σε Hertz. Με αυτό τον τρόπο, παρατηρούμε πως μπορεί να αποκόβει τα μαθηματικά από το πλαίσιο μέσα στο οποίο τα χρησιμοποιεί, αναγνωρίζοντας τα ως ξεχωριστό αντικείμενο με δυνατότητες χρήσης και στον «έξω κόσμο», επομένως η γενίκευση των επαγγελματικών μαθηματικών του, δε δείχνει να περιορίζεται σε συγκεκριμένες μόνο καταστάσεις της επαγγελματικής ζωής (Noss et al., 2000).

Σχετικά με τα γρανάζια-αναλογία, η ομάδα αυτή θα πραγματοποιήσει μαθηματικές επισημάνσεις και θα αναφερθεί σε ratios, επειδή όμως εργάζεται με αυτά, κατασκευάζοντας ή επισκευάζοντάς τα και έτσι για αυτή δεν αποτελούν ένα μαύρο κουτί, σε αντίθεση με την τεχνική ομάδα. Οι μαθηματικές συνδέσεις της για τα γρανάζια και την αναλογία είναι σαφείς και με βοήθεια των γραπτών κειμένων καθώς εξηγούνται οι τρόποι χρήσης των τυπολογιών για την επίλυση εξισώσεων και την εκτέλεση υπολογισμών αλλά και η έλευση των τύπων αυτών σε σχέση με την κατασκευή του ρολογιού. Οι εξηγήσεις αυτές γίνονται με χρήση αριθμητικών παραδειγμάτων που προσομοιώνουν την κατασκευή και τον τρόπο λειτουργίας του ρολογιού και επομένως τα καθημερινά υπολογιστικά που οι εργαζόμενοι αντιμετωπίζουν. Λαμβάνοντας ως εργαλεία τα γρανάζια αλλά και τους τύπους, το γεγονός αυτό επιβεβαιώνει πως αυτά διαδραματίζουν πολύ σημαντικό ρόλο στη διαμόρφωση των μαθηματικών ιδεών, ενώ πολλές μαθηματικές ιδέες εκφράζονται μέσα από τη χρήση των εργαλείων (Millroy, 1992) καθώς και ότι τα εργαλεία δεν προάγουν μόνο κάποιες διανοητικές διαδικασίες αλλά ουσιαστικά τις διαπλάθουν και τις διαμορφώνουν (Triantafillou, 2010). Το γεγονός πως η μία ομάδα δεν αναλαμβάνει εργασιακές δράσεις σχετικές με τα γρανάζια θεωρώντας τα μαύρο κουτί, ενώ ταυτόχρονα τις αναθέτει στην άλλη ομάδα, η οποία εκφράζεται για την αναλογία με σχετική μαθηματική άνεση εντός του εργασιακού πλαισίου, ενισχύει την άποψη του Straesser (2000), ο οποίος προτείνει ότι τα κρυμμένα μαθηματικά αποτελούν μια μαθηματική κοινωνική κατάσταση.

Συμπερασματικά και για τις δύο ομάδες τεχνιτών μπορούμε να πούμε πως τα μαθηματικά επικοινωνίας τους διαφέρουν κυρίως ως προς τις μαθηματικές

συνδέσεις και κατ' επέκταση στα αριθμητικά παραδείγματα που χρησιμοποιούν. Αυτή η διαφορά απορρέει από το γεγονός πως οι τεχνίτες ακαδημαϊκής εκπαίδευσης χρησιμοποιούν περισσότερες και πιο τυπικές μαθηματικές διαδικασίες στις εργασιακές δράσεις που αναλύθηκαν σε αντίθεση με τους τεχνίτες τεχνικής εκπαίδευσης που θα χρησιμοποιήσουν πιο εμπειρικές και προσεγγιστικές μεθόδους υπολογισμού. Η Hahn (2014), στην έρευνά της σχετικά με την ερμηνεία και την επικοινωνία των μαθηματικών πρακτικών και εννοιών που αναπτύσσονται και ενυπάρχουν στους εργασιακούς χώρους, διέκρινε τρεις διαφορετικές μορφές εξηγήσεων και ορθολογισμού (rationality), που οδήγησαν τους φοιτητές να κατασκευάσουν, να επιλύσουν και να διαμορφώσουν διαφορετικά το προς επίλυση πρόβλημα. Πρόκειται για την τεχνική (technical), τη ρεαλιστική ή πραγματιστική (pragmatic) και την επιστημονική (scientific) μορφή αιτιολογίας. Λαμβάνοντας υπόψη αυτή την κατηγοριοποίηση και προσαρμόζοντάς τη στην παρούσα έρευνα, γίνεται φανερό πως η ομάδα των τεχνιτών με τεχνική εκπαίδευση αντιστοιχίζεται με την τεχνική αιτιολογία ενώ η ομάδα των τεχνιτών με ακαδημαϊκή εκπαίδευση με την επιστημονική. Με άλλα λόγια, κάποιες μαθηματικές αιτιολογήσεις της πρώτης ομάδας δεν συνδέονταν με κάποια μαθηματική θεωρία εκτός του εργασιακού πλαισίου, ενώ αρκετές από τις μορφές ορθολογισμού της δεύτερης αφορούσαν την ενσωμάτωση των ακαδημαϊκών θεωριών ώστε αυτές να διαφωτίσουν το εκάστοτε θέμα συζήτησης. Οι τρόποι εξηγήσεων και των δύο ομάδων συναντούνται στη ρεαλιστική μορφή αιτιολογίας, η οποία αναφέρεται στη χρήση διαισθητικών στρατηγικών για την επίτευξη ενός βραχυπρόθεσμου στόχου, συμφωνώντας με τα ευρήματα της εν λόγω έρευνας, σύμφωνα με τα οποία επικράτησε ο ρεαλιστικός ορθολογισμός από τους συμμετέχοντες, οι οποίοι εγκατέλειψαν γρήγορα την τεχνική ορθολογικότητα για να υιοθετήσουν ένα πραγματιστικό συλλογισμό και να αντιμετωπίσουν τη δραστηριότητα από την πλευρά των πωλητών.

### **6.3 Εκπαιδευτικές Προεκτάσεις της Έρευνας**

Στην ενότητα αυτή επιχειρείται μία προσπάθεια ανάγνωσης των συμπερασμάτων της έρευνας, με γνώμονα την εκπαίδευση των μαθηματικών. Πιο συγκεκριμένα, ακολουθεί μία συζήτηση για την κατεύθυνση και τους στόχους της μαθηματικής εκπαίδευσης στο πλαίσιο της επαγγελματικής κατάρτισης των τεχνιτών ωρολογοποιίας αλλά και της επαγγελματικής εκπαίδευσης γενικότερα.

Με βάση τα ευρήματα της έρευνας, η χρησιμότητα των μαθηματικών στο επάγγελμα της ωρολογοποιίας και άρα η ένταξη τους στην επαγγελματική κατάρτιση των τεχνιτών, κρίνεται σημαντική. Στην παρούσα μελέτη είδαμε πως τεχνίτες ακαδημαϊκής εκπαίδευσης, παντρεύοντας τους τεχνικούς όρους του πλαισίου εργασίας τους με επιστημονικούς και μαθηματικούς όρους, διαχειρίζονται περισσότερες εργασιακές καταστάσεις και ανταπεξέρχονται στο κάθε πρόβλημα, έχοντας μια οπτική γωνία που δε στηρίζεται μόνο στην εργασιακή εμπειρία. Από την άλλη, οι τεχνίτες που έχουν αποκτήσει μόνο τεχνική εκπαίδευση για τη δουλειά, είτε στα πλαίσια επαγγελματικής εκπαίδευσης είτε μαθητείας δίπλα σε άλλον τεχνίτη, δεν αναλαμβάνουν τις αντίστοιχες εργασιακές ενέργειες. Τα περιεχόμενα μαθηματικά σε αυτές, αν και οι τεχνίτες αναγνωρίζουν την ύπαρξή τους, αποτελούν για αυτούς ένα είδος μαύρου κουτιού. Με άλλα λόγια, διαφαίνεται πως για το συγκεκριμένο επάγγελμα, δίνονται περισσότερες ευκαιρίες ανάπτυξης για τα περιθώρια προσωπικής επαγγελματικής εξέλιξης. Στον αντίποδα, η τεχνική γνώση μη υποβοηθούμενη μπορεί να περιορίσει τους τεχνίτες ως προς την επαγγελματική τους ανάπτυξη.

Από τη μελέτη των τεχνικών εγχειριδίων και μέσω των συνεντεύξεων, πληροφορούμαστε πως στη σχολή ωρολογοποιίας του ΟΑΕΔ, μαθηματικά θα χρησιμοποιηθούν σε ασκήσεις που αφορούν την επίλυση προβλημάτων του εργασιακού χώρου. Δύο τέτοιου είδους προβλήματα - ασκήσεις παρατίθενται και περιγράφονται στο παράρτημα της εργασίας. Μπορούν να θεωρηθούν ως αυθεντικά προβλήματα ενός εργασιακού χώρου που μπορούν να αποτελέσουν αντικείμενο επίλυσης και συζήτησης για τη σχολική τάξη, έπειτα από μία κατάλληλη εισαγωγή των μαθητών στο πλαίσιο του εργασιακού χώρου. Για την επίλυση των προβλημάτων αυτών, στο πλαίσιο της τεχνικής σχολής της ωρολογοποιίας, χρησιμοποιούμενα μαθηματικά είναι γεωμετρία του κύκλου, η χρήση τύπων και η επίλυση εξισώσεων και ερευνητικές μέθοδοι όπως οι μετατροπές μονάδων και η απλή μέθοδος των τριών. Με βάση αυτό, τα προβλήματα αυτά μπορούν να θεωρηθούν κατάλληλα για τις δύο τελευταίες τάξεις του Γυμνασίου.

Συμπερασματικά, λαμβάνοντας υπόψη τη σημαντικότητα των μαθηματικών στα τεχνικά επαγγέλματα, το είδος των μαθηματικών που χρησιμοποιούνται στις τεχνικές σχολές και τα ευρήματα της παρούσας εργασίας, παρατίθενται οι παρακάτω προτάσεις σχετικά με τους στόχους και τον προσανατολισμό της μαθηματικής εκπαίδευσης μαθητών και φοιτητών που θα ενταχθούν στην τεχνική εκπαίδευση. Αρχικά, είναι σημαντικό να παρέχονται ευκαιρίες, οι

οποίες εμπλέκουν τους μαθητές με ρεαλιστικές καταστάσεις, όπου η εφαρμογή μαθηματικών τεχνικών και μεθόδων δε θα είναι η κύρια δραστηριότητά τους, ώστε να κατανοήσουν πως τα μαθηματικά θα αποτελέσουν ένα εργαλείο και ένα μέσο επικοινωνίας για την εργασία τους. Επίσης, θα πρέπει μέσω κατάλληλων δραστηριοτήτων, να δίνονται ευκαιρίες και να παρέχονται καταστάσεις στους μαθητές να σκεφτούν λογικά και με μαθηματικούς όρους για ένα πρόβλημα με το οποίο εμπλέκονται. Επιπλέον, σημαντική κρίνεται και η δυνατότητα της ορατότητας των μαθηματικών διαδικασιών που περιέχονται σε ένα πρόβλημα. Συγκεκριμένα, οι σπουδαστές τεχνικών επαγγελμάτων, θα μπορούσαν να εκπαιδεύονται πάνω σε τεχνολογικά μέσα και εργαλεία της εργασίας τους με τρόπο ώστε και να μπορούν να αναγνωρίζουν τις μαθηματικές διαδικασίες που κρύβονται σε αυτά.

## **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

### **Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία**

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the teaching and learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 52 (No. 3), pp. 215- 241.

Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 245-274.

Bakker, A. (2014). Characterizing and developing vocational mathematical knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 86(2), 151-156

Bakker A. & Hoffmann M. (2005). Diagrammatic reasoning as the basis for developing concepts: a semiotic analysis of students' learning about statistical distribution. *Educational Studies in Mathematics* 60: 333–358

Bakker, A., Hoyles, C., Kent, P., & Noss, R. (2011). Measurement in the workplace: the case of process improvement in manufacturing industry, *ZDM Mathematics Education*, Vol. 43, pp. 747-758.

Baxter, P., & Jack, S. (2008). Qualitative Case Study Methodology: Study Design and Implementation for Novice Researchers. *The Qualitative Report*, Vol. 13 (No. 4), pp. 544-559.

Belgrave, C. & Charmaz, L.L. (2015). Grounded Theory. In G. George (Ed.), *The Blackwell Encyclopedia of Sociology* (pp. 1-6). United States of America: JohnWiley & Sons, Ltd.

Bessot, A. (2000). Visibility of mathematical objects present in professional practice. In Bessot & Ridgway (Eds.), *Education for Mathematics in the Workplace*, pp. 225-238. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Bishop, A.J. (1988a). *Mathematical enculturation: a cultural perspective on mathematics education*. Boston: Kluwer Academic Publications.

Bishop, A.J. (1988b). "Mathematics education in its cultural context." *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 19, pp. 179-191.

Boaler, J. (2003). Exploring the nature of mathematical activity: Using theory, research and "working hypotheses" to broaden conception of mathematical knowing. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 51, pp. 3 – 21.

Bowen, G. M. & Roth, W.-M. (2002). Why students may not learn to interpret scientific inscriptions. *Research in Science Education*, Vol, 32, pp. 303–327.

Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Kluwer Academic Publishers

Brown, J., Collins, A. & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher*, Vol. 18 (No. 1), pp. 32-42.

Bryman, A. (2017). Μέθοδοι κοινωνικής έρευνας. *Αθήνα*: Gutenberg.

Carraher, D. W., Nunes, T. & Schliemann, D. A. (1993). Street mathematics and school mathematics. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Charmaz, K. (1995). Grounded Theory. In Smith, J., Harr, L. & Langenhove, L. (Ed.) *Rethinking Methods in Psychology* (pp. 27-49). London: Sage

Cole, M. (1996). *Cultural Psychology: A Once and Future Discipline*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Cole, M., & Engeström, Y. (1993). A cultural–historical approach to distributed cognition. In G. Salomon (Ed.), *Distributed cognition: Psychological and educational considerations* (pp. 1–47). Cambridge, England: Cambridge University Press.

D'Ambrosio, U. (1985). *Socio-cultural bases for mathematics education*. Campinas, Brazil: UNICAMP

Daniels, H. (2016). *Vygotsky and Pedagogy*. Abingdon: Routledge

Daniels, H., Edwards, A., Engestrom, Y., Gallagher, T., & Ludvigsen, S. R. (2010). *Activity theory in practice: Promoting learning across boundaries and agencies*. London, UK: Routledge.

Davydov, V.V. (1990). The Influence of L. S. Vygotsky on education theory, research and practice. *Educational Researcher* Vol. 24, pp. 12-21.

Eisenhart, M. (1988). The Ethnographic Research Tradition and Mathematics Education Research. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 19 (No. 2), pp. 99–114.

Engeström, Y. & Cole, M. (1997). Situated cognition in search of an agenda. In J. A. Whitson, & D. Kirshner, (Eds.), *Situated Cognition. Social, semiotic, and psychological perspectives*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Engestrom, Y. (1999). Innovative learning in work teams: analysing cycles of knowledge creation in practice. In Y. Engestrom, R. Miettinen and R.L. Punamaki (eds) *Perspectives on Activity Theory* Cambridge: Cambridge University Press.

Engeström, Y. (2001). Expansive Learning at Work: toward an activity theoretical reconceptualization. *Journal of Education and Work* Vol. 14 (No. 1), pp. 132- 156.

Engeström, Y. (2014). Activity Theory and Learning at Work. *Tätigkeit - Aneignung - Bildung*, Vol. 15, pp 67-96.



Engeström, Y. & Greeno, G.J. (2013). Learning in Activity. In R. K. Sawyer, (Ed). The Cambridge Handbook of the Learning Sciences (2nd edition.) Cambridge, England: Cambridge University Press.

FitzSimons, G. (2013). Doing Mathematics in the Workplace. A Brief Review of Selected Literature. *Adults Learning Mathematics: An International Journal*, Vol. 8 (No. 1), pp. 7-19.

Fitzsimons, G. E. (2014). Commentary on vocational mathematics education: where mathematics education confronts the realities of people's work. *Educational Studies in Mathematics*, 86(2), 291-305.

Forman, E., Kieran, C. & Sfard, A., Eds. (2003). Learning discourse: Bridging the individual and the social: discursive approaches to research in mathematics education. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Press.

Gainsburg, J. (2005). "School Mathematics in Work and Life: what we know and how we can learn more." *Technology in Society*, Vol. 27, pp. 1-22.

Hahn, C. (2014). Linking academic knowledge and professional experience in using statistics: A design experiment for business school students. *Educational Studies in Mathematics*, 86(2), 239-251.

Hoyles, C. (2001). From describing to designing mathematical activity: the next step in developing a social approach to research in mathematics education.. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 46 (No. 1- 3), pp. 273-286.

Hoyles, C., Healy, L. & Noss, R., (1997). The construction of mathematical meanings: Connecting the visual with the symbolic. *Educational Studies in Mathematics* Vol. 33, pp. 203–233.

Hsu, P.L., Lee, Y.J. & Roth, M.W. (2009) A tool for changing the world: possibilities of cultural-historical activity theory to reinvigorate science education, *Studies in Science Education*, Vol. 45 (No. 2), pp. 131-167.

Jaworski, B. & Goodchild, S. (2006). Inquiry Community in an Activity Theory Frame. In J. Navotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehliková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 353–360). Prague: Charles University.

Jaworski, B. & Potari, D. (2009). Bridging the micro- and the macro- divide: using an activity theory model to capture sociocultural complexity in mathematics teaching and its development. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 72, pp. 219–236.

Jurdak, M. & Shahin, I. (2001). Problem Solving Activity in the Workplace and the School: The case of Constructing Solids. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 47 (No. 3), pp. 297–315.

Kent, P., Bakker, A., Hoyles, C. & Noss, R. (2011). Measurement in the workplace: the case of process improvement in manufacturing industry. *ZDM Mathematics Education*, 43, 747-758.

LaCroix, L. (2014). Learning to see pipes mathematically: preapprentices' mathematical activity in pipe trades training. *Educational Studies in Mathematics*, 86(2), 157-176.

Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, Vol. 27, pp. 29-63.

Latour, B. (1987). *Science in Action: How to Follow Scientists and Engineers Through Society*, Open University Press, Milton Keynes.

Lave, E., & Wenger, E. (1991). *Legitimate peripheral participation in communities of practice*. Cambridge, Cambridge University Press.

Lave, J. (1988). *Cognition in Practice: Mind, Mathematics and Culture in Everyday Life*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Lee, Y.J. & Roth, M.W. (2007). "Vygotsky's Neglected Legacy Cultural - Historical Activity Theory". *Review of Educational Research*, Vol. 77 (No. 2), pp. 186– 232.

Leont'ev, A.N. (1978). *Activity, consciousness and personality*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Ludvigsen, S. R., Lund, A., Rasmussen, I., & Saljo, R. (Eds.). (2010). *Introduction Learning across settings, New tools, infrastructures and practices*. London, UK: Routledge.

Magajna, Z. & Monaghan, J. (2003). Advanced Mathematical Thinking in a Technological Workplace. *Educational Studies in Mathematics*, Vol 52 (No.2), pp. 101-122.

Masingila, J. O. (1994). Mathematics practice in carpet laying. *Anthropology & Education Quarterly*, 25(4), 430-462.

McClain, K. & Sfard, A. Eds. (2002). Guest Editor's Introduction: Analyzing Tools: Perspectives on the Role of Designed Artifacts in Mathematics Learning. *Journal of the Learning Sciences*, Vol. 11(No. 2-3), pp. 153-161.

Millroy, W. L. (1992). An ethnographic study of the mathematical ideas of a group of carpenters. *Journal for Research in Mathematics Education, Monograph*, 5, 1-210.

Naresh, N. (2014). A stone or a sculpture? It is all in your perception. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13 (6), 1567-1588.

Naresh, N. & Chahine, I. (2013). Workplace mathematics research: reflections on personal practical experiences. *REDIMAT – Journal of Research in Mathematics Education*, 2(3), 316-342.

- Nicol, C. (2002). Where's the Math? Prospective Teachers Visit the Workplace Educational Studies in Mathematics, Vol. 50 (No. 3), pp. 289-309.
- Noss, R., Hoyles, C., & Pozzi, S. (2000). Working knowledge: Mathematics in use. In *Education for mathematics in the workplace* (pp. 17-35). Springer, Dordrecht.
- Noss, R., Hoyles, C., και Pozzi, S. (2002). Abstraction in expertise: A study of nurses' conceptions of concentration. *Journal for Research in Mathematics Education*, 204- 229
- Potari, D. & Triantafyllou, C. (2010). Mathematical practices in a technological workplace: the role of tool. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 74, pp. 275–294.
- Potari, D. & Triantafyllou, C. (2014). Revisiting the place value concept in the workplace context: the issue of transfer development. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 38, pp. 337-358.
- Pozzi, S., Noss, R. & Hoyles, C. (1998). Tools in practice, *Mathematics in use*. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 36 (No. 2), pp. 105-122.
- Rabardel, P. & Verillon, P. (1995). Cognition and Artifacts: A Contribution to the Study of Thought in Relation to Instrumented Activity. *European Journal of Psychology of Education*, Vol. X. (No. 1), pp. 77- 101.
- Roth, W. M. (2005). Mathematical inscriptions and the reflexive elaboration of understanding: An ethnography of graphing and numeracy in a fish hatchery. *Mathematical Thinking and Learning*, Vol. 7 (No. 2), pp. 75–110.
- Roth, M. W. (2012). Rules of bending, bending the rules: the geometry of electrical conduit bending in college and workplace. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 86, pp. 177-192.
- Roth, W. M. & McGinn, M. K. (1998). Inscriptions: Towards a theory of representing as social practice. *Review of Educational Research*, Vol. 68 (No. 1), pp. 35-59.
- Schoenfeld, A. H. (1992). *Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense-Making in Mathematics*. In Grouws, D. (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*, New York: MacMillan.
- Stake, R. E. (1994). "Case Studies". In N.K. Denzin & Y.S. Lincoln (Eds.) *Handbook of Qualitative Research* (pp. 236-247). London: Sage Publications.
- Stathopoulou, C. (2007). Traditional patterns in Pyrgi of Chios: Mathematics and Community. *Nexus Network Journal*, 9(1), 103-118.
- Strauss, A. & Corbin, J. (1998). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory*. Thousand Oaks: Sage.
- Swason, D. & Williams, J. (2014). Making abstract mathematics concrete in and out of school. *Educational Studies in Mathematics*, 86(2), 193-209.

Triantafyllou, C., και Potari, D. (2010). Mathematical practices in a technological workplace: the role of tools. *Educational Studies in Mathematics*, 74(3), 275-294.

Van Oers, B. (2001). Educational Forms of Initiation in Mathematical Culture. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 46, pp. 59-85.

Wake, G. (2014). Making sense of and with mathematics: the interface between academic mathematics and mathematics in practice, *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 86 (No. 2), pp. 271-290.

Wake, G. (2015). Preparing for workplace numeracy: A modelling perspective. *ZDM*, 47(4), 675-689.

Walkerdine, V. (1988). *The Mastery of Reason: Cognitive Development and the Production of Rationality*, Routledge and Kegan Paul, London.

Wenger, E. (1998). *Communities of practice, learning, meaning and identity*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Wertsch, J.V. (1991). *Voices of the Mind. A Socio-Cultural Approach to Mediated Action*. London: Harvester-Wheatsheaf.

Williams, J., Wake, G., & Boreham, C. (2001). School or college mathematics and workplace practice: an activity theory perspective. *Research in mathematics education*, 3(1), 69-83.

Williams, J., & Wake, G. (2007a). Black boxes in workplace mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 64, pp. 317-343.

Williams, J., και Wake, G. (2007b). Metaphors and models in translation between college and workplace mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 64, 345-371.

Zevenbergen, R. (2000). "Research Methods for Mathematics at Work", in A. Bessot and J. Ridgway, (eds.), *Education for Mathematics in the Workplace*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.

## **Ελληνική Βιβλιογραφία**

Αντωνόπουλος, Μ., Δάλλας, Μ. & Κουβέλα, Ε. (2014, Μάρτιος). Τα Μαθηματικά στον εργασιακό χώρο: μελέτη περίπτωσης ενός οδηγού ταξί και ενός μηχανολόγου μηχανικού. Ανακοίνωση στο 5ο Συνέδριο της Ένωσης Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών (Ε.ΝΕ.ΔΙ.Μ.), Φλώρινα.

Ασπρούλη Μ. (2020). Τα μαθηματικά της καθημερινής ζωής: μια διερεύνηση της μαθηματικής σκέψης που συγκροτείται εκτός σχολικού πλαισίου (Διπλωματική εργασία). Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας, Φλώρινα.

Βλάχος Στ. (2014). Σχεδιασμός και Κατασκευή Ξύλινου Μηχανικού Ρολογιού (Διπλωματική εργασία). Τμήμα Σχεδιασμού & Τεχνολογίας Ξύλου & Επίπλου, Τ.Ε.Ι. Λάρισας.

Ιωσηφίδου Ε. (2018). Μαθηματικά στο Χώρο Εργασίας: Η Μαθηματική Δραστηριότητα των Μηχανικών Δομικών Κατασκευών (Διπλωματική εργασία). Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης, Αλεξανδρούπολη.

Καλαβάσης, Φ. & Καλδρυμίδου, Μ. (2007). Τυπικά και άτυπα μαθηματικά: Χαρακτηριστικά, σχέσεις και αλληλεπιδράσεις στο πλαίσιο της μαθηματικής εκπαίδευσης. Πρακτικά 2ου Συνεδρίου Εν.Ε.Δι.Μ. (σσ. 93-95). Αλεξανδρούπολη 23-25 Νοεμβρίου 2007. Αλεξανδρούπολη: τυπωθήτω.

Καλογεράκης, Γ. (2017). Η Ενσωμάτωση του Χώρου Εργασίας στη Διδασκαλία των Μαθηματικών (Αδημοσίευτη Διδακτορική Διατριβή). Πανεπιστήμιο Κύπρου, Κύπρος.

Καρασαββίδης, Η. (2006). ΤΠΕ και μετεξέλιξη της Εκπαιδευτικής Πρακτικής: η προοπτική μετασχηματισμού του αντικειμένου της δραστηριότητας. Πρακτικά 5ου Πανελληνίου Συνεδρίου με διεθνή συμμετοχή: οι Τεχνολογίες Πληροφορίας και Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση (σσ. 779-786), Θεσσαλονίκη, 5- 8 Οκτωβρίου. Θεσσαλονίκη.

Κολοκούρη, Ε. (2016). Η θεωρία της δραστηριότητας στις τυπικές και άτυπες μορφές διδασκαλίας εννοιών των φυσικών επιστημών για παιδιά ηλικίας 5-9 ετών: η περίπτωση των κινουμένων σχεδίων (Doctoral dissertation, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων. Σχολή Επιστημών Αγωγής. Τμήμα Παιδαγωγικό Νηπιαγωγών).

Μαγγόπουλος, Γ. (2014). Η μελέτη περίπτωσης ως ερευνητική στρατηγική στην αξιολόγηση προγραμμάτων: θεωρητικοί προβληματισμοί. Το Βήμα των Κοινωνικών Επιστημών, Τόμος ΙΣΤ, Τεύχος 64, σσ. 73-93.

Πηγιάκη, Π. (1988). Εθνογραφία. Η μελέτη της ανθρώπινης διάστασης στην Κοινωνική και Παιδαγωγική έρευνα. Εκδόσεις Γρηγόρη

Σάκκας Χ. (2014). Σχεδιασμός Ηλεκτρικού Ωρολογιακού Μηχανισμού (Διπλωματική εργασία). Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών και Αεροναυπηγών, Πανεπιστήμιο Πατρών.

Σακονίδης Χ. (2017). Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών, τεύχος 10, σελ. 27- 54. Ανακτήθηκε από: [ejournals.epublishing.ekt.gr](http://ejournals.epublishing.ekt.gr)

Σταθοπούλου, Χ. (2011). Εθνομαθηματικά: Διερευνώντας την πολιτισμική διάσταση των Μαθηματικών και της μαθηματικής εκπαίδευσης. Αθήνα: Εκδόσεις Διάδραση.

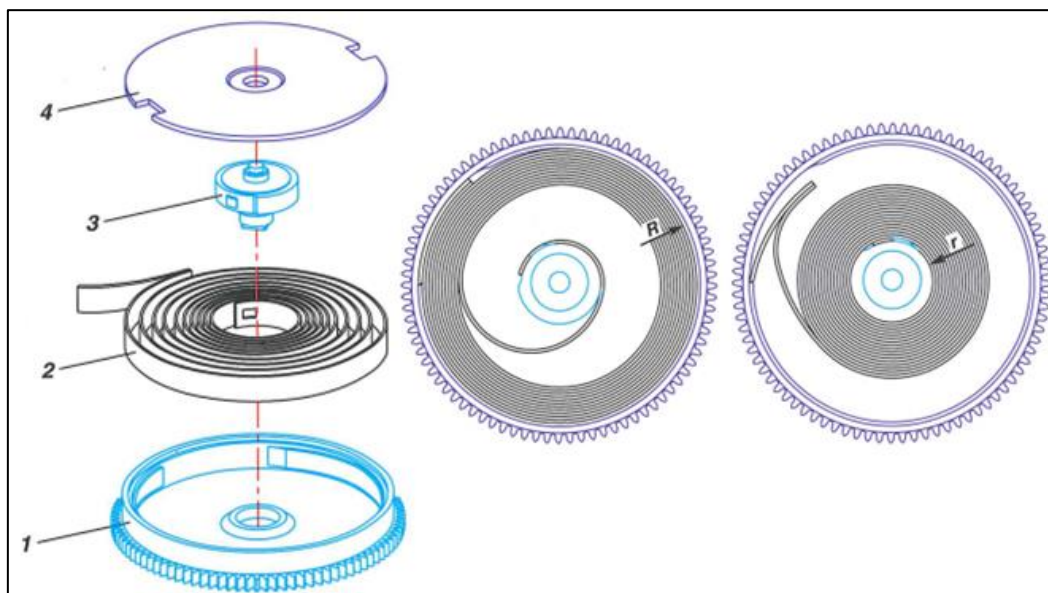
Τζεκάκη, Μ. (2011). Μαθηματική Δραστηριότητα και Μαθηματικά Έργα. Κεντρική Ομιλία. Στο Καλδρυμίδου, Μ. & Βαμβακούση, Ξ. (επιμ.). Πρακτικά του 4ου Συνέδριου της Ένωσης Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών (σ. 51-66). Ιωάννινα, ΕΝΕΔΙΜ - Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων.

Τριανταφύλλου, Χ. (2010). Τα μαθηματικά στο χώρο εργασίας και η σύνδεσή τους με την τυπική εκπαίδευση (Διδακτορική Διατριβή). Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα.

Χούτου Χρ.(2015). Η Μαθηματική Πρακτική στον χώρο της Κεραμικής Τέχνης (Διπλωματική εργασία). ΕΚΠΑ, Αθήνα.

**ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ:** Μαθηματικά προβλήματα του χώρου εργασίας της ωρολογοποιίας, κατάλληλα για τη σχολική τάξη.

**Πρόβλημα 1:** Το μήκος και το πάχος του ελατηρίου κίνησης



**Εικόνα 1:** Τα μέρη του βαρελιού που αποτελεί την κινητήριο δύναμη του ρολοιού. Το ελατήριο κίνησης πλήρως φορτισμένο και πλήρως αποφορτισμένο.

Ένας ωρολογοποιός κατασκευαστής εξαρτημάτων, μπορεί να έρθει αντιμέτωπος με το παρακάτω εργασιακό πρόβλημα. Το ελατήριο (2), χρειάζεται αντικατάσταση και λείπει ή έχει καταστραφεί, με αποτέλεσμα να μην είναι δυνατόν να μετρηθούν οι διαστάσεις του. Τότε, χρειάζεται να υπολογίσει το μήκος του ελάσματος, με βάση την υπόθεση πως το ρολόι θα λειτουργήσει και θα παραμείνει κουρδισμένο για όσο ορίζει ο κατασκευαστής του, π.χ. 48 ώρες. Αν το ζητούμενο μήκος είναι μικρότερο από όσο πρέπει, τότε ο άξονας θα κάνει κάποιες στροφές λιγότερες από όσο πρέπει και θα σταματήσει. Αν πάλι είναι μεγαλύτερο, τότε αυτό καταλαμβάνοντας περισσότερο χώρο μέσα στο βαρελάκι, θα αναγκάσει και πάλι τον άξονα να σταματήσει πρόωρα.

Το πρόβλημα αυτό μου προτάθηκε από τον Αλέξη στην πρώτη μας συνάντηση, ως πρόβλημα μαθηματικών της εργασίας του κατάλληλο για τη σχολική τάξη και δήλωσε πως το θέτει ως άσκηση στους μαθητές του. Επίσης, το ίδιο πρόβλημα υπάρχει ως λυμένο παράδειγμα και στο βιβλίο της σχολής του Τηλέμαχου:

**Παράδειγμα:** Η εσωτερική διάμετρος της θήκης του ελατηρίου είναι 18 mm, η διάμετρος του αφαλού είναι 6,00 mm και το πάχος του ελατηρίου 0,20 mm.

Ποιο πρέπει να είναι το μήκος του ελατηρίου, ώστε να έχουμε το μέγιστο αριθμό στροφών του;

Λύση:

Ακτίνα του εσωτερικού του ταμπούρου:  $R = 9,00$

Ακτίνα του εσωτερικού του ταμπούρου:  $r = 3,00$

Πάχος του ελατηρίου:  $e = 0,20$

Μήκος του ζητουμένου ελατηρίου  $L =$  ;

Η ελεύθερη επιφάνεια μεταξύ εσωτερικού τοιχώματος του ταμπούρου και του ομφαλού ισούται:  $S = \pi(R^2 - r^2)$ .

Το ελατήριο πρέπει να καταλάβει το ήμισυ αυτής της επιφάνειας, εάν επιζητούμε ένα μέγιστο αριθμό στροφών ανάπτυξής του.

Η καταλαμβανόμενη υπό του ελατηρίου επιφάνεια δίδεται δια του τύπου:

$$Le = \frac{\pi(R^2 - r^2)}{2}, \text{ άρα } Le = \frac{\pi(R^2 - r^2)}{2}$$

Η αρχή που χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση του παραδείγματος πως το ελατήριο πρέπει να καταλάβει το ήμισυ της ελεύθερης επιφάνειας του βαρελιού, εάν θέλουμε να έχουμε ένα μέγιστο αριθμό στροφών ανάπτυξής του, αναφέρθηκε από τον Αλέξη με την εξής παραλλαγή: «Το ελατήριο πρέπει να καταλαμβάνει το 1/3 του βαρελιού. Ο αφαλός καταλαμβάνει το 1/3. Άρα πρέπει να έχουμε μέσα στο βαρέλι 1/3 ο άξονας, 1/3 το ελατήριο και 1/3 κενό».

**Πρόβλημα 2:** Η μετατροπή των παλμών ανά ώρα σε σφάλμα ένδειξης της ώρας και σε Hz.

Ένα ακόμα παράδειγμα άσκησης στη σχολή ωρολογοποιίας που προτάθηκε από τον Αλέξη στην πρώτη μας συνάντηση, ως κατάλληλο για τη σχολική τάξη είναι το παρακάτω.

Παράδειγμα: Η ένδειξη του παλμογράφου για ένα ρολόι με προδιαγραφές για 18.000 παλμούς ανά ώρα, είναι 18.166. Πόσα δευτερόλεπτα την ημέρα θα «τρέχει» το ρολόι; Ποια είναι η συχνότητά του;

Λύση:

α' τρόπος



Ενδειγμένος ρυθμός του ρολογιού = 18.000 Vh (vibrations per hour)

Πραγματικός ρυθμός του ρολογιού = 18.165

Στους 18.000 παλμούς αντιστοιχούν 3.600 δευτερόλεπτα

Στους 18.165 παλμούς αντιστοιχούν x δευτερόλεπτα

$$\text{Επομένως: } x = \frac{18.165 \cdot 3.600}{18.000} = 3.633 \text{ δευτερόλεπτα}$$

Άρα, το ρολόι «τρέχει» 33 δευτερόλεπτα ανά ώρα και 792 δευτερόλεπτα την ημέρα.

### β' τρόπος

Ενδειγμένος ρυθμός του ρολογιού ανά ώρα = 18.000

Ενδειγμένος ρυθμός του ρολογιού ανά δευτερόλεπτο =  $\frac{18.000}{3.600} = 5 \text{ Vs}$   
(vibrations per second)

$$18.000 - 18.165 = 165$$

$$165:5 = 33 \text{ δευτερόλεπτα περισσότερα σε κάθε ώρα}$$

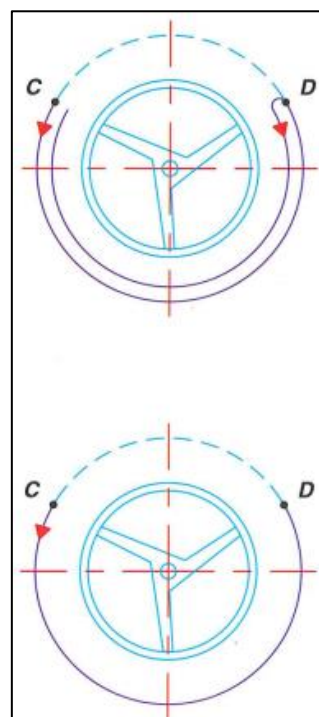
Για τους 18.000 παλμούς ανά ώρα, αντιστοιχούν 2,5 Hz.

$$\text{Για τους 18.165 παλμούς έχουμε: } f = \frac{Vs}{2 \cdot 3600} = \frac{18.165}{7.200} \approx 2,523 \text{ Hz}$$

Εξήγηση: Το balance ενός ρολογιού ολοκληρώνει έναν παλμό (Vibration) όταν μετακινείται από το σημείο C στο D και μία ταλάντωση (Oscillation) όταν μετακινείται από το σημείο C στο σημείο D και επιστρέφει στο C. Επομένως ισχύει  $2V = O$ .

Ακόμα, ισχύει η ισότητα  $Vs = \frac{Vh}{3600}$  όπου Vs οι παλμοί ανά δευτερόλεπτο και Vh ανά ώρα

Επίσης, αφού ισχύει πως  $1\text{Hz} = 1$  κύκλος ανά δευτερόλεπτο, τότε το 1 Hz αντιστοιχεί σε μία ταλάντωση ανά δευτερόλεπτο. Για αυτό, στα τεχνικά εγχειρίδια δίνεται ο τύπος:  $f = \frac{Vs}{2 \cdot 3600}$  για την εύρεση των Hz του ρολογιού.



Εικόνα 2: Η ταλάντωση και ο παλμός του balance