固定係数でない多部門モデルにおける労働価値説

金　江　　　亮

はじめに

労働価値説は，狭い意味では，個々の商品への投下労働量の比率で，相対価格（交換比率）が決まるという学説である。アダム・スミスの説明例を挙げると，ビーバー1匹をしとめるのに，鹿1頭をしとめる2倍の労働量が必要ならば，ビーバー1匹＝鹿2頭という比率で交換されることになる。

アダム・スミスは，これは初期未開状態でしかなりたたないと考えていた。それに対し，リカード，マルクスと時代を経るにつれ，資本の存在する経済を含めて，労働価値説の範囲は広く考えられるようになった。しかし，現代ではほとんどすべての財は，直接的には労働のみで生産されているとはとても言えず，極めて多種多様な財の投入がなされている。この生産条件のもとで，投下労働量の比率で交換比率が決まるということは，決して自明ではない。

もちろん，マルクス経済学も数理化が進み，置塩信雄，森嶋通夫らにより，多部門モデルで価値・価格の関係が扱われている。ただ，彼らの研究では，技術が固定係数の線型経済モデルとして定式化されている。しかし，近代経済学の分野では，コブ・ダグラス型生産関数や，もっと一般的に生産可能性集合が凸など，固定係数でないものを想定する方が一般的である。

労働価値説を擁護する立場として，「実際の経済では，固定係数の方が現実的である。」「コブ・ダグラス型に代表される新古典派生産関数は非現実的

キーワード：労働価値説，多部門モデル，新古典派生産関数，固定係数

だ。」というのは，一つの有力な反論の仕方ではある。しかし，こういう反論の仕方も考えられる。「たとえ新古典派生産関数を採用したとしても，労働価値説は成り立つ。」こちらの方が，反論としてより強力ではなかろうか。近代経済学の立場を採用しても，労働価値説が成り立つことを主張しているからである。

2部門の場合には，大西[2019][2020]で扱われている。しかし，3部門以上で成り立つかは簡単ではない。そこで本稿では，コブ・ダグラス型生産関数の多部門モデルの下で，投下労働量と生産量が比例することを示す。その際，資本ストックは存在しないフローの経済で考える。というのは，資本ストックが存在すると，今期投入した労働の一部が，ストックとして残り，生産物にすべて体化されていないことになるからである。

なお本稿では，各財それぞれの投下労働量と生産量が比例することを示すことにより，各財の交換比率が投下労働量で決まる，という意味で，労働価値説が成り立つと解釈している。

2部門モデルの場合

さて，いきなり多部門で定式化する前に，先行研究として大西[2019][2020]の論考を紹介する。この中で，資本ストックの存在しないフローのみの2部門モデルにおいて，生産量が労働に比例するという意味での労働価値説が証明されている。以下に簡単に，大西[2020]pp. 15-16を要約する。

生産関数はコブ・ダグラス型とし，

消費財部門　$$y = Al^{\gamma_1}k^{\gamma_2} \tag{1}$$

資本財部門　$$k = Bl^{\gamma_3}k^{\gamma_4} \tag{2}$$

とする。A，Bは技術を表す定数で，y，k，lはそれぞれ消費財，資本財，労働である。また，$\gamma_4 \neq 1$とする。

（2）より

$$k = B^{\frac{1}{1-\gamma_4}} l^{\frac{\gamma_3}{1-\gamma_4}} \tag{3}$$

これを（1）に代入して

$$y = Al^{\gamma_1}\left(B^{\frac{1}{1-\gamma_4}} l^{\frac{\gamma_3}{1-\gamma_4}}\right)^{\gamma_2} = AB^{\frac{\gamma_2}{1-\gamma_4}} l^{\gamma_1+\frac{\gamma_2\gamma_3}{1-\gamma_4}} \tag{4}$$

これでk，yはそれぞれlの関数として表せることが分かるが，特に(3)(4)でlの指数が1ならばそれぞれ労働に比例し，労働価値説が成立している。

つまり

$$\frac{\gamma_3}{1-\gamma_4} = 1, \gamma_1 + \frac{\gamma_2\gamma_3}{1-\gamma_4} = 1,$$

ならば労働価値説が成立する。

これは例えば,(1)(2)が1次同次のコブ・ダグラス型生産関数
$\gamma_1+\gamma_2=1, \gamma_3+\gamma_4=1, 0 \le \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4 \le 1$ ならば成立する。

通常，労働価値説は,「直接間接に必要な投下労働量で（相対）価格が決まる学説」と説明されるが,「生産量が労働に比例する」というのも，価格は明示的に出てこないが，各財の生産量と労働が比例的という意味で，労働価値説と言ってよい。そう考えれば，大西[2020]の定式化は，たとえコブ・ダグラス型のような新古典派生産関数の下でも，本源的生産要素が労働のみで資本蓄積を新規に行わないフローのみの経済の場合には，労働価値説が成り立つことを示したものである，ということができる。

本稿の目的は，これが，消費財・資本財が多部門になっても成立することを示すことである。

その準備として，まずこのモデルの定式化の問題について述べる。

モデルの定式化について

さて，前節で紹介した 2 部門モデルの定式化は式の形の上では極めてシンプルであるが，そのままでは不自然さを感じるところがある。というのは，(1)(2)の右辺の k，l が同一であるため，これでは経済に存在する資本 k，労働 l が全量同時に，消費財・資本財の生産に使われるような定式化になっているからである。通常は，それぞれの財の生産に別々の資本財・労働が使われると想定する。

大西[2020]ではさらに，各時点で労働配分の比率を変えられる資本蓄積のある 2 部門の最適成長モデルが扱われており，消費財の生産には資本と労働が使われるが，資本財の生産には労働のみが投入されると定式化されている。その拡張として金江[2013]では，消費財・資本財の両部門の生産ともに資本と労働が使われると定式化している。その定式化に合わせると，フローのみの 2 部門モデルは以下のように定式化するのが自然である。

消費財部門　$y = A(sl)^{\gamma_1}(\phi k)^{\gamma_2}$　(5)

資本財部門　$k = B\{(1-s)l\}^{\gamma_3}\{(1-\phi)k\}^{\gamma_4}$　(6)

ただし $0 \le s, \phi \le 1$ とする。

これは，労働 l は $s:1-s$ の比率で，資本財 k は $\phi:1-\phi$ の比率で，消費財部門と資本財部門に配分することを表している。

これは一見，前節の(1)(2)と異なる定式化のように見えるが，s，ϕ の項を前に持って行くと

$$y = A(sl)^{\gamma_1}(\phi k)^{\gamma_2} = (As^{\gamma_1}\phi^{\gamma_2})l^{\gamma_1}k^{\gamma_2}$$

$$k = \{B(1-s)^{\gamma_3}(1-\phi)^{\gamma_4}\}l^{\gamma_3}k^{\gamma_4}$$

となるので，係数項をあらためて記号を置き直すと

$$y = A' l^{\gamma_1} k^{\gamma_2}$$
$$k = B' l^{\gamma_3} k^{\gamma_4}$$

となり(1)(2)と同じ形になる。もともとの大西[2020]の定式化(1)(2)は，それをシンプルに表現したものだと考えることができる。本稿でも，このシンプルな形で多部門モデルを扱う。

多部門モデル

多部門モデルでも同様のことが成り立ちそうに思えるが，たとえば３部門の場合でも実際に計算してみると分かるが，計算が異様なほど面倒になる。まして多部門では普通には計算できそうもない。しかし幸いなことに，経済学でよく用いられる非負行列に関しては，多くの便利な定理が成り立つことが分かっているので，工夫してそれを使えるようにすれば解決することを，これから示す。

まず，多部門モデルを定式化する。資本財はｎ部門，消費財はm部門とする。

第１資本財　$k_1 = B_1 l^{\gamma_{01}} k_1^{\gamma_{11}} k_2^{\gamma_{21}} \cdots k_n^{\gamma_{n1}}$

第２資本財　$k_2 = B_2 l^{\gamma_{02}} k_1^{\gamma_{12}} k_2^{\gamma_{22}} \cdots k_n^{\gamma_{n2}}$

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

第ｊ資本財　$k_j = B_j l^{\gamma_{0j}} k_1^{\gamma_{1j}} k_2^{\gamma_{2j}} \cdots k_n^{\gamma_{nj}}$

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

第ｎ資本財　$k_n = B_n l^{\gamma_{0n}} k_1^{\gamma_{1n}} k_2^{\gamma_{2n}} \cdots k_n^{\gamma_{nn}}$

第１消費財　$y_1 = A_1 l^{\alpha_{01}} k_1^{\alpha_{11}} k_2^{\alpha_{21}} \cdots k_n^{\alpha_{n1}}$

第２消費財　$y_2 = A_2 l^{\alpha_{02}} k_1^{\alpha_{12}} k_2^{\alpha_{22}} \cdots k_n^{\alpha_{n2}}$

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

第ｊ消費財　$y_j = A_j l^{\alpha_{0j}} k_1^{\alpha_{1j}} k_2^{\alpha_{2j}} \cdots k_n^{\alpha_{nj}}$

・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・

第m消費財　$y_m = A_m l^{\alpha_{0m}} k_1^{\alpha_{1m}} k_2^{\alpha_{2m}} \cdots k_n^{\alpha_{nm}}$

ここで,

$$0 \le \gamma_{ij} \le 1\ ,\ \sum_{i=0}^{n} \gamma_{ij} = 1$$

$$0 \le \alpha_{ij} \le 1\ ,\ \sum_{i=0}^{n} \alpha_{ij} = 1$$

$$(\gamma_{01}, \gamma_{02}, \cdots, \gamma_{0n}) \ne (0, 0, \cdots, 0) \tag{7}$$

$$\begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1j} & \cdots & \gamma_{1n} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \cdots & \gamma_{2j} & \cdots & \gamma_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{j1} & \gamma_{j2} & \cdots & \gamma_{jj} & \cdots & \gamma_{jn} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \cdots & \gamma_{nj} & \cdots & \gamma_{nn} \end{bmatrix} =: \Lambda$$

は分解不能とする。これは，各生産関数が規模に関して収穫一定のコブ・ダグラス型であることと，資本財の生産には直接間接に労働投入が不可欠であることを意味する。

Λが分解不能ということは，経済学的には資本財ｉの生産に直接間接に資本財ｊが必要ということを意味する。一方で,(7)は，少なくとも１つどれかの資本財の生産には労働投入が不可欠なことを意味する。この２つを組み合わせると，たとえば資本財１に直接の労働投入がない($\gamma_{01} = 0$)としても，資本財１の生産に資本財２が必要で，その資本財２に労働投入が不可欠($\gamma_{02} > 0$)ならば，結局回り回って労働が使われる，ということになる。ようするに，一見，ある財の生産に労働投入がないようにみえても，実は間接的には労働投入があるということを仮定しているということである。[i]

---

i)　なお，同様の仮定はMorishima[1973]でもされており，その置塩信雄による書評（置塩[1974]）で全部門で直接労働投入が正とする方が自然と指摘したのに対し，なぜそう仮定したかの趣旨が森嶋[2004]pp. 237−238 に記載がある。

多部門モデルのm + n個の式は，そのままでは前節のようには解けない。複数の式の場合は，連立方程式のようにそれぞれの式を何倍かして差し引きして，1文字ずつ消去して解いたり，行列を用いて解くのが普通である。ただしここでは，全ての式がかけ算や累乗で書かれている点が異なる。そこで直接，各々の式を何乗かしてかけ算・割り算して解いてみることにする。

まず，各資本財で労働価値説が成り立つことを示す。

第1資本財の式をγ_1乗して，第2資本財の式をγ_2乗して，・・・，

第i資本財の式をγ_i乗して，・・・，第n資本財の式をγ_n乗して，辺々掛け合わせると

$$
\begin{aligned}
& k_1^{\gamma_1} k_2^{\gamma_2} \cdots k_j^{\gamma_j} \cdots k_n^{\gamma_n} \\
& = B_1^{\gamma_1} B_2^{\gamma_2} \cdots B_j^{\gamma_j} \cdots B_n^{\gamma_n} \\
& \times l^{\gamma_1\gamma_{01}+\gamma_2\gamma_{02}+\cdots+\gamma_j\gamma_{0j}+\cdots+\gamma_n\gamma_{0n}} \\
& \times k_1^{\gamma_1\gamma_{11}+\gamma_2\gamma_{12}+\cdots+\gamma_j\gamma_{1j}+\cdots+\gamma_n\gamma_{1n}} \\
& \times k_2^{\gamma_1\gamma_{21}+\gamma_2\gamma_{22}+\cdots+\gamma_j\gamma_{2j}+\cdots+\gamma_n\gamma_{2n}} \\
& \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \\
& \times k_j^{\gamma_1\gamma_{j1}+\gamma_2\gamma_{j2}+\cdots+\gamma_j\gamma_{jj}+\cdots+\gamma_n\gamma_{jn}} \qquad (8) \\
& \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \\
& \times k_n^{\gamma_1\gamma_{n1}+\gamma_2\gamma_{n2}+\cdots+\gamma_j\gamma_{nj}+\cdots+\gamma_n\gamma_{nn}}
\end{aligned}
$$

「搾取現象は個々の資本家と個々の労働者の闘のミクロ現象ではなく，資本家階級と労働者階級の間のマクロ的な現象である．直接労働がゼロであるような産業の存在をみとめておくと，直接的には労働者を搾取していないかにみえる産業の資本家も，他の資本家と分解不可能な連関関係をもつことによって，搾取者陣営の一員となるということがはっきりする．そしてこのことを理解しておくことはマルクス理論を理解する上に大切なことである.」

なお，この仮定はすべての部門に直接労働投入量がある場合も含んでおり，より数学的に一般的である。

第ｊ資本財 k_j だけ左辺に残り，他の資本財の項がすべて消える場合を考えてみる。

そのためには，(8)の左辺の k_j の指数が右辺の k_j の指数より１大きく，かつ各資本財 $k_i (i=1,2,\cdots,j-1,j+1,\cdots,n)$ の指数がすべて消え，右辺の l の指数が１に等しければ，k_j は l に比例するので，そのような $\gamma_1,\gamma_2,\cdots,\gamma_j,\cdots,\gamma_n \geq 0$ が選べる（存在する）ことを示せばよい。

その条件は以下のｎ＋１個の式をみたす $\gamma_1,\gamma_2,\cdots,\gamma_j,\cdots,\gamma_n \geq 0$ が存在することである。

$$\begin{cases}\gamma_1 = \gamma_1\gamma_{11} + \gamma_2\gamma_{12} + \cdots + \gamma_j\gamma_{1j} + \cdots + \gamma_n\gamma_{1n} \\ \gamma_2 = \gamma_1\gamma_{21} + \gamma_2\gamma_{22} + \cdots + \gamma_j\gamma_{2j} + \cdots + \gamma_n\gamma_{2n} \\ \cdots \\ \gamma_j = \gamma_1\gamma_{j1} + \gamma_2\gamma_{j2} + \cdots + \gamma_j\gamma_{jj} + \cdots + \gamma_n\gamma_{jn} + 1 \\ \cdots \\ \gamma_n = \gamma_1\gamma_{n1} + \gamma_2\gamma_{n2} + \cdots + \gamma_j\gamma_{nj} + \cdots + \gamma_n\gamma_{nn} \\ 1 = \gamma_1\gamma_{01} + \gamma_2\gamma_{02} + \cdots + \gamma_j\gamma_{0j} + \cdots + \gamma_n\gamma_{0n}\end{cases}$$

１番目からｎ番目までの式を行列で書くと

$$\begin{bmatrix}\gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \cdots \\ \gamma_j \\ \cdots \\ \gamma_n\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1j} & \cdots & \gamma_{1n} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \cdots & \gamma_{2j} & \cdots & \gamma_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{j1} & \gamma_{j2} & \cdots & \gamma_{jj} & \cdots & \gamma_{jn} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \cdots & \gamma_{nj} & \cdots & \gamma_{nn}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \cdots \\ \gamma_j \\ \cdots \\ \gamma_n\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 \\ 0 \\ \cdots \\ 1 \\ \cdots \\ 0\end{bmatrix}$$

となる。

$$\vec{x} := \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \cdots \\ \gamma_j \\ \cdots \\ \gamma_n \end{bmatrix}, \Lambda := \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1j} & \cdots & \gamma_{1n} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \cdots & \gamma_{2j} & \cdots & \gamma_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{j1} & \gamma_{j2} & \cdots & \gamma_{jj} & \cdots & \gamma_{jn} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \cdots & \gamma_{nj} & \cdots & \gamma_{nn} \end{bmatrix}, \vec{d}_j = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 1 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

とおくと

$\vec{x} = \Lambda\vec{x} + \vec{d}_j$ 　で，左辺に移項して

$(I - \Lambda)\vec{x} = \vec{d}_j$ となる。

ここで，仮定より $\sum_{i=1}^{n} \gamma_{ij} \leq 1$，仮定よりすくなくとも一つの j_0 で $\sum_{i=1}^{n} \gamma_{ij_0} < 1$ である。すなわち，すべての列で列和は1以下だが，すくなくとも1つ，列和が1より真に小さい列が存在する。そして Λ は分解不能なので，$(I - \Lambda)\vec{x} = \vec{d}_j$ は非負可解となる[ii)]。特に $I - \Lambda$ は逆行列をもち $(I - \Lambda)^{-1} \geq 0$ なので，$\vec{x} = (I - \Lambda)^{-1}\vec{d}_j \geqq 0$ となる。

なおこのとき，$\gamma_j = \gamma_1\gamma_{j1} + \gamma_2\gamma_{j2} + \cdots + \gamma_j\gamma_{jj} + \cdots + \gamma_n\gamma_{jn} + 1 \geq 1$ となるから，特に $\vec{x} \neq 0$ でもある。

後は，この $\gamma_1, \gamma_2, \cdots, \gamma_j, \cdots, \gamma_n$ がn＋1番目の式を満たすこと，すなわち

$1 = \gamma_1\gamma_{01} + \gamma_2\gamma_{02} + \cdots + \gamma_j\gamma_{0j} + \cdots + \gamma_n\gamma_{0n}$ を満たすことを示せばよい。

---

ii)　この定理に関しては，小山[1994]pp. 367−368 定理 6. 11 や，津野[1990]p. 210 [2]などを参照。

$$\gamma_1\gamma_{01}+\gamma_2\gamma_{02}+\cdots+\gamma_j\gamma_{0j}+\cdots+\gamma_n\gamma_{0n}$$

$$=\begin{bmatrix}\gamma_{01} & \gamma_{02} & \cdots & \gamma_{0j} & \cdots & \gamma_{0n}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\gamma_1\\ \gamma_2\\ \cdots\\ \gamma_j\\ \cdots\\ \gamma_n\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\gamma_{01} & \gamma_{02} & \cdots & \gamma_{0j} & \cdots & \gamma_{0n}\end{bmatrix}\vec{x}$$

$$=\left[1-\sum_{i=1}^{n}\gamma_{i1} \quad 1-\sum_{i=1}^{n}\gamma_{i2} \quad \cdots \quad 1-\sum_{i=1}^{n}\gamma_{ij} \quad \cdots \quad 1-\sum_{i=0}^{n}\gamma_{in}\right]\vec{x}$$

$$=\begin{bmatrix}1 & 1 & \cdots & 1 & \cdots & 1\end{bmatrix}\vec{x}-\left[\sum_{i=1}^{n}\gamma_{i1} \quad \sum_{i=1}^{n}\gamma_{i2} \quad \cdots \quad \sum_{i=1}^{n}\gamma_{ij} \quad \cdots \quad \sum_{i=0}^{n}\gamma_{in}\right]\vec{x}$$

$$=\begin{bmatrix}1 & 1 & \cdots & 1 & \cdots & 1\end{bmatrix}\vec{x}-\begin{bmatrix}1 & 1 & \cdots & 1 & \cdots & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1j} & \cdots & \gamma_{1n}\\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \cdots & \gamma_{2j} & \cdots & \gamma_{2n}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ \gamma_{j1} & \gamma_{j2} & \cdots & \gamma_{jj} & \cdots & \gamma_{jn}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \cdots & \gamma_{nj} & \cdots & \gamma_{nn}\end{bmatrix}\vec{x}$$

$$=\begin{bmatrix}1 & 1 & \cdots & 1 & \cdots & 1\end{bmatrix}\vec{x}-\begin{bmatrix}1 & 1 & \cdots & 1 & \cdots & 1\end{bmatrix}\Lambda\vec{x}$$

$$=\begin{bmatrix}1 & 1 & \cdots & 1 & \cdots & 1\end{bmatrix}(I-\Lambda)\vec{x}$$

$$=\begin{bmatrix}1 & 1 & \cdots & 1 & \cdots & 1\end{bmatrix}\vec{d}_j$$

$$=1$$

となり，成り立つ。

以上で，資本財に関しては l に比例することが分かる。

つまり，

$$\begin{cases} k_1 = D_1 l \\ \cdots \\ k_j = D_j l \\ \cdots \\ k_n = D_n l \end{cases}$$

という形になっていることが分かる。$D_1, \cdots, D_j, \cdots, D_n$ は定数である。

さて，これらの式を第 j 消費財の式に代入すると

$$\begin{aligned} y_j &= A_j l^{\alpha_{0j}} k_1^{\alpha_{1j}} k_2^{\alpha_{2j}} \cdots k_n^{\alpha_{nj}} \\ &= A_j l^{\alpha_{0j}} (D_1 l)^{\alpha_{1j}} (D_2 l)^{\alpha_{2j}} \cdots (D_n l)^{\alpha_{nj}} \\ &= A_j D_1^{\alpha_{1j}} D_2^{\alpha_{2j}} \cdots D_n^{\alpha_{nj}} l^{\alpha_{0j}+\alpha_{1j}+\alpha_{2j}+\cdots+\alpha_{nj}} \\ &= A_j D_1^{\alpha_{1j}} D_2^{\alpha_{2j}} \cdots D_n^{\alpha_{nj}} l \quad (\because \alpha_{0j} + \alpha_{1j} + \alpha_{2j} + \cdots + \alpha_{nj} = 1) \end{aligned}$$

と，労働 l に比例することが分かる。つまり

$$\begin{cases} y_1 = C_1 l \\ \cdots \\ y_j = C_j l \\ \cdots \\ y_n = C_n l \end{cases}$$

という形になっていることが分かる。$C_1, \cdots, C_j, \cdots, C_n$ は定数である。

よって，資本財・消費財ともに，すべての財の生産量が労働 l に比例することが分かる。

線型経済のもとでは，剰余価値率が 0 の場合に相対価値と相対価格が一致することはすでに分かっているが[iii]，コブ・ダグラス型生産関数のもとで

iii）中谷[1994]p. 45「n 個の相対価格が n 次元空間でとりうる体積は剰余価値率の増加関数であり，剰余価値率が下落し 0 に近づくと，すべての相対価格は価値の相対比率に収束する.」

も，規模に関して収穫一定で，労働が唯一の生産要素というマルクス的な仮定の下では，各財の生産量が労働に比例するという意味での労働価値説が成り立っているのは，興味深い。これと似たようなことが，資本蓄積のある動学経済下でも言えれば興味深い[iv]が，今後の研究課題である。

参考文献

大西広［2019］「限界原理を基礎とした労働価値説」三田学会雑誌第112巻第1号，慶應義塾経済学会。

大西広［2020］『マルクス経済学 第3版』慶應義塾大学出版会。

大西広・金江亮［2014］「『人口大国の時代』とマルクス派最適成長論」三田学会雑誌第107巻第3号，慶應義塾経済学会。

置塩信雄［1974］「森嶋通夫著『マルクスの経済学』」経済研究第25巻第1号，一橋大学経済研究所，岩波書店。

金江亮［2013］『マルクス派最適成長論』京都大学学術出版会。

小山昭雄［1994］『経済数学教室第4巻』岩波書店。

津野義道［1990］『経済数学Ⅱ 線形代数と産業連関論』，培風館。

中谷武［1994］『価値，価格と利潤の経済学』勁草書房。

Morishima, M.［1973］, *Marx's economics：A dual theory of value and growth,* cambridge university press（高須賀義博訳［2004］『森嶋通夫著作集第7巻マルクスの経済学』岩波書店）。

（かなえ・りょう／経済学部准教授／2022年9月21日受理）

iv） Morishima［1973］では，フォン・ノイマン均斉成長経路上の産出量で評価した場合，産業の一次従属の仮定が満たされれば，相対価格と相対価格の比率が一致するという意味で，労働価値説が成り立つことが示されているが，フォン・ノイマンモデルも広い意味で一種の線型経済モデルである。

Labor Theory of Value in a Non-Fixed Coefficient Multi-Sector Model

Ryo Kanae

In a narrow sense, the labor theory of value is the theory that relative prices (exchange ratios) are determined by the ratio of the amount of labor invested in each commodity. To give an example of Adam Smith's explanation, the amount of labor to catch a beaver is twice the amount of labor to catch a deer, then the exchange ratio would be 1 beaver = 2 deer.

Adam Smith believed that this would only be possible in the early uncivilized state. In contrast, as time went by, with Ricardo and Marx, the scope of the labor theory of value became wider, including economies in which capital existed. However, it cannot be said that almost all goods are produced directly by labor alone in the present age, because an extremely wide variety of goods are input into the economy. Under these production conditions, it is by no means obvious that the exchange ratio is determined by the ratio of the amount of labor invested.

In defense of the labor value theory, "in a real economy, fixed coefficients are more realistic." Neoclassical production functions, such as the Cobb-Douglas model, are unrealistic. This is one of the most powerful counterarguments. However, there is another possible counterargument. "Even if we adopt the neoclassical production function, the labor value theory still holds. This is a more powerful counterargument. This is because it argues that the labor value theory is valid even if we adopt the position of modern economics.

The case of two sectors is treated in Onishi [2019][2020]. However, it is not easy to determine whether it is valid in three or more sectors. In this paper, we show that the amount of invested labor is proportional to the amount of output under a multisector model with a Cobb-Douglas type production function. In doing so, we consider a flow economy in which the capital stock does not exist. This is because the existence of a capital stock implies that a portion of the labor input in the current period remains as a stock and is not fully embodied in output.

In this paper, by showing that the amount of labor invested in each good is proportional to the amount of production, the labor value theory is interpreted to mean that the exchange ratio of each good is determined by the amount of labor invested in the good.