

Izračunavanje verovatnoće greške po simbolu na bazi MGF metode korišćenjem Rician fading kanala za MFSK modulaciju

DRAGAN S. MITIĆ, IRITEL .A.D., Beograd

ALEKSANDAR V. LEBL, IRITEL A.D., Beograd

RADOSLAV Z. RAJKOVIĆ, Univerzitet u Beogradu,

Mašinski fakultet, Inovacioni centar, Beograd

Pregledni rad

UDC: 621.316.925

U ovom radu se analizira verovatnoća greške po simbolu za M-arnu ne-koherentnu frekvencijsku modulaciju (M-ary Frequency Shift Keying, MFSK) signala u ambijentu frekvencijsko-neselektivnog sporog Rician fadinga i prijemnika zasnovanog na tehnici kombinovanja maksimalnog odnosa (Maximal Ratio Combining, MRC). Verovatnoće greške po simbolu su dobijene na osnovu numeričkog izračunavanja baziranog na funkciji generisanja momenta (Moment Generating Function, MGF). Pretpostavlja se da je informacija na prijemnoj strani kanala poznata. Analiza verovatnoće greške po simbolu za MFSK modulacionu tehniku izvršena je za različite vrednosti Rician faktora K, diverziti reda N i nivoa modulacije M.

Ključne reči: MFSK (M-ary Frequency Shift Keying), MRC (Maximal Ratio Combining), MGF (Moment Generating Function), SEP (Symbol Error Probability)

1. UVOD

Verovatnoća greške je osnovna mera kvaliteta prenosa u digitalnim telekomunikacionim sistemima. Sa tim u vezi vrše se intenzivna istraživanja adekvatnih analitičkih alata koji treba da omogućе analitički efikasnu analizu verovatnoće greške u kontekstu različitih kanalskih scenarija. U nedostatku odgovarajućeg analitičkog alata često se pribegava traženju odgovarajućeg rešenja primenom metoda simulacije. Međutim, pošto su u prisustvu fadinga, simulacije vremenski veoma zahtevne, to su naponi usmereni prema novim analitičkim alatima koji omogućavaju eksplicitna rešenja sasvim opravdani.

U bežičnim komunikacijama zbog zahteva za velikim brzinama prenosa podataka koriste se M-arne fazne modulacije koje omogućavaju prenos više bita po jednom simbolu. Pored toga tipičan problem koji se sreće u bežičnim sistemima prenosa je postojanje više puteva prostiranja signala od predajnika do prijemnika koji nastaju usled refleksije, difrakcije i refrakcije. Ukupan efekat više-putnog prostiranja signala

je stvaranje promenljivosti (fluctuating) ili fading signala u određinom prijemniku, koji u velikoj meri degradira kvalitet prijema. Diverziti je tehnika koja se zasniva na principu obezbeđenja više "izbledelih" replika za iste informacije poslatog signala na prijemnik [1]. Nekoliko diverziti tehnika se koriste za suzbijanje efekata fadinga i poboljšanja kapaciteta i pouzdanosti u bežičnim komunikacionim sistemima kao što su: diverziti predajnik/prijemnik (Transmit/Receive diversity) [2], vremenska, prostorna i frekvencijska diverziti [3], [4], polarizaciona diverziti (Polarization diversity) [5]. Među svim konvencionalnim diverziti kombinovanim šemama najpoznatija je šema maksimalni odnos snaga signal-šum. Istovremeno ova diverziti kombinovana šema daje optimum [6], [7], [8], [9], [10].

Prva vrsta digitalnih komutacija u kojoj su uređaji obavljali kodovanje, slanje, prijem i dekodovanje poruke pretstavlja rad sa teleprinterima [11]. MFSK (odnosno tastovanje pomeranjem više učestanosti) radi na principu da umesto dva tona se upotrebljava četiri ili više tonova (učestanosti). U [11] je opisano više teleprinteru koji koriste MFSK modulaciju.

U radu [12] opisano je nekoliko komercijalno dostupnih akustičnih telemetrijskih modema. Ovi modeli podržavaju komunikacione tehnike kao što su FSK (Frequency Shift Keying), MFSK, široki spektar i še-

Adresa autora: Dragan Mitić, IRITEL ad, Beograd, Batajnički put 23

Rad primljen: 03.07.2013.

Rad privaćen: 28.03.2014.

me koherentne signalizacije kao što su BPSK (Binary Phase Shift Keying) i QPSK (Quadrature Phase Shift Keying).

Telekomunikacioni sistemi za prenos digitalno frekvencijsko moduliranih signala imaju veliku primenu u mobilnoj telefoniji [13], [14], [15].

Verovatnoća greške po simbolu za koherentnu i ne-koherentnu detekciju za MFSK signale pod uticajem smetnji kao što je AWGN (Additive White Gaussian Noise) u feding kanalu (Raileigh i Rician model) je opisano u radu [16].

Odnos signal-šum (Signal to Noise Ratio, SNR) je najčešća performansa za merenje karakteristika digitalnog komunikacionog sistema, [10]. Termin šum u prosečnom odnosu signal-šum odnosi se na sve sadašnje poznate toplotne šumove na ulazu u prijemnik. Reč prosečan znači da je to statistički prosek preko raspodele verovatnoće za feding, [10], [15] koji je dat jednačinom:

$$\bar{\gamma} = \int_0^{\infty} \gamma \cdot p_{\gamma}(\gamma) \cdot d\gamma \quad (1)$$

gde γ označava trenutni SNR na izlazu prijemnika i $p_{\gamma}(\gamma)$ označava funkciju gustine verovatnoće (Probability Density Function, PDF) od γ .

Kriterijum prosečne verovatnoće greške simbola, je karakteristika koja najviše otkriva o prirodi ponašanja sistema. Prosečna SEP može da se napiše kao [10], [15]:

$$P_S(E) = \int_0^{\infty} P_s(E/\gamma) \cdot p_{\gamma}(\gamma) \cdot d\gamma \quad (2)$$

gde je E događaj za SEP, $P_s(E/\gamma)$ uslovna SEP.

Zato se u ovom radu PDF, od primljenih SNR, sa MRC diverziti redom, uz primenu Rician feding kanala, koristi za izvođenje verovatnoće greške po simbolu sa MGF pristupom.

Iako se SEP može izračunati korišćenjem direktne numeričke integracije, MGF metod je bolji, zato što direktna integracija ima nestabilnost i netačnost zbog prisustva složenih matematičkih funkcija i ograničenja beskonačnih integracija. Tako MGF pristup šteti vreme računanja, kao i njegova jednostavnost u vremenu numeričkog izračunavanja.

U ovom radu, namera je bila, da prikazemo i objasnimo izračunate rezultate, koji pružaju informacije o verovatnoći greške po simbolu, za ne-koherentnu MFSK modulaciju, za različite vrednosti Rician fedinga K , diverziti reda N i reda modulacije M .

2. FUNKCIJA GENERISANJA MOMENTA

Funkcija generisanja momenta za slučajnu promenljivu je alternativno predstavljanje date verova-

tnoće raspodele. Stoga ovaj pristup obezbeđuje alternativni način za izračunavanje rezultata u poređenju sa direktnim radom sa funkcijom gustine verovatnoće, [10]. Postoje delimično jednostavni rezultati za MGF. MGF za ne-negativne slučajne promenljive γ sa distribucijom $p_{\gamma}(\gamma)$, $\gamma \geq 0$, se definiše kao:

$$M_{\gamma}(s) = \int_0^{\infty} p_{\gamma}(\gamma) \cdot e^{s \cdot \gamma} \cdot d\gamma \quad (3)$$

gde $p_{\gamma}(\gamma)$ označava PDF od γ .

Zapazimo da je ova funkcija *Laplace-ova* transformacija $p_{\gamma}(\gamma)$ funkcije sa argumentom čiji je znak promenjen: $L[p_{\gamma}(\gamma)] = M_{\gamma}(-s)$. Dakle, MGF za većinu feding distribucija može se izračunati ili u zatvorenom obliku korišćenjem klasičnih Laplasovih transformacija ili primenom numeričke integracije.

Funkcija gustine verovatnoće, od primljenih SNR eksplicitno uključuje statističke primljene signale od svih redova, što pomaže da se istraže performanse greške za datu modulacionu šemu uz primenu određenog modela kanala sa ili bez diverziti [10].

Korišćenje MGF dobijenih od SNR je pogodan alat za izračunavanje verovatnoće greške za digitalne sisteme preko feding kanala [10], [17]. Uobičajeni pristup, da se dobije MGF za feding kanala je da se izvrši Laplace-ova transformacija nad odgovarajućom funkcijom gustine verovatnoće za model fedinga koji se razmatra [10], [17]. Za MRC, jednostavniji i efikasniji pristup je da se prvo obavi dekokorelacija fizičkih kanala u nekorelisane virtuelne kanale. Kada kanali poseduju Gaussian kanalnu dobit, PDF virtuelnog kanala SNR je jednostavan kompleksni izraz za Gaussian gustinu. Onda se mnogo lakše dobija Laplace-ova transformacija za MGF, iz koje može biti izvedena verovatnoća greške po simbolu. S druge strane, MGF izrazi izvedeni na osnovu dekokorelisane *Gaussian* kanalne dobiti mogu imati prilično opštu primenu. Prvo, mogu se lako proširiti tako da se dobije MGF za korelacije Raileigh, Nakagami-m, Ricean, itd., izbegavajući na taj način potrebu izračunavanja MGF za svaki model pojedinačno koristeći korelativnu PDF koja odgovara različitim modelima fedinga. Drugo, može se lako modifikovati da izrazi različite scenarije kanala distribucija električne energije. Treće, može biti modifikovano da prikaže kanale koji imaju zajednički feding model [10].

Konkretno, MGF za zajedničku Rician feding raspodelu sa faktorom K i diverziti redom N je data izrazom [15], [18], [19], Poglavlje 6.3.3, jednačina (6.64):

$$M_{\gamma}(s) = \left(\frac{N + K}{N + K - S \cdot \bar{\gamma}} \right)^N \cdot \exp\left(\frac{K \cdot S \cdot \bar{\gamma}}{N + K - S \cdot \bar{\gamma}} \right) \quad (4)$$

3. VEROVATNOĆA GREŠKE PO SIMBOLU ZA MFSK

3.1. Frekvencijska modulacija

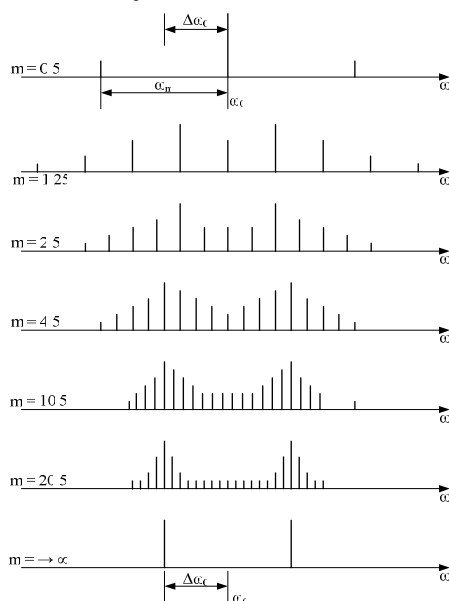
Postoje dve vrste ugaone modulacije, fazna modulacija, ΦM , i frekvencijska modulacija, FM , koje su našle široku primenu u prenosu signala. U ovom radu razmatraće se frekvencijska modulacija [20].

Kod FM -a, modulišući signal (npr. govor) moduliše učestanost talasa nosioca (carrier). Veličina promene učestanosti nosioca naziva se frekvencijska devijacija, $\Delta\omega_0$. A odnos te devijacije i učestanosti modulišućeg signala ω_m naziva se index modulacije, m .

$$m = \frac{\Delta\omega_0}{\omega_m} \quad (5)$$

Kod frekvencijsko modulišućeg signala amplituda je uvek konstantna, dok je učestanost promjenjiva.

Na slici 1 nacrtan je deo amplitudnog spektra za razne vrednosti indeksa modulacije m , gde je $\Delta\omega_0 = \text{const}$, a menja se ω_m .



Slika 1 – Deo amplitudskog spektra ugaono modulisiranog signala u slučaju kada je modulišući signal povorka kvadratnih impulsa. Različite vrednosti $m = \Delta\omega_0 / \omega_m$ dobijaju se pri $\Delta\omega_0 = \text{const}$, dok se učestanost ponavljanja impulsa menja.

Na slici 1 je prikazana raspodela snage spektra. Ako je indeks modulacije m mali, snaga je raspodeljena između nosioca, ω_0 , i prvog para bočnih komponenta. Kako m raste, javlja se sve više bočnih komponenta, a snaga komponente na učestanosti ω_0 postaje sve manja. Pri porastu vrednosti za m , zna-

čajne postaju one spektralne komponente koje se nalaze u okolini učestanosti $\omega_0 - \Delta\omega_0$ i $\omega_0 + \Delta\omega_0$. Na kraju, kada $m \rightarrow \infty$, to znači da pri $\Delta\omega = \text{const}$, $\omega_m \rightarrow 0$. Drugim rečima, modulišući signal jeste povorka kvadratnih impulsa, no svaka njegova poluperioda beskonačno dugo traje. Zato u spektru i dobijamo samo dve diskretne komponente, [20].

Uobičajeno je da se smatra da u praksi treba da budu prenesene sve značajne bočne komponente. Značajnom bočnom komponentom naziva se svaka od spektralnih komponenta koja nosi više od $p\%$ snage nemodulisiranog nosioca, gde se najčešće uzima da je ovaj procenat $p=1\%$. Znači, može se smatrati da je za prenos ugaono modulisanih signala (ΦM , FM) potreban onaj opseg učestanosti izvan koga bilo koja od spektralnih komponenta ima snagu manju od 1% od snage nemodulisiranog nosioca. Može se lako odrediti vrednost indeksa modulacije m pri kojoj je dovoljno preneti samo bočne komponenta prvog reda.

Koristeći Bessel-ove funkcije, nemodulisani nosilac ima relativnu amplitudu $J_0(m)=1$, a relativna snaga ove komponente je $J_0^2(m)=1$, [20]. Relativna snaga jedne bočne komponente prvog reda treba da zadovolji sledeći uslov:

$$J_1^2(m) = \left(\frac{1}{2}m\right)^2 = 0.01 \quad (6)$$

odakle nalazimo da je $m \leq 0.2$. Iz ovog sledi da u svim slučajevima ugaono modulisiranog signala u kojima je indeks modulacije $m \leq 0.2$, dovoljno je preneti nosilac i bočne komponente. Na osnovu (6) može se lako pronaći da u slučaju da je $m \leq 0.9$, potrebno je preneti nosilac i bočne komponente prvog i drugog reda.

Jasno je da u slučaju kada je indeks modulacije mali, $m \leq 0.2$, dovoljno je preneti nosilac i prve bočne komponente, a to znači da potrebna širina propusnog opsega sistema za prenos iznosi:

$$B \cong \frac{1}{2\pi}(\omega_0 + \omega_m) - \frac{1}{2\pi}(\omega_0 - \omega_m) = 2f_m \quad (7)$$

gde je f_m predstavlja najvišu učestanost u spektru prenošenog signala.

Ako indeks modulacije nije mali, koristeći osobinu Bessel-ovih funkcija

$$J_{n \geq m+2}(m) < 0.01 \quad (8)$$

i imajući na umu navedene uslove o pojmu značajnih komponenta, dolazimo do zaključka da će za ovako ugaono modulisane signale biti dovoljno da se svake strane nosioca prenese po n bočnih komponenta, $n=m+1$. Potrebna širina propusnog opsega sistema za prenos biće:

$$B = 2f_m(m + 1) \quad (9)$$

3.2. Frequency Shift Keying modulacija [21]

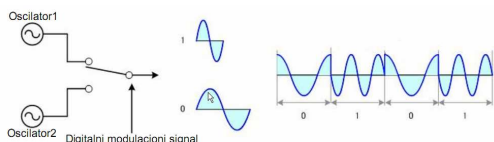
Princip generisanja binarnog FSK signala prikazan je na slici 2. Modulator se sastoji od dva nezavisna oscilatora (oscilator1 i oscilator2 sa učestanostima f_1 i f_2) i prekidača preko kojeg se bira izlaz jednog od oscilatora. Prekidačem upravlja modulišući signal.

Trenutna učestanost modulisanog signala jednaka je f_2 u vremenskom intervalu koji je pridružen znaku "0", a f_1 u vremenskom intervalu koji je pridružen znaku "1".

Kao i u teoriji klasične frekvencijske modulacije, i u slučaju modulacije digitalnim signalom definiše se indeks modulacije $m = (f_1 - f_2) \cdot T$ (T je trajanje elementarnog modulišućeg signala). U trenutku kada modulišući signal prelazi iz jednog binarnog stanja u drugo, u modulisanom signalu se u opštem slučaju pojavljuju diskretne promene trenutne vrednosti (prekidi prve vrste). Unutar digitskih intervala trenutna učestanost je konstantna i jednaka učestanosti odgovarajućeg oscilatora.

Osnovni nedostatak ovog modulatora je potreba da se održavaju jednake amplitude u oba oscilatora. Pored toga, da bi se održavao konstantan indeks modulacije neophodno je kontrolisati stabilnost oba oscilatora, što svakako nije jednostavno. Rešenje modulatora u kojem je ovaj nedostatak otklonjen je dato u [22]. Održavanje konstantnog indeksa modulacije potrebno je iz dva razloga. Pre svega, sa promenom ovog indeksa znatno se menja spektar modulisanog signala. Dodatno, za pouzdanu sinhronu detekciju takođe je neophodno držanje ovog indeksa konstantnim.

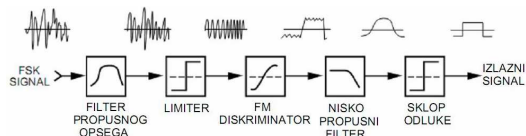
Generalno, za FSK postupak, osnovna karakteristika je relativno širok spektar koji nastaje zbog naglih skokova u fazi.



Slika 2 - Principalska šema FSK modulatora

Digitalna frekvencijska modulacija je modulacija digitalnog signala, pa je zbog toga dato ime FSK. Postoji i dvofrekvencijska telegrafija koja se često naziva FSK.

Na slici 3 dat je prikaz principa demodulacije binarnog FSK signala.



Slika 3 - FSK demodulator

3.3. M-arni Frequency Shift Keying

U digitalnom komunikacionom sistemu, modulator mapira niz binarnih cifara u niz odgovarajućih signalnih talasa. Digitalna modulacija omogućava nam da se izgrade signalni talasni oblici koji odgovaraju višedimenzionalnim vektorima i prostornim dijagramima signala.

Jedan od načina stvaranja višedimenzionalnog signala je da se koristi M jednakih energija ortogonalnog signala talasne dužine koje se razlikuju u učestanosti. Shodno tome, svakom prenetom simbolu je dodeljena specifična učestanost, a odgovarajući MFSK signal je predstavljen sledećom jednačinom [16]:

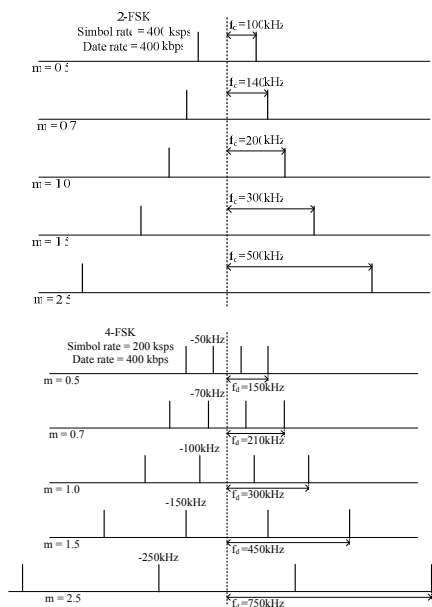
$$s_m(t) = \sqrt{\frac{2 \cdot E}{T}} \cdot \cos[2 \cdot \pi \cdot (f_0 + m \cdot \Delta f) \cdot t + \Phi], \quad (10)$$

gde je $m = 1, 2, \dots, M$, a M označava broj prenetih simbola, T je trajanje simbola, E je energija signala merena tokom vremena koje je jednako trajanju simbola T , Δf je razmak između bilo koje dve susedne učestanosti, f_0 je najniža učestanost, Φ je proizvoljna konstanta za fazni ugao, a za proizvod $f_0 \cdot T$ se uzima ceo broj.

Indeks modulacije za MFSK je dat sledećim izrazom:

$$m = \frac{2 \cdot f_d}{\text{simbol_rate} \cdot (M - 1)} \quad (11)$$

gde je f_d maksimalna vrednost učestanosti devijacije. Na Slici 4 su prikazane vrednosti za f_d , izgled spektra, za 2-FSK i 4-FSK modulaciju u funkciji m .



Slika 4 - Izgled spektra za 2-FSK i 4-FSK modulaciju koristeći različite vrednosti za m

Koristeći MFSK modulaciju za $M=2$ i 4 (2-FSK i 4-FSK) dobijeni su grafici na kojima se prikazuju BER (Bit Error Rate) u zavisnosti od SNR, Slika 5, Slika 6, [23]. Na tim graficima kao parametar se koristi indeks modulacije, m u opsegu od $m=0.5$ do $m=1.5$.

Uslovna verovatnoća greške po simbolu za MF-SK je data kao u [18], [19]:

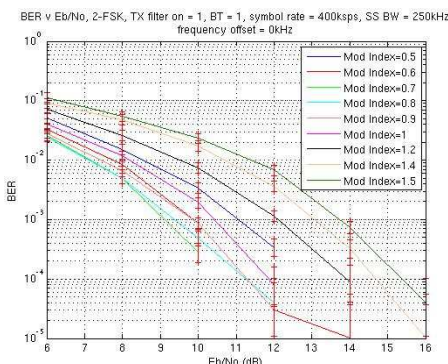
$$P_s(E/\gamma) = \frac{1}{M} \cdot \sum_{d=2}^M (-1)^d \cdot \binom{M}{d} \cdot \exp\left(-\frac{(d-1) \cdot \bar{\gamma}}{d}\right). \quad (12)$$

Posle zamene $P_s(E/\gamma)$ iz (7) u (2) i s obzirom na primenu MGF iz (3) dobijamo sledeći izraz:

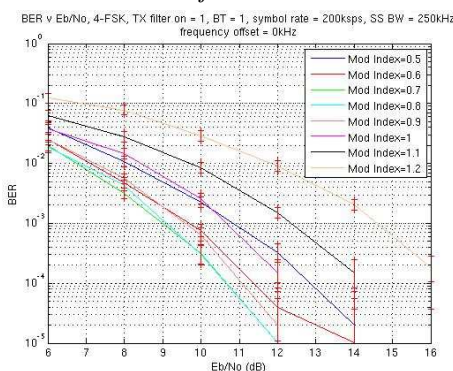
$$P_s(E) = \frac{1}{M} \cdot \sum_{d=2}^M (-1)^d \cdot \binom{M}{d} \cdot M \gamma \left(-\frac{(d-1)}{d}\right). \quad (13)$$

Koristeći MGF relaciju za Rician fading kanal iz (4) dobijamo izraz:

$$M_{\gamma}\left(-\frac{d-1}{d}\right) = \left(\frac{N+K}{N+K - \left(-\frac{d-1}{d}\right) \cdot \bar{\gamma}}\right)^N \cdot \exp\left(\frac{K \cdot \left(-\frac{d-1}{d}\right) \cdot \bar{\gamma}}{N+K - \left(-\frac{d-1}{d}\right) \cdot \bar{\gamma}}\right). \quad (14)$$



Slika 5 - BER za 2-FSK sa različitim vrednostima za indeks modulacije.



Slika 6 - BER za 4-FSK sa različitim vrednostima za indeks modulacije.

Konačno, zamenom (14) u (13), verovatnoća greške po simbolu za ne-koherentne MFSK preko Rician feding kanala sa Rician parametrom K i diverziti redom N je data kao:

$$P_s(E) = \frac{1}{M} \cdot \sum_{d=2}^M (-1)^d \cdot \binom{M}{d} \cdot \left(\frac{N+K}{N+K + \left(\frac{d-1}{d}\right) \cdot \bar{\gamma}}\right)^N \cdot \exp\left(\frac{K \cdot \left(-\frac{d-1}{d}\right) \cdot \bar{\gamma}}{N+K + \left(\frac{d-1}{d}\right) \cdot \bar{\gamma}}\right). \quad (15)$$

Ako se u (15) pretpostavi da je $K=0$, onda se dobija verovatnoća greške po simbolu za ne-koherentnu MFSK preko Raileigh feding kanala, prikazana sledećim izrazom:

$$P_s(E) = \frac{1}{M} \cdot \sum_{d=2}^M (-1)^d \cdot \binom{M}{d} \cdot \left(\frac{N}{N + \left(\frac{d-1}{d}\right) \cdot \bar{\gamma}}\right)^N. \quad (16)$$

Kada se pretpostavi u (15) da parametar K teži beskonačnosti, onda se dobija verovatnoća greške po simbolu za ne-koherentnu MFSK pod uticajem smetnji kao što je AWGN i ona se svodi na (12):

$$P_s(E) = \frac{1}{M} \cdot \sum_{d=2}^M (-1)^d \cdot \binom{M}{d} \cdot \exp\left(-\frac{(d-1)}{d} \cdot \bar{\gamma}\right). \quad (17)$$

Rician faktor K , se definiše kao odnos snage više-kanalne dominantne komponente (direktni put) i snage preostalih više-kanalnih nedominantnih romponenta (nedirektni, razasuti putevi) [24]:

$$K = \text{Dominantna snaga} / \text{Nedominantna snaga}.$$

4. REZULTATI I DISKUSIJA

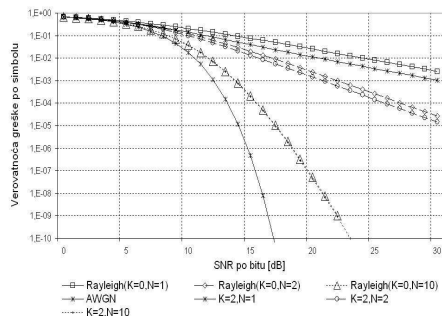
Slike 5 (2-FSK) i 6 (4-FSK) prikazuju zavisnost BER u funkciji SNR gde se kao parametar koristi modulacioni indeks, m . Sa ovih slika se može videti da optimalni modulacioni indeks m , za obe MFSK modulacije, ima vrednost 0.715, $m = 0.715$, [15, 8.1.1.6, izraz (8.44) i (8.45)], [23].

Na slikama od 7 do 12 prikazana je izračunata verovatnoća greške po simbolu za MFSK koje su nastale na osnovu Rician fedinga sa MRC kombinovanjem za opseg parametra K , reda diverziti N i reda modulacija M . Ove krive pružaju informacije potrebne za procenu prenete energije da bi se postigao određeni SEP. Date krive su računane za modulacioni indeks m čija je vrednost $m = 0.715$, [15, 8.1.1.6, izraz (8.44)].

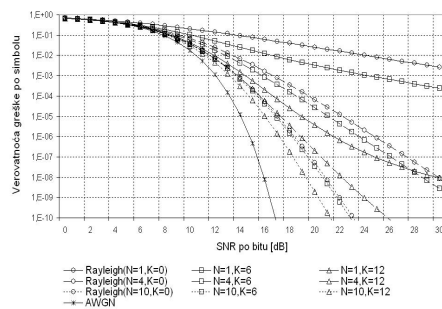
Rezultati dobijeni na osnovu (15) grafički su prikazani na slikama 7, 9 i 11, sa kojih se može uočiti da postoji poboljšanje karakteristika SEP za isti SNR sa porastom vrednosti diverziti reda N , dok za ovu procenu zahtevani Rician feding parametar K i red mo-

dulacije M moraju biti fiksni ($K=2$ i $M=8$ za Sliku 7; $K=2$ i $M=16$ za Sliku 9; $K=2$ i $M=32$ za sliku 11).

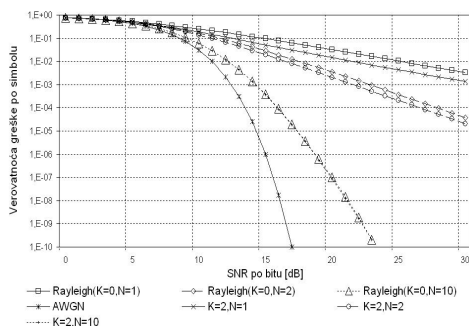
Na slikama 8, 10 i 12 prikazane su izračunate vrednosti SEP, koristeći (15), za MPSK preko Rician feding kanala za fiksne vrednosti reda modulacije M i različite vrednosti Rician feding parametra K i diverziti reda N ($M=8$ za Sliku 8; $M=16$ za sliku 10; $M=32$ za sliku 12).



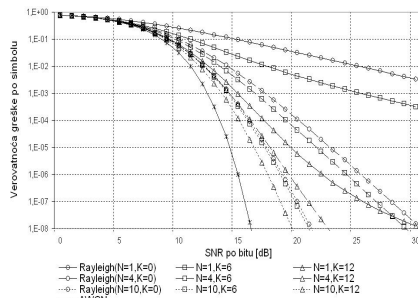
Slika 7 – SEP za MFSK korišćenjem Rician fading kanala za $M=8$ i $K=2$ sa različitim vrednostima za diverziti red N : puna linija je za $N=1$, isprekidana linija je za $N=2$, i linija sa tačkicama je za $N=10$.



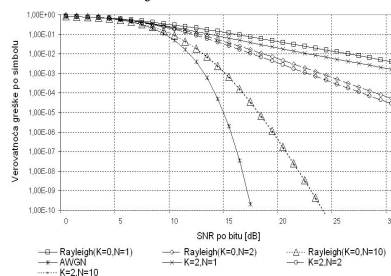
Slika 8 – SEP za MFSK korišćenjem Rician fading kanala za $M=8$ sa različitim vrednostima za parametar K i diverziti red N : puna linija je za $N=1$, isprekidana linija je za $N=4$, i linija sa tačkicama je za $N=10$.



Slika 9 – SEP za MFSK korišćenjem Rician fading kanala za $M=16$ i $K=2$ sa različitim vrednostima za diverziti red N : puna linija je za $N=1$, isprekidana linija je za $N=2$, i linija sa tačkicama je za $N=10$.



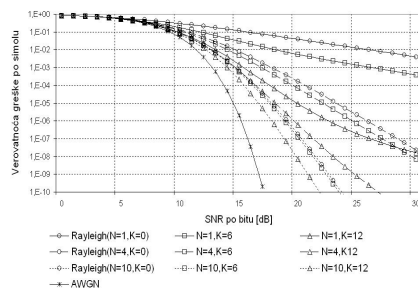
Slika 10 – SEP za MFSK korišćenjem Rician fading kanala za $M=16$ sa različitim vrednostima za parametar K i diverziti red N : puna linija je za $N=1$, isprekidana linija je za $N=4$, i linija sa tačkicama je za $N=10$.



Slika 11 – SEP za MFSK korišćenjem Rician fading kanala za $M=32$ i $K=2$ sa različitim vrednostima za diverziti red N : puna linija je za $N=1$, isprekidana linija je za $N=2$, i linija sa tačkicama je za $N=10$.

Pored krivih koje su nacrtane koristeći (15), takođe na slikama od 7 do 12 su nacrtane krive za vrednosti K , kada je K jednako 0 koristeći (16), koje prikazuju verovatnoću greške po simbolu za ne-koherentnu MFSK preko Raileigh fedinga kanala i krive za vrednosti K , kada K teži beskonačnosti koristeći izraz (17), koje prikazuju verovatnoću greške po simbolu za ne-koherentnu MFSK pod uticajem AWGN za $M=8$, $M=16$ i $M=32$.

Krive koje nastaju koristeći (15) kada je K u opsegu od 0 do 12, ($0 < K \leq 12$) nalaze se između krivih dobijenih koristeći (17) i (16).



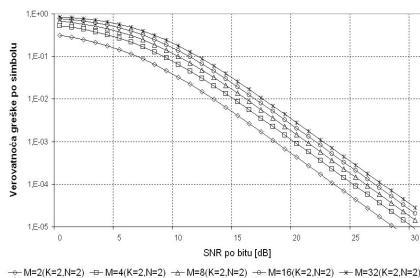
Slika 12 – SEP za MFSK korišćenjem Rician fading kanala za $M=32$ sa različitim vrednostima za parametar K i diverziti red N : puna linija je za $N=1$, isprekidana linija je za $N=2$, i linija sa tačkicama je za $N=10$.

Na slikama 13 i 14 se poredi SEP za različite vrednosti modulacije reda M za MFSK. Na ovim slikama su nacrtane krive, koristeći numeričke rezultate dobijene na osnovu (15), koji odgovaraju vrednostima modulacije reda M za $M = 2, 4, 8, 16$ i 32 za fiksne vrednosti Rician fading parametra K i diverziti reda N , ($K=2$ i $N=2$ za Sliku 13; $K=6$ i $N=4$ za sliku 14).

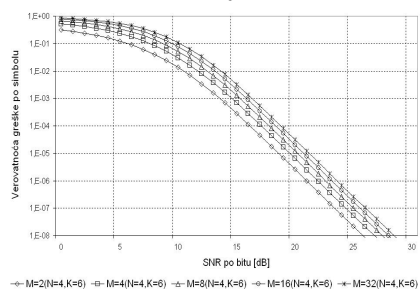
Kao što je očekivano za $M=32$ MFSK ima najbolju performansu ali je i pokazana degradacija performansi od $M=2$ do $M=32$. Dakle, možemo postići visoku brzinu prenosa podataka kroz povećanjem vrednosti modulacije reda M bez smanjivanja performansi sistema.

SEP raste sa porastom modulacionog reda M pri čemu su druga dva parametra fiksna što se takođe može videti sa slika 13 i 14.

SEP se smanjuje ako se vrednosti K i N povećavaju pri čemu je parametar modulacioni red, M fiksne vrednosti (videti slike 8, 10, 12).



Slika 13 – SEP za MFSK korišćenjem Rician fading kanala za $K=2$, $N=2$ sa različitim vrednostima reda modulacije M .



Slika 14 – SEP za MFSK korišćenjem Rician fading kanala za $K=6$, $N=4$ sa različitim vrednostima reda modulacije M .

5. ZAKLJUČAK

U 3.1 je analizirana FM modulacija i indeks modulacije, m , gde se može zaključiti da ako m raste, javlja se sve više bočnih komponenta, a snaga komponente na učestanosti ω_0 postaje sve manja, pa značajne postaju one spektralne komponente koje se nalaze u okolini učestanosti $\omega_0 - \Delta\omega_0$ i $\omega_0 + \Delta\omega_0$. Kada $m \rightarrow \infty$, to znači da pri $\Delta\omega = \text{const}$, $\omega_m \rightarrow 0$ u spektru dobijamo samo dve diskretne komponente [20]. Pored

toga ovde je analizirana potrebna širina propusnog opsega sistema u zavisnosti od indeksa modulacije koja je definisana izrazom (9).

Kratak osvrt na FSK modulaciju i indeks modulacije, m , dat je u 3.2., [21].

Analiza za širinu spektra i BER za MFSK modulaciju ($M=2$ i 4) u zavisnosti od indeksa modulacije data je na početku 3.3. Iz navedenog se može videti da optimalni indeks modulacije m za 2-FSK i 4-FSK ima vrednost $m = 0.715$, [15], [23].

U ovom radu su takođe analizirane i izračunate verovatnoće greške po kanalu, za ne-koherentnu MFSK modulaciju, za različite vrednosti Rician fadinga K , diverziti reda N i reda modulacije M , na osnovu prijemnika zasnovanog na tehničici MGF. Za numeričko izračunavanje SEP korišćen je program MATHEMATICA, a za grafički prikaz korišćen je program Microsoft Excel.

Na osnovu numeričkog izračunavanja SEP za ne-koherentnu MFSK grafički su prikazani rezultati za različite vrednosti reda modulacije M ($M=8, 16$ i 32), za fiksne vrednosti Rician fading parametra K ($K=0, 2, 6, 12$) i diverziti reda N ($N=1, 2, 4, 10$).

Krive nastale koristeći (15), za vrednosti K od 0 do 12, se nalaze između krivih koje se dobijaju koristeći (17) i (16), što znači da su ove dve krive granični slučajevi.

Kada se koristi MGF metoda karakteristike su mnogo bolje zato što direktnu integraciju prate numeričke nestabilnosti i netačnost zbog prisustva beskonačnih granica integracije, ili mogu da sadrže složene matematičke funkcije. Mnogi od ovih rezultata mogu se koristiti i u drugim slučajevima primene diverziti u borbi protiv fading efekata, [10].

ZAHVALNOST

Rad je napisan u okviru projekta TR32007 koji je finansiran od strane Ministarstva za nauku i tehnološki razvoj Republike Srbije, 2011/2014.god.

LITERATURA

- [1] Stüber, G. L., Principle of mobile communication, Second edition, Springer international edition, 2000.
- [2] Jmeel A. J., Performance enhancement of wireless communication systems using transmit and receive diversity, 7th International Multi-Conference on Systems Signals and Devices, IEEE 2010.
- [3] Deng Y., Yu X., Xie S., A New Scheme for Jointed Space-Polarization Diversity and Its Performance Analysis, Communication Systems, ICCS 2008. 11th IEEE Singapore International Conference on Communication Systems, 2008.

- [4] Hourani, H., An Overview of Diversity Techniques in Wireless Communication Systems, S-72.333 Postgraduate Course in Radio Communications, p. 1-5, (2004/2005).
- [5] Wu, Y., Nie, z., On Improving the Performance of Polarization Diversity in Wireless, Wireless Communications Networking and Mobile Computing, WiCOM IEEE 2006.
- [6] Nam, H., Ko, Y.C., Womack, B.F., Performance analysis of OT-MRC over I.I.D Nakagami and non-I.I.D Rayleigh Fading Channel, IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol.55 No.6., 2006.
- [7] Fangming He, Hong Man, Wei Wang: Maximal Ratio Diversity Combining Enhanced Security, IEEE Communications Letters, Vol-15, Issue: 5, p. 509–511, 2011.
- [8] Rizvi, U. H., Yilmaz, F., Alouini, M. S., Janssen, G. J. M., Weber, J. H., Performance of Equal Gain Combining with Quantized Phases in Rayleigh Fading Channels, IEEE Transactions on Communications, Vol.59, No.1, p. 13–18, 2011.
- [9] Moradi, H., Refai, H. H., Loprest, P. G., Atiqzaman, M., Selection diversity for wireless optical communications with non-coherent detection without CSI, IEEE GLOBECOM Workshops (GC Wkshps), p. 1010–1014, 2010.
- [10] Mitić, D., Lebl, A., Rajković, R., Verovatnoća greške po kanalu na bazi MGF metode korišćenjem Rician fading kanala za MPSK, ISSN 0040-2176, TEHNIKA, Broj 6, p. 1089-1095, 2013.
- [11] Davidović P. B., Digitalne komunikacije-priručnik za radio amatere operatore, Pančevo, 2009. http://www.rkntesla.org.rs/Digitalne_komunikacije.pdf
- [12] Denić, D., Miljković, G., Goldsmith, A., Telemedija, Elektronski fakultet u Nišu, Niš 2008.
- [13] Krstić, D., Ristić, J., Jovković, S., Spalević, P., Diverziteti sistem sa n grana za demodulaciju binarnog FSK signala, Infoteh-Jahorina Vol. 6, Ref. B-8, p. 90-94, 2007.
- [14] Emdadul Haque¹, Golam Rashed, M. Hasnat Kabir, A Comprehensive Study and Performance Comparison of M-ary Modulation Schemes for an Efficient Wireless Mobile Communication System, International Journal of Computer Science, Engineering and Applications (IJCSSEA) Vol.1, No.3, 2011.
- [15] Simon, M. K., Alouini, M. S., Digital Communications over fading channels, Second Edition, Wiley-IEEE Press, 2004.
- [16] Argyriou, A., Probability of Symbol Error for Coherent and Non-coherent Detection of M-ary Frequency-Shift Keyed (MFSK) Signals Affected by Co-channel Interference and Additive White Gaussian Noise (AWGN) in a Fading Channel, Naval Postgraduate School, Monterey, California, 2000.
- [17] Alouini M.S., Goldsmith A., A Unified Approach for Calculating Error Rates of Linearly Modulated Signals Over Generalized Fading Channels, IEEE Trans. Commun. Vol. 47, p. 1324-1334, 1999.
- [18] Proakis, J. G., Digital Communications, McGraw-Hill, Singapore, Fourth edition, 2001.
- [19] Goldsmith, A., Wireless communication, Cambridge University Press, 2005.
- [20] Stojanović, S. I., Osnovi telekomunikacija, Građevinska knjiga, Beograd, 1981.
- [21] Lukatela, G., Drajić, D., Petrović, G., Petković, R., Digitalne komunikacije, Građevinska knjiga, Beograd, 1984.
- [22] Brandon D., Multichannel DDS Enables Phase-Coherent FSK Modulation, Analog Dialogue, Vol.44, No.11, 2010.
- [23] Bottomley A., Project: IEEE P802.15 Working Group for Wireless Personal Area Networks (WPANs), 2013. <https://mentor.ieee.org/802.15/dcn/13/15-13-0037-02-004n-fsk-phy-channelization-and-data-rate-proposal.ppt>
- [24] Rice S.O., Statistical properties of a sine wave plus random noise, Bell Syst. Tech. J, 1948.

SUMMARY

CALCULATING THE PROBABILITY OF ERROR PER SYMBOL ON THE BASIS OF MGF METHOD USING RICIAN FADING FOR MFSK

In this paper is presented how to calculate the probability of error per symbol of M-ary non-coherent frequency modulation (M-ary Frequency Shift Keying, MFSK) over a slow, flat, identically independently distributed Rician fading channels. SEP is calculated by technique with maximal ratio combining diversity, using the moment generating function. We assume that the information is known on the receiving side of the channel. Probabilities of error per symbol for the modulation technique are plotted for different values of Rician factor K, diversity order N and modulation order M.

Key words: MFSK (M-ary Frequency Shift Keying), MRC (Maximal Ratio Combining), MGF (Moment Generating Function), SEP (Symbol Error Probability)