



PROGRAMA
DAS NAÇÕES UNIDAS PARA
O DESENVOLVIMENTO
— U N D P —



UNIVERSIDADE FEDERAL
DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE PESQUISAS
HIDRAULICAS



ORGANIZAÇÃO DAS
NAÇÕES UNIDAS PARA
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA
E CULTURA
— UNESCO —

CENTRO DE HIDROLOGIA APLICADA

TELEC. «HIDROCENTRO»
TELEFONE : 23-38-84

SUA REF. :

NOSSA REF. :

CAIXA POSTAL 530
PORTO ALEGRE — BRASIL

GERAÇÃO DE ESCOAMENTOS MENSAIS ATRAVÉS DE MODELO ESTOCÁSTICO QUE UTILIZA PRECIPITAÇÕES

TRABALHO APRESENTADO COMO PARTE DOS REQUISITOS
PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

M E S T R E E M C I Ê N C I A S E M
H I D R O L O G I A A P L I C A D A

OPÇÃO : HIDROLOGIA

AUTOR : ANTONIO EDUARDO LEÃO LANNA

ORIENTADOR : PROF. ROGER M. BERTHELOT

EXAMINADORES :

PROF. FERNANDO DE OLIVEIRA

PROF. JOSÉ CARLOS GRIJÓ

PROF. MANOEL LUIZ LEÃO

PROF. ROGER M. BERTHELOT

RESUMO

Um Modelo Estocástico de Geração de Séries Sintéticas de Escoamentos Mensais é desenvolvido, sendo utilizado como componente determinístico uma regressão linear múltipla que inclui escoamento e precipitação.

São determinadas transformações que ajustam as distribuições de frequência de precipitação e escoamento à distribuição de frequência normal.

É apresentado um Modelo Estocástico de Geração de Séries de Precipitações Mensais.

No Modelo Estocástico de Geração de Séries de Escoamentos Mensais, diversas combinações para o componente determinístico do modelo de geração de escoamentos mensais devem ser testadas, considerando-se como variável endógena o escoamento médio mensal e como variáveis exógenas o escoamento médio mensal do mes antecedente e/ou a precipitação total mensal e/ou a precipitação total mensal do mes antecedente. É considerada como a combinação ótima em cada mes aquela cuja estimativa apresentar menor variância, maior coeficiente de determinação e resultados aceitáveis para os testes de significância dos coeficientes de regressão e da análise da variância.

Os modelos matemáticos desenvolvidos são aplicados à bacia do Rio Benedito em Timbó e as séries de precipitações e escoamentos geradas são comparadas com as séries históricas e considerações são realizadas a respeito de problemas teóricos e operacionais.

ABSTRACT

A Stochastic Generation Model of Synthetic Series of Monthly Flows is developed by means of using, as a deterministic component, a multiple linear regression which includes flow and precipitation.

Transformations that adjust distributions of frequency of precipitation and flow, to the distribution of normal standard frequency, are determined.

A Stochastic Generation Model of Monthly Precipitation Series is presented.

In the Stochastic Generation Model of Monthly Flow Series, various combinations for the deterministic component of the generation model of monthly flows should be tested, considering as an endogen variable the monthly average flow and, as exogen variables, the monthly average flow of the precedent month, and/or the total monthly precipitation, and/or the total monthly precipitation of the precedent month.

It is considered as an optimal combination in each month, the one in which the estimation presents least variance, largest coefficient of determination and acceptable results for the significance tests of the regression coefficients and of the analyses of variance.

The mathematical models developed are applied to the Rio Benedito's basin, in Timbó, and the series of precipitation and flow generated, are compared to the historic series and considerations are made over theoretic and operational problems.

ÍNDICE

Resumo	II
Abstract	III
Índice	IV
Agradecimentos	VIII
I. INTRODUÇÃO AOS MODELOS MATEMÁTICOS DE SIMULAÇÃO DE PROCESSOS DE GERAÇÃO DE SÉRIES TEMPORAIS HIDROLÓGICAS	
1.1 Simulação - Histórico, Finalidade, Definições	1
1.2 Modelos de Simulação	5
1.2.1 Elementos de um Modelo Matemático de Simulação..	5
1.2.2 Classificação dos Modelos de Simulação em Hidrologia	8
1.3 Modelos Estocásticos em Hidrologia	9
1.3.1 Introdução	9
1.3.2 Processos Estocásticos - definições	10
1.4 Séries Temporais Hidrológicas	13
1.4.1 Teoria	13
1.4.1.1 Processo Estacionário	14
1.4.1.2 Processo Ergódico	15
1.4.1.3 Processo Markoviano	16
1.4.2 Características das Séries Temporais Hidrológicas	17
1.4.2.1 Funções Periódicas	18
1.4.2.2 Funções Não-Periódicas	20
1.4.2.3 Funções Aleatórias	20
1.5 Processos de Geração de Séries Temporais	22
1.5.1 Modelo da Soma dos Harmônicos	22
1.5.2 Modelo das Médias Móveis	24
1.5.3 Modelo da Autoregressão	24
1.5.3.1 Componente Aleatório de um Modelo Autoregressivo	26

1.5.4	Comentários	29
1.6	Efeito da Autocorrelação em Séries Temporais Hidrológicas	31
1.7	Conclusão	34
1.8	Problema da Verificação	37
II.	MODELO MATEMÁTICO DO PROCESSO DE GERAÇÃO DE PRECIPITAÇÕES MENSALS	
2.1	Razões par a geração de sequências Sintéticas de Precipitações Mensais	42
2.2	Modelo Matemático do Processo de Geração de Precipitações Mensais	44
2.3	Ajustamento de Séries Históricas de Precipitações à Leis de Distribuições de Probabilidades Teóricas	46
2.3.1	Histórico	46
2.3.2	Transformação de Séries de Precipitações Mensais com Distribuição de Frequências Não-normal em Séries com Distribuição Normal Padrão	46
2.4	Comentários	49
III.	MODELO MATEMÁTICO DO PROCESSO DE GERAÇÃO DE ESCOAMENTOS MENSALS	
3.1	Razões para a Geração de Sequências Sintéticas de Escoamentos Mensais	50
3.2	Histórico dos Modelos de Geração de Sequências Sintéticas de Escoamentos	52
3.3	Modelo Matemático do Processo de Geração de Escoamentos Mensais	53
3.3.1	Introdução	53
3.3.2	Modelo Proposto	56
3.4	Ajustamento de Séries Históricas de Escoamentos à Leis de Distribuições de Probabilidades Teóricas	58
3.4.1	Histórico	58
3.4.2	Transformação de Séries de Escoamentos Mensais com Distribuição de Frequências Não-normal em Séries com Distribuição Normal Padrão	59
3.5	Comentários	60

IV. APLICAÇÃO DOS MODELOS DESENVOLVIDOS À BACIA DO RIO BENEDITO EM TIMBÓ	
4.1 Introdução	61
4.1.1 Descrição da Bacia	61
4.1.2 Dados Históricos - análise preliminar	63
4.2 Aplicação do Modelo de Geração de Precipitações Mensais	68
4.2.1 Ajustamento da Série de Precipitações Mensais à Distribuição Normal Padrão	68
4.2.2 Teste de Aleatoriedade da Série de Precipitações Mensais	70
4.2.3 Geração de Séries Sintéticas de Precipitação Mensal	76
4.2.4 Comentários	81
4.3 Aplicação do Modelo de Geração de Escoamentos Mensais	84
4.3.1 Ajustamento da Série de Escoamentos Mensais à Distribuição Normal Padrão	84
4.3.2 Determinação do Componente Determinístico do Modelo	86
4.3.3 Geração de Séries Sintéticas de Escoamentos Mensais	97
V. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	
5.1 Conclusões	108
5.2 Perspectivas	110
BIBLIOGRAFIA	111
ANEXO 1: DISTRIBUIÇÕES ESTATÍSTICAS	113
A. Lei Normal de Distribuição de Probabilidades	113
B. Distribuições Log-normal, Pearson III, e Log Pearson III..	115
ANEXO 2: TESTES ESTATÍSTICOS.....	117
A. Distribuições Afins da Normal	117
A.1 Distribuição de Student	117
A.2 Distribuição Chi-Quadrado	118
A.2.1 Teorema da Adição para a Distribuição Chi-Quadrado	120

A.2.2	Chi-Quadrado e a Variância da Amostra	120
A.2.3	Propriedade Assintótica Importante de Chi-Quadrado	121
A.3	Distribuição de Fisher	122
B.	Testes de Hipóteses	123
B.1	Definições.....	123
B.2	Comparação de Duas Amostras de Coletivo Normalmente Distribuído	124
B.3	Testes do Coeficiente de Correlação	126
B.4	Testes para Regressões	127
B.4.1	Teste do Coeficiente de Regressão	127
B.4.2	Teste de Análise das Variâncias	128
ANEXO 3:	TESTES DE ALEATORIEDADE TIPO ENCADEAMENTO	130
A.	Encadeamentos para Cima e para Baixo	130
B.	Encadeamentos Acima e Abaixo da Média	131
ANEXO 4:	GERAÇÃO DE NÚMEROS ALEATÓRIOS PELO COMPUTADOR COM DISTRIBUIÇÃO NORMAL	132
A.	Teoria	132
B.	Prática	134
ANEXO 5:	LISTAGEM DOS PRINCIPAIS PROGRAMAS UTILIZADOS	136
ANEXO 6:	TABELAS ESTATÍSTICAS UTILIZADAS	165

AGRADECIMENTOS

O trabalho apresentado foi desenvolvido graças ao apoio financeiro provido pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul , Unesco e Companhia de Pesquisas de Recursos Minerais .

O autor agradece a Prof . Roger Berthelot , Diretor Técnico do Centro de Hidrologia Aplicada e Chefe do Projeto BRA - 27 da Unesco pela orientação e estímulo .

A Dra . Anna Leopoldina Juggens da CPRM , professores e funcionários do CHA , o reconhecimento do autor pela colaboração.

CAPITULO I

INTRODUÇÃO AOS MODELOS MATEMÁTICOS DE SIMULAÇÃO DE SÉRIES TEMPORAIS HIDROLÓGICAS

1.1 - SIMULAÇÃO - HISTÓRICO, FINALIDADE, DEFINIÇÕES

Entende-se por simulação, a antiga arte de construção de modelos destinados tanto à apreciação estética: pinturas, esculturas, dança; quanto com objetivo de estudos científicos: modelos em escala reduzida, modelos analíticos.

Do ponto de vista científico, o objetivo básico da simulação é o conhecimento do futuro.

Através da História, os métodos que objetivam o conhecimento do futuro, tem se modificado em consequência da evolução da filosofia.

Como pertencentes à filosofia especulativa, segundo trabalho de Reichenbach (1951), são enquadrados os métodos dedutivos, que se estendem desde os filósofos gregos: Platão, Aristóteles, Euclides; até o século XVII com Sir Francis Bacon.

"A filosofia especulativa procurou adquirir um conhecimento de generalidades e dos princípios mais gerais que governam o Universo.

Construíram-se então, sistemas filosóficos incluindo capítulos que hoje devemos encarar como uma singela tentativa de construir uma física na qual a função da explanação científica era preenchida por simples analogias com experiências da vida diária.

Tentou-se justificar o método de conhecimento por utilização similar de analogias; questões da teoria do conhecimento foram respondidas mais por uma linguagem figurada que por uma análise lógica." (Reichenbach, 1951)

Em 1620, Bacon com seu trabalho " Novum Organum" reconheceu as limitações da filosofia especulativa como metodologia de predição do futuro.

" Bacon vê que a razão sozinha não tem nenhuma capacidade de previsão; ela o consegue somente em combinação com a observação. Os métodos de predição da razão estão contidos nas operações lógicas por meio das quais nós construímos uma ordem dentro da materia observada e tiramos conclusões. Chegamos as conclusões através das inferições lógicas. Bacon reconheceu além disso, que se a inferição lógica é para servir aos fins da predição, ela não pode ser restrita à lógica dedutiva; ela deve incluir métodos de lógica indutiva" (Reinchenbach, 1951)

Estão aí as bases da filosofia científica ou método científico, que pode ser considerado em quatro etapas:

PRIMEIRA ETAPA- Observação do sistema físico.

SEGUNDA ETAPA- Formulação de uma hipótese (ou de um modelo matemático) que tente explicar as observações do sistema.

TERCEIRA ETAPA- Predizer o comportamento do sistema baseado nesta hipótese, utilizando dedução matemática ou lógica, isto é, obtendo soluções para o modelo matemático.

QUARTA ETAPA - Execução de experiências para testar a validade da hipótese ou do modelo matemático.

A experiência no entanto, indica não ser sempre possível a realização das quatro etapas para um determinado problema ou sistema - é aí então, que a simulação pode ser um substituto útil para a etapa ou etapas que estejam causando dificuldades.

Como exemplo de dificuldades que podem tornar impraticável uma etapa do método científico aplicado à Hidrologia ou a um Sistema de Recursos Hídricos, citam-se:

Quanto à primeira etapa: Existem em geral, impossibilidades físicas ou financeiras de se observar no mundo real os processos integrantes de um Sistema Hidrológico ou de Recursos Hídricos.

Quanto à segunda etapa - Os Sistemas Hidrológicos ou de Recursos Hídricos, muitas vezes são tão complexos que se torna impossível descrevê-los em termos de um conjunto de equações matemáticas.

Quanto à terceira etapa - No caso de ser possível representar um processo integrante de um Sistema Hidrológico ou de Recursos Hídricos através de um conjunto de equações matemáticas, poderá ser impraticável contudo, obter-se uma solução para este conjunto através de técnicas analíticas diretas.

Quanto à quarta etapa - Poderá ser difícil ou oneroso realizar experiências válidas nos modelos matemáticos que descrevam o Sistema Hidrológico ou de Recursos Hídricos.

Além da utilidade da simulação na substituição de etapas impossíveis de serem realizadas, por seu intermédio pode-se obter as seguintes respostas:

- A simulação permite estudar e experimentar as complexas interações internas de um determinado Sistema Hidrológico ou de Recursos Hídricos.

- A simulação de Sistemas de Recursos Hídricos e Hidrológicos complexos, pode fornecer uma valiosa intuição no sentido do conhecimento das variáveis mais atuantes no sistema e qual a influência destas variáveis sobre o mesmo.

- A simulação pode fornecer previsões a respeito de situações sobre as quais se tem pouca ou nenhuma informação.

- Para certos tipos de problemas Hidrológicos ou de Recursos Hídricos de natureza estocástica, a sequência dos eventos é de fundamental importância. A geração de uma sequência destes eventos com as mesmas características da sequência histórica, permite uma análise mais conclusiva de certos problemas.

Abordando o assunto simulação sob seu aspecto objetivo, a defini-

ção segundo este aspecto, seria:

" A simulação de um sistema ou de um organismo é a operação de um modelo (ou simulador) que representa esse sistema ou organismo. O modelo é passível de manipulações que seriam difíceis de levar a cabo na entidade que ele representa, quer pelo preço, quer pela impraticabilidade ou impossibilidade de fazê-las. As propriedades concernentes ao comportamento de um sistema ou subsistema, podem ser inferidas estudando-se a operação do modelo ". (Shubik, 1960)

Já uma definição formal de simulação poderia ser:

" x simula y é verdade se e somente se :

- a) x e y forem sistemas formais
- b) y for considerado como sendo o sistema real
- c) x for considerado como sendo uma aproximação de y
- d) As regras de validade em x, não estiverem isentas de êrro."

(Churchman, 1963)

1.2 - MODELOS DE SIMULAÇÃO

A importância de modelos de simulação como parte integrante da pesquisa científica foi fixada sucintamente por Rosenblueth e Wiener (1945).

" Nenhuma parte substancial do Universo é tão simples que possa ser compreendida e controlada sem abstração. A abstração consiste em substituir-se a parte do Universo em estudo por um modelo semelhante, porém de estrutura mais simples. Os modelos constituem portanto, uma necessidade primordial de qualquer procedimento científico. "

Um modelo científico pode ser definido como uma abstração de um sistema real que se presta a propósitos de predição e controle. Por seu intermédio, um analista teria condições de determinar em que proporções, modificações em determinados aspectos de um sistema, afetariam os outros aspectos deste sistema ou o sistema encarado como um todo.

Os atributos que seriam desejáveis nos modelos de simulação dizem respeito à precisão do modelo e a operacionabilidade do mesmo, sendo conflitantes entre si:

- O modelo deverá ser uma aproximação razoavelmente precisa do sistema real e conter a maior parte dos aspectos importantes do mesmo.

- O modelo não deverá ser tão complexo que se torne difícil compreendê-lo e/ou manipulá-lo.

1.2.1 - ELEMENTOS DE UM MODELO MATEMÁTICO DE SIMULAÇÃO

Os elementos de um modelo matemático de simulação de um Sistema Hidrológico ou de Recursos Hídricos, podem ser classificados em quatro categorias:

Componentes,
Variáveis,
Parâmetros,
Relações Funcionais.

Os componentes são os elementos escolhidos para integrarem o modelo, em função dos objetivos do modelo e da importância que se presume que estes elementos tenham sobre o sistema. Entre os elementos que comumente participam de um modelo matemático de simulação de um Sistema Hidrológico ou de Recursos Hídricos citam-se:

- Chuva
- Escoamento superficial
- Evaporação
- Demanda de água para consumo urbano
- Demanda de água para irrigação
- Reservas d'água acumuladas em reservatórios

As variáveis são uma representação quantitativa dos componentes do sistema, que apresentam variação no tempo e/ou no espaço:

- Precipitação horária em determinada área,
- Escoamento médio mensal em uma seção,
- Demanda horária de água para consumo urbano,
- Demanda mensal de água para irrigação,
- Vazão instantânea em uma seção de medição de um curso d'água.

Essas variáveis podem ser classificadas em:

- Variáveis exógenas,
- Variáveis de estado,
- Variáveis endógenas.

As variáveis exógenas são variáveis independentes ou de entrada no modelo e consideradas como tendo sido previamente fornecidas; são independentes do sistema de que se está construindo o modelo, ou seja, atuantes no sistema mas não sendo influenciadas pelo mesmo. Estas variáveis podem se apresentar de duas maneiras: como parâmetros, que são dados pelas condições do problema e que seriam

préviamente determinados e lidos pelo computador como dados de entrada, ou como variáveis estocásticas, que podem ser geradas internamente pelo computador.

As variáveis endógenas são as variáveis dependentes do sistema ou de saída e são geradas pela interação de variáveis exógenas e de estado de acordo com as características operacionais do sistema.

As variáveis de estado, são as variáveis que descrevem o estado de um sistema ou de um de seus componentes, quer no início de um determinado período de tempo, quer no seu término ou ainda durante o decorrer de um certo período. Estas variáveis interagem tanto com as variáveis exógenas quanto com as variáveis endógenas de acordo com as relações funcionais préviamente estabelecidas. Dependem assim, não só de valores de uma ou mais variáveis exógenas relativas a um certo período de tempo anterior mas também de certas variáveis de saída do sistema em períodos anteriores.

Como exemplo, em um modelo matemático de um Sistema de Recursos Hídricos, a vazão afluyente ao reservatório seria uma variável exógena, o volume de água armazenado no reservatório seria uma variável de estado e a vazão efluente do reservatório, uma variável endógena, no caso de um estudo de operação sequencial de um reservatório.

As relações funcionais se apresentam sob duas formas: identidades e características operacionais.

As identidades são definições ou proposições tautológicas relativas aos componentes do modelo. Define-se por exemplo, vazão afluyente a um reservatório em um período determinado, ao volume d'água médio por unidade de tempo, que contribuiu para este reservatório, no período.

As características operacionais correspondem a hipóteses, geralmente expressas por uma equação matemática, que relaciona as variáveis exógenas e de estado de um sistema com suas variáveis endógenas. Nos processos estocásticos, as características operacionais tomam a forma de funções de densidade de probabilidade.

Os parâmetros são elementos cuja função é expressar através das relações funcionais ou não, o processo estudado, de forma quantitativa. Podem ser determinados por tentativas, caso do ajustamento dos modelos matemáticos usuais de transformação pluvio-hidrométrica a uma região determinada, ou calculados por inferências estatísticas, como no caso de modelos matemáticos de transformação pluvio-hidrométrica baseados em uma regressão múltipla, ou no caso da estimativa do valor esperado de uma variável. Além disso, são considerados parâmetros as séries históricas utilizadas como variáveis exógenas.

1.2.2 - CLASSIFICAÇÃO DOS MODELOS DE SIMULAÇÃO EM HIDROLOGIA

Através de uma análise sistemática dos processos hidrológicos naturais e controlados, os mesmos podem ser classificados em:

Determinísticos e
Estocásticos.

Nos processos determinísticos puros, a cada valor assumido pelas variáveis exógenas e de estado do sistema haveria como resultado um único valor para cada uma das variáveis endógenas. As características operacionais do sistema seriam passíveis de se representar por equações matemáticas. Estes processos existem em hidrologia apenas em condições sob controle.

Nos processos estocásticos, uma ou mais características operacionais do sistema seriam expressas por funções de densidade de probabilidade e a cada valor assumido pelas variáveis exógenas e de estado do sistema, as variáveis endógenas assumiriam um valor contingente, contingência esta que seria expressa por uma lei de probabilidades. Estes processos podem ser considerados como o resultado da interação de diversos processos determinísticos físicos, químicos e biológicos, sob condições hidrológicas naturais.

Os modelos determinísticos ou paramétricos em hidrologia, resultam de uma simplificação decorrente da consideração de um processo quase determinístico como determinístico puro. Como exemplo, tem-se o método do hidrograma unitário, e os modelos de simulação SSARR, STANFORD IV, etc.

Os modelos estocásticos serão estudados com maiores detalhes nas páginas seguintes.

1.3 - MODELOS ESTOCÁSTICOS EM HIDROLOGIA

1.3.1 - Introdução:

A física Newtoniana, que dominou desde o final do século XVII até o final do século XIX, descrevia um Universo determinístico, em que todo futuro dependia unicamente de todo passado.

Uma teoria como esta não pode nunca ser de todo aceita e nem de todo rejeitada, pois pertence a uma concepção do mundo mais universal do que qualquer coisa que se possa testar experimentalmente.

Não podemos verificar, através de nossos instrumentos imperfeitos, se uma lei física se verifica até a última decimal.

Esta atitude deixou de prevalecer na física a partir dos trabalhos de Boltzman na Alemanha e Gibbs nos Estados Unidos, que foram os introdutores da estatística na física.

" A estatística é a ciência da distribuição e a distribuição tencionada por estes cientistas não dizia respeito a um grande número de partículas similares, mas às várias posições e velocidades a partir das quais um sistema físico poderia ter início. Assim, enquanto no sistema Newtoniano, as mesmas leis físicas se aplicavam a uma multiplicidade de sistemas que se iniciavam a partir de uma multiplicidade de posições e momentos, os estatistas mantiveram o princípio segundo o qual se poderiam distinguir certos sistemas de outros pela sua energia total, mas rejeitaram a suposição de que sistemas com a mesma energia total pudessem ser distinguidos com nitidez indefinidamente e descritos para sempre por meio de leis causais." (Wiener, 1950)

Uma restrição estatística que se poderia fazer à obra de Newton é a de que nenhuma medida física é absolutamente precisa. Isso significa que não sabemos nunca quais são as condições iniciais completas de um sistema, mas algo sobre sua distribuição. A física não poderia deixar de levar em conta

portanto a contingência dos eventos - foi Gibbs quem apresentou pela primeira vez um método científico definido para levar em conta esta contingência.

A idéia básica de Gibbs era que em certas circunstâncias, um sistema passa por todas as distribuições de posição e momento que sejam compatíveis com a sua energia, se se mantiver em ação tempo suficiente.

A consequência direta desta revolução foi fazer com que a física não mais cuide daquilo que irá sempre acontecer, mas daquilo que irá acontecer com grande probabilidade.

1.3.º - Processos Estocásticos - Definições

O estudo da evolução do comportamento da configuração de um sistema físico no tempo, pressupõem dois princípios básicos:

1º princípio: Dado um sistema físico S , os efeitos gerados sobre o mesmo por ação de influência de corpos exteriores em intervalos de tempo considerados, se acumulam e constituem as causas das variações da configuração de S .

2º princípio: Dadas duas configurações de um sistema físico S , existe uma probabilidade associada a mudança da primeira configuração para a segunda.

A partir destes princípios, vem a definição de processo aleatório:

" Chama-se de PROCESSO ALEATÓRIO aquele para o qual, a intervalos aleatórios ou determinados de tempo, correspondem mudanças de estado do sistema físico S , associadas a leis de probabilidades."

PROCESSO ESTOCÁSTICO é o processo aleatório mais geral, em que a distribuição que caracteriza a cada instante a variável aleatória do processo, é função do tempo, ou seja, varia de instante a instante. Para seu completo conhecimento portanto, é necessário que se mostre de que maneira a distribuição que o caracteriza é função do tempo.

PROCESSOS MARKOVIANOS são processos aleatórios independentes do tempo, onde o valor da variável aleatória no instante zero determina estatisticamente o valor da variável no instante 1, que por sua vez determina-o no instante 2, e assim por diante. Este processo é de grande importância no estudo dos processos hidrológicos, visto o grau de autocorrelação existente em algumas séries temporais hidrológicas.

PROCESSOS PROBABILÍSTICOS são processos aleatórios independentes do tempo, onde a sequência de ocorrência das variáveis envolvidas no processo é ignorada e a probabilidade de sua ocorrência é considerada segundo uma distribuição de probabilidades determinada, na qual as variáveis são consideradas como puramente aleatórias (não autocorrelacionadas).

PROCESSOS ERGÓDICOS são processos onde a distribuição da variável aleatória é independente do tempo e, além disso, dados N processos iguais, a amostragem feita em um único instante é estatisticamente equivalente a uma amostragem feita sobre um único processo em N instantes diversos do tempo. São portanto processos sem história, onde as estruturas fundamentais independem do tempo.

O método da ESTAÇÃO-ANO (bibl. 5) é baseado na ergodicidade do processo de determinados tipos de precipitação. Dado N regiões climaticamente homogêneas, sendo que as causas das precipitações em cada região independem das causas nas demais, a amostragem de precipitações em 1 ano nas N regiões ao mesmo tempo, equivalem a N amostragens (ou N anos) de precipitações em uma única região, se o processo das precipitações for ergódico.

Sendo o processo estocástico o processo aleatório mais geral, os processos markovianos, probabilísticos e ergódicos podem ser considerados casos particulares de um processo estocástico.

Não se fazendo considerações a respeito de sua estrutura[§], um processo estocástico pode ser considerado portanto, como uma função $X(t)$ do tempo, definido em um espaço T

$$\left\{ X(t) : t \in T \right\}$$

onde \in representa a expressão "é um elemento de".

O processo gera uma série temporal que poderá ser tratada como discreta ou contínua.

Nos casos mais gerais, o processo estocástico inclui componentes determinísticos e não determinísticos.

Para um determinado instante t , os valores assumidos por $X(t)$ seguem uma distribuição de probabilidades. Portanto, uma série temporal $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ verificada, pode ser considerada como uma determinada série temporal de um número infinito de séries temporais que poderiam ser geradas pelo processo estocástico.

O objetivo portanto de um modelo matemático de um processo estocástico, é a geração de uma série temporal sintética que pertença à família de séries temporais que poderiam ser geradas pelo processo.

§ estrutura: malha de relações entre elementos ou entre processos elementares de um processo mais geral. (W. Wieser)

1.4 - SÉRIES TEMPORAIS HIDROLÓGICAS

1.4.1 - Teoria

A noção que em geral fundamenta a teoria estatística da análise de séries temporais é considerar:

$$\left\{ X(t) : t \in T \right\}$$

como observações feitas numa família ou conjunto de variáveis aleatórias:

$$\left\{ X(t,u) : t \in T, u \in U \right\}$$

que é denominado processo estocástico, onde T é o espaço de tempos e U o espaço dos eventos.

O objetivo da análise é inferir a partir de:

$$\left\{ X(t, u_0) : t \in T', u_0 \in U' \right\}$$

a lei probabilística de:

$$\left\{ X(t,u) : t \in T, u \in U \right\}$$

onde u_0 denota um elemento específico de U e $X(t, u_0)$ uma função de t , denominada função amostral.

Exemplo: Em uma experiência de lançamentos de moeda, definindo-se $X(t,u)$ como: $X(t, u_0) = t^2$ se $u_0 = \text{cara}$; $X(t, u_0) = \cos t$ se $u_0 = \text{coroa}$ $X(t,u)$ será um processo estocástico.

As n observações de um fenômeno feitas a intervalos de tempo iguais constituem uma amostra de uma distribuição de n -ésima ordem (em essência, as n observações representam uma amostra de dimensão unitária de uma distribuição de n -ésima ordem). Na maioria dos casos, $\{X(t,u) : t \in T, u \in U\}$ é estatisticamente determinado se suas funções de distribuição de n -ésima ordem,

$$(1) \quad F_u^n \left[X_1, \dots, X_n ; t_1, \dots, t_n \right] = P \left[X(t_1, u) \leq X_1, \dots, X(t_n, u) \leq X_n \right]$$

são conhecidas para qualquer n e em t_1, \dots, t_n . Uma sequência infinita de funções de distribuição $F_u^1, F_u^2, F_u^3, \dots, F_u^n$, contém toda informação possível sobre o processo (Kartvelishvili).

1.4.1.1 - Processo Estacionário

O processo estocástico é dito estacionário se as funções de distribuição não forem afetadas por um deslocamento δ na origem dos tempos.

Assim: $\left\{ X(t, u) : t \in T', u \in U \right\} \quad \left\{ X(t + \delta, u) : (t + \delta) \in T', u \in U \right\}$

tem as mesmas funções de distribuição, ou seja

$$(2) \quad F_u^n \left[X_1, \dots, X_n ; t_1, \dots, t_n \right] = F_u^n \left[X_1, \dots, X_n ; t_1 + \delta, \dots, t_n + \delta \right]$$

Se esta última equação não for verdadeira, o processo estocástico é considerado não estacionário. Por outro lado, para um processo estocástico estacionário, a equação se verifica para todo valor de δ , sendo $t \in T$ e δ é elemento tal que $(t + \delta) \in T$. Neste caso, a equação não depende de t_1, \dots, t_n ; mas das diferenças $t_j - t_{j+1} = \tau_j, j = 1, \dots, (n-1)$, e desta forma esta equação poderá ser expressa como

$$(3) \quad F_u^n \left[X_1, \dots, X_n ; t_1, \dots, t_n \right] = F_u^n \left[X_1, \dots, X_n ; \tau_1, \dots, \tau_n \right]$$

Se a equação acima, somente se verificar para $n \leq k$, o processo estocástico é dito estacionário de ordem k . Se a mesma se verificar para $n = k$, deverá também se verificar para $n < k$, desde que a função de distribuição de probabilidades de ordem k determine todas as funções de distribuição de ordem menor.

Em particular se se tiver

$$(4) \quad F^1 [X, t] = F^1 [X, t + \delta]$$

e se esta equação for verdadeira para todo δ , conclui-se que a função de distribuição de 1ª ordem $F^1(X, t)$ é independente de t . Consequentemente $E[X(t)]$ é constante.

Se a função de distribuição de 2ª ordem for tal que:

$$F^2(X_1, X_2; t_1, t_2) = F^2(X_1, X_2; t_1 + \delta, t_2 + \delta) \quad \text{conclui-se que}$$

$$F^2(X_1, X_2; t_1, t_2) = F^2(X_1, X_2; \tilde{t}) \quad \text{com} \quad \tilde{t} = t_1 - t_2 \quad (5)$$

Nos casos acima, a estacionariedade ocorrerá para o valor esperado e para a variância do processo. É de bastante importancia este conceito: quando as equações (4) e (5) se verificam, é então aplicável o teorema ergódico.

Um processo estocástico que é estacionário de ordem $k = 2$, é aproximadamente estacionário, mas o contrário não é necessariamente verdade.

Se contudo, o processo estocástico obedece a lei de distribuição de probabilidades normal, e a estacionariedade se verifica para o valor esperado e a covariância, o processo é estacionário no sentido exato pois um processo estocástico normal (Gaussiano) é definido univocamente pelo valor esperado e pela covariância.

1.4.1.2 - Processo Ergódico

Um processo estocástico $\{X(t), t \in T\}$ é dito ergódico se suas características estatísticas puderem ser determinadas de uma função singular $X(t, u_0)$ do processo.

Como os parâmetros estatísticos são expressos como médias temporais o conceito de ergodicidade pode ser expresso como: "um processo estocástico $\{X(t); t \in T\}$ é dito ergódico se suas médias temporais forem iguais aos valores esperados".

Um processo determinado poderá ser ergódico para determinados parâmetros mas não para outros.

1.4.1.3 - Processo Markoviano

Um processo estocástico é chamado Markoviano se para todo n e t_1, t_2, \dots, t_n tem-se:

$$(6) \quad P \left[X(t_n) \leq X_n \mid X(t_{n-1}), \dots, X(t_1) \right] = P \left[X(t_n) \leq X_n \mid X(t_{n-1}) \right]$$

Uma sequência de variáveis aleatórias geradas por esse processo é dita sequência aleatória e para qualquer n tem-se:

$$(7) \quad F \left[X(t_n) \mid X(t_{n-1}), \dots, X(t_1) \right] = F \left[X(t_n) \mid X(t_{n-1}) \right]$$

As séries temporais hidrológicas de maior importância são as séries de precipitação e escoamento. Estas séries são o resultado de processos estocásticos não estacionários. Estes processos podem ser considerados como output de um sistema com vários input, os quais são também processos estocásticos não estacionários e processos determinísticos.

A complexidade dos processos de geração de precipitação e escoamento e a quantidade reduzida de informações que são basicamente fornecidas por uma única série amostral, implica na necessidade de serem realizadas simplificações na conceituação teórica destes processos, visando o seu estudo e simulação. Assim os processos hidrológicos são tratados em geral como processos estacionários.

A noção de estacionariedade é uma abstração, pois os fenômenos hidrológicos são constantemente afetados como resultado da ação humana sobre a natureza, ocasionando mudanças de resultados desses fenômenos através dos anos.

Uma série de dados de escoamento superficial é alterada em suas características por desmatamento, alteração no uso da terra, obras no leito dos cursos d'água, deslocamento de seção de medição, etc...

A precipitação e a evapotranspiração são alteradas por desmatamento, construção de reservatórios artificiais, etc...

Estas modificações efetuadas pelo agente humano, são frequentemente pequenas e mascaradas por erros de medição, de tal modo que seria necessário um longo período de observações de fenômenos para serem identificadas.

Para o caso brasileiro, um período de observações, por exemplo, de precipitação ou escoamento em cursos d'água, maior que 30 anos, pode ser considerado pouco frequente e a exatidão destas observações apenas regular. Desta forma a possibilidade de serem detectadas modificações em suas características é muito pequena.

Os métodos de análise de séries temporais não estacionárias são muito pouco desenvolvidos até o momento; desta forma, transformações são efetuadas ao serem estudadas as mesmas, de modo a permitir a aplicação dos métodos já desenvolvidos para séries temporais estacionárias.

1.4.2 - Características das séries temporais hidrológicas

Uma série temporal é concebida como sendo composta por dois elementos - um determinístico e o outro estocástico. Se ambos elementos estiverem presentes, poderão estar combinados de forma linear ou não linear.

O elemento determinístico é definido por uma função periódica ou não periódica. Estas funções, ao contrário da função aleatória, são desprovidas de qualquer noção de probabilidade e os valores que assumem dependem apenas de pontos absolutos no tempo, ao contrário do elemento aleatório.

Se uma série temporal contém um elemento determinístico, a mesma será não-estacionária. O sentido no qual ela é não-estacionária, depende da natureza do elemento determinístico e de que maneira ele é combinado com o elemento aleatório.

Escoamentos mensais tendem seguir o ciclo anual - durante as estações úmidas, eles são maiores do que nas estações secas. As vazões em um determinado mes, no entanto, tendem a variar em torno de uma média, sendo que em cada mes, a média define o ciclo anual. Nesta série temporal exemplificada, o elemento determinístico, definido por uma função periódica, é o ciclo anual. O elemento aleatório é a variação em torno de suas médias dos escoamentos mensais.

1.4.2.1 - Funções Periódicas

As funções periódicas são caracterizadas por sua rigorosa repetição. Sendo uma função periódica notada por $\left\{ f(t): t \in T \right\}$, existirá então um valor finito p, para o qual $f(t + p) = f(t)$, com $(t + p) \in T$.

Uma função periódica pode ser representada através de análise harmônica, por uma série de Fourier. Seja uma função periódica de período fundamental $T_0 = n \times \Delta t$. Os valores $X(t)$ assumidos pela função para $t = 1, 2, \dots, n$ serão dados por

$$(8) \quad X(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{j=1}^{n/2} A_j \cdot \cos \frac{360 \cdot j \cdot t}{T_0} + B_j \cdot \sin \frac{360 \cdot j \cdot t}{T_0}$$

Onde: - A_0 é uma constante; $\frac{A_0}{2}$ é a média aritmética das observações.

- t é o tempo.

- $n/2$ é o número de harmônicos

- A_j e B_j são amplitudes e expressas por

$$(9) \quad A_j = \frac{2}{n} \cdot \sum_{t=1}^n X(t) \cdot \cos \frac{360 \cdot j \cdot t}{T_0}$$

$$(10) \quad B_j = \frac{2}{n} \cdot \sum_{t=1}^n X(t) \cdot \sin \frac{360 \cdot j \cdot t}{T_0}$$

- $\frac{360}{T_0} = \omega_0$ é a frequência angular fundamental.

- $X(t)$ são os valores observados da série.

Certos fenômenos astronômicos tem uma influência direta sobre os fenômenos hidrológicos. A periodicidade daqueles fenômenos, muitas vezes estabelecidas, são assim associadas aos fenômenos hidrológicos. Exemplos disto, são as fases da lua e sua influência sobre as marés, a rotação da terra ao redor do sol com as variações sazonais consequentes. Periodicidades de maiores amplitudes são matérias de controvérsias no momento. Acredita-se que o ciclo de 11 anos das manchas solares estabeleça influências nos fenômenos hidrológicos, mas as mesmas não apresentam significancia estatística em todos os casos.

A suposição que os fenômenos astronômicos periódicos exerçam algum controle sobre os fenômenos hidrológicos, implica na conclusão que estes seriam o resultado da superposição destes fenômenos com os advindos das condições locais. Estas superposições teriam como efeito o mascaramento das periodicidades. Vários métodos tem sido propostos para detectar periodicidades ocultas, sendo o mais utilizado, o método da análise do periodograma de Schuster.

1.4.2.2 - Funções não periódicas

Uma função não periódica pode ser definida como uma função periódica de período infinito. Embora as mesmas possam assumir qualquer forma, são em geral classificadas como crescentes, monótonas e decrescentes.

Estas funções expressam uma tendência que pode ser considerada como resultado de modificações da natureza atribuídas à causas naturais ou humanas.

A identificação de uma tendência em uma série temporal hidrológica exige um longo período de observações de modo que não seja confundida com um ramo de uma função cíclica de pequena frequência. Desta forma, esta identificação é geralmente de difícil concretização.

O método mais geral de representação de uma função não periódica, é pelo ajustamento de um polinômio aos dados da série temporal. Este método contudo, apresenta duas objeções. A primeira é que os dados da série hidrológica são em geral, referentes a períodos curtos. Como o cálculo dos coeficientes de um polinômio é feito através de um processamento que exige que se eleve os valores observados a potências altas, os erros devido à pequena série de observações se expandirão, dando resultados que não apresentarão confiança. A segunda objeção, é a que os coeficientes do polinômio, deverão ser recomputados a cada novo valor da série temporal agregado aos dados originais, pois esses coeficientes são baseados nestes dados.

Outro método utilizado é o método das médias móveis. Consiste o mesmo em se ajustar um polinômio a uma parte dos dados e assim sucessivamente até que se tenha vários polinômios ajustados à tendência que se quer expressar. Este método permite a adição de novos valores à série sem que se altere os polinômios ajustados anteriormente. (Yevdjovich, 1964)

1.4.2.3 - Funções Aleatórias

Uma função aleatória pode ser definida como uma função que não pode ser formulada de maneira a fornecer uma predição precisa dos valores da

função. Essa contingência só poderá ser representada por uma lei de distribuição de probabilidades, onde cada valor da função corresponde a uma determinada probabilidade de ocorrência.

Esta função é concebida como sendo o efeito bruto de determinadas causas físicas que sendo em grande número e de pequeno efeito sobre a série atuando isoladamente, se apresentam mascaradas e deste modo, não podem ser identificadas.

1.5 - PROCESSOS DE GERAÇÃO DE SÉRIES TEMPORAIS

Sendo uma série temporal o resultado da atuação de fatores causais processo de geração é o nome dado a maneira como esses fatores integram na formação da série temporal.

O objetivo principal da análise de séries temporais é a formulação de processo de geração e a partir disto, a predição do futuro.

Um processo de geração descreve as regras de regularidade aparentes de uma série temporal histórica. Sendo estas séries, em geral, de pequeno período de observação, há de se ter cuidado na interpretação das regras de regularidade que se apresentam, de modo que as previsões daí desenvolvidas não sejam irreais.

Funções periódicas e/ou aperiódicas, tendem a mascarar as regras de regularidade da função aleatória quando todas estão presentes no processo de geração. Por isto, o primeiro passo na análise de séries temporais, é a identificação e remoção das funções periódicas e/ou aperiódicas antes de ser formulado o processo de geração para a função aleatória.

Os modelos matemáticos lineares de simulação dos processos de geração em hidrologia mais utilizados são:

Modelo da soma de harmônicos ou das periodicidades disfarçadas

Modelo das médias móveis

Modelo autoregressivo

1.5.1 - Modelo da Soma de Harmônicos

Se $\{X(t): t \in T\}$ é uma série temporal periódica com período fundamental $T_0 = n \Delta t$, onde n é o número total de observações igualmente

espaçadas por Δt e se $\sum_{t=1}^n |X(t)|$ é finito, a série pode ser

representada por séries trigonométricas do tipo estudado no item funções periódicas, anteriormente descrito.

A técnica de detecção de periodicidades disfarçadas é o periodograma de Schuster, já mencionado anteriormente, que é definido por

$$(11) \quad I(w_j) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n \cdot \pi} \left(\sum_{i=1}^n X(t_i) \cdot \cos \frac{2}{w_j} \cdot t_i \right)^2 + \sum_{i=1}^n X(t_i) \cdot \sin \frac{2}{w_j} \cdot t_i \right)^2$$

n denota o número total de observações igualmente espaçadas nos tempos t_1, \dots, t_n ;

$w_j = 2\pi/T$ é a frequência angular.

Esta função terá um pico em $w_j = w'$ se $X(t)$ contiver um termo periódico de frequência w' .

O modelo do processo de geração será

$$(12) \quad X(t) = \sum_{j=1}^m \left[A_j \cdot \cos \lambda_j \cdot t + B_j \cdot \sin \lambda_j \cdot t \right] + \delta(t)$$

m é o número de harmônicos

A_j e B_j são amplitudes calculadas por

$$(13) \quad A_j = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n X(t) \cdot \cos(j \cdot w_j \cdot t)$$

$$(14) \quad B_j = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n X(t) \cdot \sin(j \cdot w_j \cdot t)$$

$$\lambda_j = 2\pi / w_j$$

$\delta(t)$ é o componente aleatório

$\hat{X}(t)$ são os valores calculados (estimados) da série temporal

1.5.2 - Modelo das Médias Móveis

O método das médias móveis pode ser expresso por

$$(15) \quad X(t) = \sum_{j=0}^m B_j \cdot \delta(t-j)$$

sendo: m a extensão da média móvel

B_j , $j = 0, \dots, m$ os pesos das variáveis aleatórias,
 $\delta(t-j)$, $j = 0, \dots, m$, que podem ser calculados a partir dos dados históricos.

Um exemplo de aplicação do método é o cálculo da vazão de um rio em certo período numa determinada bacia, através da precipitação efetiva em períodos anteriores. Os pesos B_j podem ser inferidos a partir dos dados históricos, assim como a (s) lei (s) probabilística (s) das precipitações em períodos anteriores. Os " m " valores de δ serão gerados por computador para cada período, obedecendo-se a lei probabilística naquele período, e o valor da vazão determinado.

1.5.3 - Modelo da Autoregressão

Um exemplo de um modelo auto-regressivo seria

$$(16) \quad X(t) = \sum_{i=1}^m R_i \cdot X(t-1) + \delta(t)$$

em que R_i seriam estimativas dos coeficientes de autocorrelação de ordem i da variável $X(t)$

$\delta(t)$ é o componente randômico

Os valores de R_i são determinados a partir dos dados históricos.

Esse modelo simula processos markovianos gerais, onde os valores assumidos pela variável nos períodos anteriores, determinam o valor da variável no período atual, a menos de um componente aleatório.

Se a equação acima for operada recursivamente, $X(t)$ pode ser considerado como uma soma ponderada infinita de variáveis aleatórias - o método autoregressivo desta forma, será em essência, o método das médias móveis extendido ao infinito ou seja, $m = \infty$. (Kendall, 1951)

Exemplos:

Uma cadeia markoviana de primeira ordem é frequentemente utilizada para gerar séries sintéticas de escoamento. Na forma geral, a relação entre dois eventos sucessivos da série temporal $X(t - 1)$ e $X(t)$ é definida como

$$(17) \quad X(t) = R_1 \cdot X(t-1) + \delta(t)$$

Supondo-se que existe uma relação linear entre os sucessivos termos da série temporal a equação (14) pode ser escrita na forma

$$(18) \quad X(t) = \bar{X} + R_1 \cdot (X(t-1) - \bar{X}) + Z \cdot F$$

onde \bar{X} é a média amostral

F é uma função dos parâmetros estatísticos da série histórica

Z é uma variável aleatória

Este modelo é aplicável por exemplo, em uma geração de escoamentos médios anuais. (Julian, 1961)

Se o objetivo fosse a geração de escoamentos mensais, algumas modificações no modelo seriam necessárias, para levar em consideração a periodicidade anual existente. Esta periodicidade poderá ser expressa pelas médias amostrais em cada mes. (Garcia-Martinez, 1969)

O modelo seria composto por 12 equações diferentes, cada uma simulando o processo de um determinado mes. Por abstração pode-se considerar os n anos de dados históricos mensais, como uma família de n séries de 12 escoamentos cada, constituindo um processo estocástico não estacionário. O espaço de eventos seria representado por n amostras em cada mes e o espaço de tempo pelos 12 meses do ciclo anual. Tal consideração é válida caso seja ergódico o processo de geração em cada mes.

Thomas e Fiering propuseram o seguinte modelo para geração de escoamentos mensais

$$(19) \quad X(t) = \bar{X}(t) + B(t, t-1) \cdot [X(t-1) - \bar{X}(t-1)] + F(t, t-1) \cdot Z(t)$$

onde $X(t)$, $X(t-1)$ são escoamentos gerados nos meses t e $t-1$

$\bar{X}(t)$, $\bar{X}(t-1)$ são as médias amostrais nos meses t e $t-1$

$B(t, t-1)$ é a estimativa do coeficiente de regressão entre os meses t e $t-1$

$F(t, t-1)$ é a função dos parâmetros estatísticos das séries históricas dos meses t e $t-1$

$Z(t)$ é uma variável aleatória gerada para o mês t , com média zero e desvio padrão 1.

1.5.3.1 - Componente Aleatório em um Modelo Autoregressivo

O problema de maior complexidade que se apresenta na construção de um modelo, é a distribuição probabilística que deverá ser adotada para Z .

Seja a curva de frequências acumuladas de X dada pela função $X(t) = f(p)$ onde p é a frequência acumulada. Esta função poderá ser expressa por

$$(20) \quad X(t) = \bar{X} + \phi \cdot S$$

onde \bar{X} é a média amostral da série

S o desvio padrão amostral

ϕ é uma função característica do tipo de distribuição de frequências da série temporal em estudo.

Os valores da função ϕ poderão ser determinados a partir de uma série suficientemente extensa de observações transformando-se (20) em:

$$(21) \quad \phi = \frac{X(t) - \bar{X}}{S}$$

Existem tabeladas algumas funções características de distribuições de probabilidades teóricas, onde ϕ é função da frequência acumulada e do coeficiente de assimetria C_s (momento central de 3ª ordem).

Se a série temporal for aleatória (por exemplo, alturas anuais de precipitação), cada evento $X(t)$ da série sintética poderá ser determinado usando-se a equação (20), sendo a função ϕ determinada a partir da distribuição de probabilidades teóricas que melhor se ajusta ao processo, do valor de C_s determinado através dos dados históricos e do valor de p , tirado de uma tabela de números aleatórios ou gerado por computador.

Existindo no entanto uma correlação linear entre $X(t)$ e $X(t - 1)$, o valor de X não poderá ser determinado com base na mesma curva de frequências acumuladas, (como no caso de uma sequência aleatória) devido ao fato de que, mesma sendo as distribuições de frequências as mesmas, seus parâmetros serão diferentes.

Sendo utilizado como modelo matemático do processo de geração, o método da autoregressão através de uma cadeia markoviana de 1ª ordem, um determinado valor gerado para $X(t)$, será um valor contingente ou seja, um dos infinitos valores que poderiam ser gerados, sendo no entanto a média destes infinitos valores expressa por:

$$(22) \quad \bar{X}_\mu(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n X(t) =$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left[\bar{X} + R_1 (X(t-1) - \bar{X}) + Z \cdot F \right].$$

$$\therefore \quad \bar{X}_\mu(t) = \bar{X} + R_1 (X(t-1) - \bar{X}) \text{ pois } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Z \cdot F = 0$$

já que Z tem média zero.

Esta dedução, feita para o modelo dado na equação (18), é, em essência, a mesma que se poderia fazer no modelo dado pela equação (19), com o resultado

$$(23) \quad \bar{X}_m(t) = \bar{X}(t) + B(t, t-1) \cdot [X(t-1) - \bar{X}(t-1)]$$

O desvio padrão dos valores que X teóricamente poderia assumir, seria igual à variância de estimativa de X através da cadeia markoviana, e igual a:

- para o modelo da equação (18)

$$(24) \quad S' = S \sqrt{1 - R_1^2}$$

onde S é o desvio padrão da série histórica

R_1 é o coeficiente de autocorrelação

- para o modelo da equação (19)

$$(25) \quad S'(t) = S(t) \sqrt{1 - R(t, t-1)^2}$$

onde S(t) é o desvio padrão da série histórica no mes (t)

$R(t, t-1)$ é o coeficiente de correlação entre os valores da série no mes t e t-1

O coeficiente de assimetria, em primeira aproximação, é considerado igual ao da série histórica. Com base nesta assertiva, as funções de distribuição de frequência padrão (ou seja, com média zero e variância 1) serão do mesmo tipo, ou $\phi' = \phi$ e $\phi'(t) = \phi(t)$ (vide equação (20)).

Pela equação (20), infere-se que a expressão geral dos valores de X(t), é

$$(26) \quad X(t) = \bar{X}_m(t) + \phi S'$$

$$(27) \quad X(t) = \bar{X}_m(t) + \phi(t) \cdot S'(t)$$

Substituindo-se nestas equações os valores de $\bar{X}(t)$, S' e $S'(t)$ dados pelas equações (22), (23), (24) e (25) respectivamente, tem-se

$$(28) \quad X(t) = \bar{X} + R_1 \cdot [X(t-1) - \bar{X}] + \phi \cdot S \cdot \sqrt{1 - R_1^2}$$

$$(29) \quad X(t) = \bar{X}(t) + B(t, t-1) \cdot [X(t-1) - \bar{X}(t-1)] + \phi(t) \cdot S(t) \sqrt{1 - R(t, t-1)^2}$$

Comparando-se estas equações com as equações (18) e (19), conclui-se

$$(30) \quad \text{I} \quad \left\{ \begin{array}{l} Z = \phi \\ F = S \sqrt{1 - R_1^2} \end{array} \right.$$

$$(31) \quad \text{II} \quad \left\{ \begin{array}{l} Z = \phi(t) \\ F(t, t-1) = S(t) \sqrt{1 - R(t, t-1)^2} \end{array} \right.$$

A conclusão que se chega é que o componente aleatório Z em um modelo matemático de um processo de geração autoregressivo de primeira ordem, tem uma distribuição de frequências aproximadamente igual a distribuição de frequências da série histórica e que a função F é igual ao desvio padrão dos valores possíveis de um determinado evento $X(t)$ a ser gerado ou, a variância da estimativa de $X(t)$.

Na prática, tem sido utilizadas transformações que visam transformar uma série histórica com distribuição não normal, em outra série afim, com distribuição normal. As razões são de fácil compreensão e são expostas nos anexos 2 e 6.

1.5.4 - Comentários:

No método das médias móveis e no método autoregressivo, o componente aleatório ϕ assume uma maior importância do que no método das

periodicidades disfarçadas. Estes métodos geram eventos dependentes no tempo.

Existem fenômenos hidrológicos, tais como a vazão de um rio, a respeito dos quais se pode supor que são consequência de todos os fatores climáticos passados e presentes. No caso exemplificado, pode-se isolar um fator dominante: a precipitação efetiva ou excedente; a vazão será estatisticamente dependente da precipitação excedente, até um período anterior, a m períodos do instante presente. Se m for pequeno, o processo poderá ser simulado pelo método das médias móveis. Se m for grande, será mais conveniente considerar a precipitação excedente para todos os períodos anteriores e assim, o método autoregressivo dará uma melhor representação do fenômeno.

Os métodos das médias móveis e autoregressivo, são alternativas do método das periodicidades disfarçadas, quando em essência, não houver nenhum componente periódico no processo estudado.

1.6 -EFEITO DA AUTOCORRELAÇÃO EM SÉRIES TEMPORAIS HIDROLÓGICAS

Nas séries temporais hidrológicas, o coeficiente de autocorrelação em geral é positivo. Esse valor expressa uma tendência de valores pequenos da variável seguirem valores pequenos, e valores grandes seguirem valores grandes.

O valor do coeficiente de autocorrelação de ordem 1, pode ser tomado como um indicador da quantidade de informações agregada ao estudo de um processo, por cada valor da variável, obtido em observações. Esta quantidade de informações varia proporcionalmente ao inverso do coeficiente de autocorrelação de ordem 1. Assim, para um valor nulo, a quantidade de informação é máxima e para um valor unitário, nula, a cada novo valor da variável anexado às observações. §

Logo, uma série temporal aleatória (coeficiente de autocorrelação nulo) de uma determinada extensão, apresenta maiores informações do que uma série temporal não aleatória (coeficiente de autocorrelação não nulo) de igual extensão.

Os momentos estatísticos das séries temporais autocorrelacionadas, são estimados pelos mesmos métodos utilizados para as séries temporais não autocorrelacionadas. No entanto, a variância nestas estimativas depende não só de observações mas também do coeficiente de autocorrelação.

§ "Quanto mais provável a mensagem (evento), menor é a informação fornecida." (Wiener, 1950)

Demonstra-se que:

$$(32) \quad \sigma^2(\bar{X}) = \frac{\sigma^2(X)}{n_e}$$

sendo: $\sigma^2(\bar{X})$ a variância da média amostral

$\sigma^2(X)$ a variância da população

n_e o número efetivo de observações cuja expressão matemática seria:

$$(33) \quad n_e = n : 1 + \frac{2}{n} \cdot \frac{n \cdot \rho(1 - \rho) - \rho(1 - \rho^n)}{(1 - \rho)^2}$$

Se portanto $\rho_1 > 0$, o número efetivo de observações será menor que o número real de observações.

Nos casos de associação estatística (análise de regressão e correlação), o coeficiente de correlação entre duas séries temporais não aleatórias pode ser calculado mas não testado quanto a sua significância da mesma maneira que ocorre para séries temporais aleatórias, devido ao mesmo problema do número efetivo de observações ser menor em uma série temporal não aleatória.

O teste de significância para a correlação entre duas séries aleatórias é baseado no teste t' (Student) (vide anexo 2)

$$(34) \quad t' = \rho_{xy} \frac{n - 2}{1 - \rho_{xy}^2}$$

onde ρ_{xy} é o coeficiente de correlação entre as séries

n é o número real de observações

$n - 2$ é o número de graus de liberdade

Em uma série temporal não aleatória, há necessidade de se substituir o valor dos graus de liberdade ($n - 2$), pelo número efetivo de graus de liberdade, que é menor que este, devido a autocorrelação. O número

efetivo de graus de liberdade será $(n - 2) \alpha$, onde α é expresso por:

$$(35) \alpha = \frac{1}{1 + 2 \cdot \rho_1 \cdot \rho'_1 + 2 \cdot \rho_2 \cdot \rho'_2 + \dots}$$

onde ρ_k , ρ'_k são os coeficientes de autocorrelação de ordem k das séries.

Se as séries temporais são geradas por um processo markoviano,

$$\rho_k = \rho_1 \text{ e } \rho'_k = \rho'_1 \text{ e assim}$$

$$(36) \alpha = \frac{1 - \rho_1 \cdot \rho'_1}{1 + \rho_1 \cdot \rho'_1}$$

Uma importante conclusão a que se chega, tendo por base as considerações anteriores é que se uma das séries for aleatória, ou seja $\rho_1 = \rho_2 = \rho_k = 0$, o valor de α será 1, e assim o número efetivo de graus de liberdade será igual ao número de graus de liberdade se ambas as séries fossem aleatórias.

1.7 - CONCLUSÃO

Yevdjevich (1964), baseado em um estudo de 140 seções de medições em bacias hidrográficas localizadas em várias partes do Globo terrestre, encontrou autocorrelação entre os escoamentos médios anuais que apresentavam um intervalo de variação de - 0.348 até 0.705, com média 0.17 e desvio padrão 0.18.

Essa autocorrelação, quando positiva é explicada por armazenamentos superficiais e subterrâneos de água, notadamente para os altos valores do coeficiente. Já os valores negativos do coeficiente de autocorrelação, que traduzem a situação em que altos valores de escoamentos anuais são seguidos por valores e vice-versa, é de difícil explicação em termos hidrológicos.

As enchentes anuais apresentam pequeno coeficiente de autocorrelação e podem ser consideradas independentes entre si. Já as vazões de estiagem anuais são afetadas pela geologia da bacia e pelos armazenamentos subterrâneos que introduzem correlação entre seus valores da mesma ordem da autocorrelação média existente entre escoamentos médios anuais, ou seja, 0.2.

Em estudo realizado sobre os dados de precipitação diários, mensais e anuais em cidades dos EEUU e Canadá, Larivière (1965) comprovou o que já se havia verificado em outros trabalhos levados a efeito sobre o assunto - a autocorrelação entre as alturas de chuva decresce quando a escala de tempo, para as quais são definidas essas alturas, aumenta. Desta forma, as alturas diárias de chuva são positivamente autocorrelacionadas, as alturas de chuva mensais podem apresentar autocorrelação ou não e alturas de chuvas anuais são independentes.

Assim, Besson (1920,1924) e Ochoa (1965) encontraram autocorrelação nas chuvas mensais perto de Paris e na costa Este dos EEUU. Beer e outros (1946), Pattinson (1965) mostraram que as chuvas mensais na Inglaterra e na costa Oeste dos EEUU podem ser tratadas como séries randômicas e finalmente Namias (1952) descobriu que existia autocorrelação significativa apenas em alguns pares de meses para chuvas mensais nos EEUU.

Os efeitos de autocorrelação em estudos hidrológicos podem ser supostos como originados por um processo de geração do tipo autoregressivo. Esta suposição apresenta duas vantagens básicas na dedução de um modelo matemático que simule o processo:

1. As operações matemáticas são de fácil manipulação.
2. Os modelos autoregressivos são de melhor operabilidade no caso de séries pouco extensas do que os modelos das médias móveis e das periodicidades disfarçadas.

Desta forma, existem vantagens ponderáveis em se adotar modelos autoregressivos na simulação de séries temporais hidrológicas.

O modelo de Thomas e Fiering e o de Julian para a sintetização de escoamentos médios mensais foi exposto no parágrafo 1.5.3. Yevdjevich e Roesner (1966), Beard, Fredrich e Hawkins (1970), Bonné (1971) apresentam outros modelos de sintetização de escoamentos mensais. Escoamentos diários são simulados por modelos matemáticos desenvolvidos por Quimpo (1967) e Machado (1971).

Em conclusão, vários métodos de simulação de processos hidrológicos foram e estão sendo desenvolvidos com o objetivo básico de extrair as informações apresentadas pelas sequências históricas observadas e exprimi-las de uma forma que as tornem utilizáveis nos diversos projetos de Recursos Hídricos.

Todos os métodos de análise, paramétricos ou estocásticos apresentam no entanto, a restrição de serem obrigados a supor que as condições ocorridas no passado deverão se apresentar no futuro, descontando-se as alterações naturais mensuráveis. Isso significa que duas premissas são utilizadas: a primeira que os dados observados constituem uma amostragem representativa do processo e a segunda, que o mesmo é estacionário.

A primeira premissa poderia ser colocada em questão com dois exemplos: Suponha-se uma série de 100 anos de escoamentos; - uma das informações desta série, é a de que a maior vazão ocorrida, teria um período de recorrência

de 100 anos, ou seja, uma frequência de 1 vez em 100 anos (Método Californiano).

Extraindo-se desta série centenária uma série qualquer de 30 anos (extensão de dados que, em geral, se consegue obter), que contenha este maior valor, uma análise sobre esta série informaria que a vazão máxima teria um período de recorrência de 30 anos, enquanto originalmente havia-se concluído que o período de recorrência da mesma era 100 anos.

Este problema poderá ocorrer em qualquer estudo deste tipo. Uma série histórica que se disponha, com extensão N, poderá ter uma sequência de eventos com períodos de recorrência maiores que N e não existirá nada que possa indicá-lo e assim a amostra não será representativa do processo, embora seja tomada como se o fosse.

Em um modelo paramétrico que utilize, por exemplo, um operador pluvio-hidrométrico, ajusta-se por tentativas ou baseado em inferências estatísticas, tal operador para o período de dados observados e presume-se que a validade do ajustamento se estende por outros períodos, além daquele estudado. Um fenômeno hidrológico no entanto, é função de vários outros fenômenos físicos, químicos e biológicos que ao interagirem em determinadas proporções, o ocasionam. A consideração de poucos fatores apenas, em um determinado período, embora seja válida do ponto de vista da facilidade e possibilidade de estudo, não será necessariamente válida, do ponto de vista da estrutura do processo. Este aspecto pode ser usado também para questionar a segunda premissa, da estacionariedade dos processos hidrológicos, que já foi considerada no parágrafo 1.4.1.1 .

O problema de verificação de um modelo matemático de simulação de um processo hidrológico é, portanto, aquele que apresenta a maior fonte de dúvidas e conjecturas. A seguir será abordado este tema controverso.

1.8 - PROBLEMA DA VERIFICAÇÃO

A verificação da validade de qualquer modelo advém da comprovação que o modelo é verdadeiro.

As dificuldades começam no entanto, a partir do momento em que se tenta julgar o que é verdadeiro ou falso.

Um conjunto infinito de regras de validade tem sido propostas através dos tempos por filósofos, metafísicos e teólogos. Escolher algumas destas regras para formar o critério mediante o qual se possa julgar um modelo quanto a sua validade, e saber aplicar este critério, é a questão primordial nesta etapa do método científico da simulação.

A posição metodológica mais consistente a esse respeito, engloba tres outras posições conhecidas por:

1. Apriorismo Sintético
2. Empirismo
3. Positivismo

O apriorismo sintético afirma que uma teoria é meramente um sistema de deduções lógicas baseadas em premissas inquestionáveis.

Kant, que acreditava no apriorismo sintético, criou o termo " sintético a priori ", que foi resumidamente explicado por Reichenbach (1951).

" Proposições geométricas são deriváveis por dedução estritamente lógica, partindo-se de axiomas. Porém os próprios axiomas não são assim deriváveis - eles não podem ser derivados porque cada dedução de conclusões sintéticas tem que partir de premissas sintéticas.

A verdade dos axiomas deve por isso ser estabelecida por outros meios que não a lógica; eles devem ser " sintéticos a priori ". Uma vez que os axiomas sejam reconhecidos como verdadeiros para objetos físicos, a

aplicabilidade dos teoremas a esses objetos é então garantida pela lógica, uma vez que a verdade dos axiomas é transferida, por dedução lógica, para os teoremas.

Inversamente, se estivermos convencidos de que os teoremas geométricos se aplicam à realidade física, admitimos acreditar na verdade dos axiomas e portanto em um " sintético a priori ". "

O próprio Reinchenbach contudo, nega a existência do " sintético a priori ".

" A filosofia científica, recusa a aceitar qualquer conhecimento do mundo físico como absolutamente certo. Nem as ocorrências individuais, nem as leis que a controlam, podem ser estabelecidas com completa certeza.

Os princípios da lógica e da matemática, representam o único domínio no qual a certeza completa é atingível; porém, esses princípios são analíticos e vazios. A certeza absoluta é inseparável do vazio, não há sintético a priori. "

O empirismo se coloca em completa oposição ao apriorismo sintético e foi definido por Reinchenbach como:

" Os filósofos do segundo tipo encaram a ciência empírica e não a matemática como forma ideal do conhecimento. Eles insistem em que a observação dos sentidos é a fonte primária e o juiz máximo do conhecimento, e que constitui o engano de si próprio acreditar que a mente humana tenha acesso direto a qualquer outra espécie de verdade que não aquela das relações lógicas vazias. Esse tipo de filosofia é chamado de empirismo ".

Já o positivismo, afirma que a validade de um modelo depende não das suposições sobre as quais se acha fundamentado, mas da capacidade do mesmo de prever, com correção, o comportamento das variáveis endógenas que trata.

A posição metodológica referente ao problema de validação de um modelo que engloba as tres anteriores, parte da idéia que todas estas proposições são necessárias, mas nenhuma delas é suficiente.

Neste processo, a primeira etapa se refere à procura de postulados ou hipóteses que descrevam o comportamento do sistema; ou seja, deve-se procurar o " sintético a priori ".

No caso de um modelo de simulação de escoamento por exemplo, um postulado ou (hipótese) seria o da influência da precipitação e permeabilidade do solo nos escoamentos, e que esta influência se apresentaria na forma de uma lei linear.

Chegando-se no entanto, a um conjunto de postulados básicos com os quais se poderá construir o modelo, não se considera os mesmos inquestionáveis. Ao contrário, deverão ser considerados como tentativas de explicação do processo analisado.

A aplicação do critério de falsidade de Popper deverá ser efetuada quando possível. Segundo Popper, um postulado ou modelo é cientificamente significativo se, e somente se, for possível refutá-lo por observação empírica. Em outras palavras, trata-se de analisar os postulados com as limitações dos testes estatísticos existentes, tais como o teste t de Student, o teste F de Fisher, o teste do qui-quadrado, os testes " independentes da distribuição", etc...

O terceiro estágio finalmente, consiste em testar a habilidade do modelo em predizer o comportamento do sistema estudado.

Segundo Cohen e Cyert, " a probabilidade de um modelo de um processo descrever incorretamente o processo é alta porque ele faz suposições fortes a respeito da natureza do mundo.

Há vários graus segundo os quais qualquer modelo pode falhar na descrição do mundo, contudo é também significativo dizermos que alguns modelos descrevem melhor a realidade que outros.

Devemos esquematizar alguns critérios para indicar quando as descrições no tempo geradas por um modelo de um processo concordam suficientemente com as descrições no tempo observadas, de tal maneira que a concordância não possa ser atribuída a uma mera coincidência. Devemos imaginar testes para a " capacidade de adaptação " de modelos de processos, em relação ao mundo real.

O problema da validação do modelo se torna ainda mais difícil se os próprios dados atuais disponíveis acerca do comportamento atual do mundo real estão sujeitos a erros.

Embora os detalhes finais ainda não tenham sido desenvolvidos adequadamente, parecem existir pelo menos 3 caminhos possíveis, através dos quais a validação do modelo de processos possa ser abordada.

* Primeiramente, os métodos estatísticos independentes de distribuição podem ser usados para testar se as séries de tempo atual e simulada apresentam características de tempo e de amplitude similares.

Em segundo lugar, podemos calcular simples regressões das séries simuladas como funções das séries reais e então poderemos testar se as equações de regressão resultantes possuem interseções que não sejam significativamente diferentes de zero e inclinações que não se ajustem significativamente à unidade.

Finalmente poderíamos realizar uma análise de fatores no conjunto das descrições no tempo geradas e uma segunda análise de fatores no conjunto de descrições no tempo observadas e podemos testar se os dois grupos são significativamente diferentes um do outro. "

Evidentemente, o segundo teste poderá ser usado apenas em modelos determinísticos.

Como era dito no início do trabalho, o objetivo básico de um modelo de simulação é o conhecimento do futuro.

Os modelos de processos hidrológicos ainda não chegaram a um refinamento tal que permitam conclusões definitivas sobre o futuro e nem se espera que algum dia tal situação aconteça.

A contingência continuará sendo algo inalienável das previsões dos fenômenos naturais, haja visto ser o método científico baseado não na "verdade", mas na teoria das probabilidades.

CAPITULO II

MODELO MATEMÁTICO DO PROCESSO DE GERAÇÃO DE PRECIPITAÇÕES MENSAIS

2.1. - RAZÕES PARA GERAÇÃO DE SEQUÊNCIAS SINTÉTICAS DE PRECIPITAÇÕES MENSAIS

Existem várias razões para geração de sequências sintéticas de precipitação. Sendo conhecida a precipitação, modelos determinísticos para o cálculo de escoamento são utilizáveis, existindo alguns que, conforme a região em que foram aplicados, apresentaram bons resultados.

Os modelos determinísticos de simulação de escoamentos mais conhecidos, tais como o de Crawford e Linsley, o SSARR e outros, se referem a escoamentos diários, exigindo precipitações horárias ou diárias como variável exógena. No entanto, são encontrados modelos matemáticos cuja variável endógena é escoamento mensal e que utilizam precipitação mensal como variável exógena, sendo os mesmos de grande utilidade em estudos de regularização do regime de estiagens dos cursos d'água por meio de reservatórios de acumulação anual ou interanual. A vantagem deste tipo de modelo é a exigência de reduzido número de dados, por serem os mesmos referidos a um período mensal, diminuindo o tempo de operação de computador e sendo mais eficiente do que a utilização de um Operador Pluvio-Hidrométrico Linear baseado na correlação estatística entre precipitação mensal e escoamento superficial mensal.

Um exemplo deste tipo de modelo é apresentado por Pfafstetter (1970).

O processo de geração de escoamentos pode ser encarado em primeira aproximação, como um processo determinístico em que as variáveis exógenas são precipitação e evapotranspiração potencial. Desta forma, a natureza estocástica da variável endógena (escoamentos) pode ser considerada uma função da natureza estocástica das variáveis exógenas. Sendo estas predizíveis, aquela também o será.

Observações empíricas demonstram que a variação anual da evapotranspiração potencial é menor que a variação das precipitações. O efeito da variação da evapotranspiração potencial sobre o escoamento é ainda minimizado pela dependência da evapotranspiração efetiva em relação às disponibilidades de água. No modelo de Pfafstetter por exemplo, a evapotranspiração potencial é

considerada constante em cada mes, numa segunda aproximação.

A natureza estocástica dos escoamentos deriva portanto, principalmente da natureza estocástica do processo de geração das precipitações. Este fato propicia a utilização de técnicas não físicas, baseadas na "Caixa-Preta", na descrição do processo de geração de escoamentos e sequências sintéticas de escoamento poderão ser geradas através de sequências sintéticas de precipitação.

Outros fatores que tornam interessante esta sistemática são:

1. As séries históricas de precipitação são, em geral, mais longas que as de escoamento.
2. As séries históricas de precipitação apresentam menor autocorrelação que as de escoamento.

Outro interesse que existe na geração de sequências sintéticas de precipitação, é o de propiciar estudos mais completos sobre as possibilidades agrícolas de uma região.

2.2 - MODELO MATEMÁTICO DO PROCESSO DE GERAÇÃO DE PRECIPITAÇÕES MENSAIS

Como já exposto anteriormente, uma série temporal hidrológica pode ser considerada como o resultado da interação de dois elementos - um determinístico e outro estocástico, combinados de uma forma linear.

O elemento determinístico no modelo matemático desenvolvido, é considerado definido pela linha de tendência, a qual é definida pelas médias mensais dos valores históricos.

Considera-se portanto, não significativa a existência de qualquer componente periódico de pequena frequência bem como, qualquer oscilação determinística em torno da linha de tendência expressa pelas médias mensais.

O elemento estocástico é definido pela distribuição probabilística ajustada a cada mes e pela persistência que possa ser encontrada em relação ao mes anterior. Não sendo encontrada persistência significativa em um determinado mes, o processo de geração é considerado aleatório.

O modelo matemático proposto é:

$$(1) \quad ZP(t) = B \cdot ZP(t-1) + S \cdot \sqrt{1 - R^2} \cdot Z$$

onde $\hat{ZP}(t)$ é a variável reduzida à distribuição normal padrão correspondente à precipitação no mes t .

$ZP(t-1)$ - idem, idem, correspondente à precipitação no mes $(t-1)$.

B - coeficiente beta de regressão do mes para o mes anterior. Não havendo significância deste coeficiente, seu valor é zero, indicando a não existência de persistência nos valores de precipitação no mes.

S - estimativa do desvio padrão da série histórica "normalizada" no mes. Sendo a série histórica normalizada com média zero e variância 1, o valor de S será 1.

R- estimativa do coeficiente de autocorrelação de ordem 1 no mes.

Z- valor aleatório gerado com a distribuição das variáveis transformadas (dist. normal padrão) (Vide pg 26).

Não existindo persistência significativa em um determinado mes, o coeficiente de autocorrelação será considerado igual a zero, bem como o coeficiente beta de regressão. O valor de $\hat{ZP}(t)$, será igual neste caso, ao valor aleatório Z.

O modelo matemático será constituído portanto por 12 equações de geração e 12 equações de transformação dos dados históricos (com distribuição não normal) em valores que se ajustem à distribuição normal padrão para determinado mes.

O problema fundamental do modelo de processo de geração de precipitações mensais é, como para qualquer outro modelo, se ajustar os valores da série histórica à uma lei de distribuição de probabilidade conhecida.

2.3 - AJUSTAMENTO DE SÉRIES HISTÓRICAS DE PRECIPITAÇÕES À LEIS DE DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES TEÓRICAS

2.3.1 - HISTÓRICO

O primeiro ajustamento de uma lei probabilística de distribuição contínua a dados de precipitação foi efetuado por Slade em 1936, segundo Chow (1964). Foi utilizada a transformação logarítmica dos valores de uma série de precipitação anual, para ajustá-la à lei normal. O mesmo procedimento foi efetuado por Foster (1948).

Séries de precipitação mensais foram ajustadas por Whitcomb (1940) à distribuição Pearson III.

Levert (1957) estudou a normalização de distribuições não normais por meio de transformação $y = x^a$. Para o caso de séries de precipitação, Stidd (1953) e Beals (1954) já haviam proposto o modelo de Levert.

Stidd sugeriu a transformação $y = x^{1/3}$ para todas as séries de precipitação e encontrou bons ajustamentos em Paduá (Itália) e Columbus (Ohio) para precipitações anuais; Pueblo (Novo México, USA) para precipitações mensais e para precipitações diárias em Jacarta (Indonésia) e Zurique (Suíça).

2.3.2 - TRANSFORMAÇÃO DE SÉRIES DE PRECIPITAÇÕES MENSAIS COM DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA NÃO NORMAL EM SÉRIES COM DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRÃO

Stidd, em seu trabalho de 1953, "Cube-root Normal Distributions", alegava que a quantidade de chuva precipitada em uma região, sendo função de 3 fatores, a saber:

1. Movimentos verticais da atmosfera
2. Umidade
3. Tempo de duração,

faria com que, esses dados de precipitação elevados a potência $1/3$, se distri-

normalmente, em teoria.

Na prática contudo, condições locais afetam as características das precipitações e a potência a que se deve elevar os dados de precipitação é função do local e da época, diferindo em geral de $1/3$.

O citado Stidd propôs para contornar este problema, um método de determinação da "Potência Normalizante" da precipitação, que será exposto a seguir.

O fenômeno da precipitação, pode ser entendido no sentido amplo, como um intercâmbio de umidade entre o solo e a atmosfera. Esta situação sendo admitida, implica em serem da mesma forma admitidos valores de precipitações menores que zero.

Da maneira em que é considerado, o fenômeno da precipitação é truncado no valor zero.

Supondo-se a existência de uma potência da altura precipitada em um período, para a qual, a distribuição destes valores pode ser representada pela lei normal, a curva de frequências acumuladas será

$$(2) \quad P^c = S \cdot Z$$

sendo S a estimativa do desvio padrão dos valores de P^c

Z uma função, correspondente à variável reduzida à distribuição normal padrão que teria a mesma frequência acumulada de P .

No entanto, o fato de se admitir na prática que os valores de precipitação negativos sejam igualados a zero, implica em se modificar a equação (2), para conciliá-la com esta atitude.

Sendo Z_0 um valor correspondente à variável reduzida à distribuição normal padrão que teria a mesma frequência acumulada do valor P igual a zero, viria

$$(3) \quad P^c = S \cdot (Z - Z_0)$$

que é a equação da curva de frequências acumuladas dos valores de P reduzidos à distribuição normal.

Aplicando-se à equação (3) a transformação logarítmica viria:

$$(4) \quad \log P = 1/c \cdot (\log S) + 1/c \cdot (\log (Z - Z_0))$$

Esta equação representa uma reta com coeficiente angular $\frac{1}{c}$ e interseção $\frac{1}{c} \log S$. Nesta reta, P é dado pelos valores da série temporal de precipitação, o valor Z pode ser calculado através da frequência acumulada, calculada para cada evento P e pela tabela da lei de distribuição normal padrão que interliga os valores das frequências acumuladas aos valores da variável reduzida com média zero e variância 1.

O valor de Z_0 é calculado diretamente no caso de existirem valores zero de precipitação na série estudada. Caso contrário, faz-se um processamento especial, através de ajustamentos por tentativas.

Os valores de C e S são calculados na prática plotando-se os valores de P contra os de $Z - Z_0$ em um papel bi-logarítmico, os quais se ajustarão ao longo de uma reta. No caso de Z_0 não ser conhecido, o mesmo será calculado por tentativas, até que os pontos no gráfico bi-logarítmico se ajustem a uma reta. A reta ajustada dará por seus parâmetros, os valores de C e S.

Este procedimento pode ser substancialmente simplificado através de computação eletrônica.

O ajustamento dos valores de precipitação a lei normal de probabilidades poderá ser avaliado através da bondade do ajustamento da reta aos pontos plotados no gráfico bi-logarítmico, por intermédio do coeficiente de determinação e do erro padrão de ajustamento.

2.4 - COMENTÁRIOS

O modelo proposto é aplicável a séries de precipitação mensal, havendo ou não persistência em relação ao mes anterior ou havendo persistência somente em determinados meses.

Sendo o objetivo deste trabalho essencialmente prático, na 4ª parte, será aplicado o modelo matemático apresentado, às precipitações mensais na Bacia do Rio Benedito em Timbó, Estado de Santa Catarina.

Serão geradas 20 séries sintéticas de 100 anos de precipitações mensais, e os resultados analisados.

CAPITULO III

MODELO MATEMÁTICO DO PROCESSO DE GERAÇÃO DE ESCOAMENTOS MENSALS

3.1 - RAZÕES PARA GERAÇÃO DE SEQUÊNCIAS SINTÉTICAS DE ESCOAMENTOS MENSALS

A geração de séries sintéticas de dados mensais de escoamento com mesmas características dos dados históricos, obtidas por simulação do processo de geração, tem a vantagem de produzir tantas sequências hidrológicas quantas forem necessárias. Isso é de bastante utilidade no Estudo de Operação de Reservatórios e no Projeto de Sistema de Recursos Hídricos Complexos.

No Projeto de Sistemas de Estruturas Hidráulicas e de Aproveitamento de Recursos Hídricos, a maneira de apresentação das informações inerentes à série histórica, através de séries sintéticas, supre a escassez de ocorrências observadas de sequências de valores extremos (máximos e mínimos), pela provisão de uma amostra maior que seria estatisticamente tão viável quanto a amostra observada.

Desta maneira, o projeto poderá ser analisado quanto a sua performance em situações críticas, ensejando uma maior segurança no seu dimensionamento.

Outra vantagem que poderá advir de uma amostra mais extensa de escoamentos mensais, é a possibilidade de serem previstos maior número de projetos alternativos e conseqüentemente, a viabilidade de se efetuar comparações e otimizações de um ponto de vista econômico ou de outro qualquer fator não técnico de um projeto, pela escolha de uma alternativa mais vantajosa para o objetivo a que se propõem o mesmo.

O Planejamento de um Sistema de Recursos Hídricos implica em duas perguntas básicas, as quais deverão ser respondidas pelo planejador (Chow, 1964):

1. O projeto poderá produzir as saídas desejadas quando sujeito aos eventos hidrológicos futuros?
2. Qual o risco ou incerteza associados ao investimento?

A primeira pergunta poderá ser respondida pela análise da resposta do sistema a sequência de eventos gerados tão longa quanto necessário.

A resposta a segunda, poucas vezes possível de se estimar, poderá ser em parte entendida, pelo cálculo do grau de variabilidade das respostas do sistema e portanto, o risco e incerteza do investimento, pela geração de várias sequências sintéticas e análise das respostas do sistema a cada uma das sequências geradas.

3.2 - HISTÓRICO DOS MODELOS DE GERAÇÃO DE SEQUÊNCIAS SINTÉTICAS DE ESCOAMENTOS

A primeira série de escoamentos sintetizada foi conhecida através de um trabalho de Hazen (1914), segundo Chow (1964); tratava-se de uma série de 300 anos de escoamentos anuais inferidos a partir das séries de escoamentos anuais de 14 rios; apresentava o método semelhança com o método da estação-ano, que supõem a ergodicidade do processo de geração das precipitações envolvidas.

Sudler, em 1927, sorteando 20 vezes sequências de 50 cartões nos quais estavam impressos valores de escoamentos anuais representativos, obteve uma série de 1000 anos de escoamentos anuais.

A tabela de números aleatórios com distribuição normal, foi utilizada por Barnes (1955) para gerar 1000 anos de escoamentos anuais.

O mesmo método foi utilizado por Benson, para obter uma série de 1000 anos de valores extremos anuais de escoamentos, através de uma tabela de números aleatórios com distribuição de valores extremos.

Os trabalhos mais conhecidos sobre sintetização de sequências de escoamentos foram apresentados por Thomas e Fiering (1961) e por Beard et alii (1965).

Outros trabalhos sobre o assunto são apresentados por Yevdjovich, Roesner, Matalas, Mandelbrot e Wallis, Kartvelishvili, Quimpo, Iturbe e outros.

3.3 - MODELO MATEMÁTICO DO PROCESSO DE GERAÇÃO DE ESCOAMENTOS MENSAIS

3.3.1 - INTRODUÇÃO

Um processo de geração de um fenômeno hidrológico é definido em suas características intrínsecas, por meio não da realidade que o mesmo apresenta, mas através dos aspectos da realidade que a percepção e instrumentação humanas são capazes de captar.

Erros sistemáticos são inerentes à precisão dos aparelhos de medição e à alteração que os mesmos determinam nos fenômenos naturais. É evidente que as alturas d'água recolhidas por um pluviômetro ou pluviógrafo e os níveis d'água lidos em uma escala linimétrica ou linígrafo, por exemplo, não são categoricamente expressões da realidade dos fenômenos naturais exemplificados, mas uma aproximação da mesma, que poderá ser maior ou menor conforme o estado, exposição e localização do aparelho.

Incrementando esses erros, existe ainda o problema das simplificações, aproximações e extrapolações, determinadas por razões operacionais e econômicas, utilizadas nos métodos de avaliação dos fenômenos hidrológicos. Assim a altura de água recolhida em determinado período por um pluviômetro ou pluviógrafo, é extrapolada para toda área adjacente; os níveis d'água lidos em escalas fluviométricas ou linígrafos, são transformados em escoamentos por meio de equações que relacionam estas grandezas (equações obtidas por amostragem do fenômeno); as variáveis hidrológicas, por facilidade de operação, são consideradas discretas, quando, em sua maioria são contínuas; os períodos nos quais as mesmas são divididas (dia, mes, ano, etc), são determinados por considerações de origem nem sempre hidrológicas.

Aliados a todos esses fatores, existem ainda os erros grosseiros de observação e a ausência de dados em certos períodos, ocasionados por despreparo dos observadores e outras eventualidades. Em um país subdesenvolvido, um dos problemas mais graves na instalação de uma rede hidrométrica, é justamente encontrar observadores e operadores capazes de

reduzir ao mínimo esses erros, o que infelizmente nem sempre é possível.

Embora existam métodos estatísticos que através de homogeneizações e correlações, consigam detectar em parte esses erros e corrigi-los, esses métodos trazem inerentes a si mesmos as limitações de um método estatístico, além de exigirem pessoal com habilidade de aplicá-los.

Concluindo, as informações que uma série hidrológica oferece sobre o processo que gera, deve ser encarada sempre como aproximação do real e conforme o caso, até mesmo com desconfiança.

O objetivo destas considerações, é mostrar a necessidade e importância de se contar com toda a informação disponível sobre um determinado processo que se queira representar por intermédio de um modelo matemático, tendo em vista não só se obter maior representatividade no modelo do processo através destas informações, mas também atenuar as informações incorretas e falsas a respeito do mesmo.

Os modelos matemáticos do processo de geração de escoamentos mensais mais conhecidos, o de Thomas e Fiering e o de Beard, Friedrich e Hawkins, são baseados em modelos de regressão em que o escoamento de um determinado mes é correlacionado com o do mes anterior, sendo a variância desta estimativa considerada constante (homocedasticidade). No entanto, esta homocedasticidade pode ser em alguns casos, colocada em dúvida, através das considerações seguintes:

um determinado mes terá, naqueles modelos, uma parte do escoamento explicada através do escoamento do mes anterior e a outra, através da variância dessa estimativa. Abstraindo-se a precipitação do mes em causa, a vazão do mesmo seria aproximadamente representada por

$$(1) \quad Q_i' = K \cdot Q_{i-1}$$

sendo K o coeficiente de recessão da hidrógrafa mensal. No entanto, devido a precipitação, o escoamento real no citado mes foi Q_i , maior que Q_i' . A diferença entre Q_i e Q_i' seria explicada pelo volume de precipitação excedente sobre a

bacia em bacias de pequeno tempo de retardo.

Em relação ao período, a parte do escoamento explicado pela precipitação será tanto maior quanto maior a vazão no mes anterior devido a condições de saturação do aquífero, aumentando o percentual de precipitação efetiva. Conclui-se daí que a variância da estimativa do escoamento em função do escoamento do mes anterior será maior em escoamentos elevados, contrariando a hipótese de homocedasticidade, nestes casos.

Uma série temporal hidrológica é considerada composta basicamente de um elemento determinístico e outro elemento estocástico; a parte mais controvertida do problema da simulação é o ajustamento desta série a uma lei probabilística conhecida e a partir disto, inferir-se a distribuição probabilística do componente estocástico.

A influência do componente estocástico nos valores individuais de uma série simulada, será obviamente tanto maior quanto maior a variância da estimativa dos valores da série, através do componente determinístico.

Nos modelos determinísticos em hidrologia, em que a variável endógena é escoamento, a variável exógena de maior importância é a precipitação (vide pag. 43). Ao se incluir na cadeia markoviana usada como componente determinístico nos modelos de Thomas et alii e Beard et alii um componente que ocasione a diminuição da variância da estimativa dos escoamentos, esse elemento será em primeiro lugar a precipitação, embora possa se pensar por extensão, a inclusão da evapotranspiração, temperatura, etc...

Complementando, a hipótese de não homocedasticidade da estimativa dos valores da série seria contornada.

Outra vantagem, resultaria do estabelecimento de uma espécie de auto-compensação de erros, pois as tendências que por questões diversas foram introduzidas artificialmente nos dados históricos de escoamento, seriam checadas pelos dados históricos de precipitação e atenuadas. Sendo finalmente, as séries de precipitação, em geral, mais longas que as de escoamento e menos

autocorrelacionadas, apresentariam um aumento substancial na informação disponível sobre o processo a ser simulado ao serem incluídas no modelo.

3.3.2 - MODELO PROPOSTO

O modelo que se propõem, levando-se em consideração o anteriormente exposto, será:

$$(2) \quad ZQ(t) = B_1 \cdot ZQ(t-1) + B_2 \cdot ZP(t) + B_3 \cdot ZP(t-1) + VAR(ZQ(t)) \cdot Z$$

onde $ZQ(t)$ e $ZQ(t-1)$ variáveis reduzidas à distribuição normal padrão, representativas dos escoamentos médios mensais no mes determinado e no mes anterior.

$ZP(t)$ e $ZP(t-1)$ idem, idem quanto a precipitação total nos meses respectivos.

Z desvio aleatório com distribuição aproximadamente normal padrão.

B_1, B_2, B_3 coeficientes beta da regressão múltipla

$$ZQ(t) = f(ZQ(t-1), ZP(t), ZP(t-1))$$

$var(ZQ(t))$ variância da estimativa de $ZQ(t)$ através da regressão múltipla ou erro padrão da regressão.

Os coeficientes beta da regressão deverão ser testados quanto a hipótese de serem nulos, adotando-se um nível de significância compatível. Serão aceitos apenas os componentes para os quais a hipótese nula for rejeitada.

Deverão ser consideradas todas as combinações possíveis de variáveis para a regressão em escoamento mensal, e adotada a combinação que apresente um menor erro padrão para a estimativa de $ZQ(t)$

Conforme foi deduzido na pg. 26, o componente aleatório de um modelo matemático de um processo de geração autoregressivo de primeira ordem, tem uma distribuição de frequências aproximadamente igual a distribuição de frequências da série histórica. A função F que multiplica este fator é a variância da estimativa da variável endógena do modelo, através de suas variáveis

O modelo proposto para a geração de escoamentos mensais tem seu componente determinístico composto de dois elementos: o primeiro uma cadeia markoviana de primeiro grau, que explica a parte do escoamento devido a recessão da hidrógrafa mensal; o segundo, uma regressão linear, que explica a parte do escoamento derivada das precipitações ocorridas na bacia.

A dedução apresentada na pag. 26, é válida também para este modelo. A distribuição probabilística de Z será a mesma distribuição da série de escoamentos.

3.4 - AJUSTAMENTO DE SÉRIES HISTÓRICAS DE ESCOAMENTOS À LEIS DE DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES TEÓRICAS

3.4.1 - HISTÓRICO

Segundo Fuller o uso de métodos probabilísticos para o estudo de escoamentos em cursos d'água, foi-lhe sugerido por George Rafier em 1896. Entretanto, devido a pequena extensão das séries históricas de escoamentos em rios americanos naquela data, o uso destes métodos somente foi considerado anos mais tarde.

A lei normal, por ser a lei mais conhecida e estudada, foi aquela que primeiramente foi usada para ajustar escoamentos por Horton (1913) e Fuller (1914).

Hazen (1914) descobriu que os logaritmos das enchentes anuais se ajustavam mais proximamente a lei normal, devido a assimetria que apresenta a distribuição de frequências do citado fenômeno.

Outras leis de probabilidade foram utilizadas na análise de frequências de cheias anuais, entre elas as leis de Pearson tipo I e tipo III, lei de Goodrich e outras.

Em 1941, Gumbel publicou o primeiro de uma série de trabalhos sobre a aplicação da teoria de Kisher-Tippett dos valores extremos, à análise da frequência de cheias.

Recentemente, Singh (1969) apresentou um trabalho em que preconizou a utilização de distribuições compostas da soma ponderada de k distribuições normal com média u_i e variância σ_i e com pesos a_i , sendo $\sum_{i=1}^k a_i = 1$ para o ajustamento de escoamentos mensais.

No entanto, as leis mais frequentemente usadas para o ajustamento de escoamentos mensais são a lei log-normal, a lei de Pearson tipo III e a lei log-Pearson tipo III, entendendo-se o prefixo log anteposto ao nome da lei probabilística, como a aplicação da lei citada aos logaritmos dos

valores a serem ajustados. Para a lei de Pearson χ^2 , existe uma transformação que aplicada aos valores da amostra com esta distribuição, ajusta-a a lei normal e é explicada no anexo 1.

3.4.2 - TRANSFORMAÇÃO DE SÉRIES DE ESCOAMENTOS MENSIS COM DISTRIBUIÇÕES DE FREQUÊNCIAS NÃO NORMAIS EM SÉRIES COM DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRÃO

A experiência indica que séries de escoamento mensais raramente se distribuem normalmente.

Não existe entretanto no consenso geral, uma única lei probabilística que se suponha ajustar a sequências de escoamentos observados em qualquer região e em qualquer período.

Fatores fisiográficos e climatológicos podem como resultado de suas interações, afetar os escoamentos de forma diferente em cada região e/ou período, de modo a se ter diferentes distribuições probabilísticas para os mesmos, entre determinados locais e determinadas épocas do ano.

Levando-se em consideração esta situação, várias leis de distribuição de probabilidades teóricas devem ser testadas quanto ao seu ajustamento à escoamentos mensais, mes por mes, antes que seja escolhida uma para representar a distribuição real desses eventos.

O problema que se apresenta entretanto, é a escolha de um coeficiente de ajustamento, ou seja, de um coeficiente que através do mesmo, se possa estimar a bondade do ajustamento a uma determinada lei, e compará-lo com as demais leis testadas, permitindo a seleção da que melhor representa a distribuição real dos escoamentos estudados.

O coeficiente escolhido para testar a bondade de ajustamento é o coeficiente de determinação R .

O valor de R será tanto mais próximo de 1, quanto melhor for o ajustamento da série histórica transformada em série normalizada, à distribuição normal padrão.

3.5 - COMENTÁRIOS

Uma aplicação prática do modelo será desenvolvida na 5ª parte, com dados históricos da Bacia do Rio Benedito, em Timbó, Estado de Santa Catarina.

Serão testadas, para ajustar os dados históricos da série de escoamentos mensais, quatro distribuições teóricas: normal, log-normal, Pearson III e log-Pearson III. Considerando cada mes em separado e cada uma dessas distribuições, serão aplicados os métodos de normalização de séries não normais, apresentados no anexo 1; em seguida serão calculados os coeficientes de determinação para cada distribuição escolhida em cada mes. A distribuição adotada em determinado mes, será aquela que apresentar maior coeficiente de determinação.

Considerando-se o modelo exposto, serão geradas 20 séries de 100 anos de escoamentos mensais considerando-se o modelo matemático em que o componente determinístico é uma cadeia markoviana de 1ª ordem, e comparados os resultados.

CAPITULO IV

APLICAÇÃO DOS MODELOS DESENVOLVIDOS À BACIA DO RIO BENEDITO EM TIMBÓ

4.1 - INTRODUÇÃO

4.1.1 - DESCRIÇÃO DA BACIA

O Rio Benedito, um dos principais afluentes da margem esquerda do Rio Itajaí, nasce na Serra do Jaraguá e corre no sentido sudeste até a foz, no rio Itajaí, 10 Km a jusante da seção de medição em Timbó.

A bacia hidrográfica definida por esta seção, está situada entre os paralelos $26^{\circ} 32'$ e $26^{\circ} 55'$ de latitude sul e os meridianos $49^{\circ} 16'$ e $49^{\circ} 40'$ de longitude oeste de Greenwich. Sua área é de aproximadamente 1232 Km^2 .

O rio Benedito recebe pela margem direita, os rios Forcação, Capivara e S. João. Na margem esquerda a drenagem é realizada por riachos de importância menor e pelo rio do Cedro, principal afluente. (vide fig. 1).

A topografia é bastante acidentada na margem direita, com altitudes variando entre 50 m e 900 m. Na margem esquerda a variação vai de 50 m a 500 m.

O clima, na classificação de Koppen, é mesotérmico sempre úmido Cfb, com verões frescos e invernos rigorosos, ocorrendo geadas entre maio e outubro.

A precipitação anual média é da ordem de 1450 mm com máximo em 1947, 1892 mm e mínimo em 1968, 879 mm. O mes mais úmido é fevereiro com média 203 mm e o mais seco julho, com média 82.8 mm.

A vegetação é do tipo floresta latifoliada tropical úmida de encosta, quase sempre densa e formada por árvores de 25 a 30 metros de altura com grossos troncos.

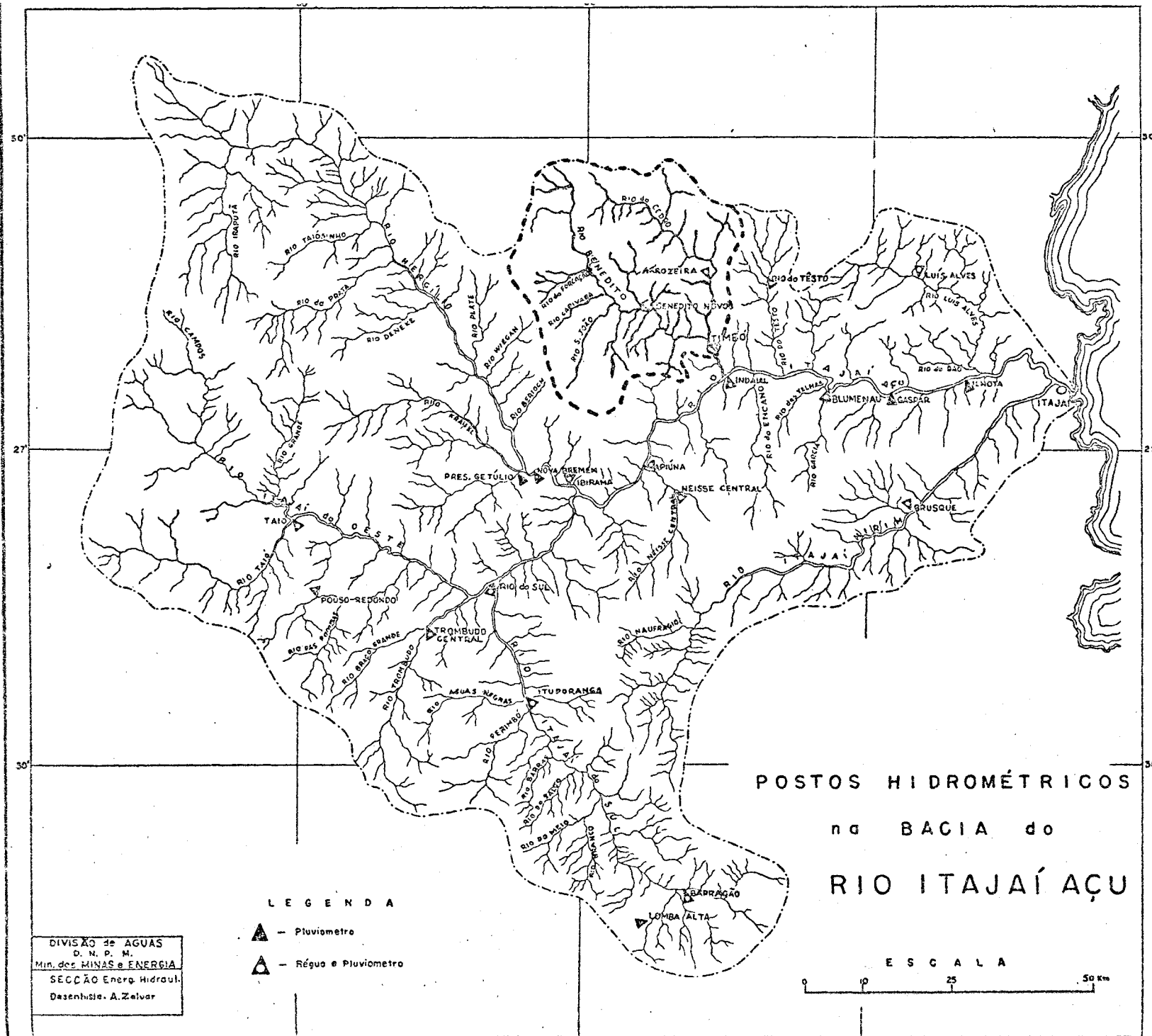


FIGURA 1

DIVISÃO de AGUAS
 D. N. P. M.
 Min. das MINAS e ENERGIA
 SEÇÃO Ener. Hidraul.
 Desenhista. A. Zelvar

LEGENDA
 ▲ - Pluviometro
 ◻ - Régua e Pluviometro

POSTOS HIDROMÉTRICOS
 na BACIA do
 RIO ITAJAÍ AÇU

ESCALA
 0 10 25 50 Km

4.1.2 - DADOS HISTÓRICOS - ANÁLISE PRELIMINAR

As séries históricas existentes de precipitação e escoamento, se referem ao período de janeiro de 1942 a dezembro de 1969.

As precipitações mensais determinadas para a bacia, são deduzidas a partir dos resultados dos pluviômetros localizados em Timbó, Benedito Novo e Arroeira, situados bastante próximos um do outro e por isso, apresentando séries de precipitação mensal bastante semelhantes.

Os valores representativos da precipitação mensal sobre a bacia, são apresentados na planilha 1, com os valores totais calculados e a média, desvio padrão e coeficiente de assimetria das precipitações em cada mes.

A planilha 2 apresenta os mesmos parâmetros considerando a série de escoamento mensal. Para cada ano é apresentado o escoamento mensal médio.

As séries de escoamento e precipitação mensal são plotadas simultaneamente no gráfico 1.

Os cálculos e gráficos desta parte são realizados pelo programa ARMPL (vide anexo 5).

A análise do gráfico indica o alto grau de correlação entre precipitações e escoamentos mensais, como seria de se esperar, devido às condições de superfície, clima e topografia da bacia. A situação descrita na 3ª parte, pág. 54, ocorre na bacia.

O gráfico 2 apresenta os valores médios mensais e desvios padrões no período, das precipitações e escoamentos. Nota-se o alto grau de dispersão dos valores em torno da média e a influência na distribuição das precipitações sobre a distribuição dos escoamentos, indicando a derivação da natureza estocástica do processo de geração de escoamentos mensais, da natureza estocástica do processo de geração de precipitações mensais, na região.

PRECIPITACAO MENSAL

* MM/MES

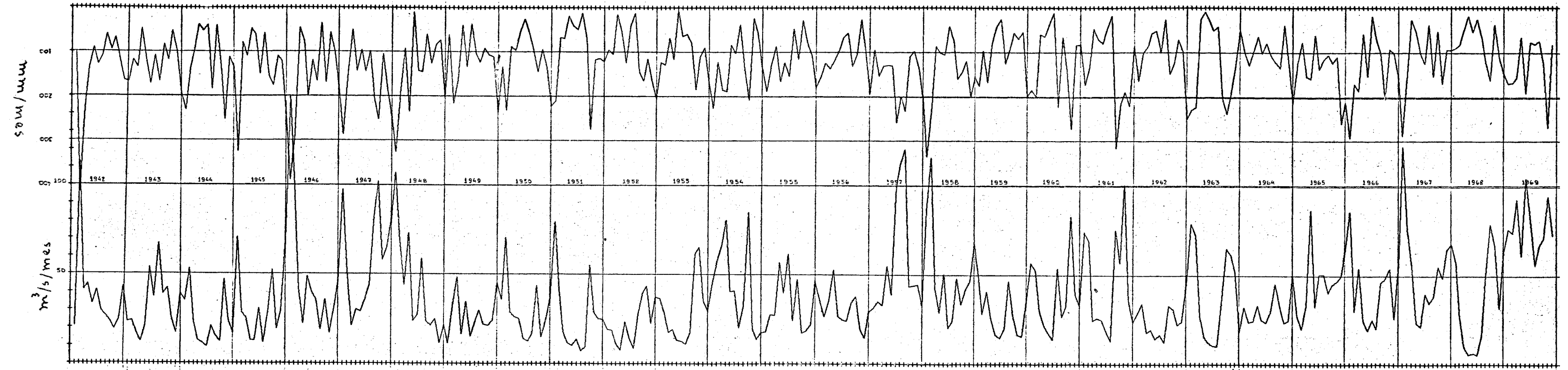
ANO	JANF	FEVE	MARC	ABRI	MAIO	JUNH	JULH	AGOS	SETE	OUTU	NOVE	DEZE	ANUAL
1942	100.	416.	227.	135.	90.	128.	108.	60.	94.	68.	118.	164.	1713.
1943	166.	117.	133.	47.	116.	171.	107.	166.	82.	118.	52.	99.	1381.
1944	194.	231.	138.	90.	38.	51.	39.	183.	41.	133.	253.	112.	1507.
1945	135.	324.	78.	109.	47.	61.	150.	57.	154.	175.	109.	120.	1525.
1946	243.	389.	286.	46.	75.	199.	118.	165.	35.	168.	56.	102.	1889.
1947	178.	286.	146.	49.	142.	95.	144.	98.	209.	252.	103.	184.	1892.
1948	249.	325.	195.	91.	234.	9.	143.	145.	59.	125.	82.	73.	1735.
1949	204.	61.	216.	164.	39.	133.	36.	104.	123.	91.	106.	110.	1391.
1950	235.	132.	231.	86.	96.	53.	25.	57.	94.	143.	92.	134.	1385.
1951	221.	209.	67.	69.	18.	40.	49.	12.	67.	274.	117.	113.	1260.
1952	120.	94.	104.	15.	53.	124.	40.	11.	145.	164.	114.	165.	1156.
1953	205.	122.	127.	68.	115.	6.	63.	59.	79.	183.	111.	89.	1232.
1954	167.	225.	122.	184.	189.	83.	101.	37.	137.	207.	22.	55.	1534.
1955	135.	188.	127.	85.	165.	123.	153.	46.	114.	26.	77.	107.	1353.
1956	178.	155.	123.	135.	117.	94.	66.	56.	131.	103.	25.	105.	1294.
1957	192.	93.	152.	129.	128.	128.	258.	198.	231.	109.	96.	132.	1852.
1958	204.	335.	233.	85.	100.	104.	40.	72.	159.	144.	119.	198.	1797.
1959	153.	174.	95.	166.	75.	40.	24.	123.	93.	54.	67.	53.	1122.
1960	198.	183.	199.	57.	63.	34.	8.	222.	63.	139.	271.	81.	1523.
1961	80.	171.	130.	45.	69.	78.	43.	16.	315.	213.	189.	219.	1572.
1962	85.	162.	99.	85.	56.	50.	98.	24.	146.	122.	70.	95.	1097.
1963	249.	228.	222.	23.	7.	24.	48.	40.	204.	237.	185.	128.	1600.
1964	48.	97.	126.	94.	61.	100.	77.	105.	120.	133.	37.	126.	1130.
1965	213.	123.	75.	151.	157.	58.	136.	113.	103.	122.	108.	259.	1623.
1966	211.	291.	169.	185.	55.	151.	16.	68.	99.	204.	90.	99.	1643.
1967	155.	286.	159.	23.	49.	99.	122.	35.	151.	50.	167.	91.	1392.
1968	91.	87.	80.	46.	15.	50.	21.	61.	118.	160.	34.	109.	879.
1969	144.	167.	167.	154.	63.	189.	73.	78.	71.	121.	267.	79.	1576.
MED.	170.1	203.0	151.4	93.9	87.3	88.8	82.8	86.6	123.2	144.6	112.4	122.0	
DPD.	54.8	96.7	56.7	50.4	54.5	52.2	57.0	58.9	61.4	60.4	67.9	48.0	
CAS.	-0.50	0.60	0.54	0.33	0.89	0.42	1.08	0.81	1.27	0.20	1.09	1.21	

ESCOAMENTO MEDIO MENSAL

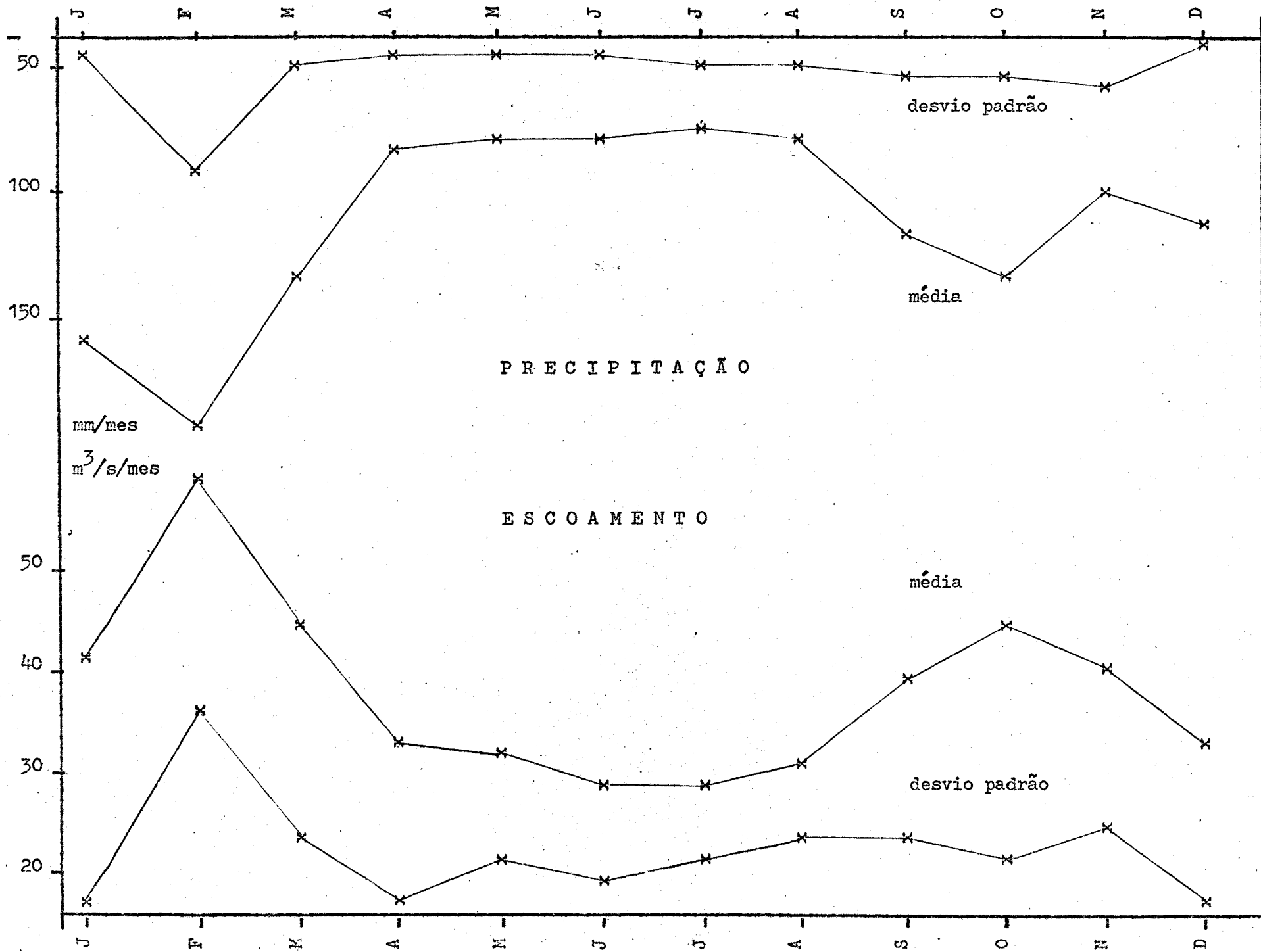
M**3/S

ANO	JANE	FEVE	MARC	ABRI	MAIO	JUNH	JULH	AGOS	SETE	OUTU	NOVE	DEZE	ANUAL
1942	20.2	113.0	40.9	44.1	33.4	41.0	29.2	26.4	23.4	19.0	24.5	42.9	38.1
1943	23.1	24.0	16.6	12.1	20.6	53.7	37.0	67.0	38.5	42.0	25.1	16.9	31.3
1944	38.8	35.0	52.8	22.6	12.7	11.1	9.2	20.9	15.0	12.1	46.7	23.9	25.0
1945	17.1	70.6	28.2	25.5	12.7	17.6	30.7	11.7	28.8	52.2	19.3	29.1	28.2
1946	68.5	150.0	99.6	41.6	22.2	48.4	39.8	35.6	18.9	35.5	17.0	30.8	50.6
1947	45.2	97.6	51.4	21.0	30.3	28.9	35.4	43.7	82.4	102.0	57.8	64.9	55.0
1948	81.2	107.0	68.7	44.0	73.0	23.8	27.1	58.7	23.7	21.4	24.9	11.6	47.0
1949	21.4	11.5	32.1	48.2	16.4	34.5	15.2	23.2	29.8	21.9	21.4	24.1	24.9
1950	45.0	35.8	70.5	28.7	26.2	25.1	14.0	12.7	16.8	43.6	14.9	23.9	29.7
1951	36.9	79.4	41.3	17.7	11.7	10.1	13.6	7.3	9.6	55.0	28.7	25.2	28.0
1952	24.9	19.4	18.9	11.4	7.9	23.4	14.1	8.9	27.8	39.7	43.4	22.7	21.8
1953	37.4	36.5	28.9	17.8	19.2	13.3	12.6	11.1	17.7	61.6	65.3	35.2	29.7
1954	29.6	45.2	57.3	66.2	80.8	40.7	41.0	20.2	32.7	85.3	19.7	14.0	44.3
1955	17.4	18.2	27.6	27.5	56.9	39.8	61.8	24.4	47.5	17.4	18.8	22.3	31.6
1956	46.2	35.8	26.6	35.5	52.9	26.8	24.8	24.1	34.5	37.9	19.6	14.9	31.6
1957	29.5	31.5	35.0	32.9	55.0	39.1	100.0	113.0	121.0	43.8	44.1	44.8	57.4
1958	32.5	86.5	116.0	42.7	29.1	50.7	20.5	24.6	48.3	33.7	41.9	46.6	47.7
1959	68.1	50.3	28.4	41.0	25.3	16.8	15.0	20.4	46.8	27.6	16.8	15.7	31.0
1960	35.4	57.0	52.9	30.6	22.0	17.7	14.1	54.0	27.0	33.1	33.3	39.3	38.8
1961	33.2	74.3	69.2	24.9	26.2	25.2	18.8	13.4	75.8	57.2	101.0	36.0	46.2
1962	24.2	28.7	34.2	18.4	19.9	14.7	17.0	12.9	33.2	31.2	22.7	24.3	23.4
1963	45.7	79.3	73.2	27.6	15.7	12.8	11.0	10.7	37.8	65.4	61.8	51.9	41.0
1964	18.8	32.6	24.2	24.9	33.5	25.3	24.0	29.7	45.5	33.3	23.9	25.2	28.4
1965	50.4	27.8	20.4	33.1	87.2	32.8	50.8	50.8	40.6	45.3	46.9	50.0	44.6
1966	65.1	86.2	30.2	54.3	25.0	19.5	25.5	20.6	46.2	48.5	54.1	26.2	41.7
1967	56.5	123.0	76.7	55.7	23.7	21.5	39.8	34.9	38.4	55.1	48.7	65.0	53.2
1968	67.9	58.2	26.8	10.2	6.2	6.7	5.7	16.8	50.7	79.1	67.1	32.0	35.6
1969	63.8	76.2	74.2	93.0	61.1	105.0	81.2	56.0	67.4	71.2	94.7	72.9	76.3
MED.	40.8	60.3	47.2	34.0	32.3	29.3	29.6	30.4	40.2	45.3	41.2	33.2	
DPD.	18.3	35.7	25.5	18.2	22.2	19.6	21.9	23.2	23.5	21.5	24.5	16.3	
CAS.	0.55	0.72	1.01	1.36	1.19	2.21	1.79	1.92	1.75	0.78	0.93	0.92	

PRECIPITAÇÃO MENSAL



ESCOAMENTO MENSAL



4.2 - APLICAÇÃO DO MODELO DE GERAÇÃO DE PRECIPITAÇÕES MENSALS

O modelo proposto na 2ª parte é aplicado à bacia do rio Benedito.

O critério da falsidade de Popper é aplicado a todos os postulados enunciados através dos testes χ^2 , t e F.

Conclusões a respeito da capacidade de adaptação do modelo ao mundo real são tiradas a cada passo.

4.2.1 - AJUSTAMENTO DA SÉRIE DE PRECIPITAÇÕES MENSALS A DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRÃO

Por intermédio dos programas VRDN e AJUP (vide anexo 5), as séries de precipitação em cada mes, são ajustadas a distribuição normal, pelo processo Stidd.

Pelo programa AJUP, o valor z_0 é ajustado por tentativas de modo a se conseguir um valor máximo para o coeficiente de correlação e um valor mínimo para o erro padrão do ajustamento, estimadores do ajustamento dos valores à uma reta e da dispersão dos pontos em torno desta.

Os parâmetros ajustados são representados na planilha 3.

PLANILHA 3

AJUSTAMENTO PRECIPITAÇÃO LEI NORMAL

MES	c	1/c	Z ₀	S	R	EP	$\overline{\log P}$
JANEIRO	1.278	0.782	-2.26	320.8	0.992	0.021	2.203
FEVEREIRO	0.237	4.207	-7.83	0.442	0.993	0.025	2.258
MARÇO	0.305	3.275	-7.96	0.573	0.990	0.023	2.150
ABRIL	0.517	1.934	-3.02	3.332	0.988	0.043	1.897
MAIO	0.606	1.651	-2.37	6.019	0.991	0.046	1.841
JUNHO	0.628	1.593	-2.24	7.129	0.990	0.050	1.844
JULHO	0.333	2.995	-3.69	1.120	0.992	0.044	1.804
AGOSTO	0.314	3.183	-3.88	0.991	0.989	0.051	1.823
SETEMBRO	0.264	3.790	-7.12	0.489	0.992	0.028	2.041
OUTUBRO	1.006	0.994	-2.23	66.79	0.992	0.028	2.114
NOVEMBRO	0.343	2.914	-4.38	1.108	0.984	0.050	1.971
DEZEMBRO	0.318	3.140	-7.96	0.571	0.979	0.033	2.057

Equação de ajustamento : $P^c = S (Z - Z_0)$

c : "potencia normalizante"

P : altura mensal precipitada

S : estimativa do desvio padrão dos valores P^c

Z e Z_0 : variáveis reduzidas (vide pag. 47)

R : coeficiente de correlação entre $\log P$ e $\log (Z - Z_0)$

EP : erro padrão da estimativa de $\log P$

$\overline{\log P}$: média dos valores de $\log P$

PRECIPITACAO MENSAL
VARIABLES REDUZIDAS A DISTRIBUICAO NORMAL PADRAO

ANO	JANE	FEVE	MARC	ABRI	MAIO	JUNH	JULH	AGOS	SETE	OUTU	NOVE	DEZE
1942	-1.12	1.65	1.19	0.79	0.19	0.72	0.58	-0.21	-0.32	-1.17	0.26	0.94
1943	-0.10	-0.80	-0.16	-0.80	0.61	1.32	0.57	1.16	-0.55	-0.39	-0.85	-0.36
1944	0.37	0.42	-0.08	0.07	-0.83	-0.56	-0.64	1.31	-1.66	-0.16	1.65	-0.08
1945	-0.60	1.11	-1.33	0.40	-0.63	-0.36	1.08	-0.26	0.61	0.49	0.15	0.09
1946	1.26	1.50	1.86	-0.83	-0.07	1.67	0.71	1.15	-1.86	0.39	-0.76	-0.29
1947	0.11	0.85	0.05	-0.75	0.99	0.22	1.01	0.39	1.26	1.69	0.05	1.27
1948	1.36	1.12	0.77	0.09	2.17	-1.64	1.00	0.94	-1.09	-0.28	-0.26	-1.08
1949	0.55	-1.81	1.05	1.18	-0.82	0.80	-0.72	0.47	0.17	-0.81	0.11	-0.11
1950	1.11	-0.59	1.24	0.01	0.29	-0.52	-1.04	-0.25	-0.32	0.00	-0.09	0.39
1951	0.85	0.23	-1.64	-0.32	-1.38	-0.80	-0.40	-1.65	-0.88	2.03	0.25	-0.04
1952	-0.82	-1.16	-0.74	-1.77	-0.50	0.66	-0.60	-1.67	0.49	0.31	0.22	0.97
1953	0.57	-0.73	-0.28	-0.34	0.59	-1.78	-0.10	-0.23	-0.62	0.62	0.17	-0.61
1954	-0.07	0.37	-0.38	1.45	1.62	0.02	0.49	-0.72	0.38	0.99	-1.72	-1.66
1955	-0.60	0.03	-0.27	-0.02	1.31	0.65	1.11	-0.49	0.03	-1.80	-0.35	-0.17
1956	0.11	-0.32	-0.35	0.79	0.62	0.21	-0.05	-0.29	0.29	-0.62	-1.64	-0.24
1957	0.34	-1.17	0.15	0.70	0.78	0.73	2.02	1.44	1.49	-0.53	-0.04	0.33
1958	0.55	1.18	1.26	-0.01	0.35	0.37	-0.61	-0.00	0.68	0.00	0.28	1.49
1959	-0.31	-0.10	-0.94	1.22	-0.07	-0.80	-1.07	0.70	-0.34	-1.38	-0.53	-1.74
1960	0.44	-0.01	0.83	-0.56	-0.30	-0.94	-1.83	1.63	-0.99	-0.07	1.80	-0.83
1961	-1.40	-0.14	-0.22	-0.84	-0.19	-0.06	-0.52	-1.45	2.21	1.08	1.08	1.79
1962	-1.33	-0.24	-0.84	-0.00	-0.44	-0.59	0.45	-1.12	0.51	-0.32	-0.49	-0.47
1963	1.36	0.39	1.14	-1.46	-1.81	-1.18	-0.41	-0.64	1.20	1.45	1.04	0.26
1964	-1.79	-1.10	-0.30	0.14	-0.34	0.30	0.12	0.49	0.13	-0.15	-1.25	0.22
1965	0.71	-0.71	-1.42	1.02	1.19	-0.42	0.92	0.59	-0.15	-0.33	0.13	2.32
1966	0.68	0.89	0.41	1.45	-0.46	1.04	-1.39	-0.06	-0.23	0.94	-0.14	-0.37
1967	-0.27	0.85	0.24	-1.47	-0.59	0.28	0.76	-0.76	0.57	-1.44	0.85	-0.57
1968	-1.24	-1.27	-1.30	-0.82	-1.49	-0.57	-1.17	-0.19	0.10	0.26	-1.33	-0.14
1969	-0.45	-0.18	0.37	1.05	-0.31	1.54	0.07	0.10	-0.80	-0.35	1.76	-0.90

Os resultados obtidos foram bastante satisfatórios, com o coeficiente de correlação da ordem de 0,99 em todos os meses e pequena dispersão.

Os meses que apresentaram o valor do expoente normalizante c mais próximo de $1/3$, e conseqüentemente distribuição mais próxima da " raiz-cúbico normal", foram março, julho, agosto, novembro e dezembro. No entanto, os meses restantes apresentaram valores um tanto afastados de $1/3$, o que demonstra a temeridade de se aplicar a transformação " raiz-cúbico normal" a dados de precipitação, indiscriminadamente.

Por intermédio do expoente normalizante calculado em cada mes, os dados de precipitação podem ser reduzidos à distribuição normal padrão. Esses valores são apresentados na planilha 3a.

4.2.2 - TESTE DE ALEATORIEDADE DAS SÉRIES DE PRECIPITAÇÕES MENSALS

A aleatoriedade das precipitações mensais é testada através do programa RAND que utiliza as subrotinas ENCAD, COCSE e FSHER (vide anexo 5). Os dados de entrada são as precipitações mensais " in natura ".

Os métodos de análise são os testes de encadeamento e os testes de significância dos coeficientes de autocorrelação.

Os resultados são apresentados nas planilhas 4 e 5 juntamente com os testes de hipótese cabíveis.

A/ - No teste de encadeamento para cima e para baixo existe um excesso de encadeamentos de comprimento 3 que se reflete na diminuição de encadeamentos de comprimento 1. Apesar desta discrepância, a hipótese nula, série histórica é aleatória, é aceita ao nível de significância 5%, através do teste χ^2 .

B/ - O segundo tipo de encadeamentos, encadeamento acima e abaixo da média, apresenta um excesso de encadeamentos de comprimento 4,5, 6 e 7. A hipótese nula é rejeitada ao nível 5%, mas aceita ao nível 1%, segundo teste χ^2 .

TESTE DE ENCADEAMENTOS
 ENCADEAMENTOS PARA BAIXO E PARA CIMA

Comprimento	Nº esperado	Nº efetivo	$\frac{(N^{\circ} \text{ esp} - N^{\circ} \text{ efe})^2}{N^{\circ} \text{ efe}}$
1	140	132	0.457143
2	61	61	0
3	18	21	0.500000
4 e 5	5	4	0.200000
TOTAL	223	218	1.157143

χ^2 Teórico a 5% e 3 graus liberdade : 7.815

ENCADEAMENTOS ACIMA E ABAIXO DA MÉDIA

Comprimento	Nº esperado	Nº efetivo	$\frac{(N^{\circ} \text{ esp} - N^{\circ} \text{ efe})^2}{N^{\circ} \text{ efe}}$
1	85	69	3.0118
2	42	29	4.0238
3	21	19	0.1905
4	10	15	2.5000
5	5	7	0.8000
6,7 e 8	5	7	0.8000
TOTAL	168	146	11.3261

χ^2 Teórico a 5% e 5 graus de liberdade : 11.07

TESTES DE SIGNIFICANCIA DO COEFICIENTE DE AUTOCORRELAÇÃO

COEFICIENTE DE AUTOCORRELAÇÃO : 0.2638

1 - HIPÓTESE : $E[R] = 0$

Quociente de Ensaio : $\frac{R}{S_r}$; $S_r^2 = \frac{1 - R^2}{N - 1}$

$S_r^2 = 0.002786$

QE = 4.99

Valor Limite : 1.96 a 5% (tabela 1 do anexo 6)

2 - HIPÓTESE : $E[R] \neq 0$

Valor transformado seg. FISHER : 0.2704

Limites de Tolerancia a 334 graus de liberdade

0.16267

0.37813

(tabela 45 do anexo 6)

C/ - O coeficiente de autocorrelação R é testado quanto a sua significância através de dois caminhos. (vide anexo 2).

a) no primeiro aceita-se em princípio a hipótese que o valor esperado de R é zero.

Os valores de R serão distribuídos normalmente com estimativa do desvio padrão igual a 0.0528.

A variável reduzida correspondente será 4,99.

Para graus de liberdade maiores que 200 a distribuição de Student se aproxima sensivelmente da distribuição normal padrão, e os valores limites serão retirados desta.

Os mesmos, ao nível de significância 5% são $\pm 1,96$; consequentemente R é significativamente diferente de zero.

b) no segundo teste parte-se do pressuposto que o valor esperado de R é significativamente diferente de zero e as estimativas de R não se distribuirão normalmente.

A transformação de Fisher é aplicada, e encontrados os limites de confiança do valor R.

Esses limites, ao nível 5% são 0,16267 e 0,37813; como excluem o valor zero, o coeficiente de autocorrelação é significativamente diferente de zero.

Os resultados obtidos indicam a existência de pequena autocorrelação na série de precipitações mensais. Contudo, os testes de aleatoriedade de uma série através do coeficiente de autocorrelação, baseiam-se no pressuposto de que a população representada por esta série amostral é uma população de distribuição normal.

A série amostral da população das precipitações mensais distribui-se normalmente apenas no sentido aproximado e, consequentemente, existem restrições teóricas relativamente aos resultados dos testes do coeficiente de autocorrelação.

Os testes de encadeamentos, sendo "independentes de distribuição", apresentam resultados mais significativos do ponto de vista teórico. Entretanto existem algumas limitações a estes testes. Os mesmos são efetivos apenas quando o grau de não-aleatoriedade é grande, produzindo muitos ou poucos encadeamentos. Particularmente, não será possível descobrir certos tipos de não-aleatoriedade de natureza cíclica. Existem ainda outros tipos de não-aleatoriedade que apresentariam números iguais de encadeamentos efetivos e esperados, ocasionando interpretações errôneas (Grace et al, 1966).

CONCLUSÃO: Admitindo-se a hipótese da existência de autocorrelação na série de precipitação mensal, esta autocorrelação poderá existir em todos os meses ou apenas em determinados meses.

Por intermédio de uma regressão entre os dados normalizantes de determinado mes para os dados normalizados do mes anterior, são determinados em cada mes, o coeficiente beta de regressão, o valor t para a hipótese do mesmo ser significativamente nulo, o valor do coeficiente de correlação entre os meses em causa (que no caso de regressão entre valores com variância 1 é igual ao valor absoluto do coeficiente beta), o erro padrão da estimativa; estes parâmetros são apresentados na planilha 6.

O valor crítico do coeficiente de correlação é $|0,3739|$, ao nível de significância 5%. A esse nível, o mes de setembro é significativamente autocorrelacionado com agosto.

Ao nível 5%, o coeficiente beta da regressão entre precipitações mensais em setembro e agosto, é significativamente diferente de zero, segundo teste t.

Observa-se que cada série de precipitações mensais em determinado mes, por exemplo as séries de precipitação mensal em setembro, pode ser considerada como uma série amostral da população das precipitações no mes em causa. Como os valores das precipitações mensais são normalizados, teoricamente os testes dos coeficientes de correlação, do coeficiente beta de regressão e da variância da estimativa, não apresentam qualquer restrição teórica, ao contrário dos testes anteriores. A única restrição que pode ser feita se relaciona ao tamanho destas séries amostrais, 28 valores, que representa a

COEFICIENTES DE AUTOCORRELAÇÃO ENTRE AS SÉRIES MENSAIS DE PRECIPITAÇÃO

MES	COEF. BETA	VALOR T	ERRO PADRÃO
JAN	0.084	0.458	0.901
FEV	0.238	1.205	0.912
MAR	0.347	1.873	0.885
ABR	-0.060	0.311	0.930
MAI	0.335	1.749	0.910
JUN	0.028	0.150	0.922
JUL	0.227	1.167	0.916
AGO	0.102	0.531	0.928
SET	-0.436	2.443	0.850
OUT	0.167	0.855	0.943
NOV	0.065	0.333	0.950
DEZ	0.207	1.056	0.953

duodécima parte do tamanho da série de precipitações mensais original.

Conclui-se finalmente, pela significância da correlação entre as precipitações mensais de setembro em relação a agosto e pela aleatoriedade das precipitações mensais nos demais meses.

4.2.3 - GERAÇÃO DE SÉRIES SINTÉTICAS DE PRECIPITAÇÕES MENSAIS

Considerando-se as transformações que ajustam a distribuição empírica dos dados de precipitação à distribuição normal padrão e a correlação das precipitações com o mes anterior, cuja significância é aceita apenas em setembro, são geradas 20 sequências sintéticas de precipitação mensais, para períodos de 100 anos, através do programa GEPRE. (vide anexo 5).

Nas planilhas 6,7 e 8, são apresentados para cada série, respectivamente a média, desvio padrão e o coeficiente de assimetria das precipitações mensais em cada mes.

Foi escolhida ao acaso uma série de uma das séries geradas e calculado o seu coeficiente de autocorrelação.

Em seguida, esses dados serão analisados.

PRECIPITAÇÃO MENSAL

MÉDIAS

MES	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SÉRIE HISTÓRICA	170.1	203.0	151.4	93.9	87.3	88.8	82.8	86.6	123.2	144.6	112.4	122.0
SÉRIES GERADAS												
1ª	176.7	199.5	153.6	90.4	95.2	93.5	94.8	88.6	122.2	144.2	102.8	123.5
2ª	176.5	200.4	149.1	86.6	88.4	96.9	95.7	92.9	114.7	138.0	110.4	131.3
3ª	176.8	199.7	148.5	86.7	79.1	94.3	80.5	96.2	125.1	147.1	109.7	129.3
4ª	162.7	205.2	153.2	97.5	88.1	94.1	87.1	85.2	126.5	141.4	107.0	124.3
5ª	170.4	205.0	146.4	88.5	90.2	92.2	82.7	77.6	128.1	148.8	115.2	128.3
6ª	182.7	201.9	150.1	86.7	83.9	105.1	87.4	94.2	113.5	135.6	111.4	124.3
7ª	173.0	211.3	145.7	80.0	91.4	88.4	89.5	95.8	123.8	142.8	106.7	119.3
8ª	164.8	204.2	151.2	93.8	88.9	91.9	87.1	90.6	127.7	141.8	109.8	122.0
9ª	174.5	214.9	151.1	88.6	89.4	99.7	89.3	89.6	120.4	139.7	113.1	116.0
10ª	169.4	182.3	142.8	92.9	92.3	97.2	86.1	72.0	131.4	143.4	126.2	131.5
11ª	162.5	210.8	156.8	96.0	88.2	89.5	93.0	94.8	128.6	142.6	107.8	120.1
12ª	168.3	211.0	150.5	99.6	85.3	96.3	81.1	82.3	125.8	142.2	109.6	123.5
13ª	163.3	189.7	148.1	94.4	90.0	100.0	84.1	90.4	121.6	141.1	113.9	123.5
14ª	178.7	208.1	147.5	81.2	86.8	93.4	99.2	98.8	109.6	141.7	107.6	126.6
15ª	173.1	186.2	143.4	92.0	88.2	95.2	89.4	91.4	124.0	138.5	109.8	122.3
16ª	165.5	201.7	152.3	96.5	86.6	89.4	84.1	91.5	124.7	141.3	113.8	121.7
17ª	167.1	200.1	151.2	86.4	90.0	95.7	81.5	94.4	118.0	151.5	117.4	129.0
18ª	185.8	215.8	151.5	87.6	81.8	99.2	86.1	96.4	116.2	136.7	113.5	118.7
19ª	164.1	201.2	153.5	96.7	91.4	84.4	84.1	101.1	125.8	142.7	109.8	116.5
20ª	173.2	197.9	156.0	98.2	87.3	83.9	91.1	83.4	126.8	146.8	106.1	126.5

PRECIPITAÇÃO MENSAL

DESVIOS PADRÕES

MES	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SÉRIE HISTÓRICA	54.8	96.7	56.7	50.4	54.5	52.2	57.0	58.9	61.4	60.4	67.9	48.0
SÉRIES GERADAS												
1ª	56.9	107.3	58.1	51.7	56.9	61.8	71.5	73.1	63.1	65.6	62.7	47.5
2ª	58.4	104.2	54.7	51.4	58.6	53.1	68.2	72.7	54.4	68.8	75.6	44.7
3ª	64.5	115.7	55.1	49.1	55.9	57.9	57.4	71.2	68.5	65.1	69.4	52.3
4ª	60.9	113.3	52.8	54.0	60.9	60.5	57.1	62.5	57.9	66.6	63.7	45.9
5ª	62.2	116.1	56.9	49.5	57.5	57.7	64.2	62.7	63.0	63.0	69.8	51.5
6ª	57.7	97.8	59.4	49.9	56.7	59.3	72.6	72.7	49.5	67.1	66.9	43.0
7ª	56.4	136.2	62.3	56.6	54.6	54.1	65.6	67.2	64.2	59.3	74.4	44.6
8ª	59.5	108.8	59.3	53.1	55.9	59.6	67.6	71.6	72.2	60.8	67.9	48.0
9ª	57.9	111.2	54.4	47.4	58.3	58.3	66.1	63.0	64.8	62.9	70.8	45.9
10ª	60.4	84.2	55.3	51.7	56.8	61.8	66.5	58.8	66.2	65.5	87.5	56.7
11ª	63.6	106.0	58.6	52.6	56.4	61.9	66.5	74.6	65.2	64.7	74.4	46.5
12ª	66.8	118.8	53.6	54.9	57.0	57.2	56.5	58.8	56.3	63.9	65.1	49.1
13ª	65.6	110.0	58.4	51.1	52.8	58.5	60.6	67.5	70.8	65.0	71.0	49.1
14ª	66.1	114.7	52.4	47.4	52.0	60.8	76.0	50.0	55.1	62.7	68.7	45.2
15ª	61.3	108.5	60.3	52.1	55.9	55.8	54.0	73.0	62.4	65.6	60.6	47.5
16ª	60.5	100.1	54.6	57.2	54.6	56.3	55.1	67.7	67.7	61.3	63.5	49.8
17ª	63.8	110.5	61.7	49.4	57.7	57.3	62.1	77.8	61.1	64.1	80.0	51.4
18ª	57.3	112.9	60.5	50.6	52.2	62.0	62.4	70.2	55.3	64.1	77.9	43.6
19ª	59.0	102.1	58.9	50.1	59.5	55.6	67.4	72.6	65.9	65.6	69.9	48.3
20ª	60.6	104.1	62.6	62.6	53.1	53.9	73.7	65.1	62.9	65.2	71.5	47.7

PRECIPITAÇÃO MENSAL

ASSIMETRIAS

MES	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SÉRIE HISTÓRICA	-0.50	0.60	0.54	0.33	0.89	0.42	1.08	0.81	1.27	0.20	1.09	1.21
SÉRIES GERADAS												
1ª	-0.17	1.07	0.87	0.94	0.53	1.06	1.03	1.35	1.12	0.03	0.92	0.56
2ª	-0.14	0.69	0.51	0.53	0.85	0.27	1.05	1.25	0.57	0.31	1.75	0.64
3ª	-0.37	1.24	0.69	0.68	1.33	0.58	0.69	1.23	0.79	0.22	0.91	0.71
4ª	-0.11	1.31	0.33	0.28	0.65	0.67	0.79	0.98	0.73	-0.08	0.76	0.21
5ª	-0.16	0.91	0.96	0.77	0.77	0.70	1.23	1.26	1.01	-0.15	0.92	1.16
6ª	-0.34	0.69	0.83	0.26	1.07	0.32	1.90	1.13	0.44	0.32	0.97	0.30
7ª	-0.05	2.12	0.87	0.93	0.34	0.67	1.27	1.21	1.05	0.07	1.51	0.34
8ª	-0.24	1.35	1.14	0.87	1.01	0.91	1.43	1.15	1.14	0.30	1.10	0.41
9ª	-0.29	1.03	0.53	0.75	0.72	0.26	1.14	0.85	1.06	0.25	1.11	0.63
10ª	-0.09	0.83	0.57	0.49	0.64	0.84	1.60	1.41	0.72	-0.06	2.19	1.01
11ª	-0.34	0.54	0.56	0.59	1.06	0.78	0.93	1.53	0.71	0.16	1.72	0.67
12ª	-0.47	0.81	0.24	0.62	0.77	0.42	0.82	1.04	0.77	-0.02	0.81	0.62
13ª	-0.45	1.25	0.37	0.43	0.67	0.66	1.09	0.87	1.24	0.04	1.22	0.87
14ª	-0.39	1.18	0.81	0.78	0.38	0.58	1.29	2.68	0.75	-0.12	0.91	0.88
15ª	-0.26	1.56	0.70	0.37	0.59	0.98	0.54	1.69	0.76	0.14	0.38	0.69
16ª	-0.24	0.86	0.27	0.31	0.54	0.57	0.92	0.75	1.03	0.01	0.67	0.25
17ª	-0.03	1.34	0.69	0.77	0.70	0.68	1.39	1.99	1.45	-0.03	1.55	0.65
18ª	-0.44	0.85	0.93	0.32	0.54	0.59	1.45	1.01	0.85	0.32	1.33	0.41
19ª	-0.42	0.55	0.60	0.72	0.62	1.01	1.72	0.92	0.78	0.20	0.87	1.22
20ª	-0.05	1.45	1.10	0.85	0.41	0.61	1.58	1.15	0.52	0.01	1.45	0.46

TESTE DAS VARIANÇAS:

As variâncias das séries geradas são testadas quanto a hipótese de que $\sigma_h = \sigma_g$, onde σ_g é a variância da população da série gerada e σ_h é a variância da população da série histórica (vide anexo 2).

Os valores limites dos desvios padrões, entre os quais a hipótese $\sigma_h = \sigma_g$ é aceita ao nível de significância 5%, são calculados e apresentados na planilha 9.

Rejeições somente ocorrem nos meses de fevereiro e agosto, em uma das 20 séries de cada um dos mesmos. Estas séries apresentaram valores de desvio padrão respectivamente iguais a 136,2 e 90,9, e os mesmos ocasionam a rejeição da série naquele mes ao nível da significância 5%.

Contudo ao nível de significância 1% apenas a série de agosto é rejeitada.

TESTE DAS MÉDIAS:

Para as séries em que ocorre a aceitação da hipótese anterior é testada a hipótese $u_h = u_g$, onde u_g é o valor esperado da população da série gerada e u_h é o valor esperado da população da série histórica (vide anexo 2)

Conclui-se pela não rejeição de nenhuma das séries, ao nível de significância 5%.

TESTE DO COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO:

Na planilha 10 é apresentado o teste da hipótese $\rho_h = \rho_g$, sendo ρ_h o coeficiente de autocorrelação da população da série histórica, e ρ_g o da série gerada. (vide anexo 2).

A hipótese é aceita ao nível de significância de 5%.

4.2.4 - COMENTÁRIOS:

As mesmas restrições que foram enunciadas no item 4.2.2 são aqui aplicáveis. Os testes estatísticos utilizados, devem ser aplicados a populações que tenham distribuição normal. A população das precipitações normais distribui-se normalmente apenas no sentido aproximado, o que não impede porém, que os testes sejam aplicados havendo consciência da restrição abordada.

O modelo proposto para geração de precipitações mensais é apto a gerar séries sintéticas que possuam aproximadamente as mesmas características estatísticas da série histórica.

VALORES LIMITES PARA O DESVIO PADRÃO DA SÉRIE MENSAL DE PRECIPITAÇÃO
GERADA EM CADA MES AO NÍVEL DE SIGNIFICANCIA 5 %

MES	LIMITE SUPERIOR	LIMITE INFERIOR
JAN	72	43
FEV	128	77
MAR	75	45
ABR	67	40
MAI	72	43
JUN	69	41
JUL	75	45
AGO	78	46
SET	81	48
OUT	80	48
NOV	90	54
DEZ	64	38

COMPARAÇÃO DOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELAÇÃO DAS SÉRIES HISTÓRICAS E GERADAS

Série Histórica (28 anos) : coeficiente de autocorrelação = 0.264

Série gerada (100 anos) : coeficiente de autocorrelação = 0.198

$$\text{Quociente de Ensaio : } \frac{|Z(R_h) - Z(R_g)|}{\frac{1}{N_h - 3} + \frac{1}{N_g - 3}}$$

(vid pag. 127)

$$QE = 1.125$$

Valor Limite a 5 % ... 1.96

4.3 - APLICAÇÃO DO MODELO DE GERAÇÃO DE ESCOAMENTOS MENSAIS

Séries de escoamentos mensais são geradas por dois modelos: o proposto na 3ª parte, no qual o componente determinístico inclui precipitação mensal e o modelo em que o componente determinístico é função apenas do escoamento no mes anterior.

Os critérios de falsidade de Popper são aplicados como no item anterior e conclusões sobre a capacidade de adaptação dos modelos, e comparações entre os mesmos, efetuadas.

4.3.1 - AJUSTAMENTO DA SÉRIE DE ESCOAMENTOS MENSAIS À DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRÃO

Através do programa AJUQ (vide anexo 5), foi ajustada a série histórica de escoamentos mensais considerando cada mes em separado, às distribuições teóricas normal, log-normal, PearsonIII e log-PearsonIII (vide anexo 1).

Para cada caso, é determinado o coeficiente de ajustamento (ou de determinação) entre os valores teóricos e os ajustados. A planilha 11 apresenta esses coeficientes.

A distribuição teórica que melhor representa a distribuição empírica dos escoamentos mensais é a distribuição log-Pearson III, em todos os meses, exceto em setembro e outubro, nos quais o melhor ajustamento se dá com a distribuição Pearson III.

Nesses meses entretanto, os valores dos coeficientes de determinação obtidos a partir das duas distribuições teóricas, pouco diferem entre si. Por questão de homogeneidade, adotou-se a distribuição log-Pearson III como aquela que melhor representa a distribuição dos valores de escoamentos mensais em todos os meses.

COEFICIENTES DE AJUSTAMENTO DAS DISTRIBUIÇÕES ESTATÍSTICAS REAIS DOS ESCOAMENTOS
 MENSAIS ÀS DISTRIBUIÇÕES ESTATÍSTICAS TEÓRICAS ESCOLHIDAS;

MES	DISTRIBUIÇÃO TEÓRICA			
	NORMAL	LOG-NORMAL	PEARSON III	LOG-PEARSON
JAN	0.943	0.971	0.964	0.972
FEV	0.936	0.970	0.968	0.977
MAR	0.893	0.965	0.952	0.968
ABR	0.889	0.977	0.972	0.978
MAI	0.857	0.970	0.944	0.970
JUN	0.780	0.974	0.965	0.975
JUL	0.804	0.974	0.965	0.976
AGO	0.790	0.974	0.974	0.980
SET	0.835	0.971	0.972	0.971
OUT	0.951	0.974	0.987	0.985
NOV	0.883	0.946	0.929	0.949
DEZ	0.916	0.977	0.971	0.977

AJUSTAMENTO DOS VALORES HISTÓRICOS DE ESCOAMENTOS MÉDIOS MENSIS
A DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRÃO

ANO	HIPÓTESE 1 / DISTRIBUIÇÃO DOS VALORES HISTÓRICOS TIPO NORMAL											
	JANE	FEVE	MARÇ	ABRI	MAIO	JUNH	JULH	AGOS	SETE	OUTU	NOVE	DEZE
1942	-1.1	1.4	-0.2	0.5	0.0	0.5	0.0	0.1	0.7	1.2	0.6	0.5
1943	-0.9	1.0	-1.2	1.2	0.5	1.2	0.3	1.5	0.0	0.1	0.6	1.0
1944	-0.1	0.7	0.2	0.6	-0.8	0.9	-0.9	0.4	1.0	1.5	0.2	0.5
1945	-1.2	0.2	-0.7	0.4	-0.8	0.8	0.0	0.8	-0.4	0.3	0.8	0.2
1946	1.5	2.5	2.0	0.4	-0.4	0.9	0.4	0.2	-0.9	0.4	0.9	0.1
1947	0.2	1.0	0.1	0.7	-0.0	0.0	0.2	0.5	1.7	2.6	0.6	1.9
1948	2.1	1.3	0.8	0.5	1.8	0.2	-0.1	1.2	-0.7	1.1	0.6	1.3
1949	-1.0	1.3	-0.5	0.7	-0.7	0.2	-0.6	0.3	-0.4	1.0	0.8	0.5
1950	0.2	0.6	0.9	0.2	-0.2	0.2	-0.7	0.7	-0.9	0.0	1.0	0.5
1951	-0.2	0.5	-0.2	0.8	-0.9	0.9	-0.7	0.9	-1.2	0.4	0.5	0.4
1952	-0.8	1.1	-1.1	1.2	-1.0	0.3	-0.7	0.9	-0.5	0.2	0.0	0.6
1953	-0.1	0.6	-0.7	0.8	-0.5	0.8	-0.7	0.8	-0.9	0.7	0.9	0.1
1954	-0.6	0.4	0.3	1.7	2.1	0.5	0.5	0.4	-0.3	1.8	0.8	1.1
1955	-1.2	1.1	-0.7	0.3	1.1	0.5	1.4	0.2	0.3	1.3	0.9	0.6
1956	0.2	0.6	-0.8	0.0	0.9	0.1	-0.2	0.2	-0.2	0.3	0.8	1.1
1957	-0.6	0.8	-0.4	0.0	1.0	0.4	3.2	3.5	3.4	0.0	0.1	0.7
1958	-0.4	0.7	2.6	0.4	-0.1	1.0	-0.4	0.2	0.3	0.5	0.0	0.8
1959	1.4	0.2	-0.7	0.3	-0.3	0.6	-0.6	0.4	0.2	0.8	0.9	1.0
1960	-0.2	0.0	0.2	0.1	-0.4	0.5	-0.7	1.0	-0.5	0.5	1.7	0.3
1961	-0.4	0.3	0.8	0.5	-0.2	0.2	-0.4	0.7	1.5	0.5	2.4	0.1
1962	-0.9	0.8	-0.5	0.8	-0.5	0.7	-0.5	0.7	-0.2	0.6	0.7	0.5
1963	0.2	0.5	1.0	0.3	-0.7	0.8	-0.8	0.8	-0.1	0.9	0.8	1.1
1964	-1.2	0.7	-0.9	0.5	0.0	0.2	-0.2	0.0	0.2	0.5	0.7	0.4
1965	0.5	0.9	-1.0	0.0	2.4	0.1	0.9	0.8	0.0	0.0	0.2	1.0
1966	1.3	0.7	-0.6	1.1	-0.3	0.4	-0.1	0.4	0.2	0.1	0.5	0.4
1967	0.8	1.7	1.1	1.1	-0.3	0.3	0.4	0.1	-0.0	0.4	0.3	1.9
1968	1.4	0.0	-0.8	1.3	-1.1	1.1	-1.0	0.5	0.4	1.5	1.0	0.0
1969	1.2	0.4	1.0	3.2	1.2	3.8	2.3	1.0	1.1	1.1	2.1	2.4

AJUSTAMENTO DOS VALORES HISTÓRICOS DE ESCOAMENTOS MÉDIOS MENSIS
A DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRÃO

HIPÓTESE 3 / DISTRIBUIÇÃO DOS VALORES HISTÓRICOS TIPO LOG NORMAL												
ANO	JANE	FEVE	MARÇ	ABRI	MAIO	JUNH	JULH	AGOS	SETE	OUTU	NOVE	DEZE
1942	-1.3	1.2	-0.0	0.7	0.3	0.8	0.3	0.1	0.7	1.4	0.6	0.7
1943	-1.0	1.1	-1.7	1.7	0.3	1.2	0.6	1.5	0.1	0.0	0.5	1.1
1944	0.1	0.5	0.4	0.5	-1.0	1.3	-1.4	0.2	-1.5	2.3	0.4	0.4
1945	-1.6	0.5	-0.7	0.2	-1.0	1.1	0.3	1.0	0.3	0.5	1.0	0.0
1946	1.3	1.6	1.6	0.6	-0.2	1.1	0.7	0.5	-1.1	0.2	1.2	0.0
1947	0.4	1.0	0.4	0.6	0.2	0.2	0.5	0.8	1.5	1.8	0.8	1.6
1948	1.7	1.1	0.9	0.7	1.5	0.0	0.1	1.3	-0.6	1.2	0.5	1.9
1949	-1.1	2.2	-0.4	0.9	-0.6	0.5	-0.6	0.0	-0.2	1.2	-0.8	0.4
1950	0.4	0.5	1.0	0.0	0.0	0.0	-0.7	0.9	-1.2	0.1	1.4	0.4
1951	-0.0	0.7	-0.0	-0.9	-1.1	1.4	-0.8	1.7	-2.3	0.6	0.3	0.3
1952	-0.8	1.4	-1.4	1.8	-1.7	0.0	-0.7	1.4	-0.4	0.0	0.3	0.5
1953	0.0	0.4	-0.6	0.9	-0.4	1.0	-0.9	1.1	1.2	0.8	1.0	0.3
1954	-0.4	0.1	0.6	1.5	1.6	0.8	0.8	0.2	-0.1	1.4	0.9	1.5
1955	-1.6	1.5	-0.7	0.1	1.1	0.8	1.4	0.0	0.5	1.6	1.0	0.5
1956	0.4	0.5	-0.8	0.3	1.0	0.1	0.0	0.0	-0.0	0.1	1.0	1.4
1957	-0.4	0.7	-0.3	0.1	1.1	0.7	2.1	2.2	2.2	0.1	0.3	0.8
1958	-0.2	0.8	1.9	0.6	0.1	1.2	0.2	0.0	0.5	0.3	0.3	0.9
1959	1.3	0.0	-0.7	0.5	-0.0	0.6	-0.6	0.2	0.5	0.7	1.2	1.3
1960	-0.0	0.1	0.4	0.0	-0.2	0.5	-0.7	1.1	-0.4	0.3	1.4	0.5
1961	-0.2	0.6	0.9	0.3	0.0	0.0	-0.3	0.8	1.4	0.6	1.8	0.3
1962	-0.9	0.8	-0.3	0.9	-0.4	0.8	-0.5	0.9	-0.0	0.5	0.7	0.4
1963	0.4	0.7	1.0	0.1	-0.7	1.0	-1.1	1.2	0.1	0.9	0.9	1.1
1964	-1.4	0.6	-1.0	0.3	0.3	0.0	0.0	0.3	0.4	0.3	0.6	0.3
1965	0.6	0.9	-1.3	0.1	1.7	0.4	1.1	1.0	0.2	0.2	0.5	1.0
1966	1.2	0.8	-0.6	1.1	-0.0	0.3	0.1	0.2	0.5	0.3	0.7	0.2
1967	0.9	1.3	1.1	1.1	-0.1	0.2	0.7	0.5	0.1	0.6	0.5	1.6
1968	1.3	0.2	-0.8	2.0	-2.1	2.1	-2.1	0.5	0.6	1.3	1.1	0.1
1969	1.1	0.6	1.1	2.1	1.2	2.4	1.8	1.2	1.2	1.1	1.7	1.8

AJUSTAMENTO DOS VALORES HISTÓRICOS DE ESCOAMENTOS MÉDIOS MENSIS
A DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRÃO

HIPÓTESE 2 / DISTRIBUIÇÃO DOS VALORES HISTÓRICOS TIPO PEARSON III

ANO	JANE	FEVE	MARC	ABRI	MAIO	JUNH	JULH	AGOS	SETE	OUTU	NOVE	DEZE
1942	-1.1	1.3	-0.0	0.7	0.2	0.8	0.2	0.1	-0.6	1.3	0.6	0.6
1943	-0.9	1.0	-1.4	1.6	-0.4	1.2	0.6	1.4	0.2	0.0	0.5	1.0
1944	-0.0	0.6	0.3	0.5	-0.9	1.5	1.2	0.1	1.7	1.9	0.3	0.4
1945	-1.3	0.3	-0.6	0.3	-0.9	1.2	0.3	0.9	-0.2	0.4	0.9	0.1
1946	1.4	2.1	1.7	0.6	-0.3	1.1	0.7	0.5	-1.1	0.3	1.0	0.0
1947	0.3	1.0	0.3	0.6	0.1	0.3	0.5	0.8	1.5	2.1	0.7	1.6
1948	1.9	1.2	0.9	0.7	1.5	0.0	0.1	1.2	-0.6	1.2	0.5	1.6
1949	-1.0	1.5	-0.4	0.8	-0.6	0.6	-0.5	0.0	-0.2	1.1	0.7	0.4
1950	0.3	0.6	0.9	0.0	-0.0	0.1	-0.6	0.7	-1.2	0.0	1.1	0.4
1951	-0.1	0.6	-0.0	0.9	-0.9	1.1	-0.6	1.7	-1.3	0.5	0.3	0.3
1952	-0.8	1.2	-1.2	1.8	-1.3	0.0	-0.6	1.3	-0.3	0.1	0.2	0.5
1953	-0.0	0.6	-0.6	0.9	-0.4	1.0	-0.7	-0.9	-1.2	0.8	1.0	0.2
1954	-0.5	0.3	0.5	1.5	1.8	0.8	0.7	-0.2	-0.0	1.6	0.8	1.3
1955	-1.3	1.2	-0.7	0.1	1.1	0.8	1.3	0.0	0.5	1.4	0.9	0.6
1956	0.3	0.6	-0.7	0.3	0.9	0.2	0.0	0.0	0.0	0.2	0.8	1.2
1957	-0.5	0.7	-0.3	0.1	1.0	0.7	2.2	2.3	2.3	0.0	0.2	0.7
1958	-0.3	0.7	2.1	0.6	0.0	1.1	-0.1	0.0	0.6	0.4	0.1	0.8
1959	1.4	0.1	-0.6	0.5	-0.1	0.5	-0.5	0.1	0.5	0.8	1.0	1.1
1960	-0.2	0.0	0.3	0.0	-0.3	0.4	-0.6	1.1	-0.3	0.4	1.5	0.5
1961	-0.3	0.4	0.9	0.3	-0.0	0.1	-0.2	0.7	1.4	0.6	1.9	0.3
1962	-0.9	0.8	-0.3	0.8	-0.4	0.8	-0.4	0.7	-0.0	0.5	0.7	0.4
1963	0.3	0.6	1.0	0.1	-0.7	1.2	-0.9	1.0	0.1	0.9	0.9	1.1
1964	-1.2	0.7	-0.9	0.3	0.2	0.1	0.0	0.2	0.5	0.4	0.6	0.3
1965	0.5	0.9	-1.1	0.1	1.9	0.5	1.0	1.0	0.3	0.1	0.3	1.0
1966	1.2	0.7	-0.5	1.1	-0.1	0.2	0.0	0.1	0.5	0.2	0.6	0.3
1967	0.8	1.5	1.1	1.1	-0.2	0.1	0.7	0.4	0.2	0.5	0.4	1.6
1968	1.4	0.0	-0.7	2.0	-1.4	0.5	-2.0	0.4	0.6	1.4	1.0	0.0
1969	1.2	0.5	1.0	2.3	1.2	2.3	1.8	1.1	1.1	1.1	1.8	2.0

AJUSTAMENTO DOS VALORES HISTÓRICOS DE ESCOAMENTOS MÉDIOS MENSIS
A DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRÃO

HIPÓTESE 4 / DISTRIBUIÇÃO DOS VALORES HISTÓRICOS TIPO LOG PEARSON III

ANO	JANE	FEVE	MARÇ	ABRIL	MAIO	JUNH	JULH	AGOS	SETE	OUTO	NOVE	DEZE
1942	-1.2	1.2	0.0	0.7	0.3	0.8	0.3	0.1	-0.7	-1.4	-0.5	0.7
1943	-1.0	1.1	-1.8	1.6	0.3	1.2	0.6	1.4	0.1	0.0	-0.5	-1.1
1944	0.0	0.5	0.4	0.5	-1.0	1.3	-1.4	-0.1	-1.5	-2.1	0.5	-0.4
1945	-1.6	0.4	-0.7	0.3	-1.0	1.1	0.4	-1.0	0.3	0.4	-1.0	-0.0
1946	1.3	1.8	1.6	0.6	-0.2	1.1	0.7	0.6	-1.1	-0.3	-1.2	0.0
1947	0.4	1.0	0.4	0.6	0.2	0.2	0.6	0.8	1.5	2.0	0.8	1.6
1948	1.7	1.1	0.9	0.7	1.5	0.0	0.2	1.2	-0.7	-1.2	-0.5	-1.9
1949	-1.1	2.0	-0.4	0.9	-0.6	0.5	-0.6	-0.0	-0.2	-1.1	-0.8	-0.4
1950	0.4	0.5	1.0	0.0	0.0	0.0	-0.7	-0.9	-1.3	0.0	-1.5	-0.4
1951	-0.0	0.6	0.0	0.9	-1.1	1.4	-0.8	-1.8	-2.2	0.5	-0.3	-0.3
1952	-0.8	1.4	-1.5	-1.7	-1.7	0.0	-0.7	-1.5	-0.4	-0.1	0.4	-0.5
1953	0.0	0.5	-0.6	0.9	-0.4	1.0	-0.9	-1.1	1.2	0.8	1.0	0.3
1954	-0.4	0.2	0.6	1.5	1.6	0.8	0.8	-0.2	-0.1	-1.5	-0.9	-1.5
1955	-1.6	1.5	-0.7	-0.1	1.1	0.8	1.4	0.0	0.5	-1.5	-1.0	-0.5
1956	0.4	0.5	-0.8	0.3	1.0	0.1	0.0	0.0	-0.0	-0.2	-1.0	-1.4
1957	-0.4	0.7	-0.2	0.1	1.1	0.7	2.0	2.1	2.3	0.0	0.4	0.8
1958	-0.2	0.8	1.8	0.6	0.1	1.1	-0.1	0.0	0.5	-0.4	0.3	0.9
1959	1.3	0.0	-0.7	0.5	0.0	0.6	-0.6	-0.2	0.5	-0.7	-1.3	-1.3
1960	-0.1	0.1	0.4	0.0	-0.2	0.5	-0.7	1.1	-0.4	-0.4	1.4	0.5
1961	-0.2	0.5	0.9	-0.3	0.0	0.0	-0.3	-0.8	1.4	0.6	1.7	0.3
1962	-0.9	0.8	-0.3	0.9	-0.4	0.8	-0.4	-0.9	-0.0	-0.5	-0.7	-0.4
1963	0.4	0.6	1.0	-0.1	-0.7	1.0	-1.1	-1.2	0.1	0.9	0.9	1.1
1964	-1.4	0.6	-1.0	-0.3	0.3	0.0	0.0	0.3	0.4	-0.4	-0.6	-0.3
1965	0.6	0.9	-1.3	0.1	1.7	0.4	1.1	1.0	0.2	0.1	0.5	1.0
1966	1.2	0.8	-0.5	1.1	0.0	0.3	0.1	-0.1	0.5	0.2	0.7	-0.2
1967	0.9	1.4	1.1	1.1	0.1	0.2	0.7	0.5	0.1	0.5	0.5	1.6
1968	1.3	0.1	-0.8	-1.9	-2.1	2.1	-2.2	-0.5	0.6	1.4	1.1	0.1
1969	1.1	0.6	1.1	2.2	1.2	2.3	1.7	1.2	1.2	1.1	1.6	1.8

Nas planilhas 12, 13, 14, 15 são apresentados os dados normalizados conforme as distribuições teóricas adotadas.

4.3.2 - DETERMINAÇÃO DO COMPONENTE DETERMINÍSTICO DO MODELO

Com os valores da série de escoamentos e precipitações mensais reduzidos à distribuição normal padrão, são estabelecidas regressões dos valores de escoamentos mensais em determinado mes para os valores de escoamentos mensais no mes anterior, precipitações mensais no mes em causa e precipitações mensais no mes anterior, adotando-se todas as combinações possíveis das variáveis consideradas independentes.

Quando a regressão é simples, é utilizada a subrotina AMSQ (vide anexo 5); quando a regressão é múltipla é utilizado o programa REGRE e as subrotinas CORRE, MINV, ORDER, MULTR e DATA (vide bibl. 8). Em todos os casos são calculados os coeficientes beta da regressão, erro padrão da estimativa e o coeficiente de correlação; o valor t do coeficiente beta, F da variância são determinados.

As combinações possíveis das variáveis consideradas independentes são:

- combinação 1 escoamento mes anterior
 precipitação no mes
 precipitação mes anterior

- combinação 2 escoamento mes anterior
 precipitação mes

- combinação 3 escoamento mes anterior
 precipitação mes anterior

- combinação 4 precipitação no mes
 precipitação no mes anterior

- combinação 5 escoamento no mes anterior

combinação 6 precipitação no mes

combinação 7 precipitação no mes anterior

O critério adotado para a seleção da melhor combinação foi a escolha daquela que apresentasse o maior coeficiente de correlação, o menor erro padrão, e que tivesse um valor t do coeficiente beta e F da variância, compatíveis com o nível de significância de 5%.

A combinação que melhor preenche os requisitos estabelecidos é a de número 2, em todos os meses. No mes de setembro entretanto devido a persistencia com o mes anterior das precipitações, há a restrição teórica devido a não independencia estocástica das variáveis endógenas. Na planilha 16 são apresentados os valores dos parâmetros calculados, considerando-se a combinação 2 e a combinação 5.

A desvantagem da inclusão da precipitação do mes anterior na regressão, pode ser explicada pela pequena informação que a mesma traria, devido a sua alta correlação com o escoamento do mes anterior, a qual, não compensaria a diminuição de 1 grau de liberdade da regressão.

Já a inclusão da precipitação no mes, aumenta consideravelmente o valor do coeficiente de correlação, do valor t para hipótese nula do coeficiente beta e do valor F da análise da variância, ao mesmo tempo que diminui o erro padrão da estimativa.

Os valores limites de t e F para a combinação 2 e 5 são:

combinação 2 | $t = 2,05$

| $F = 3,39$

combinação 5 | $t = 2,05$

| $F = 4,23$

No mes de outubro a significância da estimativa da combinação 5 não é aceita ao nível 5%, pois a hipótese do coeficiente beta ser significativamente igual a zero, é aceita.

No modelo da combinação 2 entretanto, tal hipótese é rejeitada e o modelo aceito a esse nível, o que mostra a importância da informação agregada ao modelo pela precipitação.

MES: janeiro

Variável , coef. beta , valor t

Q (dezembro) 0.6287 4.16
P (janeiro) 0.6954 4.34

coeficiente de correlação: 0.7292
erro padrão da estimativa: 0.7089

valor F : 14.19

variável , coef. beta , valor t

Q (dezembro) 0.4469 2.34

coeficiente de correlação: 0.4469
erro padrão da estimativa: 0.9213

valor F : 5.61

MES: fevereiro

Variável , coef. beta , valor t

Q (janeiro) 0.5193 3.78
P (fevereiro) 0.5093 7.62

coeficiente de correlação: 0.8835
erro padrão da estimativa: 0.4846

valor F : 44.47

variável , coef. beta , valor t

Q (janeiro) 0.5171 3.09

coeficiente de correlação: 0.5171
erro padrão da estimativa: 0.8670

valor F : 9.60

MES: março

Variável , coef. beta , valor t

Q (fevereiro) 0.5055 3.94
P (março) 0.5114 3.71

coeficiente de correlação: 0.7970
erro padrão da estimativa: 0.6263

valor F : 21.76

variável , coef. beta , valor t

Q (fevereiro) 0.6603 4.46

coeficiente de correlação: 0.6603
erro padrão da estimativa: 19.92

MES: abril

Variável	, coef. beta	, valor t
Q (<u>março</u>)	0.6114	5.60
P (<u>abril</u>)	0.7453	6.26

coeficiente de correlação: 0.8429
erro padrão da estimativa: 0.5589

valor F : 30.68

MES: maio

Variável	, coef. beta	, valor t
Q (<u>abril</u>)	0.4623	5.38
P (<u>maio</u>)	0.7155	7.88

coeficiente de correlação: 0.9098
erro padrão da estimativa: 0.4313

valor F : 60.05

MES: junho

Variável	, coef. beta	, valor t
Q (<u>maio</u>)	0.5564	6.42
P (<u>junho</u>)	0.6996	7.31

coeficiente de correlação: 0.9038
erro padrão da estimativa: 0.4446

valor F : 55.79

variável	, coef. beta	, valor t
Q (<u>março</u>)	0.5073	2.99

coeficiente de correlação: 0.5073
erro padrão da estimativa: 0.8784

valor F : 8.97

variável	, coef. beta	, valor t
Q (<u>abril</u>)	0.6321	4.15

coeficiente de correlação: 0.6321
erro padrão da estimativa: 0.7897

valor F : 17.29

variável	, coef. beta	, valor t
Q (<u>maio</u>)	0.6520	4.38

coeficiente de correlação: 0.6520
erro padrão da estimativa: 0.7725

valor F : 19.23

MES: julho

Variável , coef. beta , valor t

Q (junho) 0.5595 6.24
P (julho) 0.5783 5.95

coeficiente de correlação: 0.9105
erro padrão da estimativa: 0.4293

valor F : 60.65

variável , coef. beta , valor t

Q (junho) 0.7655 6.07

coeficiente de correlação: 0.7655
erro padrão da estimativa: 0.6548

valor F : 36.89

MES: agosto

Variável , coef. beta , valor t

Q (julho) 0.5060 6.02
P (agosto) 0.7160 7.81

coeficiente de correlação: 0.9114
erro padrão da estimativa: 0.4263

valor F : 61.35

variável , coef. beta , valor t

Q (julho) 0.6442 4.31

coeficiente de correlação: 0.6442
erro padrão da estimativa: 0.7757

valor F : 18.60

MES: setembro

Variável , coef. beta , valor t

Q (agosto) 0.5783 6.01
P (setembro) 0.8059 7.78

coeficiente de correlação: 0.8799
erro padrão da estimativa: 0.4936

valor F : 42.90

variável , coef. beta , valor t

Q (agosto) 0.4789 2.77

coeficiente de correlação: 0.4789
erro padrão da estimativa: 0.8954

valor F : 7.67

MES: outubro

Variável , coef. beta , valor t

Q (setembro) 0.4210 3.19
P (outubro) 0.7315 5.21

coeficiente de correlação: 0.7567
erro padrão da estimativa: 0.6774

valor F : 16.75

variável , coef. beta , valor t

Q (setembro) 0.3269 1.77

coeficiente de correlação: 0.3269
erro padrão da estimativa: 0.9599

valor F : 3.13

MES: novembro

Variável , coef. beta , valor t

Q (outubro) 0.4775 3.83
P (novembro) 0.7092 5.33

coeficiente de correlação: 0.7836
erro padrão da estimativa: 0.6427

valor F : 19.89

variável , coef. beta , valor t

Q (outubro) 0.4173 2.34

coeficiente de correlação: 0.4173
erro padrão da estimativa: 0.9217

valor F : 5.50

MES: dezembro

Variável , coef. beta , valor t

Q (novembro) 0.5675 3.89
P (dezembro) 0.3253 2.14

coeficiente de correlação: 0.7175
erro padrão da estimativa: 0.7238

valor F : 13.26

variável , coef. beta , valor t

Q (novembro) 0.6553 4.39

coeficiente de correlação: 0.6553
erro padrão da estimativa: .7722

valor F : 19.27

4.3.3 - GERAÇÃO DE SÉRIES SINTÉTICAS DE ESCOAMENTOS MENSAIS

Considerando a lei de distribuição log-Pearson III como aquela que melhor representa a distribuição empírica dos escoamentos mensais e os componentes determinísticos obtidos pelas combinações 2 e 5 do item anterior em separado, foram obtidos dois modelos de geração de escoamentos mensais. São geradas 40 séries de escoamentos de 100 anos cada, através dos modelos de geração em causa. No modelo que utiliza a combinação 2 para a parte determinística, os dados de precipitação aproveitados são aqueles gerados anteriormente.

Nas planilhas 17 a 22, são apresentados para cada série, respectivamente a média, desvio padrão e o coeficiente de assimetria dos escoamentos mensais em cada mes, considerando-se os modelos que usam a combinação 2 e a 5.

Uma série é escolhida ao acaso de uma das séries geradas e seu coeficiente de autocorrelação determinado.

Esses dados apresentados serão analisados em seguida.

ESCOAMENTO MENSAL

MÉDIAS

MES	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SÉRIE HISTÓRICA	40.8	60.3	47.2	34.0	32.3	29.3	29.6	30.4	40.2	45.3	41.2	33.2
SÉRIES GERADAS	- MODELO COMBINAÇÃO 5											
1ª	41.9	64.2	52.7	37.3	35.6	30.0	28.0	29.2	39.2	47.1	39.7	31.9
2ª	42.6	62.2	50.7	36.6	32.2	28.8	28.4	30.5	38.8	45.1	40.1	31.7
3ª	41.5	63.6	49.0	34.4	30.9	28.5	27.0	30.3	41.9	48.4	43.2	33.8
4ª	41.4	60.3	48.2	35.3	31.4	29.0	28.6	29.5	39.1	44.8	39.7	34.0
5ª	41.7	65.3	47.3	33.3	29.6	28.6	29.0	26.7	40.1	47.7	43.7	33.8
6ª	41.5	63.8	50.4	36.2	30.9	30.5	28.7	29.2	39.6	44.1	42.7	31.8
7ª	40.8	64.9	49.8	35.2	32.7	29.1	27.6	31.7	40.1	46.7	40.2	30.9
8ª	41.4	64.6	50.5	35.8	31.4	29.4	30.0	30.0	38.7	46.0	44.2	33.9
9ª	42.5	68.3	52.0	36.7	35.6	32.8	29.8	28.9	38.3	43.9	45.0	33.3
10ª	42.7	60.3	47.3	34.5	30.9	30.2	31.1	25.6	41.3	45.1	44.2	33.4
11ª	41.4	62.7	48.6	37.4	34.7	31.7	31.1	30.7	39.0	45.3	41.5	34.0
12ª	41.2	62.2	47.6	36.0	31.4	28.9	27.8	27.4	39.5	45.2	39.5	33.8
13ª	43.7	63.8	45.8	35.3	31.5	31.2	28.7	31.6	37.8	42.7	40.3	33.8
14ª	42.3	65.2	52.2	35.5	32.0	28.1	29.6	32.7	36.1	47.0	41.6	31.7
15ª	42.9	59.9	46.5	33.6	33.2	28.5	29.1	31.4	39.6	44.4	38.4	31.5
16ª	41.0	61.3	47.5	34.3	31.0	28.1	28.0	27.6	38.1	45.0	42.3	31.8
17ª	41.0	61.9	51.0	34.1	33.5	28.5	28.6	32.9	40.6	47.3	41.7	31.5
18ª	41.6	69.2	49.1	36.8	31.8	30.7	28.6	29.7	40.5	44.3	43.5	31.5
19ª	41.6	61.9	48.3	35.9	34.9	29.9	30.2	33.3	40.2	43.5	41.0	32.4
20ª	43.1	61.1	48.7	36.5	31.2	27.9	29.9	28.1	39.4	46.9	41.8	32.2

ESCOAMENTO MENSAL

DESVIOS PADRÕES

MES	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SÉRIE HISTÓRICA	18.3	35.7	25.5	18.2	22.2	19.6	21.9	23.2	23.5	21.5	24.5	16.3
SÉRIES GERADAS	- MODELO COMBINAÇÃO 5											
1ª	17.6	44.1	32.3	26.7	29.2	21.1	16.3	23.4	21.8	26.7	26.9	18.0
2ª	20.6	40.4	30.0	24.4	26.9	18.8	18.3	19.3	19.8	24.0	28.9	17.8
3ª	19.5	45.1	33.5	21.3	27.9	16.8	17.4	21.0	23.6	24.9	30.2	18.6
4ª	16.2	37.6	28.4	21.3	20.5	15.9	18.7	22.0	16.6	20.2	25.1	16.8
5ª	16.2	45.4	28.2	21.9	20.1	17.8	19.8	17.1	22.6	20.2	31.8	17.5
6ª	20.1	40.3	28.2	21.8	24.2	18.9	20.5	20.0	19.0	23.2	33.5	16.9
7ª	17.8	47.5	32.5	22.0	22.7	18.5	16.4	26.4	18.9	22.0	26.2	16.7
8ª	17.6	47.2	40.5	28.3	21.7	20.6	27.1	27.0	18.6	24.9	44.1	22.5
9ª	19.2	46.5	30.3	21.9	30.4	21.8	19.2	19.8	23.0	23.2	38.2	17.5
10ª	18.0	37.2	26.5	22.8	23.6	20.3	22.5	15.9	22.1	22.1	35.4	16.5
11ª	18.2	47.1	28.2	23.9	22.7	23.6	22.1	21.5	20.1	24.4	28.6	19.7
12ª	17.2	39.7	27.2	22.3	21.2	14.7	15.9	17.7	17.7	20.3	23.5	17.0
13ª	18.4	44.8	26.3	22.1	20.4	21.9	18.2	22.7	19.3	22.1	27.6	17.7
14ª	19.5	42.5	33.9	24.7	22.6	18.0	19.9	24.5	16.4	24.4	27.5	19.3
15ª	19.4	41.5	24.1	18.5	24.6	15.3	19.1	23.9	19.2	22.0	25.8	15.4
16ª	15.3	34.5	25.2	18.2	19.1	14.6	17.3	16.0	18.1	20.6	28.5	13.4
17ª	19.8	41.6	38.0	22.0	32.5	16.1	19.0	23.6	25.2	26.2	29.5	15.1
18ª	19.5	46.7	26.4	22.2	23.5	22.9	21.5	22.7	20.1	23.1	34.1	16.9
19ª	18.7	41.4	32.3	21.6	24.9	19.3	24.9	28.6	18.9	21.0	33.2	15.9
20ª	18.5	44.3	28.5	23.1	20.2	16.2	24.2	20.0	19.5	24.5	34.7	15.5

ESCOAMENTO MENSAL

ASSIMETRIAS

MES	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SÉRIE HISTÓRICA	0.55	0.72	1.01	1.36	1.19	2.21	1.79	1.92	1.75	0.78	0.98	0.92
SÉRIES GERADAS	- MODELO COMBINAÇÃO 5											
1ª	1.80	1.59	1.87	1.79	1.97	2.08	1.22	2.54	1.41	1.00	1.82	2.00
2ª	2.03	0.95	2.25	1.21	2.90	1.66	1.69	1.15	1.13	1.11	2.45	1.91
3ª	1.81	1.29	2.52	1.50	3.26	1.22	1.68	2.80	1.39	0.89	1.34	1.31
4ª	0.56	1.16	1.76	1.28	1.28	1.05	1.87	2.33	0.54	0.51	1.44	0.97
5ª	0.92	1.05	1.58	1.57	1.33	1.16	1.92	1.51	1.84	0.41	2.21	1.47
6ª	1.77	0.96	1.65	0.87	2.37	1.73	2.14	2.66	0.89	1.01	2.38	1.36
7ª	0.55	1.39	1.65	1.17	2.10	1.81	1.66	3.13	0.92	0.64	1.60	1.13
8ª	1.50	1.24	2.47	2.65	1.65	1.55	2.60	2.76	0.83	0.89	3.31	3.53
9ª	1.94	1.16	1.54	1.68	1.89	1.39	1.32	1.54	2.05	0.64	2.75	1.46
10ª	0.62	1.13	1.66	2.05	2.27	1.46	1.85	2.05	0.94	0.70	2.04	1.02
11ª	1.19	1.97	1.79	1.39	1.35	1.69	1.42	1.83	1.53	1.26	1.69	1.84
12ª	0.77	1.06	2.02	1.61	1.49	0.80	1.39	1.51	0.63	0.52	1.11	1.15
13ª	0.60	1.17	1.34	1.27	1.50	2.36	2.09	1.37	1.45	0.89	1.62	1.11
14ª	1.39	0.96	1.95	2.68	1.71	1.55	1.23	1.70	0.83	0.77	2.02	2.85
15ª	1.02	1.05	1.09	0.75	1.51	1.13	2.16	2.33	0.82	0.73	1.53	0.88
16ª	0.27	0.40	0.79	0.53	1.07	0.36	1.20	0.99	0.79	0.13	1.60	0.47
17ª	1.64	1.19	2.63	1.64	3.08	1.55	2.07	1.75	1.89	1.02	1.90	1.37
18ª	2.00	1.24	1.39	1.26	1.51	2.43	2.08	2.81	0.90	1.03	2.16	1.49
19ª	1.11	1.19	2.26	1.75	1.55	1.59	2.74	2.02	0.80	0.83	2.79	0.97
20ª	0.90	3.10	2.10	1.35	1.35	1.12	2.67	2.00	1.06	1.12	2.92	1.42

ESCOAMENTO MENSAL

MÉDIAS

MES	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SÉRIE HISTÓRICA	40.8	60.3	47.2	34.0	32.3	29.3	29.6	30.4	40.2	45.3	41.2	33.2
SÉRIES GERADAS	- MODELO COMBINAÇÃO 2											
1ª	43.7	61.0	48.2	33.2	36.2	32.8	34.0	33.9	40.5	45.9	37.9	32.8
2ª	45.9	64.2	49.2	32.4	31.5	29.3	32.4	33.4	39.3	43.5	38.8	34.4
3ª	47.4	65.1	48.9	32.3	29.5	28.8	28.5	29.8	40.3	46.8	41.0	35.3
4ª	41.2	60.4	47.7	34.9	34.0	30.5	31.2	30.2	40.6	45.1	38.5	32.9
5ª	45.2	65.9	46.9	32.4	31.6	29.2	29.7	28.5	38.5	46.3	42.6	36.5
6ª	46.9	66.1	49.6	32.6	30.1	30.6	31.3	33.3	39.0	42.5	39.6	32.9
7ª	43.0	64.8	47.6	32.5	32.7	29.0	30.6	34.3	43.0	45.3	39.1	31.1
8ª	41.4	61.5	48.4	33.4	32.7	29.9	31.2	29.8	40.9	45.1	41.2	32.7
9ª	43.5	65.2	47.8	32.3	33.0	32.1	33.6	34.6	40.5	44.0	41.8	32.2
10ª	45.2	57.5	44.5	33.4	34.3	33.2	33.9	27.3	38.5	45.0	47.7	38.5
11ª	41.0	62.5	48.6	34.4	32.2	30.0	33.0	34.5	44.3	46.4	40.5	32.3
12ª	43.8	64.6	47.7	35.9	33.1	31.0	29.7	28.2	39.8	44.9	39.2	33.3
13ª	47.5	68.2	48.9	30.4	29.8	29.0	33.8	36.2	37.4	43.6	38.4	33.6
14ª	44.4	59.3	45.8	32.9	32.5	30.0	32.6	34.2	40.4	44.2	38.3	33.1
15ª	42.3	62.3	48.7	34.7	32.1	30.2	30.9	30.3	39.9	44.8	41.5	33.4
16ª	44.5	62.2	48.8	31.9	32.9	29.4	28.5	30.2	39.4	48.1	46.4	36.3
17ª	46.8	70.4	51.3	33.2	30.6	30.1	31.3	34.9	40.2	43.0	41.4	32.0
18ª	40.8	59.4	48.5	34.1	33.3	27.9	29.4	35.1	44.5	46.6	41.1	31.9
19ª	44.6	62.2	50.8	36.3	33.5	28.8	31.4	31.2	39.9	46.3	40.0	34.2
20ª	46.0	67.9	55.1	35.6	31.9	28.3	28.4	31.6	38.6	45.0	40.1	33.6

ESCOAMENTO MENSAL

DESVIOS PADRÕES

MES	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SÉRIE HISTÓRICA	18.3	35.7	25.5	18.2	22.2	19.6	21.9	23.2	23.5	21.5	24.5	16.3
SÉRIES GERADAS	- MODELO COMBINAÇÃO 2											
1ª	18.8	36.8	24.4	17.6	32.2	26.4	24.2	27.8	24.3	22.9	24.2	17.9
2ª	20.7	40.6	25.2	17.7	23.6	16.9	24.5	25.4	23.3	24.3	24.8	15.7
3ª	24.4	45.3	28.6	16.9	24.1	19.4	22.6	20.7	22.0	23.1	26.3	18.5
4ª	19.9	37.3	24.8	17.8	24.3	18.6	20.6	20.9	20.8	21.4	21.6	14.9
5ª	23.2	48.5	28.6	17.4	21.4	17.6	25.8	26.3	23.2	21.8	26.3	21.2
6ª	21.0	38.4	28.7	17.0	22.1	17.6	24.0	27.0	22.1	23.2	26.9	15.3
7ª	20.5	47.5	31.0	19.9	24.9	19.4	22.5	27.9	25.5	20.4	25.7	14.1
8ª	20.5	40.7	31.3	16.9	26.1	18.6	24.8	21.4	25.5	22.5	29.1	17.3
9ª	20.9	38.1	34.2	15.1	26.3	21.2	25.4	29.6	24.9	22.5	29.7	19.3
10ª	24.3	34.8	24.6	17.2	26.3	25.8	29.4	20.5	22.3	22.4	43.5	23.3
11ª	20.8	40.6	24.9	17.2	20.0	20.7	29.2	31.6	25.5	23.3	27.7	15.9
12ª	22.5	40.8	24.9	18.8	22.8	17.9	18.5	17.4	21.0	21.1	21.1	16.9
13ª	26.7	50.1	29.4	15.4	20.7	19.3	27.8	31.9	23.7	19.9	23.4	16.3
14ª	22.6	43.2	30.7	17.3	25.6	18.7	25.6	30.2	21.6	21.9	19.2	16.9
15ª	19.5	39.9	25.3	17.5	18.3	18.6	19.2	17.7	20.2	21.2	23.7	16.0
16ª	22.5	39.5	29.1	17.4	28.2	17.1	19.6	19.6	23.5	23.9	41.7	18.0
17ª	20.1	42.2	31.6	17.3	22.5	19.6	26.2	30.9	22.5	22.5	31.8	16.0
18ª	20.7	38.6	31.2	16.1	22.7	15.5	22.4	32.5	28.4	23.9	27.2	16.6
19ª	21.9	41.3	33.2	22.9	24.9	19.8	27.8	31.1	24.2	22.7	27.4	19.4
20ª	24.0	47.8	38.2	20.3	21.6	17.2	19.8	27.0	23.9	24.7	26.2	17.3

ESCOAMENTO MENSAL

ASSIMETRIAS

MES	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
SÉRIE HISTÓRICA	0.55	0.72	1.01	1.36	1.19	2.21	1.79	1.92	1.75	0.78	0.98	0.92
SÉRIES GERADAS	- MODELO COMBINAÇÃO 2											
1ª	0.93	1.66	1.15	1.34	3.56	3.14	1.55	1.95	1.40	0.86	2.34	1.69
2ª	0.74	1.23	0.97	0.91	2.04	1.33	2.32	2.04	1.43	1.32	1.88	1.39
3ª	1.07	1.51	1.43	0.99	2.83	1.77	2.39	1.93	1.48	0.87	1.68	1.23
4ª	1.11	1.07	1.06	0.73	1.34	1.18	1.33	1.49	0.79	0.73	1.22	0.56
5ª	1.33	1.67	2.36	1.78	1.52	1.38	3.44	3.52	1.59	0.61	1.65	1.87
6ª	0.96	0.91	1.56	0.56	2.09	1.24	2.33	2.44	1.09	1.10	2.31	1.20
7ª	1.21	1.90	1.64	1.68	2.26	1.66	1.84	1.83	1.35	0.70	1.93	1.21
8ª	1.72	1.20	1.93	1.48	3.27	1.32	2.07	2.35	2.32	0.92	1.89	1.93
9ª	1.41	1.05	1.47	1.22	2.09	1.82	1.69	2.16	1.15	0.94	2.01	2.08
10ª	2.76	1.42	1.45	0.87	1.80	2.45	2.39	1.86	1.27	0.64	4.75	1.85
11ª	1.22	1.36	1.06	1.06	1.10	1.75	2.96	3.39	1.02	0.87	2.01	0.99
12ª	1.20	0.82	1.21	1.21	1.39	1.04	1.05	1.16	0.95	0.69	1.10	1.05
13ª	2.16	2.56	1.86	1.21	1.67	1.81	1.81	1.91	2.61	0.68	1.93	0.96
14ª	1.27	1.35	1.82	1.02	1.96	1.45	2.69	2.56	1.10	0.91	0.80	1.06
15ª	0.23	1.30	0.60	0.23	0.22	0.93	0.43	0.21	0.22	0.62	1.19	0.35
16ª	1.10	1.07	1.44	1.71	2.57	1.27	2.55	1.30	1.65	0.94	3.88	0.90
17ª	0.82	0.95	2.17	0.64	1.44	1.54	2.57	2.24	1.13	1.03	2.33	1.31
18ª	1.21	1.34	2.28	0.97	2.05	1.16	2.00	3.18	1.88	0.87	1.62	0.96
19ª	1.13	1.71	2.34	1.52	1.92	1.78	2.75	3.01	1.42	1.03	1.90	1.75
20ª	1.64	1.46	2.16	1.57	1.49	1.51	2.46	2.96	1.63	1.26	1.74	1.19

TESTE DAS VARIANÇAS:

O mesmo teste efetuado em 4.2.3 foi aplicado às séries geradas de escoamentos mensais.

Os valores limites dos desvios padrões para os níveis de significância 5% e 1% são apresentados na planilha 23.

Na planilha 24 são apresentados o número de séries para as quais a hipótese da igualdade das variâncias é rejeitada, considerando cada modelo e os níveis de significância 5% e 1%.

TESTE DAS MÉDIAS:

É o mesmo teste aplicado em 4.2.3.

A hipótese $\left\{ u_g = u_h \mid \sigma_g = \sigma_h \right\}$ é aceita em todos os casos ao nível da significância 5%.

TESTE DO COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO:

É apresentado na planilha 25 o teste da hipótese $\rho_g = \rho_h$ ou seja, a igualdade dos valores esperados dos coeficientes de autocorrelação da série gerada e da série histórica.

A hipótese é aceita ao nível 5%.

VALORES LIMITES PARA OS DESVIOS PADRÕES DAS SÉRIES DE ESCOAMENTOS GERADAS
A NÍVEIS DE SIGNIFICANCIA 5 % E 1 %

MES	5%		1%	
	LIM. SUPERIOR	LIM. INFERIOR	LIM. SUPERIOR	LIM. INF.
JANEIRO	24	14	28	13
FEVEREIRO	47	28	53	26
MARÇO	34	20	38	18
ABRIL	24	14	27	13
MAIO	29	17	33	16
JUNHO	26	16	29	14
JULHO	29	17	33	16
AGOSTO	31	18	35	17
SETEMBRO	31	18	35	17
OUTUBRO	29	17	32	16
NOVEMBRO	33	19	37	18
DEZEMBRO	22	13	24	12

SÉRIES DE ESCOAMENTOS MENSAIS REJEITADAS AOS NÍVEIS DE SIGNIFICANCIA

5% e 1%

MES	$Q_i = F(\text{comb. } 5)$		$Q_i = F(\text{comb. } 2)$	
	5%	1%	5%	1%
JAN	4	0	0	0
FEV	4	0	3	0
MAR	2	1	2	2
ABR	0	0	4	1
MAI	1	0	3	0
JUN	2	0	3	0
JUL	2	0	3	1
AGO	6	0	4	2
SET	0	0	3	2
OUT	0	0	0	0
NOV	2	2	7	2
DEZ	1	0	1	0
TOTAL	24	3	33	10

COMPARAÇÃO DOS COEFICIENTES DE AUTOCORRELAÇÃO DAS SÉRIES DE ESCOAMENTOS GERADAS E HISTÓRICA.

Série Histórica : coeficiente de autocorrelação = 0.509

Série Gerada Mod. Comb. 2 : coeficiente de autocorrelação = 0.511

Série Gerada Mod. Comb. 5 : coeficiente de autocorrelação = 0.453

Quociente de ensaio :
$$\frac{Z(R_h) - Z(R_g)}{\frac{1}{N_h - 3} + \frac{1}{N_g - 3}}$$
 (vide pag. 127)

QE Mod. comb. 2 ...0.043

QE Mod. comb. 5 ...1.176

Valor Limite ao nível de significancia 5 % : 1.96

CAPITULO V

5.1 - CONCLUSÃO:

É importante insistir-se mais uma vez na consideração de que os testes empregados para análise das séries geradas, são condicionados a aceitação da hipótese de que escoamentos mensais são distribuídos normalmente, o que ocorre unicamente no sentido aproximado.

O resultado destes testes favorece a princípio, o modelo de geração de escoamentos da regressão simples (combinação 5), devido ao menor número de rejeições. No mes de setembro a restrição teórica comentada ao modelo da combinação 2 não aumenta o número de rejeições significativamente.

Entretanto, o problema da rejeição de séries geradas através do teste de suas médias e variâncias é, nitidamente, um problema operacional e não teórico.

Teóricamente, numa regressão entre variáveis padronizadas, a identidade $B_1^2 + B_2^2 + \dots + B_m^2 + EP^2 \equiv 1$

onde B_1, B_2, \dots, B_m são os coeficientes beta de regressão e

EP é o erro padrão da regressão, se verifica.

se identificados.

Na prática porém, os erros são introduzidos devido a precisão utilizada, na razão direta do número de variáveis que compõem a regressão e conseqüentemente, do número de elementos da equação anterior.

O ocorrido, rejeições em número de 1, 3 e 10, a nível de significância 1% em cada modelo respectivamente, é consequência portanto, deste problema operacional.

A solução para se contornar o problema, seria aumentar a precisão dos cálculos com, conseqüentemente, maior utilização de memória do computador e maior tempo de processamento e/ou verificar a cada passo os resultados obtidos, ajustando os mesmos aos requisitos teóricos quando tal não acontecesse.

O modelo de geração que utiliza a regressão múltipla como componente determinístico, apresentará vantagens quando a região na qual se aplica o modelo, for do tipo que torne suspeita a homocedasticidade da estimativa do escoamento em determinado mês através do escoamento do mês anterior e/ou quando os dados históricos de escoamento apresentarem suspeitas de incorreções. Evidentemente deverá haver sempre uma boa correlação entre escoamentos e precipitações para que a informação contida na série histórica precipitações possa ser transmitida a série gerada de escoamentos.

A aleatoriedade das precipitações é outro requisito teórico.

As dificuldades de aplicação do modelo serão, de ordem teórica no que consta ao ajustamento de uma distribuição teórica aos dados de precipitação e escoamento e de ordem prática, quanto ao tempo de estudo e processamento, que será consideravelmente aumentado.

5.2 - PERSPECTIVAS:

A capacidade de adaptação do modelo de Stidd para ajustamento da distribuição normal a dados transformados de precipitação, abre algumas perspectivas para o estudo de quantidades de precipitação em uma região:

.1 - Sugere-se aplicar o modelo de ajustamento a várias regiões com características fisiográficas e meteorológicas definidas e tentar se estabelecer uma relação entre essas características e os valores de c , S e Z_0 do modelo.

.2 - O modelo de ajustamento poderá ser aplicado a dados de precipitação com escala de tempo diferente de um mes. A partir disto, poderão ser geradas séries de precipitações sintéticas.

Estas séries geradas poderão ser aplicadas a um modelo qualquer de transformação pluvio-hidrométrica e desta forma, serem obtidas séries de escoamentos sintéticos. Quanto ao modelo de geração de escoamentos, sugere-se:

.3 - Em regiões que apresentem uma alta correlação entre escoamentos e precipitação, o modelo de Stidd poderá ser aplicado à séries de escoamentos e em seguida ser comparado o ajustamento obtido com o realizado pelas transformações logarítmicas e de Sammons (vide anexo 1).

.4 - Ao modelo de geração de escoamentos poderão ser agregados outros componentes, tais como evapotranspiração e/ou temperatura, em regiões onde os citados componentes exerçam grande influência sobre o escoamento, por exemplo, regiões áridas ou regiões de lagos.

BIBLIOGRAFIA:

1. BEARD, L.R. ; FREDRICH, A.J. — " Maximum Utilization of Scarce Data in Hydrologic Design ", The Hydrologic Engineering Center, Technical Paper no. 13, 1969.
2. BEARD, L.R. ; FREDRICH, A.J. ; HAWKINS, E.F. — " Estimating Monthly Streamflows Within a Region ", The Hydrologic Engineering Center, Technical Paper no. 18, 1970.
3. BONNÉ, J. — " Stochastic Simulation of Monthly Streamflow By a Multiple Regression Model Utilizing Precipitation Data ", Journal of Hydrology, vol. XII, no. 4, 1971.
4. CAVADIAS, G.S. — " River Flow as a Stochastic Process " - (Statistical Methods in Hydrology) - Proceedings of Hydrology Symposium no. 5, Mc Gill University, Canada, 1966.
5. CHOW, V.T. — " Handbook of Applied Hydrology ", Mc Graw-Hill, 1964.
6. GEYGY — " Tablas Cientificas ", Documenta Geygy, 1965.
7. GRACE, R.A. ; EAGLESON, P.S. — " The Synthesis of Short-time Increment Rainfall Sequences ", Hydrodynamics Laboratory Report, no. 91, Department of Civil Engineering, MIT, 1966.

8. IBM — " 1130 Scientific Subroutine Package ", 1968.
9. KATZ, C.S. ; DÓRIA, F.A. ; LIMA, L.C. — " Dicionário Crítico de Comunicações ", Editora Paz e Terra, 1971.
10. KENDALL, G.R. — " Probability Distribution of A Single Variable ", (Statistic Methods in Hydrology) Proceedings of Hydrology Symposium no. 5, Mc Gill University, Canada, 1966.
11. VACHADO, D — " Modelos Estocásticos para Análise e Simulação ", COPPE-UFRJ, de Sequências Hidrológicas. publ. 2/71, 1971.
12. MATALAS, M.C. — " Some Aspects of Time Series Analysis in Hydrologic Studies (Statistical Methods in Hydrology), Proceedings of Hydrology Symposium no. 5, Mc Gill University, Canada, 1966.
13. NAYLOR, T.H. ; BALINFY, J.L. ; BURDICK, D.S. ; CHU, K. — " Técnicas de Simulação em Computadores ", Editora Vozes, 1971.
14. PAPOULIS, A. — " Probability, Random Variables and Stochastic Processes ", Mc Graw-Hill Book Company, 1965.
15. THOMAS, D.M. — " Extending Streamflow Records in Time ", Techniques of Water Resources Investigations of the U.S.G.S., Book no. 4, Section B, 1967.
16. WIENER, NORBERT — " Cibernética e Sociedade ", Editora Cultrix, 1970.

ANEXO 1

DISTRIBUIÇÕES ESTATÍSTICAS

A) -LEI NORMAL DE DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES

-FUNÇÃO DE GAUSS OU DO ERRO

Segundo Gauss, os erros ocorridos em um número bastante grande de medições de uma determinada grandeza mensurável, se distribuem conforme a função:

$$(1.) \quad G(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} ; \text{ sua integral seria:}$$

$$(2.) \quad \int_0^{x_1} G(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{x_1} e^{-x^2/2} dx$$

- TEOREMA DE MOIVRE-LAPLACE

Se a probabilidade $P(a)$ de um evento a em uma dada experiência é igual a p e se a experiência é repetida n vezes, a probabilidade de que a ocorra k vezes em qualquer ordem é dada por

$$(3.) \quad P_n(k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}, \text{ sendo } q=1-p$$

O valor máximo de $P_n(k)$ é dado por $k= np$ e a probabilidade de que o número de ocorrências de k esteja entre k_1 e k_2 é

$$(4.) \quad P(k_1 < k < k_2) = \sum_{k_1}^{k_2} \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

Quando n é muito grande, esta expressão é de avaliação muito trabalhosa.

Se entretanto $n.p.q \gg 1$, demonstra-se que para os valores de k na vizinhança de $\sqrt{n.p.q}$ de seu valor $k = np$, ou seja, $|k - np|$ da ordem de $\sqrt{n.pq}$, que a quantidade $P_n(k)$ é dada aproximadamente por

$$(5.) \quad P_n(k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} e^{-(k-np)^2 / 2npq}$$

Este é o teorema de Moivre-Laplace.

A função deduzida transforma-se na de Gauss se

$$x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}$$

Para determinação de $P_n(k_1 < k < k_2)$ a fórmula seria:

$$(6.) \quad P_n(k_1 < k < k_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} \int_{k_1}^{k_2} e^{-(k-np)^2 / 2npq} dk$$

se k_1 ou k_2 são de tal ordem que $|k_1 - np| \gg \sqrt{npq}$ ou

$|k_2 - np| \gg \sqrt{npq}$, o teorema de Moivre-Laplace não é aplicável.

Contudo, nestes casos a fórmula dará ainda uma boa aproximação do valor de

$$\sum_{k_1}^{k_2} \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

já que para k_1 ou k_2 nestas condições, o valor da função $\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$ é muito pequeno.

-DISTRIBUIÇÃO NORMAL

A distribuição normal é uma distribuição contínua, cuja função de densidade de probabilidade se define

$$(7) \quad f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-1/2 \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2}, \text{ sendo } \mu \text{ a média e } \sigma \text{ o desvio padrão.}$$

Os valores das integrais de $-\infty$ a x_1 e de $-x_1$ a x_1 , são representados nas tabelas 1 e 2.

B) - DISTRIBUIÇÃO LOG-NORMAL, PEARSON III E LOG-PEARSON III

Estas três distribuições, utilizadas com frequência em hidrologia, são distribuições contínuas e assimétricas.

Uma série que se distribua conforme uma destas três distribuições, pode ser transformada em uma série de distribuição normal padrão, através das seguintes transformações:

(a) Distribuição Log-Normal

$$(1) \quad Z_n = \log (Z_{ln})$$

(b) Distribuição Pearson III

$$(2) \quad Z_n = \frac{6}{A} \cdot \left\{ \left[\frac{A \cdot Z_{p3} + 1}{2} \right]^{1/3} - 1 \right\} + \frac{A}{6}$$

(c) Distribuição Log-Pearson III

$$(3) \quad Z_n = \frac{6}{A} \cdot \left\{ \left[\frac{A \cdot \log Z_{lp3} + 1}{2} \right]^{1/3} - 1 \right\} + \frac{A}{6}$$

sendo :

Z_n variável padronizada com distribuição normal

Z_{ln} variável padronizada com distribuição log-normal

Z_{p3} variável padronizada com distribuição Pearson III

Z_{lp3} variável padronizada com distribuição log-Pearson III

A coeficiente de assimetria , calculado pela fórmula (4)

$$(4) \quad A = N \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X}) / ((N - 1) \cdot (N - 2) \cdot S^3)$$

sendo

\bar{X} média aritmética dos N valores de X_i

S desvio padrão dos valores de X_i

ANEXO 2TESTES ESTATÍSTICOS

A) - DISTRIBUIÇÕES AFINS DA NORMAL

A¹ - DISTRIBUIÇÃO DE STUDENT

Se na fórmula de padronização de séries distribuídas normalmente, $\frac{x - \mu}{\sigma}$, o desvio padrão tiver que ser substituído por sua estimativa S, por ser σ desconhecido, a variável reduzida

$$(1.) \quad t = \frac{x - \mu}{S\sqrt{\nu}} \quad (S\sqrt{\nu} \text{ independente de } \nu)$$

tem uma função de densidade de probabilidades

$$(2.) \quad f(t|\nu) = \frac{\Gamma\left[\frac{(\nu+1)}{2}\right]}{\Gamma(\nu/2) \sqrt{\nu\pi}} \left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{-(\nu+1)/2}$$

$$\text{onde } \Gamma(x/2) = \begin{cases} (x/2 - 1) \cdot (x/2 - 2) \dots 2 \cdot 1 & \text{para } x \text{ par} \\ (x/2 - 1) \cdot (x/2 - 2) \dots \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} & \text{para } x \text{ impar} \end{cases}$$

e é chamado de função gama; e ν , o número de graus de liberdade de t.

A distribuição de Student é independente de μ e σ ; sua forma é determinada unicamente pelo número de graus de liberdade ν .

Sua forma é muito similar à normal e com graus crescentes de liberdade, converge para a mesma, rapidamente.

A margem de variação da distribuição de Student vai de $-\infty$ a $+\infty$. É contínua, simétrica e com forma de sino; no entanto, em contraste com a distribuição normal, tem maior probabilidade concentrada nos extremos e menor no centro.

Nas tabelas 3, 4, 5 e 6 são indicados os valores de t para graus de liberdade de 1 a 200, com relação às integrais.

$$(3.) \quad P = \int_{t_0}^{\infty} f(t) dt = \text{Prob.} (t > t_0)$$

$$(4.) \quad 2P = \int_{-\infty}^{-t_0} f(t) dt + \int_{t_0}^{\infty} f(t) dt =$$

$$= \text{Prob.} (t < -t_0) + \text{Prob.} (t > t_0)$$

Para valores de ν maiores que 200, pode-se considerar a distribuição de Student igual à normal.

χ^2 - DISTRIBUIÇÃO CHI-QUADRADO

Se $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ são observações estocasticamente independentes do mesmo coletivo de distribuição normal com média μ e desvio padrão σ , a soma

$$(1.) \quad \chi^2_{\nu} = z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_i^2 + \dots + z_{\nu}^2 = \sum_{i=1}^{\nu} z_i^2$$

onde $z_i = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$, distribui-se com a função de densidade de probabilidades

$$(2.) \quad f(\chi^2 | \nu) = \frac{1}{2^{\nu/2} \Gamma(\nu/2)} e^{-\chi^2/2} (\chi^2)^{(\nu-2)/2}$$

$$0 \leq \chi^2 < \infty$$

ν é o número de grau de liberdade
 Γ é a função gama

A distribuição χ^2 é contínua e assimétrica e, como a de Student - embora mais lentamente - converge para a distribuição normal com graus crescentes de liberdade.

Sua margem de variação vai de zero até infinito, e sua forma depende unicamente do número de graus de liberdade.

Nas tabelas 7, 8, e 9 são apresentados os valores χ^2 para graus de liberdade entre 1 e 200, com relação às seguintes integrais:

$$(3.) \quad \int_d = \int_{\chi_0^2}^{\infty} f(\chi^2) d\chi^2 = \text{Prob.} (\chi^2 > \chi_0^2); E \frac{1}{2} \int_d$$

$$(4.) \quad \int_i = \int_0^{\chi_0^2} f(\chi^2) d\chi^2 = \text{Prob.} (\chi^2 < \chi_0^2); E \frac{1}{2} \int_i$$

Para valores de ν maiores que 200, a distribuição dos χ^2 é sensivelmente igual a normal.

A^{2.1} - TEOREMA DA ADIÇÃO PARA A DISTRIBUIÇÃO χ^2

O somatório da equação (1) pode ser decomposto em qualquer número de partes; por exemplo:

$$(5.) \chi^2 = \underbrace{z_1 + z_2}_{\chi_1^2 \ (\nu=2)} + \underbrace{z_3 + z_4 + z_5 + z_6}_{\chi_2^2 \ (\nu=4)} + \dots$$

Consequentemente, se $\chi_1^2, \chi_2^2, \chi_3^2, \dots, \chi_n^2$ são estocásticamente independentes e as distribuições χ^2 tem graus de liberdade $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \dots, \nu_n$ respectivamente, a soma $\chi^2 = \chi_1^2 + \chi_2^2 + \dots + \chi_n^2$ tem, mesmo assim, uma distribuição χ^2 com $\nu = \nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n$ graus de liberdade.

A^{2.2} - CHI-QUADRADO E A VARIANÇA DA AMOSTRA

$$\text{Seja } \chi^2 = \sum \frac{(x - \mu)^2}{\sigma^2}, \text{ como em (1).}$$

Se μ é substituído por \bar{x} (estimativa de μ), então $\sum (x - \bar{x})^2 = (N-1) S^2$ sendo S^2 a estimativa de σ^2 ; substituindo-se $N-1$ por ν se obtém finalmente, νS^2 em lugar de $\sum (x - \mu)^2$, consequentemente,

$$(6.) \chi^2 = \frac{\nu \cdot S^2}{\sigma^2}$$

onde ν = graus de liberdade de S^2 .

Esta é uma segunda definição de χ^2 válida somente para coletivos de distribuição normal.

A^{2.3} - PROPRIEDADE ASSINTÓTICA IMPORTANTE DE χ^2

Seja uma amostra dividida em n classes tomada de um coletivo de qualquer distribuição. Se f_i é a frequência observada da classe i e consequentemente $f_1 + f_2 + \dots + f_i + \dots + f_n = N$, f_i se conhece por frequência empírica.

Se é a probabilidade dada ou hipótetica de que a variável x estará contida na classe i, e portanto $p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_i + \dots + p_n = 1$, $N.p_i$ se conhece por frequência dada ou hipotética.

As frequências empíricas nas distintas classes são variáveis aleatórias. Se houver independência estocástica entre elas,

$$(7.) \sum_1^n \frac{(f_i - N.p_i)^2}{N.p_i} = \chi_{\nu}^2$$

onde $\nu = N-1$ e $N \rightarrow \infty$

A proposição foi descoberta por Pearson. O fato de que seja válida somente para $N \rightarrow \infty$, não tem grande importância na prática mas dá origem a certas restrições:

- nas provas de bondade de ajustamento, as amostras não devem ser em sua totalidade muito pequenas e nem as frequências hipotéticas nas distintas classes inferiores a $N.p_i = 4$.

Se o forem, deverão ser aumentadas ao nível requerido combinando-se 2, 3 ou mais classes próximas. No entanto este artifício somente será necessário quando o número de classes for pequeno. Se ν é maior que 8 e o tamanho da amostra ultrapassa dos 40 elementos, $N.p_i$ pode reduzir-se a 1.

Quando as frequências teóricas são calculadas a base de parâmetros estimados, as mesmas são conhecidas por frequências ajustadas.

Se ao serem calculadas as frequências ajustadas não estimados K parâmetros, o número de graus de liberdade para χ^2 será:

$$(8.) \quad \nu = N - 1 - K$$

A³ - DISTRIBUIÇÃO DE FISHER

Se s_1^2 e s_2^2 são duas estimativas com independência estocástica, da variância do mesmo coletivo normalmente distribuídos, pela equação (6) tem-se:

$$s_1^2 = \sigma^2 \frac{\chi_1^2}{\nu_1} \quad e \quad s_2^2 = \sigma^2 \frac{\chi_2^2}{\nu_2}$$

o quociente s_1^2 / s_2^2 será:

$$(9.) \quad \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{\chi_1^2 / \nu_1}{\chi_2^2 / \nu_2} = F \quad \text{com} \quad 0 \leq F < \infty$$

A função densidade de probabilidade será:

$$(10.) \quad f(F) = \frac{\Gamma[(v_1 + v_2) / 2]}{\Gamma(v_1 / 2) \Gamma(v_2 / 2)} \cdot v_1^{v_1 / 2} \cdot v_2^{v_2 / 2} \cdot \frac{F^{(v_1 - 2) / 2}}{(v_2 + v_1 \cdot F)^{(v_1 + v_2) / 2}} ;$$

Γ é a função gama.

A função F é contínua assimétrica, com variação de zero a infinito.

Nas tabelas 10 e 11 são apresentados os valores de F que satisfazem à seguinte equação:

$$(11.) \quad P = \int_{F_0}^{\infty} f(F) \cdot dF = \text{Prob.} (F > F_0)$$

B) - TESTES DE HIPÓTESES

B¹ - DEFINIÇÕES

1- HIPÓTESE NULA - Hipótese formulada com o propósito de ser rejeitada.

2- TESTES DE HIPÓTESES - Processos que habilitam a decidir se são aceitas ou rejeitadas as hipóteses.

3- ERROS TIPO I OU II - Se uma hipótese é rejeitada quando deveria ser aceita, foi cometido o erro tipo I. Caso contrário, se é aceita quando deveria ser rejeitada, foi cometido o erro tipo II.

4- NÍVEL DE SIGNIFICÂNCIA (α) - É a probabilidade máxima com que se sujeita a cometer o erro do tipo I.

B² - COMPARAÇÃO DE DUAS AMOSTRAS DE UM COLETIVO NORMALMENTE DISTRIBUÍDO

No caso de coletivos normalmente distribuídos, se

$$\begin{cases} \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ \mu_1 = \mu_2 \end{cases}$$

então as amostras 1 e 2 são do mesmo coletivo.

ENSAIO 1 - COMPARAÇÃO DAS VARIANÇAS

Teste F

quociente de ensaio:
$$\frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{\chi_1^2 / \nu_1}{\chi_2^2 / \nu_2} = F$$

com $\nu_1 > \nu_2$ e
$$\begin{cases} \nu_1 = N_1 - 1 \\ \nu_2 = N_2 - 1 \end{cases}$$

Análise: se o QE for menor que o limite de significância obtido das tabelas 10 ou 11, onde $P = \alpha$ (nível de significância), então, $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ é significativa a este nível.

ENSAIO 2 - COMPARAÇÃO DAS MÉDIAS QUANDO $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

Teste t

Seja: $|\bar{x}_1 - \bar{x}_2| = d$ E
 $|\mu_1 - \mu_2| = \delta$

A estimativa do desvio padrão $\sigma = \sigma_1 = \sigma_2$ será :

$$S_{\sigma} = \sqrt{\frac{S_1^2 + S_2^2}{N_1 + N_2 - 2}}$$

A estimativa do desvio padrão de δ será :

$$S_{\delta} = S_{\sigma} \sqrt{\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}}$$

Se se conhecer σ , substitui-se S_{σ} por σ .

quociente de ensaio: $\frac{d}{S_{\sigma} d}$

com $\nu = N_1 + N_2 - 2$

Análise: se σ for conhecido ou $\nu > 200$, o QE se distribuirá normalmente. O limite de significância será retirado da tabela 1 (DIST. NORMAL). Se σ for estimado com $\nu \leq 200$, o QE se distribuirá como t: o limite de significância será retirado das tabelas 3, 4, 5 ou 6.

B³ - TESTE DO COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO

B^{3.1} - Supondo ser o coeficiente de correlação entre os coletivos estudados nulo, o mesmo se distribuirá normalmente.

quociente de ensaio:
$$\frac{R}{S_r}$$

sendo:
$$S_r^2 = \frac{1 - R^2}{N - 2}$$

O limite de significância poderá ser retirado da tabela 1.

Na tabela 12 são apresentados os valores limites de R diretamente, em função do nível de significância e do número de graus de liberdade até 200.

B^{3.2} - Se R for significativamente diferente de zero, sua distribuição não será normal.

A transformação de Fisher que a normaliza é então aplicada:

$$Z(R) = \operatorname{tgh}^{-1} R = \frac{1}{2} \operatorname{Ln} \frac{1 + R}{1 - R}$$

A variância de $Z(R)$ será:

$$\sigma_z^2 = \frac{1}{N - P - 3}$$

sendo N o número de observações e P o número de variáveis excluídas (caso de coeficiente de correlação parcial).

quociente de ensaio:
$$\frac{Z(R) - E [Z(R)]}{\sigma_z}$$

Os limites são encontrados na tabela 1 da distribuição normal.

Nas tabelas 13 e 14 são apresentados diretamente os valores de R transformados e os limites de confiança desses valores a 95% e 99%.

B^{3.3} - COMPARAÇÃO DE DOIS COEFICIENTES DE CORRELAÇÃO

quociente de ensaio:
$$\frac{|Z(R_1) - Z(R_2)|}{\sqrt{\frac{1}{N_1 - P - 3} + \frac{1}{N_2 - P - 3}}}$$

Sendo os valores $Z(R)$ retirados da tabela 13.

O limite de significância é encontrado na tabela 1 da distribuição normal.

B⁴ - TESTES PARA REGRESSÕES

B^{4.1} - TESTE DO COEFICIENTE DE REGRESSÃO

As estimativas do coeficiente de regressão se distribuem normalmente com estimativa desvio padrão S_{b1} , sendo:

$$S_{bi} = \frac{S_{1, 2, \dots, k}}{S_i \sqrt{\frac{1}{N(1 - R_i^2)}}}$$

onde S_{bi} = estimativa do desvio padrão das estimativas do coeficiente de regressão da variável independente X_i .

$S_{1, 2, \dots, k}$ = estimativa do erro padrão da regressão.

S_i = estimativa do desvio padrão de X_i .

R_i = coeficiente de correlação da variável X_i em relação às demais variáveis independentes.

k = número de variáveis independentes.

quociente de ensaio:
$$\frac{B_i}{S_{bi}}$$

com $\nu = N - K - 1$

O valor limite será encontrado na tabela da distribuição de Student.

B^{4.2} - TESTE DA ANÁLISE DAS VARIANÇAS

A variação total da estimativa dos valores de uma variável dependente Y_i , através de uma regressão a partir das variáveis dependentes X_i , pode ser dividida em duas partes: a variação que é explicada pela regressão e a que não é explicada. Colocando esta expressão em forma matemática:

$$\sum_1^n (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_1^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 + \sum_1^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$$

variação total variação não explicada variação explicada

Colocando-se esta equação em termos dos valores esperados de cada termo, viria:

$$\begin{array}{l} (N - 1) \sigma^2 = (N - k - 1) \sigma^2 + \sigma^2 \\ \text{variação total} \quad \text{variação não explicada} \quad \text{variação explicada} \end{array}$$

ou $(N - 1) S^2 = (N - k - 1) S_1^2 + (k) S_2^2$

entre parênteses estão os respectivos graus de liberdade, e S_1^2 e S_2^2 são estimativas da variância.

O teste da análise das variâncias é realizado através da hipótese da igualdade das suas variâncias realizado através da variação explicada e da variação não explicada.

$$\begin{aligned} \text{quociente de ensaio: } & \frac{\sum_1^n (\hat{Y} - \bar{Y})^2 / k}{\sum_1^n (Y - \hat{Y})^2 / (N-k-1)} = \\ & = \frac{\sum_1^n (\hat{Y} - \bar{Y})^2 / K}{\left(\sum_1^n (Y - \bar{Y})^2 - \sum_1^n (\hat{Y} - \bar{Y})^2 \right) / (N-k-1)} \end{aligned}$$

O valor limite será encontrado na tabela da distribuição de Fisher com os graus de liberdade $\nu_1 = k$ e $\nu_2 = N-k-1$

ANEXO 3 - TESTES DE ALEATORIEDADE TIPO ENCADEAMENTO

Os testes de encadeamento são baseados no conceito de que, se as observações forem aleatórias, não haverão tendências ou periodicidades nos dados, mas apenas movimentos erráticos para cima e para baixo de um valor para outro.

Existem dois tipos de encadeamento que serão apresentados, denominados encadeamentos para cima e para baixo e encadeamentos acima e abaixo da média.

A - ENCADEAMENTOS PARA CIMA E PARA BAIXO

Dada uma série de variáveis X_i , $i = 1, \dots, N$ define-se uma outra série de $N-1$ bits binários, cujo elemento de ordem i será

$$\begin{cases} \text{zero} & \text{se } X_i \leq X_{i+1} \\ 1 & \text{se } X_i > X_{i+1} \end{cases}$$

Define-se nesta série derivada, por encadeamento de comprimento K , a uma sequência de K zeros enquadrados por algarismos 1 nas extremidades ou uma sequência de K algarismos 1, enquadrados por zeros nas extremidades.

Os números esperados de encadeamentos de ordem K , são apresentados abaixo:

Valor de K	Nº de encadeamentos esperados
1	$\frac{5 N + 1}{12}$
2	$\frac{11 N - 14}{60}$
$2 < K < N-1$	$\frac{2 (K^2 + 3K + 1) N - (K^3 + 3K^2 - K - 4)}{(K + 3) !}$

B- ENCADEAMENTO ACIMA E ABAIXO DA MÈDIA

Neste tipo de encadeamento, a sèrie de bits binários derivada da original será definida por

$$\begin{aligned} \text{zero} & \text{ se } X_i \leq \bar{X}_i \\ 1 & \text{ se } X_i > \bar{X}_i \end{aligned}$$

$$\text{sendo } \bar{X}_i = \sum_{1}^n X_i / N$$

Os valores esperados para o número de encadeamento de ordem K será

$$(N - K + 3) \cdot 2^{-K-1} \quad \text{para } K < N-1 .$$

A subrotina ENCAD aplica este teste.

ANEXO 4 - GERAÇÃO DE NÚMEROS ALEATÓRIOS PELO COMPUTADOR, COM
DISTRIBUIÇÃO NORMAL

A- TEORIA

Existem basicamente tres métodos de geração de valores com distribuição de probabilidades conhecidas:

- (1) - Método da transformação inversa
- (2) - Método da rejeição
- (3) - Método da composição

O método que geralmente se usa para geração de valores com distribuição normal é o da composição.

Neste método, a função densidade de probabilidade $f(x)$, é expressa como a mistura de probabilidades de funções de densidade $g(x)$, devidamente selecionadas.

$$f(x) = \sum_{i=1}^n a_i \cdot g_i(x)$$

O teorema do limite central estabelece que a distribuição de probabilidades da soma de N valores aleatórios distribuídos independentemente e identicamente, com médias μ_j e variâncias σ_j^2 , quando N se torna muito grande, tende assintoticamente à distribuição normal com

$$\text{m\u00e9dia: } \mu = \sum_1^n \mu_i$$

$$\text{varian\u00e7a: } \sigma^2 = \sum_1^n \sigma_i^2$$

Portanto, a seguinte interpreta\u00e7\u00e3o do teorema do limite central poder\u00e1 ser dada para a gera\u00e7\u00e3o de n\u00fameros aleat\u00f3rios com distribui\u00e7\u00e3o normal com m\u00e9dia μ e varian\u00e7a σ^2 .

Sejam v_1, v_2, \dots, v_n vari\u00e1veis aleat\u00f3rias independentes, com a mesma distribui\u00e7\u00e3o de probabilidades e $E(v_i) = \mu$ e $\text{VAR}(v_i) = \sigma^2$.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \text{Prob.} \left[a < \frac{\sum_1^n v_i - N \cdot \mu}{\sqrt{N} \sigma} < b \right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{1}{2} z^2} dz$$

$$\text{sendo: } \sum_1^n v_i = N \cdot \mu$$

$$\text{VAR} \left(\sum_1^n v_i \right) = N \cdot \sigma^2$$

$$Z = \frac{\sum_1^n v_i - N \cdot \mu}{\sigma \sqrt{N}}$$

Z \u00e9 um valor com distribui\u00e7\u00e3o normal padr\u00e3o.

B- PRÁTICA

O processo para simulação de valores randômicos normais em um computador, inclui a soma de K valores aleatórios uniformemente distribuídos v_1, v_2, \dots, v_n , onde v_i é definido no intervalo $0 \leq v_i \leq 1$.

Aplicando a notação matemática do teorema do limite central e o conhecimento prévio da distribuição uniforme, temos:

distribuição uniforme: $\mu = \frac{a + b}{2} = \frac{0 + 1}{2} = \frac{1}{2}$

$$\sigma = \frac{b - a}{\sqrt{12}} = \frac{1}{\sqrt{12}}$$

teorema do limite central: $Z = \frac{\sum_{j=1}^K v_j - K/2}{\sqrt{K/12}}$

Sendo Z_i um valor padronizado, a equação

$$Z_i = \frac{x_i - \mu_x}{\sigma_x} \quad \text{ocorre, onde } x_i \text{ é o valor aleatório de}$$

distribuição normal com média μ_x e variância σ_x^2 que se deseja obter.

Assim:

$$x_i = \mu_x + \sigma_x \left(\frac{12}{K} \right)^{1/2} \cdot \left(\sum_{j=1}^K v_j - \frac{K}{2} \right)$$

que é a fórmula de geração.

O valor de K a ser aplicado à fórmula é escolhido considerando-se dois atributos desejáveis:

A precisão máxima, que implica em K elevado e o do processamento mínimo, que implica em K pequeno.

Estabelecendo-se $K = 12$, haverá um truncamento na distribuição nos limites $\pm 6 \sigma$ e não merecerão confiança os valores de x maiores que 3σ , atributos suficientes para casos práticos.

As subrotinas RANDU e GAUSS são utilizadas para a obtenção de valores normalizados, e serão apresentados adiante.

ANEXO 5 - LISTAGEM DOS PRINCIPAIS PROGRAMAS UTILIZADOS

PROGRAMA	1	ARMPL
PROGRAMA	2	SUBROUTINE BDPAS
PROGRAMA	3	VRDN
PROGRAMA	4	AJUP
PROGRAMA	5	SUBROUTINE AMSQ
PROGRAMA	6	SUBROUTINE ORDEN
PROGRAMA	7	RAND
PROGRAMA	8	SUBROUTINE ENCAD
PROGRAMA	9	SUBROUTINE COCOR
PROGRAMA	10	SUBROUTINE FSHER
PROGRAMA	11	AJUQ
PROGRAMA	12	SUBROUTINE CAJU
PROGRAMA	13	GEPRE
PROGRAMA	14	GESCO
PROGRAMA	15	SUBROUTINE RANDU
PROGRAMA	16	SUBROUTINE GAUSS

*NAMEARMPL

```

C
C *****
C
C   DETERMINA A CHUVA EQUIVALENTE UNIFORME SOBRE A BACIA
C   DETERMINA A MEDIA, DESVIO PADRAO E COEFICIENTE DE ASSIMETRIA
C   EM CADA MES PARA AS PRECIPITACOES E ESCOAMENTOS
C   DETERMINA OS TOTAIS ANUAIS DAS PRECIPITACOES
C   DETERMINA OS ESCOAMENTOS MEDIOS ANUAIS
C   PLOTA OS DADOS HISTORICOS DE PRECIPITACAO E ESCOAMENTO
C   ARMAZENA NO DISCO OS DADOS DE PRECIPITACAO E ESCOAMENTO
C   NOME DA AREA RESERVADA PARA AS PRECIPITACOES NO DISCO ANTON
C   NOME DA AREA RESERVADA PARA OS ESCOAMENTOS NO DISCO EDUAR
C
C   UTILIZA AS SUBROUTINES
C   *BDPAS
C
C   PROGRAMADOR / ANTONIO EDUARDO LANNA
C
C   DEFINICAO DA NOTACAO
C   VARIAVEIS COM DIMENSAO 12*N
C   P...PRECIPITACAO EQUIVALENTE MENSAL SOBRE A BACIA
C   Q...ESCOAMENTO MEDIO MENSAL
C   PP...CHUVA MENSAL EM CADA POSTO PLUVIOMETRICO
C   VARIAVEIS COM DIMENSAO N
C   PTOTA...TOTAL ANUAL PRECIPITADO NA BACIA
C   QMANU...ESCOAMENTO MEDIO NO ANO
C   X...ARRANJO MONODIMENSIONAL DAS PRECIPITACOES OU ESCOAMENTOS
C   VARIAVEIS COM DIMENSAO 12
C   PB...MEDIA DAS PRECIPITACOES NO MES
C   PDP...DESVIO PADRAO DAS PRECIPITACOES NO MES
C   PAS...COEFICIENTE DE ASSIMETRIA DAS PRECIPITACOES NO MES
C   QB...MEDIA DOS ESCOAMENTOS MEDIOS MENSAIS NO MES
C   QDP...DESVIO PADRAO DOS ESCOAMENTOS MEDIOS MENSAIS NO MES
C   QAS...COEF. DE ASSIMETRIA DOS ESCOAMENTOS MEDIOS MENSAIS NO MES
C   PARAMETROS
C   N...NUMERO DE ANOS ESTUDADOS
C   NP...NUMERO DE POSTOS PLUVIOMETRICOS NA BACIA
C   T...VALOR REFERENTE AO PESO DO POSTO PLUVIOMETRICO NA BACIA SEGUD.
C   O METODO DE THIESSEN
C
C *****
C
C   DIMENSION P(12,40),PP(12,40),PTOTA(40),PB(12),PDP(12),PAS(12)
C   DIMENSION Q(12,40),QMANU(40),QB(12),QDP(12),QAS(12),X(40)
C   DIMENSION AMES(12)
C   DATA AMES/'JANE','FEVE','MARC','ABRI','MAIO','JUNH','JULH','AGOS',

```

PAGE 2

```
1 'SFTE', 'OUTU', 'NOVE', 'DEZE' /  
  DEFINE FILE 1(3,320,U,IF1)  
  DEFINE FILE 2(3,320,U,IF2)
```

```
C  
C  DEFINICAO DO CODIGO DA UNIDADE DE ENTRADA(LEIT) E DE SAIDA(LESC)  
C  
  LEIT=8  
  LESC=3
```

```
C  
C  LEITURA DO NUMERO DE ANOS ESTUDADOS E DO NUMERO DE POSTOS NA BACIA  
C  
  READ(LEIT,101)N,NP  
  DO 10 J=1,40  
  DO 10 I=1,12  
  Q(I,J)=0.  
10 P(I,J)=0.  
  DO 20 KONTA=1,NP
```

```
C  
C  DETERMINACAO DA PRECIPITACAO EQUIVALENTE UNIFORME MENSAL  
C  METODO DE TIESEN
```

```
C  
C  LEITURA DO PESO E PRECIPITACAO EM CADA POSTO  
C  
  READ(LEIT,102)T,((PP(I,J),I=1,12),J=1,N)  
  DO 30 J=1,N  
  DO 30 I=1,12  
30 P(I,J)=P(I,J)+T*PP(I,J)  
20 CONTINUE
```

```
C  
C  LEITURA DOS ESCOAMENTOS MENSAIS  
C  
  READ(LEIT,103)((Q(I,J),I=1,12),J=1,N)  
C  DETERMINACAO DO TOTAL PRECIPITADO E DO ESCOAMENTO MEDIO ANUAIS  
C  
  DO 35 J=1,N  
  PTOTA(J)=0.  
  QMANU(J)=0.  
  DO 35 I=1,12  
  PTOTA(J)=PTOTA(J)+P(I,J)  
  QMANU(J)=QMANU(J)+Q(I,J)/12.
```

```
35 CONTINUE  
C  DETERMINACAO DAS MEDIAS, DESVIOS PADROES E ASSIMETRIAS EM CADA MES  
C  PARA PRECIPITACAO E ESCOAMENTO
```

```
C  
  DO 37 MES=1,12  
  DO 36 J=1,N  
  X(J)=P(MES,J)  
36 CONTINUE  
  CALL BDPAS(X,N,B,DP,AS)  
  PB(MES)=B  
  PDP(MES)=DP  
  PAS(MES)=AS  
37 CONTINUE  
  DO 39 MES=1,12  
  DO 38 J=1,N  
  X(J)=Q(MES,J)  
38 CONTINUE  
  CALL BDPAS(X,N,B,DP,AS)
```

PAGE 3

QB(MES)=B
QDF(MES)=DP
QAS(MES)=AS

39 CONTINUE

C
C
C

RESULTADOS***PRECIPITACAO

WRITE(LESC,999)(AMES(MES),MES=1,12)
DO 40 J=1,N
KANO=1941+J

WRITE(LESC,998)KANO,(P(I,J),I=1,12),PTOTA(J)
40 CONTINUE

WRITE(LESC,992)(PB(MES),MES=1,12)
WRITE(LESC,991)(PDP(MES),MES=1,12)
WRITE(LESC,990)(PAS(MES),MES=1,12)

C
C
C

ESCOAMENTO MENSAL

WRITE(LESC,997)AMES
DO 50 J=1,N
KANO=1941+J

WRITE(LESC,996)KANO,(Q(I,J),I=1,12),QMANU(J)
50 CONTINUE

WRITE(LESC,992)(QB(MES),MES=1,12)
WRITE(LESC,991)(QDP(MES),MES=1,12)
WRITE(LESC,990)(QAS(MES),MES=1,12)

C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C

PLOTAGEM EM GRAFICO DA VARIACAO HISTORICA DAS
PRECIPITACOES E DOS ESCOAMENTOS NA BACIA

ESCALA...1 MES = .25 CM
100 MM = 2.5 CM
100 M3/S = 10. CM

PLOTAGEM DA PRECIPITACAO

WRITE(1,1)
1 FORMAT(' PLOTTER-POSICAO DA PENAS 3 CM DA MARGEM SUPERIOR ')
PAUSE

C
C
C

DEFINICAO DAS ESCALAS E ORIGEM

YS=.025/2.54
XS=.25/2.54
CALL SCALF(XS,YS,0.,0.)

C
C
C

TRACADO DO EIXO HORIZONTAL

CALL FGRID(0,0.,0.,1.,350)

C
C
C

TRACADO EIXO VERTICAL

CALL FPLLOT(1,0.,0.)
CALL FGRID(3,0.,0.,100.,4)

C
C
C

TRACADO DE LINHAS AUXILIARES HORIZONTAIS

CALL FPLLOT(2,400.,-400.)

PAGE 4

```
CALL FPLOT(1,400.,-300.)  
CALL FPLOT(2,0.,-300.)  
CALL FPL0T(1,0.,-200.)  
CALL FPL0T(2,400.,-200.)  
CALL FPL0T(1,400.,-100.)  
CALL FPL0T(2,0.,-100.)
```

```
C  
C TRACADO DO GRAFICO DAS PRECIPITACOES MENSAIS  
C
```

```
X1=1.  
Y1=-P(1,1)  
CALL FPL0T(1,X1,Y1)  
W=0.  
DO 1000 J=1,N  
DO 1000 I=1,12  
W=W+1.  
Y=-P(I,J)  
CALL FPL0T(2,W,Y)
```

```
1000 CONTINUE
```

```
C  
C PLOTAGEM DOS ESCOAMENTOS  
C
```

```
CALL FPL0T(1,0.,-800.)
```

```
C  
C DEFINICAO DAS ESCALAS E ORIGEM  
C
```

```
YS=.1/2.54  
XS=.25/2.54  
CALL SCALF(XS,YS,0.,0.)
```

```
C  
C TRACADO DO EIXO HORIZONTAL  
C
```

```
CALL FGRID(0,0.,0.,1.,350)
```

```
C  
C TRACADO DO EIXO VERTICAL  
C
```

```
CALL FGRID(1,0.,0.,10.,15)
```

```
C  
C TRACADO DE LINHAS AUXILIARES HORIZONTAIS  
C
```

```
CALL FPL0T(2,400.,150.)  
CALL FPL0T(1,400.,100.)  
CALL FPL0T(2,0.,100.)  
CALL FPL0T(1,0.,100.)  
CALL FPL0T(1,0.,50.)  
CALL FPL0T(2,400.,50.)
```

```
C  
C TRACADO DO GRAFICO DOS ESCOAMENTOS  
C
```

```
X1=1.  
Y1=Q(1,1)  
CALL FPL0T(1,X1,Y1)  
W=0.  
DO 2000 J=1,N  
DO 2000 I=1,12  
W=W+1.  
Y=Q(I,J)
```

PAGE 5

CALL FPLOTT(2,W,Y)

2000 CONTINUE

C
C
C

ARMAZENAMENTO DOS DADOS DE PRECIPITACAO NO DISCO

IF1=1

WRITE(1'IF1)P

C
C
C

ARMAZENAMENTO DADOS ESCOAMENTO NO DISCO

IF2=1

WRITE(2'IF2)Q

C

CALL EXIT

101 FORMAT(2I5)

102 FORMAT(F10.0/(14X,12F5.1))

103 FORMAT(14X,12F5.0)

990 FORMAT(/,3X,'CAS.',12(1X,F5.2))

991 FORMAT(/,3X,'DPD.',12(1X,F5.1))

992 FORMAT(///,3X,'MED.',12(1X,F5.1))

996 FORMAT(3X,I4,13(1X,F5.1))

997 FORMAT(//,'1',28X,'ESCOAMENTO MEDIO MENSAL',//,36X,'M**3/S',///,
24X,'ANO',1X,12(1X,A4,1X),1X,'ANUAL')

998 FORMAT(3X,I4,12(1X,F5.0),2X,F5.0)

999 FORMAT(//,'1',30X,'PRECIPITACAO MENSAL',//,33X,' * MM/MES',///,
24X,'ANO',1X,12(1X,A4,1X),1X,'ANUAL')

END

```

C
C   SUBROUTINE BDPAS
C+++++
C
C   PROGRAMADOR / ANTONIO EDUARDO LANNA
C
C   CALCULA A MEDIA ( B ) , DESVIO PADRAO ( DP ) E O COEFICIENTE DE ASSIMETRIA
C   ( AS ) DE N VALORES DA VARIÁVEL X
C+++++
C
SUBROUTINE BDPAS(X,N,E,DP,AS)
DIMENSION X(1)
S)=C.
DO 1 I=1,N
S)=S)+X(I)
1 CONTINUE
E=S)/N
S)2=C.
S)3=C.
DO 2 I=1,N
S)2=S)2+(X(I)-E)**2
S)3=S)3+(X(I)-E)**3
2 CONTINUE
DP=SQRT(S)2/(N-1)
AS=N*S)3/((N-1)*(N-2)*(DP**3))
RETURN
END

```

*NAME VRDN

C
C *****

C
C GERA UMA TABELA DE VARIAVEIS REDUZIDAS A DISTRIBUICAO NORMAL
C PADRAO QUE POSSUAM A MESMA FREQUENCIA DE CADA UM DOS EVENTOS
C SUCESSIVOS ANUAIS, EM UMA AMOSTRA DE N ANOS, EM ORDEM CRESCENTE
C OU SEJA, DO EVENTO MAIS PROVAVEL AO MENOS PROVAVEL
C ARNAZENA OS VALORES CALCULADOS NO DISCO NA AREA DE NOME LANNA

C
C PROGRAMADOR / ANTONIO EDUARDO LANNA

C
C NOTACAO UTILIZADA
C N NUMERO DE OBSERVACOES
C VARIAVEIS COM DIMENSAO N
C XX&VALORES DAS VARIAVEIS REDUZIDAS A DIST. NORMAL PADRAO COM
C FREQUENCIAS DOS EVENTOS HISTORICOS-ORDEM CRESCENTE
C FF&AREA SOBRE A CURVA NORMAL PADRAO CORRESPONDENTE A PROBABILIDADE
C DE UM EVENTO SER IGUAL OU MENOR QUE O CORRESPONDENTE AO VALOR XX
C L&LIMITE DA GERACAO DE VALORES DA TABELA DE DISTRIBUICAO NORMAL
C PARA N MENOR QUE 40, FACA L = 200
C VARIAVEIS COM DIMENSAO L
C X&VALORES DAS VARIAVEIS REDUZIDAS A DISTRIBUICAO NORMAL PADRAO
C A INTERVALOS DE 0.0
C F&FREQUENCIAS TEORICAS DAS VARIAVEIS REDUZIDAS A DIST. NORMAL PADR
C CALCULADAS POR PROCESSO NUMERICO

C
C *****

C
C DIMENSION XX(40),FF(40),X(200),F(200)
C DEFINE FILE 1(1,80,U,IF1)

C
C DEFINICAO DO CODIGO DA UNIDADE DE ENTRADA(LEIT) E DE SAIDA(LESC)
C LEIT=8
C LESC=5

C
C NUMERO DE ANOS DO PERIODO OBSERVADO

C
C READ(LEIT,101)N

C
C DEFINICAO DO VALOR DAS CONSTANTES DA EQUACAO DE GERACAO DE F

C
C Q=SQRT(1./(2.*3.141593))
C P=.2316419
C B1=.3193815
C B2=-.3565638
C B3=1.781478

PAGE 2

B4=-1.821256
B5=1.330274

C
C
C

VALOR DE L

READ(LEIT,101)L

C
C
C

DETERMINACAO DOS VALORES DE F EM FUNCAO DE VALORES DADOS A X

DO 1 I=1,L
X(I)=I*.01
T=1./(1.+P*X(I))
F(I)=Q*EXP((-X(I)**2)/2.)
F(I)=F(I)*T*(B1+T*(B2+T*(B3+T*(B4+T*B5))))

1 F(I)=1-F(I)

C
C
C
C
C

DETERMINACAO DOS VALORES DE XX EM FUNCAO DOS VALORES DAS
FREQUENCIAS DOS ESCOAMENTOS OBSERVADOS F DOS VALORES DE X E F JA
CALCULADOS, POR INTERPOLACAO LINEAR

DO 4 J=1,N
KONTA=0

C
C
C
C
C

PROBABILIDADE DE UM ESCOAMENTO SER MENOR OU IGUAL AO ESCOAMENTO
DE ORDEM J OBSERVADO-ORDEM CRESCENTE PARA OS ESCOAMENTOS OBSERVS.
FORMULA DE KIMBALL

FF(J)=1.-(N-J+1.)/(N+1)
IF(FF(J)-0.5)10,30,20

10 FF(J)=1.-FF(J)
KONTA=1

20 I=2
DO 2 I=I,L
IF(FF(J)-F(I))3,3,2

2 CONTINUE
I=L

3 F0=FF(J)-F(I-1)
X1=X(I)-X(I-1)
F1=F(I)-F(I-1)
XX(J)=X(I-1)+F0*X1/F1
IF(KONTA)4,4,40

40 XX(J)=-XX(J)
FF(J)=1-FF(J)
GO TO 4

30 XX(J)=0.
4 CONTINUE

C
C
C

ARMAZENAMENTO NO DISCO DOS VALORES DE XX

IF1=1
WRITE(1'IF1)(XX(I),I=1,N)

C
C
C

SAIDA DOS VALORES DE XX E FF VIA IMPRESSORA

WRITE(LFSC,999)(XX(I),FF(I),I=1,N)
CALL EXIT

101 FORMAT(I4)

999 FORMAT('1',///,' VARIAVEIS REDUZIDAS A DISTRIBUICAO NORMAL PADRAO'
2,/,4X,'COM MESMA FREQUENCIA DOS EVENTOS HISTORICOS',//,4X,'VARIAVE'
FREQUENCIA ACUMULADA',/,(5X,F14,7,12X,F14,7))

*NAMEAJUP

C
C*****

C AJUSTA OS DADOS DE PRECIPITACAO A LEI NORMAL
C EQUACAO AJUSTADA / $P**C = \text{SIGMA} * (Z - Z0)$

C UTILIZA AS SUBROUTINES

C *AMSQ
C *ORDEN

C PROGRAMADOR / ANTONIO EDUARDO LANNA

C NOMENCLATURA UTILIZADA

C N...NUMERO DE ANOS DE OBSERVACAO

C P...PRECIPITACAO EQUIVALENTE UNIFORME MENSAL NA BACIA-DIM&12*N

C Z...VARIAVEL REDUZIDA A DISTRIBUICAO NORMAL PADRAO CORRESPONDENDO
C A FREQUENCIA DAS PRECIPITACOES, EM ORDEM CRESCENTE, ARMAZENADA NO
C DISCO NA AREA LANNA

C AP...LOGARITMO DECIMAL DA PRECIPITACAO DO MES ESTUDADO-DIM&N

C Z0...PARAMETRO AJUSTADO POR TENTATIVAS

C DZ0...INCREMENTO AO VALOR DE Z0

C AZ...LOGARITMO DECIMAL DA EXPRESSAO $(Z - Z0) - \text{DIM} \& N$

C C...EXPOENTE DE AJUSTAMENTO

C SIGMA...DESVIO PADRAO DA DISTRIBUICAO NORMAL AJUSTADA

C EP...ERRO PADRAO DA ESTIMATIVA

C R...COEFICIENTE DE DETERMINACAO DA ESTIMATIVA

C D...VARIAVEL SEM EFEITO NO PROGRAMA UTILIZADA NA SUBROUTINE AMSQ
C DIM&N

C A...IDEM B NA SUBROUTINE ORDEN

C
C*****

C DIMENSION P(12,40)

C DIMENSION AP(40),Z(40),AZ(40),D(40),A(40)

C DIMENSION AMES(12)

C DATA AMES/'JANE','FEVE','MARC','ABRI','MAIO','JUNH','JULH','AGOS',
C 2'SETE','OUTU','NOVE','DEZE'/

C DEFINE FILE 1(3,320,U,IF1),2(1,80,U,IF2)

C FUNCAO LOGARITMO DECIMAL

C DOG(A)=ALOG(A)/ALOG(10.)

C DEFINICAO DO CODIGO DA UNIDADE DE ENTRADA(LEIT) E DE SAIDA(LESC)

C LEIT=8

PAGE 2

LESC=5
READ(LEIT,101)N

C
C LEITURA DAS PRECIPITACOES ARMAZENADAS NO DISCO
C

IF1=1
READ(1'IF1)P
C LEITURA NO DISCO DA VARIABEL REDUZIDA CORRESPONDENTE A PROBABILIDA
C -DE DO EVENTO

IF2=1
READ(2'IF2)(Z(J),J=1,N)
DO 20 KONT1=1,12
READ(LEIT,101)MES
IF :MES)2,2,1
1 WRITE(LESC,999)AMES(MES)
DO 30 J=1,N
AP(J)=DOG(P(MES,J))
30 CONTINUE

C
C ORDENACAO DOS VALORES DE AP - ORDEM CRESCENTE
C

CALL ORDEN(AP,A,N,0)

C
C ENTRADA DO VALOR INICIAL DE Z0 E DOS INCREMENTOS DZ0
C

READ(LEIT,102)ZI,DZ0
DO 20 KONT2=1,21
Z0=ZI+KONT2*DZ0
DO 10 J=1,N
AZ(J)=DOG(Z(J)-Z0)
10 CONTINUE

C
C AJUSTAMENTO DE AP A AZ PELO METODO DOS MINIMOS QUADRADOS*RETA
C

CALL AMSQ(AP,AZ,N,APM,AZM,E,B,EP,TA,TB,F,R,D)
C=1./E
SIGMA=10.**(B*C)
Z0=Z0+.001

C
C RESULTADOS
C

WRITE(LESC,998)C,SIGMA,EP,R,Z0,TA,TB,F,APM,AZM
20 CONTINUE
2 CALL EXIT
101 FORMAT(I2)
102 FORMAT(2F10.0)
998 FORMAT('0',4E15.7,3F6.2,F8.2,2E15.7)
999 FORMAT(//////////, '1MES ESTUDADO*****
3*****',2X,A4,///,9X,'C',12X,'SIGMA',11X,'EP',13X,
4'R',9X,'Z0',4X,'TA',4X,'TB',6X,'F',9X,'APM',12X,'AZM')
END

```

C
C *****
C
C SUBROUTINE ANSC
C AJUSTAMENTO FELC METODO DOS MINIMOS QUADRADOS
C
C PROGRAMADOR / ANTONIO EDUARDO LANA
C
C ACTUACAO UTILIZADA
C Y...VARIAVEL DEPENDENTE
C X...VARIAVEL INDEPENDENTE
C N...NUMERO DE OBSERVACOES
C YM...VALOR MEDIO DE Y
C XM...VALOR MEDIO DE X
C A...COEFICIENTE ANGULAR DA RETA AJUSTADA
C B...INTERSECAO DA RETA AJUSTADA
C EF...ERRO PADRAO DAS ESTIMATIVAS
C TA...VALOR DE T PARA FICTESE A = 0
C TE...VALOR DE T PARA FICTESE E = 0
C F...VALOR DE F PARA ANALISE DE VARIACAO
C R...COEFICIENTE DE CORRELACAO
C D...DESVIOS DOS VALORES OBSERVADOS EM RELACAO AOS ESTIMADOS
C
C *****

```

```

C
C SUBROUTINE ANSC(Y,X,N,YM,XM,A,E,EF,TA,TE,F,R,D)
C DIMENSION Y(1),X(1),C(1)
C S=C.
C SY=C.
C SX=C.
C S2=C.
C SD2=C.
C SD2M=C.
C SD2N=C.
C DO 10 I=1,N
C SX=SX+X(I)
C SY=SY+Y(I)
C SX*Y=SX*Y+(I)*Y(I)
10 C S2=S2+(I)**2
C ANUM=N*SX*Y-S**2*SY
C ENUM=S**2*SY-S**2*SY
C DENUM=N*S2-S**2**2
C A=ANUM/DENUM
C E=ENUM/DENUM
C YM=SY/N
C XM=SX/N
C DO 20 I=1,N
C C(I)=Y(I)-(E+A*X(I))
C SD2=SD2+C(I)**2
C SD2M=SD2M+(Y(I)-YM)**2
20 C SD2N=SD2N+(X(I)-XM)**2
C EF=SQRT(SD2/(N-2))
C TA=(SD2/(N-2))/SD2M
C TA=SQRT(TA)
C TA=ABS(A)/TA
C TE=(SD2/(N-2))*(1+(X**2)/SD2M)
C TE=SQRT(TE)
C TE=ABS(E)/TE
C F=((A**2)*SD2M*(N-2))/(SD2M-A**2*SD2M)
C R=SQRT((A**2)*SD2M/SD2M)
C RETURN
C END

```

```

C
C *****
C
C   SUBROUTINE ORDENACAO DE VALORES*ORDEN CRESCENTE OU DECRESCENTE
C
C   PROGRAMADOR / ANTONIO EDUARDO LAMMA
C
C   METODO UTILIZADO
C
C   X...VARIÁVEL A SER ORDENADA-DIMEN
C   A...VARIÁVEL AUXILIAR-DIMEN
C   L...VARIÁVEL QUE PODE ASSUMIR DOS VALORES
C   SE L=0**ORDEN CRESCENTE A ORDENACAO
C   SE L=1**ORDEN DECRESCENTE A ORDENACAO
C   N...NUMERO DE VALORES QUE ASSUME A VARIÁVEL X NA AMOSTRA
C
C *****
C
C   SUBROUTINE ORDEN(X,A,N,L)
C   DIMENSION X(1),A(1)
C   1C K=0
C     KI=N-1
C     DO 3C I=1,KI
C       IF(X(I)->(I+1))3C,3C,2C
C   2C TEMP=X(I)
C     X(I)=X(I+1)
C     X(I+1)=TEMP
C     K=1
C   3C CONTINUE
C     IF(K)4C,4C,1C
C   4C IF(L)5C,5C,5C
C   5C DO 6C I=1,N
C     II=N-I+1
C     A(I)=X(II)
C   6C CONTINUE
C     DO 7C I=1,N
C     X(I)=A(I)
C   7C CONTINUE
C   8C RETURN
C   9C END

```

*MATERIA

C
C *****

C TESTA A FANOMIOLÓGICA DE UMA SÉRIE DE EVENTOS SUCESSIVOS

C PROGRAMADOR / ANTONIO EDUARDO LAMMA

C SUBROTINAS UTILIZADAS

C *ENCAD

C *CCCCF

C *FSFER

C NOTACAO UTILIZADA

C N...NUMERO DE ANOS DE CRESCIMENTO

C NN...NUMERO TOTAL DE CRESCIMENTOS MENSIS EM N ANOS

C F...FREQÜENCIA EQUIVALENTE MENSAL NA EACIA-DIMEN2*N

C FF...ARRANCO DIMENSIONAL DA VARIÁVEL F-DIMEN

C DENOMINADORES SÃO DEFINIDAS NAS SUBROTINAS

C) *****

C DIMENSÃO F(12,100),FF(1200)

C DIMENSÃO K(1200),IE(500),AET(500)

C DEFINE FILE 1(6,200,0,1F1)

C DEFINIÇÃO DO CÓDIGO DA UNIDADE DE ENTRADA(LEIT) E DE SAÍDA(LESC)

C LEIT=8

C LESC=5

C READ(LEIT,101)N

C NN=12*N

C ENTRADA DOS VALORES DE FREQÜENCIA ARMAZENADOS NO DISCO

C IF1=1

C READ(1*IF1)F

C I=C

C DO 1 J=1,N

C DO 1 MES=1,12

C I=I+1

C FF(I)=F(MES,J)

C 1 CONTINUE

C CHAMADA SUBROTINA FSFER

C CALL FSFER(2N,DF2,FF,NN,CC)

C CHAMADA SUBROTINA ENCAD

C CALL ENCAD(FF,KSE,IE,KSET,AET,K,NN)

C WRITE(LESC,555)CC

C WRITE(LESC,558)2N,DF2

C CALL EXIT

C 101 FORMAT(14)

555 FORMAT('TESTE DE SIGNIFICANCIA DO COEFICIENTE DE CORRELACAO ENTRE

2 AS VARIÁVEIS',/,10X,' VARIÁVEL REGRESSIVA Z=',E15.7,/,

210X,' DESVIO PADRAO DE Z =',E15.7)

558 FORMAT('TESTE DE SIGNIFICANCIA DO TIPO DE CORRELACAO SERIAL',/, ' COEFIC

ZIENTE DE CORRELACAO DA SERIE COM LAG 1',E15.7)

END

```

C
C *****
C
C   TESTA A FUNCIONIDADE DE UMA SEQUENCIA DE EVENTOS PELA COMPARACAO
C   ENTRE OS ENCADEAMENTOS EFETIVOS E OS QUE TEORICAMENTE TERIA UMA
C   SEQUENCIA DE EVENTOS FUNCIONAIS
C   NCNTA=1***ENCADEAMENTOS PARA CIMA E PARA BAIXO
C   NCNTA=2***ENCADEAMENTOS ACIMA E ABAIXO DA MEDIA
C
C   PROGRAMADOR / ANTONIO EDUARDO LANA
C
C   NOTACAO UTILIZADA
C   N...NUMERO DE RESERVACOES
C   A...VARIÁVEL REPRESENTATIVA DO EVENTO QUE SE TESTA-DIMEN
C   KSE...NUMERO TOTAL DE ENCADEAMENTOS EFETIVOS
C   KSET...NUMERO TOTAL DE ENCADEAMENTOS ESPERADOS
C   IE...NUMERO DE ENCADEAMENTOS EFETIVOS DE ORDEN L-DIMEN SENSO
C   AET...NUMERO DE ENCADEAMENTOS ESPERADOS DE ORDEN L-DIMEN SENSO
C   K...VARIÁVEL AUXILIAR-DIMEN SENSO
C *****
C
C   SUBROUTINE ENCAD(A,KSE,IE,KSET,AET,K,N)
C   DIMENSION A(1),K(1),IE(1),AET(1)
C   DEFINICAO DO CODIGO DA UNIDADE DE ENTRADA(LEIT) E DE SAIDA(LESC)
C
C   LESC=5
C   DO 21 NCNTA=1,2
C   IF(NCNTA-1)22,22,23
C
C   ENCADEAMENTOS PARA CIMA E PARA BAIXO
C
C 22 WRITE(LESC,999)
C   N1=N-1
C
C   DETERMINA O VALOR DE K*SEQUENCIA ASCENDENTE,K=1*DESCENDENTE,K=C
C
C   DO 1 I=1,N1
C   IF(A(I)-A(I+1))2,2,3
C 2 K(I)=1
C   GO TO 1
C 3 K(I)=C
C 1 CONTINUE
C   GO TO 24
C
C   ENCADEAMENTOS ACIMA E ABAIXO DA MEDIA
C
C 23 WRITE(LESC,996)
C   SF=C.

```

PAGE 2

```

      DC 25 I=1,N
      SP=SP+A(I)
25  CONTINUE
C
C      MEDIA
      AP=SP/N
C      DETERMINA O VALOR DE K***EVENTO ACIMA DA MEDIA, K=C
C
C      DETERMINA O VALOR DE K***EVENTO ABAIXO DA MEDIA, K=1
C
      DC 26 I=1,N
      IF(A(I)-AP)27,27,28
27  K(I)=1
      GO TO 26
28  K(I)=C
26  CONTINUE
24  N2=N-2
C
C      DEFINICAO DO TAMANHO DOS ENCADEAMENTOS A SEREM COMPUTADOS
C
      DC 4 L=1,N2
      IE(L)=C
      NL=N-L-1
      DC 7 I=1,NL
      IL=I+L+1
C
C      CHECK-EXTREMOS DOS ENCADEAMENTOS SAC IGUAIS E
C
      IF(K(I)-K(IL))7,5,7
5    II=I+1
    III=IL-1
C
C      CHECK-INTERIOR DO ENCADEAMENTO HOMOGENEO E DIFERENTE DOS EXTREMOS
C
      SK=C
      DC 8 J=II,III
      SK=SK+K(J)
8    CONTINUE
      SK=SK/L
C
C      CONDICAO DE HOMOGENEIDADE - SK=C OU SK=1
C      CONDICAO DE DESIGUALDADE COM EXTREMOS-
C      SE K=C IMPLICA SK=1
C      SE K=1 IMPLICA SK=C
C
      IF(K(I))6,6,9
6    IF(SK-1)7,10,10
9    IF(SK)10,10,7
C
C      DETERMINACAO DO NUMERO DE ENCADEAMENTOS DE ORDEM L
C
10  IE(L)=IE(L)+1
    7  CONTINUE
C
C      DETERMINACAO DO NUMERO ESPERADO DE ENCADEAMENTOS DE ORDEM L
C
      IF(KONTA-1)31,31,32
31  IF(L-1)12,12,12
12  AET(L)=.5+(5*N+1)/12

```


PAGE 2

```

CC TC 30
13 IF(L-2)14,14,15
14 AET(L)=.5+(11*N-14)/60
CC TC 30
15 FATL=1
LL=L+3
CC 20 N=1,LL
FATL=FATL*N
20 CONTINUE
N=FLCAT(L)
Z=FLCAT(N)
AET(L)=.5+(2*(N**2+3*N+1)*Z-(N**3+3*(N**2)-N-4))/FATL
IF(AET(L)-.501)40,30,30
32 AET(L)=.5+(N-L+3.)*(1.5**L+1.)
IF(AET(L)-.501)40,30,30
30 IET=IFIX(AET(L))
WRITE(LESC,998)L,IET,IE(L)
4 CONTINUE

C
C DETERMINACAO DO NUMERO TOTAL DE ENCADEAMENTOS
C
L=L-1
40 KSE=C
CC 16 I=1,L
KSE=KSE+IE(I)
16 CONTINUE

C
C DETERMINACAO DO NUMERO TOTAL DE ENCADEAMENTOS ESPERADOS
C
IF(KONTA-1)41,41,42
41 KSET=.5+(2*N-1)/2
CC TC 42
42 KSET=.5+(N+1)/2
42 WRITE(LESC,997)KSET,KSE
21 CONTINUE
RETURN
999 FORMAT('1',10X,'TESTE DE RANDOMICIDADE TIPO ENCADEAMENTO',////,
220X,'PARA CIMA E PARA BAIXO',
3///,13X,'CONFRIMENTO NO ESPERADO NO EFETIVO ')
998 FORMAT(16X,13,10X,13,9X,13)
997 FORMAT(///,16X,'NUMERO TOTAL DE ENCADEAMENTOS',/,
220X,' ESPERADO EFETIVO ',/,22X,13,9X,13)
996 FORMAT(////////,11X,'TESTE DE RANDOMICIDADE TIPO ENCADEAMENTO',////,
2,20X,'ACIMA E BAIXO DA MEDIA',
3///,13X,'CONFRIMENTO NO ESPERADO NO EFETIVO ')
ENE

```

```

C
C *****
C
C   CALCULA O COEFICIENTE DE CORRELACAO DE LAG 1 PARA UMA SEQUENCIA
C   DE VARIÁVEIS TEMPERAIS TEMPO POR FIM TESTE DE RANDOMICIDADE
C
C   PROGRAMADOR / ANTONIO EDUARDO LANNA
C
C   ACTUACAO
C   N...NUMERO DE OBSERVACOES
C   A...VARIÁVEL TESTADA-DIMEN
C   CC...COEFICIENTE DE CORRELACAO
C
C *****

```

```

C
SUBROUTINE COCOR(A,N,CC)
DIMENSION A(1)
SA=C.
SF=C.
SA2=C.
SF2=C.
SAF=C.
N1=N-1
DO 1 I=1,N1
SA=SA+A(I)
SF=SF+A(I+1)
SA2=SA2+A(I)**2
SF2=SF2+A(I+1)**2
SAF=SAF+A(I)*A(I+1)
1 CONTINUE
L=FLCAT(N)
ANLME=(1/(L-1))*SAF-(1/(L-1)**2)*SA*SF
DENC1=SQRT((1/(L-1))*SF2-(1/(L-1)**2)*SF**2)
DENC2=SQRT((1/(L-1))*SA2-(1/(L-1)**2)*SA**2)
CC=ANLME/(DENC1*DENC2)
RETURN
END

```

```

C
C *****
C
C   REALIZA A TRANSFORMACAO DE FISHER PARA TESTAR A SIGNIFICANCIA
C   DO COEFICIENTE DE CORRELACAO
C
C   PROGRAMADOR / ANTONIO EDUARDO LANNA
C
C   OBSERVACAO*UTILIZA A SUBROTINA COCOR
C
C   ACTUACAO UTILIZADA
C   N...NUMERO DE OBSERVACOES
C   A...VARIÁVEL REPRESENTATIVA DA SERIE ESTUDADA-DIMEN
C   CC...COEFICIENTE DE CORRELACAO DETERMINADO PELA SUBROTINA COCOR
C   ZN...MEDIA DA VARIÁVEL REDUZIDA Z
C   CF2...DESVIO PADRAO DE Z
C
C *****

```

```

C
SUBROUTINE FISHER(ZN,CF2,A,N,CC)
DIMENSION A(1)
CALL COCOR(A,N,CC)
ZN=.5*ALOG((1.-CC)/(1.+CC))
CF2=1./SQRT(FLCAT(N-2))
RETURN
END

```

*NAMEAJUQ

```

C
C *****
C
C   PROGRAMA PRINCIPAL
C   AJUSTA OS VALORES DOS ESCOAMENTOS MEDIOS MENSAIS DA BACIA ESTUDADA
C   A DISTRIBUICAO NORMAL PADRAO
C
C   SAO FEITAS QUATRO HIPOTESES QUANTO A DISTRIBUICAO QUE MELHOR SE
C   AJUSTA AOS VALORES HISTORICOS& 1-DISTRIBUICAO NORMAL
C                                       2-DISTRIBUICAO LOGARITMO NORMAL
C                                       3-DISTRIBUICAO PEARSON III
C                                       4-DISTRIBUICAO LOGARITMO PEARSONIII
C
C   F REALIZADO UM TESTE PARA VERIFICACAO DA DISTRIBUICAO QUE MELHOR
C   SE AJUSTA AOS VALORES HISTORICOS DE CADA MES ATRAVES DA SUBRT CAJU
C
C   OS VALORES DAS VARIABEIS REDUZIDAS A DISTRIBUICAO NORMAL PADRAO
C   SAO ARMazenADOS NO DISCO EM TODOS OS CASOS COM OS SEGUINTEs CODGS
C   QADN-AREA ANABE
C   QADLN-AREA LIGIA
C   QADP-AREA MONIC
C   QADLP-AREA LIAAU
C
C   UTILIZA AS SUBROUTINES
C   *BDPAS
C   *ORDEN
C   *CAJU
C
C   PROGRAMADOR / ANTONIO EDUARDO LANNA
C
C   NOTACAO UTILIZADA
C   N...NUMERO DE ANOS DO PERIODO DE OBSERVACAO
C   KONTA...VARIABEL QUE PODE TOMAR OS SEGUINTEs VALORES
C
C   VALOR DE KONTA  DISTRIBUICAO PRESUMIDA
C           1      NORMAL
C           2      PEARSON III
C           3      LOG-NORMAL
C           4      LOG-PEARSON III
C
C   VARIABEIS COM DIMENSAO 12*N
C   Q...ESCOAMENTOS MEDIOS MENSAIS OBSERVADOS
C   QADN...ESCOAMENTOS AJUSTADOS A DISTRIBUICAO NORMAL
C   QADLN...ESCOAMENTOS AJUSTADOS A DISTRIBUICAO LOG-NORMAL
C   QADP...ESCOAMENTOS AJUSTADOS A DISTRIBUICAO PEARSON III
C   QADLP...ESCOAMENTOS AJUSTADOS A DISTRIBUICAO LOG-PEARSON III

```

PAGE 2

```

C
C   VARIAVEIS COM DIMENSAO N.
C   Z...VARIAVEL COM DISTRIBUICAO NORMAL PADRAO COM FREQUENCIA DOS
C   EVENTOS HISTORICOS
C   A...VARIAVEL AUXILIAR
C   B...VARIAVEL AUXILIAR
C
C   VARIAVEIS COM DIMENSAO 12
C   QM...ESCOAMENTOS MEDIOS MENSAIS MEDIOS
C   QDP...DESVIO PADRAO DOS ESCOAMENTOS NC MES ESTUDADO
C   QAS...COEFICIENTE DE ASSIMETRIA DOS ESCOAMENTOS NO MES ESTUDADO
C   VARIAVEL COM DIMENSAO 4*12
C   CF...COEFICIENTE PARA TESTAR A RONDADDE DE AJUSTAMENTO
C
C *****
C
C   DIMENSION Q(12,40)
C   DIMENSION QADN(12,40),QADLN(12,40),QADP(12,40),QADLP(12,40)
C   DIMENSION QB(12),QDP(12),QAS(12),Z(40),CF(4,12)
C   DIMENSION A(40),B(40),X(40)
C   DIMENSION AMES(12)
C   DEFINE FILE 1(1,80,U,IF1)
C   DEFINE FILE 2(3,320,U,IF2)
C   DEFINE FILE 3(3,320,U,IF3)
C   DEFINE FILE 4(3,320,U,IF4)
C   DEFINE FILE 5(3,320,U,IF5)
C   DEFINE FILE 6(3,320,U,IF6)
C   DATA AMES/'JANE','FEVE','MARC','ABRI','MAIO','JUNH','JULH','AGOS',
1 'SETE','OUTU','NOVE','DEZE'/
C   DOG(X)=ALOG(X)/ALOG(10.)
C
C   DEFINICAO DO CODIGO DA UNIDADE DE ENTRADA(LEIT) E DE SAIDA(LESC)
C
C   LEIT=8
C   LESC=5
C   READ(LEIT,101)N
C
C   LEITURA NO DISCO DOS VALORES DE VR-AREA LANNA
C
C   IF1=1
C   READ(1'IF1')(Z(I),I=1,N)
C
C   LEITURA NO DISCO DOS VALORES DE Q-AREA EDUAR
C
C   IF2=1
C   READ(2'IF2)Q
C   DO 9 KONTA=1,4
C   GO TO (99,98,97,96),KONTA
97 WRITE(LESC,999)
C   WRITE(LESC,995)(AMES(MES),MES=1,12)
C   DO 3 MES=1,12
C   DO 3 J=1,N
C   Q(MES,J)=DOG(Q(MFS,J))
C   3 CONTINUE
C   GO TO 4
99 WRITE(LESC,999)
C   WRITE(LESC,998)(AMES(MES),MES=1,12)
C   CALCULO DA MEDIA DESVIO PADRAO E COEFICIENTE DE ASSIMETRIA

```

PAGE 3

```
4 DO 301 MES=1,12
DO 302 J=1,N
X(J)=Q(MES,J)
CALL RDPAS(X,N,E,DP,AS)
302 CONTINUE
QB(MES)=E
QDP(MES)=DP
QAS(MES)=AS
301 CONTINUE
IF(KONTA-2)5,9,7
5 DO 35 MES=1,12
DO 30 I=1,N
QADN(MES,I)=(Q(MES,I)-QB(MES))/QDP(MES)
30 CONTINUE
CALL CAJU(CF,QADN,Z,N,MES,KONTA,B,A)
35 CONTINUE
DO 201 I=1,N
KANO=1941+I
WRITE(LESC,997)KANO,(QADN(MES,I),MES=1,12)
201 CONTINUE
GO TO 9
98 WRITE(LESC,999)
WRITE(LESC,996)(AMES(MES),MES=1,12)
DO 40 MES=1,12
DO 45 J=1,N
QADP(MES,J)=(6./QAS(MES))*((.5*QAS(MES)*QADN(MES,J)+1.))**(1./3.)-1
2)+QAS(MES)/6.
45 CONTINUE
CALL CAJU(CF,QADP,Z,N,MES,KONTA,B,A)
40 CONTINUE
DO 202 I=1,N
KANO=1941+I
WRITE(LESC,997)KANO,(QADP(MES,I),MES=1,12)
202 CONTINUE
GO TO 9
7 DO 55 MES=1,12
DO 50 I=1,N
QADLN(MES,I)=(Q(MES,I)-QB(MES))/QDP(MES)
50 CONTINUE
CALL CAJU(CF,QADLN,Z,N,MES,KONTA,B,A)
55 CONTINUE
DO 203 I=1,N
KANO=1941+I
WRITE(LESC,997)KANO,(QADLN(MES,I),MES=1,12)
203 CONTINUE
GO TO 9
96 WRITE(LESC,999)
WRITE(LESC,994)(AMES(MES),MES=1,12)
DO 60 MES=1,12
DO 65 J=1,N
QADLP(MES,J)=(6./QAS(MES))*((.5*QAS(MES)*QADLN(MES,J)+1.))**(1./3.)
2-1)+QAS(MES)/6.
65 CONTINUE
CALL CAJU(CF,QADLP,Z,N,MES,KONTA,B,A)
60 CONTINUE
DO 204 I=1,N
KANO=1941+I
WRITE(LESC,997)KANO,(QADLP(MES,I),MES=1,12)
```

PAGE 4

204 CONTINUE

9 CONTINUE

WRITE(LESC,993)(AMES(MES),(CF(KONTA,MES),KONTA=1,4),MES=1,12)

C ARMAZENAMENTO NO DISCO DOS VALORES DAS VARIÁVEIS REDUZIDAS

IF3=1

WRITE(3'IF3)QADN

IF4=1

WRITE(4'IF4)QADLN

IF5=1

WRITE(5'IF5)QADP

IF6=1

WRITE(6'IF6)QADLP

CALL FXIT

101 FORMAT(I2)

993 FORMAT('1',25X,' COEFICIENTE DE AJUSTAMENTO',////,

231X,' DISTRIBUICAO TEORICA',///,

325X,' MES NORMA PEARS LNORM LPEAR ',///,

412(26X,A4,1X,F5.3,1X,F5.3,1X,F5.3,1X,F5.3,/))

994 FORMAT(' ',4X,'HIPOTESE 4 / DISTRIBUICAO DOS VALORES HISTORICOS TI
2PO LOG-PEARSON III'

3,/,4X,'ANO',1X,12(1X,A4,1X))

995 FORMAT(' ',6X,'HIPOTESE 3 / DISTRIBUICAO DOS VALORES HISTORICOS TI
2PO LOG-NORMAL'

3,/,4X,'ANO',1X,12(1X,A4,1X))

996 FORMAT(' ',6X,'HIPOTESE 2 / DISTRIBUICAO DOS VALORES HISTORICOS TI
2PO PEARSON III'

3,/,4X,'ANO',1X,12(1X,A4,1X))

997 FORMAT(3X,I4,12(1X,F5.1))

998 FORMAT(' ',8X,'HIPOTESE 1 / DISTRIBUICAO DOS VLORES HISTORICOS TI
2PO NORMAL',/,4X,'ANO',1X,12(1X,A4,1X))

999 FORMAT('1',7X,'AJUSTAMENTO DOS VALORES HISTORICOS DE ESCOAMENTOS M
2EDIOS MENS AIS',/,25X,'A DISTRIBUICAO NORMAL PADRAO',////////)

END

```

C
C   SUBROUTINE CAJU
C+++++
C
C   CALCULA O COEFICIENTE DE AJUSTAMENTO DA DISTRIBUICAO PRESUMIDA DOS
C   EVENTOS AOS MESMOS.
C
C   UTILIZA A SUBROUTINA ORDEN
C
C   PROGRAMADOR / ANTONIO EDUARDO LANNA
C
C   NOTACAO
C   CF= COEFICIENTE DE AJUSTAMENTO + DIM 4x12
C   YR=VALOR REAL DA VARIAVEL REDUZIDA A DIST. NORMAL PADRAO+DIM-12xN
C   YT=VALOR TEORICO DA VARIAVEL REDUZIDA A DIST. NORMAL PADRAO COM
C   MESMA FREQUENCIA DE YR+DIM-N
C   YM=VALOR MEDIO DA VARIAVEL+DIM-12
C   B=VARIAVEL AUXILIAR+DIM-N
C   A=VARIAVEL AUXILIAR+DIM N
C   N=NUMERO DE OBSERVAÇOES
C   MES=ORDEM DO MES PARA O QUAL SE CALCULA O CF
C   KONIA=VARIAVEL QUE REPRESENTA A DISTRIBUICAO PRESUMIDA DOS EVENTOS
C+++++
C
C   SUBROUTINE CAJU(CF,YR,YT,N,MES,KONIA,B,A)
C   DIMENSION CF(4,12),YR(12,40),YT(40),B(40),A(40)
C   DO 2 I=1,N
C   B(I)=YR(MES,I)
C   2 CONTINUE
C   CALL ORDEN(B,A,N,0)
C   SD2YM=0.
C   SD2YT=0.
C   DO 1 I=1,N
C   SD2YM=SD2YM+B(I)**2
C   SD2YT=SD2YT+(B(I)-YT(I))**2
C   1 CONTINUE
C   CF(KONIA,MES)=1-SD2YT/SD2YM
C   RETURN
C   END

```

*NAMEGEFF

```

C
C *****
C
C   PROGRAMA PRINCIPAL
C
C   GERA UMA SEQUENCIA DE NG ANOS DE PRECIPITACAO MENSAL
C   CALCULA OS PARAMETROS MEDIA, DESVIO PADRAO E ASSIMETRIA PARA CADA
C   MES, DAS PRECIPITACOES GERADAS
C   ARMAZENA AS PRECIPITACOES GERADAS NA AREA DE DISCO DE NOME YEMAN
C   ARMAZENA AS VARIAVEIS REDUZIDAS A DISTRIBUICAO NORMAL PADRAO (VEM
C   CORRESPONDENTES AS PRECIPITACOES GERADAS NA AREA DE DISCO DE NOME
C   JANA)
C
C   PROGRAMADOR / ANTONIO EDUARDO LANA
C
C   NOTACAO UTILIZADA
C   VARIAVEIS COM DIMENSAO 12*NG
C   PG...PRECIPITACOES MENSAS GERADAS
C   PGRN...VEM CORRESPONDENTE A PG
C   VARIAVEIS COM DIMENSAO NG
C   PGTCT...TOTAL PRECIPITACAO ANUAL
C   X...VARIAVEL AUXILIAR
C   VARIAVEIS COM DIMENSAO 12
C   ALFA...COEFICIENTE DE REGRESSAO COM RELACAO A PRECIPITACAO DO MES
C   ANTERIOR
C   BETA...INTERSECAO DA EQUACAO DE REGRESSAO
C   C...EXPOENTE NORMALIZADOR DA PRECIPITACAO MENSAL
C   SIGMA...DESVIO PADRAO DAS PRECIPITACOES MENSAS NORMALIZADAS
C   ZC...PARAMETRO DA EQUACAO NORMALIZADORA
C   PGM...MEDIA DAS PRECIPITACOES GERADAS NO MES
C   PGLF...DESVIO PADRAO DAS PRECIPITACOES GERADAS NO MES
C   PGAS...COEFICIENTE DE ASSIMETRIA DAS PRECIPITACOES GERADAS NO MES
C   AMES...VARIAVEL ALFANUMERICA QUE CONTEM O NOME DOS MESES
C   VARIAVEIS COM DIMENSAO 1
C   NG...NUMERO DE ANOS DE PRECIPITACAO GERADOS
C   IANC...ULTIMO ANO DA SERIE HISTORICA
C   ZFA...PRECIPITACAO DO MES ANTERIOR
C   Z...VARIAVEL REDUZIDA A DISTRIBUICAO NORMAL (0,1), GERADA PELO
C   COMPUTADOR PELA SUBROTINA GAUSS
C
C *****
C
C   DIMENSAO PG(12,100),PGRN(12,100)
C   DIMENSAO PGTCT(100),X(100)
C   DIMENSAO ALFA(12),BETA(12),EF(12)
C   DIMENSAO C(12),SIGMA(12),ZC(12)
C   DIMENSAO PGM(12),PGLF(12),PGAS(12)

```


FACE 2

```

DIMENSION AMES(12)
DATA AMES/'JANE','FEVE','MARC','ABRI','MAIO','JUN','JULH','AGOS'
1'SETE','OUTO','NOVE','DEZE'/
DEFINE FILE 1(8,22C,L,1F1)
DEFINE FILE 2(8,22C,L,1F2)

```

```

C
C DEFINICAO DAS UNIDADES DE ENTRADA E SAIDA
C

```

```

LEIT=8
LESC=5

```

```

C
C READ(LEIT,1C1)IANC
C READ(LEIT,1C1)NG

```

```

C LEITURA DO VALOR DA VFCM CORRESPONDENTE A ULTIMA PRECIPITACAO
C DA SERIE HISTORICA
C

```

```

READ(LEIT,1C2)ZFA
READ(LEIT,1C2)IC(MES),SIGMA(MES),ZC(MES),MES=1,12)
READ(LEIT,1C2)(ALFA(MES),BETA(MES),EF(MES),MES=1,12)

```

```

C GERACAO DO VALOR RANDOMICO INICIAL PELO COMPUTADOR
C

```

```

READ(LEIT,1C1)IX
CALL GALSS(IX,1.,C.,Z)
DO 20 J=1,NG
PGTCT(J)=C.
DO 10 MES=1,12
CALL GALSS(IX,1.,C.,Z)
ZFA=ALFA(MES)*ZFA+ETA(MES)+EF(MES)*Z
FGREN(MES,J)=ZFA
PG(MES,J)=(SIGMA(MES)*(ZFA-ZC(MES)))**(1./C(MES))
PGTCT(J)=PGTCT(J)+PG(MES,J)

```

10 CONTINUE

```

C ALGORITMO PARA IMPRESSAO DE LANCOS EM CADA PAGINA

```

```

L=25
K=J-1
IF((K/L)*L)-K)4C,2C,2C
20 WRITE(LESC,999)(AMES(MES),MES=1,12)
40 IANC=IANC+1
WRITE(LESC,998)IANC,(FG(MES,J),MES=1,12),PGTCT(J)
20 CONTINUE

```

```

C DETERMINACAO DA MEDIA, DESVIO PADRAO E COEFICIENTE DE ASSIMETRIA
C DOS VALORES GERADOS EM CADA MES
C

```

```

DO 37 MES=1,12
DO 36 J=1,NG
X(J)=FG(MES,J)
36 CONTINUE
CALL EDFAS(X,NG,E,DF,AS)
FGM(MES)=E
FGDF(MES)=DF
FGAS(MES)=AS
37 CONTINUE

```

```

C RESULTADOS
C

```

```

WRITE(LESC,997)(AMES(MES),MES=1,12)

```

PAGE 3

```
WRITE(LESC,996)(FGP(MES),MES=1,12)
WRITE(LESC,995)(FGDF(MES),MES=1,12)
WRITE(LESC,994)(FGAS(MES),MES=1,12)
```

C
C
C

ARMAZENAMENTO DAS FRECIPITACCES NO DISCO

```
IF1=1
WRITE(1'IF1)FG
IF2=1
WRITE(2'IF2)FGFEN
WRITE(LESC,993)IX
CALL EXIT
```

```
101 FORMAT(I6)
102 FORMAT(3F10.0)
993 FORMAT('1',10X,'1')=',1E)
994 FORMAT(/,3X,'CAS.',12(1X,F5.2))
995 FORMAT(/,3X,'CDF.',12(1X,F5.1))
996 FORMAT(/,3X,'MED.',12(1X,F5.1))
997 FORMAT('1',////////////////////,14X,'PARAMETROS ESTADISTICOS DAS
2RECIPITACCES GERADAS',///,EX,12(1X,A4,1X))
998 FORMAT('C',2X,14,12(1X,F5.0),2X,F5.0)
999 FORMAT(/,'1',30X,'FRECIPITACAO MENSAL',//,33X,' * MM/MES',///,
24X,'ANC',1X,12(1X,A4,1X),1X,'ANUAL')
END
```

*PAPEGESCC

C

C*****

C

C GERA UMA SEQUENCIA DE NG ANOS DE ESCCAMENTOS MENSAS
 C CALCULA PARA CADA MES A MEDIA, DESVIC PADRAO E CCEF. DE ASSIMETRIA
 C ARMAZENA OS ESCCAMENTOS GERADOS NA AREA DE NOPE PARA
 C ARMAZENA AS VARIAVEIS REDUZIDAS A DISTRIBUICAO NORMAL PADRAO
 C CORRESPONDENTES AOS ESCCAMENTOS GERADOS NA AREA DO DISCO DE NOPE
 C LANCA

C A DISTRIBUICAO DE FREQUENCIAS ESCOLHIDA PARA REPRESENTAR A
 C DISTRIBUICAO DOS ESCCAMENTOS MENSAS E A LOGARITMO PEARSON III

C

C SUBROTINAS UTILIZADAS

C

C *RANL

C

C *GALSS

C

C *EDFAS

C

C PROGRAMADOR / ANTONIO EDUARDO LANNA

C

C NOTACAO UTILIZADA

C

C VARIAVEIS COM DIMENSAO 12*NG

C

C CG...ESCCAMENTO MENSAL GERADO

C

C CGREN...VREN CORRESPONDENTE A CG

C

C VARIAVEIS COM DIMENSAO NG

C

C CGTCT...ESCCAMENTO MEDIO ANUAL

C

C >...VARIABEL AUXILIAR

C

C VARIAVEIS COM DIMENSAO 12

C

C ALFA...COEFICIENTE DE REGRESSAO MULTIPLA CORRESPONDENTE AO

C

C ESCCAMENTO DE MES ANTERIOR

C

C BETA...IDEN PRECIPITACAO NO MES

C

C GAMMA...IDEN PRECIPITACAO NO MES ANTERIOR

C

C DELTA...INTERSECAO DA REGRESSAO MULTIPLA

C

C EP...ERRO PADRAO DA ESTIMATIVA DE C PELA REGRESSAO MULTIPLA

C

C CGM...MEDIA DOS ESCCAMENTOS GERADOS NO MES DETERMINADO

C

C CGAS...COEF. DE ASSIMETRIA DOS ESCCAMENTOS GERADOS NO MES DETERM.

C

C CGDF...DESVIO PADRAO DOS ESCCAMENTOS GERADOS NO MES DETERMINADO

C

C OS PARAMETROS ABAIXO SE REFEREM AOS DADOS HISTORICOS

C

C CM...MEDIA DOS LOGARITMOS DOS ESCCAMENTOS MENSAS

C

C CDF...DESVIO PADRAO DOS LOGARITMOS DOS ESCCAMENTOS MENSAS

C

C CAS...ASSIMETRIA DOS LOGARITMOS DOS ESCCAMENTOS MENSAS

C

C APES...VARIABEL ALFANUMERICA QUE CONTEM O NOPE DOS MESES

C

C VARIAVEIS COM DIMENSAO 1

C

C NG...NUMERO DE ANOS A SEREM GERADOS

C

C IANC...ULTIMO ANO DA SERIE HISTORICA

C

C ZCA...ESCCAMENTO NO MES ANTERIOR(VREN)

C

C ZFA...PRECIPITACAO NO MES ANTERIOR(VREN)

C

C ZF...PRECIPITACAO MENSAL-VARIABEL AUXILIAR

PAGE 2

```

C
C *****
C
    DIMENSION CC(12,100),CGREN(12,100),FGREN(12,100)
    DIMENSION CGTCT(100),X(100)
    DIMENSION ALFA(12),BETA(12),GAMA(12),DELTA(12),EF(12)
    DIMENSION CCN(12),CCCF(12),CCAS(12)
    DIMENSION CN(12),CCF(12),CAS(12)
    DIMENSION AMES(12)
    DATA AMES/'JANE','FEVE','MARÇ','ABRIL','MAIO','JUNH','JULH','AGOS',
1'SETE','AUGO','SETE','DEZE'/
    DEFINE FILE 1(E,220,L,1F1)
    DEFINE FILE 2(E,220,L,1F2)
    DEFINE FILE 3(E,220,L,1F3)
C
C   DEFINICAO DAS UNIDADES DE ENTRADA E SAIDA
C
    LEIT=6
    LESC=5
    READ(LEIT,101)IANC
    READ(LEIT,101)NC
    READ(LEIT,102)ZCA,ZFA
    READ(LEIT,102)(ALFA(MES),BETA(MES),GAMA(MES),DELTA(MES),EF(MES),
2MES=1,12)
    READ(LEIT,103)(CN(MES),CCF(MES),CAS(MES),MES=1,12)
    1F1=1
    READ(1'1F1)FGREN
C
C   GERACAO DO VALOR FANOMICO INICIAL PELO COMPUTADOR
C
    READ(LEIT,101)I
    CALL GAUSS(1),1.,C.,2)
    DO 20 J=1,NC
    CGTCT(J)=C.
    DO 10 MES=1,12
    CALL GAUSS(1),1.,C.,2)
    ZF=FGREN(MES,J)
    ZCA=ALFA(MES)*ZCA+BETA(MES)*ZF+GAMA(MES)*ZFA+EF(MES)*Z+DELTA(MES)
    ZFA=ZF
    CGREN(MES,J)=ZCA
    CG(MES,J)=(1+(CAS(MES)/6.)*(ZCA-CAS(MES)/6.)+1)*#E-1)*(2./CAS(MES))
    CG(MES,J)=CN(MES)+CCF(MES)*CG(MES,J)
    CG(MES,J)=10.*CG(MES,J)
    CGTCT(J)=CGTCT(J)+CG(MES,J)/12.
10 CONTINUE
C
C   ALGORITMO PARA IMPRESSAO DE L LINHAS DE RESULTADOS EM CADA PAGINA
C
    L=25
    K=J-1
    IF ((K/L)*L-K)40,20,20
20 WRITE(LESC,999)(AMES(MES),MES=1,12)
40 IANC=IANC+1
    WRITE(LESC,998)IANC,(CG(MES,J),MES=1,12),CGTCT(J)
20 CONTINUE
C
C   DETERMINACAO DA MEDIA, DESVIO PADRAO E COEF. DE ASSIMETRIA P/CADA
C   MES

```

PAGE 3

```

      DO 50 MES=1,12
      DO 60 J=1,NG
      X(J)=CG(MES,J)
60  CONTINUE
      CALL ECFAS(X,NG,E,DF,AS)
      CG(MES)=E
      CGDF(MES)=DF
      CGAS(MES)=AS
50  CONTINUE
      WRITE(LESC,997)(X(MES),MES=1,12)
      WRITE(LESC,996)(CG(MES),MES=1,12)
      WRITE(LESC,995)(CGDF(MES),MES=1,12)
      WRITE(LESC,994)(CGAS(MES),MES=1,12)
      IF2=1
      WRITE(2*IF2)CG
      IF3=1
      WRITE(3*IF3)CGDF
      CALL EXIT
101 FORMAT(I6)
102 FORMAT(5F10.0)
103 FORMAT(3F10.0)
994 FORMAT(/,3), 'CAS.',12(1),F5.2)
995 FORMAT(/,3), 'DFD.',12(1),F5.1)
996 FORMAT(/,3), 'NEC.',12(1),F5.1)
997 FORMAT('1',//////////,14X,'PARAMETROS ESTADISTICOS DCS E
      250CCAMENTOS GERADOS',///,EX,12(1X,A4,1X))
998 FORMAT('C',2),14,12(1X,F5.0),2),F5.0)
999 FORMAT(//,'1',30), 'ESCCAMENTO MENSAL',//,33X,' * M3/SEG',///,
      24), 'ANC',1X,12(1X,A4,1X),1X,'ANUAL')
      END

```

PROGRAMAS RANDU E GAUSS : GERAÇÃO DE NÚMEROS ALEATÓRIOS COM DISTRIBUIÇÃO

NORMAL PADRÃO

PROGRAMADOR / IBM

FONTE : Bibl. 8

```

SUBROUTINE RANCL(I),IY,YFL)
  IY=I)*899
  IF(IY)5,6,6
5  IY=IY+22767+1
6  YFL=IY
  YFL=YFL/32767.
  RETLFA
END

```

```

C
SUBROUTINE GAUSS
SUBROUTINE GAUSS(I),S,AM,V)
  A=C.C
  DO 5C I=1,12
  CALL RANCL(I),IY,Y)
  I)=IY
5C  A=A+Y
  V=(I-6.C)*S+AM
  RETLFA
END

```

ANEXO 6 - TABELAS ESTATÍSTICAS UTILIZADAS

- TABELA 1 - Distribuição Normal Padrão : integral entre $-\infty$ a x_1
- TABELA 2 - Distribuição Normal Padrão : integral entre $-x_1$ a x_1
- TABELA 3 - Distribuição de Student : limites de significancia , $\sqrt{v} = 1 - 50$
- TABELA 4 - Distribuição de Student : limites de significancia , $\sqrt{v} = 51 - 100$
- TABELA 5 - Distribuição de Student : limites de significancia , $\sqrt{v} = 101 - 150$
- TABELA 6 - Distribuição de Student : limites de significancia , $\sqrt{v} = 151 - 200$
- TABELA 7 - Distribuição χ^2 : limites de significancia , $\sqrt{v} = 1 - 50$
- TABELA 8 - Distribuição χ^2 : limites de significancia , $\sqrt{v} = 51 - 100$
- TABELA 9 - Distribuição χ^2 : limites de significancia , $\sqrt{v} = 101 - 150$
- TABELA 10 - Distribuição χ^2 : limites de significancia , $\sqrt{v} = 151 - 200$
- TABELA 11 - Distribuição F : limites máximos de significancia , $\alpha = 0.05$
- TABELA 12 - Distribuição F : limites máximos de significancia , $\alpha = 0.01$
- TABELA 13 - Coeficiente de Correlação : significancia frente a zero
- TABELA 14 - Transformação de Fisher para o Coeficiente de Correlação
- TABELA 15 - Limites de confiança para o Coeficiente de Correlação

Integral entre menos infinito y c' Distribucion normal

Integral - desviación c'

Table with columns for integral values from 0.000 to 0.009 and rows for values from 0.00 to 0.59.

Desviación c' - Integral

Table with columns for deviation values from 0.00 to 0.09 and rows for values from 0.00 to 0.59.

Los números en cursiva deben ir precedidos del signo menos.
C) Calculados por el editor de las Tablas Científicas a partir de valores de I), pag. 29.

Los números en cursiva deben ir precedidos del signo menos.

ν	0,9995	0,999	0,995	0,99	0,98	0,975	0,95	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,05	0,025	0,02	0,01	0,005	0,001
ν	0,49975	0,4995	0,4975	0,495	0,49	0,4875	0,475	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05	0,025	0,0125	0,01	0,005	0,0025	0,0005
1	0,0003	0,0015	0,0077	0,0154	0,030	0,0385	0,0770	0,1580	0,3250	0,5100	0,7270	1,0000	1,376	1,963	3,078	6,3138	12,706	25,452	31,821	63,657	127,32	636,619
2	0,0007	0,0014	0,0071	0,0141	0,028	0,0353	0,0707	0,1419	0,2885	0,4448	0,6172	0,8165	1,061	1,386	1,866	2,9260	4,3027	6,2053	6,965	9,0248	14,759	31,558
3	0,0007	0,0014	0,0068	0,0136	0,027	0,0340	0,0681	0,1366	0,2766	0,4243	0,5840	0,7649	0,978	1,253	1,638	2,3534	3,1825	4,1765	4,541	5,8409	7,4533	12,024
4	0,0007	0,0013	0,0067	0,0133	0,026	0,0333	0,0667	0,1338	0,2707	0,4143	0,5692	0,7407	0,941	1,190	1,533	2,1318	2,7764	3,4954	3,747	4,6941	5,7776	9,670
5	0,0007	0,0013	0,0066	0,0132	0,026	0,0329	0,0659	0,1322	0,2672	0,4083	0,5598	0,7267	0,920	1,156	1,476	2,0150	2,5706	3,1634	3,365	4,0321	4,7733	7,669
6	0,0007	0,0013	0,0065	0,0131	0,026	0,0327	0,0654	0,1311	0,2648	0,4044	0,5536	0,7176	0,906	1,134	1,440	1,9432	2,4469	2,9687	3,143	3,7074	4,3199	6,969
7	0,0006	0,0013	0,0065	0,0130	0,025	0,0325	0,0650	0,1303	0,2632	0,4016	0,5493	0,7111	0,896	1,119	1,415	1,8946	2,3646	2,8412	2,998	3,4995	4,0293	6,466
8	0,0006	0,0013	0,0065	0,0129	0,025	0,0323	0,0647	0,1297	0,2619	0,3995	0,5461	0,7064	0,889	1,105	1,397	1,8595	2,3060	2,7515	2,896	3,3554	3,8525	5,941
9	0,0006	0,0013	0,0064	0,0129	0,025	0,0322	0,0645	0,1293	0,2610	0,3979	0,5436	0,7027	0,883	1,100	1,393	1,8331	2,2622	2,6950	2,821	3,2498	3,6997	4,771
10	0,0006	0,0013	0,0064	0,0129	0,025	0,0321	0,0643	0,1289	0,2602	0,3966	0,5416	0,6998	0,879	1,093	1,372	1,8125	2,2281	2,6338	2,764	3,1693	3,5514	4,597
11	0,0006	0,0013	0,0064	0,0128	0,025	0,0321	0,0642	0,1286	0,2596	0,3956	0,5400	0,6975	0,876	1,088	1,363	1,7959	2,2010	2,5931	2,718	3,1058	3,4966	4,477
12	0,0006	0,0013	0,0064	0,0128	0,025	0,0320	0,0640	0,1283	0,2590	0,3947	0,5387	0,6955	0,873	1,083	1,356	1,7823	2,1768	2,5660	2,681	3,0545	3,4234	4,357
13	0,0006	0,0013	0,0064	0,0128	0,025	0,0319	0,0639	0,1281	0,2586	0,3940	0,5375	0,6938	0,870	1,079	1,350	1,7709	2,1604	2,5326	2,650	3,0123	3,3725	4,221
14	0,0006	0,0013	0,0064	0,0128	0,025	0,0319	0,0638	0,1280	0,2582	0,3933	0,5366	0,6924	0,868	1,076	1,345	1,7613	2,1448	2,5096	2,624	2,9768	3,3257	4,140
15	0,0006	0,0013	0,0064	0,0127	0,025	0,0319	0,0638	0,1278	0,2579	0,3928	0,5358	0,6912	0,866	1,074	1,341	1,7530	2,1315	2,4899	2,602	2,9467	3,2860	4,073
16	0,0006	0,0013	0,0064	0,0127	0,025	0,0318	0,0637	0,1277	0,2576	0,3923	0,5350	0,6901	0,865	1,071	1,337	1,7459	2,1199	2,4729	2,583	2,9268	3,2529	4,015
17	0,0006	0,0013	0,0064	0,0127	0,025	0,0318	0,0636	0,1276	0,2574	0,3919	0,5344	0,6892	0,863	1,069	1,333	1,7396	2,1098	2,4581	2,567	2,8952	3,2225	3,965
18	0,0006	0,0013	0,0064	0,0127	0,025	0,0318	0,0636	0,1274	0,2571	0,3915	0,5338	0,6884	0,862	1,067	1,330	1,7341	2,1009	2,4450	2,552	2,8754	3,1926	3,922
19	0,0006	0,0013	0,0063	0,0127	0,025	0,0318	0,0635	0,1274	0,2569	0,3912	0,5333	0,6876	0,861	1,066	1,328	1,7291	2,0930	2,4334	2,539	2,8609	3,1737	3,883
20	0,0006	0,0013	0,0063	0,0127	0,025	0,0317	0,0635	0,1273	0,2567	0,3909	0,5329	0,6870	0,860	1,064	1,325	1,7247	2,0860	2,4231	2,528	2,8455	3,1534	3,850
21	0,0006	0,0013	0,0063	0,0127	0,025	0,0317	0,0635	0,1272	0,2566	0,3906	0,5325	0,6864	0,859	1,063	1,323	1,7207	2,0796	2,4133	2,518	2,8314	3,1332	3,819
22	0,0006	0,0013	0,0063	0,0127	0,025	0,0317	0,0634	0,1271	0,2564	0,3904	0,5321	0,6858	0,858	1,061	1,321	1,7171	2,0739	2,4055	2,508	2,8178	3,1148	3,792
23	0,0006	0,0013	0,0063	0,0127	0,025	0,0317	0,0634	0,1271	0,2563	0,3902	0,5318	0,6853	0,858	1,060	1,319	1,7139	2,0687	2,3979	2,500	2,8073	3,1111	3,767
24	0,0006	0,0013	0,0063	0,0127	0,025	0,0317	0,0634	0,1270	0,2562	0,3900	0,5315	0,6849	0,857	1,059	1,318	1,7109	2,0639	2,3910	2,492	2,7969	3,0995	3,741
25	0,0006	0,0013	0,0063	0,0127	0,025	0,0317	0,0633	0,1269	0,2561	0,3898	0,5312	0,6844	0,856	1,058	1,316	1,7081	2,0595	2,3846	2,485	2,7874	3,0942	3,716
26	0,0006	0,0013	0,0063	0,0127	0,025	0,0316	0,0633	0,1269	0,2560	0,3896	0,5309	0,6841	0,856	1,058	1,315	1,7056	2,0555	2,3788	2,479	2,7787	3,0899	3,691
27	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0316	0,0633	0,1269	0,2559	0,3895	0,5307	0,6837	0,855	1,057	1,314	1,7033	2,0518	2,3744	2,473	2,7707	3,0865	3,666
28	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0316	0,0633	0,1268	0,2558	0,3893	0,5304	0,6834	0,855	1,056	1,313	1,7011	2,0484	2,3695	2,467	2,7633	3,0840	3,641
29	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0316	0,0633	0,1268	0,2557	0,3892	0,5302	0,6830	0,854	1,055	1,311	1,6991	2,0452	2,3638	2,462	2,7564	3,0830	3,616
30	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0316	0,0632	0,1267	0,2556	0,3890	0,5300	0,6828	0,854	1,055	1,310	1,6973	2,0423	2,3596	2,457	2,7500	3,0798	3,646
31	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0316	0,0632	0,1267	0,2555	0,3889	0,5298	0,6825	0,8535	1,0541	1,3095	1,6955	2,0395	2,3556	2,453	2,7441	3,0722	3,633
32	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0316	0,0632	0,1267	0,2555	0,3888	0,5297	0,6823	0,8531	1,0536	1,3086	1,6939	2,0370	2,3519	2,449	2,7385	3,0650	3,621
33	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0316	0,0632	0,1266	0,2554	0,3887	0,5295	0,6820	0,8527	1,0531	1,3078	1,6924	2,0345	2,3484	2,445	2,7333	3,0633	3,611
34	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0316	0,0632	0,1266	0,2553	0,3886	0,5294	0,6818	0,8524	1,0526	1,3070	1,6909	2,0323	2,3451	2,441	2,7284	3,0620	3,601
35	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0316	0,0632	0,1266	0,2553	0,3885	0,5292	0,6816	0,8521	1,0521	1,3062	1,6896	2,0301	2,3420	2,438	2,7239	2,9962	3,5915
36	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0316	0,0631	0,1266	0,2552	0,3884	0,5291	0,6814	0,8518	1,0516	1,3055	1,6883	2,0281	2,3391	2,434	2,7195	2,9955	3,5824
37	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0316	0,0631	0,1265	0,2552	0,3883	0,5290	0,6812	0,8515	1,0512	1,3049	1,6871	2,0262	2,3364	2,431	2,7155	2,9953	3,5741
38	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0315	0,0631	0,1265	0,2551	0,3883	0,5288	0,6810	0,8512	1,0508	1,3042	1,6860	2,0244	2,3338	2,428	2,7116	2,9894	3,5661
39	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0315	0,0631	0,1265	0,2551	0,3882	0,5287	0,6808	0,8510	1,0504	1,3037	1,6849	2,0227	2,3313	2,426	2,7079	2,9857	3,5586
40	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0315	0,0631	0,1265	0,2550	0,3881	0,5286	0,6807	0,8507	1,0501	1,3031	1,6839	2,0211	2,3290	2,423	2,7045	2,9813	3,5511
41	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0315	0,0631	0,1264	0,2550	0,3880	0,5285	0,6805	0,8505	1,0498	1,3026	1,6829	2,0196	2,3268	2,421	2,7012	2,9771	3,5446
42	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0315	0,0631	0,1264	0,2550	0,3880	0,5284	0,6804	0,8503	1,0494	1,3020	1,6820	2,0181	2,3247	2,418	2,6981	2,9731	3,5383
43	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0315	0,0631	0,1264	0,2549	0,3879	0,5283	0,6803	0,8501	1,0491	1,3016	1,6811	2,0167	2,3226	2,416	2,6952	2,9692	3,5323
44	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0315	0,0631	0,1264	0,2549	0,3879	0,5282	0,6801	0,8499	1,0488	1,3011	1,6802	2,0154	2,3207	2,414	2,6923	2,9656	3,5264
45	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0315	0,0631	0,1264	0,2549	0,3878	0,5281	0,6800	0,8497	1,0485	1,3007	1,6794	2,0141	2,3189	2,412	2,6896	2,9622	3,5207
46	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0315	0,0631	0,1264	0,2548	0,3877	0,5281	0,6799	0,8495	1,0483	1,3002	1,6787	2,0129	2,3172	2,410	2,6870	2,9590	3,5150
47	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0315	0,0630	0,1263	0,2548	0,3877	0,5280	0,6798	0,8494	1,0483	1,3000	1,6779	2,0115	2,3155	2,408	2,6846	2,9557	3,5093
48	0,0006	0,0013	0,0063	0,01																		

Límites de significancia de la distribución de Student* $\nu = 51-100$

$P \cdot P$ (derecha) = integral de infinito a t , P (izquierda) = P (derecha)

2 P	P	0.995		0.99		0.98		0.975		0.95		0.90		0.80		0.70		0.60		0.50		0.40		0.30		0.20		0.10		0.05		0.025		0.02		0.01		0.005		0.0005																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																		
		0.49975	0.49995	0.495	0.49	0.4875	0.475	0.45	0.40	0.35	0.30	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
51	0.0006	0.0013	0.0003	0.0126	0.025	0.0315	0.0630	0.1263	0.2547	0.3875	0.5277	0.6793	0.8488	1.0471	1.2984	1.6753	2.0077	2.3096	2.5838	2.8214	3.0277	3.2077	3.3638	3.5000	3.6214	3.7314	3.8314	3.9214	4.0014	4.0714	4.1314	4.1814	4.2314	4.2714	4.3114	4.3514	4.3914	4.4314	4.4714	4.5114	4.5514	4.5914	4.6314	4.6714	4.7114	4.7514	4.7914	4.8314	4.8714	4.9114	4.9514	4.9914	5.0314	5.0714	5.1114	5.1514	5.1914	5.2314	5.2714	5.3114	5.3514	5.3914	5.4314	5.4714	5.5114	5.5514	5.5914	5.6314	5.6714	5.7114	5.7514	5.7914	5.8314	5.8714	5.9114	5.9514	5.9914	6.0314	6.0714	6.1114	6.1514	6.1914	6.2314	6.2714	6.3114	6.3514	6.3914	6.4314	6.4714	6.5114	6.5514	6.5914	6.6314	6.6714	6.7114	6.7514	6.7914	6.8314	6.8714	6.9114	6.9514	6.9914	7.0314	7.0714	7.1114	7.1514	7.1914	7.2314	7.2714	7.3114	7.3514	7.3914	7.4314	7.4714	7.5114	7.5514	7.5914	7.6314	7.6714	7.7114	7.7514	7.7914	7.8314	7.8714	7.9114	7.9514	7.9914	8.0314	8.0714	8.1114	8.1514	8.1914	8.2314	8.2714	8.3114	8.3514	8.3914	8.4314	8.4714	8.5114	8.5514	8.5914	8.6314	8.6714	8.7114	8.7514	8.7914	8.8314	8.8714	8.9114	8.9514	8.9914	9.0314	9.0714	9.1114	9.1514	9.1914	9.2314	9.2714	9.3114	9.3514	9.3914	9.4314	9.4714	9.5114	9.5514	9.5914	9.6314	9.6714	9.7114	9.7514	9.7914	9.8314	9.8714	9.9114	9.9514	9.9914	10.0314	10.0714	10.1114	10.1514	10.1914	10.2314	10.2714	10.3114	10.3514	10.3914	10.4314	10.4714	10.5114	10.5514	10.5914	10.6314	10.6714	10.7114	10.7514	10.7914	10.8314	10.8714	10.9114	10.9514	10.9914	11.0314	11.0714	11.1114	11.1514	11.1914	11.2314	11.2714	11.3114	11.3514	11.3914	11.4314	11.4714	11.5114	11.5514	11.5914	11.6314	11.6714	11.7114	11.7514	11.7914	11.8314	11.8714	11.9114	11.9514	11.9914	12.0314	12.0714	12.1114	12.1514	12.1914	12.2314	12.2714	12.3114	12.3514	12.3914	12.4314	12.4714	12.5114	12.5514	12.5914	12.6314	12.6714	12.7114	12.7514	12.7914	12.8314	12.8714	12.9114	12.9514	12.9914	13.0314	13.0714	13.1114	13.1514	13.1914	13.2314	13.2714	13.3114	13.3514	13.3914	13.4314	13.4714	13.5114	13.5514	13.5914	13.6314	13.6714	13.7114	13.7514	13.7914	13.8314	13.8714	13.9114	13.9514	13.9914	14.0314	14.0714	14.1114	14.1514	14.1914	14.2314	14.2714	14.3114	14.3514	14.3914	14.4314	14.4714	14.5114	14.5514	14.5914	14.6314	14.6714	14.7114	14.7514	14.7914	14.8314	14.8714	14.9114	14.9514	14.9914	15.0314	15.0714	15.1114	15.1514	15.1914	15.2314	15.2714	15.3114	15.3514	15.3914	15.4314	15.4714	15.5114	15.5514	15.5914	15.6314	15.6714	15.7114	15.7514	15.7914	15.8314	15.8714	15.9114	15.9514	15.9914	16.0314	16.0714	16.1114	16.1514	16.1914	16.2314	16.2714	16.3114	16.3514	16.3914	16.4314	16.4714	16.5114	16.5514	16.5914	16.6314	16.6714	16.7114	16.7514	16.7914	16.8314	16.8714	16.9114	16.9514	16.9914	17.0314	17.0714	17.1114	17.1514	17.1914	17.2314	17.2714	17.3114	17.3514	17.3914	17.4314	17.4714	17.5114	17.5514	17.5914	17.6314	17.6714	17.7114	17.7514	17.7914	17.8314	17.8714	17.9114	17.9514	17.9914	18.0314	18.0714	18.1114	18.1514	18.1914	18.2314	18.2714	18.3114	18.3514	18.3914	18.4314	18.4714	18.5114	18.5514	18.5914	18.6314	18.6714	18.7114	18.7514	18.7914	18.8314	18.8714	18.9114	18.9514	18.9914	19.0314	19.0714	19.1114	19.1514	19.1914	19.2314	19.2714	19.3114	19.3514	19.3914	19.4314	19.4714	19.5114	19.5514	19.5914	19.6314	19.6714	19.7114	19.7514	19.7914	19.8314	19.8714	19.9114	19.9514	19.9914	20.0314	20.0714	20.1114	20.1514	20.1914	20.2314	20.2714	20.3114	20.3514	20.3914	20.4314	20.4714	20.5114	20.5514	20.5914	20.6314	20.6714	20.7114	20.7514	20.7914	20.8314	20.8714	20.9114	20.9514	20.9914	21.0314	21.0714	21.1114	21.1514	21.1914	21.2314	21.2714	21.3114	21.3514	21.3914	21.4314	21.4714	21.5114	21.5514	21.5914	21.6314	21.6714	21.7114	21.7514	21.7914	21.8314	21.8714	21.9114	21.9514	21.9914	22.0314	22.0714	22.1114	22.1514	22.1914	22.2314	22.2714	22.3114	22.3514	22.3914	22.4314	22.4714	22.5114	22.5514	22.5914	22.6314	22.6714	22.7114	22.7514	22.7914	22.8314	22.8714	22.9114	22.9514	22.9914	23.0314	23.0714	23.1114	23.1514	23.1914	23.2314	23.2714	23.3114	23.3514	23.3914	23.4314	23.4714	23.5114	23.5514	23.5914	23.6314	23.6714	23.7114	23.7514	23.7914	23.8314	23.8714	23.9114	23.9514	23.9914	24.0314	24.0714	24.1114	24.1514	24.1914	24.2314	24.2714	24.3114	24.3514	24.3914	24.4314	24.4714	24.5114	24.5514	24.5914	24.6314	24.6714	24.7114	24.7514	24.7914	24.8314	24.8714	24.9114	24.9514	24.9914	25.0314	25.0714	25.1114	25.1514	25.1914	25.2314	25.2714	25.3114	25.3514	25.3914	25.4314	25.4714	25.5114	25.5514	25.5914	25.6314	25.6714	25.7114	25.7514	25.7914	25.8314	25.8714	25.9114	25.9514	25.9914	26.0314	26.0714	26.1114	26.1514	26.1914	26.2314	26.2714	26.3114	26.3514	26.3914	26.4314	26.4714	26.5114	26.5514	26.5914	26.6314	26.6714	26.7114	26.7514	26.7914	26.8314	26.8714	26.9114	26.9514	26.9914	27.0314	27.0714	27.1114	27.1514	27.1914	27.2314	27.2714	27.3114	27.3514	27.3914	27.4314	27.4714	27.5114	27.5514	27.5914	27.6314	27.6714	27.7114	27.7514	27.7914	27.8314	27.8714	27.9114	27.9514	27.9914	28.0314	28.0714	28.1114	28.1514	28.1914	28.2314	28.2714	28.3114	28.3514	28.3914	28.4314	28.4714	28.5114	28.5514	28.5914	28.6314	28.6714	28.7114	28.7514	28.7914	28.8314	28.8714	28.9114	28.9514	28.9914	29.0314	29.0714	29.1114	29.1514	29.1914	29.2314	29.2714	29.3114	29.3514	29.3914	29.4314	29.4714	29.5114	29.5514	29.5914	29.6314	29.6714	29.7114	29.7514	29.7914	29.8314	29.8714	29.9114	29.9514	29.9914	30.0314	30.0714	30.1114	30.1514	30.1914	30.2314	30.2714	30.3114	30.3514	30.3914	30.4314	30.4714	30.5114	30.5514	30.5914	30.6314	30.6714	30.7114	30.7514	30.7914	30.8314	30.8714	30.9114	30.9514	30.9914	31.0314	31.0714	31.1114	31.1514	31.1914	31.2314	31.2714	31.3114	31.3514	31.3914	31.4314	31.4714	31.5114	31.5514	31.5914	31.6314	31.6714	31.7114	31.7514	31.7914	31.8314	31.8714	31.9114	31.9514	31.9914	32.0314	32.0714	32.1114	32.1514	32.1914	32.2314	32.2714	32.3114	32.3514	32.3914	32.4314	32.4714	32.5114	32.5514	32.5914	32.6314	32.6714	32.7114	32.7514	32.7914	32.8314	32.8714	32.9114	32.9514	32.9914	33.0314	33.0714	33.1114	33.1514	33.1914	33.2314	33.2714	33.3114	33.3514	33.3914	33.4314	33.4714	33.5114	33.5514	33.5914	33.6314	33.6714	33.7114	33.7514	33.7914	33.8314	33.8714	33.9114	33.9514	33.9914	34.0314	34.0714	34.1114	34.1514	34.1914	34.2314	34.2714	34.3114	34.3514	34.3914	34.4314	34.4714	34.5114	34.5514	34.5914	34.6314	34.6714	34.7114	34.7514	34.7914	34.8314	34.8714	34.9114	34.9514	34.9914	35.0314	35.0714	35.1114	35.1514	35.1914	35.2314	35.2714	35.3114	35.3514	35.3914	35.4314	35.4714	35.5114	35.5514	35.5914	35.6314	35.6714	35.7114	35.7514	35.7914	35.8314	35.8714	35.9114	35.9514	35.9914	36.0314	36.0714	36.1114	36.1514	36.1914	36.2314	36.2714	36.3114	36.3514	36.3914	36.4314	36.4714	36.5114	36.5514	36.5914	36.6314	36.6714	36.7114	36.7514	36.7914	36.8314	36.8714	36.9114	36.9514	36.9914	37.0314	37.0714	37.1114	37.1514	37.1914	37.2314	37.2714	37.3114	37.3514	37.3914	37.4314	37.4714	37.5114	37.5514	37.5914	37.6314	37.6714	37.7114	37.7514	37.7914	37.8314	37.8714	37.9114	37.9514	37.9914	38.0314	38.0714	38.1114	38.1514	38.1914	38.2314	38.2714	38.3114	38.3514	38.3914	38.4314	38.4714	3

2 P	0,9995	0,999	0,995	0,99	0,98	0,975	0,95	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,05	0,025	0,02	0,01	0,005	0,001
P	0,49975	0,4995	0,4975	0,495	0,49	0,4875	0,475	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05	0,025	0,0125	0,01	0,005	0,0025	0,001
101	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0629	0,1260	0,2540	0,3864	0,5261	0,6770	0,8452	1,0418	1,2900	1,6601	1,9838	2,2754	2,364	2,6255	2,8701	3,3499
102	0,0005	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0629	0,1260	0,2540	0,3864	0,5261	0,6769	0,8452	1,0417	1,2899	1,6599	1,9835	2,2750	2,363	2,6249	2,8695	3,3498
103	0,0005	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0629	0,1260	0,2540	0,3864	0,5261	0,6769	0,8452	1,0417	1,2899	1,6598	1,9833	2,2747	2,363	2,6245	2,8689	3,3479
104	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0629	0,1260	0,2540	0,3864	0,5260	0,6769	0,8451	1,0416	1,2898	1,6596	1,9831	2,2743	2,363	2,6240	2,8682	3,3470
105	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0629	0,1260	0,2540	0,3864	0,5260	0,6769	0,8451	1,0416	1,2897	1,6595	1,9829	2,2740	2,362	2,6236	2,8677	3,3460
106	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0629	0,1260	0,2540	0,3864	0,5260	0,6768	0,8450	1,0415	1,2896	1,6594	1,9826	2,2737	2,362	2,6231	2,8671	3,3459
107	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0629	0,1260	0,2540	0,3864	0,5260	0,6768	0,8450	1,0415	1,2895	1,6593	1,9824	2,2734	2,362	2,6227	2,8665	3,3449
108	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0629	0,1260	0,2540	0,3864	0,5260	0,6768	0,8450	1,0414	1,2894	1,6591	1,9822	2,2731	2,361	2,6222	2,8659	3,3439
109	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0629	0,1260	0,2540	0,3864	0,5260	0,6768	0,8450	1,0414	1,2894	1,6590	1,9820	2,2728	2,361	2,6218	2,8654	3,3423
110	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0629	0,1260	0,2540	0,3863	0,5259	0,6767	0,8449	1,0414	1,2893	1,6588	1,9818	2,2725	2,361	2,6213	2,8648	3,3416
111	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0629	0,1260	0,2540	0,3863	0,5259	0,6767	0,8449	1,0414	1,2893	1,6587	1,9816	2,2723	2,360	2,6209	2,8643	3,3408
112	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0629	0,1259	0,2540	0,3863	0,5259	0,6767	0,8449	1,0413	1,2892	1,6586	1,9814	2,2720	2,360	2,6205	2,8638	3,3400
113	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2540	0,3863	0,5259	0,6767	0,8449	1,0413	1,2891	1,6585	1,9812	2,2717	2,360	2,6201	2,8633	3,3391
114	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2539	0,3863	0,5259	0,6767	0,8448	1,0412	1,2890	1,6583	1,9810	2,2714	2,359	2,6197	2,8627	3,3382
115	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2539	0,3863	0,5259	0,6767	0,8448	1,0412	1,2890	1,6582	1,9808	2,2712	2,359	2,6193	2,8623	3,3375
116	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2539	0,3863	0,5259	0,6766	0,8447	1,0411	1,2889	1,6581	1,9806	2,2709	2,359	2,6189	2,8618	3,3367
117	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2539	0,3863	0,5259	0,6766	0,8447	1,0411	1,2889	1,6580	1,9805	2,2707	2,359	2,6186	2,8613	3,3360
118	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2539	0,3863	0,5258	0,6766	0,8447	1,0410	1,2888	1,6579	1,9803	2,2704	2,358	2,6182	2,8608	3,3352
119	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2539	0,3863	0,5258	0,6766	0,8447	1,0410	1,2888	1,6578	1,9801	2,2702	2,358	2,6179	2,8604	3,3344
120	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2539	0,3862	0,5258	0,6765	0,8446	1,0409	1,2887	1,6577	1,9799	2,2699	2,358	2,6175	2,8599	3,3336
121	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2539	0,3862	0,5258	0,6765	0,8446	1,0409	1,2886	1,6576	1,9798	2,2697	2,357	2,6172	2,8595	3,3329
122	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2539	0,3862	0,5258	0,6765	0,8446	1,0409	1,2885	1,6575	1,9796	2,2694	2,357	2,6168	2,8591	3,3321
123	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2539	0,3862	0,5258	0,6765	0,8446	1,0409	1,2885	1,6574	1,9795	2,2692	2,357	2,6165	2,8587	3,3313
124	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2539	0,3862	0,5258	0,6765	0,8445	1,0408	1,2884	1,6573	1,9793	2,2690	2,357	2,6161	2,8582	3,3305
125	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2539	0,3862	0,5258	0,6765	0,8445	1,0408	1,2884	1,6572	1,9792	2,2688	2,356	2,6158	2,8578	3,3297
126	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2539	0,3862	0,5258	0,6765	0,8445	1,0407	1,2883	1,6571	1,9790	2,2685	2,356	2,6155	2,8574	3,3289
127	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2539	0,3862	0,5257	0,6765	0,8445	1,0407	1,2883	1,6570	1,9789	2,2683	2,356	2,6152	2,8570	3,3281
128	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2539	0,3862	0,5257	0,6764	0,8445	1,0407	1,2882	1,6569	1,9787	2,2681	2,356	2,6148	2,8566	3,3273
129	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2539	0,3862	0,5257	0,6764	0,8445	1,0407	1,2882	1,6568	1,9786	2,2679	2,355	2,6145	2,8562	3,3265
130	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2539	0,3862	0,5257	0,6764	0,8444	1,0406	1,2881	1,6567	1,9784	2,2677	2,355	2,6142	2,8558	3,3257
131	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2539	0,3862	0,5257	0,6764	0,8444	1,0406	1,2881	1,6566	1,9783	2,2675	2,355	2,6139	2,8555	3,3249
132	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2539	0,3862	0,5257	0,6764	0,8444	1,0405	1,2880	1,6565	1,9781	2,2673	2,355	2,6136	2,8551	3,3241
133	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2539	0,3862	0,5257	0,6764	0,8444	1,0405	1,2880	1,6564	1,9780	2,2671	2,355	2,6134	2,8548	3,3233
134	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2539	0,3862	0,5257	0,6763	0,8443	1,0405	1,2879	1,6563	1,9778	2,2669	2,354	2,6131	2,8544	3,3225
135	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2539	0,3862	0,5257	0,6763	0,8443	1,0405	1,2879	1,6563	1,9777	2,2667	2,354	2,6128	2,8540	3,3217
136	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2538	0,3861	0,5256	0,6763	0,8443	1,0404	1,2878	1,6562	1,9776	2,2665	2,354	2,6125	2,8536	3,3209
137	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2538	0,3861	0,5256	0,6763	0,8443	1,0404	1,2878	1,6561	1,9775	2,2664	2,354	2,6123	2,8533	3,3201
138	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2538	0,3861	0,5256	0,6763	0,8442	1,0403	1,2877	1,6560	1,9774	2,2662	2,354	2,6120	2,8529	3,3193
139	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2538	0,3861	0,5256	0,6763	0,8442	1,0403	1,2877	1,6559	1,9772	2,2660	2,353	2,6117	2,8526	3,3185
140	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2538	0,3861	0,5256	0,6763	0,8442	1,0403	1,2876	1,6558	1,9771	2,2658	2,353	2,6114	2,8523	3,3177
141	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2538	0,3861	0,5256	0,6763	0,8442	1,0403	1,2876	1,6558	1,9770	2,2657	2,353	2,6112	2,8520	3,3169
142	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2538	0,3861	0,5256	0,6762	0,8442	1,0402	1,2876	1,6557	1,9768	2,2655	2,353	2,6109	2,8516	3,3161
143	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2538	0,3861	0,5256	0,6762	0,8442	1,0402	1,2876	1,6556	1,9767	2,2653	2,353	2,6107	2,8513	3,3153
144	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2538	0,3861	0,5256	0,6762	0,8441	1,0402	1,2875	1,6555	1,9766	2,2651	2,352	2,6104	2,8510	3,3145
145	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2538	0,3861	0,5256	0,6762	0,8441	1,0402	1,2875	1,6555	1,9765	2,2650	2,352	2,6102	2,8507	3,3137
146	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2538	0,3861	0,5256	0,6762	0,8441	1,0401	1,2874	1,6554	1,9764	2,2648	2,352	2,6099	2,8504	3,3129
147	0,0006	0,0013	0,0063	0,0126	0,025	0,0314	0,0628	0,1259	0,2538	0,3861	0,5256	0,6										

Límites de significancia' de la distribución χ^2 $v = 51-100$

37

\int_a^∞ = integral de infinito a χ^2 ($\int_a^\infty 2x e^{-x} dx$ en pruebas de χ^2), \int_0^a = integral de cero a χ^2

\int_a^∞	\int_0^a	v	0,99950	0,99900	0,99750	0,99500	0,99000	0,98000	0,97000	0,96000	0,95000	0,94000	0,93000	0,92000	0,91000	0,90000	0,89000	0,88000	0,87000	0,86000	0,85000	0,84000	0,83000	0,82000	0,81000	0,80000	0,79000	0,78000	0,77000	0,76000	0,75000	0,74000	0,73000	0,72000	0,71000	0,70000	0,69000	0,68000	0,67000	0,66000	0,65000	0,64000	0,63000	0,62000	0,61000	0,60000	0,59000	0,58000	0,57000	0,56000	0,55000	0,54000	0,53000	0,52000	0,51000	0,50000									
0,99950	0,49975	51	24,136	30,475	33,162	35,600	38,560	41,183	44,117	45,117	46,106	47,157	48,183	49,248	50,248	51,248	52,248	53,248	54,248	55,248	56,248	57,248	58,248	59,248	60,248	61,248	62,248	63,248	64,248	65,248	66,248	67,248	68,248	69,248	70,248	71,248	72,248	73,248	74,248	75,248	76,248	77,248	78,248	79,248	80,248	81,248	82,248	83,248	84,248	85,248	86,248	87,248	88,248	89,248	90,248	91,248	92,248	93,248	94,248	95,248	96,248	97,248	98,248	99,248	100,248

*) Según HALD y SINKOV, *Skand. Aktuar Tidkr.*, 33, 168 (1950). Reproducción con la amable autorización de los autores y de la editorial.

Limites de significancia * de la distribución χ^2 $v = 101-150$

$\int_a^\infty f(x) dx$ integral de infinito a χ^2 $\int_a^\infty 2x^{-1/2} e^{-x/2} dx$ con cuantiles de χ^2 $\int_0^a f(x) dx$ integral de cero a χ^2

v	0.9950		0.9900		0.9750		0.9500		0.9000		0.8000		0.7000		0.6000		0.5000		0.4000		0.3000		0.2000		0.1000		0.0500		0.0250		0.0100		0.0050																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																			
	0.9950	0.9900	0.9750	0.9500	0.9000	0.8000	0.7000	0.6000	0.5000	0.4000	0.3000	0.2000	0.1000	0.0500	0.0250	0.0100	0.0050	0.9950	0.9900	0.9750	0.9500	0.9000	0.8000	0.7000	0.6000	0.5000	0.4000	0.3000	0.2000	0.1000	0.0500	0.0250	0.0100	0.0050																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																		
101	60.666	62.702	68.147	70.901	75.084	83.267	88.886	93.092	96.790	100.334	103.964	107.943	112.226	116.869	121.846	127.141	132.743	138.641	144.825	151.294	158.048	165.088	172.414	180.027	187.928	196.119	204.602	213.379	222.454	231.831	241.511	251.496	261.688	272.089	282.699	293.520	304.554	315.803	327.268	338.951	350.853	362.976	375.323	387.897	400.700	413.734	426.999	440.496	454.224	468.185	482.381	496.815	511.489	526.405	541.565	556.973	572.632	588.545	604.715	621.145	637.838	654.797	672.025	689.525	707.299	725.349	743.678	762.289	781.185	800.370	819.847	839.618	859.686	879.954	890.424	911.099	932.084	953.382	974.997	996.935	1019.199	1041.792	1064.618	1087.679	1110.978	1134.518	1158.301	1182.330	1206.608	1231.138	1255.922	1280.963	1306.264	1331.828	1357.568	1383.486	1409.585	1435.868	1462.338	1488.997	1515.848	1542.894	1570.138	1597.583	1625.232	1653.088	1681.154	1709.433	1737.928	1766.642	1795.578	1824.738	1854.125	1883.741	1913.589	1943.671	1973.990	2004.540	2035.323	2066.342	2097.599	2129.096	2160.836	2192.821	2225.054	2257.538	2290.275	2323.268	2356.519	2389.930	2423.504	2457.244	2491.153	2525.234	2559.489	2593.921	2628.533	2663.328	2698.308	2733.476	2768.835	2804.387	2840.136	2876.085	2912.237	2948.595	2985.162	3021.940	3058.941	3096.168	3133.624	3171.312	3209.234	3247.394	3285.795	3324.440	3363.332	3402.474	3441.868	3481.517	3521.425	3561.595	3602.030	3642.733	3683.708	3724.958	3766.486	3808.295	3850.387	3892.756	3935.405	3978.337	4021.556	4065.057	4108.843	4152.918	4197.285	4241.947	4286.907	4332.168	4377.733	4423.605	4469.788	4516.285	4563.100	4610.235	4657.693	4705.478	4753.596	4802.049	4850.840	4900.000	4949.530	4999.443	5049.742	5100.430	5151.510	5202.985	5254.859	5307.135	5359.815	5412.901	5466.405	5520.330	5574.679	5629.455	5684.660	5740.298	5796.372	5852.885	5909.840	5967.249	6025.116	6083.444	6142.236	6201.495	6261.224	6321.426	6382.104	6443.261	6504.900	6567.124	6629.937	6693.342	6757.342	6821.940	6887.140	6952.945	7019.359	7086.386	7154.028	7222.288	7291.168	7360.670	7430.808	7501.585	7573.014	7645.100	7717.845	7791.252	7865.324	7940.064	8015.476	8091.563	8168.329	8245.778	8323.913	8402.738	8482.257	8562.474	8643.392	8725.014	8807.344	8890.385	8974.140	9058.612	9143.805	9229.722	9316.367	9403.744	9491.856	9580.706	9670.306	9760.658	9851.766	9943.634	10036.265	10129.672	10223.858	10318.827	10414.582	10511.127	10608.466	10706.602	10805.538	10905.278	11005.826	11107.185	11209.358	11312.348	11416.158	11520.791	11626.250	11732.538	11839.658	11947.613	12056.407	12166.043	12276.524	12387.854	12499.936	12612.773	12726.469	12841.028	12956.453	13072.748	13189.917	13307.964	13426.892	13546.714	13667.434	13789.056	13911.583	14035.019	14159.368	14284.633	14410.818	14537.927	14665.964	14794.941	14924.862	15055.731	15187.551	15320.326	15454.059	15588.754	15724.414	15861.043	15998.654	16137.250	16276.835	16417.413	16558.988	16701.564	16845.145	16989.735	17135.337	17281.954	17429.689	17578.546	17728.528	17879.638	18031.880	18185.266	18339.800	18495.485	18652.324	18810.320	18969.476	19129.796	19291.283	19453.940	19617.770	19782.776	19948.962	20116.333	20284.884	20454.629	20625.572	20797.718	20971.069	21145.629	21321.401	21498.388	21676.594	21856.022	22036.675	22218.556	22401.670	22586.020	22771.609	22958.441	23146.520	23335.850	23526.442	23718.299	23911.426	24105.827	24301.506	24498.469	24696.719	24896.252	25097.071	25299.180	25502.583	25707.284	25913.288	26120.598	26329.218	26539.151	26750.399	26962.966	27176.856	27392.073	27608.620	27826.501	28045.729	28266.308	28488.242	28711.534	28936.188	29162.208	29389.598	29618.371	29848.530	30079.978	30312.719	30546.756	30782.093	31018.734	31256.684	31495.947	31736.526	31978.425	32221.648	32466.198	32712.079	32959.294	33207.847	33457.741	33708.979	33961.565	34215.502	34470.794	34727.445	34985.459	35244.840	35505.591	35767.716	36031.228	36296.130	36562.426	36830.120	37099.215	37369.715	37641.624	37914.945	38189.681	38465.836	38743.414	39022.428	39302.881	39584.777	39868.119	40152.910	40439.154	40726.864	41016.044	41306.707	41598.856	41892.494	42187.635	42484.282	42782.439	43082.110	43383.308	43686.037	43990.299	44296.100	44603.453	44912.361	45222.827	45534.864	45848.475	46163.664	46480.434	46798.788	47118.730	47440.264	47763.394	48088.124	48414.458	48742.399	49071.950	49403.115	49735.898	50070.303	50406.334	50743.995	51083.290	51424.223	51766.800	52110.923	52456.594	52803.816	53152.593	53502.930	53854.836	54208.316	54563.374	54919.914	55278.040	55637.756	56000.067	56363.978	56729.494	57096.620	57465.360	57835.719	58207.700	58581.317	58956.574	59333.476	59712.027	60092.231	60474.092	60857.614	61242.801	61629.658	62018.190	62408.412	62800.329	63193.946	63589.268	63986.299	64385.044	64785.507	65187.693	65591.515	65997.077	66404.383	66813.438	67224.257	67636.844	68051.212	68467.369	68885.310	69305.048	69726.587	70149.930	70575.081	70992.044	71410.822	71831.428	72253.865	72678.137	73104.248	73532.202	73962.002	74393.652	74827.165	75262.544	75699.793	76138.926	76579.947	77022.869	77467.705	77914.460	78363.137	78813.740	79266.272	79720.738	80177.142	80635.487	81095.777	81558.016	82022.208	82488.357	82956.468	83426.544	83898.589	84372.607	84848.602	85326.578	85806.539	86288.489	86772.432	87258.372	87746.312	88236.255	88728.205	89222.166	89718.142	90216.137	90716.155	91218.199	91722.273	92228.381	92736.527	93246.715	93758.948	94273.230	94789.565	95307.958	95828.403	96350.904	96875.466	97402.093	97930.789	98461.559	98994.407	99529.328	100076.325	100625.402	101176.563	101729.813	102285.166	102842.627	103402.200	103963.889	104527.698	105093.632	105661.695	106231.891	106804.224	107378.697	107955.214	108533.779	109114.396	109697.068	110281.799	110868.594	111457.456	112048.389	112641.397	113236.484	113833.654	114432.910	115034.256	115637.696	116243.134	116850.574	117459.920	118071.176	118684.446	119299.734	119917.044	120536.379	121157.743	121781.139	122407.570	123036.040	123666.552	124299.109	124933.716	125570.377	126209.096	126849.876	127492.720	128137.632	128784.616	129433.676	130084.816	130738.039	131393.349	132050.749	132710.242	133371.832	134035.522	134701.315	135369.215	136039.226	136711.352	137385.597	138061.965	138740.459	139421.082	140103.838	140788.728	141475.765	142164.952	142856.293	143548.792	144243.453	144940.279	145639.274	146340.442	147043.786	147749.309	148456.915	149166.607	149878.388	150592.262	151308.232	152026.301	152746.472	153468.749	154193.136	154919.636	155648.253	156378.990	157111.851	157846.840	158583.961	159323.217	160064.604	160808.126	161553.787	162301.591	163051.542	163803.644	164557.900	165314.314	166072.889	166833.629	167596.538	168361.620	169128.879	169898.319	170669.944	171443.758	172219.765	173000.000	173782.459	174567.147	175354.068	176143.226	176934.625	177728.268	178524.160	179322.304	180122.704	180925.364	181730.288	182537.480	183346.944	184158.674	184972.674	185788.948	186607.490	187428.304	188251.394	189076.764	189904.418	190734.359	191566.490	192400.816	193237.441	194076.269	194917.304	195760.550	196606.011	197453.692	198303.607	199155.760	200010.155	200866.796	201725.687	202586.832	203450.245	204315.934	205183.912	206054.193	206926.780	207801.587	208678.618	209557.876	210439.364	211323.095	212209.082	213097.329	213987.846	214880.636	215775.712	216673.088	217572.767	218474.753	219379.059	220285.689	221194.646	222105.933	223019.563	223935.549	224853.894	225774.611	226697.713	227623.204	228551.187	229481.666	230414.645	231350.127	232288.116	233228.616	234171.630	235117.161	236065.222	237015.817	237968.949	238924.621	239882.836	240843.600	241806.916	242772.787	243741.218	244712.213	245685.776	246661.911	247640.621	248621.910	249605.781	250592.238	251581.285	252572.926	253567.165	254564.006	255563.452	256565.507	257570.178	258577.469	259587.384	260599.926	261615.099	262632.907	263653.354	264676.444	265702.180	266730.566	267761.606	268795.304	269831.664	270870.690	271912.396	272956.786	274003.864	275053.634	276106.099	277161.263	278219.130	279279.704	280342.989	281408.989	282477.708	283549.150	284623.319	285700.219	286779.854	287862.228	288947.345	290035.209	291125.

* Reproducción solo con permiso del autor de las Tablas taulas.

\int_0^1	0,99950	0,9990	0,9950	0,990	0,9750	0,950	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,050	0,0250	0,010	0,0050	0,0010	0,00050
\int_0^1	0,49975	0,4995	0,4975	0,495	0,4875	0,475	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05	0,025	0,0125	0,005	0,0025	0,0010	0,00025
\int_0^1	0,00050	0,0010	0,0050	0,010	0,0250	0,050	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,950	0,9750	0,990	0,9950	0,9990	0,99950
v	0,00025	0,0005	0,0025	0,005	0,0125	0,025	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,475	0,4875	0,495	0,4975	0,4995	0,49975
151	100,274	102,936	109,994	113,534	118,672	123,597	129,201	136,214	141,427	145,935	150,334	154,768	159,608	165,398	173,655	180,676	186,913	194,342	199,508	210,442	214,802
152	101,086	103,759	110,846	114,400	119,538	124,562	130,127	137,165	142,396	146,971	151,334	155,783	160,638	166,446	174,729	181,770	188,026	195,475	200,656	211,619	215,991
153	101,898	104,582	111,699	115,267	120,445	125,468	131,054	138,117	143,366	147,956	152,334	156,797	161,668	167,495	175,803	182,865	189,139	196,699	201,904	212,799	217,179
154	102,710	105,406	112,552	116,134	121,335	126,314	131,980	139,069	144,336	148,942	153,334	157,812	162,698	168,543	176,876	183,959	190,251	197,742	202,951	213,973	218,367
155	103,523	106,230	113,405	117,001	122,220	127,220	132,907	140,021	145,306	149,927	154,334	158,826	163,728	169,591	177,949	185,052	191,362	198,874	204,098	215,146	219,554
156	104,337	107,055	114,259	117,870	123,112	128,127	133,835	140,973	146,277	150,913	155,334	159,841	164,758	170,639	179,022	186,146	192,473	200,006	205,244	216,323	220,740
157	105,151	107,881	115,114	118,738	124,001	129,034	134,762	141,925	147,247	151,828	156,334	160,855	165,787	171,686	180,094	187,239	193,584	201,138	206,389	217,475	221,926
158	105,966	108,707	115,968	119,607	125,000	129,941	135,690	142,878	148,211	152,884	157,334	161,869	166,817	172,734	181,167	188,332	194,695	202,269	207,535	218,623	223,111
159	106,782	109,534	116,824	120,476	125,920	130,848	136,618	143,831	149,188	153,870	158,334	162,883	167,847	173,781	182,239	189,424	195,805	203,400	208,679	219,767	224,296
160	107,598	110,361	117,680	121,346	126,870	131,756	137,546	144,783	150,158	154,856	159,334	163,898	168,876	174,828	183,311	190,516	196,915	203,530	209,824	221,015	225,450
161	108,415	111,189	118,536	122,216	127,761	132,664	138,474	145,736	151,129	155,841	160,334	164,912	169,905	175,875	184,382	191,608	198,025	204,660	210,967	222,195	226,643
162	109,232	112,017	119,393	123,086	128,651	133,573	139,403	146,689	152,100	156,827	161,334	165,926	170,935	176,922	185,454	192,700	199,134	205,789	212,111	223,363	227,824
163	110,050	112,846	120,250	124,125	129,713	134,661	140,531	147,843	153,275	157,913	162,334	166,940	171,964	177,969	186,525	193,791	200,243	206,919	213,254	224,534	229,009
164	110,868	113,675	121,107	124,829	130,434	135,390	141,260	148,596	154,041	158,799	163,334	167,954	172,993	179,016	187,596	194,853	201,351	208,047	214,396	225,705	230,191
165	111,687	114,505	121,965	125,700	131,326	136,299	142,190	149,549	155,012	159,785	164,334	168,968	174,022	180,062	188,667	195,973	202,459	210,176	216,538	227,855	232,392
166	112,506	115,335	122,824	126,572	132,218	137,209	143,119	150,503	155,984	160,771	165,334	169,982	175,051	181,109	189,737	197,064	203,567	211,304	217,650	228,973	233,533
167	113,326	116,166	123,683	127,445	133,111	138,118	144,049	151,457	156,955	161,757	166,334	170,964	176,079	182,155	190,808	198,154	204,675	212,431	218,821	229,214	233,783
168	114,147	116,998	124,542	128,318	134,003	139,028	144,979	152,411	157,926	162,743	167,334	172,010	177,108	183,201	191,878	199,244	205,782	213,558	219,962	230,383	234,932
169	114,968	117,829	125,401	129,191	134,897	139,939	145,909	153,365	158,897	163,729	168,334	173,024	178,137	184,247	192,948	200,334	206,889	214,685	220,102	230,555	235,111
170	115,790	118,662	126,262	130,065	135,790	140,849	146,839	154,319	159,869	164,716	169,334	174,037	179,165	185,293	193,917	201,423	207,995	215,812	221,242	231,719	236,290
171	116,612	119,495	127,122	130,939	136,684	141,760	147,769	155,273	160,840	165,702	170,334	175,051	180,194	186,338	195,087	202,513	209,102	216,938	222,382	232,887	237,468
172	117,434	120,328	127,983	131,813	137,578	142,671	148,700	156,228	161,812	166,688	171,334	176,065	181,222	187,384	196,156	203,601	210,208	218,063	223,521	234,058	238,646
173	118,257	121,162	128,844	132,688	138,472	143,582	149,631	157,182	162,784	167,675	172,334	177,079	182,250	188,429	197,225	204,690	211,313	219,189	224,660	235,219	239,823
174	119,081	121,996	129,706	133,563	139,367	144,494	150,562	158,137	163,755	168,661	173,334	178,024	183,278	189,475	198,294	205,779	212,419	220,314	225,798	236,385	240,999
175	119,905	122,831	130,568	134,438	140,262	145,466	151,493	159,092	164,647	169,647	174,334	179,106	184,307	190,520	199,363	206,867	213,524	221,438	226,936	237,550	242,175
176	120,730	123,666	131,431	135,314	141,157	146,318	152,225	160,840	166,609	171,620	176,334	181,133	186,363	192,610	201,500	209,042	216,733	224,586	229,210	240,883	245,526
177	121,555	124,502	132,294	136,190	142,053	147,236	153,356	161,002	166,671	172,607	177,334	182,146	187,391	193,654	202,568	210,130	216,837	224,810	230,347	242,048	246,700
178	122,381	125,338	133,157	137,071	142,949	148,143	154,288	161,957	167,643	173,607	178,334	183,160	188,418	194,699	203,636	211,217	217,941	225,933	231,484	243,227	247,874
179	123,207	126,175	134,021	137,943	143,845	149,056	155,220	162,913	168,616	174,588	179,334	184,173	189,446	195,743	204,704	212,304	219,044	227,056	232,620	244,397	249,048
180	124,033	127,012	134,885	138,821	144,741	149,969	156,153	163,868	170,588	176,588	181,334	186,187	191,474	197,788	205,771	213,391	220,148	228,178	233,755	245,533	250,191
181	124,860	127,849	135,749	139,698	145,633	150,882	157,085	164,824	171,560	177,560	182,334	187,200	192,501	198,832	206,839	214,477	221,250	229,301	234,890	246,698	251,363
182	125,688	128,687	136,614	140,576	146,535	151,796	158,018	165,780	172,533	178,533	183,334	188,200	193,529	199,876	208,006	215,563	222,353	230,423	236,025	247,858	252,535
183	126,516	129,526	137,479	141,454	147,432	152,709	158,950	166,735	173,505	179,505	184,334	189,200	194,529	200,876	209,006	216,563	223,353	231,423	237,025	248,858	253,535
184	127,344	130,364	138,345	142,333	148,330	153,624	159,883	167,691	174,478	180,478	185,334	190,200	195,529	201,876	210,006	217,563	224,353	232,423	238,025	249,858	254,535
185	128,173	131,204	139,211	143,211	149,228	154,538	160,817	168,647	175,455	181,455	186,334	191,200	196,529	202,876	211,006	218,563	225,353	233,423	239,025	250,858	255,535
186	129,003	132,043	140,077	144,091	150,126	155,452	161,750	169,604	176,422	182,422	187,334	192,200	197,529	203,876	212,006	219,563	226,353	234,423	240,025	251,858	256,535
187	129,833	132,884	140,944	144,970	151,023	156,347	162,617	170,500	177,369	183,369	188,334	193,200	198,529	204,876	213,006	220,563	227,353	235,423	241,025	252,858	257,535
188	130,663	133,724	141,811	145,850	151,923	157,292	163,617	171,517	178,369	184,169	189,334	194,200	199,529	205,876	214,006	221,563	228,353	236,423	242,025	253,858	258,535
189	131,494	134,565	142,678	146,730	152,822	158,197	164,551	172,473	179,342	185,142	190,334	195,200	200,529	206,876	215,006	222,563	229,353	237,423	243,025	254,858	259,535
190	132,325	135,407	143,546	147,611	153,721	159,113	165,485	173,430	180,319	186,119	191,334	196,200	201,529	207,876	216,006	223,563	230,353	238,423	244,025	255,858	260,535
191	133,157	136,248	144,414	148,491	154,621	160,028	166,419	174,387	181,286	187,086	192,334	197,200	202,529	208,876	217,006	224,563	231,353	239,423	245,025	256,858	261,535
192	133,989	137,091	145,282	149,372	155,521	160,944	167,354	175,343	182,242	188,042	193,334	198,200	203,529	209,876	218,006	225,563	232,353	240,423	246,025	257,858	262,535
193	134,821	137,933	146,151	150,254	156,421	161,860	168,288	176,301	183,234	189,034	194,334	199,20									

Distribución normal

Coefficiente de correlación r: significancia frente a cero*

81

v	2α	0,1	0,05	0,01	0,001	v	2α	0,1	0,05	0,01	0,001
1	0,9577	0,9569	0,9560	0,9551	1,0000	101	0,1630	0,1537	0,2525	0,2516	0,2507
2	0,9000	0,8992	0,8984	0,8976	0,9999	102	0,1622	0,1529	0,2517	0,2508	0,2499
3	0,8084	0,8077	0,8070	0,8063	0,9997	103	0,1614	0,1521	0,2508	0,2499	0,2490
4	0,7293	0,7287	0,7281	0,7275	0,9994	104	0,1606	0,1513	0,2509	0,2499	0,2490
5	0,6694	0,6689	0,6684	0,6679	0,9990	105	0,1599	0,1506	0,2510	0,2499	0,2490
6	0,6215	0,6211	0,6207	0,6203	0,9987	106	0,1591	0,1498	0,2511	0,2499	0,2490
7	0,5822	0,5819	0,5816	0,5813	0,9984	107	0,1584	0,1491	0,2512	0,2499	0,2490
8	0,5494	0,5492	0,5490	0,5488	0,9981	108	0,1577	0,1484	0,2513	0,2499	0,2490
9	0,5214	0,5213	0,5212	0,5211	0,9979	109	0,1570	0,1477	0,2514	0,2499	0,2490
10	0,4973	0,4973	0,4973	0,4973	0,9976	110	0,1562	0,1470	0,2515	0,2499	0,2490
11	0,4762	0,4763	0,4764	0,4765	0,9973	111	0,1555	0,1463	0,2516	0,2499	0,2490
12	0,4575	0,4577	0,4579	0,4581	0,9970	112	0,1548	0,1456	0,2517	0,2499	0,2490
13	0,4409	0,4412	0,4415	0,4418	0,9967	113	0,1542	0,1449	0,2518	0,2499	0,2490
14	0,4259	0,4263	0,4267	0,4271	0,9964	114	0,1535	0,1442	0,2519	0,2499	0,2490
15	0,4124	0,4129	0,4134	0,4139	0,9961	115	0,1528	0,1435	0,2520	0,2499	0,2490
16	0,4000	0,4006	0,4012	0,4018	0,9958	116	0,1522	0,1428	0,2521	0,2499	0,2490
17	0,3887	0,3894	0,3901	0,3908	0,9955	117	0,1515	0,1421	0,2522	0,2499	0,2490
18	0,3783	0,3791	0,3800	0,3808	0,9952	118	0,1509	0,1414	0,2523	0,2499	0,2490
19	0,3687	0,3696	0,3706	0,3716	0,9949	119	0,1502	0,1407	0,2524	0,2499	0,2490
20	0,3598	0,3608	0,3619	0,3630	0,9946	120	0,1496	0,1400	0,2525	0,2499	0,2490
21	0,3515	0,3526	0,3537	0,3549	0,9943	121	0,1490	0,1393	0,2526	0,2499	0,2490
22	0,3438	0,3450	0,3462	0,3475	0,9940	122	0,1484	0,1386	0,2527	0,2499	0,2490
23	0,3365	0,3378	0,3391	0,3404	0,9937	123	0,1478	0,1379	0,2528	0,2499	0,2490
24	0,3297	0,3311	0,3325	0,3339	0,9934	124	0,1472	0,1372	0,2529	0,2499	0,2490
25	0,3233	0,3248	0,3263	0,3278	0,9931	125	0,1466	0,1365	0,2530	0,2499	0,2490
26	0,3172	0,3188	0,3204	0,3220	0,9928	126	0,1460	0,1358	0,2531	0,2499	0,2490
27	0,3115	0,3132	0,3149	0,3166	0,9925	127	0,1455	0,1351	0,2532	0,2499	0,2490
28	0,3061	0,3079	0,3097	0,3115	0,9922	128	0,1449	0,1344	0,2533	0,2499	0,2490
29	0,3009	0,3028	0,3047	0,3066	0,9919	129	0,1443	0,1337	0,2534	0,2499	0,2490
30	0,2960	0,2980	0,2999	0,3019	0,9916	130	0,1438	0,1330	0,2535	0,2499	0,2490
31	0,2913	0,2934	0,2954	0,2975	0,9913	131	0,1432	0,1323	0,2536	0,2499	0,2490
32	0,2869	0,2890	0,2911	0,2932	0,9910	132	0,1427	0,1316	0,2537	0,2499	0,2490
33	0,2826	0,2848	0,2870	0,2892	0,9907	133	0,1422	0,1309	0,2538	0,2499	0,2490
34	0,2785	0,2808	0,2830	0,2853	0,9904	134	0,1416	0,1302	0,2539	0,2499	0,2490
35	0,2746	0,2769	0,2792	0,2815	0,9901	135	0,1411	0,1295	0,2540	0,2499	0,2490
36	0,2709	0,2733	0,2757	0,2781	0,9898	136	0,1406	0,1288	0,2541	0,2499	0,2490
37	0,2673	0,2698	0,2723	0,2748	0,9895	137	0,1401	0,1281	0,2542	0,2499	0,2490
38	0,2638	0,2664	0,2690	0,2716	0,9892	138	0,1396	0,1274	0,2543	0,2499	0,2490
39	0,2605	0,2632	0,2659	0,2686	0,9889	139	0,1391	0,1267	0,2544	0,2499	0,2490
40	0,2573	0,2601	0,2629	0,2657	0,9886	140	0,1386	0,1260	0,2545	0,2499	0,2490
41	0,2542	0,2571	0,2600	0,2629	0,9883	141	0,1381	0,1253	0,2546	0,2499	0,2490
42	0,2512	0,2542	0,2572	0,2602	0,9880	142	0,1376	0,1246	0,2547	0,2499	0,2490
43	0,2483	0,2514	0,2545	0,2576	0,9877	143	0,1371	0,1239	0,2548	0,2499	0,2490
44	0,2455	0,2487	0,2519	0,2551	0,9874	144	0,1367	0,1232	0,2549	0,2499	0,2490
45	0,2428	0,2461	0,2494	0,2527	0,9871	145	0,1362	0,1225	0,2550	0,2499	0,2490
46	0,2403	0,2437	0,2471	0,2505	0,9868	146	0,1357	0,1218	0,2551	0,2499	0,2490
47	0,2377	0,2412	0,2447	0,2482	0,9865	147	0,1353	0,1211	0,2552	0,2499	0,2490
48	0,2353	0,2389	0,2425	0,2461	0,9862	148	0,1348	0,1204	0,2553	0,2499	0,2490
49	0,2329	0,2366	0,2403	0,2440	0,9859	149	0,1344	0,1197	0,2554	0,2499	0,2490
50	0,2306	0,2344	0,2382	0,2420	0,9856	150	0,1339	0,1190	0,2555	0,2499	0,2490
51	0,2284	0,2323	0,2362	0,2401	0,9853	151	0,1335	0,1183	0,2556	0,2499	0,2490
52	0,2262	0,2302	0,2342	0,2382	0,9850	152	0,1330	0,1176	0,2557	0,2499	0,2490
53	0,2241	0,2282	0,2323	0,2364	0,9847	153	0,1326	0,1169	0,2558	0,2499	0,2490
54	0,2221	0,2263	0,2305	0,2347	0,9844	154	0,1322	0,1162	0,2559	0,2499	0,2490
55	0,2201	0,2244	0,2287	0,2330	0,9841	155	0,1318	0,1155	0,2560	0,2499	0,2490
56	0,2181	0,2225	0,2269	0,2313	0,9838	156	0,1313	0,1148	0,2561	0,2499	0,2490
57	0,2162	0,2207	0,2252	0,2297	0,9835	157	0,1309	0,1141	0,2562	0,2499	0,2490
58	0,2144	0,2190	0,2236	0,2282	0,9832	158	0,1305	0,1134	0,2563	0,2499	0,2490
59	0,2126	0,2173	0,2220	0,2267	0,9829	159	0,1301	0,1127	0,2564	0,2499	0,2490
60	0,2108	0,2156	0,2204	0,2252	0,9826	160	0,1297	0,1120	0,2565	0,2499	0,2490
61	0,2091	0,2135	0,2184	0,2233	0,9823	161	0,1293	0,1113	0,2566	0,2499	0,2490
62	0,2075	0,2119	0,2169	0,2219	0,9820	162	0,1289	0,1106	0,2567	0,2499	0,2490
63	0,2058	0,2104	0,2155	0,2205	0,9817	163	0,1285	0,1099	0,2568	0,2499	0,2490
64	0,2042	0,2090	0,2142	0,2191	0,9814	164	0,1281	0,1092	0,2569	0,2499	0,2490
65	0,2027	0,2076	0,2128	0,2177	0,9811	165	0,1277	0,1085	0,2570	0,2499	0,2490
66	0,2012	0,2062	0,2115	0,2164	0,9808	166	0,1273	0,1078	0,2571	0,2499	0,2490
67	0,1997	0,2049	0,2099	0,2148	0,9805	167	0,1270	0,1071	0,2572	0,2499	0,2490
68	0,1982	0,2036	0,2087	0,2136	0,9802	168	0,1266	0,1064	0,2573	0,2499	0,2490
69	0,1968	0,2023	0,2075	0,2124	0,9800	169	0,1262	0,1057	0,2574	0,2499	0,2490
70	0,1954	0,2011	0,2063	0,2112	0,9797	170	0,1258	0,1050	0,2575	0,2499	0,2490
71	0,1940	0,2000	0,2052	0,2101	0,9794	171	0,1255	0,1043	0,2576	0,2499	0,2490
72	0,1927	0,1989	0,2041	0,2090	0,9791	172	0,1251	0,1036	0,2577	0,2499	0,2490
73	0,1914	0,1979	0,2030	0,2079	0,9788	173	0,1248	0,1029	0,2578	0,2499	0,2490
74	0,1901	0,1969	0,2020	0,2068	0,9785	174	0,1244	0,1022	0,2579	0,2499	0,2490
75	0,1889	0,1959	0,2010	0,2057	0,9782	175	0,1240	0,1015	0,2580	0,2499	0,2490
76	0,1876	0,1950	0,2000	0,2046	0,9779	176	0,1237	0,1008	0,2581	0,2499	0,2490
77	0,1864	0,1941	0,1990	0,2035	0,9776	177	0,1233	0,1001	0,2582	0,2499	0,2490
78	0,1852	0,1932	0,1980	0,2024	0,9773	178	0,1230	0,0994	0,2583	0,2499	0,2490
79	0,1841	0,1923	0,1970	0,2013	0,9770	179	0,1227	0,0987	0,2584	0,2499	0,2490
80	0,1829	0,1914	0,1960	0,2002	0,9767	180	0,1223	0,0980	0,2585	0,2499	0,2490
81	0,1818	0,1905	0,1950	0,1991	0,9764	181	0,1220	0,0973	0,2586	0,2499	0,2490
82	0,1807	0,1896	0,1940	0,1980	0,9761	182	0,1216	0,0966	0,2587	0,2499	0,2490
83	0,1796	0,1887	0,1930	0,1970	0,9758	183	0,1213	0,0959	0,2588	0,2499	0,2490
84	0,1786	0,1878	0,1920	0,1960	0,9755	184	0,1210	0,0952	0,2589	0,2499	0,2490
85	0,1775	0,1869	0,1910	0,1950	0,9752	185	0,1207	0,0945	0,2590	0,2499	0,2490
86	0,1765	0,1860	0,1900	0,1940	0,9749	186	0,1203	0,0938	0,2591	0,2499	0,2490
87	0,1755	0,1851	0,1890	0,1930	0,9746	187	0,1200	0,0931	0,2592	0,2499	0,2490
88	0,1745	0,1842	0,1880	0,1920	0,9743	188	0,1197	0,0924	0,2593	0,2499	0,2490
89	0,1735	0,1833	0,1870	0,1910	0,9740	189	0,1194	0,0917	0,2594	0,2499	0,2490
90	0,1726	0,1824	0,1860	0,1900	0,9737	190	0,1191	0,0910	0,2595	0,2499	0,2490
91	0,1716	0,1815	0,1850	0,1890	0,9734	191	0,1188	0,0903	0,2596	0,2499	0,2490
92	0,1707	0,1806	0,1840	0,1880	0,9731	192	0,1185	0,0896	0,2597	0,2499	0,2490
93	0,1698	0,1797	0,1830	0,1870	0,9728	193	0,1182	0,0889	0,2598</		

Distribución normal

Limites de confianza para el coeficiente de correlación r

33

Los límites de confianza para r son: $r \pm \frac{t_{\alpha/2, n-2}}{\sqrt{n-2}}$. La tabla de los valores para $t_{\alpha/2, n-2}$. Véase la página 183

Table with columns for 'n' (10 to 1000) and 'Límites de 95% (1-2 alpha 0,95)' and 'Límites de 99% (1-2 alpha 0,99)'. Each section contains sub-columns for alpha values (0, 0,1, 0,2, 0,3, 0,4, 0,5, 0,6, 0,7, 0,8, 0,9).

* Reproducción solo con permiso del editor de las Tablas Científicas.

Limites máximos de significancia de la distribución F: $P = 0,05$

v ₁	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	22	24	26	28	30	40	50	60	80	100
1	161,44	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244	245	246	246	247	247	248	248	249	249	249	250	250	250	251	252	252	252
2	18,51	19,0	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,76	8,74	8,73	8,71	8,70	8,69	8,68	8,67	8,66	8,66	8,65	8,64	8,63	8,62	8,62	8,62	8,62	8,62	8,62
4	7,11	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,94	5,91	5,89	5,87	5,86	5,84	5,83	5,82	5,81	5,80	5,79	5,77	5,76	5,75	5,75	5,75	5,75	5,75	5,75
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,70	4,68	4,66	4,64	4,62	4,60	4,59	4,58	4,57	4,56	4,55	4,53	4,52	4,50	4,49	4,48	4,47	4,46	4,45
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00	3,98	3,96	3,94	3,92	3,91	3,90	3,88	3,87	3,84	3,83	3,82	3,81	3,79	3,77	3,76	3,75	3,74
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,60	3,57	3,55	3,53	3,51	3,49	3,47	3,46	3,44	3,43	3,41	3,40	3,39	3,37	3,35	3,34	3,33	3,32	3,31
8	5,32	4,50	4,07	3,84	3,69	3,59	3,50	3,44	3,39	3,35	3,31	3,28	3,26	3,24	3,22	3,20	3,19	3,17	3,16	3,15	3,13	3,12	3,10	3,09	3,07	3,06	3,04	3,03	3,02
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,10	3,07	3,05	3,03	3,01	2,99	2,97	2,96	2,95	2,94	2,92	2,90	2,87	2,86	2,85	2,84	2,83	2,82	2,81
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,94	2,91	2,89	2,86	2,85	2,83	2,81	2,80	2,77	2,75	2,74	2,72	2,70	2,69	2,68	2,67	2,66	2,65	2,64
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,82	2,79	2,77	2,74	2,72	2,70	2,69	2,67	2,66	2,65	2,63	2,61	2,59	2,57	2,56	2,55	2,54	2,53	2,52
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	2,99	2,91	2,85	2,80	2,75	2,72	2,69	2,66	2,64	2,62	2,60	2,58	2,57	2,56	2,54	2,52	2,51	2,49	2,48	2,47	2,46	2,45	2,44	2,43
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,91	2,83	2,77	2,71	2,67	2,63	2,60	2,58	2,55	2,53	2,51	2,50	2,48	2,47	2,46	2,44	2,42	2,41	2,39	2,38	2,37	2,36	2,35	2,34
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,57	2,55	2,52	2,50	2,48	2,46	2,44	2,43	2,41	2,40	2,39	2,37	2,35	2,33	2,31	2,29	2,28	2,27	2,26
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,51	2,48	2,46	2,44	2,42	2,40	2,38	2,37	2,35	2,34	2,33	2,31	2,29	2,27	2,25	2,24	2,23	2,22	2,21
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,46	2,42	2,39	2,37	2,35	2,33	2,32	2,30	2,29	2,28	2,25	2,24	2,22	2,21	2,19	2,18	2,17	2,16	2,15
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,54	2,49	2,44	2,41	2,38	2,35	2,33	2,31	2,29	2,27	2,26	2,24	2,23	2,21	2,19	2,17	2,16	2,15	2,14	2,13	2,12	2,11
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,37	2,34	2,31	2,29	2,27	2,25	2,23	2,22	2,20	2,19	2,17	2,15	2,13	2,12	2,11	2,10	2,09	2,08	2,07
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,34	2,31	2,28	2,26	2,24	2,22	2,21	2,19	2,18	2,17	2,15	2,13	2,12	2,11	2,10	2,09	2,08	2,07	2,06
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,31	2,28	2,25	2,22	2,20	2,18	2,16	2,15	2,14	2,12	2,10	2,08	2,07	2,05	2,04	2,03	2,02	2,01	2,00
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,48	2,42	2,36	2,32	2,28	2,25	2,22	2,20	2,18	2,16	2,15	2,14	2,12	2,10	2,08	2,07	2,05	2,04	2,02	2,01	2,00	1,99	1,97
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,26	2,23	2,20	2,17	2,15	2,13	2,11	2,10	2,08	2,07	2,05	2,03	2,02	2,01	1,99	1,98	1,97	1,96	1,95
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,38	2,32	2,28	2,25	2,22	2,19	2,17	2,15	2,13	2,11	2,10	2,08	2,07	2,05	2,03	2,02	2,00	1,99	1,97	1,96	1,95	1,94
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,21	2,18	2,15	2,13	2,11	2,09	2,07	2,05	2,04	2,02	2,00	1,98	1,97	1,95	1,94	1,93	1,92	1,91	1,90
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,20	2,17	2,14	2,11	2,09	2,07	2,05	2,04	2,02	2,01	1,98	1,96	1,95	1,93	1,92	1,91	1,90	1,89	1,88
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,38	2,32	2,26	2,22	2,18	2,15	2,12	2,10	2,08	2,06	2,04	2,02	2,01	1,98	1,96	1,95	1,93	1,92	1,91	1,90	1,89	1,88	1,87
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,15	2,12	2,09	2,06	2,04	2,02	2,00	1,99	1,97	1,96	1,94	1,93	1,91	1,90	1,89	1,88	1,87	1,86	1,85
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,35	2,28	2,23	2,18	2,14	2,11	2,08	2,05	2,03	2,01	1,99	1,97	1,96	1,94	1,93	1,91	1,90	1,89	1,88	1,87	1,86	1,85	1,84
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,42	2,33	2,26	2,21	2,16	2,12	2,09	2,06	2,03	2,01	1,99	1,97	1,96	1,94	1,93	1,91	1,90	1,88	1,87	1,86	1,85	1,84	1,83	1,82
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,26	2,21	2,16	2,12	2,09	2,06	2,03	2,01	1,99	1,97	1,96	1,94	1,93	1,91	1,90	1,88	1,87	1,86	1,85	1,84	1,83	1,82
31	4,15	3,29	2,89	2,67	2,51	2,39	2,30	2,23	2,18	2,13	2,09	2,06	2,03	2,01	1,99	1,97	1,95	1,94	1,92	1,91	1,89	1,88	1,86	1,85	1,84	1,83	1,82	1,81	1,80
32	4,13	3,28	2,88	2,65	2,49	2,38	2,29	2,22	2,17	2,12	2,08	2,05	2,02	2,00	1,98	1,96	1,95	1,93	1,92	1,90	1,89	1,87	1,86	1,84	1,83	1,82	1,81	1,80	1,79
33	4,11	3,26	2,87	2,63	2,48	2,36	2,28	2,21	2,15	2,11	2,07	2,04	2,01	1,99	1,97	1,95	1,94	1,92	1,91	1,89	1,88	1,86	1,85	1,84	1,83	1,82	1,81	1,80	1,79
34	4,10	3,24	2,85	2,62	2,46	2,35	2,26	2,19	2,14	2,09	2,05	2,02	1,99	1,96	1,94	1,92	1,90	1,89	1,87	1,86	1,84	1,83	1,82	1,81	1,80	1,79	1,78	1,77	1,76
35	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,04	2,01	1,99	1,97	1,95	1,92	1,90	1,89	1,87	1,86	1,84	1,83	1,82	1,81	1,80	1,79	1,78	1,77	1,76
36	4,06	3,22	2,83	2,59	2,44	2,32	2,24	2,17	2,11	2,06	2,03	1,99	1,96	1,94	1,92	1,90	1,88	1,87	1,85	1,84	1,82	1,81	1,79	1,78	1,77	1,76	1,75	1,74	1,73
37	4,04	3,21	2,82	2,58	2,43	2,31	2,23	2,16	2,10	2,05	2,01	1,98	1,95	1,92	1,90	1,88	1,86	1,85	1,83	1,82	1,80	1,79	1,77	1,76	1,75	1,74	1,73	1,72	1,71
38	4,03	3,19	2,80	2,57	2,41	2,29	2,21	2,14	2,08	2,03	1,99	1,96	1,93	1,90	1,88	1,86	1,84	1,83	1,81	1,80	1,78	1,77	1,75	1,74	1,73	1,72	1,71	1,70	1,69
39	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,03	1,99	1,95	1,92	1,89	1,87	1,85	1,83	1,81	1,80	1,78	1,77	1,75	1,74	1,73	1,72	1,71	1,70	1,69	1,68
40	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,95	1,92	1,89	1,86	1,84	1,82	1,80	1,78	1,77	1,75	1,74	1,72	1,71	1,70	1,69	1,68	1,67	1,66	1,65
41	3,99	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,14	2,07	2,02	1,97	1,93	1,89	1,86	1,84	1,82	1,80	1,78	1,77	1,75	1,74	1,72	1,71	1,70	1,69	1,68	1,67	1,66	1,65	1,64
42	3,98	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,12	2,05	1,99	1,94	1,90	1,87	1,84	1,82	1,80	1,78	1,76	1,75	1,73	1,72	1,71	1,70	1,69	1,68	1,67	1,66	1,65	1,64	1,63
43	3,95	3,10	2,71	2,47	2,31	2,20	2,11	2,04	1,98	1,93	1,89	1,86	1,83	1,80	1,78	1,76	1,74	1,73	1,71	1,70	1,69	1,68	1,67	1,66	1,65	1,64	1,63	1,62	1,61
44	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,10	2,03	1,97	1,92	1,88	1,85	1,82	1,79	1,77	1,75	1,73	1,71	1,70	1,69	1,68	1,67	1,66	1,65	1,64	1,63	1,62	1,61	1,60
45																													

Límites máximos de significancia de la distribución F (P = 0.05)

P = P (derecha) = integral de infinito a F

Table with columns for degrees of freedom (v1, v2) and rows for significance levels (0.05, 0.01, 0.001). The table contains numerical values representing the upper limits of the F-distribution.

Según VAN DER WAERDEN, B.L., 'Mathematische Statistik', Springer, Berlin, 1957, página 340. Reproducción con la amable autorización del autor y del editor.