



Universidad
Zaragoza

Trabajo Fin de Grado

**DISEÑO MECÁNICO DEL SISTEMA DE TRANSMISIÓN
DE UN AEROGENERADOR DE 850 KW**

**MECHANICAL DESIGN OF A 850 KW WIND TURBINE
TRANSMISSION SYSTEM**

Autor

SAMUEL DOMÍNGUEZ HERNÁNDEZ

Directora

PAULA CANALÍS MARTÍNEZ

**GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA
ESCUELA DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA**

ZARAGOZA, JUNIO 2022

RESUMEN

El objetivo que persigue este Trabajo Fin de Grado es el análisis, estudio y diseño de un sistema de transmisión para un aerogenerador.

Para lo cual, nos hemos basado y servido del modelo G-52, un modelo real de aerogenerador de 850 kW de potencia de la empresa Siemens Gamesa Renewable Energy (multinacional española de nuevas tecnologías dedicada a la energía eólica y líder en su sector).

Con los datos extraídos de la ficha técnica de dicho modelo G-52 (potencia, velocidad angular de las palas, velocidad de rotor y sistema de transmisión), se han realizado los cálculos necesarios para la selección y dimensionamiento de los elementos del sistema que soportarán las cargas a las que se someterá esta máquina.

Lo primero se diseñará la estructura inicial del multiplicador, además de sus materiales y su vida útil. Con ello se consigue definir los aspectos básicos que regirán el resto del diseño.

A continuación, se dimensionarán los engranajes en función de los resultados que se obtendrán de los fallos a flexión y desgaste. Posteriormente, se calcularán las fuerzas a las que se someterán los engranajes, los apoyos y los ejes.

Una vez concluidos los cálculos de fuerzas de cada eje, se realizará un predimensionamiento de estos y posteriormente se seleccionarán los rodamientos correspondientes (mediante catálogo), los cuales marcarán el tamaño del eje.

Con todo ello, se realizarán las comprobaciones necesarias para garantizar la resistencia estática y la fatiga. Una vez completados los cálculos y las comprobaciones, se obtiene un diseño compacto y funcional del sistema de transmisión buscado.

ABSTRACT

The objective of this Final Degree Project is the analysis, study and design of a transmission system for a wind turbine.

For this, we have based and used the G-52 model, a real model of wind turbine of 850 kW of power of the company Siemens Gamesa Renewable Energy (Spanish multinational of new technologies dedicated to wind energy and leader in its sector).

With the data extracted from the data sheet of model G-52 (power, angular speed of the blades, rotor speed and transmission system), the necessary calculations have been made for the selection and sizing of the system elements that will support the loads to which this machine will be subjected.

First of all, we will design the initial structure of the multiplier, in addition to its materials and its useful life. This allows us to define the basic aspects that will govern the rest of the design.

Then, the gears will be dimensioned according to the results that will be obtained from bending and wear failures. Subsequently, the forces to which the gears, supports and shafts will be subjected shall be calculated.

Once the force calculations for each axis have been completed, a pre-dimensioning of each axis shall be carried out and the corresponding bearings (by catalogue) shall be selected, which shall mark the axis size.

The necessary checks will be carried out to ensure static resistance and fatigue. Once the calculations and checks are completed, a compact and functional design of the drive system is obtained

MEMORIA

INDICE

MEMORIA

1. INTRODUCCION Y OBJETIVO	5
2. DESCRIPCION DEL AEROGENERADOR	6
3. DATOS INICIALES	9
4. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA DE TRANSMISIÓN	11
5. CÁLCULOS DEL SISTEMA DE TRANSMISIÓN	14
6. CONCLUSIONES	25
7. BIBLIOGRAFÍA	27

ANEXOS

ANEXO I: Cálculo y diseño general del sistema	29
ANEXO II: Dimensionamiento de los engranajes	39
ANEXO III: Cálculo de reacciones y dimensionamiento de los ejes	52
ANEXO IV: Selección de rodamientos	73
ANEXO V: Cálculo y comprobación a fatiga de los ejes.....	84

1. INTRODUCCION Y OBJETIVO

Hoy en día, el uso de energías renovables es un objetivo muy importante para el desarrollo sostenible. Se busca la limitación del uso de energías no renovables y contaminantes debido a su gran impacto medioambiental.

Dentro de las energías renovables más importantes se encuentran la hidroeléctrica, la solar y la eólica (en la que se centra el presente trabajo). Para aprovechar la energía que proporciona el viento, es necesaria la implantación de parques eólicos que generen importantes cantidades de energía y por ello se deben ubicar en zonas con mucho viento.

“En España este año pasado 2021, la eólica fue la primera fuente de generación eléctrica con una cifra récord de más de un 23% del total de la producción del país, según datos de la asociación empresarial eólica (AEE). Además, este tipo de energía fue la tecnología del sistema energético español con mayor potencia instalada (28073 MW) según datos provisionales de la red eléctrica de España (REE)”

Sin embargo, la instalación de parques eólicos y la construcción de aerogeneradores no es tarea sencilla, pues son máquinas muy voluminosas formadas por diversos elementos complejos que deben soportar grandes cargas.

Todo sistema mecánico accionado por un motor, una turbina o un elemento similar pretende transmitir una potencia con el objetivo de transformar un tipo de energía en otro (energía mecánica en este caso) la cual desarrollará un trabajo. Puesto que dicha energía no se emplea directamente en el punto donde se obtiene, es necesario transmitirla al punto donde se realizará el trabajo, por lo que se precisará diseñar un sistema de transmisión.

Además, hay que tener en cuenta que las condiciones iniciales de potencia y/o velocidades no siempre son las adecuadas o requeridas y por tanto habrá que realizar un reajuste de estas para alcanzar las requeridas en el punto de aplicación, esto se consigue mediante multiplicadores o reductores, según se requiera. Por todo ello, el **objetivo** de este trabajo será diseñar y calcular un sistema de transmisión para un aerogenerador de 850 kW de potencia (modelo G-52 de Gamesa).

2. DESCRIPCIÓN DEL AEROGENERADOR

Puesto que el análisis y diseño de una transmisión para este proyecto se basan en un aerogenerador, primero se explicarán conceptos básicos acerca de esta máquina, además de los elementos principales que la componen.

Los aerogeneradores se pueden clasificar en función de muchos aspectos, por ejemplo, en función de donde se sitúan, de la potencia que pueden transmitir, según su tipo de transmisión, el número de palas que poseen...

Según su ubicación:

- Onshore (campos eólicos situados en tierra firme)
- Offshore (campos eólicos situados en alta mar)

Según la potencia:

- Baja
- Media
- Alta

Según el tipo de transmisión (multiplicadora):

- Multiplicadora de ejes paralelos (una o varias etapas)
- Multiplicadora de ejes planetarios (una o varias etapas)
- Multiplicadora mixta

Según el número y la orientación de ejes y palas:

- Una, dos, tres o más palas
- Eje vertical u horizontal

Los elementos más destacados de un aerogenerador son:

- **La torre:** soporta la góndola y el rotor y suele ser tubulares de acero.
- **Rotor:** conjunto formado por las palas y el buje que las une. Sirve para transformar la energía del viento en energía mecánica. Cuanto mayor sea el área barrida del rotor mayor será la producción. Los rotores pueden ser:
 - o de paso variable, que permiten girar sobre si mismas a las palas,
 - o de paso en el que no se pueden girar,
 - o de velocidad variable, (velocidad de giro del rotor es variable o constante)
- **Palas:** son muy similares a las alas de los aviones. Hoy en día la mayoría son tripala y suele ser de poliéster con fibra de vidrio.
- **Góndola:** en su interior contiene los diferentes dispositivos que van a transformar la energía mecánica del rotor en energía eléctrica, además en su exterior cuenta con el anemómetro y una veleta que facilitan información continua a todo el sistema para su control.
- **Multiplicador:** multiplica la velocidad de giro que llega del rotor para adaptarla a las necesidades del generador. El movimiento de giro de los aerogeneradores suele ser bastante lento. El rotor de la turbina de 1500 kW de potencia suele girar a una velocidad de 10-20 revoluciones por minuto. El multiplicador aumentará esta velocidad hasta las 1500 revoluciones por minuto.

- **Generador:** transforma la energía mecánica en energía eléctrica, tal y como hace una dinamo de una bicicleta, aunque generando normalmente corriente alterna. El alternador puede ser:
 - o síncrono: suministra energía de calidad, pero más caro.
 - o asíncrono: es la más extendido.

- **Controlador electrónico:** un ordenador controla continuamente las condiciones de funcionamiento del aerogenerador mediante el análisis de las señales captadas por múltiples sensores que miden temperatura, presiones, velocidad y dirección del viento, tensiones e intensidades eléctricas, vibraciones, etc.

- **Sistemas hidráulicos:** son los elementos auxiliares que permiten el accionamiento del giro de las palas sobre su eje, así como el frenado del rotor o el giro y frenado de la góndola.

- **Sistema de orientación:** los aerogeneradores disponen de un sistema de orientación que, con ayuda de los datos recogidos por la veleta, coloca el rotor de manera perpendicular al viento.

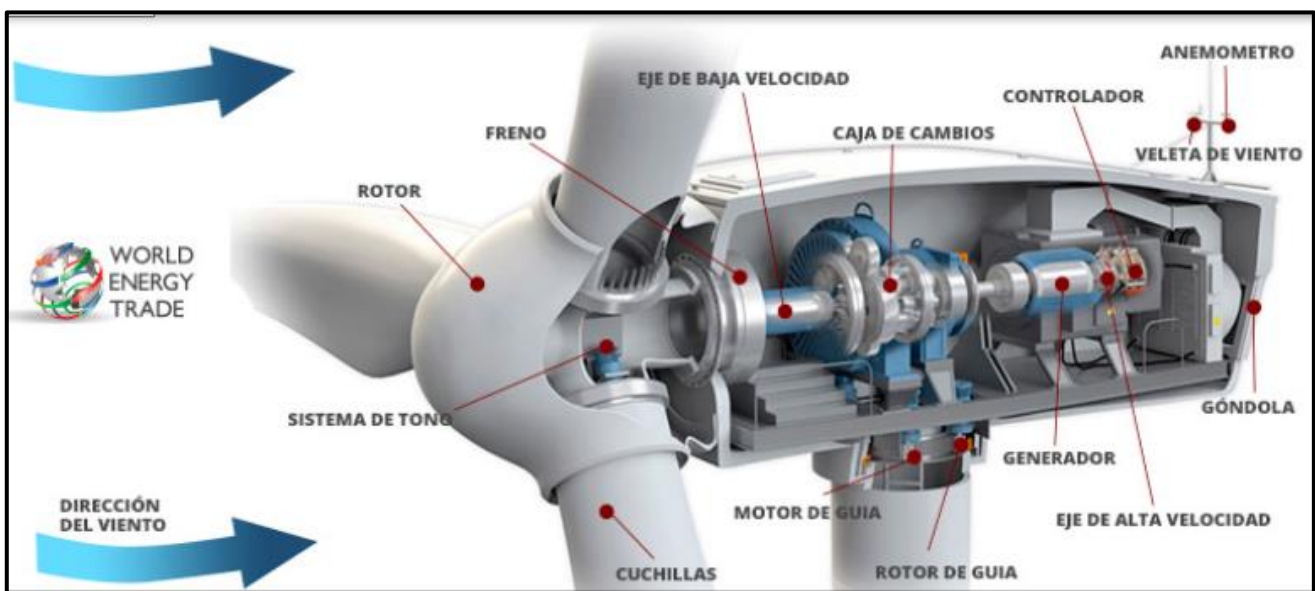


Fig.2.1 Partes de un aerogenerador

3. DATOS INICIALES

Como ya se ha comentado, el propósito de este trabajo es diseñar un sistema de transmisión para un aerogenerador de 850 kW. Para ello se ha partido del modelo G-52 de la marca Gamesa que tiene las siguientes características:

	G52-850 kW	G58-850 kW
ROTOR		
Diámetro	52 m	58 m
Área de barrido	2.214 m ²	2.642 m ²
Velocidad de giro	19,44 - 30,8 rpm	19,44 - 30,8 rpm
PALAS		
Número de palas	3	3
Longitud	25,3 m	28,3 m
Perfil	NACA 63 XXX + FFA-W3	NACA 63 XXX + FFA-W3
Material	Fibra de vidrio preimpregnado de resina epoxy	Fibra de vidrio preimpregnado de resina epoxy
TORRES		
Tipo	Tubular troncocónica de acero	Tubular troncocónica de acero
Ratio	44, 55 y 65 m	44, 49*, 55, 65 y 74 m
MULTIPLICADORA		
Tipo	1 etapa planetaria 2 etapas de ejes paralelos	1 etapa planetaria 2 etapas de ejes paralelos
Ratio	1:61,74 (50 Hz) 1:74,5 (60 Hz)	1:61,74 (50 Hz) 1:74,5 (60 Hz)
GENERADOR 850 kW		
Tipo	Generador doblemente alimentado	Generador doblemente alimentado
Potencia nominal	850 kW	850 kW
Tensión	690 V AC	690 V AC
Frecuencia	50 Hz / 60 Hz	50 Hz / 60 Hz
Clase de protección	IP 54	IP 54
Factor de potencia	0.95 CAP - 0.95 IND a cargas parciales y a 1 potencia nominal **	0.95 CAP - 0.95 IND a cargas parciales y a 1 potencia nominal **

Fig.3.1 Ficha técnica del aerogenerador

Como se observa, el aerogenerador genera 850 kW de potencia y está formado por 3 palas de 25.3 metros de longitud, lo que supone un diámetro de unos 52 metros. Uno de los datos más relevantes de la ficha técnica es el tipo de transmisión que lleva, que en este caso está formado por tres etapas (una planetaria y dos helicoidales). Además, se indica cual es la relación de transmisión total ($i = 1/61.74$). Esta relación se emplea para los 50 Hz que circulan por la red eléctrica, en este caso para Europa. Si fuese un aerogenerador para Estados Unidos, por ejemplo, se debería seleccionar la otra relación de transmisión, correspondiente a los 60 Hz de la red eléctrica estadounidense.

También se observa que dicho aerogenerador funciona en un rango de velocidades que varía desde los 19.44 rpm hasta los 30.8 rpm siendo constante la relación de transmisión. Esto hará que se produzcan más o menos esfuerzos.

Hay que tener en cuenta a la hora de diseñar el espacio que ocupará el conjunto de la transmisión ya que la góndola (donde se coloca la multiplicadora) tiene un espacio limitado (unos 2 o 3 metros ya que debe caber una persona de pie para realizar las tareas de mantenimiento)

POTENCIA	850 KW
VELOCIDAD DE GIRO	19.44-30.8 rpm
RELACION DE TRANSMISIÓN	1/61.74
TIPO DE MULTIPLICADORA	Una etapa planetaria y dos helicoidales

Tabla 3.1 Especificaciones del aerogenerador

4. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA DE TRANSMISIÓN

Una vez se tienen los datos necesarios, se realiza un diseño general del sistema de transmisión a partir del cual se empezará a trabajar. El primer paso es definir su geometría, así como los materiales de los que están hechos los elementos que lo componen.

Como se ha comentado, el sistema está formado por tres etapas. La primera etapa es planetaria (formada por 3 satélites que giran con el eje 1) y las otras son cilíndricas.

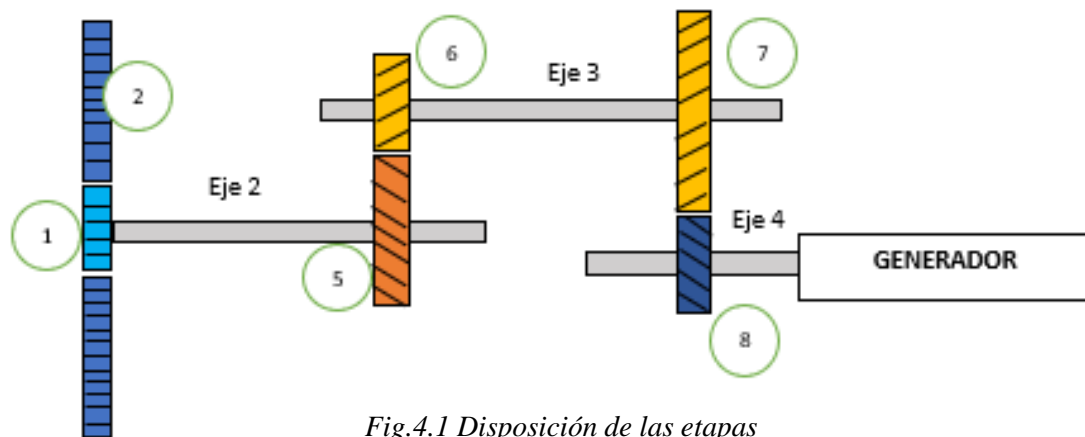


Fig.4.1 Disposición de las etapas

Como se observa, la etapa planetaria dispone de engranajes con dientes rectos mientras que las otras dos poseen dientes helicoidales. Este sistema conseguirá producir la potencia necesaria con velocidades del rotor que varían desde los 19.44 a los 30.8 rpm gracias a la configuración que proporciona una relación de transmisión de $i_{total} = 1/61.74$

Para conseguir esta relación total se ha decidido que cada etapa posea los siguientes valores con el fin de alcanzar ese total necesario

Primera etapa	i_{12}	1/5
Segunda etapa	i_{23}	1/4
Tercera etapa	i_{34}	1/3

Tabla 4.1 Relaciones de transmisión

Con esas relaciones y conociendo la velocidad de entrada, se pueden calcular las velocidades de salida. Además, como la potencia requerida es conocida también se puede estimar los momentos de cada uno de los ejes del sistema. Hay que tener en cuenta que al ser una maquina grande con muchos elementos existirán pérdidas (estimar el rendimiento en 100% no sería correcto). En este caso se ha estimado que la primera etapa posee un 96% de rendimiento y las etapas con dientes helicoidales un 98% cada una.

Estos cálculos están desarrollados en el *Anexo I*. la siguiente tabla muestra los resultados obtenidos para la velocidad de rotor de 19.44 rpm y para los 30.8 rpm:

EJE	Velocidad (rpm)	Momento (Nmm)	Velocidad (rpm)	Momento (Nmm)
1	19.44	452900346	30.8	285856582
2	97.2	86956866	154	54884464
3	388.8	21304432	616	13446694
4	1166.4	6959448	1848	4392587

Tabla 4.2 Momentos torsores y velocidades

Se considera que las fuerzas provocadas por las palas y otros elementos se transmiten directamente al bastidor principal por medio de una bancada, que posteriormente se transmite a la torre. Es por esto por lo que el diseño se centra en el movimiento a partir del eje 2 (donde se sitúan el planeta y el engranaje 5)

Conocidas las velocidades y los momentos de los distintos elementos, se eligen los materiales a estudiar para utilizar en los componentes. Se ha elegido el acero F-156 para los engranajes debido a su alta resistencia y dureza. Para los ejes se estudiarán dos metales, un acero F-126 con buenas propiedades mecánicas y una aleación Maraging-300 que posee muy alta resistencia.

MATERIAL	F-156	F-126	MARAGING-300
Dureza Brinell (MPa)	6000	3520-4000	-
Tensión Rotura (MPa)	1200-1350	1200-1400	1960
Tensión Admisible (MPa)	420	430	1910
Módulo elasticidad (MPa)	210000	210000	210000

Tabla 4.3 Materiales de los elementos

Para completar los cálculos que se realizarán, es necesario estimar la vida útil del aerogenerador. Normalmente estas máquinas están diseñadas para durar de 20 a 30 años. Puesto que es necesario cambiar la multiplicadora debido a las fuertes cargas que soporta y a que el aerogenerador no funciona siempre en las mismas condiciones, se ha estimado una vida útil de unos 10 años con un factor de carga del 25% tal como se explica en el *Anexo I*

$$Lh = 10 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 0.25 = 21900 \text{ horas}$$

Una vez establecidas las relaciones de transmisión de las distintas etapas, se puede asignar un número de dientes a cada uno de los engranajes. Este proceso está completo en el *Anexo I*, en la siguiente tabla se recogen los valores seleccionados:

	ENGRANAJE	Nº DIENTES
Primera etapa (planetaria de dientes rectos)	1	30
	2	45
	3	120
Segunda etapa (cilíndrica de dientes helicoidales)	5	64
	6	16
Tercera etapa (cilíndrica de dientes helicoidales)	7	48
	8	16

Tabla 4.4 Número de dientes por engranaje

5. CÁLCULOS DEL SISTEMA DE TRANSMISIÓN

Con todos los datos necesarios y una vez planteado el sistema de transmisión se procede a calcular y dimensionar los distintos elementos que forman el sistema para posteriormente comprobar que resiste los esfuerzos a los cuales está sometido.

Cálculo del módulo a flexión y desgaste

El primer paso es dimensionar los engranajes y para ello se debe calcular el módulo mínimo (a flexión y desgaste, pues son los fallos más relevantes por considerar). Una vez obtenido el módulo se pueden calcular los diámetros. Este proceso se encuentra desarrollado en el *Anexo II* y se ha realizado para la velocidad máxima y mínima del rotor.

Para el cálculo a flexión se plantean:

Engranajes rectos:

$$M_{flexion} = 0.86 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{tc}}{\delta \cdot Z \cdot y \cdot \sigma_{adm}}}$$

Engranajes helicoidales:

$$M_{flexion} = 0.86 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{tc} \cdot \cos\mu}{\delta \cdot Z \cdot y \cdot \sigma_{adm} \cdot 1.5}}$$

Para el cálculo a desgaste se plantean:

Engranajes rectos:

$$M_{desgaste} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot M_{tc} \cdot (1 + i)}{\delta \cdot Z^2 \cdot K_r \cdot \sin(2 \cdot \alpha) \cdot i}}$$

Engranajes helicoidales:

$$M_{desgaste} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot M_{tc} \cdot \cos(\mu)^3 \cdot (1 + i)}{\delta \cdot Z^2 \cdot K_r \cdot \sin(2 \cdot \alpha) \cdot i}}$$

Es necesario comprobar ambos métodos de fallo para cada etapa ya que cada uno marcará un módulo diferente (debiendo tener en cuenta el más restrictivo). Los resultados obtenidos son los siguientes (todos se encuentran en milímetros):

	Velocidad de 19.44 rpm			Velocidad de 30.8 rpm		
	Flexión	Desgaste	Normalizado	Flexión	Desgaste	Normalizado
1era etapa	9.22	8.61	10	8	7.86	9
2da etapa	9.78	14.13	15	8.56	13.02	14
3era etapa	7.11	11.86	13	6.26	10.99	12

Tabla 5.1 Módulos mínimos de flexión y desgaste

Para el cálculo del diámetro primitivo hay que tener en cuenta si se trata de engranajes rectos o helicoidales para emplear las siguientes fórmulas:

$$D_p = M_n \cdot Z \rightarrow \text{engranajes rectos}$$

$$D_p = \frac{M_n \cdot Z}{\cos(\mu)} \rightarrow \text{engranajes helicoidales}$$

Seleccionados los módulos y calculados los diámetros, quedan completamente definidas las características de los engranajes y se recogen en la siguiente tabla:

	1era etapa			2da etapa		3era etapa	
Engranaje	1	2	3	5	6	7	8
Nº dientes	30	45	120	64	16	48	16
α	20°	20°	20°	20°	20°	20°	20°
μ	0°	0°	0°	15°	15°	15°	15°
Dp (mm)	300	450	1200	994	249	646	215
Modulo (mm)	10	10	10	15	15	13	13

Tabla 5.2 Resumen de características de los engranajes

Como se indicaba anteriormente y como se muestra en el anexo correspondiente, se han realizado los cálculos para las dos velocidades de rotor, pero se ha seleccionado aquella que resulta más restrictiva para el diseño (en este caso la correspondiente a los 19.44 rpm ya que proporciona unas dimensiones mayores y como se verá más adelante, unas fuerzas y pares mayores). Las dimensiones obtenidas cumplen con las restricciones de espacio disponible puesto que no se superan las medidas necesarias para que quepa una persona de pie dentro de la góndola.

Cálculo de las reacciones de los ejes

Una vez definidos los engranajes se procede a calcular las fuerzas que deben soportar los distintos elementos del sistema (engranajes, ejes y apoyos). Para ello se considerarán las fuerzas tangenciales (T), radiales (V) y axiales (A) producidas sólo en los engranajes helicoidales, que a su vez generarán un momento. En este caso sólo se calculará para la velocidad de rotor de 19.44 rpm puesto que es la que genera mayores fuerzas. Dichos cálculos se encuentran en el *Anexo III*. Las fórmulas empleadas serán las siguientes:

Engranajes rectos:

- Fuerza tangencial:

$$T = M \cdot \frac{2}{D_p}$$

- Fuerza radial:

$$V = T \cdot \operatorname{tg}(\alpha)$$

Engranajes helicoidales:

- Fuerza tangencial:

$$T = M \cdot \frac{2}{D_p}$$

- Fuerza radial:

$$V = \frac{T}{\cos(\mu)} \cdot \operatorname{tg}(\alpha)$$

- Fuerza axial:

$$A = T \cdot \operatorname{tg}(\mu)$$

- Momento axial:

$$M_A = A \cdot \frac{D_p}{2}$$

Las fuerzas resultantes se recogen en la tabla a continuación:

	T (N)	V (N)	A (N)	M _A (Nmm)
Engranaje 1	193237.5	70332.69	0	0
Engranaje 5	174987.3	65936.9	46887.69	23300022
Engranaje 6	174987.3	65936.9	46887.69	5825006
Engranaje 7	65956.74	24853.14	17673.05	5708505
Engranaje 8	65956.74	24853.14	17673.05	1902835

Tabla 5.3 Fuerzas en engranajes

A partir de las fuerzas calculadas se pueden obtener los esfuerzos que deben soportar los distintos apoyos. En este caso se colocarán 2 apoyos con rodamientos por eje (de los cuales 3 de ellos soportarán cargas axiales, los apoyos A,C y E)

Las siguientes figuras muestran el planteamiento de las fuerzas en engranajes y apoyos a partir de las cuales se plantearán los distintos equilibrios que deben cumplirse:

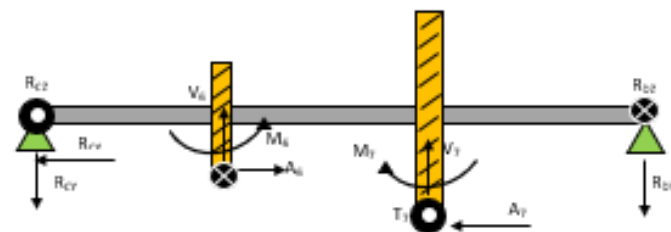


Fig.5.1 Fuerzas en Eje 3

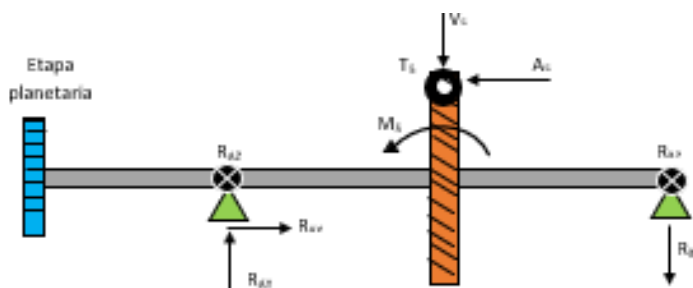


Fig.5.2 Fuerzas en Eje 2

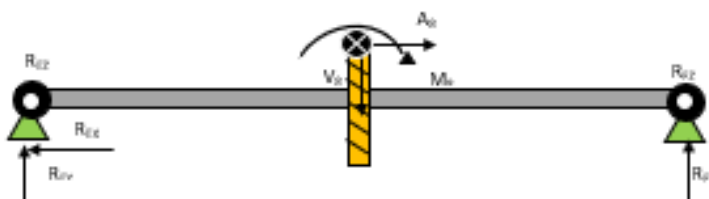


Fig.5.3 Fuerzas en Eje 4

Las fuerzas que deben soportar los apoyos son:

	R_x (N)	R_y (N)	R_z (N)
Apoyo A	46887.69	71801.82	87493.63
Apoyo B	0	5864.92	87493.63
Apoyo C	29214.64	56366.42	119384.8
Apoyo D	0	34423.62	10354.28
Apoyo E	17673.05	9255.18	32978.37
Apoyo F	0	15597.96	32978.37

Tabla 5.4 Reacciones en los apoyos

Los diagramas de esfuerzos y el cálculo desarrollado de las fuerzas y momentos se encuentran en el *Anexo III*.

Cálculo del diámetro mínimo del eje

Conocidos los esfuerzos en los distintos elementos, se comprueba el cálculo de la resistencia estática asignando un coeficiente de seguridad de 5, a partir del cual se estimará el diámetro mínimo necesario para soportar las cargas. Este cálculo se recoge también en el *Anexo III* y se realiza para dos materiales distintos:

Nombre del material	Maraging-300	F-126
Dureza Brinell (MPa)	-	3520-4000
Tensión de rotura (MPa)	1960	1200-1400
Máxima tensión admisible (MPa)	1910	430
Módulo de elasticidad (MPa)	210000	210000

Tabla 5.5 Materiales para ejes

Para determinar el diámetro mínimo se emplea la teoría del Cortante Máximo y por tanto se deben tener en cuenta las fórmulas:

$$C_s = \frac{\sigma_{adm}}{2 \cdot \tau_{max}}$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_{adm}}{2 \cdot C_s}$$

$$\tau_{max}^2 = \left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + (\tau_x)^2$$

Donde:

$$\sigma_x = \frac{M_r}{W_f} + \frac{N}{A}$$

$$\tau_x = \frac{M_t}{W_o}$$

$$M_r = \text{momento flector} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2}$$

$$M_t = \text{momento torsor}$$

$$W_f = \frac{\pi \cdot D^3}{32}$$

$$W_o = \frac{\pi \cdot D^3}{16}$$

Despejando el diámetro de las distintas fórmulas se obtiene:

Nombre del material	Maraging-300	F-126
Diámetro sección 5 (mm)	135.52	222.78
Diámetro sección 6 (mm)	108.32	178.06
Diámetro sección 8 (mm)	70.33	115.61

Tabla 5.6 Diámetros mínimos de los ejes

Cálculo y selección de rodamientos

Una vez dimensionados los diámetros de los ejes con un determinado coeficiente de seguridad y conocidas las fuerzas en los distintos elementos, se seleccionan los rodamientos en función de los esfuerzos en los apoyos. La selección de estos elementos y los respectivos cálculos se encuentran desarrollados en el *Anexo IV*. Se emplean:

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^a \rightarrow C = P \cdot \sqrt[a]{L}$$

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a$$

Los coeficientes X e Y vienen determinados por tablas en función del tipo de rodamiento que se seleccione y la relación existente entre la carga axial y la carga radial. El catálogo donde se consultarán los rodamientos será el FAG.

$$R_r = \sqrt{R_z + R_y}$$

$$R_a = R_x$$

$$F_r = R_r \cdot f_a \cdot f_b$$

$$F_a = R_a \cdot f_a \cdot f_b$$

Siendo f_a y f_b los factores que mayoran las cargas y que hacen referencia a esfuerzos adicionales que dependen de engranajes y del tipo de máquina respectivamente. Se han seleccionado $f_a = 1.1$ debido a que son engranajes de precisión y $f_b = 1.2$ por tratarse de una máquina que trabaja con esfuerzos constantes y sin choques.

El cálculo de la vida del rodamiento se calcula de la siguiente manera:

$$L_h = \frac{L \cdot 10^6}{n \cdot 60} \rightarrow L = \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6}$$

Sustituyendo valores ya conocidos se despejan las cargas que deberá soportar cada uno de los rodamientos. Es un cálculo iterativo puesto que en un principio se buscarán rodamientos con el diámetro calculado del apartado anterior pero como se muestra en los resultados, se necesita un diámetro mucho mayor para soportar las cargas y por tanto será éste el que se aplicará al diseño final. Los rodamientos seleccionados son:

APOYO	NOMBRE	C (KN)	Co (KN)	D (mm)	V (rpm)
A	23328AS.MA.T41A	1270	1800	140	2000
B	24028S.MB	530	950	140	2400
C	23332A.MA.T41A	1660	2320	160	2000
D	23032EAS.M	600	1000	160	2800
E	23322AS.MA.T41A	830	1080	110	2600
F	22222E	455	585	110	4000

Tabla 5.7 Rodamientos seleccionados

Como se ha comentado el diámetro final del eje (marcado por los rodamientos) es mucho mayor al previamente diseñado mediante el método de resistencia estática:

DIAMETRO SEGÚN METODO	Resistencia (Maraging-300)	Rodamientos
Eje 2 (apoyos A y B)	135.52 mm	140 mm
Eje 3 (apoyos C y D)	108.32 mm	160 mm
Eje 4 (apoyos E y F)	70.33 mm	110 mm

Tabla 5.8 Cambio de diámetros

Comprobación de resistencia a fatiga

Tras calcular los esfuerzos que soporta el sistema y diseñar los elementos que lo conforman, solo queda comprobar que resiste a fatiga. Para ello se calculará el coeficiente de seguridad y se comprobará que es mayor que 1 (lo que indica que es seguro)

Esta comprobación se encuentra en el *Anexo V*, donde se desarrollan los cálculos y se explica la selección de los distintos factores correctivos necesarios para este proceso:

$$C_s = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{VM}}$$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_{eq}^2 + 3 \cdot \tau_{eq}^2}$$

Para calcular la tensión de Von Mises, se requieren las tensiones equivalentes:

$$\sigma_{eq} = \sigma_m + \frac{\sigma_{yp} \cdot \sigma_a}{\sigma_e}$$

$$\tau_{eq} = \tau_m + \frac{\tau_{yp} \cdot \tau_a}{\tau_e}$$

Será necesario seleccionar una serie de factores correctores para el cálculo del límite a fatiga (σ_e) que como se observa, aparece en las anteriores fórmulas. Puesto que se comprobarán los dos materiales anteriormente comentados se recogen los distintos factores necesarios en la tabla a continuación:

FACTOR	ACERO F-126	ALEACION MARAGING
Acabado	0.8589	0.8295
Tipo de carga	1	1
Fiabilidad	0.814	0.814
Temperatura	1	1
Tamaño	0.75	0.75
TOTAL	0.524	0.506

Tabla 5.9 Factores correctores

Seleccionados los factores, se sustituyen el resto de los valores conocidos en las fórmulas para poder despejar el coeficiente de seguridad, quedando:

Nombre del material	Maraging-300	F-126
Cs Sección engranaje 5	1.38	1.02
Cs Sección engranaje 6	1.68	1.59
Cs Sección engranaje 8	2.11	1.97

Tabla 5.10 Coeficientes de Seguridad

Como se observa, ambos materiales poseen un coeficiente mayor a la unidad, lo que implica seguridad frente al fallo a fatiga.

Tras realizar los diversos cálculos el material para los ejes que proporciona un diseño más compacto y seguro es la aleación de Maraging-300 por lo que se seleccionará este material frente al acero F-126 (que también cumple los parámetros de seguridad):

Engranaje	1era etapa			2da etapa		3era etapa	
	1	2	3	5	6	7	8
Nº dientes	30	45	120	64	16	48	16
α	20°	20°	20°	20°	20°	20°	20°
μ	0°	0°	0°	15°	15°	15°	15°
Dp (mm)	300	450	1200	994	249	646	215
Modulo (mm)	10	10	10	15	15	13	13
Material Ejes	ACERO MARAGING-300						
Ejes	Eje 2			Eje 3		Eje 4	
Cs	1.38			1.68		2.11	
Dmínimo (mm)	135.52			108.32		70.33	
Deje (mm)	140			160		110	

Tabla 5.11 Resumen de la transmisión

6. CONCLUSIONES

Una vez realizados todos los cálculos y tras analizar los resultados, se puede concluir que se ha cumplido el principal objetivo de este trabajo, puesto que se ha diseñado un sistema de transmisión para una multiplicadora que cumple con lo requerido.

En lo que respecta al sistema de transmisión obtenido, se ha cumplido el requisito de diseñar una multiplicadora compacta de manera que no haya problemas de espacios en la cavidad de la góndola donde se aloja. En este punto cabe destacar la importancia de seleccionar un buen material que permita un diseño reducido y la elección de las relaciones de transmisión de cada una de las etapas para la correcta transmisión de potencia.

Se ha logrado que el aerogenerador trabaje durante el tiempo estimado al imponer una duración en horas que asegure el correcto funcionamiento de la máquina.

También se observa en los resultados que el sistema de transmisión puede resistir los distintos esfuerzos a los que están sometidos los elementos debido a una correcta selección de los materiales que los componen, hecho que se comprueba observando los valores de los coeficientes de seguridad calculados para la resistencia a fatiga e impuestos en el caso de la resistencia estática.

A continuación, se muestra el sistema de transmisión a escala (en centímetros) realizado con el programa Inventor para dar una mejor idea de la distribución de espacios. Se observa que los distintos elementos NO llegan a chocar entre sí (ni los rodamientos ni los ejes 3 y 4) lo que indica un correcto dimensionamiento:

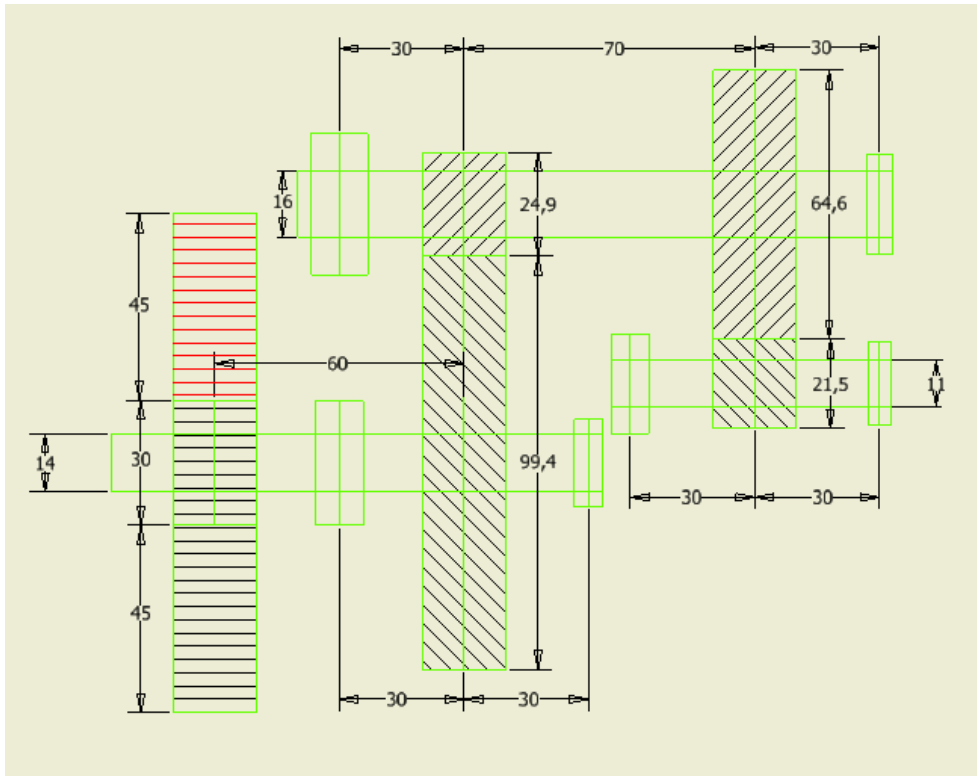


Fig.6.1 Esquema del sistema de transmisión

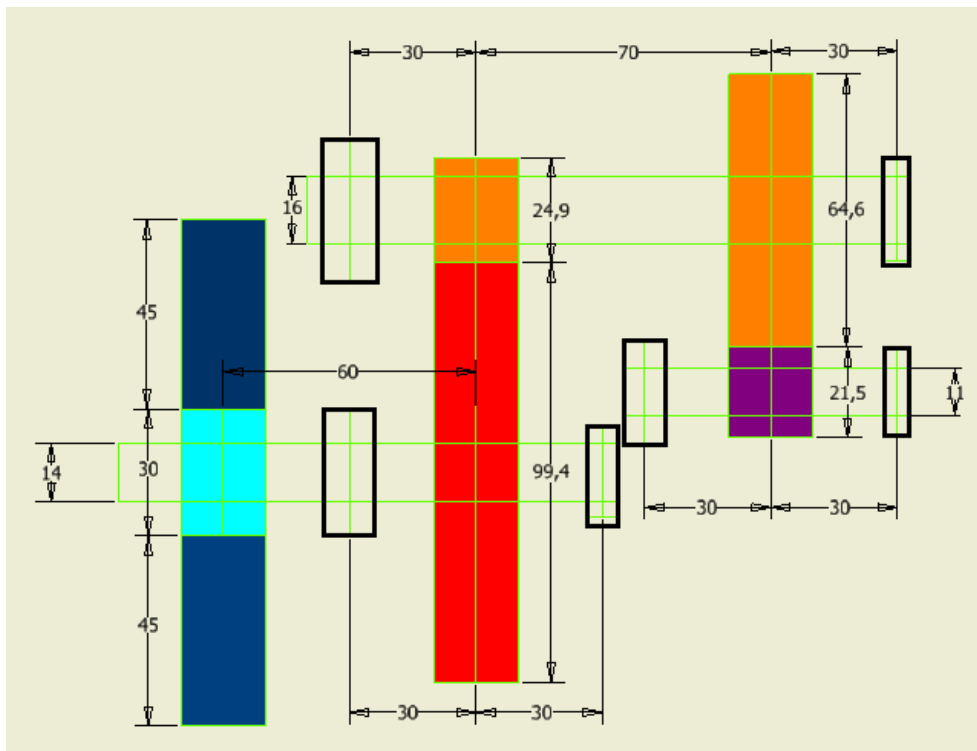


Fig.6.2 Esquema para mejor visualización

7. BIBLIOGRAFÍA

Libros y apuntes:

- Apuntes de la asignatura “Cálculo y selección de elementos de máquinas”
- Wind Energy Explained: Theory, Design and Application
- Diseño de maquinaria, Robert L. Norton

Catálogos:

- Información técnica aerogenerador:
<https://www.yumpu.com/es/document/read/6310264/gamesa-850-kw>
- Rodamientos FAG: <https://www.ntn-snr.com/es/rodamientos-para-aerogeneradores>

Links de páginas web:

- Foto aerogenerador: <https://www.worldenergytrade.com/energias-alternativas/energia-eolica/como-funcionan-los-aerogeneradores>
- Foto etapa planetaria: <https://motorreductores.net/cuales-son-las-ventajas-de-utilizar-un-reductor-planetario/>
- Información aerogeneradores:
<http://www.mantenimientodeaerogeneradores.com/index.php/parametros-caracteristicos-de-los-aerogeneradores>
<https://www.aulafacil.com/cursos/medio-ambiente/energia-eolica/partes-de-un-aerogenerador-137049>
- Noticia introducción: <https://www.europapress.es/economia/energia-00341/noticia-eolica-fue-primera-fuente-generacion-electrica-espana-2021-mas-23-total-20220112124306.html>
- Factor de carga: <http://xn--drmstrre-64ad.dk/wp-content/wind/miller/windpower%20web/es/tour/wres/annu.htm#:~:text=Los%20factores%20de%20carga%20pueden,20%20a%20por%20ciento.&text=Aunque%20generalmente%20se%20preferir%C3%ADa%20tener,el%20punto%20de%20vista%20econ%C3%B3mico.>
<https://iea-wind.org/wp-content/uploads/2021/12/IEA-WIND-AR2020.pdf>

ANEXOS

ANEXO I: Cálculo y diseño general del sistema

Cálculo de la relación de transmisión y velocidades de giro del sistema:

Para calcular la relación de transmisión de todo el sistema, utilizamos la ratio que se proporciona en la ficha técnica del modelo. En este caso indica que $i = 1/61.74$. Teniendo en cuenta esto y que el rotor puede girar en un intervalo de 19.44-30.8 rpm, se puede estimar la velocidad de salida (en función de la velocidad de entrada) así:

$$\frac{1}{i} = \frac{\text{velocidad de salida (rpm)}}{\text{velocidad de entrada (rpm)}} \rightarrow \frac{1}{1/61.74} = \frac{n, salida}{19.44}$$

$$\frac{1}{i} = \frac{\text{velocidad de salida (rpm)}}{\text{velocidad de entrada (rpm)}} \rightarrow \frac{1}{1/61.74} = \frac{n, salida}{30.8}$$

Despejando para la velocidad de rotor de 19.44 rpm, $n_{salida} = 1200.23 \text{ rpm}$

Despejando para la velocidad de rotor de 30.8 rpm $n_{salida} = 1901.59 \text{ rpm}$

Hay que tener en cuenta que la **relación de transmisión es fija** por tanto si la velocidad de entrada (velocidad del rotor) varía en el intervalo comentado, la velocidad de salida variará también, como se observa en los resultados obtenidos.

Para seguir calculando y diseñando las propiedades y características del sistema, se debe tener en cuenta su estructura. En este caso, se trata de un sistema de transmisión con una etapa planetaria y dos etapas de ejes paralelos helicoidales. Así pues, se obtienen tres etapas:

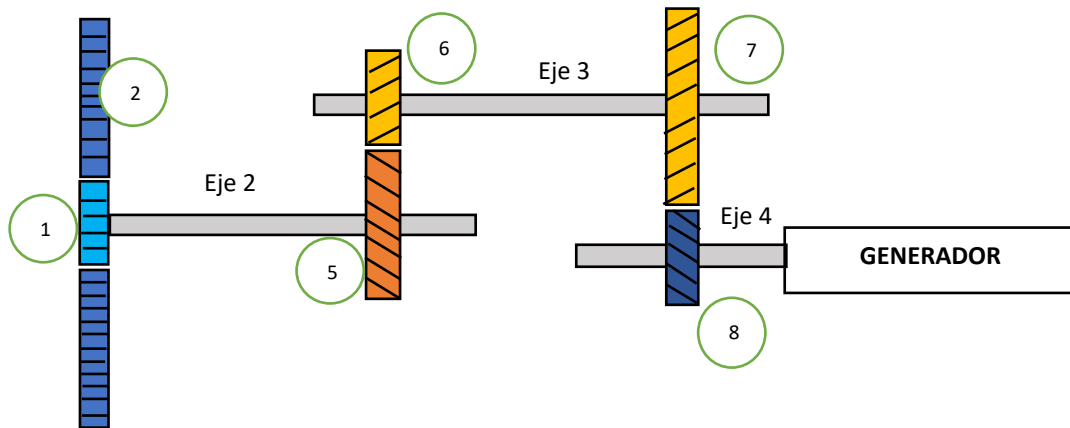


Fig.8.1 Diseño de la transmisión

Para las distintas etapas se han seleccionado una serie de relaciones de transmisión multiplicadoras, quedando la primera etapa multiplicada por 5, la segunda etapa (etapa helicoidal) se multiplicará por 4 y la última etapa multiplicará la velocidad por 3. Esto hace un total de:

$$i_{total} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

Como se observa, se obtiene una multiplicación muy parecida a la que nos marca la ficha técnica. Teniendo en cuenta que la transmisión se produce desde la zona de la hélice hasta el generador, se trabaja con la inversa de esas cantidades. La configuración de las distintas etapas queda de la siguiente manera:

Primera etapa	i_{12}	1/5
Segunda etapa	i_{23}	1/4
Tercera etapa	i_{34}	1/3

Tabla 8.1 Relaciones de transmisión

Con las relaciones de transmisión de cada etapa, se pueden calcular las distintas velocidades de giro de cada eje (la velocidad seleccionada para el **rotor es 19.44 rpm**):

Velocidad en el eje 1:

$$n_1 = 19.44 \text{ rpm}$$

Velocidad en el eje 2:

$$n_2 = \frac{n_1}{i_{12}} = \frac{19.44}{1/5} = 97.2 \text{ rpm}$$

Velocidad en el eje 3:

$$n_3 = \frac{n_2}{i_{23}} = \frac{97.2}{1/4} = 388.8 \text{ rpm}$$

Velocidad en el eje 4:

$$n_4 = \frac{n_3}{i_{34}} = \frac{388.8}{1/3} = 1166.4 \text{ rpm}$$

Como se observa, la velocidad de salida (n_4) es muy parecida a la calculada con la relación de transmisión marcada por la ficha técnica. Así pues, se observa que la elección de las relaciones de transmisión de las distintas etapas es correcta.

Cálculo de los momentos torsores:

Una vez calculadas las distintas velocidades de los ejes y conociendo la potencia del aerogenerador (850 KW), se puede calcular el par de cada etapa. Hay que tener en cuenta que en máquinas tan grandes el rendimiento no es del 100% y por tanto en cada etapa es necesario tener en cuenta unas pérdidas. En este caso, se ha estimado que el rendimiento de cada una de las tres etapas sea del 96% para la primera y 98% para la segunda y la tercera, de modo que el rendimiento total se calcula como:

$$\eta_t = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 = 0.96 \cdot 0.98 \cdot 0.98 = \mathbf{0.92}$$

Conocido el rendimiento total, las velocidades y la potencia del rotor (potencia de salida), se pueden calcular los distintos momentos existentes en cada eje además de la potencia de entrada:

$$P_1 = \frac{P_{salida}}{\eta_t} = \frac{850}{0.92} = 921.92 \text{ kW}$$

Momento en el eje 1:

$$M_1 = \frac{9550 \cdot 10^3 \cdot P}{n_1} = \frac{9550 \cdot 10^3 \cdot 921.92}{19.44} = 452900345.8 \text{ Nmm}$$

Momento en el eje 2:

$$M_2 = M_1 \cdot i_{12} \cdot \eta_1 = 452900345.8 \cdot \frac{1}{5} \cdot 0.96 = 86956866.39 \text{ Nmm}$$

Momento en el eje 3:

$$M_3 = M_2 \cdot i_{23} \cdot \eta_2 = 86956866.39 \cdot \frac{1}{4} \cdot 0.98 = 21304432.3 \text{ Nmm}$$

Momento en el eje 4:

$$M_4 = M_3 \cdot i_{34} \cdot \eta_3 = 21304432.3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0.98 = 6959447.87 \text{ Nmm}$$

Elección del material (engranajes y ejes):

Una vez realizados los cálculos, otro punto importante es la selección del material para los distintos componentes del sistema de transmisión. Para ello hay que tener en cuenta que dichos componentes se someterán a grandes fuerzas y momentos, por tanto, se seleccionarán unos aceros de altas prestaciones.

Para los engranajes se ha seleccionado el **acero F-156** puesto que posee una gran dureza (característica fundamental) y una elevada resistencia.

Para los ejes se ha escogido un acero **F-126** con buenas propiedades también, ya que deberá soportar las cargas constantes y funcionar con un coeficiente de seguridad.

Nombre del material	F-156	F-126
Dureza Brinell (MPa)	6000	3520-4000
Tensión de rotura (MPa)	1200-1350	1200-1400
Máxima tensión admisible (MPa)	420	430
Módulo de elasticidad (MPa)	210000	210000

Tabla 8.2 Materiales para los elementos

Vida útil:

La vida útil en un aerogenerador es un concepto complejo ya que la multiplicadora no siempre trabaja en las condiciones de mayor rendimiento y potencia, puesto que la velocidad del viento no es un factor constante (dándose también situaciones en las que el aerogenerador está parado). La vida con la que se diseña esta máquina es de entre 20 y 30 años, pero la multiplicadora se considera que se cambia cada **10 años**.

A este tiempo debemos añadirle el factor de carga que tendrá el aerogenerador, esto es, el cociente de la energía generada en un determinado periodo de tiempo y el máximo que se podría producir en ese mismo periodo.

Para el factor de carga, se ha utilizado la siguiente gráfica de *la Energy Agency Wind Technology Collaboration Programme*, en la que se muestra la evolución de dicho factor a lo largo de los años en los distintos países. En este caso se seleccionará un factor de carga medio del **25%** para un aerogenerador situado en tierra firme (*land based*)

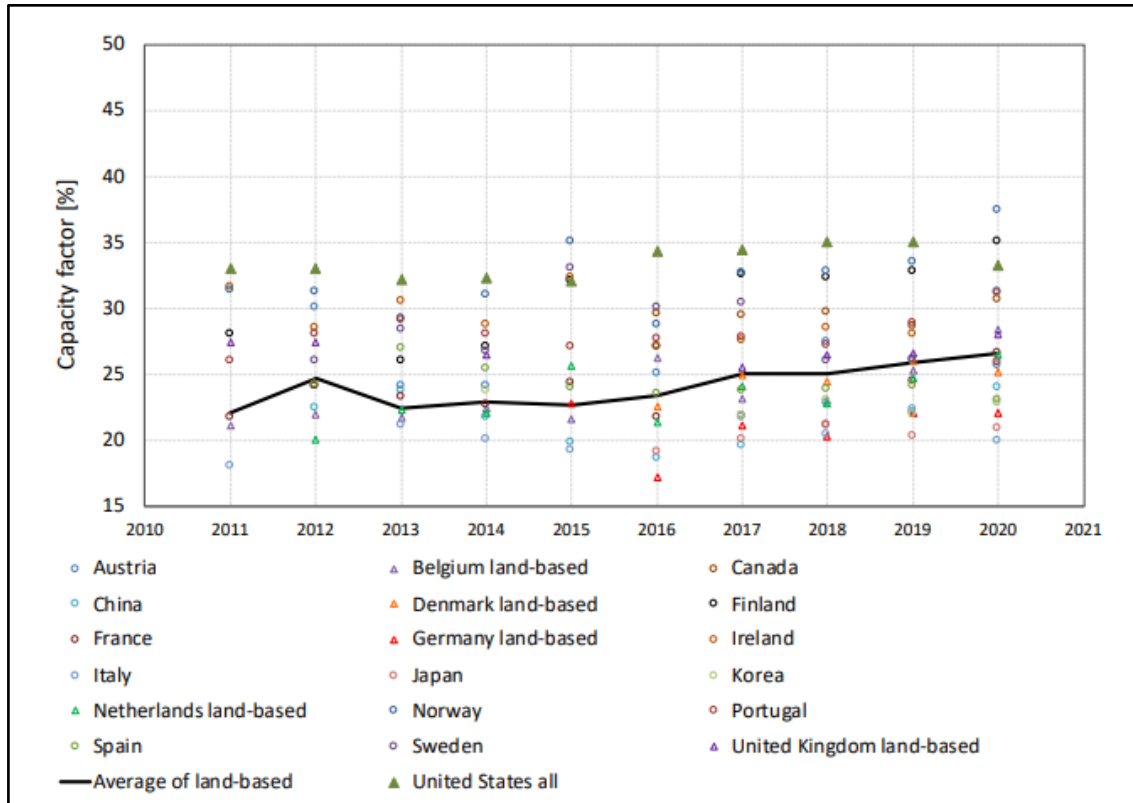


Fig.8.2 Gráfico de factor de carga

Para calcular la vida útil en horas que trabajará la máquina se contemplan los 10 años anteriormente comentados multiplicados por el número de horas al día (en este caso todo el día, por tanto, 24h) y por el número de días del año además del factor de carga, quedando el cálculo de las horas así:

$$Lh = 10 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 0.25 = 21900 \text{ horas}$$

Diseño y cálculo de los engranajes:

A continuación, se analizarán los engranajes seleccionados para cada etapa y se diseñará el número de dientes que debe tener cada uno de ellos para la correcta transmisión del movimiento.

Primera etapa

En esta etapa el movimiento de las palas generado por el viento transmite un momento desde el eje 1 al eje 2 a través de un engranaje epicicloidal o planetario. Este engranaje se compone de un conjunto de engranajes formado por un planeta, una corona y tres satélites. El funcionamiento de este consiste en el giro del portasatélites (producido por la transmisión del momento de las palas del eje 1) y considerando la corona fija se transmite al satélite (que hará girar el eje 2)

Los engranajes que forman esta etapa son de dientes rectos y poseen un ángulo de presión de $\alpha = 20^\circ$ (ángulo más utilizado)

Para el cálculo de los engranajes se ha determinado el número de dientes de cada engranaje teniendo en cuenta la relación de transmisión de esta primera etapa:

$$i_{21} = 5 = 1 + \frac{Z_{corona}}{Z_{planeta}}$$

$$Z_{corona} = Z_{planeta} + 2 \cdot Z_{satelite}$$

Siendo:

$$Z_{planeta} = Z_1 = \text{Numero de dientes del planeta} = 30$$

$$Z_{satelite} = Z_2 = \text{Numero de dientes de cada satelite} = 45$$

$$Z_{corona} = Z_3 = \text{Numero de dientes de la corona fija} = 120$$

Se verifican las ecuaciones:

$$i_{21} = 5 = 1 + \frac{Z_{corona}}{Z_{planeta}} = 1 + \frac{120}{30}$$

$$Z_{corona} = Z_{planeta} + 2 \cdot Z_{satelite} \rightarrow 120 = 30 + 2 \cdot 45$$

Para seleccionar el número de satélites con una relación de transmisión de 5 el máximo número de satélites que podremos tener es de 3, ya que a partir de dicho número podría no haber suficiente espacio para introducir más. Este número se elige teniendo en cuenta la suma de los dientes del planeta y la corona y se dividen por el número de satélites que queramos introducir (es aconsejable que el resultado obtenido sea el mayor número de satélites que proporcione como resultado del cociente un número entero):

$$\text{mayor numero entero posible} = \frac{Z_{corona} + Z_{planeta}}{N^{\circ} \text{satelites}} = \frac{120 + 30}{3}$$

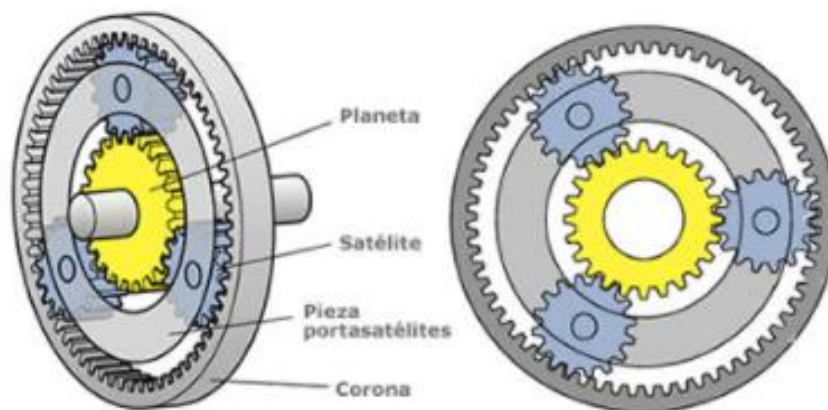


Fig.8.3 Etapa planetaria con 3 satélites

Segunda etapa

En esta etapa se transmite el movimiento desde el eje 2 al eje 3 mediante un par de engranajes helicoidales (engranaje 5 y 6). Este tipo de engranajes son más silenciosos que los rectos y además más compactos (un factor para tener en cuenta si se quiere reducir el espacio que ocuparán). Como en la etapa anterior, se ha tenido en cuenta la relación de transmisión para diseñarlos:

$$i_{23} = \frac{1}{4} = \frac{Z_5}{Z_6}$$

$$Z_5 = \text{Numero de dientes engranaje 5} = 64$$

$$Z_6 = \text{Numero de dientes engranaje 6} = 16$$

**Para este tipo de engranajes también se seleccionará el mismo ángulo de presión $\alpha = 20^\circ$ además de un ángulo de inclinación de diente de $\mu = 15^\circ$*

Tercera etapa

En esta última etapa se transfiere el movimiento del eje 3 hasta el eje 4 (donde se encuentra el generador). Esta etapa, al igual que la anterior, está formada por un par de engranajes helicoidales (engranajes 7 y 8). El número de dientes se selecciona en función de la relación de transmisión:

$$i_{34} = \frac{1}{3} = \frac{Z_7}{Z_8}$$

$$Z_7 = \text{Numero de dientes engranaje 7} = 48$$

$$Z_8 = \text{Numero de dientes engranaje 8} = 16$$

**Para este tipo de engranajes también se seleccionará un ángulo de presión $\alpha = 20^\circ$ además de un ángulo de inclinación de diente de $\mu = 15^\circ$*

En la elección del número de dientes de los diferentes engranajes se ha tenido en cuenta la relación de transmisión de cada etapa, pero lo que es más importante, se ha tenido en cuenta el número mínimo de dientes para que no se produzca el fenómeno de interferencia (cuando los dientes del engranaje más pequeño se clavan en el engranaje más grande). Puesto que se ha escogido un ángulo de presión de $\alpha = 20^\circ$ y de un ángulo de inclinación de diente de $\mu = 15^\circ$, el número mínimo de dientes es de 16:

μ	α		
	$14\frac{1}{2}^\circ$	20°	25°
0º engranajes rectos	32	18	12
5º	32	17	12
10º	31	17	11
15º	29	16	11
20º	27	15	10

Tabla 8.3 Número mínimo de dientes

ANEXO II: Dimensionamiento de los engranajes

Cálculo del módulo a flexión y a desgaste:

Una vez diseñado el sistema de transmisión, se deben calcular otros parámetros de los engranajes para que resistan las cargas y no se produzcan fallos de flexión o desgaste, se calculará el módulo en este caso de cada etapa y se comprobará que no hay fallo. El cálculo se realiza de manera iterativa hasta encontrar un valor (normalizado) mayor al calculado para que se cumplan las condiciones.

El engranaje sobre el que se realizan los cálculos será aquel más susceptible de sufrir el fallo, en este caso aquel de menor tamaño. Estos engranajes serán para cada etapa los engranajes 1, 6 y 8. Los módulos normalizados son los siguientes:

MÓDULOS NORMALIZADOS							
Módulo M en mm	0,3 a 1	1 a 4	4 a 7	7 a 16	16 a 24	24 a 45	45 a 75
Escalonado	0,10	0,25	0,50	1	2	3	5

Tabla 9.1 Módulos normalizados

Puesto que las cargas que generan los engranajes solo contemplan la geometría del perfil (considerando las líneas perfectas) es necesario corregir los cálculos mediante unos coeficientes que tienen en cuenta la calidad del engranaje y la máquina que realiza la acción, estos son el **factor de esfuerzos dinámicos** (f_d) y el **factor de servicio** (f_s)

El **factor de esfuerzos dinámicos** (f_d) se calculará mediante una fórmula, en este caso la correspondiente a engranajes de máxima precisión obtenidos por rectificado u otro procedimiento similar (ya que esta máquina necesita la mayor precisión en sus componentes)

FACTOR DE ESFUERZOS DINÁMICOS	
Tipo de montaje	Factor f_d
Para engranajes de la máxima precisión obtenidos por rectificado u otro procedimiento similar. Velocidad del círculo primitivo igual o menor que 1.200 m/min	$f_d = 1 + \frac{\sqrt{V}}{43}$
Para engranajes tallados por generación, sin rectificar, y con velocidades del círculo primitivo igual o menor que 1.200 m/min.	$f_d = 1 + \frac{V}{360}$
Para engranajes ordinarios fabricados con fresa de módulo o con fresa madre, de una sola pasada. Velocidad del círculo primitivo igual o inferior a 600 m/min.	$f_d = 1 + \frac{V}{180}$

Tabla 9.2 Factor de esfuerzos dinámicos

La letra V que aparece en las fórmulas hace referencia a la velocidad del círculo primitivo (en m/min) y se calcula con la siguiente expresión (teniendo en cuenta que el diámetro (D_p) está en milímetros y la velocidad de giro (n) en rpm):

$$V_m = \frac{n \cdot D_p \cdot \pi}{1000}$$

Para el cálculo de esta velocidad es necesario conocer ese diámetro, el cual se obtiene a partir del módulo y el número de dientes. Para ello, se fijará un primer valor para el módulo, que posteriormente se iterará hasta conseguir el valor adecuado.

$$M_n = \frac{D_p}{Z}$$

El **factor de servicio** (f_s) se seleccionará en función de las condiciones a las que trabaje la máquina, en este caso se elige $f_s = 1.25$ puesto que se considera que el aerogenerador trabaja con cargas uniformes sin choque.

FACTOR DE SERVICIO	
Tipo de máquina	Factor f_s
Para cargas uniformes sin choque, como: ventiladores, maquinaria de elevación, máquinas centrífugas, transmisiones por correa, etc.	De 1,00 a 1,25
Para cargas con choque medio, como: máquinas sometidas a frecuentes arranques, compresores, máquinas alternativas, herramientas portátiles neumáticas y eléctricas, bombas alternativas, etc.	De 1,25 a 1,50
Para cargas con choque fuerte, como: trenes laminadores, machacadoras de piedra, maquinaria de dragados, punzonadoras, compresores monocilíndricos, etc.	De 1,50 a 2,00

Tabla 9.3 Factor de servicio

Además de estos factores correctores, se precisa de la rigidez de los engranajes para lo cual se ha seleccionado un valor común para engranajes con buen asiento en cajas reductoras o de velocidad normal ($\delta = 25$)

COEFICIENTE DE RIGIDEZ	
Tipo de montaje	Coefficiente δ
Engranajes sobre ejes robustos, soportados por rodamientos o cojinetes apoyados sobre soportes rígidos.	Hasta 30
Engranajes con buen asiento en cajas reductoras o de velocidad en general.	Hasta 25
Engranajes sobre apoyos ordinarios.	Hasta 15

Tabla 9.4 Coeficiente de rigidez

El último coeficiente para tener en cuenta es el factor de Lewis (y), que tiene en cuenta el número de dientes del engranaje, así como la altura de estos.

FACTOR DE FORMA DEL DIENTE y'							
Nº de dientes	Altura normal 20°	Altura normal 14.5° o 15°	Diente corto 20°	Nº de dientes	Altura normal 20°	Altura normal 14.5° o 15°	Diente corto 20°
10	0,064	0,055	0,063	25	0,108	0,097	0,133
11	0,072	0,061	0,062	27	0,111	0,099	0,135
12	0,078	0,067	0,069	30	0,114	0,101	0,139
13	0,083	0,071	0,103	34	0,118	0,104	0,142
14	0,088	0,075	0,108	38	0,122	0,106	0,145
15	0,092	0,078	0,111	43	0,125	0,108	0,147
16	0,094	0,081	0,115	50	0,130	0,110	0,151
17	0,096	0,084	0,117	60	0,134	0,113	0,154
18	0,098	0,086	0,120	75	0,138	0,115	0,158
19	0,100	0,088	0,123	100	0,142	0,117	0,161
20	0,102	0,090	0,125	150	0,146	0,119	0,165
21	0,104	0,092	0,127	300	0,150	0,122	0,170
23	0,106	0,094	0,130	Infinito	0,154	0,124	0,175

Tabla 9.5 Factor de forma del diente

Hay que tener en cuenta que el valor de dicho coeficiente se seleccionará directamente de la tabla si el número de dientes coincide, sino será necesario realizar una interpolación. Además, los engranajes helicoidales necesitan de un cálculo previo a dicha selección ya que no se mira el número de dientes (Z) sino el ficticio (Z'):

$$Z' = \frac{Z}{\cos(\mu)^3}$$

Una vez planteadas las ecuaciones y conocidos los distintos factores a utilizar, se procede al cálculo de los módulos mínimos para las tres etapas de la transmisión.

Para el cálculo a flexión se plantean:

Engranajes rectos:

$$M_{flexion} = 0.86 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{tc}}{\delta \cdot Z \cdot y \cdot \sigma_{adm}}}$$

Engranajes helicoidales:

$$M_{flexion} = 0.86 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{tc} \cdot \cos \mu}{\delta \cdot Z \cdot y \cdot \sigma_{adm} \cdot 1.5}}$$

Para el cálculo a desgaste se plantean:

Engranajes rectos:

$$M_{desgaste} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot M_{tc} \cdot (1 + i)}{\delta \cdot Z^2 \cdot K_r \cdot \sin(2 \cdot \alpha) \cdot i}}$$

Engranajes helicoidales:

$$M_{desgaste} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot M_{tc} \cdot \cos(\mu)^3 \cdot (1 + i)}{\delta \cdot Z^2 \cdot K_r \cdot \sin(2 \cdot \alpha) \cdot i}}$$

Como se observa, en las fórmulas aparece un parámetro K_r , que hace referencia al coeficiente de presión de rodadura y se calcula como:

$$K_r = 0.677 \cdot \frac{HB^2}{E \cdot W^{1/3}}$$

Para poder calcularlo se precisa de la dureza del material (HB en MPa) y el módulo elástico (E en MPa) previamente definidos y seleccionados en el anexo anterior. También es necesario calcular el número de vueltas del engranaje (W en millones de vueltas), para lo que se tendrá en cuenta la velocidad de giro (n en rpm) del engranaje y las horas de funcionamiento (L_h):

$$W = L_h \cdot n \cdot \frac{60}{10^6}$$

Con todas estas fórmulas y los parámetros necesarios, se procede a calcular por etapas los distintos módulos (mínimos necesarios) para evitar el fallo de flexión y desgaste. El proceso es iterativo, de manera que se da un valor inicial al módulo y se recalcula una y otra vez hasta dar con aquel que sea óptimo. Debido a la geometría del sistema, se usará la relación de transmisión inversa.

Primera etapa

Z_1 (nº dientes engranaje 1)	30
Z_2 (nº dientes engranaje 2)	45
Z_3 (nº dientes engranaje 3)	120
i_{21}	5
δ	25
α	20°
y	0.144
M_n (modulo elegido)	10

Tabla 9.6 Parámetros 1era etapa

Cálculo del diámetro primitivo (D_p):

$$M_{n1} = \frac{D_{p1}}{Z_1} \rightarrow D_{p1} = 10 \cdot 30 = 300 \text{ mm}$$

$$M_{n2} = \frac{D_{p2}}{Z_2} \rightarrow D_{p2} = 10 \cdot 45 = 450 \text{ mm}$$

$$M_{n3} = \frac{D_{p3}}{Z_3} \rightarrow D_{p3} = 10 \cdot 120 = 1200 \text{ mm}$$

Cálculo de la velocidad de giro (V_m):

$$V_m = \frac{n_2 \cdot \pi \cdot D_{p1}}{1000} = \frac{97.2 \cdot \pi \cdot 300}{1000} = 91.6 \text{ m/min}$$

Cálculo de los factores correctores:

$$f_d = 1 + \frac{\sqrt{V_m}}{43} = 1 + \frac{\sqrt{91.6}}{43} = 1.22$$

$$f_s = 1.25$$

Cálculo del momento corregido:

$$M_{2,satelite} = \frac{M_2}{3} = \frac{86956866.39}{3} = 28985622.13 \text{ Nmm}$$

$$M_{tc1} = M_{2,satelite} \cdot f_d \cdot f_s = 28985622.13 \cdot 1.22 \cdot 1.25 = 44296814.26 \text{ Nmm}$$

Cálculo del fallo a flexión:

$$M_{flexion} = 0.86 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{tc}}{\delta \cdot Z \cdot y \cdot \sigma_{adm}}} = 0.86 \cdot \sqrt[3]{\frac{44296814.26}{25 \cdot 30 \cdot 0.114 \cdot 420}} = 9.22 \text{ mm}$$

Cálculo del fallo a desgaste:

$$W = L_h \cdot n \cdot \frac{60}{10^6} = 21900 \cdot 97.2 \cdot \frac{60}{10^6} = 127.72 \text{ millones de vueltas}$$

$$K_r = 0.677 \cdot \frac{HB^2}{E \cdot W^{1/3}} = 0.677 \cdot \frac{6000^2}{210000 \cdot 127.72^{1/3}} = 23.04 \text{ MPa}$$

$$M_{\text{desgaste}} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot M_{tc} \cdot (1 + i)}{\delta \cdot Z^2 \cdot K_r \cdot \sin(2 \cdot \alpha) \cdot i}} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 44296814.26 \cdot (1 + 5)}{25 \cdot 30^2 \cdot 23.04 \cdot \sin(2 \cdot 20) \cdot 5}} = 8.61 \text{ mm}$$

En este caso, el módulo mínimo de flexión es mayor que el módulo de desgaste por lo que será el primero el que se tome como criterio de selección. Así pues, se elegirá un módulo normalizado para esta primera etapa de **Mn = 10 mm**

Segunda etapa

Z ₅ (nº dientes engranaje 5)	64
Z ₆ (nº dientes engranaje 6)	16
i ₃₂	4
δ	25
μ	15°
α	20°
y	0.0975
M _n (modulo elegido)	15

Tabla 9.7 Parámetros 2da etapa

Al tratarse de engranajes helicoidales el parámetro de Lewis debe calcularse con el número ficticio de dientes (y se interpolará entre 17 y 18):

$$Z' = \frac{Z_6}{\cos(\mu)^3} = \frac{16}{\cos(15)^3} = 17.75$$

$$y = 0.0975$$

Cálculo del diámetro primitivo (D_p):

$$M_{n2} = \frac{D_{p5}}{Z_5} \cdot \cos(\mu) \rightarrow D_{p5} = \frac{15 \cdot 64}{\cos(15)} = 993.86 \text{ mm}$$

$$M_{n2} = \frac{D_{p6}}{Z_6} \cdot \cos(\mu) \rightarrow D_{p6} = \frac{15 \cdot 16}{\cos(15)} = 248.47 \text{ mm}$$

Cálculo de la velocidad de giro (V_m):

$$V_m = \frac{n_3 \cdot \pi \cdot D_{p6}}{1000} = \frac{388.8 \cdot \pi \cdot 248.47}{1000} = 303.49 \text{ m/min}$$

Cálculo de los factores correctores:

$$f_d = 1 + \frac{\sqrt{V_m}}{43} = 1 + \frac{\sqrt{303.49}}{43} = 1.405$$

$$f_s = 1.25$$

Cálculo del momento corregido:

$$M_{tc2} = M_3 \cdot f_d \cdot f_s = 21304432.27 \cdot 1.405 \cdot 1.25 = 37419593.15 \text{ Nmm}$$

Cálculo del fallo a flexión:

$$M_{flexion} = 0.86 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{tc} \cdot \cos \mu}{\delta \cdot Z \cdot y \cdot \sigma_{adm} \cdot 1.5}} = 0.86 \cdot \sqrt[3]{\frac{37419593.15 \cdot \cos(15)}{25 \cdot 16 \cdot 0.0975 \cdot 420 \cdot 1.5}} = 9.78 \text{ mm}$$

Cálculo del fallo a desgaste:

$$W = L_h \cdot n \cdot \frac{60}{10^6} = 21900 \cdot 388.8 \cdot \frac{60}{10^6} = 510.88 \text{ millones de vueltas}$$

$$K_r = 0.677 \cdot \frac{HB^2}{E \cdot W^{1/3}} = 0.677 \cdot \frac{6000^2}{210000 \cdot 510.88^{1/3}} = 14.52 \text{ MPa}$$

$$M_{\text{desgaste}} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot M_{tc} \cdot \cos(\mu)^3 \cdot (1+i)}{\delta \cdot Z^2 \cdot K_r \cdot \sin(2 \cdot \alpha) \cdot i}} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 37419593.15 \cdot \cos(15)^3 \cdot (1+4)}{25 \cdot 16^2 \cdot 14.52 \cdot \sin(2 \cdot 20) \cdot 4}}$$

$$= 14.13 \text{ mm}$$

En este caso, el módulo mínimo de desgaste es mayor que el módulo de flexión por lo que será el primero el que se tome como criterio de selección. Así pues, se elegirá un módulo normalizado para esta primera etapa de **Mn = 15 mm**

Tercera etapa

Z ₇ (nº dientes engranaje 7)	48
Z ₈ (nº dientes engranaje 8)	16
i ₄₃	3
δ	25
μ	15°
α	20°
y	0.0975
M _n (modulo elegido)	13

Tabla 9.8 Parámetros 3era etapa

Al tratarse de engranajes helicoidales y tener el mismo número de dientes que la etapa anterior, el cálculo se realiza de igual manera y el parámetro de Lewis es el mismo:

$$Z' = \frac{Z_6}{\cos(\mu)^3} = \frac{16}{\cos(15)^3} = 17.75$$

$$y = 0.0975$$

Cálculo del diámetro primitivo (D_p):

$$M_{n3} = \frac{D_{p7}}{Z_7} \cdot \cos(\mu) \rightarrow D_{p7} = \frac{13 \cdot 48}{\cos(15)} = 646.01 \text{ mm}$$

$$M_{n3} = \frac{D_{p8}}{Z_8} \cdot \cos(\mu) \rightarrow D_{p8} = \frac{13 \cdot 16}{\cos(15)} = 215.34 \text{ mm}$$

Cálculo de la velocidad de giro (V_m):

$$V_m = \frac{n_4 \cdot \pi \cdot D_{p8}}{1000} = \frac{1166.4 \cdot \pi \cdot 215.34}{1000} = 789.07 \text{ m/min}$$

Cálculo de los factores correctores:

$$f_d = 1 + \frac{\sqrt{V_m}}{43} = 1 + \frac{\sqrt{789.07}}{43} = 1.65$$

$$f_s = 1.25$$

Cálculo del momento corregido:

$$M_{tc3} = M_4 \cdot f_d \cdot f_s = 6959447.87 \cdot 1.65 \cdot 1.25 = 14382272.65 \text{ Nmm}$$

Cálculo del fallo a flexión:

$$M_{flexion} = 0.86 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{tc} \cdot \cos \mu}{\delta \cdot Z \cdot y \cdot \sigma_{adm} \cdot 1.5}} = 0.86 \cdot \sqrt[3]{\frac{14382272.65 \cdot \cos(15)}{25 \cdot 16 \cdot 0.0975 \cdot 420 \cdot 1.5}} = 7.11 \text{ mm}$$

Cálculo del fallo a desgaste:

$$W = L_h \cdot n \cdot \frac{60}{10^6} = 21900 \cdot 1166.4 \cdot \frac{60}{10^6} = 1532.65 \text{ millones de vueltas}$$

$$K_r = 0.677 \cdot \frac{HB^2}{E \cdot W^{1/3}} = 0.677 \cdot \frac{6000^2}{210000 \cdot 1532.65^{1/3}} = 10.06 \text{ MPa}$$

$$M_{desgaste} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot M_{tc} \cdot \cos(\mu)^3 \cdot (1+i)}{\delta \cdot Z^2 \cdot K_r \cdot \sin(2 \cdot \alpha) \cdot i}} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 14382272.65 \cdot \cos(15)^3 \cdot (1+3)}{25 \cdot 16^2 \cdot 10.06 \cdot \sin(2 \cdot 20) \cdot 3}}$$

$$= 11.86 \text{ mm}$$

En este caso, el módulo mínimo de desgaste es mayor que el módulo de flexión por lo que será el primero el que se tome como criterio de selección. Así pues, se elegirá un módulo normalizado para esta primera etapa de **Mn = 13 mm**

Una vez calculados los módulos necesarios y tras haber dimensionado los engranajes de las etapas las dimensiones quedan así:

Velocidad rotor (19.44 rpm)	Etapas 1	Etapas 2	Etapas 3
Modulo (mm)	10	15	13
Velocidad (rpm)	97.2	388.8	1166.4
Relación transmisión	1/5	1/4	1/3
N.º dientes	Z ₁ =30; Z ₂ =45; Z ₃ =120	Z ₅ =64; Z ₆ =16	Z ₇ =48; Z ₈ =16
Diámetros (mm)	D ₁ =300; D ₂ =450; D ₃ =1200	D ₅ =994; D ₆ =249	D ₇ =646; D ₈ =215

Tabla 9.9 Parámetros según etapas a velocidad de 19.44 rpm

Comparación del diseño en función de la velocidad del rotor:

Puesto que el rotor del aerogenerador puede girar en un rango de velocidad que varía desde los 19.44 rpm hasta los 30.8 rpm, se han repetido todos los cálculos del apartado anterior relativos al diseño y dimensionamiento para la velocidad máxima permitida por el rotor, con el fin de comparar los resultados obtenidos y observar y analizar las diferencias.

Los resultados obtenidos, que siguen los mismos procesos, han sido los siguientes:

Velocidad rotor (30.8 rpm)	Etapa 1	Etapa 2	Etapa 3
Modulo (mm)	9	14	12
Velocidad (rpm)	154	616	1848
Relación transmisión	1/5	1/4	1/3
Nº dientes	$Z_1=30; Z_2=45; Z_3=120$	$Z_5=64; Z_6=16$	$Z_7=48; Z_8=16$
Diámetros (mm)	$D_1=270; D_2=405; D_3=1080$	$D_5=928; D_6=232$	$D_7=597; D_8=199$

Tabla 9.10 Parámetros según etapas a velocidad de 30.8 rpm

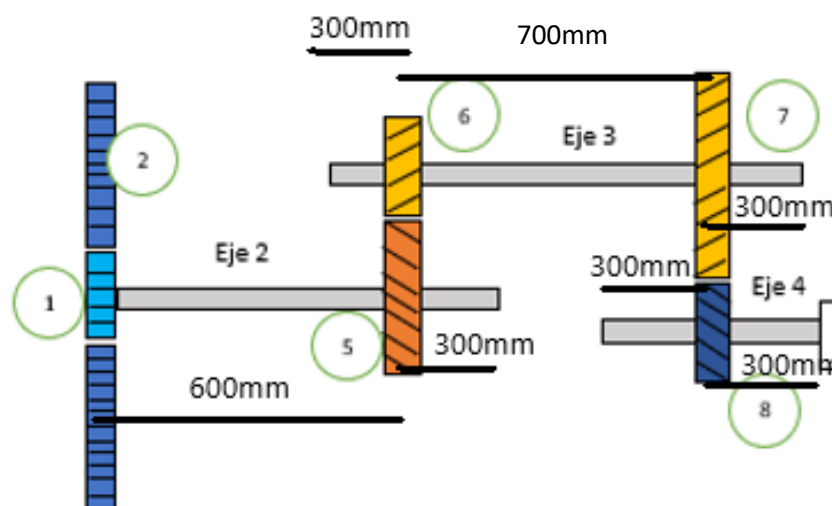
Como se observa en la tabla que recoge los resultados, el módulo mínimo necesario para la máxima velocidad del rotor es menor que el calculado para la velocidad mínima pero no se aprecia una diferencia sustancial por lo que se podrían tomar perfectamente para ambos casos los valores de módulos mínimos respectivos a la velocidad de 19.44 rpm que además aportarían un mayor grado de seguridad, sin llegar a sobredimensionar los engranajes (que como se aprecia, tampoco varían mucho los tamaños de diámetros). Los tamaños de los diámetros están dentro del margen de dimensiones puesto que no superan el espacio necesario para que un operario esté de pie dentro de la góndola (permitiendo así las tareas de mantenimiento).

ANEXO III: Cálculo de reacciones y dimensionamiento de los ejes

Cálculo de las reacciones en los ejes:

Una vez que se han dimensionado los engranajes, se pueden calcular las fuerzas que ejercen cada uno de ellos y que transmiten al eje. En primer lugar, se calcularán las fuerzas axiales, tangenciales y radiales de cada engranaje teniendo en cuenta su par y su geometría. Posteriormente se calcularán las fuerzas que deben soportar los apoyos en los que se colocarán los rodamientos. Hay que tener en cuenta la forma de los engranajes pues la transmisión posee engranajes rectos y helicoidales (que generarán fuerzas axiales y momentos debido a la inclinación de los dientes). El cálculo se realizará para la **velocidad de rotor de 19.44 rpm** ya que se obtienen mayores fuerzas al producir mayores momentos torsores (y por tanto es el caso más desfavorable).

Las distancias entre engranajes se seleccionarán teniendo en cuenta que deben caber los distintos elementos (engranajes y rodamientos) y que esto ocupan un gran espacio, es por esto por lo que esa distancia serán unos **300mm y 700mm**:



Dibujo NO hecho a escala

Los ejes 2 y 4 NO chocan puesto que la distancia entre ejes de 2 y 3 es mayor que la de 3 y 4

Fig.10.1 Diseño y distancias del sistema

Para calcular las fuerzas que ejercen los engranajes se emplearán las siguientes expresiones en función del tipo de dentado:

Engranajes rectos:

- Fuerza tangencial:

$$T = M \cdot \frac{2}{D_p}$$

- Fuerza radial:

$$V = T \cdot \operatorname{tg}(\alpha)$$

Engranajes helicoidales:

- Fuerza tangencial:

$$T = M \cdot \frac{2}{D_p}$$

- Fuerza radial:

$$V = \frac{T}{\cos(\mu)} \cdot \operatorname{tg}(\alpha)$$

- Fuerza axial:

$$A = T \cdot \operatorname{tg}(\mu)$$

- Momento axial:

$$M_A = A \cdot \frac{D_p}{2}$$

Segundo eje

En este eje se han colocado los apoyos (A y B) entre la etapa planetaria y el engranaje 5 y en el extremo derecho del eje respectivamente. El apoyo A será el que soportará las cargas axiales. El eje 1 (como se ha comentado en el *Anexo I*, es el que hace girar los 3 satélites que forman la etapa planetaria, no será objeto de estudio ya que las fuerzas y giros producidos se transmiten directamente a la bancada y luego a la torre)

La etapa planetaria genera 3 fuerzas tangenciales y radiales sobre el eje planetario que, se observa en la imagen, están en equilibrio ya que poseen el mismo valor. Es por ello por lo que no se tendrán en cuenta para el cálculo del eje 2.

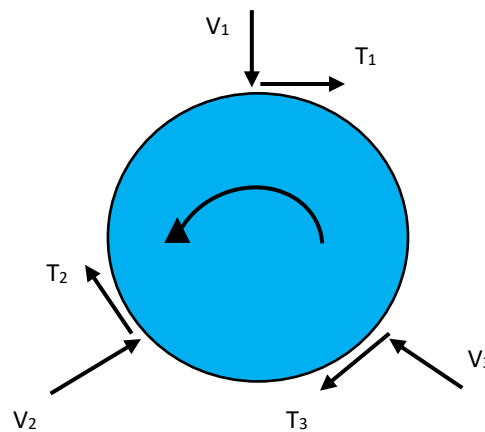


Fig.10.2 Fuerzas en planeta

El cálculo de las fuerzas generadas en el engranaje planeta son las siguientes:

$$T = \frac{M_2}{3} \cdot \frac{2}{D_{p1}} = \frac{86956866.4}{3} \cdot \frac{2}{300} = 193237.48 \text{ N}$$

$$V = T \cdot \operatorname{tg}(\alpha) = 193237.48 \cdot \operatorname{tg}(20) = 70332.69 \text{ N}$$

Puesto que todas las fuerzas poseen el mismo valor quedan:

$$T_1 = T_2 = T_3 = 193237.48 \text{ N}$$

$$V_1 = V_2 = V_3 = 70332.69 \text{ N}$$

El resto de las fuerzas se calculan teniendo en cuenta como gira el eje, además de la disposición de los dientes del engranaje 5 y las distancias entre elementos:

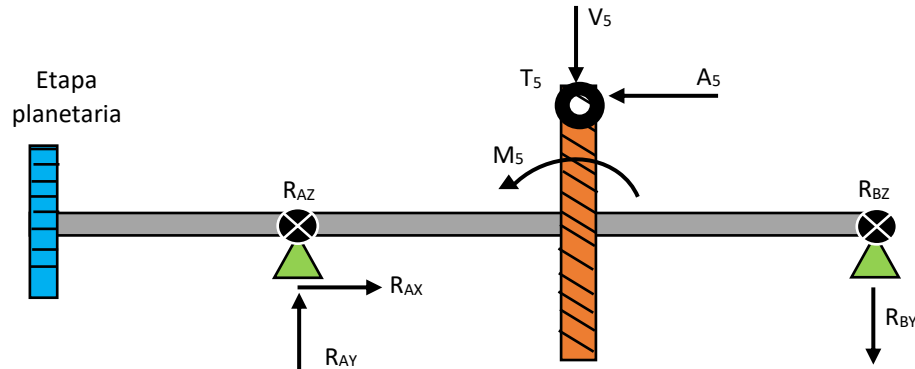


Fig.10.3 Fuerzas en eje 2

Para el engranaje 5 se calculan las siguientes fuerzas y momentos:

$$T_5 = M_2 \cdot \frac{2}{D_{p5}} = 86956866 \cdot \frac{2}{993.865} = 174987.26 \text{ N}$$

$$V_5 = \frac{T_5}{\cos(\mu)} \cdot \operatorname{tg}(\alpha) = \frac{174987.26}{\cos(15)} \cdot \operatorname{tg}(20) = 65936.89 \text{ N}$$

$$A_5 = T_5 \cdot \operatorname{tg}(\mu) = 174987.26 \cdot \operatorname{tg}(20) = 46887.69 \text{ N}$$

$$M_{A5} = A_5 \cdot \frac{D_{p5}}{2} = 46887.69 \cdot \frac{993.86}{2} = 23300022 \text{ Nmm}$$

Así pues, se puede despejar las reacciones en el plano XY y XZ:

- Plano XY:

$$\sum M_A = 0 \rightarrow M_{A5} - V_5 \cdot 300 = R_{BY} \cdot 600 \rightarrow R_{BY} = 5864.92 \text{ N}$$

$$\sum F_Y = 0 \rightarrow R_{AY} - R_{BY} = V_5 \rightarrow R_{AY} = 71801.82 \text{ N}$$

$$\sum F_X = 0 \rightarrow R_{AX} = A_5 \rightarrow R_{AX} = 46887.69 \text{ N}$$

- Plano XZ:

$$\sum M_A = 0 \rightarrow T_5 \cdot 300 = R_{BZ} \cdot 600 \rightarrow R_{BZ} = 87493.63 \text{ N}$$

$$\sum F_Z = 0 \rightarrow R_{AZ} + R_{BZ} = T_5 \rightarrow R_{AZ} = 87493.63 \text{ N}$$

Tercer eje

En este eje se han colocado los apoyos (C y D) en los extremos del eje, quedando en medio los engranajes 6 y 7. El apoyo C soportará las cargas axiales.

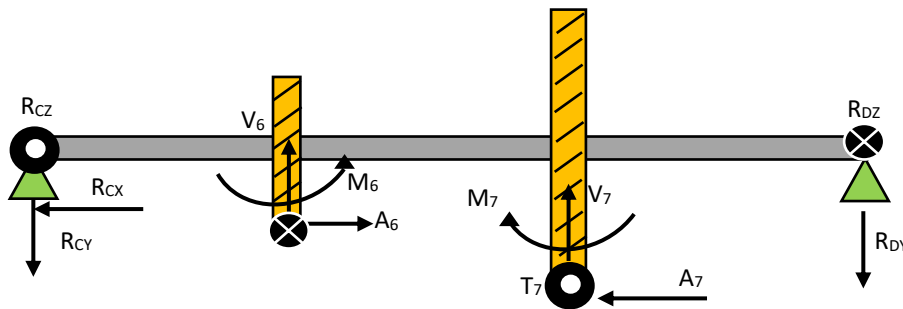


Fig.10.4 Fuerzas en eje 3

Para el engranaje 6, las fuerzas poseen el mismo valor que para el engranaje 5, a excepción del momento. Se obtienen los siguientes valores:

$$T_5 = T_6 = 174987.26 \text{ N}$$

$$V_5 = V_6 = 65936.89 \text{ N}$$

$$A_5 = A_6 = 46887.69 \text{ N}$$

$$M_{A6} = A_6 \cdot \frac{D_{p6}}{2} = 46887.69 \cdot \frac{248.46}{2} = 5825005.5 \text{ Nmm}$$

Para el engranaje 7, se calculan las fuerzas y momentos empleando las mismas fórmulas:

$$T_7 = M_3 \cdot \frac{2}{D_{p7}} = 21304432 \cdot \frac{2}{646} = 65956.74 \text{ N}$$

$$V_7 = \frac{T_7}{\cos(\mu)} \cdot \operatorname{tg}(\alpha) = \frac{65956.74}{\cos(15)} \cdot \operatorname{tg}(20) = 24853.14 \text{ N}$$

$$A_7 = T_7 \cdot \operatorname{tg}(\mu) = 65956.74 \cdot \operatorname{tg}(15) = 17673.05 \text{ N}$$

$$M_{A7} = A_7 \cdot \frac{D_{p7}}{2} = 17673.05 \cdot \frac{646}{2} = 5708505.4 \text{ Nmm}$$

Así pues, se puede despejar las reacciones en el plano XY y XZ:

- Plano XY:

$$\sum M_C = 0 \rightarrow M_{A6} + V_6 \cdot 300 - M_{A7} + V_7 \cdot 1000 = R_{DY} \cdot 1300 \rightarrow R_{DY} = 34423.62 \text{ N}$$

$$\sum F_Y = 0 \rightarrow R_{CY} + R_{DY} = V_6 + V_7 \rightarrow R_{CY} = 56366.42 \text{ N}$$

$$\sum F_X = 0 \rightarrow R_{CX} = A_6 - A_7 \rightarrow R_{CX} = 29214.64 \text{ N}$$

- Plano XZ:

$$\sum M_C = 0 \rightarrow T_7 \cdot 1000 - T_6 \cdot 300 = R_{DZ} \cdot 1300 \rightarrow R_{DZ} = 10354.28 \text{ N}$$

$$\sum F_Z = 0 \rightarrow R_{CZ} + T_7 = T_6 + R_{DZ} \rightarrow R_{CZ} = 119384.8 \text{ N}$$

Cuarto eje

En este eje se han colocado los apoyos (E y F) en los extremos del eje, quedando en medio el engranaje helicoidal 8. El apoyo E soportará las cargas axiales.

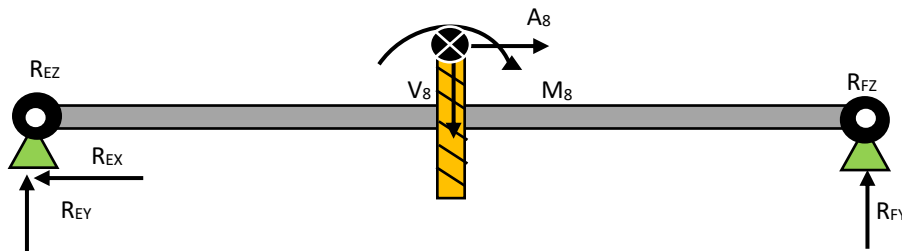


Fig.10.5 Fuerzas en eje 4

Para el engranaje 8, las fuerzas poseen el mismo valor que para el engranaje 7, a excepción del momento. Se obtienen los siguientes valores:

$$T_7 = T_8 = 65956.74 \text{ N}$$

$$V_7 = V_8 = 24853.14 \text{ N}$$

$$A_7 = A_8 = 17673.05 \text{ N}$$

$$M_{A8} = A_8 \cdot \frac{D_{p8}}{2} = 17673.05 \cdot \frac{215.33}{2} = 1902835.1 \text{ Nmm}$$

Así pues, se puede despejar las reacciones en el plano XY y XZ:

- Plano XY:

$$\sum M_E = 0 \rightarrow M_{A8} + V_8 \cdot 300 = R_{FY} \cdot 600 \rightarrow R_{FY} = 15597.96 \text{ N}$$

$$\sum F_Y = 0 \rightarrow R_{EY} + R_{FY} = V_8 \rightarrow R_{EY} = 9255.18 \text{ N}$$

$$\sum F_X = 0 \rightarrow R_{EX} = A_8 \rightarrow R_{EX} = 17673.05 \text{ N}$$

- Plano XZ:

$$\sum M_E = 0 \rightarrow T_8 \cdot 300 = R_{FZ} \cdot 600 \rightarrow R_{FZ} = 32978.37 \text{ N}$$

$$\sum F_Z = 0 \rightarrow R_{EZ} + R_{FZ} = T_8 \rightarrow R_{EZ} = 32978.37 \text{ N}$$

Diagramas de esfuerzos:

Una vez calculadas las fuerzas en los distintos elementos y apoyos, se representan mediante los diagramas de esfuerzos. Se representarán por separado los esfuerzos axiales, cortantes, momentos flectores y momentos torsores (todo ello en los ejes XY y XZ)

Segundo eje

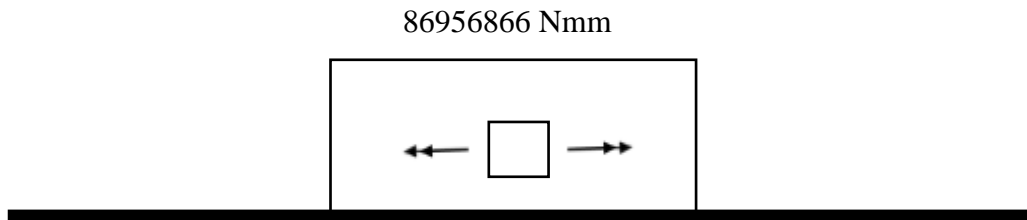


Fig.10.6 Momento torsor

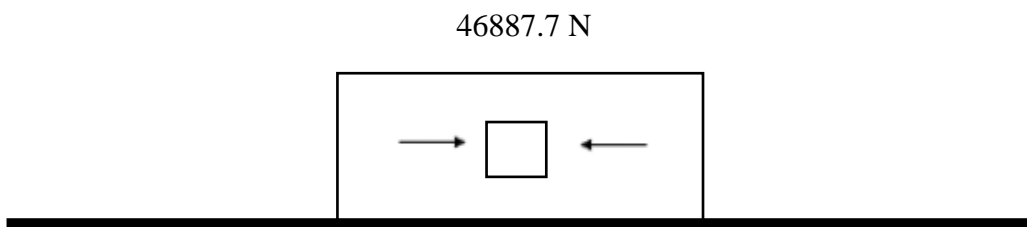


Fig.10.7 Esfuerzo axial (Nx)

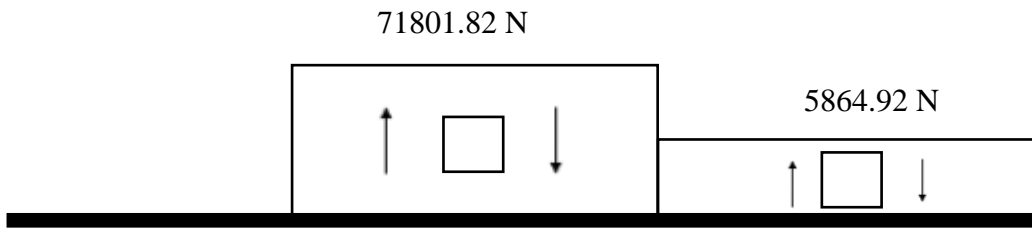


Fig.10.8 Esfuerzo cortante (V_y)

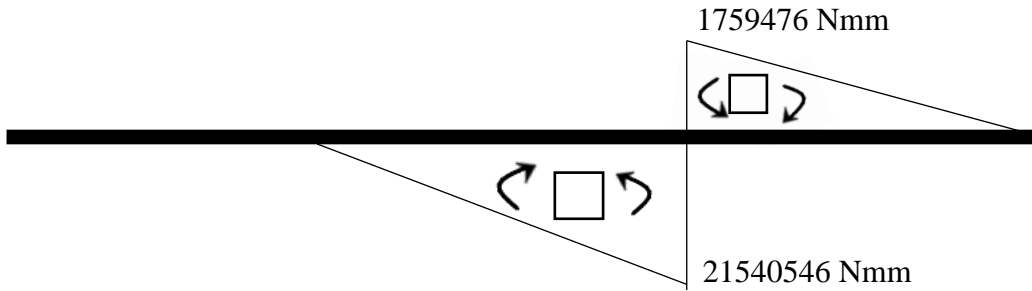


Fig.10.9 Momento flector (M_z)

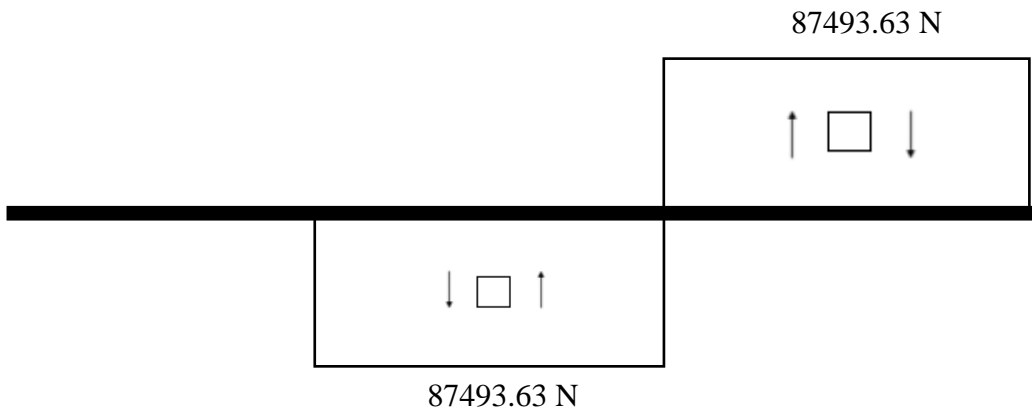


Fig.10.10 Esfuerzo cortante (V_z)

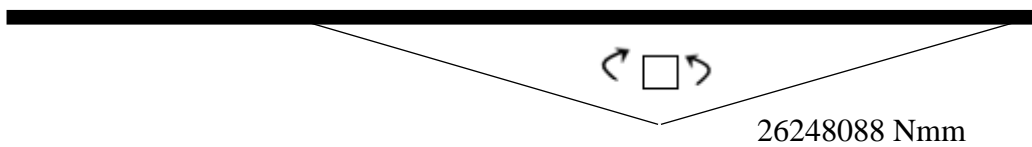


Fig.10.11 Momento flector (M_y)

Tercer eje

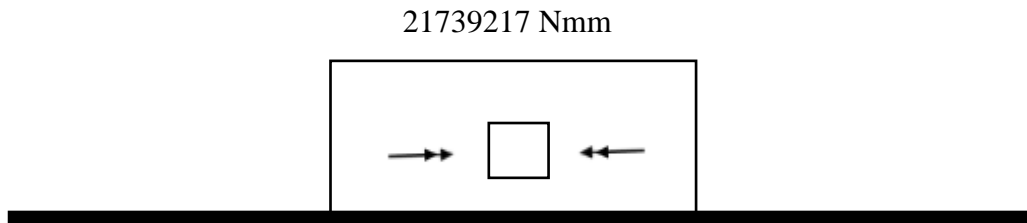


Fig.10.12 Momento torsor

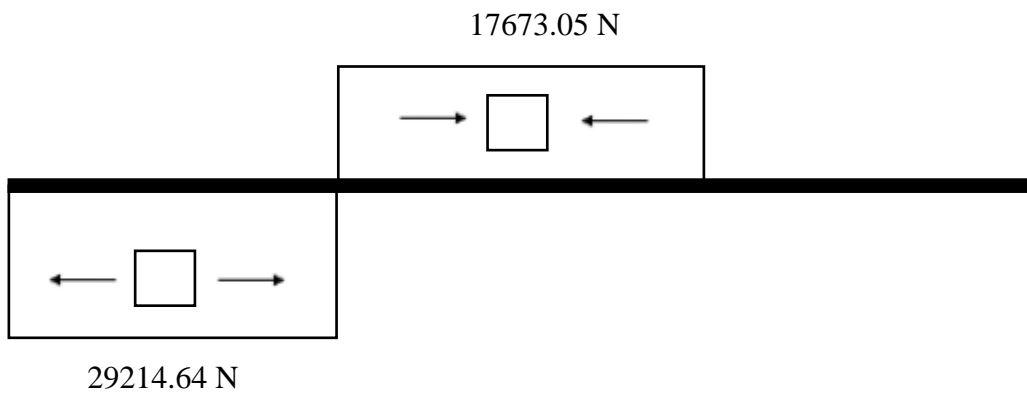


Fig.10.13 Esfuerzo axial (Nx)

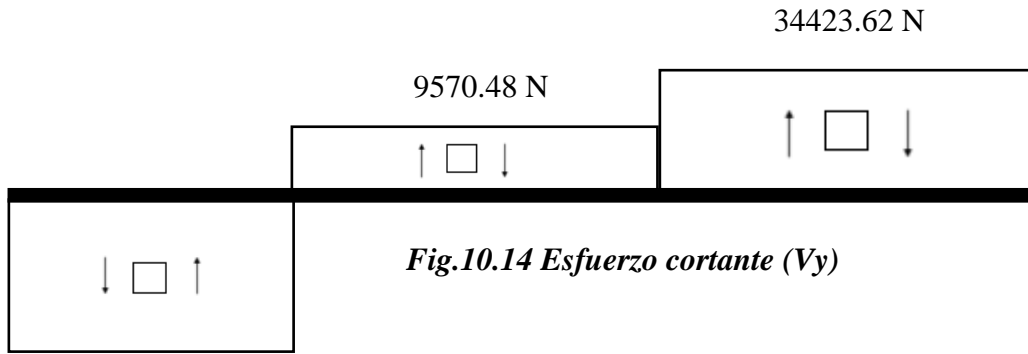


Fig.10.14 Esfuerzo cortante (V_y)

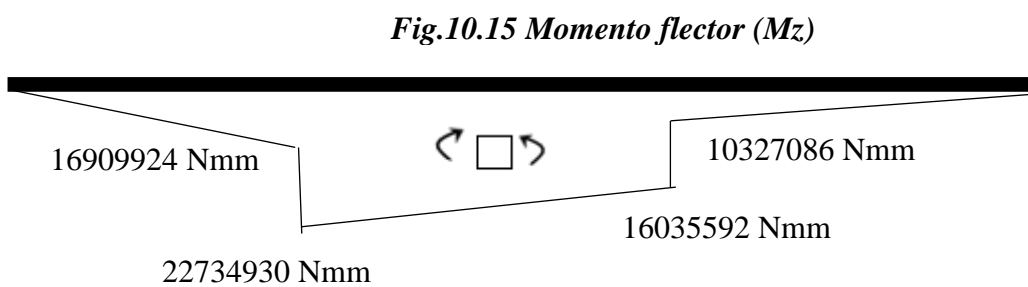


Fig.10.15 Momento flector (M_z)

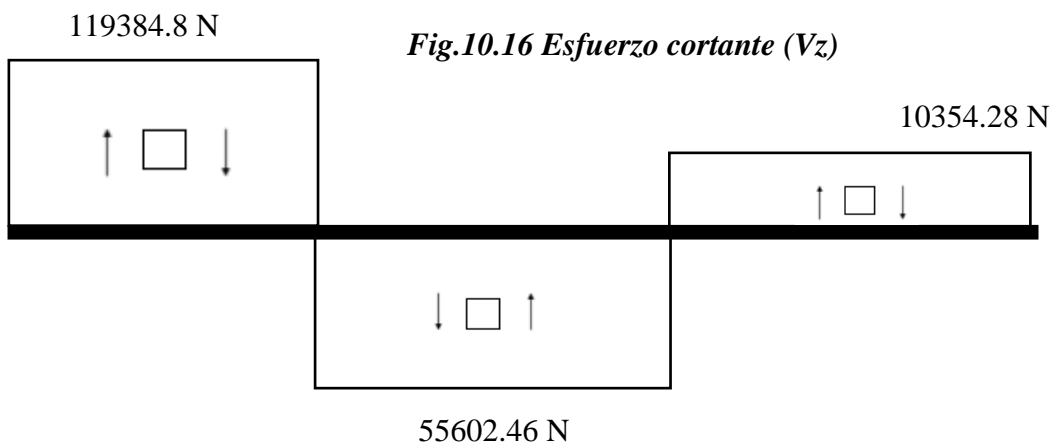


Fig.10.16 Esfuerzo cortante (V_z)

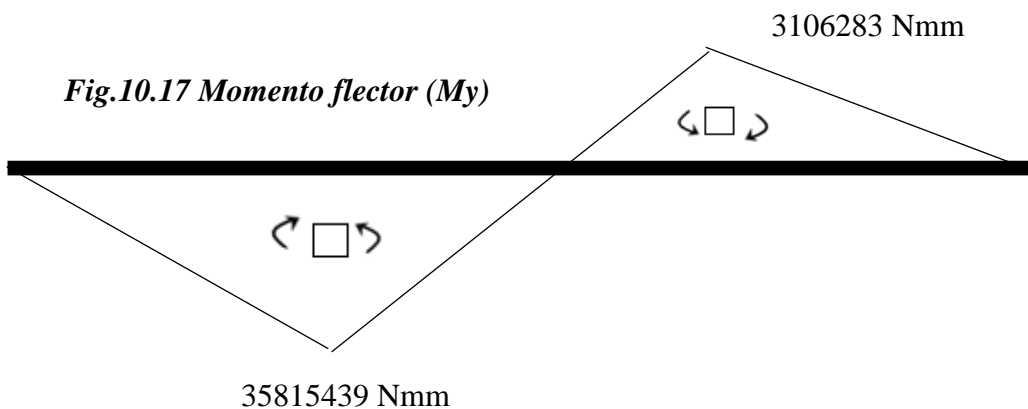


Fig.10.17 Momento flector (M_y)

Cuarto eje

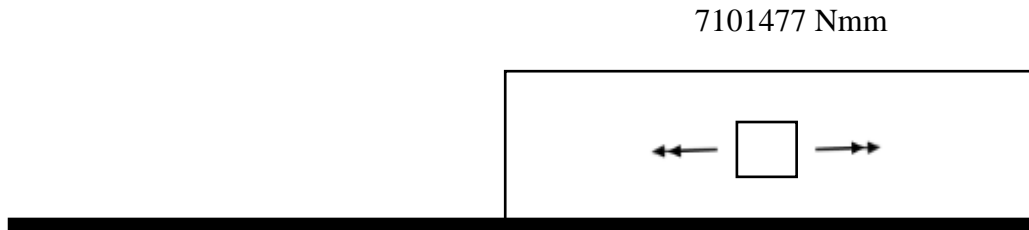


Fig.10.18 Momento torsor

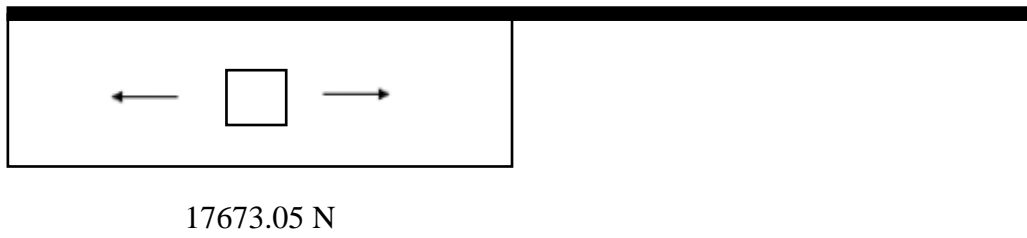


Fig.10.19 Esfuerzo axial (Nx)

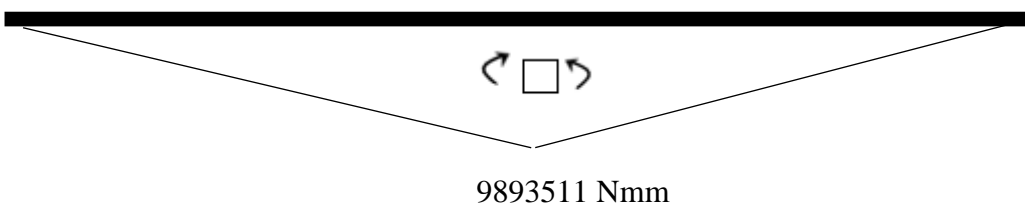
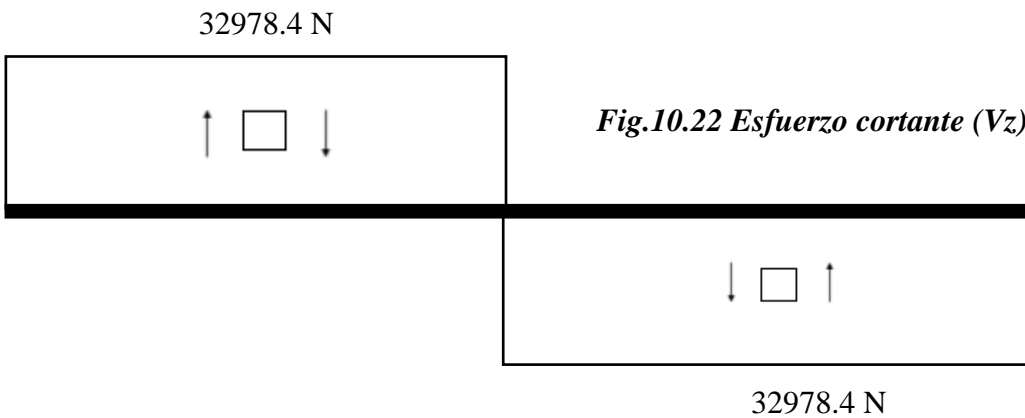
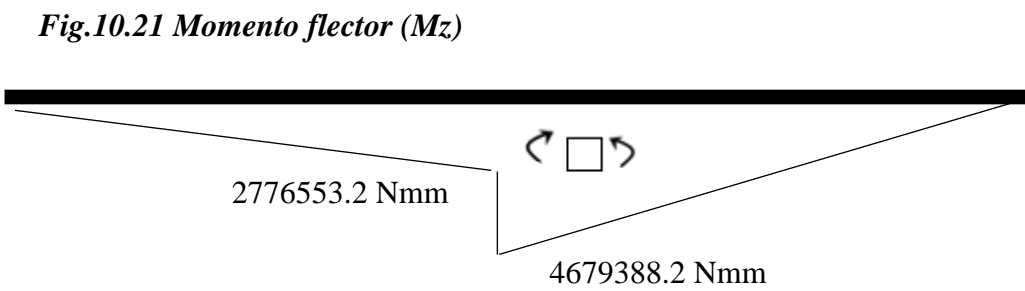
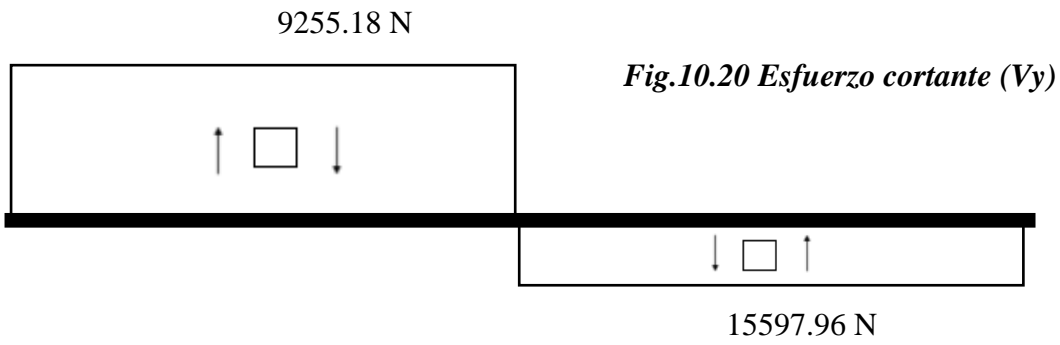


Fig.10.23 Momento flector (M_y)

Dimensionamiento de los ejes:

Una vez se han calculado todas las fuerzas y reacciones en engranajes y apoyos, se procede a diseñar el diámetro mínimo de los ejes. Para ello se realizará un cálculo de resistencia estática a través del método de **Cortante Máximo** en el que se impondrá un coeficiente de seguridad elevado para tener un diseño conservador.

$$C_s = \frac{\sigma_{adm}}{2 \cdot \tau_{max}}$$

En este apartado se seleccionará un coeficiente de seguridad $C_s = 5$ y se compararán dos materiales distintos para observar cual ofrece mejores resultados en el diseño del diámetro:

Nombre del material	Maraging-300	F-126
Dureza Brinell (MPa)	-	3520-4000
Tensión de rotura (MPa)	1960	1200-1400
Máxima tensión admisible (MPa)	1910	430
Módulo de elasticidad (MPa)	210000	210000

Tabla 10.1 Materiales para ejes

Puesto que los valores del C_s y de la tensión admisible son conocidos, se puede despejar la tensión cortante máxima. Esta tensión a su vez se calcula como:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_{adm}}{2 \cdot C_s}$$

$$\tau_{max}^2 = \left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + (\tau_x)^2$$

Donde:

$$\sigma_x = \frac{M_r}{W_f} + \frac{N}{A}$$

$$\tau_x = \frac{M_t}{W_o}$$

$$M_r = \text{momento flector} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2}$$

$$M_t = \text{momento torsor}$$

$$W_f = \frac{\pi \cdot D^3}{32}$$

$$W_o = \frac{\pi \cdot D^3}{16}$$

**En el caso de la tensión normal, no se tendrá en cuenta para esta primera estimación del diámetro el valor del axil ya que en comparación con los valores de los momentos flectores y torsos es inapreciable.*

Puesto que se busca el diámetro mínimo del eje, el cálculo se centrará en aquellas secciones más desfavorables, pues serán las que marquen el criterio de diseño. En este caso dichas secciones corresponden con el engranaje 5, el engranaje 6 y el engranaje 8.

Para calcular el diámetro mínimo simplemente se combinan las anteriores fórmulas y se despeja en función del diámetro. Para cada sección se introducirán los respectivos datos calculados en el apartado de *fuerzas y reacciones*:

$$\left(\frac{\sigma_{adm}}{2 \cdot C_s}\right)^2 = \left(\frac{M_r}{2 \cdot \frac{\pi \cdot D^3}{32}}\right)^2 + \left(\frac{M_t}{\frac{\pi \cdot D^3}{16}}\right)^2$$

$$D^6 = \frac{(M_r^2 + M_t^2) \cdot 16^2}{\pi^2 \cdot \left(\frac{\sigma_{adm}}{2 \cdot C_s}\right)^2}$$

Se calcula en primer lugar el diámetro mínimo para el **Maraging-300** y para ello se seguirá el procedimiento anteriormente comentado en las secciones más desfavorables:

Sección engranaje 5

Primero se calculan los momentos que se producen en esta sección:

$$M_z = 21540546 \text{ Nmm}$$

$$M_y = 26248088 \text{ Nmm}$$

$$M_r = \text{momento flector} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2} = 33955224 \text{ Nmm}$$

$$M_t = \text{momento torsor} = 86956866 \text{ Nmm}$$

Una vez conocidos estos valores se puede despejar el valor del diámetro mínimo para esta sección y con este material:

$$D^6 = \frac{(M_r^2 + M_t^2) \cdot 16^2}{\pi^2 \cdot \left(\frac{\sigma_{adm}}{2 \cdot C_s}\right)^2} \rightarrow D = 135.52 \text{ mm}$$

Sección engranaje 6

Primero se calculan los momentos que se producen en esta sección:

$$M_z = 22734930 \text{ Nmm}$$

$$M_y = 35815439 \text{ Nmm}$$

$$M_r = \text{momento flector} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2} = 42421960 \text{ Nmm}$$

$$M_t = \text{momento torsor} = 21739217 \text{ Nmm}$$

Una vez conocidos estos valores se puede despejar el valor del diámetro mínimo para esta sección y con este material:

$$D^6 = \frac{(M_r^2 + M_t^2) \cdot 16^2}{\pi^2 \cdot \left(\frac{\sigma_{adm}}{2 \cdot C_s}\right)^2} \rightarrow D = 108.32 \text{ mm}$$

Sección engranaje 8

Primero se calculan los momentos que se producen en esta sección:

$$M_z = 4679388.3 \text{ Nmm}$$

$$M_y = 9893510.3 \text{ Nmm}$$

$$M_r = \text{momento flector} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2} = 10944323.67 \text{ Nmm}$$

$$M_t = \text{momento torsor} = 7101477.4 \text{ Nmm}$$

Una vez conocidos estos valores se puede despejar el valor del diámetro mínimo para esta sección y con este material:

$$D^6 = \frac{(M_r^2 + M_t^2) \cdot 16^2}{\pi^2 \cdot \left(\frac{\sigma_{adm}}{2 \cdot C_s}\right)^2} \rightarrow D = 70.33 \text{ mm}$$

Ahora se calcula el diámetro mínimo para el otro material, **acero F-126** y se sigue el mismo procedimiento que en el caso anterior:

Sección engranaje 5

Primero se calculan los momentos que se producen en esta sección:

$$M_z = 21540546 \text{ Nmm}$$

$$M_y = 26248088 \text{ Nmm}$$

$$M_r = \text{momento flector} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2} = 33955224 \text{ Nmm}$$

$$M_t = \text{momento torsor} = 86956866 \text{ Nmm}$$

Una vez conocidos estos valores se puede despejar el valor del diámetro mínimo para esta sección y con este material:

$$D^6 = \frac{(M_r^2 + M_t^2) \cdot 16^2}{\pi^2 \cdot \left(\frac{\sigma_{adm}}{2 \cdot C_s}\right)^2} \rightarrow D = 222.78 \text{ mm}$$

Sección engranaje 6

Primero se calculan los momentos que se producen en esta sección:

$$M_z = 22734930 \text{ Nmm}$$

$$M_y = 35815439 \text{ Nmm}$$

$$M_r = \text{momento flector} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2} = 42421960 \text{ Nmm}$$

$$M_t = \text{momento torsor} = 21739217 \text{ Nmm}$$

Una vez conocidos estos valores se puede despejar el valor del diámetro mínimo para esta sección y con este material:

$$D^6 = \frac{(M_r^2 + M_t^2) \cdot 16^2}{\pi^2 \cdot \left(\frac{\sigma_{adm}}{2 \cdot C_s}\right)^2} \rightarrow D = 178.06 \text{ mm}$$

Sección engranaje 8

Primero se calculan los momentos que se producen en esta sección:

$$M_z = 4679388.3 \text{ Nmm}$$

$$M_y = 9893510.3 \text{ Nmm}$$

$$M_r = \text{momento flector} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2} = 10944323.67 \text{ Nmm}$$

$$M_t = \text{momento torsor} = 7101477.4 \text{ Nmm}$$

Una vez conocidos estos valores se puede despejar el valor del diámetro mínimo para esta sección y con este material:

$$D^6 = \frac{(M_r^2 + M_t^2) \cdot 16^2}{\pi^2 \cdot \left(\frac{\sigma_{adm}}{2 \cdot C_s}\right)^2} \rightarrow D = 115.61 \text{ mm}$$

Ahora se comparan los diámetros mínimos obtenidos de los dos materiales para seleccionar aquel material que ofrezca un mejor diseño:

Nombre del material	Maraging-300	F-126
Diámetro sección 5 (mm)	135.52	222.78
Diámetro sección 6 (mm)	108.32	178.06
Diámetro sección 8 (mm)	70.33	115.61

Tabla 10.2 Diámetros mínimos para ejes

Como se observa, los diámetros mínimos del primer material son inferiores que los del segundo proporcionando así mayor margen de selección ya que posteriormente serán los rodamientos quienes marquen el diámetro del eje en función de las cargas que deban soportar. Puesto que se quiere un diseño compacto, **en un principio se seleccionará el Maraging-300 para los ejes (proporciona menor dimensionamiento con una densidad similar a la del otro material al ser ambos aceros).**

ANEXO IV: Selección de rodamientos

Con las fuerzas calculadas en los engranajes y en los ejes, se ha obtenido el valor mínimo para el diámetro de estos. Con todo ello, se procede a la selección de rodamientos.

Para su selección, se empleará la siguiente fórmula:

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^a \rightarrow C = P \cdot \sqrt[a]{L}$$

Donde C es la capacidad de carga del rodamiento, P la carga equivalente del rodamiento que se calculará como combinación de las cargas obtenidas en los apoyos (radiales y axiales), L la duración en millones de vueltas y el coeficiente a que determina el tipo de rodamiento:

$$a = 3 \text{ Para rodamientos de bolas (radiales y axiales)}$$

$$a = \frac{10}{3} \text{ Para rodamientos de rodillos (radiales y axiales)}$$

Puesto que la carga equivalente es una combinación de fuerzas radiales y axiales, se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a$$

Los coeficientes X e Y vienen determinados por tablas en función del tipo de rodamiento que se seleccione y la relación existente entre la carga axial y la carga radial. Los términos de F_r y F_a están relacionados con las cargas calculadas en los apoyos:

$$R_r = \sqrt{R_z + R_y}$$

$$R_a = R_x$$

Para el cálculo de las fuerzas se emplearán las siguientes fórmulas, ya que hay que combinar las cargas y además es necesario mayorarlas:

$$F_r = R_r \cdot f_a \cdot f_b$$

$$F_a = R_a \cdot f_a \cdot f_b$$

Siendo f_a y f_b los factores que mayoran las cargas y que hacen referencia a esfuerzos adicionales que dependen de engranajes y del tipo de máquina respectivamente. Se han seleccionado $f_a = 1.1$ debido a que son engranajes de precisión y $f_b = 1.2$ por tratarse de una máquina que tiene un trabajo exento de choques.

La duración en millones de vueltas comentada anteriormente se obtiene en función de la cantidad de horas que trabaja (L_h) y la velocidad de giro del eje:

$$L_h = \frac{L \cdot 10^6}{n \cdot 60} \rightarrow L = \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6}$$

Se calcula la vida del rodamiento para cada uno de los ejes:

Eje 2

$$L = \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6} = \frac{21900 \cdot 97.2 \cdot 60}{10^6} = 127.72 \text{ millones de vueltas}$$

Eje 3

$$L = \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6} = \frac{21900 \cdot 388.8 \cdot 60}{10^6} = 510.88 \text{ millones de vueltas}$$

Eje 4

$$L = \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6} = \frac{21900 \cdot 1166.4 \cdot 60}{10^6} = 1532.65 \text{ millones de vueltas}$$

Debido a las elevadas cargas que soportan los apoyos, se seleccionarán rodamientos oscilantes de agujero cónico del **catálogo FAG**, que indica como debe calcularse la carga dinámica equivalente:

Rodamientos FAG oscilantes de rodillos
Agujero cónico. Cargas equivalentes

<p>Agujero cónico La mayoría de las series de rodamientos FAG oscilantes de rodillos se fabrican también con agujero cónico (cono 1:12). Esta ejecución lleva el sufijo K. Solamente los rodamientos de las series 240 y 241 tienen una conicidad de 1:30 (sufijo K30). Los rodamientos con agujero cónicos se fijan sobre el eje en su mayoría con manguitos de montaje o de desmontaje. Los manguitos mayores tienen orificios y ranuras para la alimentación del aceite, con lo que puede aplicarse el sistema hidráulico de montaje. Las tuercas ranuradas apropiadas para los manguitos de desmontaje deben ordenarse por separado en el pedido. Manguitos de montaje y de desmontaje, ver páginas 559 y siguientes. En la tabla siguiente se indica la disminución del juego radial durante el montaje de rodamientos oscilantes de rodillos con agujero cónico. Los valores dados garantizan un ajuste fijo sobre el eje.</p>	<p>Carga dinámica equivalente</p> <p>$P = F_r + Y \cdot F_a$ [kN] para $\frac{F_a}{F_r} \leq e$</p> <p>$P = 0,67 \cdot F_r + Y \cdot F_a$ [kN] para $\frac{F_a}{F_r} > e$</p> <p>Los valores de Y, y e están contenidos en las tablas.</p> <p>Carga estática equivalente</p> <p>$P_0 = F_r + Y_0 \cdot F_a$ [kN]</p> <p>El factor axial Y_0 está contenido en las tablas.</p>
---	--

Fig.11.1 Fórmulas para rodamientos según catálogo

Una vez calculada la vida para cada eje y sabiendo los parámetros a utilizar, se procede a calcular los rodamientos en los distintos apoyos (es un cálculo iterativo puesto que se parte del diámetro mínimo obtenido en el anexo anterior, pero debido a las grandes cargas que deben soportar los rodamientos ha sido necesario ir aumentando el tamaño del diámetro del eje para poder colocar unos rodamientos que pudieran soportar esas cargas)

DIAMETRO SEGÚN METODO	Resistencia (Maraging-300)	Rodamientos
Eje 2 (apoyos A y B)	135.52 mm	140 mm
Eje 3 (apoyos C y D)	108.32 mm	160 mm
Eje 4 (apoyos E y F)	70.33 mm	110 mm

Tabla 11.1 Cambio de diámetro

Apoyo A

Vida (L) en millones de vueltas	127.72
R_x (N)	46887.69
R_y (N)	71801.82
R_z (N)	87493.63

Tabla 11.2 Fuerzas en apoyo A

Cálculo de fuerzas:

$$R_r = \sqrt{R_z + R_y} = 113184.1 \text{ N}$$

$$R_a = R_x = 46887.69 \text{ N}$$

$$F_r = R_r \cdot f_a \cdot f_b = 113184.1 \cdot 1.1 \cdot 1.2 = 149402.99 \text{ N}$$

$$F_a = R_a \cdot f_a \cdot f_b = 46887.69 \cdot 1.1 \cdot 1.2 = 61891.76 \text{ N}$$

$$\frac{F_a}{F_b} = 0.41$$

*En este caso la relación entre fuerzas es **MENOR** que $e = 0.43$

Elección del rodamiento:

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a = 1 \cdot 149402.99 + 1.57 \cdot 61891.76 = 246573.04 \text{ N}$$

$$C = L^{10/3} \cdot P = 1056389.5 \text{ N} = 1056.39 \text{ KN}$$

El rodamiento seleccionado es el **FAG-23328AS.MA.T41A**:

Diámetro (mm)	140
Capacidad de carga dinámica (C) (kN)	1270
Velocidad máxima (rpm)	2000
Co (kN)	1800

Tabla 11.3 Rodamiento seleccionado para apoyo A

Apoyo B

Vida (L) en millones de vueltas	127.72
R_x (N)	0
R_y (N)	5864.92
R_z (N)	87493.63

Tabla 11.4 Fuerzas en apoyo B

Cálculo de fuerzas:

$$R_r = \sqrt{R_z + R_y} = 87689.98 \text{ N}$$

$$R_a = R_x = 0 \text{ N}$$

$$F_r = R_r \cdot f_a \cdot f_b = 87689.98 \cdot 1.1 \cdot 1.2 = 115750.77 \text{ N}$$

$$F_a = R_a \cdot f_a \cdot f_b = 0 \text{ N}$$

$$\frac{F_a}{F_b} = 0$$

*En este caso la relación entre fuerzas es **MENOR** que $e = 0.32$

Elección del rodamiento:

$$P = F_r = 115750.77 \text{ N}$$

$$C = L^{10/3} \cdot P = 495909.45 \text{ N} = 495.91 \text{ KN}$$

El rodamiento seleccionado es el **FAG-24028S.MB**:

Diámetro (mm)	140
Capacidad de carga dinámica (C) (kN)	530
Velocidad máxima (rpm)	2400
Co (kN)	950

Tabla 11.5 Rodamiento seleccionado para apoyo B

Apoyo C

Vida (L) en millones de vueltas	510.88
R_x (N)	29214.64
R_y (N)	56366.42
R_z (N)	119384.8

Tabla 11.6 Fuerzas en apoyo C

Cálculo de fuerzas:

$$R_r = \sqrt{R_z + R_y} = 132022.4 \text{ N}$$

$$R_a = R_x = 29214.64 \text{ N}$$

$$F_r = R_r \cdot f_a \cdot f_b = \cdot 1.1 \cdot 1.2 = 174269.51 \text{ N}$$

$$F_a = R_a \cdot f_a \cdot f_b = \cdot 1.1 \cdot 1.2 = 38563.33 \text{ N}$$

$$\frac{F_a}{F_b} = 0.22$$

*En este caso la relación entre fuerzas es **MENOR** que $e = 0.44$

Elección del rodamiento:

$$P = 1 \cdot 174269.51 + 1.54 \cdot 38563.33 = 233657.03 \text{ N}$$

$$C = L^{10/3} \cdot P = 1517313.6 \text{ N} = 1517.31 \text{ KN}$$

El rodamiento seleccionado es el **FAG-23332A.MA.T41A**:

Diámetro (mm)	160
Capacidad de carga dinámica (C) (kN)	1660
Velocidad máxima (rpm)	2000
Co (kN)	2320

Tabla 11.7 Rodamiento seleccionado para apoyo C

Apoyo D

Vida (L) en millones de vueltas	510.88
R_x (N)	0
R_y (N)	34423.62
R_z (N)	10354.28

Tabla 11.8 Fuerzas en apoyo D

Cálculo de fuerzas:

$$R_r = \sqrt{R_z + R_y} = 35947.14 \text{ N}$$

$$R_a = R_x = 0 \text{ N}$$

$$F_r = R_r \cdot f_a \cdot f_b = 35947.14 \cdot 1.1 \cdot 1.2 = 47450.22 \text{ N}$$

$$F_a = R_a \cdot f_a \cdot f_b = 0 \text{ N}$$

$$\frac{F_a}{F_b} = 0$$

*En este caso la relación entre fuerzas es **MENOR** que $e = 0.22$

Elección del rodamiento:

$$P = F_r = 47450.22 \text{ N}$$

$$C = L^{10/3} \cdot P = 308130.54 \text{ N} = 308.13 \text{ KN}$$

El rodamiento seleccionado es el **FAG-23032EAS.M**:

Diámetro (mm)	160
Capacidad de carga dinámica (C) (kN)	600
Velocidad máxima (rpm)	2800
Co (kN)	1000

Tabla 11.9 Rodamiento seleccionado para apoyo D

Apoyo E

Vida (L) en millones de vueltas	1532.65
R_x (N)	17673.05
R_y (N)	9255.18
R_z (N)	32978.37

Tabla 11.10 Fuerzas en apoyo E

Cálculo de fuerzas:

$$R_r = \sqrt{R_z + R_y} = 34252.46 \text{ N}$$

$$R_a = R_x = 17673.05 \text{ N}$$

$$F_r = R_r \cdot f_a \cdot f_b = 34252.46 \cdot 1.1 \cdot 1.2 = 45213.25 \text{ N}$$

$$F_a = R_a \cdot f_a \cdot f_b = 17673.05 \cdot 1.1 \cdot 1.2 = 23328.43 \text{ N}$$

$$\frac{F_a}{F_b} = 0.52$$

*En este caso la relación entre fuerzas es **MAYOR** que $e = 0.43$

Elección del rodamiento:

$$P = 0.67 \cdot 45213.25 + 2.34 \cdot 23328.43 = \mathbf{84881.41 \text{ N}}$$

$$C = L^{10/3} \cdot P = 766382.22 \text{ N} = \mathbf{766.38 \text{ KN}}$$

El rodamiento seleccionado es el **FAG-23322AS.MA.T41A**:

Diámetro (mm)	110
Capacidad de carga dinámica (C) (kN)	830
Velocidad máxima (rpm)	2600
Co (kN)	1080

Tabla 11.11 Rodamiento seleccionado para apoyo E

Apoyo F

Vida (L) en millones de vueltas	1532.65
R_x (N)	0
R_y (N)	15597.96
R_z (N)	32978.37

Tabla 11.12 Fuerzas en apoyo F

Cálculo de fuerzas:

$$R_r = \sqrt{R_z + R_y} = 36481.1 \text{ N}$$

$$R_a = R_x = 0 \text{ N}$$

$$F_r = R_r \cdot f_a \cdot f_b = 36481.1 \cdot 1.1 \cdot 1.2 = 48155.02 \text{ N}$$

$$F_a = R_a \cdot f_a \cdot f_b = 0 \text{ N}$$

$$\frac{F_a}{F_b} = 0$$

*En este caso la relación entre fuerzas es **MENOR** que $e = 0.25$

Elección del rodamiento:

$$P = F_r = 48155.02 \text{ N}$$

$$C = L^{10/3} \cdot P = 434784.91 \text{ N} = 434.78 \text{ KN}$$

El rodamiento seleccionado es el **FAG-22222E**:

Diámetro (mm)	110
Capacidad de carga dinámica (C) (kN)	455
Velocidad máxima (rpm)	4000
Co (kN)	585

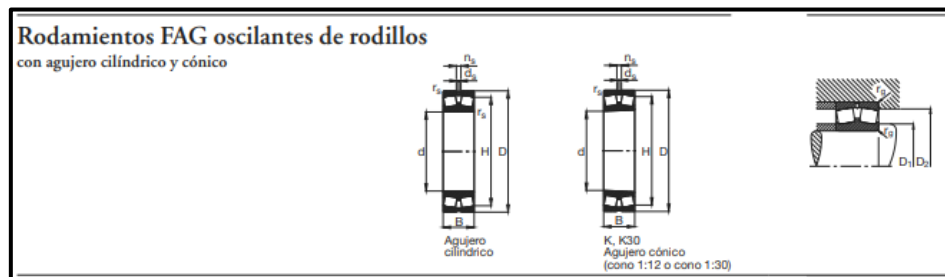
Tabla 11.13 Rodamiento seleccionado para apoyo F

LOS RODAMIENTOS SELECCIONADOS SON LOS SIGUIENTES:

APOYO	NOMBRE	C (KN)	Co (KN)	D (mm)	V (rpm)
A	23328AS.MA.T41A	1270	1800	140	2000
B	24028S.MB	530	950	140	2400
C	23332A.MA.T41A	1660	2320	160	2000
D	23032EAS.M	600	1000	160	2800
E	23322AS.MA.T41A	830	1080	110	2600
F	22222E	455	585	110	4000

Tabla 11.14 Características de los rodamientos seleccionados

Estos rodamientos marcan el diámetro del eje y como se observa en todos los casos es mayor que el diámetro mínimo calculado con cualquiera de los materiales estudiados en el apartado anterior. Puesto que la medida de los diámetros es mayor que la mínima calculada, el coeficiente de seguridad para Resistencia Estática será mayor que ($C_s = 5$)



Eje	Dimensiones								Peso kg	Capacidad de carga - Factor						Velocidad límite min ⁻¹	Velocidad de referencia	Denominación abreviada Rodamiento FAG	Medidas auxiliares		
	d	D	B	r _{min}	H	J ₁	r _e	d _s		din. C	e	F ₀ /F _e	F ₁₀ /F _e	F ₉₀ /F _e	estát. C ₀				Y ₀	D ₁ min	D ₂ max
110	110	240	80	3	204,9	143	15	8	17,7	800	0,33	2,07	3,06	1060	2,03	2600	2200	23322E	124	226	2,5
	110	240	80	3	204,9	143	15	8	17,7	800	0,33	2,07	3,06	1060	2,03	2600	2200	23322E.T41A	124	226	2,5
	110	240	80	3	204,9	143	15	8	17,4	800	0,33	2,07	3,06	1060	2,03	2600	2200	23322EK	124	226	2,5
	110	240	80	3	204,9	143	15	8	17,4	800	0,33	2,07	3,06	1060	2,03	2600	2200	23322EK.T41A	124	226	2,5
	110	240	92,1	3	200,1	122	6,3		21,3	330	0,43	1,57	2,34	1080	1,53	2600		23322AS.MA.T41A	124	226	2,5
110	110	170	45	2	154,6		6,5	3,2	3,67	335	0,23	2,9	4,31	510	2,83	4300	3200	23022EAS.M	118,8	161,2	2
	110	170	45	2	154,6	123,7	6,5	3,2	3,56	335	0,23	2,9	4,31	510	2,83	4300	3200	23022ES.TVPB	118,8	161,2	2
	110	180	56	2	159,9		9,5	4,8	5,51	440	0,28	2,41	3,59	670	2,35	4000	2600	23122EAS.M	121	169	2
	110	180	56	2	159,9		9,5	4,8	5,1	440	0,28	2,41	3,59	670	2,35	4000	2600	23122EASK.M	121	169	2
	110	180	56	2	159,9	124,7	9,5	4,8	5,31	440	0,28	2,41	3,59	670	2,35	4000	2600	23122ES.TVPB	121	169	2
	110	180	56	2	159,9	124,7	9,5	4,8	4,95	440	0,28	2,41	3,59	670	2,35	4000	2600	23122ESK.TVPB	121	169	2
	110	180	69	2	154,8	125,1	6,5	3,2	6,85	520	0,35	1,94	2,86	880	1,89	2600	1800	24122ES.TVPB	121	169	2
	110	180	69	2	154,8	125,1	6,5	3,2	6,69	520	0,35	1,94	2,86	880	1,89	2600	1800	24122ESK30.TVPB	121	169	2
	110	200	53	2,1	178,7	129,4	9,5	4,8	6,99	455	0,25	2,71	4,04	585	2,65	4000	3000	22222E	122	188	2,1
	110	200	53	2,1	178,7	129,4	9,5	4,8	6,82	455	0,25	2,71	4,04	585	2,65	4000	3000	22222EK	122	188	2,1
	110	200	69,8	2,1	172,7		9,5	4,8	9,54	600	0,33	2,06	3,06	850	2,01	3000	2200	23222EAS.M	122	188	2,1
	110	200	69,8	2,1	172,7		9,5	4,8	9,32	600	0,33	2,06	3,06	850	2,01	3000	2200	23222EASK.M	122	188	2,1
	110	200	69,8	2,1	172,7	129,1	9,5	4,8	9,18	600	0,33	2,06	3,06	850	2,01	3000	2200	23222ES.TVPB	122	188	2,1
	110	200	69,8	2,1	172,7	129,1	9,5	4,8	8,82	600	0,33	2,06	3,06	850	2,01	3000	2200	23222ESK.TVPB	122	188	2,1
	110	240	50	3	202,5	146,4			11,1	510	0,21	3,24	4,82	640	3,16	3000	2800	21322E.TVPB	124	226	2,5
	110	240	50	3	202,5	146,4			10,9	510	0,21	3,24	4,82	640	3,16	3000	2800	21322EK.TVPB	124	226	2,5

Fig.11.2 Rodamientos con D=110mm

Eje	Dimensiones								Peso ~ kg	Capacidad de carga - Factor						Velocidad límite min ⁻¹	Velocidad de referencia	Denominación abreviada Rodamiento FAG	Medidas auxiliares			
	d	D	B	r _e min	H	J _e	n _e	d _s		din. C	e	F _r /F _e > e	F _a /F _e > e	estát. C ₀	Y ₀				D ₁ min	D ₂ max	r _e max	
160	160	290	104	3	249,3		15	8	29,8	1220	0,34	2	2,98	1900	1,96	2200	1300	2322EAS.M	174	276	2,5	
	160	290	104	3	249,3		15	8	28,5	1220	0,34	2	2,98	1900	1,96	2200	1300	2322EASK.M	174	276	2,5	
	160	290	104	3	249,3	186,7	15	8	29,5	1220	0,34	2	2,98	1900	1,96	2200	1300	2322ES.TVPB	174	276	2,5	
	160	290	104	3	249,3	186,7	15	8	27,7	1220	0,34	2	2,98	1900	1,96	2200	1300	2322ESK.TVPB	174	276	2,5	
	160	340	114	4	288,3		17,7	9,5	50,4	1430	0,37	1,8	2,69	1900	1,76	2000	1500	2332MB	177	323	3	
	160	340	114	4	288,3		17,7	9,5	52,4	1430	0,37	1,8	2,69	1900	1,76	2000	1500	2332A.MA.T41A	177	323	3	
	160	340	114	4	288,3		17,7	9,5	50,1	1430	0,37	1,8	2,69	1900	1,76	2000	1500	2332K.MB	177	323	3	
	160	340	136	4	281,6		17,7	9,5	61,3	1660	0,44	1,54	2,3	2320	1,51	2000		2332A.MA.T41A	177	323	3	
	160	160	240	60	2,1	219,9		12,2	6,3	9,7	600	0,22	3,1	4,62	1000	3,03	2800	2000	2302EAS.M	170,2	229,8	2,1
		160	240	60	2,1	219,9		12,2	6,3	9,4	600	0,22	3,1	4,62	1000	3,03	2800	2000	2302EASK.M	170,2	229,8	2,1
160		240	60	2,1	219,9	177	12,2	6,3	8,97	600	0,22	3,1	4,62	1000	3,03	2800	2000	2302ES.TVPB	170,2	229,8	2,1	
160		240	60	2,1	219,9	177	12,2	6,3	8,67	600	0,22	3,1	4,62	1000	3,03	2800	2000	2302ESK.TVPB	170,2	229,8	2,1	
160		240	80	2,1	213,8	176,1	6,5	3,2	12,3	780	0,29	2,3	3,42	1430	2,25	2200	1600	24032ES.TVPB	170,2	229,8	2,1	
160		240	80	2,1	213,8	176,1	6,5	3,2	11,8	780	0,29	2,3	3,42	1430	2,25	2200	1600	24032ESK30TVPB	170,2	229,8	2,1	
160		240	80	2,1	211,2		6,5	3,2	13,2	670	0,32	2,09	3,11	1250	2,04	2000	1700	24032S.MB	170,2	229,8	2,1	
160		240	80	2,1			6,5	3,2	12,8	670	0,32	2,09	3,11	1250	2,04	2000	1700	24032SK30MB	170,2	229,8	2,1	
160		270	86	2,1	238,3		15	8	20	980	0,29	2,32	3,45	1530	2,26	2400	1600	23132EAS.M	172	258	2,1	
160		270	86	2,1	238,3		15	8	18,6	980	0,29	2,32	3,45	1530	2,26	2400	1600	23132EASK.M	172	258	2,1	

Fig.11.3 Rodamientos con D=160mm

Eje	Dimensiones								Peso ~ kg	Capacidad de carga - Factor						Velocidad límite min ⁻¹	Velocidad de referencia	Denominación abreviada Rodamiento FAG	Medidas auxiliares		
	d	D	B	r _e min	H	J _e	n _e	d _s		din. C	e	F _r /F _e > e	F _a /F _e > e	estát. C ₀	Y ₀				D ₁ min	D ₂ max	r _e max
130	130	210	80	2	181,6	146,4	6,5	3,2	10,6	695	0,34	1,96	2,92	1180	1,92	2200	1500	2412ES.TVPB	141	199	2
	130	210	80	2	181,6	146,4	6,5	3,2	10,1	695	0,34	1,96	2,92	1180	1,92	2200	1500	2412ESK30TVPB	141	199	2
	130	230	64	3	205,1	151,7	12,2	6,3	11,3	630	0,26	2,62	3,9	880	2,56	3000	2600	2222BE	144	216	2,5
	130	230	64	3	205,1	151,7	12,2	6,3	10,9	630	0,26	2,62	3,9	880	2,56	3000	2600	2222BEK	144	216	2,5
	130	230	80	3	199,3		9,5	4,8	14	765	0,33	2,07	3,09	1140	2,03	2600	1800	2322EAS.M	144	216	2,5
	130	230	80	3	199,3		9,5	4,8	13,6	765	0,33	2,07	3,09	1140	2,03	2600	1800	2322EASK.M	144	216	2,5
	130	230	80	3	199,3	150	9,5	4,8	13,4	765	0,33	2,07	3,09	1140	2,03	2600	1800	2322ES.TVPB	144	216	2,5
	130	230	80	3	199,3	150	9,5	4,8	12,6	765	0,33	2,07	3,09	1140	2,03	2600	1800	2322ESK.TVPB	144	216	2,5
	130	280	93	4	240	162,2	17,7	9,5	28	1040	0,33	2,06	3,06	1340	2,01	2400	1900	2232BE	147	263	3
	130	280	93	4	240	162,2	17,7	9,5	28	1040	0,33	2,06	3,06	1340	2,01	2400	1900	2232BE.T41A	147	263	3

Fig.11.4 Rodamientos con D=140mm

*Se parte de estas tablas del catálogo para seleccionar los distintos valores de (e) con los que se realizan los cálculos anteriores (en función de las cargas y el diámetro)

ANEXO V: Cálculo y comprobación a fatiga de los ejes

Una vez se han dimensionado los ejes y se han seleccionado los distintos rodamientos, se procede a comprobar que estos resisten el fallo a fatiga.

Para ello se usa el diagrama de Haigh para materiales dúctiles y el criterio de Soderberg con el que se calculará el coeficiente de seguridad, calculado como:

$$C_s = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{VM}}$$
$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_{eq}^2 + 3 \cdot \tau_{eq}^2}$$

De esta ecuación se conoce cuál es la tensión admisible, pues es la que marca el material previamente seleccionado (se calculará para los dos materiales). Para calcular la tensión que se aplica se emplea el teorema de Von Mises. Este proceso de cálculo es muy similar al empleado en el cálculo de resistencia estática.

Hay que tener en cuenta que los ejes están sometidos a varios tipos de tensiones (normales y cortantes) y a combinaciones de ellas (por ejemplo, la combinación de fuerzas axiales con momentos flectores) por lo que se calcularán las tensiones equivalentes. En las tensiones normales, solo se tendrá en cuenta aquellas que sean de tracción ya que son las que perjudican al material (siendo las de compresión favorables)

$$\sigma_{eq} = \sigma_m + \frac{\sigma_{yp} \cdot \sigma_a}{\sigma_e}$$
$$\tau_{eq} = \tau_m + \frac{\tau_{yp} \cdot \tau_a}{\tau_e}$$

Como se observa en las ecuaciones anteriores, hay términos que hacen referencia a las tensiones medias y a las tensiones alternas. Esto significa que existen varios esfuerzos (alternos puros que provocan que la tensión media sea nula o combinación de esfuerzos que hacen que la tensión media sea distinta de cero).

Para el cálculo de la tensión normal equivalente se tendrán en cuenta solo los esfuerzos axiales de tensión puesto que son los más desfavorables ya que los de compresión no favorecen el crecimiento de las grietas (aumentando así la vida a fatiga).

Para el cálculo de la tensión tangencial equivalente solo existe una carga constante del momento torsor por lo que no habrá tensión alterna ($\tau_a = 0$)

El valor del límite de fatiga se estima teniendo en cuenta el material de la probeta y aplicando una serie de factores correctores. Dependiendo de la resistencia a la tracción se calcula de una manera u otra el límite de fatiga de la probeta:

$$\sigma'_e = 0.5 \cdot R_m \rightarrow \text{si } R_m \leq 1400 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_e = 700 \text{ MPa} \rightarrow \text{si } R_m \geq 1400 \text{ MPa}$$

Para cada material se aplicará un criterio pues no poseen el mismo límite de fatiga. Una vez calculado este límite, se le aplicarán los coeficientes correctores pertinentes, que modifican la resistencia a fatiga (como el estado superficial, la temperatura, el tamaño de la pieza, tratamientos aplicados a la pieza, fiabilidad, carga aplicada, etc.) :

- **Acabado superficial**

A mejor acabado superficial, mejor comportamiento a fatiga. Este valor se calcula seleccionando el tipo de acabado de la siguiente tabla:

Acabado Superficial	Factor a	Exponente b
Esmerilado	1,58	-0,085
Maquinado o laminado en frío	4,51	-0,285
Laminado en caliente	54,7	-0,718
Como sale de forja	272	-0,995

Tabla 12.1 Factor de acabado superficial

Para el acero F-126:

$$C_s = a \cdot R_m^b = 1.58 \cdot 1300^{-0.085} = 0.8589$$

Para la aleación de Maraging:

$$C_s = a \cdot R_m^b = 1.58 \cdot 1960^{-0.085} = 0.8295$$

- **Forma de trabajo**

Este factor depende del tipo de carga a la cual está sometida el material. En este caso se encuentra sometido a flexión principalmente (también se podría considerar el efecto combinado de tensión y rotación). Aun así, el factor es la unidad para ambos casos y materiales:

$$C_t = 1$$

- **Temperatura**

Al aumentar la temperatura disminuye la resistencia a fluencia. El material trabajará entorno a temperatura ambiente y no pasará los 500°C. Es por esto por lo que se coge un factor de valor unidad (ambos materiales):

$$C_T = 1$$

- **Dimensiones y geometría**

La resistencia a fatiga disminuye con el tamaño de la pieza ya que, a mayor tamaño, mayor probabilidad de defectos. Este factor depende del tamaño y la geometría del material. En este caso se ha tomado como tamaño de la pieza “grande” y un valor intermedio según la siguiente imagen:

Piezas pequeñas $\rightarrow C_d^e = 1$
Piezas medianas $\rightarrow 0,8 \leq C_d^e \leq 0,9$
Piezas grandes $\rightarrow 0,7 \leq C_d^e \leq 0,8$

Tabla 12.2 Factor de geometría

$$C_d = 0.75$$

- **Fiabilidad**

Este factor corrige la resistencia de manera que se tenga una mayor probabilidad de que la resistencia real sea mayor o igual que el valor corregido. Se opta por una fiabilidad del 99% y según la tabla:

Fiabilidad Q(%)	Z	Factor de fiabilidad: C_R^e
50	0	1,000
90	1,288	0,897
95	1,645	0,908
99	2,326	0,814
99,9	3,091	0,753
99,99	3,719	0,702
99,999	4,265	0,659
99,9999	4,753	0,620

Tabla 12.3 Factor de fiabilidad

$$C_R = 0.814$$

- **Otros factores**

Existen otros factores correctores que tienen en cuenta tratamientos superficiales, rozamientos, soldaduras, etc. Pero en este caso no se van a contemplar ya que se considera que no afectan, por ello se tomará:

$$C_{otros} = 1$$

- **Concentradores de esfuerzos (Kf)**

Los concentradores son discontinuidades en las piezas (chaveteros, agujeros, cambios de sección...) que producen un aumento localizado de esfuerzos. Para seleccionar este valor, se tendrá en cuenta un chavetero de perfil para un material de dureza mayor que 200HB y sometido a un esfuerzo de flexión. De la siguiente tabla se selecciona un valor:

Tipo de chavetero	Concentrador de tensiones reducido $\rightarrow K_f$		Concentrador de tensiones reducido $\rightarrow K_f$	
	Recocido, dureza < 200HB		Endurecido, dureza > 200HB	
	Flexión	Torsión	Flexión	Torsión
Perfil	1.6	1.3	2.0	1.6
Patín	1.3	1.3	1.6	1.6

Tabla 12.4 Concentrador de tensiones

$$K_f = 2$$

A continuación, se recogen los distintos factores en una tabla:

FACTOR	ACERO F-126	ALEACION MARAGING
Acabado	0.8589	0.8295
Tipo de carga	1	1
Fiabilidad	0.814	0.814
Temperatura	1	1
Tamaño	0.75	0.75
TOTAL	0.524	0.506

Tabla 12.5 Resumen de factores

Una vez calculados y seleccionados todos los factores correctores, se procede a calcular el nuevo límite de fatiga para cada material a estudiar:

F-126:

$$\sigma_e = \frac{0.5 \cdot R_m \cdot C_{TOTAL}}{K_f} = \frac{0.5 \cdot 1300 \cdot 0.524}{2} = \mathbf{170.43 MPa}$$

MARAGING:

$$\sigma_e = \frac{700 \cdot C_{TOTAL}}{K_f} = \frac{700 \cdot 0.506}{2} = \mathbf{177.23 MPa}$$

Con estos cálculos realizados, ya se pueden calcular los coeficientes de seguridad de cada una de las secciones más desfavorables, que como se había visto anteriormente son el engranaje 5, el engranaje 6 y el engranaje 8. Este cálculo se realiza para los dos materiales (acero F-126 y aleación de Maraging-300) con el fin de comprobar su resistencia a fatiga y comparar resultados.

Se calcula en primer lugar los coeficientes para el **Maraging-300** y para ello se seguirá el procedimiento anteriormente comentado en las secciones más desfavorables:

Sección engranaje 5 (diámetro = 140 mm)

Primero se calculan los momentos que se producen en esta sección:

$$M_z = 21540546 \text{ Nmm}$$

$$M_y = 26248088 \text{ Nmm}$$

$$M_r = \text{momento flector} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2} = 33955224 \text{ Nmm}$$

$$M_t = \text{momento torsor} = 86956866 \text{ Nmm}$$

Una vez conocidos estos valores se calculan las distintas tensiones generadas:

- **Momento flector**

Este momento genera una tensión normal alterna pura por lo que la tensión media es nula (el axil no se contempla en esta sección debido a que es un esfuerzo de compresión que como se ha comentado mejora la vida a fatiga)

$$\sigma_a = \frac{M_r}{W_f} = \frac{32 \cdot M_r}{\pi \cdot d^3} = 126.04 \text{ MPa}$$

- **Momento torsor**

Este momento genera una tensión cortante constante por lo que no habrá tensión alterna

$$\tau_m = \frac{M_t}{W_o} = \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3} = 161.39 \text{ MPa}$$

Una vez calculados estos valores, se calcula la tensión equivalente para posteriormente calcular la tensión de Von Mises:

$$\sigma_{eq} = \sigma_m + \frac{\sigma_{yp} \cdot \sigma_a}{\sigma_e} = 0 + \frac{1910 \cdot 126.04}{177.23} = 1358.27 \text{ MPa}$$

$$\tau_{eq} = \tau_m + \frac{\tau_{yp} \cdot \tau_a}{\tau_e} = 161.39 + 0 = 161.39 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{1358.27^2 + 3 \cdot 161.39^2} = 1386.74 \text{ MPa}$$

$$C_s = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{VM}} = \frac{1910}{1386.74} = 1.38$$

Como se puede observar, el coeficiente es superior a 1, lo que indica que resistirá el fallo a fatiga sin ningún tipo de problema.

Sección engranaje 6 (diámetro 160 mm)

Primero se calculan los momentos que se producen en esta sección:

$$M_z = 22734930 \text{ Nmm}$$

$$M_y = 35815439 \text{ Nmm}$$

$$M_r = \text{momento flector} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2} = 42421960 \text{ Nmm}$$

$$M_t = \text{momento torsor} = 21739217 \text{ Nmm}$$

Una vez conocidos estos valores se calculan las distintas tensiones generadas:

- **Momento flector**

Este momento genera una tensión normal alterna pura por lo que la tensión media es nula (el axil no se contempla en esta sección debido a que es un esfuerzo de compresión que como se ha comentado mejora la vida a fatiga)

$$\sigma_a = \frac{M_r}{W_f} = \frac{32 \cdot M_r}{\pi \cdot d^3} = 105.49 \text{ MPa}$$

- **Momento torsor**

Este momento genera una tensión cortante constante por lo que no habrá tensión alterna

$$\tau_m = \frac{M_t}{W_o} = \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3} = 27.03 \text{ MPa}$$

Una vez calculados estos valores, se calcula la tensión equivalente para posteriormente calcular la tensión de Von Mises:

$$\sigma_{eq} = \sigma_m + \frac{\sigma_{yp} \cdot \sigma_a}{\sigma_e} = 0 + \frac{1910 \cdot 105.49}{177.23} = 1136.83 \text{ MPa}$$

$$\tau_{eq} = \tau_m + \frac{\tau_{yp} \cdot \tau_a}{\tau_e} = 27.03 + 0 = 27.03 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{1136.83^2 + 3 \cdot 27.03^2} = \mathbf{1137.79 \text{ MPa}}$$

$$C_s = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{VM}} = \frac{1910}{1137.79} = \mathbf{1.68}$$

Como se puede observar, el coeficiente es superior a 1, lo que indica que resistirá el fallo a fatiga sin ningún tipo de problema.

Sección engranaje 8 (diámetro 110 mm)

Primero se calculan los momentos que se producen en esta sección:

$$M_z = 4679388.3 \text{ Nmm}$$

$$M_y = 9893510.3 \text{ Nmm}$$

$$M_r = \text{momento flector} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2} = 10944323.67 \text{ Nmm}$$

$$M_t = \text{momento torsor} = 7101477.4 \text{ Nmm}$$

$$N = \text{esfuerzo axial} = 17673.05 \text{ N}$$

Una vez conocidos estos valores se calculan las distintas tensiones generadas:

- **Momento flector**

Este momento genera una tensión normal alterna pura, sin embargo, en este caso la tensión media **NO** es nula ya que hay que contemplar el esfuerzo axial (en esta ocasión de tracción)

$$\sigma_a = \frac{M_r}{W_f} = \frac{32 \cdot M_r}{\pi \cdot d^3} = 83.76 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = \frac{N}{A} = \frac{4 \cdot N}{\pi \cdot d^2} = 1.86 \text{ MPa}$$

- **Momento torsor**

Este momento genera una tensión cortante constante por lo que no habrá tensión alterna. La tensión cortante será la media directamente:

$$\tau_m = \frac{M_t}{W_o} = \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3} = 27.17 \text{ MPa}$$

Una vez calculados estos valores, se calcula la tensión equivalente para posteriormente calcular la tensión de Von Mises:

$$\sigma_{eq} = \sigma_m + \frac{\sigma_{yp} \cdot \sigma_a}{\sigma_e} = 1.86 + \frac{1910 \cdot 83.76}{177.23} = 904.42 \text{ MPa}$$

$$\tau_{eq} = \tau_m + \frac{\tau_{yp} \cdot \tau_a}{\tau_e} = 27.17 + 0 = 27.17 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{904.42^2 + 3 \cdot 27.17^2} = 905.64 \text{ MPa}$$

$$C_s = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{VM}} = \frac{1910}{905.64} = 2.11$$

Como se puede observar, el coeficiente es superior a 1, lo que indica que resistirá el fallo a fatiga sin ningún tipo de problema.

Se calcula los coeficientes para el **F-126** y para ello se seguirá el procedimiento anteriormente comentado en las secciones más desfavorables:

Sección engranaje 5 (diámetro = 140 mm)

Primero se calculan los momentos que se producen en esta sección:

$$M_z = 21540546 \text{ Nmm}$$

$$M_y = 26248088 \text{ Nmm}$$

$$M_r = \text{momento flector} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2} = 33955224 \text{ Nmm}$$

$$M_t = \text{momento torsor} = 86956866 \text{ Nmm}$$

Una vez conocidos estos valores se calculan las distintas tensiones generadas:

- **Momento flector**

Este momento genera una tensión normal alterna pura por lo que la tensión media es nula (el axil no se contempla en esta sección debido a que es un esfuerzo de compresión que como se ha comentado mejora la vida a fatiga)

$$\sigma_a = \frac{M_r}{W_f} = \frac{32 \cdot M_r}{\pi \cdot d^3} = 126.04 \text{ MPa}$$

- **Momento torsor**

Este momento genera una tensión cortante constante por lo que no habrá tensión alterna

$$\tau_m = \frac{M_t}{W_o} = \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3} = 161.39 \text{ MPa}$$

Una vez calculados estos valores, se calcula la tensión equivalente para posteriormente calcular la tensión de Von Mises:

$$\sigma_{eq} = \sigma_m + \frac{\sigma_{yp} \cdot \sigma_a}{\sigma_e} = 0 + \frac{430 \cdot 126.04}{170.43} = 318.02 \text{ MPa}$$

$$\tau_{eq} = \tau_m + \frac{\tau_{yp} \cdot \tau_a}{\tau_e} = 161.39 + 0 = 161.39 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{318.02^2 + 3 \cdot 161.39^2} = 423.41 \text{ MPa}$$

$$C_s = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{VM}} = \frac{430}{423.41} = 1.02$$

Como se puede observar, el coeficiente es superior a 1, lo que indica que resistirá el fallo a fatiga sin ningún tipo de problema.

Sección engranaje 6 (diámetro 160 mm)

Primero se calculan los momentos que se producen en esta sección:

$$M_z = 22734930 \text{ Nmm}$$

$$M_y = 35815439 \text{ Nmm}$$

$$M_r = \text{momento flector} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2} = 42421960 \text{ Nmm}$$

$$M_t = \text{momento torsor} = 21739217 \text{ Nmm}$$

Una vez conocidos estos valores se calculan las distintas tensiones generadas:

- **Momento flector**

Este momento genera una tensión normal alterna pura por lo que la tensión media es nula (el axil no se contempla en esta sección debido a que es un esfuerzo de compresión que como se ha comentado mejora la vida a fatiga)

$$\sigma_a = \frac{M_r}{W_f} = \frac{32 \cdot M_r}{\pi \cdot d^3} = 105.49 \text{ MPa}$$

- **Momento torsor**

Este momento genera una tensión cortante constante por lo que no habrá tensión alterna

$$\tau_m = \frac{M_t}{W_o} = \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3} = 27.03 \text{ MPa}$$

Una vez calculados estos valores, se calcula la tensión equivalente para posteriormente calcular la tensión de Von Mises:

$$\sigma_{eq} = \sigma_m + \frac{\sigma_{yp} \cdot \sigma_a}{\sigma_e} = 0 + \frac{430 \cdot 105.49}{170.43} = 266.17 \text{ MPa}$$

$$\tau_{eq} = \tau_m + \frac{\tau_{yp} \cdot \tau_a}{\tau_e} = 27.03 + 0 = 27.03 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{266.17^2 + 3 \cdot 27.03^2} = 270.26 \text{ MPa}$$

$$C_s = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{VM}} = \frac{430}{270.26} = 1.59$$

Como se puede observar, el coeficiente es superior a 1, lo que indica que resistirá el fallo a fatiga sin ningún tipo de problema.

Sección engranaje 8 (diámetro 110 mm)

Primero se calculan los momentos que se producen en esta sección:

$$M_z = 4679388.3 \text{ Nmm}$$

$$M_y = 9893510.3 \text{ Nmm}$$

$$M_r = \text{momento flector} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2} = 10944323.67 \text{ Nmm}$$

$$M_t = \text{momento torsor} = 7101477.4 \text{ Nmm}$$

$$N = \text{esfuerzo axial} = 17673.05 \text{ N}$$

Una vez conocidos estos valores se calculan las distintas tensiones generadas:

- **Momento flector**

Este momento genera una tensión normal alterna pura, sin embargo, en este caso la tensión media NO es nula ya que hay que contemplar el esfuerzo axial (en esta ocasión de tracción)

$$\sigma_a = \frac{M_r}{W_f} = \frac{32 \cdot M_r}{\pi \cdot d^3} = 83.76 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = \frac{N}{A} = \frac{4 \cdot N}{\pi \cdot d^2} = 1.86 \text{ MPa}$$

- **Momento torsor**

Este momento genera una tensión cortante constante por lo que no habrá tensión alterna. La tensión cortante será la media directamente:

$$\tau_m = \frac{M_t}{W_o} = \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3} = 27.17 \text{ MPa}$$

Una vez calculados estos valores, se calcula la tensión equivalente para posteriormente calcular la tensión de Von Mises:

$$\sigma_{eq} = \sigma_m + \frac{\sigma_{yp} \cdot \sigma_a}{\sigma_e} = 1.86 + \frac{430 \cdot 83.76}{170.43} = 213.18 \text{ MPa}$$

$$\tau_{eq} = \tau_m + \frac{\tau_{yp} \cdot \tau_a}{\tau_e} = 27.17 + 0 = 27.17 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{213.18^2 + 3 \cdot 27.17^2} = \mathbf{218.31 \text{ MPa}}$$

$$C_s = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_{VM}} = \frac{430}{218.31} = \mathbf{1.97}$$

Como se puede observar, el coeficiente es superior a 1, lo que indica que resistirá el fallo a fatiga sin ningún tipo de problema.

Una vez calculados los coeficientes de seguridad para los dos materiales se observa que existe una diferencia en la seguridad, pero no es muy significativa en este tipo de fallo, ya que ambos permiten una buena seguridad, se podría seleccionar cualquiera de ellos (aunque por tema de dimensiones y puesto que en un principio se había seleccionado la aleación de Maraging-300 para los ejes, será este el material final):

Nombre del material	Maraging-300	F-126
Cs Sección engranaje 5	1.38	1.02
Cs Sección engranaje 6	1.68	1.59
Cs Sección engranaje 8	2.11	1.97

Tabla 12.6 Coeficientes de seguridad

