

**AMASES**

Associazione per la Matematica Applicata  
alle Scienze Economiche e Sociali  
*Association for Mathematics Applied to  
Social and Economic Science*

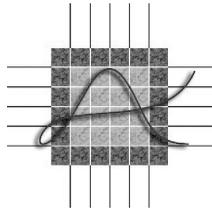
Rapporto  
scientifico  
2022/01

RAPPORTI SCIENTIFICI DELL'AMASES

---

# Anatocismo nei piani di ammortamento standardizzati tradizionali

---



RAPPORTI SCIENTIFICI DELL'AMASES

---

# **Anatocismo nei piani di ammortamento standardizzati tradizionali**

---

Rapporto Scientifico dell'AMASES  
n. 2022/01

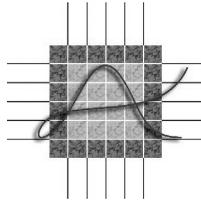
**Hanno approvato la pubblicazione**  
il Presidente dell'AMASES B. Viscolani  
e tutti i membri del Comitato Scientifico  
G. Fusai, M. Gaudenzi, M. Ferrara,  
C. Mammana, G. Pacelli, M. Squillante

© **Associazione per la matematica  
applicata alle scienze economiche e sociali**  
c/o Dipartimento di Scienze delle Decisioni  
Università Bocconi  
Via Guglielmo Röntgen, 1  
20136 Milano - Italia  
e-mail: [info@amases.org](mailto:info@amases.org)

**FORUM 2022**  
Editrice Universitaria Udinese  
FARE srl con unico socio  
Società soggetta a direzione e coordinamento  
dell'Università degli Studi di Udine  
Via Palladio, 8 – 33100 Udine  
Tel. 0432 26001  
[www.forumeditrice.it](http://www.forumeditrice.it)

ISBN 978-88-3283-377-5

Stampa  
Poligrafiche San Marco, Cormons (Go)



**AMASES**

Associazione per la Matematica Applicata  
alle Scienze Economiche e Sociali  
*Association for Mathematics Applied to  
Social and Economic Science*

**RAPPORTI SCIENTIFICI DELL'AMASES**

---

# **Anatocismo nei piani di ammortamento standardizzati tradizionali**

---

Flavio Pressacco, Francesca Beccacece,  
Fabrizio Cacciafesta, Gino Favero,  
Paola Fersini, Marco Li Calzi,  
Franco Nardini, Lorenzo Peccati, Laura Ziani



## Prefazione

Il progetto del presente documento è nato da una specifica richiesta presentata nell'ambito dell'Assemblea Ordinaria dei soci dell'Associazione per la Matematica Applicata alle Scienze Economiche e Sociali (A.M.A.S.E.S.) svoltasi a Perugia il 10 settembre del 2019.

In quell'occasione si decise di dedicare una giornata di approfondimento al problema della presenza o assenza di anatocismo nei piani di rimborso di un debito, tema che era stato negli ultimi anni molto dibattuto da parte di matematici finanziari, esponenti del mondo giuridico e varie figure professionali. A causa della pandemia COVID non si poté organizzare tale evento nel 2020 e nell'assemblea ordinaria dei soci tenutasi il 18 settembre 2020 nell'ambito del convegno A.M.A.S.E.S. di Padova, svoltosi in modalità "a distanza", si ribadì l'esigenza di organizzare tale giornata di studio, che avrebbe dovuto portare poi alla redazione di un documento di sintesi sull'argomento.

Il 26 febbraio 2021 ebbe luogo in modalità "a distanza" la giornata di lavoro "Il problema dell'anatocismo nei mutui: riflessioni nell'A.M.A.S.E.S.", con attiva partecipazione di molti soci.

A seguito della giornata di lavoro, nell'Assemblea Ordinaria dei soci, svoltasi a distanza il 9 ottobre 2021, fu proposto di redigere un documento di sintesi, ovvero un *position paper*, che rappresentasse l'opinione dell'Associazione sulla materia. Il Presidente chiese quindi all'assemblea, a nome del Comitato Scientifico, il mandato di nominare una commissione, coordinata dal socio ed ex-presidente Flavio Pressacco, con il compito di redigere il documento di sintesi. La proposta venne approvata dai presenti all'unanimità.

In data 3 novembre 2021 il Presidente comunicò via email a tutti i soci la composizione del gruppo di lavoro (Commissione Anatocismo) individuato dal Comitato Scientifico: Flavio Pressacco (coordinatore), Francesca Beccacece, Fabrizio Cacciafesta, Gino Favero, Paola Fersini, Marco Li Calzi, Franco Nardini, Lorenzo Peccati, Laura Ziani (segretaria).

Le motivazioni alla base della scelta furono la competenza e l'interesse scientifico sull'argomento in esame, l'aver portato idee diverse e anche contrapposte nella giornata di lavoro del febbraio 2021, nonché la rappresentatività territoriale e di genere.

Il Presidente, nella sua e-mail, precisò altresì che la Commissione era aperta ai contributi di tutti i soci interessati.

Tutti i commissari hanno partecipato all'elaborazione con le proprie competenze, utilizzando il metodo scientifico e chiedendo il supporto di giuristi per l'opportuna interpretazione di norme del Codice Civile.

Il Coordinatore Flavio Pressacco ha inviato al Presidente a fine luglio 2022, a nome della suddetta Commissione, la bozza del documento sull'Anatocismo, approvata all'unanimità dalla Commissione stessa.

Merita di essere sottolineato che i componenti della Commissione erano partiti da posizioni diverse sulla questione in discussione e solo come risultato del lavoro comune sono giunti a convergere sulla medesima visione del problema, che è proposta nel presente documento.

La Commissione ha utilizzato un approccio integrato matematico-giuridico e, partendo da una accurata rassegna della normativa sul contratto di mutuo, ha tradotto tale normativa in un insieme di regole matematiche che caratterizzano i Piani di Ammortamento Standard Tradizionali (PAST). Ne consegue la piena legittimità di tali piani (i PAST) e in particolare di quelli noti come piano di ammortamento francese (o a rata costante) e italiano (o a quota capitale costante).

Il Comitato Scientifico ha riconosciuto la correttezza dell'analisi, ha espresso la propria soddisfazione per i risultati ottenuti e, approvando all'unanimità il documento nei suoi contenuti, ha deciso, nella sua seduta del 28 novembre 2022, di pubblicarlo come "Rapporto Scientifico" dell'Associazione e di promuoverne la diffusione.

La richiesta originale di dedicare attenzione al problema della presenza o assenza di anatocismo nei piani di rimborso di un debito è in sintonia con lo scopo dell'Associazione, *di promuovere la ricerca e favorire l'informazione e la formazione scientifica in relazione alle applicazioni della matematica nello studio dell'Economia, della Finanza, delle Assicurazioni e delle decisioni individuali, collettive, strategiche e di impresa.*

La Commissione e il Comitato Scientifico dell'A.M.A.S.E.S. riconoscono che esistono anche posizioni diverse sulla questione all'interno dell'Associazione; il loro merito può essere analizzato con il medesimo metodo scientifico che è strumento naturale di analisi.

Colgo l'occasione per ringraziare i qualificati giuristi che hanno collaborato con la Commissione come consulenti "esterni": Giovanni Battista Barillà, Gianluca Mucciarone, Alfonso Quintarelli, Nicola Rocco di Torrepadula e Domenico Siclari.

Padova, dicembre 2022

Bruno Viscolani, Presidente A.M.A.S.E.S.

# Anatocismo nei piani di ammortamento standardizzati tradizionali

F. Pressacco<sup>a</sup>    F. Beccacece<sup>b</sup>    F. Cacciafesta<sup>c</sup>    G. Favero<sup>d</sup>  
P. Fersini<sup>e</sup>    M. Li Calzi<sup>f</sup>    F. Nardini<sup>g</sup>    L. Peccati<sup>h</sup>    L. Ziani<sup>i</sup>

## 1 Premessa

La Commissione è stata istituita<sup>1</sup> dall'Associazione per la Matematica Applicata alle Scienze Economiche e Sociali (A.M.A.S.E.S.) per analizzare, in una cornice integrata fra Matematica e Diritto, una questione sorta in tempi relativamente recenti e che ha assunto notevole rilevanza. Essa riguarda i piani di ammortamento “graduale” dei mutui a tasso certo e costante nel tempo (detti anche a tasso fisso)<sup>2</sup>.

I piani di ammortamento graduale sono oggetto di insegnamento nei corsi di Matematica Finanziaria dei nostri atenei e pacificamente tradotti nella pratica delle operazioni di credito a lungo termine, in particolare nella versione dell'ammortamento progressivo a rata costante, detto anche francese.

---

<sup>a</sup>Dipartimento di Scienze Economiche e Statistiche, Università degli Studi di Udine – flavio.pressacco@uniud.it; <sup>b</sup>Dipartimento di Scienze delle Decisioni, Università Bocconi, Milano – francesca.beccacece@unibocconi.it; <sup>c</sup>Dipartimento di Economia e Finanza, Università di Roma Tor Vergata – cacciafesta@uniroma2.it; <sup>d</sup>Dipartimento di Scienze Economiche e Aziendali, Università di Parma – gino.favero@unipr.it; <sup>e</sup>Dipartimento di Diritto, Economia, Management e Metodi Quantitativi, Università degli Studi del Sannio, Benevento – pfersini@unisannio.it; <sup>f</sup>Dipartimento di Management, Università Ca' Foscari, Venezia – licalzi@unive.it; <sup>g</sup>Dipartimento di Matematica per le Scienze Economiche e Sociali, Università di Bologna – franco.nardini@unibo.it; <sup>h</sup>Dipartimento di Scienze delle Decisioni, Università Bocconi, Milano – lorenzo.peccati@unibocconi.it; <sup>i</sup>Dipartimento di Scienze Economiche e Statistiche, Università degli Studi di Udine – laura.ziani@uniud.it

<sup>1</sup>L'istituzione della Commissione, con la composizione, è stata comunicata ai Soci A.M.A.S.E.S. il 3 novembre 2021.

<sup>2</sup>L'analisi dei mutui a tasso fisso è premessa necessaria di analoga indagine sulla legittimità dei mutui a tasso variabile, anch'essi coinvolti nel problema. In questa trattazione discuteremo solo i mutui a tasso fisso.

Dopo decenni di unanime consenso, qualche voce critica ha sollevato il dubbio che la pratica sia in contrasto con l'art. 1283 del Codice Civile. Questo articolo vieta di trasformare interessi scaduti e non pagati in debito produttivo di altri interessi. I critici sostengono che nei piani di ammortamento standard<sup>3</sup> sia presente la produzione di interessi su interessi. Su tale base, alcuni operatori professionali (commercialisti, consulenti e avvocati) hanno cominciato a avviare i primi ricorsi alla magistratura. Il fenomeno si è poi rapidamente allargato, inducendo così l'Associazione a istituire una Commissione per analizzare la questione dal lato matematico, senza trascurare gli aspetti giuridici.

Dopo lungo lavoro di confronto al proprio interno, ma anche con altri qualificati interlocutori del nostro settore disciplinare e audizioni con altrettanto qualificati esponenti del mondo del diritto (docenti universitari e avvocati)<sup>4</sup>, la Commissione ha proposto al Comitato Scientifico il presente documento, ottenendone l'approvazione unanime<sup>5</sup>.

Il documento è articolato come segue.

Il Capitolo 2 è dedicato a una preliminare rassegna commentata della normativa (Codice Civile e Testo Unico Bancario) direttamente o indirettamente rilevante ai nostri fini.

Il Capitolo 3 è dedicato alla descrizione della struttura algebrica di un piano di ammortamento e alle relative notazioni utilizzate nel presente documento.

Il Capitolo 4 introduce il protagonista del documento: il Piano di Ammortamento nella versione Standardizzata Tradizionale, o PAST, la cui legittimità è messa in discussione. Nei Paragrafi 4.1, 4.2 e 4.3 si presentano gli elementi fondamentali per la costruzione del PAST: i parametri contrattuali (par. 4.1), le regole (par. 4.2) e gli *input* (par. 4.3). Si propone inoltre la distinzione fra PAST con *input* quote capitale e PAST con *input* rate.

Il Capitolo 5 analizza in dettaglio i PAST con *input* quota capitale a partire (par. 5.1) dalla condizione di chiusura elementare forte, che essi debbono rispettare. Nel Paragrafo 5.2 si affronta il cuore del problema, analizzando la relazione fra la condizione di chiusura elementare forte e l'anatocismo nei PAST con *input* quote capitale. Se ne deduce che un PAST con *input* quote capitale che soddisfano la condizione di chiusura elementare forte è pienamente legittimo. Il Paragrafo 5.3 introduce il PAST italiano, o a quota capitale costante, come esempio di PAST con *input* quota capitale. Il Paragrafo 5.4 illustra con un esempio la costruzione del PAST italiano a partire dalla condizione di chiusura.

---

<sup>3</sup>Nel prosieguo tali piani saranno indicati con l'acronimo PAST, Piani di Ammortamento Standardizzati Tradizionali.

<sup>4</sup>Ringraziamo in particolare i professori e gli avvocati: Giovanni Battista Barillà, Gianluca Mucciarone, Alfonso Quintarelli, Nicola Rocco di Torrepadula e Domenico Siclari, fermo restando che quanto scritto nel presente Rapporto è responsabilità esclusiva della Commissione.

<sup>5</sup>Hanno approvato la pubblicazione: il Presidente dell'A.M.A.S.E.S. B. Viscolani e tutti i membri del Comitato Scientifico, G. Fusai, M. Gaudenzi, M. Ferrara, C. Mammana, G. Pacelli, M. Squillante.

Il Capitolo 6 analizza i PAST con *input rate* a partire (par. 6.1) dalla condizione di chiusura finanziaria forte. Il Paragrafo 6.2, parallelo al Paragrafo 5.2, affronta la questione del collegamento fra la condizione di chiusura finanziaria forte e l'anatocismo nei PAST con *input rate*. Nel Paragrafo 6.3 si introduce il PAST francese, o a rata costante, come modalità, dominante nelle applicazioni, di PAST con *input rate* e si ricava la formula chiusa per la determinazione del valore della rata costante. Il Paragrafo 6.4 illustra con un esempio la costruzione del PAST francese a partire dalla sequenza *input* delle rate costanti così determinate. Il Paragrafo 6.5 prende spunto da una ben nota proprietà del PAST francese: le quote capitale ottenute come risultato della procedura di costruzione sono crescenti in progressione geometrica, di ragione collegata al tasso periodale effettivo del contratto, e soddisfano a loro volta la condizione di chiusura elementare forte. Ciò ne suggerisce l'utilizzazione come *input* di un PAST che produce come risultato il PAST a rata costante. Riprendendo i risultati del Paragrafo 5.2, questo approccio consente di qualificare anche il PAST francese tradizionale a rata costante come pienamente legittimo. Il Paragrafo 6.6 è dedicato a una riflessione sul principio giuridico di priorità, nella suddivisione della rata, dell'imputazione degli interessi rispetto al capitale. In esso si trova l'ulteriore conferma della piena legittimità del PAST con *input rate* e, in particolare, del PAST francese.

Il capitolo finale 7 è dedicato alle conclusioni; in una cornice integrata fra matematica e diritto si giustifica la "sentenza" del presente documento. Ad avviso della Commissione, ogni PAST costruito nel rispetto delle regole e delle condizioni di chiusura è pienamente legittimo. Ciò vale anche per il PAST francese a rata costante, il quale rientra a pieno titolo nella cornice generale.

## 2 Il mutuo per il Diritto

In questo paragrafo si offre una rassegna commentata della normativa rilevante.

Per il Diritto, il mutuo è un contratto giuridicamente regolato nel nostro ordinamento da una specifica sezione del Codice Civile, CC (Libro IV – Delle Obbligazioni, Titolo III – Dei singoli contratti, Capo XV – Del Mutuo, artt. 1813-1822) e da più recenti parti del Testo Unico Bancario (T.U.B., D.L. 385/1993 aggiornato dal D.L. 147/2020 – Trasparenza delle condizioni contrattuali e dei rapporti con i clienti), volte anche a recepire normative europee. Dal contratto sorgono obbligazioni in capo ai contraenti; sono quindi applicabili anche norme relative a altre sezioni del Codice Civile (in particolare quelle concernenti le obbligazioni pecuniarie).

**art. 1813 CC – Nozione**

*Il mutuo è il contratto col quale una parte consegna all'altra una determinata quantità di denaro o di altre cose fungibili, e l'altra si obbliga a restituire altrettante cose della stessa specie e quantità.*

Il mutuo è un contratto stipulato fra due soggetti: mutuante e mutuatario. Nel mutuo avente per oggetto denaro, la prestazione del mutuante consiste nella consegna (ovvero nell'equivalente messa in piena disponibilità) al mutuatario della somma di denaro data a mutuo. Il contratto si perfeziona solo al momento della consegna (è un contratto reale). Essa esaurisce l'obbligazione del mutuante e fa nascere l'obbligazione del mutuatario.

**art. 1819 CC – Restituzione rateale**

*Se è stata convenuta la restituzione rateale delle cose mutate e il mutuatario non adempie l'obbligo del pagamento anche di una sola rata, il mutuante può chiedere, secondo le circostanze, l'immediata restituzione dell'intero.*

**art. 1815 CC – Interessi, comma 1**

*Salvo diversa volontà delle parti, il mutuatario deve corrispondere gli interessi al mutuante. Per la determinazione degli interessi si osservano le disposizioni dell'articolo 1284.*

L'obbligazione del mutuatario si distingue in:

- prestazione principale (art. 1813 CC), relativa alla restituzione della somma mutuata in una o più (art. 1819 CC) soluzioni (quote capitale).

Nel particolare sottinsieme dei mutui di denaro (e non di altre cose fungibili) a titolo oneroso (e non gratuito), stipulati fra un intermediario finanziario/mutuante e un cliente/mutuatario, le parti debbono concordare un piano di rimborso che precisi date e importi per l'adempimento della prestazione principale (nel rispetto del principio di restituzione della medesima quantità).

- prestazione accessoria<sup>6</sup> (art. 1815 CC), relativa al pagamento degli interessi (quote interessi).

Il legislatore precisa che il mutuo è "normalmente" (salvo diversa volontà delle parti) un contratto oneroso. La giustificazione dell'onerosità è la cosiddetta teoria della cessione d'uso: l'interesse è il corrispettivo per la disponibilità per un certo periodo di tempo della somma mutuata o, più precisamente (in caso di rimborso in più soluzioni), della parte non ancora rimborsata di tale somma. In altri termini, il denaro è fertile e produce frutti. A conferma di questa impostazione anche gli artt. 1282 e 820 CC.

---

<sup>6</sup>La prestazione accessoria si aggiunge alla principale, ma resta giuridicamente ben distinta. La distinzione ha una rilevanza non meramente algebrica: l'esigenza di tenere le prestazioni rigorosamente ben distinte (anche in caso di contemporaneità delle stesse) è un punto chiave del nostro ordinamento, con riflessi importanti su aspetti contabili e fiscali.

**art. 1282 CC – Interessi nelle obbligazioni pecuniarie, comma 1**

*I crediti liquidi ed esigibili di somme di denaro producono interessi di pieno diritto, salvo che la legge o il titolo stabiliscano diversamente.*

**art. 820 CC - Frutti naturali e frutti civili, comma 2**

*Sono frutti civili quelli che si ritraggono dalla cosa come corrispettivo del godimento che altri ne abbia. Tali sono gli interessi dei capitali, i canoni enfiteutici, le rendite vitalizie e ogni altra rendita, il corrispettivo delle locazioni.*

Nei mutui di denaro a titolo oneroso, le parti debbono concordare anche date e importi per l'adempimento della prestazione accessoria.

Per quanto riguarda le date, l'accostamento nell'art. 820 CC degli interessi a ogni tipo di rendita e ai corrispettivi delle locazioni, cioè a prestazioni con cadenza tipicamente periodica, indica la piena libertà delle parti di concordare l'esigibilità periodica degli interessi.

Per quanto riguarda gli importi, entra in gioco l'art. 1284 CC, espressamente richiamato dall'art. 1815 CC. Conviene sottolineare che questo articolo rientra in una sezione del CC riguardante le obbligazioni pecuniarie in generale (Libro IV, Titolo I, Capo VII, Sezione I – Delle obbligazioni pecuniarie, artt. 1277-1284) e non specificamente l'operazione di mutuo.

**art. 1284 CC – Saggio degli interessi, commi 1 e 2**

*Il saggio degli interessi legali è del 5% (aggiornato con delibera del Ministero Economia e Finanze)<sup>7</sup> in ragione di anno. [...]*

*Allo stesso saggio si computano gli interessi convenzionali, se le parti non ne hanno determinato la misura.*

Questo articolo è di importanza decisiva e merita un'analisi rigorosa e dettagliata.

Il punto di partenza è il saggio (o tasso) legale, espresso come percentuale (a cui associamo il simbolo  $j$ ) di un capitale di riferimento (simbolo  $D$ ). Oltre alla proporzionalità rispetto al capitale, la locuzione "in ragione di anno" implica anche la proporzionalità dell'interesse rispetto al tempo (alla durata misurata in anni, simbolo  $1/k$ ). Il legislatore è conscio del fatto che la fonte che produce interessi può essere anche extracontrattuale (art. 1173 CC); in questo caso  $j$ ,  $D$  e  $1/k$  sono estranei alla volontà negoziale delle controparti e, in particolare,  $D$  e  $1/k$  sono definiti dal giudice. Dati i valori della terna  $j$ ,  $D$  e  $1/k$ , l'interesse  $I$  è espresso dalla relazione

$$I = D \cdot j \cdot (1/k) . \quad (2.1)$$

<sup>7</sup>art. 1284 CC: [...] Il Ministro del tesoro, con proprio decreto pubblicato nella Gazzetta Ufficiale della Repubblica italiana non oltre il 15 dicembre dell'anno precedente a quello cui il saggio si riferisce, può modificarne annualmente la misura, sulla base del rendimento medio annuo lordo dei titoli di Stato di durata non superiore a dodici mesi e tenuto conto del tasso di inflazione registrato nell'anno. Qualora entro il 15 dicembre non sia fissata una nuova misura del saggio, questo rimane invariato per l'anno successivo.

Se la fonte che genera interessi è invece contrattuale, ed è in particolare l'operazione di mutuo oneroso con controparti banca e cliente, l'evoluzione normativa intervenuta nel frattempo<sup>8</sup> richiede che sia  $j$  sia  $1/k$  siano elementi obbligati e espliciti dell'accordo contrattuale. Il combinato disposto degli artt. 1815 e 1284 CC, unitamente all'evoluzione normativa, suggerisce l'applicazione della relazione (2.1) come formula di calcolo degli interessi maturati in un certo periodo di tempo in un'operazione di mutuo.

Quanto al capitale di riferimento  $D$ , esso è la parte di somma mutuata non ancora restituita, ovvero rimasta nella disponibilità del mutuatario per il periodo.

Per quanto concerne i tempi, la questione centrale è quando va pagato (in quanto prestazione esigibile, giunta a scadenza) il corrispettivo degli interessi (quando si ritraggono questi frutti). Il mutuo di denaro è un'operazione tipicamente di lunga durata, che può durare anche 30 anni. I frutti si ritraggono tutti in una volta sola alla fine dell'operazione, o, invece, è naturale pensare a un pagamento periodico degli interessi? Gli economisti e i matematici applicati all'economia non hanno dubbi: è ragionevole, anzi opportuno per l'ordinato svolgimento della vita economica e sociale di una comunità, che la remunerazione del capitale sia periodica. Ciò supporta il principio dell'esigibilità periodica degli interessi, in quanto favorisce il raggiungimento dell'obiettivo sopra descritto.

#### **art. 1283 CC – Anatocismo**

*In mancanza di usi contrari, gli interessi scaduti possono produrre interessi solo dal giorno della domanda giudiziale o per effetto di convenzione posteriore alla loro scadenza, e sempre che si tratti di interessi dovuti per almeno sei mesi.*

Anche questo articolo ha portata generale. Esso riguarda gli interessi scaduti nell'ambito di qualsivoglia rapporto obbligazionario e, per quanto interessa in questa sede, anche gli interessi scaduti in un contratto di mutuo.

L'articolo contiene la definizione di "anatocismo illegittimo" secondo l'ordinamento giuridico nazionale (valida sia in termini generali, sia in relazione a un particolare contratto di mutuo). Esso si verifica quando vi sia presenza di interessi generati da interessi scaduti (e ovviamente non pagati alla scadenza). Si tratta, peraltro, di un divieto non assoluto. Come precisato nell'art. 1283 CC, esso è infatti superabile per via giudiziale, oppure per convenzione fra le parti, purché posteriore alla scadenza<sup>9</sup>. È invece illegittima la convenzione *a priori* (anatocismo illegittimo *ex ante*): non sono ammessi accordi *ex ante* che prevedano che gli interessi in scadenza alla fine di un periodo, anziché essere regolarmente pagati (alla data

<sup>8</sup>Istruzioni applicative dell'art. 2 del D.L. 29 novembre 2008, n. 185, convertito con modificazioni dalla L. 28 gennaio 2009, n. 2 – Mutui prima casa. Provvedimento del 29 luglio 2009 e successive modifiche, Trasparenza delle operazioni e dei servizi bancari e finanziari, All. 3, 4E, 5C. art. 117 TUB, Titolo VI – Trasparenza delle condizioni contrattuali e dei rapporti con il cliente, Capo I – Operazioni e servizi bancari e finanziari.

<sup>9</sup>E purché si tratti di interessi prodotti per almeno sei mesi sulla somma capitale dovuta, anche se scaduti da meno di sei mesi.

di scadenza), siano automaticamente cumulati al debito residuo (in gergo siano capitalizzati) e diventino così parte della somma fruttifera di interessi (in percentuale del saggio) nel(i) periodo(i) successivo(i).

La corrente degli “anatocisti” sostiene una interpretazione estensiva dell’art. 1283 CC. Oltre a escludere la fattispecie dei mutui nei quali sia prevista a priori una capitalizzazione di interessi scaduti e non pagati, la norma implicherebbe anche l’illegittimità dei mutui che prevedono a ogni scadenza concordata (alla fine di ogni periodo) il pagamento di una rata che comprende (oltre a una quota capitale non negativa) gli interessi calcolati sull’importo del debito residuo all’inizio del periodo.

Analizzeremo questa interpretazione estensiva, dimostrandone l’infondatezza, nel Paragrafo 6.6. A sostegno della nostra tesi, tornano utili gli artt. 1820 e 1194 CC.

#### **art. 1820 CC – Mancato pagamento degli interessi**

*Se il mutuatario non adempie l’obbligo del pagamento degli interessi, il mutuante può chiedere la risoluzione del contratto.*

L’articolo contempla implicitamente la possibilità che le scadenze previste per il pagamento degli interessi siano periodiche e, di conseguenza, anticipate rispetto alla scadenza dell’obbligazione principale.

#### **art. 1194 CC – Imputazione del pagamento agli interessi**

*Il debitore non può imputare il pagamento al capitale piuttosto che agli interessi senza il consenso del creditore. Il pagamento fatto in conto di capitale e di interessi deve essere imputato prima agli interessi.*

Se è stato fissato un termine contrattuale per il pagamento di (una quota) interessi il debitore non può posticiparlo (sulla base di ragionamenti di equivalenza finanziaria) senza il consenso del creditore. Non può quindi pretendere unilateralmente che parte della quota interessi in scadenza concordata sia sostituita da una parte di quota capitale in scadenza futura.

Richiamiamo ora altri tre articoli del CC che riguardano il contratto di rendita perpetua<sup>10</sup>, per il legame sancito dall’art. 820 CC tra le rate di una rendita e gli interessi di un contratto di mutuo.

#### **art. 1861 CC – Nozione, comma 1**

*Col contratto di rendita perpetua una parte conferisce all’altra il diritto di esigere in perpetuo la prestazione periodica di una somma di denaro o di una certa quantità di altre cose fungibili, quale corrispettivo dell’alienazione di un immobile o della cessione di un capitale.*

<sup>10</sup>Nella sezione riguardante le obbligazioni (Libro IV), nella parte relativa ai singoli contratti (Titolo III), Capo XVIII, artt. 1861-1871.

**art. 1865 CC – Diritto di riscatto della rendita perpetua, comma 1**

*La rendita perpetua è redimibile a volontà del debitore, nonostante qualunque convenzione contraria.*

**art. 1866 CC – Esercizio del riscatto, comma 1**

*Il riscatto della rendita semplice e della rendita fondiaria si effettua mediante il pagamento della somma che risulta dalla capitalizzazione della rendita annua sulla base dell'interesse legale.*

L'art. 1861 CC definisce l'obbligazione del debitore come una sequenza perpetua di prestazioni periodiche di denaro di importo costante. Esse sono equivalenti a una sequenza perpetua, con cadenza di esigibilità periodica, di rate costanti.

L'art. 1865 CC attribuisce al debitore il diritto di estinguere l'obbligazione.

L'art. 1866 CC chiarisce che l'estinzione si effettua con il pagamento, in un'unica soluzione, di una somma di denaro calcolata come capitalizzazione<sup>11</sup> della rendita annua. Ciò significa che il debitore può liberarsi pagando un importo corrispondente alla somma dei valori attuali, al momento dell'estinzione, di tutte le rate future della rendita. Tali valori si calcolano necessariamente in regime composto al saggio dell'interesse legale. L'alternativa dell'attualizzazione in regime semplice è infatti improponibile, perché il valore attuale in regime semplice di una rendita perpetua è infinito e ciò vanificherebbe il diritto di riscatto.

Il contratto di rendita perpetua è quindi un esempio di contratto nel quale il CC non solo consente accordi che determinano equivalenza finanziaria in regime composto, ma impone l'equivalenza finanziaria in tale regime.

L'analogia sopra richiamata tra rate di una rendita e interessi di un mutuo consente l'esigibilità periodica di tali interessi. Nei piani di ammortamento standardizzati tradizionali (introdotti nel Paragrafo 4) l'esigibilità periodica comporta, come conseguenza matematica, l'equivalenza finanziaria in regime composto tra le prestazioni delle controparti (cfr. par. 6.1 a pag. 18). Dall'obbligatorietà del regime composto nell'operazione di riscatto di una rendita perpetua discende (vista l'analogia) la piena legittimità di contratti di mutuo caratterizzati da equivalenza finanziaria in regime composto<sup>12</sup> quindi, in definitiva, la piena legittimità dei piani di ammortamento standardizzati tradizionali.

---

<sup>11</sup>Il legislatore usa il termine *capitalizzazione* con il significato di trasformazione in capitale, al tempo presente, di una sequenza di importi futuri: nella Matematica finanziaria, tale trasformazione viene invece chiamata *attualizzazione*, mentre con *capitalizzazione*, a rigor di termini, si indica l'aggiunta a un capitale investito degli interessi da esso prodotti.

<sup>12</sup>A sostegno di un generale orientamento verso la piena legittimità di equilibri in regime composto anche la direttiva 2014/17/UE, recepita nel nostro ordinamento dal d.lgs. 21.4.2016, n. 72. La direttiva, che sancisce l'obbligo di inserire anche il tasso annuo effettivo globale (TAEG) nei fogli informativi, ne fornisce la formula di calcolo. In tale formula, l'equilibrio tra le prestazioni dei contraenti si raggiunge nella cornice del regime composto (cfr. Allegato I).

### 3 Piani di ammortamento e metodi di rimborso: generalità e notazioni

Un piano di ammortamento è usualmente descritto da una tabella numerica che riassume, secondo quanto concordato fra le parti, l'evoluzione nel tempo (alle date  $T_h$ ) degli importi rilevanti di un contratto di mutuo.

Nella riga iniziale (relativa alla data  $T_0 = 0$ ) appare solo l'importo  $D_0$  del debito iniziale, cioè l'ammontare finanziato nel mutuo; nella riga  $h$ -esima ( $h = 1, \dots, N$ ) compaiono tanto gli importi delle prestazioni del mutuatario esigibili alla data  $T_h$ , distinti nella colonna delle quote interessi  $I_h$ , delle quote capitale  $C_h$  e delle rate  $R_h$ , quanto l'importo del debito residuo  $D_h$  a tale data (dopo il pagamento della rata corrispondente).

La Figura 1 mostra le prestazioni del mutuante e del mutuatario sull'asse temporale.

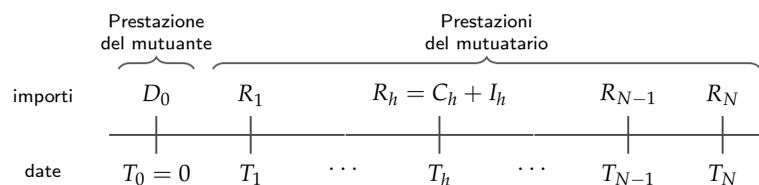


Figura 1: Descrizione delle prestazioni dei contraenti sull'asse dei tempi.

Il piano di ammortamento è descritto nella tabella 1.

Data	Quota capitale $C_h$	Quota interessi $I_h$	Rata $R_h$	Debito residuo $D_h$
$T_0$	—	—	—	$D_0$
$T_1$	$C_1$	$I_1$	$R_1$	$D_1$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$T_h$	$C_h$	$I_h$	$R_h$	$D_h$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$T_N$	$C_N$	$I_N$	$R_N$	$D_N$

Tabella 1: Tabella che descrive il piano di ammortamento.

I metodi di ammortamento definiscono le caratteristiche del rimborso del debito acceso con il contratto di mutuo. Ve ne sono di differenti tipologie. In questo documento ci

concentreremo in particolare sui metodi a quota capitale costante (detto *ammortamento italiano*) e a rata costante (detto *ammortamento francese*). Entrambi saranno analizzati all'interno della cornice dei cosiddetti PAST, acronimo di Piano di Ammortamento Standardizzato (caratterizzato da opportune regolarità) e Tradizionale (conforme a schemi consolidati da tempo).

Prima di proseguire, riteniamo utile elencare le notazioni e le sigle che di seguito adotteremo.

$D_0$	Debito iniziale, o somma mutuata	$T$	Durata (in anni) del contratto
$D_h$	Debito residuo alla data $h$	$T_h$	Data di adempimento delle prestazioni
$R_h$	Rata alla data $h$	$k$	Frequenza delle prestazioni del mutuatario
$I_h$	Quota interessi alla data $h$	$j$	Tasso annuo nominale, TAN
$C_h$	Quota capitale alla data $h$	$i_k$	Tasso periodale effettivo, TPE
CED	Condizione di chiusura elementare debole	CFD	Condizione di chiusura finanziaria debole
CEF	Condizione di chiusura elementare forte	CFF	Condizione di chiusura finanziaria forte

Tabella 2: Notazioni e sigle che verranno utilizzate.

## 4 I PAST

Un PAST è il risultato di regole, parametri contrattuali e *input*:

- le *regole* sono espresse da relazioni algebriche coerenti con la normativa vigente;
- i *parametri contrattuali*, i cui valori sono concordati fra le parti, sono utilizzati nelle regole;
- l'*input* è una sequenza di quote capitale (PAST con *input* quote capitale) o, in alternativa, di rate (PAST con *input* rate). Anche l'*input* è frutto di accordo contrattuale e deve soddisfare una specifica condizione di chiusura.

Constateremo che un PAST costruito a partire da una sequenza (di quote capitale o di rate) che soddisfa la specifica condizione di chiusura è pienamente legittimo; in particolare, esso riassume un accordo contrattuale nel quale non vi è presenza di interessi prodotti da interessi scaduti e non pagati e, quindi, non configura violazione del divieto di anatocismo convenzionale *ex ante* sancito dall'art. 1283 CC.

Trattiamo più in dettaglio ogni singolo punto nei prossimi paragrafi.

### 4.1 I parametri contrattuali

Sono parametri contrattuali di un PAST le quattro costanti  $(D_0, T, k, j)$  così definite:

- $D_0$  somma mutuata. Corrisponde alla prestazione iniziale del mutuante; la notazione la evidenzia come debito del mutuatario alla data  $T_0 = 0$  di inizio del contratto;
- $T$  durata, misurata in anni, del contratto;
- $k$  frequenza annua delle prestazioni del mutuatario. In un PAST, l'intervallo di tempo  $[0, T]$  è diviso in  $N$  periodi tutti di egual misura, pari a una frazione di  $1/k$  di anno. Per ogni  $h = 1, \dots, N$ , il periodo  $h$ -esimo va dalla data  $T_{h-1}$  (inizio del periodo) alla data  $T_h$  (fine periodo); la sua durata  $T_h - T_{h-1} = 1/k$  è costante per ogni  $h$ . Il contratto prevede prestazioni del mutuatario a ogni data  $T_h$  (a ogni fine periodo)<sup>13</sup>.

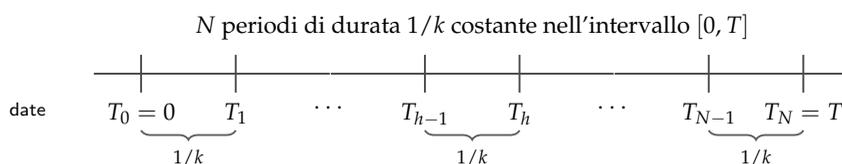


Figura 2: Regolarità degli intervalli di tempo tra due prestazioni consecutive.

- $j$  tasso annuo nominale (TAN) di interesse del contratto.

Una quaterna di parametri contrattuali equivalente alla  $(D_0, T, k, j)$  è la  $(D_0, N, k, i_k)$ , dove  $N = k \cdot T$  e  $i_k = j \cdot 1/k$  è detto tasso periodale effettivo (TPE) del contratto. Per esempio, per  $k = 2$ , il tasso semestrale effettivo è pari a  $i_2 = j \cdot 1/2$ .

## 4.2 Le regole

Per il PAST valgono le seguenti regole, per ogni  $h = 1, \dots, N$ :

**Reg. 1:**  $I_h = D_{h-1} \cdot j \cdot 1/k = D_{h-1} \cdot i_k$

**Reg. 2:**  $R_h = C_h + I_h$

**Reg. 2<sup>bis</sup>:**  $C_h = R_h - I_h$

**Reg. 3:**  $D_h = D_{h-1} - C_h$

<sup>13</sup>A prescindere dalle complicazioni di calendario, nei piani di ammortamento si usa tipicamente la convenzione giorni 30/360, basata su 12 mesi di 30 giorni ciascuno. È a questa convenzione che ci atterremo in tutta la trattazione.

La **Reg. 1** determina l'importo degli interessi *generati* nel periodo fra  $T_{h-1}$  e  $T_h$ . Gli interessi sono il corrispettivo per la disponibilità in tale periodo della parte di somma mutuata non ancora rimborsata, cioè del debito residuo  $D_{h-1}$  all'inizio del periodo. Essi si ottengono moltiplicando il debito residuo per il tasso periodale effettivo (TPE):  $i_k = j \cdot 1/k$ .

Il TPE è un rapporto fra due importi: al numeratore, l'importo  $I$  dell'interesse maturato nel periodo; al denominatore, il capitale  $D$  del quale il mutuatario ha disponibilità nel periodo. In simboli:  $TPE = I/D$ , ovvero  $I = D \cdot TPE$ . Il collegamento fra i due tassi si ottiene ponendo  $i_k = TPE = TAN \cdot (1/k) = j \cdot 1/k$ . Ne deriva, per gli interessi maturati su un importo  $D$  in un periodo di durata  $1/k$  di anno, la formula  $I = D \cdot j \cdot (1/k) = D \cdot i_k$ . In particolare se  $k = 1$ , cioè per periodi di durata esattamente pari a un anno, TAN e TPE coincidono ( $i_1 = j/1 = j$ )<sup>14</sup>.

La Reg. 1 è la traduzione matematica del precetto giuridico dell'art. 1284 CC: il saggio degli interessi è il prodotto della percentuale  $j$  (contrattualmente concordata su base annua) per la frazione di anno  $1/k$ .

La **Reg. 2** definisce la generica rata  $R_h$  come somma della quota capitale  $C_h$  e della quota interessi  $I_h$ . Non è una relazione di mera valenza contabile: essa traduce l'*esigibilità* alla data  $T_h$  degli importi coinvolti e, in particolare, degli interessi generati nel periodo fra  $T_{h-1}$  e  $T_h$ .  $I_h$  è quindi l'importo della prestazione relativa agli interessi esigibile alla data  $T_h$ .

**L'uso dello stesso simbolo  $I_h$  nelle Regg. 1 e 2 esprime, algebricamente, la coincidenza (in un PAST) dei due importi e implica, giuridicamente, l'accettazione del principio di esigibilità periodica degli interessi generati/maturati in ciascun periodo.**

La **Reg. 2<sup>bis</sup>** definisce la generica quota capitale  $C_h$  come differenza fra la rata  $R_h$  e la quota interessi  $I_h$ . Valgono le stesse considerazioni discusse per la Reg. 2. Algebricamente le Regg. 2 e 2<sup>bis</sup> si equivalgono ma, come vedremo nei paragrafi successivi, può essere utile distinguere in virtù della differenza fra PAST con *input* quote capitale e *output* rate (in accordo alla Reg. 2) e PAST con *input* rate e *output* quote capitale (in accordo alla Reg. 2<sup>bis</sup>).

Infine, la **Reg. 3** descrive l'evoluzione del debito residuo per effetto del pagamento della quota capitale. È l'effetto di un collegamento fra contabilità e diritto. Consideriamo infatti la relazione contabile:

$$D_{h-1} + I_h = R_h + D_h .$$

Essa descrive in ottica sequenziale l'equilibrio contabile fra le date  $T_{h-1}$  e  $T_h$  di inizio e fine del periodo  $h$ -esimo. Al primo membro, il debito del mutuatario alla fine del periodo è ottenuto sommando il debito residuo all'inizio del periodo e gli interessi generati nel periodo; al secondo membro, questo debito è scomposto nella rata da saldare a fine periodo e nel debito

<sup>14</sup>Si segnala che nell'All. 3 del Provvedimento del 29 luglio 2009 – Trasparenza delle operazioni e dei servizi bancari e finanziari, Banca d'Italia – è riportata la seguente definizione di tasso annuo nominale: rapporto percentuale, calcolato su base annua, tra l'interesse (quale compenso del capitale prestato) e il capitale prestato.

residuo dopo tale adempimento. In virtù della Reg. 2, la relazione contabile si trasforma nella:

$$D_{h-1} + I_h = I_h + C_h + D_h ,$$

che è algebricamente equivalente alla Reg. 3. In tal modo, in un PAST gli interessi giocano un ruolo “neutro” nell’evoluzione del debito residuo. La coincidenza fra interessi *maturati* durante un periodo e interessi *esigibili* alla fine del periodo stesso consente il calcolo del debito residuo per successive sottrazioni di quote capitale dal debito precedente. Ciò è pienamente coerente con il dettato normativo (artt. 1813 e 1819 CC) relativo alla modalità di restituzione della somma mutuata.

### 4.3 L’input e le condizioni di chiusura

Date le regole e i valori dei parametri contrattuali, per costruire un PAST è necessario che i contraenti concordino una sequenza di quote capitale o, alternativamente, di rate. La sequenza scelta costituisce l’*input* del PAST. Abbiamo così PAST con *input* quote capitale o, rispettivamente, con *input* rate.

L’*input* deve soddisfare una condizione di chiusura.

Nei prossimi paragrafi esporremo le condizioni di chiusura e discuteremo la costruzione del PAST a partire da tali condizioni, trattando in particolare i PAST di maggior interesse applicativo dell’uno e dell’altro tipo. Essi sono caratterizzati da particolari regolarità nella sequenza prescelta come *input*. La discussione di questi esempi mette in evidenza le tesi fondamentali di questo *Rapporto Scientifico*.

## 5 I PAST con *input* quote capitale

Consideriamo in questo paragrafo i PAST con *input* una sequenza  $C_1, \dots, C_h, \dots, C_N$  di quote capitale che soddisfano la condizione di *chiusura elementare forte* (CEF).

### 5.1 La condizione di chiusura elementare forte

La condizione CEF è data dalle seguenti relazioni, che debbono essere congiuntamente soddisfatte dalle quote capitale *input* di un PAST:

$$C_1 + \dots + C_h + \dots + C_N = D_0 , \tag{5.1}$$

$$C_h \geq 0 \text{ per } h = 1, \dots, N - 1 , \tag{5.2}$$

$$C_N > 0 . \tag{5.3}$$

La sola condizione (5.1) è detta condizione di *chiusura elementare debole* o *classica* (CED). Essa richiede che la somma delle quote capitale pareggi l'importo della somma mutuata e traduce algebricamente il principio di coerenza giuridica (artt. 1813 e 1819 CC) di restituzione di "altrettanta quantità" applicato all'insieme delle quote capitale.

Le condizioni (5.2) e (5.3) pongono il vincolo che le singole quote capitale non siano negative<sup>15</sup>.

Spiegheremo nel prossimo paragrafo la differenza fra CED e CEF e il ruolo decisivo delle condizioni (5.2) e (5.3) in relazione all'art. 1283 CC e alla questione della legittimità dei PAST con *input* quote capitale.

## 5.2 Condizioni di chiusura in un PAST con *input* quote capitale e divieto di anatocismo

Ricordiamo che l'art. 1283 CC sancisce il divieto dell'anatocismo convenzionale *ex ante*. Esso vieta (in generale e non con specifico riferimento al contratto di mutuo) accordi contrattuali che prevedano la trasformazione di interessi scaduti (e ovviamente non pagati alla scadenza) in debito aggiuntivo produttivo di interessi. È opportuno precisare che il divieto è relativo a accordi precedenti (*ex ante*) e non successivi (*ex post*) al verificarsi dell'inadempimento.

Le regole del PAST e la sola condizione di chiusura elementare debole (CED) non sono sufficienti a garantire il rispetto del divieto posto dall'art. 1283 CC. Ciò deriva dal fatto che la (5.1) consente l'esistenza di quote capitale negative, come si mostra di seguito.

Consideriamo un PAST con *input* quote capitale che soddisfa la condizione CED in cui sia:

$$C_1 = -I_1 = -D_0 \cdot i_k . \quad (5.4)$$

Applicando le Regg. 2 e 3 si ha, rispettivamente per la rata e il debito residuo, in  $T_1$ :

$$R_1 = C_1 + I_1 = 0 , \quad (5.5)$$

$$D_1 = D_0 - C_1 = D_0 + I_1 = D_0 + D_0 \cdot i_k . \quad (5.6)$$

Sempre applicando le regole del PAST nel periodo successivo (per la Reg. 1) risulta:

$$I_2 = D_1 \cdot i_k = (D_0 + I_1) \cdot i_k . \quad (5.7)$$

<sup>15</sup>La condizione per cui l'operazione risulti portata a termine alla sua scadenza predefinita  $T$  è che il debito residuo a tale data sia nullo, cioè  $D_N = 0$ . In particolare, la (5.3) richiede la condizione di stretta positività dell'ultima quota capitale per garantire che la durata del contratto di mutuo sia effettivamente pari a  $T$  e non inferiore, cioè che l'ultima rata  $R_N$  sia strettamente positiva a tale data.

La (5.7) evidenzia che un PAST siffatto (con *input* quote capitale, rispettoso della condizione CED) configura un accordo *a priori* che produce, già a partire dalla seconda rata, una quota interessi che comprende anche la parte  $I_1 \cdot i_k$  di interessi su interessi. È una violazione del divieto espressamente contenuto nell'art. 1283 CC.

Il contratto di mutuo descritto da un PAST con quote capitale negative è, quindi, illegittimo<sup>16</sup>.

Interessa evidenziare che ciò che provoca l'illegittimità nell'*input* è la negatività della prima quota capitale (cioè il suo segno, a prescindere dall'importo più o meno elevato). Scegliendo invece un importo di  $C_1$  positivo (o anche nullo) e fermo restando l'importo della prima quota interessi è:

$$R_1 = C_1 + I_1 \geq I_1, \quad (5.8)$$

$$D_1 = D_0 - C_1 \leq D_0. \quad (5.9)$$

La (5.8) prevede che gli interessi scaduti in  $T_1$  siano regolarmente pagati. Coerentemente, nel debito residuo  $D_1$  non vi è presenza di interessi scaduti e non pagati e, nel periodo successivo, non vi è produzione di interessi su interessi.

Si intende che lo stesso ragionamento vale ad ogni stadio. Più precisamente, una sequenza *input* di quote capitale tutte positive (o almeno non negative)<sup>17</sup> è garanzia di assenza di interessi su interessi in ogni stadio del PAST, mentre al contrario è sufficiente una sola quota capitale negativa per determinare presenza di interessi su interessi a partire da quello stadio.

Si conclude che in un PAST la condizione di chiusura elementare forte (CEF) è necessaria e sufficiente per escludere la violazione del divieto posto dall'art. 1283 CC.

### 5.3 Il PAST Italiano come PAST con *input* quote capitale costanti e condizione CEF

Il PAST noto come italiano (PAST IT) o a quota capitale costante  $C$  è un PAST con *input* quote capitale che soddisfa la condizione CEF. Il valore di  $C$  è determinato accostando alla condizione CED (5.1):

$$C_1 + \dots + C_h + \dots + C_N = D_0,$$

il requisito che le quote capitale siano costanti per  $h = 1, \dots, N$ :

$$C_h = C. \quad (5.10)$$

<sup>16</sup>Non è questa la sede per analizzare le conseguenze giuridiche di tale illegittimità.

<sup>17</sup>Insieme con le regole del PAST.

Ne consegue immediatamente la soluzione:

$$C_h = D_0/N \text{ per } h = 1, \dots, N. \quad (5.11)$$

Le quote capitali sono (tutte) positive e verificano le condizioni (5.2) e (5.3).

## 5.4 La costruzione del PAST IT

Descriviamo in dettaglio la costruzione del PAST IT con *input* quote capitale che soddisfano la condizione (5.11), applicando le Regg. 1-2-3 alla quaterna di parametri contrattuali  $(D_0, N, k, i_k)$ .

Nella riga iniziale (riga 0) compare l'importo  $D_0$ , somma mutuata e debito iniziale.

Nella riga 1, la quota interessi è  $I_1 = D_0 \cdot i_k$ . Si inserisce poi il valore della prima quota capitale  $C_1 = D_0/N$  della sequenza *input*. Segue  $R_1 = C_1 + I_1 = D_0 \cdot ((1/N) + i_k)$ . Si completa la prima riga determinando il debito residuo  $D_1 = D_0 - C_1 = D_0 \cdot (N - 1)/N$ . Si può constatare che risulta  $0 < D_1 < D_0$ . Il debito residuo  $D_1$  è positivo e non incorpora interessi scaduti non pagati e trasformati in debito aggiuntivo.

A partire dal valore del nuovo debito residuo si applica ancora la stessa logica, dapprima per la costruzione della riga 2 del PAST e poi via via di tutte le altre. Si può verificare che, per ogni  $h < N$ ,  $0 < D_h < D_{h-1}$ , il debito residuo si mantiene sempre positivo e non incorpora ad alcuna data interessi scaduti non pagati e trasformati in debito aggiuntivo.

Alla data finale  $T_N = T$ , il vincolo della condizione CED (5.1) garantisce che  $D_N = 0$ . L'adempimento dell'obbligazione del mutuatario si è completato con il pagamento dell'ultima rata. Essa comprende la quota interessi  $I_N = D_{N-1} \cdot i_k = (D_0/N) \cdot i_k$  e l'ultima quota capitale  $C_N = D_0/N$ , che completa la restituzione del debito.

Si presenta come esempio la tabella del PAST IT costruito a partire dalla seguente combinazione di valori dei parametri contrattuali:  $D_0 = 100.000$ ,  $T = 20$ ,  $k = 1$ ,  $j = 6,00\%$  (quindi  $N = k \cdot T = 20$ ,  $i_1 = j/1 = 6,00\%$ )<sup>18</sup>.

La Tabella 3 illustra il piano<sup>19</sup>.

<sup>18</sup>Le considerazioni sull'assenza di anatocismo che si ottengono per il caso con frequenza  $k = 1$  valgono anche se  $k \neq 1$  e in particolare, intero positivo  $> 1$ ; molto utilizzati nella pratica, i valori  $k = 2$  (rate semestrali) e  $k = 12$  (rate mensili).

<sup>19</sup>Si noti che per periodicità annue ( $k = 1$ )  $T_h = h$ .

$h$	$C_h$ (input)	$I_h$	$R_h$	$D_h$
0	–	–	–	100.000,00 €
1	5.000,00 €	6.000,00 €	11.000,00 €	95.000,00 €
2	5.000,00 €	5.700,00 €	10.700,00 €	90.000,00 €
3	5.000,00 €	5.400,00 €	10.400,00 €	85.000,00 €
4	5.000,00 €	5.100,00 €	10.100,00 €	80.000,00 €
5	5.000,00 €	4.800,00 €	9.800,00 €	75.000,00 €
6	5.000,00 €	4.500,00 €	9.500,00 €	70.000,00 €
7	5.000,00 €	4.200,00 €	9.200,00 €	65.000,00 €
8	5.000,00 €	3.900,00 €	8.900,00 €	60.000,00 €
9	5.000,00 €	3.600,00 €	8.600,00 €	55.000,00 €
10	5.000,00 €	3.300,00 €	8.300,00 €	50.000,00 €
11	5.000,00 €	3.000,00 €	8.000,00 €	45.000,00 €
12	5.000,00 €	2.700,00 €	7.700,00 €	40.000,00 €
13	5.000,00 €	2.400,00 €	7.400,00 €	35.000,00 €
14	5.000,00 €	2.100,00 €	7.100,00 €	30.000,00 €
15	5.000,00 €	1.800,00 €	6.800,00 €	25.000,00 €
16	5.000,00 €	1.500,00 €	6.500,00 €	20.000,00 €
17	5.000,00 €	1.200,00 €	6.200,00 €	15.000,00 €
18	5.000,00 €	900,00 €	5.900,00 €	10.000,00 €
19	5.000,00 €	600,00 €	5.600,00 €	5.000,00 €
20	5.000,00 €	300,00 €	5.300,00 €	0,00 €
<i>Tot</i>	100.000,00 €	63.000,00 €		

Tabella 3: PAST IT con *input* quote capitale,  $k = 1$  (frequenza annua).

Con riferimento all'esempio, la quota capitale  $C$  è costantemente pari a  $100.000/20 = 5.000$  €, in accordo alla (5.11). Le quote interessi  $I_h$  sono decrescenti, così come le rate  $R_h$ , somma di una quota capitale costante e di quote interessi decrescenti. In particolare, si può notare che le rate diminuiscono con ritmo costante (in progressione aritmetica): la differenza tra due rate consecutive è sempre pari a  $(D_0/N) \cdot i_k$ , cioè  $5.000 \cdot 6\% = 300$  €.

Ricapitolando: secondo l'accordo contrattuale riassunto dal PAST con *input* quote capitale costanti, il mutuatario si impegna a pagare ad ogni data  $T_h$  una rata costituita da una quota interessi sul debito residuo alla data  $T_{h-1}$  (inizio del periodo  $h$ -esimo), in linea con quanto previsto dalla combinazione degli artt. 1815 e 1284 CC, e da una quota capitale costante che soddisfa la condizione di chiusura elementare forte. Non vi è dunque alcun accordo che preveda che interessi esigibili in una o più date siano non pagati (in tutto o in parte) e trasformati in debito aggiuntivo produttivo di interessi. Il PAST IT non prevede alcun accordo *ex ante* di produzione di interessi su interessi scaduti e non pagati. In definitiva, nel PAST IT non vi è alcuna violazione dell'art. 1283 CC.

## 6 I PAST con *input rate*

Consideriamo in questa sezione i PAST con *input* una sequenza  $R_1, \dots, R_h, \dots, R_N$  di rate che soddisfano la condizione di chiusura finanziaria forte (CFF).

### 6.1 La condizione di chiusura finanziaria forte CFF

La condizione CFF è data dalle seguenti relazioni che debbono essere soddisfatte dalle rate *input* di un PAST:

$$R_1 \cdot (1 + i_k)^{-1} + \dots + R_h \cdot (1 + i_k)^{-h} + \dots + R_N \cdot (1 + i_k)^{-N} = D_0, \quad (6.1)$$

$$R_h \geq I_h \text{ per } h = 1, \dots, N - 1, \quad (6.2)$$

$$R_N > I_N. \quad (6.3)$$

La sola condizione (6.1) è detta condizione di chiusura finanziaria debole o classica (CFD). Essa richiede che la somma dei valori attuali di tutte le rate (in regime composto e con saggio periodale effettivo degli interessi pari a quello utilizzato nel calcolo delle quote interessi del PAST) pareggi l'importo della somma mutuata. Ciò significa che vi è equilibrio in regime composto tra prestazioni del mutuante e prestazioni del mutuatario.

Tenuto conto che, per la Reg. 2<sup>bis</sup>, è  $C_h = R_h - I_h$  per ogni  $h$ , le (6.2) e (6.3) sono perfettamente equivalenti alle corrispondenti (5.2) e (5.3).

### 6.2 Condizione CFF in un PAST con *input rate* e divieto di anatocismo

Anche nei PAST con *input rate*, la sola condizione di chiusura finanziaria debole (CFD) insieme con le regole del PAST non sono sufficienti a garantire il rispetto del divieto posto dall'art. 1283 CC. Ciò deriva dal fatto che la (6.1) consente l'esistenza di rate inferiori alle quote interessi e, dunque, di quote capitale negative.

Consideriamo un PAST con *input rate* in cui sia:

$$R_1 < I_1 = D_0 \cdot i_k. \quad (6.4)$$

Applicando le Regg. 2<sup>bis</sup> e 3 si ha, rispettivamente per la quota capitale e il debito residuo in  $T_1$ :

$$C_1 = (R_1 - I_1) < 0, \quad (6.5)$$

$$D_1 = D_0 - C_1 = D_0 + I_1 - R_1 = D_0 + D_0 \cdot i_k - R_1 > D_0. \quad (6.6)$$

Nel periodo successivo (per la Reg. 1) risulta:

$$I_2 = D_1 \cdot i_k = (D_0 + I_1 - R_1) \cdot i_k . \quad (6.7)$$

La (6.7) evidenzia che un PAST siffatto (con *input* rate rispettose della condizione CFD, ma inferiori alle quote interessi) configura un accordo a priori che produce, già a partire dalla seconda rata, una quota interessi che comprende anche la parte  $(I_1 - R_1) \cdot i_k$  di interessi su interessi.

Il contratto di mutuo descritto da tale PAST che determina anche una sola quota capitale negativa è dunque parimenti illegittimo per violazione dell'art. 1283 CC, come già commentato per il PAST con *input* quote capitale direttamente negative. Tuttavia, mentre la verifica dell'illegittimità per anatocismo è immediata nei PAST con *input* quote capitale non rispettose della condizione CEF, non lo è altrettanto nei PAST con *input* rate che non rispettano la condizione CFF<sup>20</sup>.

Si conclude che in un PAST la condizione di chiusura finanziaria forte (CFF) è necessaria e sufficiente per escludere la violazione del divieto posto dall'art. 1283 CC.

### 6.3 Il PAST Francese come PAST con *input* rata costante e condizione CFF

Il PAST noto come francese (PAST FR), o a rata  $R$  costante, è un PAST con *input* rate che soddisfa la condizione CFF. Il valore di  $R$  si può determinare accoppiando la condizione CFD (6.1):

$$R_1 \cdot (1 + i_k)^{-1} + \dots + R_h \cdot (1 + i_k)^{-h} + \dots + R_N \cdot (1 + i_k)^{-N} = D_0$$

e la condizione di costanza delle rate per  $h = 1, \dots, N$ :

$$R_h = R . \quad (6.8)$$

Raccogliendo  $R$  si ottiene la relazione:

$$R \cdot ((1 + i_k)^{-1} + \dots + (1 + i_k)^{-h} + \dots + (1 + i_k)^{-N}) = D_0 . \quad (6.9)$$

<sup>20</sup>Data la rata in *input*, bisogna accertare a ogni stadio che la quota interessi sia inferiore (o almeno non superiore) alla rata. La verifica è peraltro immediata nel caso in cui la rata sia pari a zero. Questa è proprio la fattispecie che l'art. 1283 CC vuole scongiurare; in particolare, il ripetersi di rate nulle a ogni scadenza con trasformazione degli interessi in debito aggiuntivo determina il fenomeno noto come crescita esponenziale del debito.

Si prova che la somma entro parentesi tonda del primo membro vale:

$$\frac{1 - (1 + i_k)^{-N}}{i_k}; \quad (6.10)$$

Ne consegue che la rata costante della sequenza *input* del PAST FR è data da:

$$R = D_0 \cdot \frac{i_k}{1 - (1 + i_k)^{-N}}. \quad (6.11)$$

#### 6.4 La costruzione del PAST FR

Descriviamo in dettaglio la costruzione del PAST con *input* la sequenza di rate costanti (6.11) che soddisfano la condizione CFF (6.1-6.2-6.3), applicando le Regg. 1-2<sup>bis</sup>-3 alla quaterna di parametri contrattuali  $(D_0, N, k, i_k)$ .

Nella riga iniziale (riga 0) compare al solito l'importo  $D_0$ , somma mutuata e debito iniziale.

Nella riga 1 del PAST, per la Reg. 1, la quota interessi è ancora  $I_1 = D_0 \cdot i_k$ . Si inserisce poi il valore della prima rata (costante)  $R_1 = D_0 \cdot \frac{i_k}{1 - (1 + i_k)^{-N}}$  della sequenza *input*.

Per la Reg. 2<sup>bis</sup> è poi:

$$\begin{aligned} C_1 = R_1 - I_1 &= D_0 \cdot \frac{i_k}{1 - (1 + i_k)^{-N}} - D_0 \cdot i_k = \\ &= D_0 \cdot i_k \cdot \frac{(1 + i_k)^{-N}}{1 - (1 + i_k)^{-N}} = R_1 \cdot (1 + i_k)^{-N}. \end{aligned} \quad (6.12)$$

La quota capitale, positiva, è ovviamente inferiore alla rata<sup>21</sup>.

Si completa la riga applicando la Reg. 3 per determinare il debito residuo:

$$D_1 = D_0 - C_1 = D_0 - D_0 \cdot i_k \cdot \frac{(1 + i_k)^{-N}}{1 - (1 + i_k)^{-N}} = D_0 \cdot \frac{1 - (1 + i_k)^{-(N-1)}}{1 - (1 + i_k)^{-N}}. \quad (6.13)$$

Si può constatare che risulta  $0 < D_1 < D_0$ <sup>22</sup>. Il debito residuo  $D_1$  non incorpora interessi scaduti non pagati e trasformati in debito aggiuntivo. Non vi è violazione dell'art. 1283 CC.

A partire dal valore del nuovo debito residuo, si applica ancora la stessa logica, dapprima per la costruzione della riga 2 del PAST e poi via via di tutte le altre. Per ogni  $h < N$ , risulta

<sup>21</sup>Si tenga conto che  $(1 + i_k)^{-N} = \frac{1}{(1 + i_k)^N}$ , con denominatore maggiore di 1 per  $i_k > 0$ .

<sup>22</sup>Nella (6.13), il fattore moltiplicativo di  $D_0$  è minore di 1.

$0 < D_h < D_{h-1}$ : il debito residuo si mantiene sempre positivo e non incorpora, ad alcuna data, interessi scaduti non pagati e trasformati in debito aggiuntivo.

Per la costruzione dell'ultima riga del PAST, si può verificare che fra debito residuo  $D_{N-1}$  e rata  $R_N$  vale la relazione  $D_{N-1} = R_N \cdot (1 + i_k)^{-1}$ , equivalente alla  $R_N = D_{N-1} \cdot (1 + i_k) = D_{N-1} + D_{N-1} \cdot i_k$ . Abbiamo così scomposto l'ultima rata nella somma dell'ultima quota interessi  $I_N = D_{N-1} \cdot i_k$  (per la Reg. 1) e dell'ultima quota capitale  $C_N = D_{N-1}$  (per la Reg. 2<sup>bis</sup>,  $C_N = R_N - I_N$ ). Ne consegue, per la Reg. 3,  $D_N = D_{N-1} - C_N = 0$ .

Nella Tabella 4 si presenta la tabella del PAST FR costruito a partire dalla medesima combinazione di valori dei parametri contrattuali visti per il PAST IT:  $D_0 = 100.000$ ,  $T = 20$ ,  $k = 1$ ,  $j = 6,00\%$ .

$h$	$R_h$ (input)	$I_h$	$C_h$	$D_h$
0	-	-	-	100.000,00€
1	8.718,46€	6.000,00€	2.718,46€	97.281,54€
2	8.718,46€	5.836,89€	2.881,56€	94.399,98€
3	8.718,46€	5.664,00€	3.054,46€	91.345,52€
4	8.718,46€	5.480,73€	3.237,72€	88.107,80€
5	8.718,46€	5.286,47€	3.431,99€	84.675,81€
6	8.718,46€	5.080,55€	3.637,91€	81.037,91€
7	8.718,46€	4.862,27€	3.856,18€	77.181,72€
8	8.718,46€	4.630,90€	4.087,55€	73.094,17€
9	8.718,46€	4.385,65€	4.332,81€	68.761,37€
10	8.718,46€	4.125,68€	4.592,77€	64.168,59€
11	8.718,46€	3.850,12€	4.868,34€	59.300,25€
12	8.718,46€	3.558,02€	5.160,44€	54.139,81€
13	8.718,46€	3.248,39€	5.470,07€	48.669,75€
14	8.718,46€	2.920,18€	5.798,27€	42.871,47€
15	8.718,46€	2.572,29€	6.146,17€	36.725,31€
16	8.718,46€	2.203,52€	6.514,94€	30.210,37€
17	8.718,46€	1.812,62€	6.905,83€	23.304,54€
18	8.718,46€	1.398,27€	7.320,18€	15.984,35€
19	8.718,46€	959,06€	7.759,39€	8.224,96€
20	8.718,46€	493,50€	8.224,96€	0,00€
Tot		74.369,11€	100.000,00€	

Tabella 4: PAST FR con input rate,  $k = 1$  (frequenza annua).

Nell'esempio, la rata  $R$  in input è costantemente pari a  $100.000 \cdot \frac{6\%}{1 - (1 + 6\%)^{-20}} = 8.718,46€$ , in accordo alla (6.11). Le quote interessi  $I_h$  sono decrescenti, mentre le quote capitale  $C_h$  crescono specularmente in modo da mantenere costante la rata. In particolare, si può constatare che le quote capitale crescono in progressione geometrica: il rapporto tra due quote capitale consecutive è sempre pari a  $1 + 6\% = 1,06$ .

In effetti, è ben noto che la sequenza di quote capitale output del PAST con input rata costante cresce in progressione geometrica di ragione  $1 + i_k$ . Algebricamente risulta quindi,

per ogni  $h = 1, \dots, N - 1$ :

$$C_{h+1} = C_h \cdot (1 + i_k) . \quad (6.14)$$

Tale sequenza soddisfa inoltre la condizione CEF: tutte le quote capitale sono positive e la loro somma è pari a  $D_0 = 100.000 \text{ €}$ .

## 6.5 Il PAST FR come PAST con *input* quote capitale crescenti in progressione geometrica e condizione CEF

I risultati esibiti dalla nostra analisi sono decisivi. La costruzione di un PAST FR mediante la (6.1) ha il pregio di essere estremamente semplice e diretta, ma la pretesa dell'insostituibile necessità di questo approccio non ha alcun fondamento. Il PAST FR, infatti, può essere generato in maniera altrettanto rigorosa, algebricamente e giuridicamente coerente, a partire da un *input* quote capitale crescenti in progressione geometrica (di ragione dipendente dai parametri contrattuali) che soddisfa la condizione CEF. Si sottolinea che, dati i valori dei parametri contrattuali, il piano di ammortamento con quote capitale crescenti in progressione geometrica di ragione  $1 + i_k$  che soddisfano la condizione CEF è l'unico PAST a rata costante<sup>23</sup>.

Descriviamo allora in dettaglio la procedura per la costruzione del PAST FR a partire dall'*input* quote capitale crescenti in progressione geometrica che soddisfa la condizione CEF (5.1-5.2-5.3). Tenuto conto che la sequenza delle quote capitale è descritta dalla relazione  $C_{h+1} = C_h \cdot (1 + i_k)$  (6.14), la condizione CED (5.1) può essere riscritta in funzione della quota capitale  $C_1$  nel modo seguente:

$$C_1 \cdot (1 + i_k)^0 + C_1 \cdot (1 + i_k)^1 + \dots + C_1 \cdot (1 + i_k)^{h-1} + \dots + C_1 \cdot (1 + i_k)^{N-1} = D_0 . \quad (6.15)$$

Raccogliendo  $C_1$  si ha:

$$C_1 \cdot ((1 + i_k)^0 + (1 + i_k)^1 + \dots + (1 + i_k)^{h-1} + \dots + (1 + i_k)^{N-1}) = D_0 ; \quad (6.16)$$

dopo alcuni passaggi algebrici si ottiene la seguente formula chiusa per  $C_1$ :

$$C_1 = D_0 \cdot \frac{i_k}{(1 + i_k)^N - 1} , \quad (6.17)$$

ovvero, con i nostri dati,  $C_1 = 100.000 \cdot \frac{0,06}{(1,06)^{20} - 1} = 2.718,46 \text{ €}$ .

<sup>23</sup>Un PAST con quote capitale crescenti in progressione geometrica, ma di ragione diversa da  $1 + i_k$ , è un PAST a rata non costante.

Nella riga iniziale della tabella (riga 0) compare al solito l'importo  $D_0$ , somma mutuata e debito iniziale.

Nella riga 1 del PAST, per la Reg. 1, la quota interessi è ancora  $I_1 = D_0 \cdot i_k$ . Si inserisce poi il valore della prima quota capitale della sequenza *input*  $C_1$ ; per la Reg. 2 si ottiene il valore della prima rata *output*:

$$R_1 = C_1 + I_1 = D_0 \cdot i_k \cdot \frac{(1 + i_k)^N}{(1 + i_k)^N - 1}. \quad (6.18)$$

Moltiplicando numeratore e denominatore del secondo membro per  $(1 + i_k)^{-N}$ , si ottiene la equivalente

$$R_1 = D_0 \cdot \frac{i_k}{1 - (1 + i_k)^{-N}}, \quad (6.19)$$

che coincide con la (6.11), valore della rata costante del PAST FR con *input* rata costante.

La prima riga si completa con il valore del debito residuo applicando la Reg. 3:

$$D_1 = D_0 - C_1 = D_0 - D_0 \cdot \frac{i_k}{(1 + i_k)^N - 1} = D_0 \cdot \frac{(1 + i_k)^N - (1 + i_k)}{(1 + i_k)^N - 1}. \quad (6.20)$$

Anche qui, moltiplicando numeratore e denominatore del secondo membro per  $(1 + i_k)^{-N}$ , si ottiene la equivalente

$$D_1 = D_0 \cdot \frac{1 - (1 + i_k)^{-(N-1)}}{1 - (1 + i_k)^{-N}}, \quad (6.21)$$

che coincide con il valore, alla data  $T_1$ , del debito residuo del PAST FR con *input* rata costante (cfr. (6.13)).

Si procede ancora applicando la stessa logica alle righe successive e si può constatare che il PAST costruito a partire dall'*input* quote capitale crescenti in progressione geometrica di ragione  $1 + i_k$  che soddisfano la condizione CEF coincide con il PAST con *input* rate costanti che soddisfano la condizione CFF, cioè con il PAST FR.

Ciò conferma che il PAST FR con *input* rata è perfettamente legittimo, in quanto coincide con un PAST con *input* quote capitale che soddisfano la condizione CEF e a sua volta legittimo (vedi par. 5.2).

Uno sguardo alla Tabella 5 ci permette di verificare quanto appena commentato.

$h$	$R_h$ (input)	$I_h$	$C_h$	$D_h$	$h$	$C_h$ (input)	$I_h$	$R_h$	$D_h$
0	–	–	–	100.000,00 €	0	–	–	–	100.000,00 €
1	8.718,46 €	6.000,00 €	2.718,46 €	97.281,54 €	1	2.718,46 €	6.000,00 €	8.718,46 €	97.281,54 €
2	8.718,46 €	5.836,89 €	2.881,56 €	94.399,98 €	2	2.881,56 €	5.836,89 €	8.718,46 €	94.399,98 €
3	8.718,46 €	5.664,00 €	3.054,46 €	91.345,52 €	3	3.054,46 €	5.664,00 €	8.718,46 €	91.345,52 €
4	8.718,46 €	5.480,73 €	3.237,72 €	88.107,80 €	4	3.237,72 €	5.480,73 €	8.718,46 €	88.107,80 €
5	8.718,46 €	5.286,47 €	3.431,99 €	84.675,81 €	5	3.431,99 €	5.286,47 €	8.718,46 €	84.675,81 €
6	8.718,46 €	5.080,55 €	3.637,91 €	81.037,91 €	6	3.637,91 €	5.080,55 €	8.718,46 €	81.037,91 €
7	8.718,46 €	4.862,27 €	3.856,18 €	77.181,72 €	7	3.856,18 €	4.862,27 €	8.718,46 €	77.181,72 €
8	8.718,46 €	4.630,90 €	4.087,55 €	73.094,17 €	8	4.087,55 €	4.630,90 €	8.718,46 €	73.094,17 €
9	8.718,46 €	4.385,65 €	4.332,81 €	68.761,37 €	9	4.332,81 €	4.385,65 €	8.718,46 €	68.761,37 €
10	8.718,46 €	4.125,68 €	4.592,77 €	64.168,59 €	10	4.592,77 €	4.125,68 €	8.718,46 €	64.168,59 €
11	8.718,46 €	3.850,12 €	4.868,34 €	59.300,25 €	11	4.868,34 €	3.850,12 €	8.718,46 €	59.300,25 €
12	8.718,46 €	3.558,02 €	5.160,44 €	54.139,81 €	12	5.160,44 €	3.558,02 €	8.718,46 €	54.139,81 €
13	8.718,46 €	3.248,39 €	5.470,07 €	48.669,75 €	13	5.470,07 €	3.248,39 €	8.718,46 €	48.669,75 €
14	8.718,46 €	2.920,18 €	5.798,27 €	42.871,47 €	14	5.798,27 €	2.920,18 €	8.718,46 €	42.871,47 €
15	8.718,46 €	2.572,29 €	6.146,17 €	36.725,31 €	15	6.146,17 €	2.572,29 €	8.718,46 €	36.725,31 €
16	8.718,46 €	2.203,52 €	6.514,94 €	30.210,37 €	16	6.514,94 €	2.203,52 €	8.718,46 €	30.210,37 €
17	8.718,46 €	1.812,62 €	6.905,83 €	23.304,54 €	17	6.905,83 €	1.812,62 €	8.718,46 €	23.304,54 €
18	8.718,46 €	1.398,27 €	7.320,18 €	15.984,35 €	18	7.320,18 €	1.398,27 €	8.718,46 €	15.984,35 €
19	8.718,46 €	959,06 €	7.759,39 €	8.224,96 €	19	7.759,39 €	959,06 €	8.718,46 €	8.224,96 €
20	8.718,46 €	493,50 €	8.224,96 €	0,00 €	20	8.224,96 €	493,50 €	8.718,46 €	0,00 €
Tot		74.369,11 €	100.000,00 €		Tot	100.000,00 €	74.369,11 €		

Tabella 5: PAST FR con *input* rate (a sinistra) e quote capitale (a destra),  $k = 1$  (frequenza annua).

## 6.6 Una riflessione sul PAST FR

Usualmente, il PAST FR è proposto come un PAST con *input* rate (costanti) che soddisfa la condizione di chiusura finanziaria, utilizzata per determinare l'importo della rata costante. Posto che la condizione CFF opera nella cornice del regime composto, alcuni sostenitori della corrente anatocistica ne fanno derivare la violazione sostanziale dell'art. 1283 CC.

Questa argomentazione è completamente priva di fondamento. Abbiamo già visto, nel par. 6.5, che il PAST FR a rata costante può essere costruito, senza difficoltà alcuna, come PAST con *input* quote capitale crescenti in progressione geometrica di ragione  $1 + i_k$  e determinate sulla base della condizione CED. È falso che l'utilizzo della condizione CFF sia necessaria premessa della costruzione del PAST a rata costante. Il collegamento con il regime composto è una conseguenza e non una premessa.

Dunque, ragionare in termini di *input* e *output* può essere comodo dal punto di vista algebrico (per rapidità e semplicità di calcolo), ma ciò non determina una illegittima presenza (secondo l'art. 1283 CC) di interessi su interessi.

L'abbaglio è causato dalla pretesa degli anatocisti di associare la prestazione  $R_h$  del mutuatario a una quota capitale corrispondente  $C_h$  che si vorrebbe definire come valore attuale (in regime composto) alla data  $T_0$  di tale prestazione o, inversamente, nel definire  $R_h$  come montante (in regime composto) alla data  $T_h$  di tale pretesa quota capitale. Questo però significa rifiutare l'esigibilità periodica degli interessi, ritenendo necessaria e ineludibile la loro

esigibilità alla data di rimborso/restituzione della parte di somma mutuata corrispondente (ovvero della quota capitale in scadenza a tale data).

Analizziamo in dettaglio la questione.

Algebricamente, in questa impostazione,  $C_h = R_h \cdot (1 + i_k)^{-h}$ , ovvero  $R_h = C_h \cdot (1 + i_k)^h$ . Data la costanza delle rate ( $R_h = R$ ), è facile accertare che la sequenza *output* delle quote capitale soddisfa la  $C_{h+1} \cdot (1 + i_k)^{h+1} = C_h \cdot (1 + i_k)^h$ , da cui  $C_{h+1} = C_h \cdot (1 + i_k)^{-1}$ . Ne consegue che la sequenza delle quote capitale *output* è decrescente (anziché crescente)<sup>24</sup>.

Si scontrano qui due modalità diverse di costruzione di un piano di ammortamento in funzione di una comune sequenza di rate costanti (secondo la (6.11)) in *input* del piano.

Applicando le regole del PAST, a partire dal primo periodo, si calcola dapprima (Reg. 1) la quota interessi  $I_1 = D_0 \cdot i_k$  e si deduce per differenza (Reg. 2<sup>bis</sup>) la prima quota capitale  $C_1 = R - I_1$ , come descritto nel par. 6.4 (cfr. (6.12)). Si completa la riga 1 applicando la Reg. 3 per determinare il debito residuo  $D_1 = D_0 - C_1$  (cfr. (6.13)). A ogni stadio successivo si procede ancora con la stessa logica.

Nella versione alternativa, invece, si calcola innanzitutto la prima quota capitale  $C_1 = R_1 \cdot (1 + i_k)^{-1}$  e, utilizzando una versione algebricamente equivalente della Reg. 2 (diversa dalla Reg. 2<sup>bis</sup>), si deduce per differenza la prima quota interesse  $I_1 = R_1 - C_1$ . Per completare la riga 1 si applica ancora la Reg. 3:  $D_1 = D_0 - C_1$ . A ogni stadio successivo si procede ancora con la stessa logica.

I due approcci hanno in comune le Regg. 2 e 3, mentre è differente la struttura della Reg. 1<sup>25</sup>. Nella versione alternativa, la Reg. 1 non si limita a modificare la formula del calcolo degli interessi ma, invertendo la priorità, propone una formula diretta del calcolo della quota capitale. A sua volta, questa differenza comporta modifiche negli importi delle altre grandezze rilevanti del piano, debito residuo compreso<sup>26</sup>.

Gli anatocisti pretendono che il PAST sia la traduzione di un accordo illegittimo, in quanto esso implica, per ogni quota capitale, esigibilità periodica degli interessi generati da tale quota. Interessi che, invece, essi ritengono sia necessario e ineludibile esigere solo alla data di restituzione della parte di somma mutuata (quota capitale in scadenza a tale data) cui si riferiscono.

Nessuna norma suffraga questa perentoria imposizione. Non lo fa certamente l'art. 1283 CC, che fa esplicito riferimento al divieto di capitalizzare (per accordo *a priori*) interessi scaduti e, dunque, li tratta esplicitamente come frutto di un legittimo accordo di esigibilità periodica, incorporato in un piano di ammortamento.

<sup>24</sup>Ed è anche esattamente invertita rispetto a quella del PAST FR costruito applicando le regole tradizionali.

<sup>25</sup>Sul punto si vedano le riflessioni a fine paragrafo sul *principio di priorità degli interessi rispetto al capitale*.

<sup>26</sup>Ci limitiamo qui a segnalare che ciò ha importanti riflessi anche sulla procedura di surroga di un contratto di mutuo.

La conferma della piena legittimità di accordi di esigibilità periodica degli interessi si trova nell'art. 820 CC. Esso inquadra gli interessi dei capitali come frutti civili, accomunandoli alle rendite vitalizie e a ogni altra rendita e al corrispettivo (canone) delle locazioni, cioè a prestazioni tipicamente caratterizzate da esigibilità periodica con cadenza definibile contrattualmente (si veda il commento all'art. 820 CC nel capitolo 2, a pag. 5).

L'art. 820 CC precisa, inoltre, che i frutti civili sono quelli che si ritraggono (nel mutuo, che il mutuante ritrae periodicamente ove vi sia accordo in tal senso) dalla cosa (dalla somma mutuata non ancora restituita) come corrispettivo del godimento (della disponibilità nel periodo) che altri (il mutuatario) ne abbia. Con riferimento alla esigibilità periodica, la Reg. 1 è la perfetta traduzione algebrica di questa impostazione giuridica e la sua legittimità non può essere messa in discussione.

Certo, nulla vieta che le parti si accordino per rifiutare l'esigibilità periodica degli interessi e concordino invece altre soluzioni; ma queste altre soluzioni debbono essere frutto di un esplicito accordo contrattuale, tradotto in un piano differente dal PAST FR, e non di un'interpretazione unilaterale, a arbitrio del mutuatario, del piano tradizionale.

Proprio la mancanza di un'esplicita e consapevole adesione da parte del mutuatario a un accordo contrattuale confezionato e proposto dal mutuante "Banca" è l'argomento utilizzato (da un'ala di anatocisti meno radicali) per mettere in discussione la legittimità di uno specifico contratto (e non in generale dell'intera categoria dei PAST FR).

Non riteniamo sia di nostra competenza analizzare dettagli relativi agli accordi contrattuali e ai connessi obblighi di trasparenza informativa che la legislazione impone. Poiché la questione si risolve, in pratica, nella ripartizione (imputazione) dell'importo (concordato) della rata costante fra quota interessi e quota capitale, dobbiamo sottolineare però il ruolo dell'art. 1194 CC (vedi commento all'art. 1194 CC nel capitolo 2, a pag. 7). Esso prevede che, salvo il consenso del creditore (del mutuatario), il pagamento (la rata) fatto in conto di capitale (quota capitale) e di interessi (quota interessi) deve essere imputato prima agli interessi (principio di priorità degli interessi rispetto al capitale). *La traduzione algebrica di questo principio giuridico è che (perfino in assenza di un esplicito accordo) il piano di ammortamento va costruito secondo le regole del PAST, a partire dal calcolo della quota interessi e deducendo per differenza la quota capitale e non viceversa.*

## 7 Conclusioni sulla legittimità del PAST

Riassumiamo qui i risultati che una virtuosa interazione fra diritto e matematica consente di raggiungere sulla piena legittimità dei PAST che soddisfano una condizione di chiusura forte (CEF o CFF) e, in particolare, del PAST FR costruito a partire da un *input* rata costante che soddisfa la condizione CFF.

Nel contratto di mutuo, l'obbligazione del mutuatario consiste nell'adempimento delle prestazioni principale (quote capitale) e accessoria (quote interessi) alle date contrattualmente concordate.

Per quanto riguarda la prestazione principale, è pacifica l'autonomia negoziale nella determinazione delle date e degli importi dei pagamenti (quote capitale) nel rispetto della condizione CEF.

Per quanto riguarda la prestazione accessoria (gli interessi), i principi chiave sono, nell'ordine: principio di fertilità del denaro (del capitale); di esigibilità periodica dei frutti del capitale (interessi); di autonomia negoziale nella determinazione della cadenza di esigibilità dei frutti; di priorità dell'interesse sul capitale nell'imputazione dei pagamenti del mutuatario.

In dettaglio:

- la fertilità del denaro è sancita, come principio generale, dagli artt. 1282 e 820 del CC e, nello specifico del contratto di mutuo, dall'art. 1815 CC.

I frutti del capitale sono gli interessi: in base all'art. 820 CC, essi sono il corrispettivo per la disponibilità del capitale.

L'art. 1284 CC, chiamato in causa dall'art. 1815 CC, enuncia un criterio di validità generale per il calcolo degli interessi, applicabile anche al mutuo in virtù del richiamo: gli interessi maturati in un certo periodo di tempo debbono essere proporzionali, secondo un saggio concordato contrattualmente, sia al capitale di riferimento che alla durata, misurata in anni, del periodo di maturazione. Il combinato disposto degli artt. 1284 e 820 CC implica che il capitale di riferimento è l'importo della parte di somma mutuata non ancora restituita (debito residuo) all'inizio del periodo di maturazione.

- I PAST presuppongono accordo contrattuale fra le parti per una durata *standard* uniforme, pari a una frazione di  $1/k$  di anno, dei periodi di maturazione degli interessi e l'esigibilità periodica, tanto degli interessi maturati quanto della quota capitale concordata, alla fine di ciascun periodo. Contrariamente a quanto sostenuto dagli anatocisti, l'esigibilità periodica (purché frutto di accordo contrattuale) è pienamente legittima. Conferma di questo principio si trova nell'art. 820 CC che, inquadrando gli interessi dei capitali come frutti civili, li accomuna alle rendite vitalizie e ad ogni altra rendita e al corrispettivo (canone) delle locazioni, cioè a prestazioni tipicamente caratterizzate da esigibilità periodica con cadenza definibile contrattualmente.
- Quanto al principio di autonomia negoziale nella scelta del parametro  $k$  che precisa la cadenza di esigibilità degli interessi maturati, esso è accolto da una larghissima

maggioranza dei giuristi, ivi compresi tutti quelli (scelti fra soggetti di alta reputazione scientifica e professionale) che hanno partecipato alle audizioni in seduta plenaria della Commissione.

- Infine, il principio di priorità nell'imputazione della prestazione del mutuatario agli interessi prima che al capitale, sancito nell'art. 1194 CC, esclude che il mutuatario possa invocare, prendendo a pretesto l'ignoranza di tali regole, una ripartizione della rata diversa da quella che deriva dall'applicazione delle regole del piano di ammortamento standardizzato tradizionale.

Vale dunque il seguente risultato, che sintetizza le conclusioni della Commissione:

Se un piano di ammortamento è un PAST costruito secondo le Regg. 1-2-3 applicate ai parametri contrattuali e innescato da una condizione di chiusura forte, sia essa elementare (nel caso di *input* quote capitale) o finanziaria (nel caso di *input* rate), esso è perfettamente legittimo. Il PAST così costruito rispetta pienamente tutti i principi chiave della normativa direttamente o indirettamente collegata al contratto di mutuo. In particolare, non è prevista la trasformazione di interessi scaduti e non pagati in debito aggiuntivo produttivo di interessi nei periodi successivi. Non vi è quindi violazione dell'art. 1283 CC.

Ciò è naturalmente subordinato al rispetto di quanto previsto dalla normativa sulla trasparenza delle condizioni contrattuali, nonché di altre guarentigie previste a tutela del contraente debole. Questo è un settore nel quale non riteniamo sia compito della Commissione proporre interpretazioni o suggerire soluzioni.





ISBN 978-88-3283-377-5



9 788832 833775 >