TUGAS AKHIR – KM184801

Optimisasi Robust untuk Mengatasi Masalah Pengendalian Rantai Pasok dengan Ketidakpastian Permintaan

ABDUR ROHIM
NRP 06111440000071

Dosen Pembimbing :
Drs. Suhud Wahyudi, M.Si
Drs. Sentot Didik Surjanto, M.Si

DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2019

TUGAS AKHIR – KM184801

Optimisasi Robust untuk Mengatasi Masalah Pengendalian Rantai Pasok dengan Ketidakpastian Permintaan

ABDUR ROHIM
NRP 06111440000071

Dosen Pembimbing :
Drs. Suhud Wahyudi, M.Si
Drs. Sentot Didik Surjanto, M.Si

DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2019

FINAL PROJECT – KM184801

Robust Optimization in Controlling Supply Chain Problems with Demand Uncertainty

ABDUR ROHIM
NRP 06111440000071

Dosen Pembimbing :
Drs. Suhud Wahyudi, M.Si
Drs. Sentot Didik Surjanto, M.Si

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics, Computation, and Science Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2019

LEMBAR PENGESAHAN

OPTIMISASI ROBUST UNTUK MENGATASI MASALAH PENGENDALIAN RANTAI PASOK DENGAN KETIDAKPASTIAN PERMINTAAN

ROBUST OPTIMIZATION IN CONTROLLING SUPPLY CHAIN PROBLEMS WITH DEMAND UNCERTAINTY

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat
Untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Pada bidang studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh:
ABDUR ROHIM
NRP. 06111440000071

Menyetujui

Dosen Pembimbing II,	Dosen Pembimbing I,
Drs. Sentot Didik Surjanto, M.Si	Drs. Suhud Wahyudi, M.Si.
NIP. 19600527 198701 1 001	NIP.19600109 198701 1 001

Mengetahui,
Kepala Departemen Matematika
FMKSD ITS

Dr. Imam Mukhlash, S.Si, M.T
NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, 19 Juni 2019

Optimisasi Robust untuk Mengatasi Masalah Pengendalian Rantai Pasok dengan Ketidakpastian Permintaan

Nama Mahasiswa : Abdur Rohim
NRP : 06111440000071
Department : Matematika FMKSD-ITS
Pembimbing 1 : Drs. Suhud Wahyudi, M.Si
Pembimbing 2 : Drs. Sentot Didik Surjanto, M.Si

Abstrak

Permasalahan persediaan yang disebabkan oleh ketidakpastian permintaan konsumen merupakan permasalahan yang dapat terjadi pada setiap elemen rantai pasok. Hal tersebut memicu tingginya biaya persediaan bila tidak dilakukan pengendalian persediaan. Pengendalian persediaan pada rantai pasok menggunakan metode Optimisasi *Robust* yang sudah terbukti handal dalam menangani ketidakpastian data. Penelitian dilakukan dalam beberapa langkah yaitu pengambilan data, pengolahan data dan penerapan model Optimisasi *Robust* pada permasalahan. Proses pengolahan data diawali dari mencari nilai *scaled deviation* yang optimal sehingga didapatkan nilai rata-rata baru permintaan produk. Hasil pengolahan data diterapkan pada model Optimisasi *Robust* dengan menggunakan *mixed integer programming* untuk tujuan meminimumkan total biaya persediaan dengan bergantung pada beberapa kendala yang harus terpenuhi. Model ini diterapkan pada ketidakpastian data permintaan produk *sheet* di PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para dan PT.IKN. Hasil Optimisasi *Robust* diperoleh total biaya persediaan minimum selama setahun berkisar antara Rp 47.236.416.302-Rp 47.236.487.145.

Kata Kunci : *Pengendalian persediaan, Ketidakpastian Permintaan, Rantai pasok, Optimisasi Robust*.

Robust Optimization in Controlling Supply Chain Problems with Demand Uncertainty

Nama Mahasiswa	**:**	**Abdur Rohim**
NRP	**:**	**06111440000071**
Department	**:**	**Mathematics FMKSD-ITS**
Pembimbing 1	**:**	**Drs. Suhud Wahyudi, M.Si**
Pembimbing 2	**:**	**Drs. Sentot Didik Surjanto, M.Si**

Abstract

Inventory problems caused by uncertainty in consumer demand are problems that can occur in each supply chain element. This triggers high inventory costs if inventory control is not carried out. Inventory control in the supply chain uses the Robust Optimization method that has proven reliable in handling data uncertainty. The study was conducted in several steps, namely data retrieval, data processing and application of the Robust Optimization model to the problem. Data processing begins with finding the optimal scaled deviation value so that the average value of new product demand is obtained. The results of data processing are applied to the Robust Optimization model by using mixed integer programming for the purpose of minimizing the total cost of inventory depending on several constraints that must be met. This model is applied to the uncertainty of sheet product demand data at PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para and PT. IKN. The Robust Optimization Results obtained a minimum total inventory cost for a year ranging between Rp 47.236.416.302-Rp 47.236.487.145.

Keyword : ***Inventory Control, Uncertainty of Data, Supply Chain, Robust Optimization***

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirabbil'alamin, segala puji bagi Allah yang telah melimpahkan taufiq dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir yang berjudul

"**Optimisasi Robust untuk Mengatasi Masalah Pengendalian Rantai Pasok dengan Ketidakpastian Permintaan**".

Tugas akhir ini merupakan salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FMKSD Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya. Dengan pengerjaan tugas akhir ini, penulis dapat belajar banyak untuk memperdalam dan meningkatkan apa yang telah didapatkan penulis selama menempuh perkuliahan di Matematika ITS.

Selesainya tugas akhir ini tidak terlepas dari bantuan dan dukungan beberapa pihak, sehingga pada kesempatan ini penulis menghaturkan terima kasih kepada:

1. Orang tua penulis Bapak Syamsuri dan Ibu Siti Rohani, serta keluarga penulis yang selalu memberikan dukungan doa, moral, dan material yang tak terhingga kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini.
2. Bapak Drs. Suhud Wahyudi, M.Si dan bapak Drs. Sentot Didik Surjanto, M.Si selaku dosen pembimbing penulis yang telah membimbing dan memberikan motivasi, nasehat dan bimbingan dalam menyelesaikan tugas akhir ini.

3. Bapak Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT selaku Kepala Departemen Matematika FMKSD ITS yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama perkuliahan hingga terselesaikannya Tugas Akhir ini.
4. Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si dan bapak Drs. Iis Herisman, M.Sc. selaku kordinator tugas akhir yang telah memberikan arahan akademik selama penulis kuliah di Departemen Matematika FMKSD ITS.
5. Ibu Dr. Dra. Mardlijah, M.T selaku dosen wali yang telah memberikan arahan akademik selama penulis kuliah di Departemen Matematika FMKSD ITS.
6. Bapak dan Ibu dosen penguji atas semua saran dan masukan yang telah diberikan
7. Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si dan bapak Drs. Iis Herisman, M.Sc. selaku kordinator tugas akhir yang telah memberikan arahan akademik selama penulis kuliah di Departemen Matematika FMKSD ITS.
8. Seluruh dosen dan karyawan Matematika ITS yang telah memberikan ilmu dan pengalaman kepada penulis selama menjalani masa studi di ITS.
9. Keluarga besar HIMATIKA ITS, IBNU MUQLAH ITS, AKSIOM14 dan juga Keluarga ASHAR yang telah memberikan banyak ilmu dan support kepada penulis.
10. Seluruh pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, yang turut membantu dalam penyusunan Tugas Akhir ini.

Penulis menyadari bahwa tugas akhir ini masih memiliki banyak kekurangan sehingga dengan kerendahan hati penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari pembaca untuk perbaikan kedepan.

Surabaya, 19 Juni 2019

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

DAFTAR SIMBOL

Z	=	Nilai fungsi tujuan
K_j	=	Nilai per unit kegiatan, untuk memaksimalkan ditunjukkan dengan keuntungan yang diperoleh per unit per kegiatan sementara untuk meminimalkan ditunjukkan dengan biaya yang dikeluarkan per unit per kegiatan
x_j	=	Banyaknya kegiatan j,dengan j = $1,2,3,\cdots,n$
a_{ij}	=	Banyaknya sumber daya *i* yang dikonsumsi kegiatan j.
b_i	=	Jumlah sumber daya *i*
k	=	$1,2,\cdots,N$
N	=	Total semua node pada *network*
E	=	Total eselon pada *network*
c_{ki}	=	Biaya Pembelian Barang eselon *i* kepada pemasoknya eselon k
$D_{ki}(t)$	=	Persediaan yang dipesan eselon i pada saat awal periode *t* kepada penyuplainya yaitu eselon k
K_{ki}	=	Biaya pemesanan barang eselon *i* kepada pemasoknya yaitu eselon *k*
$V_{ki}(t)$	=	Variabel biner 0 dan 1 (jika nilai K_{ki} bersifat pasti maka $V_{ki}(t) = 1$, jika nilai K_{ki} bersifat tidak pasti maka $V_{ki}(t) = 0$)
$Y_i(t)$	=	Maximum dari biaya penyimpanan dan biaya kekurangan pada persediaan
h_i	=	Biaya penyimpanan pada eselon i
p_i	=	Biaya kekurangan pada eselon i
$\overline{X}_i(t+1)$	=	Rata-rata permintaan pada eselon i pada periode $t+1$
M	=	Bilangan positif yang sangat besar

d_{ki}	=	Kapasitas Pemesanan
C_i	=	Kapasitas Gudang Penyimpanan
$Z_s(t)$	=	*scaled deviation* pada periode t
$\bar{W}_s(t)$	=	rata-rata dari W di *sink node s* pada periode t
$\widehat{W}_s(t)$	=	Standar deviasi maksimum dari W di *sink node s* pada periode t
$\Gamma_s(t)$	=	Batasan dari *scaled deviation*

BAB I

PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai hal-hal yang melatarbelakangi permasalahan kemudian didalamnya juga mencakup rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, dan manfaat.

1.1 LatarBelakang

Persaingan bisnis yang semakin ketat menuntut perusahaan untuk menyusun kembali strategi dan taktik bisnisnya sehari-hari. Salah satu strateginya yaitu menjalin hubungan antar elemen rantai pasok. Rantai pasok adalah suatu sistem tempat organisasi menyalurkan barang produksi dan jasanya kepada para pelanggannya. Rantai ini juga merupakan jaringan atau jejaring dari berbagai organisasi yang saling berhubungan yang mempunyai tujuan yang sama yaitu sebaik mungkin menyelenggarakan pengadaan atau penyaluran barang tersebut. Menjalin hubungan antar elemen rantai pasok yang baik dapat mewujudkan tujuan perusahaan yang ingin dicapai.Tujuan perusahaan pada umumnya yaitu untuk mendapatkan laba yang maksimal dan menekan pengeluaran agar perusahaan tetap komptetitif. Untuk mencapai tujuan tersebut tidak mudah karena dipengaruhi oleh beberapa faktor. Salah satu faktor yang mempengaruhi yaitu persediaan pada setiap elemen rantai pasok.

Persediaan merupakan bagian utama dalam kegiatan perusahaan yang dapat berdampak buruk jika tidak dikelola dengan baik karena persediaan merupakan bagian paling besar dari aset perusahaan, yang berkisar antara 30%-40% [1]. Tanpa adanya persediaan, para pengusaha akan dihadapkan dengan resiko bahwa perusahaannya pada suatu waktu tidak dapat memenuhi kebutuhan Konsumen [2]. Pemenuhan kebutuhan Konsumen sangat mempengaruhi tingkat kepuasan Konsumen. Tingkat kepuasan Konsumen diukur dengan persentase terjadinya `Persediaan habis', yaitu kejadian dimana rantai pasok tidak dapat memenuhi permintaan Konsumen karena tidak adanya persediaan. Biaya persediaan yang tinggi dapat muncul karena ketidakpastiaan permintaan. Untuk mengatasi hal tersebut diperlukan pengendalian persediaan.

Pengendalian persediaan secara tradisional menyebabkan kurangnya koordinasi dan kolaborasi dalam mengelola aliran informasi dan produk yang tepat pada Pabrik dan Distributor sehingga mengakibatkan jumlah persediaan yang kurang efisien. Kelebihan persediaan dapat menyebabkan biaya penyimpanan dan modal yang tertanam dalam bentuk persediaan tersebut bertambah besar sedangkan kekurangan persediaan menyebabkan perusahaan mengalami kehabisan barang (*stock out*). Oleh karena itu, sebuah perusahaan harus mengendalikan persediaan dalam memenuhi ketidakpastiaan permintaan Konsumen yang fluktuatif sehingga pengendalian persediaan pada tingkat optimal sangat diperlukan.

Salah satu model yang digunakan dalam pengedalian persediaan produk untuk meminimalkan biaya persediaan adalah Optimisasi *Robust*. Keutamaan penelitian ini terletak pada Optimisasi *Robust* itu sendiri. Satu rencana disebut tangguh (*Robust*) apabila mampu menghadapi ketidakpastian, yaitu tetap stabil meskipun beberapa parameter perencanaan berubah-ubah. Optimisasi *Robust* dalam mengatasi ketidakpastian permintaan dengan merencanakan dan mengendalikan persediaan pada tingkat optimal sehingga menghasilkan total biaya persediaan yang minimal. Metode Optimisasi *Robust* yang diajukan oleh Bertsimas dan Thiele adalah metode yang digunakan untuk menangani masalah-masalah yang berkaitan dengan ketidakpastian. Optimisasi *Robust* membahas masalah ketidakpastian data dengan menjamin kelayakan dan optimalitas dari solusi untuk kasus terburuk dari parameter [2]. Dalam Tugas Akhir ini penulis menerapkan Optimisasi *Robust* untuk Mengatasi Masalah Pengendalian Rantai Pasok dengan Ketidakpastian Permintaan.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan, didapatkan rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana penerapan Optimisasi *Robust* untuk menyelesaikan permasalahan pengendalian persediaan produk *sheet* pada rantai pasok dengan ketidakpastian permintaan?
2. Bagaimana hasil Optimisasi *Robust* terhadap total biaya persediaan produk *sheet* pada rantai pasok dengan ketidakpastian permintaan?

1.3 Batasan Masalah

1. Menggunakan pendekatan Optimisasi *Robust* yang dikembangkan oleh Bertsimas dan Thiele.
2. Data yang digunakan adalah data produk *sheet* PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para dan PT. IKN periode Januari 2008–Desember 2008.

1.4 Tujuan

1. Menerapkan Optimisasi *Robust* terhadap permasalahan pengendalian persediaan produk *sheet* pada rantai pasok dengan ketidakpastian permintaan.
2. Mendapatkan total biaya persediaan produk *sheet* pada rantai pasok dengan ketidakpastian permintaan.

1.5 Manfaat

1. Diperolehnya informasi total biaya persediaan yang optimum dengan ketidakpastian permintaan
2. Diperolehnya informasi bagaimana Optimisasi *Robust* dapat memberikan solusi terhadap ketidakpastian permintaan pada permasalahan pengendalian persediaan rantai pasok

1.6 Sistematika Penulisan Laporan

1. BAB I PENDAHULUAN

   Bab ini menjelaskan latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat dan sistematika penulisan.
2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA

   Bab ini menjelaskan tentang landasan teori yang mendukung penelitian, antara lain rantai pasok, pengendalian persediaan, optimisasi, *linier programming,* formulasi Optimisasi *Robust,* model pendekatan Optimisasi *Robust* pada permasalahan persediaan menggunakan *linier progamming*.
3. BAB III METODE PENELITIAN

   Bab ini menjelaskan tentang tahap-tahap yang dilakukan dalam penyusunan.
4. BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

   Pada Bab ini dilakukan menjelaskan implementasi model *Robust* pada kasus pengendalian persediaan produk yang ada pada permasalahan ini dan perhitungan dengan menggunakan software MATLAB.
5. BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

   Bab ini menjelaskan tentang penarikan kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan masalah pada bab sebelumnya serta saran yang diberikan untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini diuraikan mengenai penelitian terdahulu, dan dasar teori yang digunakan dalam penyusunan. Dasar teori terdiri dari yaitu rantai pasok, pengendalian persediaan, optimisasi, *linier programming*, formulasi Optimisasi *Robust*, model pendekatan Optimisasi *Robust* pada permasalahan persediaan menggunakan *linier progamming*.

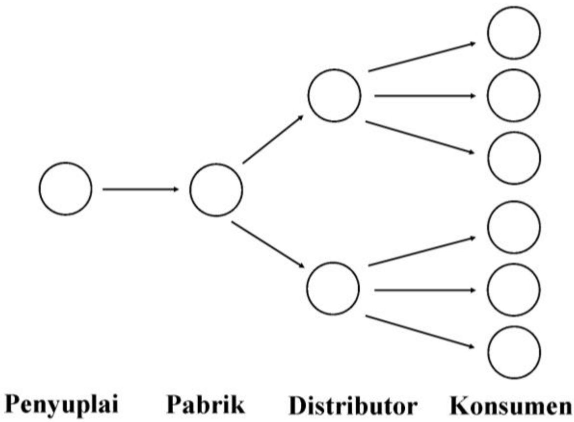
2.1 Penelitian Terdahulu

Pengendalian persediaan produk merupakan salah satu faktor yang mempengaruhi dari tujuan suatu perusahaan yaitu memperoleh laba atau keuntungan dan karena persedian merupakan salah satu aset terpenting yang dimiliki *supply chain*. Dalam Tugas Akhir ini penulis merujuk pada beberapa penelitian terdahulu yang sesuai dengan topik yang diambil. Rujukan yang pertama adalah oleh Panggabean, D dengan judul "Analisis Logistik Dengan Menggunakan Konsep Supply Chain Management (SCM) Di PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para". Pada penelitian ini membahas tentang penerapan metode Economic Order Quality (EOQ) pada suatu perusahaan industri yang bergerak di bidang pengolahan getah latex menjadi *sheet* yaitu PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para. Perhitungan nilai EOQ pada penelitian ini dilihat dari dua situasi, yaitu tanpa koordinasi dan dengan koordinasi antar Supply Chain. Dan Hasil perhitungan EOQ tanpa koordinasi Supply Chain merupakan ukuran pemesanan yang optimal bagi retailer saja. Sedangkan EOQ dengan koordinasi Supply Chain merupakan ukuran pemesanan yang optimal bagi retailer dan perusahaan[3].

Sedangkan pada penelitian Aulia, B menulis tugas akhirnya dengan berjudul “Optimisasi Robust Untuk Masalah Pengendalian Biaya Persediaan Produk Sandal” Dengan menggunakan Optimisasi *Robust* pada produk sandal PT XYZ untuk meminimumkan biaya persedian produk sandal dengan ketidakpastian permintaan hanya pada Pabrik nya saja [4]. Pada tugas akhir ini dibahas penerapan Optimisasi *Robust* pada persediaan di setiap elemen rantai pasok (Pabrik dan Distributor) sebuah produk dengan ketidakpastian permintaan.

2.2 Rantai Pasok

Rantai pasok adalah suatu sistem tempat organisasi menyalurkan barang produksi dan jasanya kepada para pelanggannya. Rantai ini juga merupakan jaringan atau jejaring dari berbagai organisasi yang saling berhubungan yang mempunyai tujuan yang sama yaitu sebaik mungkin menyelenggarakan pengadaan atau penyaluran barang tersebut [1]. Satu rantai pasok seringkali digambarkan sebagai jaringan yang berisikan titik-titik (*nodes*) yang menunjuk pada setiap elemen-elemen rantai pasok dan jalur-jalur (*arcs*) yang menghubungkan antar elemen-elemen tersebut. Dalam hubungan rantai pasok terdapat beberapa elemen-elemen yaitu Penyuplai, Pabrik dan Distributor. Penyuplai merupakan elemen rantai pasok pertama yang menyediakan bahan-bahan untuk disalurkan ke Pabrik yang nantinya dijadikan sebuah produk. Elemen rantai pasok kedua adalah Pabrik yang memproduksi bahan-bahan dari Penyuplai menjadi sebuah produk. Produk yang sudah jadi nantinya akan disalurkan ke Konsumen, banyak cara untuk menyalurkan produk ke Konsumen salah satunya ke Distributor yang biasanya ditempuh oleh sebagian besar rantai pasok. Satu jaringan rantai pasok dapat di gambarkan seperti Gambar 2.1



Gambar 2.1 Jaringan Rantai Pasok

Dalam rantai pasok terdapat 2 istilah yaitu eselon dan instalasi. Instalasi merupakan suatu perangkat yang terdapat pada rantai pasok dan eselon merupakan suatu sistem berupa tingkatan pada rantai pasok.

2.3 Pengendalian Persedian

Pengendalian merupakan suatu kegiatan yang dilakukan untuk menjamin agar kegiatan produksi dan operasi sesuai dengan yang direncanakan, dan jika terjadi penyimpangan tersebut dapat dilakukan koreksi agar yang direncanakan dapat tercapai [5]. Persediaan merupakan simpanan material yang dapat berupa bahan mentah, barang dalam proses dan barang jadi. Dari sudut pandang sebuah perusahaan maka persediaan adalah investasi modal yang dibutuhkan untuk menyimpan material pada kondisi tertentu [1].

Pengendalian persediaan merupakan serangkaian kebijakan pengendalian untuk menentukan tingkat persediaan yang harus dijaga, karena berkaitan dengan biaya yang harus ditanggung perusahaan sebagai akibat adanya persediaan. Besar kecilnya persediaan yang dimiliki sangat tergantung pada kebijakan perusahaan, dan hal ini ditentukan dengan pertimbangan tertentu, salah satunya adalah faktor biaya. Biaya yang harus diperhitungkan adalah biaya mulai dari pemesanan sampai barang tersebut masuk ke dalam proses produksi dan kembali ke gudang sebagai barang jadi. Oleh karena itu, biaya persediaan dapat dibedakan menjadi [6]:

1. **Biaya Pembelian (*Purchase Cost)***

Biaya pembelian adalah harga per unit apabila item dibeli dari luar, atau biaya produksi per unit apabila diproduksi dalam perusahaan. Biaya per unit akan selalu menjadi bagian dari biaya item dalam persediaan atau dapat dikatakan pula bahwa biaya pembelian adalah semua biaya yang digunakan untuk membeli bahan baku.

2. **Biaya Pemesanan *(Order Cost)***

Biaya pemesanan adalah biaya yang berasal dari pembelian pesanan dari Penyuplai. Biaya ini diasumsikan tidak berubah secara langsung dengan jumlah pemesanan. Biaya pemesanan dapat berupa semua biaya yang mencangkup dari persediaan, formulir, administrasi, dan seterusnya yang mencangkup mengenai proses pemesanan.

3. **Biaya Penyimpanan (*Holding Cost/Shortage Cost)***

Biaya penyimpanan merupakan biaya yang terkait dengan penyimpanan dalam kurun waktu tertentu. Biaya penyimpnan juga menyangkut mengenai barang usang di gudang, atau biaya yang terkait mengenai penyimpanan. Biaya-biaya terkait penyimpanan antara lain biaya perumahan (sewa atau depresiasi gedung, pajak, dan asuransi) biaya penanganan bahan mentah (sewa atau depresiasi peralatan dan daya), biaya tenaga kerja (penerimaan, pergudangan, dan keamanan), biaya investasi (biaya peminjaman, pajak, dan asuransi pada persediaan), biaya penyerobotan, sisa, dan barang usang (semakin tinggi jika produk yang dihasilkan cepat berubah, seperti komputer atau *handphone*).

4. **Biaya Kekurangan (*Stockout Cost)***

Biaya kekurangan adalah konsekuensi ekonomi atas kekurangan dari luar maupun dari dalam perusahaan. Kekurangan dari luar terjadi apabila pesanan konsumen tidak dapat dipenuhi sedangkan kekurangan dari dalam terjadi apabila departemen tidak memenuhi kebutuhan departemen yang lain. Biaya ini dapat pula dikatakan sebagai biaya yang ditimbulkan sebagai akibat terjadinya persediaan yang lebih kecil dari jumlah yang diperlukan atau biaya yang timbul apabila persediaan di gudang tidak dapat mencukupi permintaan bahan.

2.4 Optimisasi

Optimisasi adalah suatu proses untuk mencapai hasil yang ideal atau optimal (nilai efektif yang dapat dicapai). Hasil optimum yang didapatkan berdasarkan permasalahan yang sudah diubah ke model matematika. Dapat juga berarti bahwa optimisasi merupakan proses untuk mencapai kondisi maksimum atau minimum dari model matematika tersebut. Banyak penelitian yang telah dilakukan untuk menyelesaikan masalah optimisasi diantaranya dapat dilakukan dengan *linear programming* dan *integer programming* [2].

Dengan ketidapastian suatu parameter maka diperlukan proses optimisasi yang *robust* (tahan). Hal ini bergantung pada analisa kasus terburuk yang terjadi pada suatu proses tersebut. Solusinya adalah perhitungan menggunakan realisasi ketidakpastian parameter yang paling merugikan [7].

2.5 Linier Programming

Linier Programming digunakan untuk mengalokasikan sumber daya yang terbatas agar mencapai hasil yang optimal. *Linear Programming* mempunyai empat sifat umum yaitu [8]:

1. Masalah mengarah kepada meminimalkan atau memaksimalkan tujuan agar mencapai hasil yang optimal. Sifat umum ini disebut sebagai fungsi utama dari *linear programming*.
2. Terdapat kendala yang membatasi tingkat sampai dimana tujuan dapat dicapai, Oleh karena itu tujuan meminimalkan atau memaksimalkan tergantung dari sumber daya yang tersedia.
3. Harus ada beberapa alternatif penyelesaian. Hal ini berarti jika tidak ada alternatif yang dapat diambil, maka *linear programming* tidak diperlukan.
4. Tujuan dan kendala dalam *linear programming* harus dinyatakan dengan Persamaan *linear*.

Bentuk umum *Linear Programming* adalah [9]:

Optimumkan:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} K_j x_j \tag{2.1}$$

Dengan kendala,

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_j \{\leq, =, \geq\}\, b_i \tag{2.2}$$

$$x_j \geq 0 \tag{2.3}$$

Dengan:

Z = Nilai fungsi tujuan

K_j = Nilai per unit kegiatan, untuk memaksimalkan ditunjukkan dengan keuntungan yang diperoleh per unit per kegiatan sementara untuk meminimalkan ditunjukkan dengan biaya yang dikeluarkan per unit per kegiatan

x_j = Banyaknya kegiatan j,dengan j = 1,2,3, $\cdots$, n

a_{ij} = Banyaknya sumber daya i yang dikonsumsi kegiatan j.

b_i = Jumlah sumber daya *i*

Mixed-Integer Programming merupakan pengembangan dari *Linear Programming* dimana beberapa variabel keputusannya harus berupa integer. *Mixed-Integer Programming* hanya beberapa variabel keputusannya yang berupa integer. Bentuk umumnya sama dengan Persamaan (2.1), (2.2), dan (2.3) dengan x_j bernilai integer untuk beberapa j.

2.6 Formulasi Optimisasi Robust

Formulasi Optimisasi *Robust* dengan metode yang dikembangkan oleh Bertsimas dan Sim [2] untuk permasalahan pemrograman linier dengan data yang tidak pasti adalah sebagai berikut:

Minimumkan:

$$c'x \tag{2.4}$$

dengan kendala:

$$Ax \leq b, \tag{2.5}$$

$$l \leq x \leq u \tag{2.6}$$

dengan

c, l, u = matriks n x 1

A = matriks m x n

b = matriks m x 1

2.7 Model Pendekatan Optimisasi Robust pada Permasalahan Persediaan menggunakan Linier Progamming

Menurut Bertsimas dan Thiele [2] permasalahan persediaan dapat dituliskan dengan *mixed integer programming* dengan Persamaan:

Meminimumkan:

$$\sum_{t=0}^{T-1}\sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{E}\{c_{ki}D_{ki}(t)+K_{ki}V_{ki}(t)+Y_i(t)\} \tag{2.7}$$

dengan kendala:

$Y_i(t) \geq h_i\{\overline{X}_i(t+1)\}\ \forall i, \forall t$

$Y_i(t) \geq -p_i\{\overline{X}_i(t+1)\}\ \forall i, \forall t$

$0 \leq D_{ki}(t) \leq MV_{ki}(t), \qquad V_{ki}(t) \in \{0,1\}\ \forall k, \forall i, \forall t$ (2.8)

dengan:

k	=	$1,2,\cdots,N$
N	=	Total semua node pada *network*
E	=	Total eselon pada *network*
c_{ki}	=	Biaya Pembelian Barang eselon *i* kepada pemasoknya eselon k
$D_{ki}(t)$	=	Persediaan yang dipesan eselon i pada saat awal periode *t* kepada penyuplainya yaitu eselon k
K_{ki}	=	Biaya pemesanan barang eselon *i* kepada pemasoknya yaitu eselon *k*
$V_{ki}(t)$	=	Variabel biner 0 dan 1 (jika nilai K_{ki} bersifat pasti maka $V_{ki}(t)=1$, jika nilai K_{ki} bersifat tidak pasti maka $V_{ki}(t)=0$)
$Y_i(t)$	=	Maximum dari biaya penyimpanan dan biaya

		kekurangan pada persediaan
h_i	=	Biaya penyimpanan per unit pada eselon i
p_i	=	Biaya kekurangan per unit pada eselon i
$\overline{X}_i(t+1)$	=	Rata-rata permintaan pada eselon i pada periode $t+1$
M	=	Bilangan positif yang sangat besar

2.7.1 Model dengan kapasitas pemesanan

Perluasan dari model pendekatan Optimisasi *Robust* untuk kapasitas pemesanan hanya dapat dipesan dengan nilai maksimal d_{ki}, maka diberikan tambahan kendala sebagai berikut:

$$D_{ki}(t) \leq d_{ki} \;\; \forall k, \forall i, \forall t \tag{2.9}$$

2.7.2 Model dengan kapasitas persediaan

Perluasan dari model pendekatan Optimisasi *Robust* diasumsikan bahwa persediaan hanya dapat disimpan di gudang dengan nilai maksimal C_i pada setiap eselon i, maka diberikan tambahan kendala sebagai berikut:

$$\overline{X}_i(t+1) \leq C_i \tag{2.10}$$

BAB III

METODE PENELITIAN

Bab ini menjelaskan mengenai langkah-langkah yang digunakan dalam penyelesaian permasalahan. Selain itu di jelaskan prosedur dan proses tiap-tiap langkah yang dilakuakan dalam penyelesaian permasalahan.

3.1 Studi Literatur

Pada tahap studi pendahuluan yang dilakukan adalah identifikasi masalah. Kemudian mencari materi atau sumber pendukung dari permasalahan yang diambil yaitu tentang pengendaliaan persediaan pada rantai pasok baik dari jurnal ilmiah, buku, artikel, kliping, dan lain sebagainya. Bahan-bahan yang harus dikaji antara lain mengenai rantai pasok, pengendalian persediaan, pendekatan Optimisasi *Robust*, *linier programming, mixed-integer programming.*

3.2 Pengumpulan Data

Data yang digunakan merupakan data sekunder yang didapat dari PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para dan PT. IKN pada bulan Januari 2008 sampai Desember 2008. Data tersebut meliputi data permintaan produk *sheet* PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para dan PT. IKN, data biaya pembelian, data biaya pemesanan, data biaya penyimpanan, data biaya kekurangan, data kapasitas gudang penyimpanan, dan data kapasitas pemesanan pada PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para dan PT. IKN.

3.3 Pendekatan Optimisasi Robust

Pada tahap ini dilakukan model pendekatan optimisasi *Robust* pada suatu ketidakpastian parameter yaitu jumlah permintaan produk yang tidak pasti. Langkah awal yaitu menambahkan persamaan terkait kapasitas pemesanan dan kapasitas gudang penyimpanan dalam model awal pendekatan Optimisasi *Robust*. Selanjutnya menentukan model persediaan pada periode selanjutnya $(t+1)$. Kemudian memaksimumkan *scaled deviation* karena ketidakpastian permintaan. Selain itu ditambahkan juga suatu persamaan pertambahan persediaan untuk mengendalikan sistem dari suatu deviasi terburuk. Langkah yang terakhir yaitu menentukan model pendekatan optimisasi *Robust* pada permasalahan persediaan berdasarkan model permintaan, fungsi biaya penyimpanan/kekurangan, persamaan kapasitas pemesanan dan kapasitas gudang penyimpanan, deviasi terburuk dari ketidakpastian permintaan dan pertambahan persediaan.

3.4 Model Permasalahan Pengendalian Persediaan

Model pendekatan optimisasi robust yang sudah didapatkan pada tahap sebelumnya, diaplikasikan dalam permasalahan PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para dan PT. IKN, sehingga didapatkan model pendekatan optimisasi robust pada permasalahan persediaan dengan menggunakan konsep *linear programming*. Oleh karena itu model permasalahan pengendalian persediaan dapat diformulasikan dalam Optimisasi *Robust*.

3.5 Pengolahan Data

Tahap ini dilakukan penerapan model pendekatan Optimisasi *Robust* untuk mencari total biaya persediaan dengan ketidakpastian permintaan.

3.6 Penarikan kesimpulan

Tahap terakhir dari penyelesaian permasalahan adalah penarikan kesimpulan dari hasil pembahasan yang telah dilakukan pada tahap sebelumnya sekaligus pemberian saran guna perbaikan dan pengembangan atas penelitian ini.

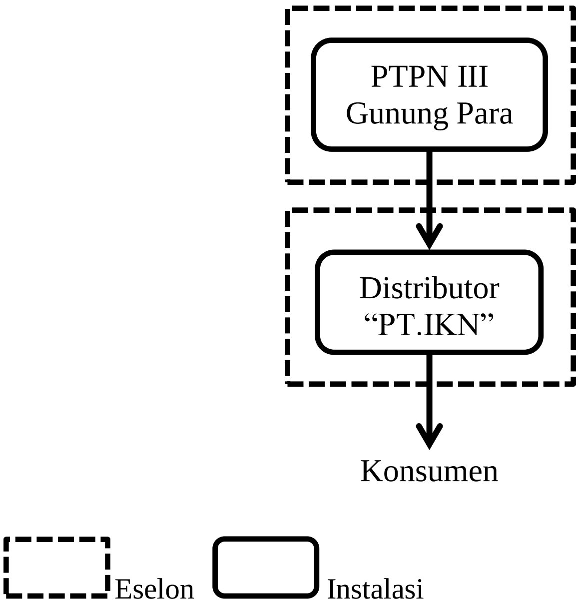
BAB IV

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dilakukan menjelaskan implementasi model Robust pada kasus pengendalian persediaan produk yang ada pada permasalahan ini dan perhitungan dengan menggunakan software MATLAB.

4.1 Pengambilan Data

Data diambil dari Tugas akhir dengan judul "Analisis Logistik Dengan Menggunakan Konsep Supply Chain Management (SCM) Di PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para" oleh David Panggabean, Departemen Teknik Industri–Fakultas Teknik, Universitas Sumatera Utara. PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para bergerak dalam bidang usaha perkebunan, pengolahan latex menjadi *sheet* atau RSS (*Ribbed Smoke Sheet*) dengan hasil produksi RSS I, RSS II, RSS III dan *cutting*. Dalam Tugas Akhir ini yang diteliti hanya RSS I nya saja, karena hanya *sheet* ini yang memiliki konsumen tetap di Sumatera Utara khususnya di Medan. PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para memiliki Distributor tetapnya di Medan, yaitu PT. Industri Karet Nusantara (PT. IKN). Distributor ini akan menyalurkan lagi *sheet* yang sudah diolah lagi ke konsumen-konsumen lain dan dapat juga langsung menjual pada konsumen akhir. Rantai Pasok dalam penelitian ini hanya pada sektor hilir yaitu hubungan antara perusahaan dengan Distributor. Rantai Pasok PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para dapat dilihat pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Rantai Pasok PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para

Berdasarkan Gambar 4.1 terdapat 2 eselon dan 2 instalasi. Instalasi 1 yaitu PT. IKN sedangkan instalasi 2 yaitu PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para. Terdapat satu ujung Rantai Pasok yaitu $W_1(t)$ dan terdapat eselon 1 yang mempunyai instalasi 1 dan eselon 2 mempunyai instalasi 2 .

Data yang digunakan adalah data permintaan produk PT. IKN. Permintaan produk pada PT. IKN selama bulan Januari sebanyak 90.680 produk, data lengkapnya dapat dilihat pada Tabel 4.1 selama periode Januari 2008 sampai Desember 2008.

Tabel 4.1 Data permintaan *sheet* pada PT. IKN

Bulan	t	$W_1(t)$
Januari	0	90.680
Februari	1	90.320
Maret	2	89.000
April	3	90.160
Mei	4	90.000
Juni	5	90.400
Juli	6	89.600
Agustus	7	90.000
September	8	92.600
Oktober	9	91.620
November	10	89.000
Desember	11	90.000
Jumlah Permintaan		1.083.380

dengan:

t = Bulan

$W_1(t)$ = Permintaan produk pada ujung rantai pasok (PT. IKN) selama bulan t

Berdasarkan Tabel 4.1 terlihat bahwa jumlah permintaan produk setiap bulan pada ujung rantai pasok adalah tidak pasti/berubah-ubah.

Diberikan rincian biaya-biaya persediaan pada PT. IKN yang dapat dilihat sebagai berikut:

1. Biaya pembelian (c_1): Rp 24.750/kg
2. Biaya pemesanan (K_1): Rp 1.350.000/tahun
3. Biaya penyimpanan (h_1) : Rp 4.950/kg/tahun
4. Asumsi biaya kekurangan (p_1) : Rp 24.753/kg/tahun $\leq (p_1) \leq$ Rp 24.774/kg/tahun
5. Persediaan awal $(X_1(0))$:0 kg

Juga digunakan data biaya-biaya persediaan pada PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para sebagai berikut:

1. Biaya pembelian (c_2): Rp 18.550/kg
2. Biaya pemesanan (K_2) : Rp 2.260.000/tahun
3. Biaya penyimpanan (h_2) : Rp 3.710/kg/tahun
4. Asumsi biaya kekurangan (p_2) : Rp 18.552/kg/tahun $\leq (p_2) \leq$ Rp 18.568/kg/tahun
5. Persediaan awal ($X_2(0)$) : 0 kg

4.2 Model pendekatan Optimisasi Robust pada permasalahan persediaan

Permasalahan terletak pada ketidakpastian jumlah permintaan pada ujung rantai pasok produk *sheet* (W_s). Didefinsikan *scaled deviation* dari W_s yaitu:

$$Z_s(t) = \frac{W_s(t) - \bar{W}_s(t)}{\widehat{W}_s(t)} \tag{4.1}$$

Dengan:

$Z_s(t)$	=	*scaled deviation* pada periode t
$\bar{W}_s(t)$	=	rata-rata dari W di *sink node s* pada periode t
$\widehat{W}_s(t)$	=	Standar deviasi maksimum dari W di *sink node s* pada periode t

Scaled deviation dari W_s memiliki batasan dengan nilai absolut dari total *scaled deviation* kurang dari sama dengan $\Gamma_s(t)$ pada setiap periode t

$$\sum_{\tau=0}^{t} |Z_s(\tau)| \leq \Gamma_s(t)\,, \qquad \tau = 0,1,\cdots,t \tag{4.2}$$

Dengan $\Gamma_s(t)$ bernilai 1, $Z_s(\tau)$ mempunyai rentang nilai [-1,1].

Besarnya jumlah dari ketidakpastian itu mengesampingkan *scaled deviation* yang besar pada permintaan kumulatif, dan sebagai hasilnya metode *Robust* dapat diartikan sebagai *"reasonable worst-case"* atau kemungkinan terburuk yang terjadi.

Pada kasus terburuk ini ada pada biaya dengan ketidakpastian data, maka harus memaksimumkan *scaled deviation* beberapa kendala dari setiap t biaya penyimpanan atau biaya kekurangan yang dinyatakan dalam fungsi dalam Persamaan berikut:

Memaksimumkan

$$\sum_{t=0}^{T-1} \widehat{W}_s(t) Z_s(t) \tag{4.3}$$

Dengan kendala:

$$\sum_{\tau=0}^{t} |Z_s(\tau)| \leq \Gamma_s(t), \qquad \forall t$$

$$|Z_s(t)| \leq 1, \qquad \forall t \tag{4.4}$$

Menurut Bartsekas [1], persediaan yang dipesan pada awal periode t dikirim pada periode ke t juga sebelum memasuki periode $(t+1)$ sehingga semua pesanan mempunyai waktu tempuh (*lead time*) yang sama dengan 0. Persediaan yang tersedia setiap eselon *i* pada periode selanjutnya $(t+1)$ adalah persediaan yang tersedia pada periode sekarang (t) dan persediaan yang dipesan eselon *i* kepada penyuplainya dikurangi dengan permintaan konsumen dapat dituliskan oleh Persamaan sebagai berikut:

$$X_i(t+1) = X_i(t) + D_{ki}(t) - W_s(t) \tag{4.5}$$

$t = 0,1,\cdots,T-1$

Misal untuk $t = 0$, maka

$X_i(1) = X_i(0) + D_{ki}(0) - W_s(0)$

Misal untuk $t = 1$, maka

$X_i(2) = X_i(1) + D_{ki}(0) - W_s(1)$

$\quad = X_i(0) + D_{ki}(0) - W_s(0) + D_{ki}(1) - W_s(1)$

$$= X_i(0) + \sum_{t=0}^{1} \big(D_{ki}(t) - W_s(t)\big)$$

Misal untuk $t = 2$, maka

$$\begin{aligned} X_i(3) &= X_i(2) + D_{ki}(2) - W_s(2) \\ &= X_i(0) + D_{ki}(0) - W_s(0) + D_{ki}(1) - W_s(1) + D_{ki}(2) \\ &\quad - W_s(2) \\ &= X_i(0) + \big(D_{ki}(0) - W_s(0)\big) + \big(D_{ki}(1) - W_s(1)\big) \\ &\quad + \big(D_{ki}(2) - W_s(2)\big) \\ &= X_i(0) + \sum_{t=0}^{2} \big(D_{ki}(t) - W_s(t)\big) \end{aligned}$$

Misal untuk $t = T - 1$, maka

$$\begin{aligned} X_i(T) &= X_i(T-1) + D_{ki}(T-1) - W_s(T-1) \\ &= X_i(0) + D_{ki}(0) - W_s(0) + D_{ki}(1) - W_s(1) + D_{ki}(2) \\ &\quad - W_s(2) + \cdots + D_{ki}(T-1) - W_s(T-1) \\ &= X_i(0) + \big(D_{ki}(0) - W_s(0)\big) + \big(D_{ki}(1) - W_s(1)\big) \\ &\quad + \big(D_{ki}(2) - W_s(2)\big) + \cdots \\ &\quad + \big(D_{ki}(T-1) - W_s(T-1)\big) \\ &= X_i(0) + \sum_{t=0}^{T-1} \big(D_{ki}(t) - W_s(t)\big) \end{aligned}$$

Sehingga Pada Persamaan (4.5) dapat dituliskan menjadi

$$X_i(t+1) = X_i(0) + \sum_{\tau=0}^{t} \big(D_{ki}(\tau) - W_s(\tau)\big) \tag{4.6}$$

dengan $t = 0,1,\cdots,T-1$

s	=	*Sink node* pada rantai pasok
$X_i(0)$	=	Persediaan yang tersedia pada awal periode pada eselon i

Persediaan pada periode $(t+1)$ pada persamaan (4.6) didapatkan dari persediaan diawal periode ditambah dengan sisa jumlah permintaan yang dibeli pada periode t. Persamaan persediaan yang tersedia pada periode $(t+1)$ pada Persamaan (4.6) bergantung pada nilai ketidakpastian permintaan. Oleh karena itu terdapat Persamaan persediaan baru dengan mengesampingkan nilai ketidakpastian permintaan dapat dituliskan menjadi:

$$X_i(t+1) = \overline{X}_i(t+1) - \sum_{\tau=0}^{t} \widehat{W}_s(\tau) Z_s(\tau) \tag{4.7}$$

Dengan $\overline{X}_i(t+1)$ adalah rata-rata persediaan yang dipunya pada waktu $(t+1)$. Selanjutnya substitusikan Persamaan (4.6) ke Persamaan (4.7) berikut

$$X_i(t+1) = \overline{X}_i(t+1) - \sum_{\tau=0}^{t} \widehat{W}_s(\tau) Z_s(\tau)$$

$$X_i(0) + \sum_{\tau=0}^{t} \big(D_{ki}(\tau) - W_s(\tau)\big) = \overline{X}_i(t+1) - \sum_{\tau=0}^{t} \widehat{W}_s(\tau) Z_s(\tau)$$

$$X_i(0) + \sum_{\tau=0}^{t} \big(D_{ki}(\tau) - W_s(\tau)\big) + \sum_{\tau=0}^{t} \widehat{W}_s(\tau) Z_s(\tau) = \overline{X}_i(t+1)$$

$$X_i(0) + \sum_{\tau=0}^{t} \Big(D_{ki}(\tau) - W_s(\tau) + \widehat{W}_s(\tau) Z_s(\tau)\Big) = \overline{X}_i(t+1)$$

dengan $\overline{W}_s(\tau) = W_s(\tau) - \widehat{W}_s(\tau) Z_s(\tau)$

Sehingga didapatkan

$$\overline{X}_i(t+1) = X_i(0) + \sum_{\tau=0}^{t} \Big(D_{ki}(\tau) - \overline{W}_s(\tau)\Big) \ , \forall t \tag{4.8}$$

Setiap periode t yang tidak layak kosong pada persamaan (4.8) perlu adanya penambahan persediaan untuk mengendalikan kasus terburuk yang terjadi, sehingga Persamaan (4.8) perlu ditambahkan Persamaan berikut

$$\left(q_s(t)\Gamma_s(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_s(\tau,t)\right) \tag{4.9}$$

Dengan variabel $q_s(t)$ dan $r_s(\tau,t)$ adalah untuk mengukur sensitivitas biaya untuk perubahan sangat kecil pada parameter pendekatan Optimisasi *Robust*, sehingga didapatkan

$$\begin{aligned}\overline{X}_i(t+1) = X_i(0) &+ \sum_{\tau=0}^{t}\left(D_{ki}(\tau) - \overline{W}_s(\tau)\right) \\ &+ \left(q_s(t)\Gamma_s(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_s(\tau,t)\right) \ ,\forall t\end{aligned} \tag{4.10}$$

Subsitusikan Persamaan (4.10) pada Persamaan (2.8) sehingga dihasilkan Model Pendekatan Optimisasi *Robust* untuk permasalahan persediaan berikut:

Meminimumkan:

$$\sum_{t=0}^{T-1}\sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{E}\{c_{ki}D_{ki}(t) + K_{ki}V_{ki}(t) + Y_i(t)\}$$

Dengan kendala:

$$\begin{aligned}Y_i(t) \geq h_i \Bigg\{X_i(0) &+ \sum_{\tau=0}^{t}\left(D_{ki}(\tau) - \overline{W}_s(\tau)\right) \\ &+ \left(q_s(t)\Gamma_s(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_s(\tau,t)\right)\Bigg\} \ \forall i, \forall t\end{aligned}$$

$$Y_i(t) \geq -p_i \left\{ X_i(0) + \sum_{\tau=0}^{t} \left(D_{ki}(\tau) - \overline{W}_s(\tau) \right) + \left(q_s(t)\Gamma_s(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_s(\tau,t) \right) \right\} \ \forall i, \forall t$$

$$q_s(t) + r_s(\tau,t) \geq \widehat{W}_s(\tau) \ \ \forall s, \forall t, \forall \tau \leq t$$

$$q_s(t) \geq 0, \qquad r_s(\tau,t) \geq 0 \qquad\qquad \forall s, \forall t, \forall \tau \leq t$$

$$0 \leq D_{ki}(t) \leq MV_{ki}(t), \qquad V_{ki}(t) \in \{0,1\} \ \forall k, \forall i, \forall t \qquad (4.11)$$

Model pendekatan Optimisasi *Robust* pada Persamaan (4.11) dapat diformulasikan dalam Optimisasi *Robust* yang menyesuaikan Persamaan (2.5) dan (2.6). Sehingga didapatkan sebagai berikut

Meminimumkan:

$$\sum_{t=0}^{T-1} \sum_{k=1}^{N} \sum_{i=1}^{E} \{ c_{ki} D_{ki}(t) + K_{ki} V_{ki}(t) + Y_i(t) \}$$

Dengan kendala:

$$-Y_i(t) + h_i \left(\sum_{\tau=0}^{t} D_{ki}(\tau) + q_s(t)\Gamma_s(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_s(\tau,t) \right) \leq -h_i \left(X_i(0) - \sum_{\tau=0}^{t} \overline{W}_s(\tau) \right) \forall i, \forall t$$

$$-Y_i(t) + p_i\left(q_s(t)\Gamma_s(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_s(\tau,t) - \sum_{\tau=0}^{t} D_{ki}(\tau)\right) \le p_i\left(X_i(0) - \sum_{\tau=0}^{t} \overline{W}_s(\tau)\right) \forall i, \forall t$$

$$-q_s(t) - r_s(\tau,t) \le -\widehat{W}_s(\tau) \ \ \forall s, \forall t, \forall \tau \le t$$

$$q_s(t) \ge 0,\ \ r_s(\tau,t) \ge 0 \qquad\qquad \forall s, \forall t, \forall \tau \le t$$

$$0 \le D_{ki}(t) \le MV_{ki}(t),\ \ V_{ki}(t) \in \{0,1\}\ \ \forall k, \forall i, \forall t \qquad (4.12)$$

4.3 Model Permasalahan Pengendalian Persediaan

Permasalahan pengendalian persediaan *sheet* pada PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para dan PT. IKN dimodelkan melalui pendekatan Optimisasi *Robust* menggunakan *linear programming* sebagai permasalahan *mix integer programming* sesuai Persamaan (4.12). Berdasarkan Persamaan (4.12), fungsi tujuan dari permasalahan persediaan adalah meminimumkan total biaya persediaan dengan mengoptimalkan variabel–variabel pada model.

Permasalahan pengendalian persediaan pada PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para dan PT. IKN memiliki eselon $N = 2$, instalasi $E = 2$, dan periode waktu $T = 12$. Oleh sebab itu, model permasalahan pengendalian persediaan yaitu sebagai berikut

Minimumkan:

$$\sum_{t=0}^{11}\{c_{21}D_{21}(t) + c_{22}D_{22}(t) + K_{21}V_{21}(t) + K_{22}V_{22}(t) + Y_1(t) + Y_2(t)\}$$

Dengan kendala:

$t = 0,1,\cdots,11$

$s = 1$

$$-Y_1(t) + h_1\left(q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau,t) + D_{21}(\tau)\right) \leq -h_1\left(X_1(0) - \sum_{\tau=0}^{t} \bar{W}_1(\tau)\right) \; \forall t$$

$$-Y_2(t) + h_2\left(q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau,t) + D_{22}(\tau)\right) \leq -h_2\left(X_2(0) - \sum_{\tau=0}^{t} \bar{W}_1(\tau)\right) \; \forall t$$

$$-Y_1(t) + p_1\left(q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau,t) - D_{21}(\tau)\right) \leq p_1\left(X_1(0) - \sum_{\tau=0}^{t} \bar{W}_1(\tau)\right) \; \forall t$$

$$-Y_2(t) + p_2\left(q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau,t) - D_{22}(\tau)\right) \leq p_2\left(X_2(0) - \sum_{\tau=0}^{t} \bar{W}_1(\tau)\right) \; \forall t$$

$$-q_1(t) - r_1(\tau,t) \leq -\widehat{W}_1(\tau) \;\; \forall t, \forall \tau \leq t$$

$$q_1(t) \geq 0, \qquad r_1(\tau,t) \geq 0 \quad \forall t, \forall \tau \leq t$$

$$0 \leq D_{21}(t) \leq MV_{21}(t), \qquad V_{21}(t) \in \{0,1\} \;\; \forall t$$

$$0 \leq D_{22}(t) \leq MV_{22}(t), \qquad V_{22}(t) \in \{0,1\} \;\; \forall t \qquad (4.13)$$

4.4 Pengolahan data

Setelah didapatkan model yang sudah terbentuk pada sub bab 4.3, dilakukan pengolahan data pada data produk *sheet*.

4.4.1 Menghitung nilai $Z_s(t)$

Pada subbab 4.1 telah diperoleh data yang diperlukan untuk penyelesaian permasalahan persediaan. Data permintaan produk *sheet* di PT. IKN bersifat tidak tentu dengan nilai $Z_s(t)$ berikut $Z_s(t) = \frac{W_s(t) - \overline{W}_s(t)}{\widehat{W}_s}$, $|Z_s(t)| \leq 1, \ \forall t$

Selanjutnya menghitung nilai $\overline{W}_s(t)$, untuk s=1 karena hanya memiliki *sink node 1*, dengan cara menjumlahkan semua data permintaan pada *sink node* 1 dibagi dengan banyaknya periode, data $W_1(t)$ setiap periode dapat dilihat pada Tabel 4.1

$$\overline{W}_1(t) = \frac{\sum_{t=0}^{11} W_1(t)}{12}$$
$$= \frac{W_1(0) + W_2(1) + W_3(2) + \cdots + W_1(10) + W_1(11)}{12}$$
$$= \frac{1.083.380}{12}$$
$$= 90.281,67$$

Didapatkan nilai $\overline{W}_1(t) = 90.287,67$. Langkah selanjutnya mencari $\widehat{W}_1(t)$ yaitu deviasi maksimum yang merupakan 2 kali standar deviasi data dengan $\widehat{W}_1(t) = 2\sigma$. Standar deviasi merupakan cerminan dari rata-rata penyimpangan data dari mean. Standar deviasi yang maksimum merepresentasikan kondisi terburuk penyimpangan data. Standar deviasi dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=0}^{T-1}(W_1(t) - \overline{W}_1(t))^2}{n-1}}$$

Dari Tabel 4.2 diperoleh

$$= \sqrt{\frac{\left(W_1(0) - \overline{W}_1(0)\right)^2 + \cdots + \left(W_1(11) - \overline{W}_1(11)\right)^2}{11}}$$

$$= \sqrt{\frac{11.342.766,67}{11}}$$
$$= \sqrt{1.031.160,606}$$
$$= 1.015,4608$$

Tabel 4.2 Menghitung Nilai $\sum_{t=0}^{T-1}(W_1(t) - \overline{W}_1(t))^2$

t	$W_1(t)$	$\overline{W}_1(t)$	$W_1(t) - \overline{W}_1(t)$	$\left(W_1(t) - \overline{W}_1(t)\right)^2$
0	90.680	90.287,67	398,33	158.666,7889
1	90.320	90.287,67	38,33	1.469,1889
2	89.000	90.287,67	-1.281,67	1.642.677,989
3	90.160	90.287,67	-121,67	14.803,5889
4	90.000	90.287,67	-281,67	79.337,9889
5	90.400	90.287,67	118,33	14.001,9889
6	89.600	90.287,67	-681,67	464.673,9889
7	90.000	90.287,67	-281,67	79.337,9889
8	92.600	90.287,67	2.318,33	5.374.653,989
9	91.620	90.287,67	1.338,33	1.791.127,189
10	89.000	90.287,67	-1.281,67	1.642.677,989
11	90.000	90.287,67	-281,67	79.337,9889
$\sum_{t=0}^{11}(W_1(t) - \overline{W}_1(t))^2$				11.342.766,67

Berdasarkan perhitungan didapatkan deviasi maksimum $\widehat{W}_1(t) = 2.\sigma = 2.030,9216$. Langkah selanjutnya adalah mencari nilai $Z_1(t)$ untuk tiap-tiap periode menggunakan Persamaan (4.1).

Untuk $t = 0$

$$Z_1(0) = \frac{W_1(0) - \overline{W}_1(0)}{\widehat{W}_1(0)} = \frac{90.680 - 90.287,67}{2.030,9216} = 0,196134$$

Untuk $t = 1$

$$Z_1(1) = \frac{W_1(1) - \bar{W}_1(1)}{\widehat{W}_1(1)} = \frac{90.320 - 90.287,67}{2.030,9216} = 0,018875$$

Untuk $t = 2$

$$Z_1(2) = \frac{W_1(2) - \bar{W}_1(2)}{\widehat{W}_1(2)} = \frac{89.000 - 90.287,67}{2.030,9216} = -0,63108$$

Untuk $t = 3$

$$Z_1(3) = \frac{W_1(3) - \bar{W}_1(3)}{\widehat{W}_1(3)} = \frac{90.160 - 90.287,67}{2.030,9216} = -0,05991$$

Untuk $t = 4$

$$Z_1(4) = \frac{W_1(4) - \bar{W}_1(4)}{\widehat{W}_1(4)} = \frac{90.000 - 90.287,67}{2.030,9216} = -0,13869$$

Untuk $t = 5$

$$Z_1(5) = \frac{W_1(5) - \bar{W}_1(5)}{\widehat{W}_1(5)} = \frac{90.400 - 90.287,67}{2.030,9216} = 0,058266$$

Untuk $t = 6$

$$Z_1(6) = \frac{W_1(6) - \bar{W}_1(6)}{\widehat{W}_1(6)} = \frac{89.600 - 90.287,67}{2.030,9216} = -0,33564$$

Untuk $t = 7$

$$Z_1(7) = \frac{W_1(7) - \bar{W}_1(7)}{\widehat{W}_1(7)} = \frac{90.000 - 90.287,67}{2.030,9216} = -0,13869$$

Untuk $t = 8$

$$Z_1(8) = \frac{W_1(8) - \bar{W}_1(8)}{\widehat{W}_1(8)} = \frac{92.600 - 90.287,67}{2.030,9216} = 1,141518$$

Untuk $t = 9$

$$Z_1(9) = \frac{W_1(9) - \bar{W}_1(9)}{\widehat{W}_1(9)} = \frac{91.620 - 90.287,67}{2.030,9216} = 0,658978$$

Untuk $t = 10$

$$Z_1(10) = \frac{W_1(10) - \overline{W}_1(10)}{\widehat{W}_1(10)} = \frac{89.000 - 90.287,67}{2.030,9216} = -0,63108$$

Untuk $t = 11$

$$Z_1(11) = \frac{W_1(11) - \overline{W}_1(11)}{\widehat{W}_1(11)} = \frac{90.000 - 90.287,67}{2.030,9216} = -0,13869$$

Berdasarkan perhitungan diatas didapatkan nilai $Z_1(t)$ tiap-tiap periode t. Nilai $Z_1(t)$ disajikan pada Tabel 4.3.

Tabel 4.3 Nilai $Z_1(t)$ tiap-tiap periode

t	$Z_1(t)$
0	0,196134
1	0,018875
2	-0,63108
3	-0,05991
4	-0,13869
5	0,058266
6	-0,33564
7	-0,13869
8	1,141518
9	0,658978
10	-0,63108
11	-0,13869

Nilai $Z_1(t)$ setiap periode t pada Tabel 4.3 memiliki batasan pada persamaan (4.2), sehingga perlu dilakukan pengecekan apakah nilai $Z_1(t)$ setiap periode t tidak melebihi batas yang ditentukan dengan menggunakan $\sum_{\tau=0}^{t} |Z_1(\tau)|$.

Untuk $t = 0$

$$\sum_{\tau=0}^{0} |Z_1(\tau)| = |Z_1(0)| = 0,196134$$

Untuk $t = 1$

$$\sum_{\tau=0}^{1} |Z_1(\tau)| = |Z_1(0)| + |Z_1(1)| = 0,215009$$

Untuk $t = 2$

$$\sum_{\tau=0}^{2} |Z_1(\tau)| = |Z_1(0)| + |Z_1(1)| + |Z_1(2)| = 0{,}846086$$

Untuk $t = 3$

$$\sum_{\tau=0}^{3} |Z_1(\tau)| = |Z_1(0)| + |Z_1(1)| + \cdots + |Z_1(3)| = 0{,}905993$$

Untuk $t = 4$

$$\sum_{\tau=0}^{4} |Z_1(\tau)| = |Z_1(0)| + |Z_1(1)| + \cdots + |Z_1(4)| = 1{,}044682$$

Untuk $t = 5$

$$\sum_{\tau=0}^{5} |Z_1(\tau)| = |Z_1(0)| + |Z_1(1)| + \cdots + |Z_1(5)| = 1{,}102948$$

Untuk $t = 6$

$$\sum_{\tau=0}^{6} |Z_1(\tau)| = |Z_1(0)| + |Z_1(1)| + \cdots + |Z_1(6)| = 1{,}438592$$

Untuk $t = 7$

$$\sum_{\tau=0}^{7} |Z_1(\tau)| = |Z_1(0)| + |Z_1(1)| + \cdots + |Z_1(7)| = 1{,}577281$$

Untuk $t = 8$

$$\sum_{\tau=0}^{8} |Z_1(\tau)| = |Z_1(0)| + |Z_1(1)| + \cdots + |Z_1(8)| = 2{,}718799$$

Untuk $t = 9$

$$\sum_{\tau=0}^{9} |Z_1(\tau)| = |Z_1(0)| + |Z_1(1)| + \cdots + |Z_1(9)| = 3{,}377777$$

Untuk $t = 10$

$$\sum_{\tau=0}^{10} |Z_1(\tau)| = |Z_1(0)| + |Z_1(1)| + \cdots + |Z_1(10)| = 4{,}008853$$

Untuk $t = 11$

$$\sum_{\tau=0}^{11} |Z_1(\tau)| = |Z_1(0)| + |Z_1(1)| + \cdots + |Z_1(11)| = 4{,}147542$$

Berdasarkan perhitungan diatas didapatkan nilai $\sum_{\tau=0}^{t}|Z_1(\tau)|$ pada Tabel 4.4.

Tabel 4.4 Nilai $\sum_{\tau=0}^{t}|Z_1(\tau)|$

t	$\sum_{\tau=0}^{t}\|Z_1(\tau)\|$
0	0,196134
1	0,215009
2	0,846086
3	0,905993
4	1,044682
5	1,102948
6	1,438592
7	1,577281
8	2,718799
9	3,377777
10	4,008853
11	4,147542

Mengingat pada Persamaan (4.2) maka nilai $Z_1(t)$ pada Tabel 4.3 belum optimal, karena pada Tabel 4.4 terdapat beberapa nilai $\sum_{\tau=0}^{t}|Z_1(\tau)|$ saat $t = 4,5,\cdots,11$ melebihi batas yang ditentukan sehingga perlu dicari nilai $Z_1(t)$ yang optimal. Mencari nilai $Z_1(t)$ yang optimal menggunakan Persamaan (4.3) dengan kendala pada Persamaan (4.4). Berdasarkan perhitungan menggunakan MATLAB didapatkan nilai $Z_1(t)$ yang optimal pada Tabel 4.5

Tabel 4.5 Nilai $Z_1(t)$ yang optimal

t	$Z_1(t)$	$\sum_{\tau=0}^{t} \lvert Z_1(\tau) \rvert$
0	0,0285657	0,0285657
1	0,0184763	0,0470420
2	0,0097635	0,0568054
3	0,0040954	0,0609008
4	0,0069992	0,0679000
5	0,0229074	0,0908074
6	0,0517780	0,1425854
7	0,0898537	0,2324391
8	0,1324005	0,3648396
9	0,1755752	0,5404148
10	0,2160934	0,7565082
11	0,2434918	1,0000000

Berdasarkan Persamaan (4.2) nilai $Z_1(t)$ pada Tabel 4.5 sudah optimal, karena nilai $\sum_{\tau=0}^{t} |Z_1(\tau)|$ setiap periode t jumlahnya tidak melebihi batas yang ditentukan. Setelah didapatkan nilai $Z_1(t)$ yang optimal, kemudian mencari nilai $\overline{W}_1(t)$ baru pada tiap-tiap periode-t dengan menggunakan

$\overline{W}_1(t) = W_1(t) - \widehat{W}_1(t).Z_1(t)$

Untuk $t = 0$

$\overline{W}_1(0) = 90.680 - 2.030{,}9216 \text{ x } 0{,}0285657 = 90.622$

Untuk $t = 1$

$\overline{W}_1(1) = 90.320 - 2.030{,}9216 \text{ x } 0{,}0184763 = 90.282$

Untuk $t = 2$

$\overline{W}_1(2) = 89.000 - 2.030{,}9216 \text{ x } 0{,}0097635 = 88.980$

Untuk $t = 3$

$\overline{W}_1(3) = 90.160 - 2.030{,}9216 \text{ x } 0{,}0040954 = 90.152$

Untuk $t = 4$

$\overline{W}_1(4) = 90.000 - 2.030{,}9216 \text{ x } 0{,}0069992 = 89.986$

Untuk $t = 5$

$\overline{W}_1(5) = 90.400 - 2.030{,}9216 \text{ x } 0{,}0229074 = 90.353$

Untuk $t = 6$

$\overline{W}_1(6) = 89.600 - 2.030{,}9216 \text{ x } 0{,}0517780 = 89.495$

Untuk $t = 7$

$\overline{W}_1(7) = 90.000 - 2.030{,}9216 \text{ x } 0{,}0898537 = 89.818$

Untuk $t = 8$

$\overline{W}_1(8) = 92.600 - 2.030{,}9216 \text{ x } 0{,}1324005 = 92.331$

Untuk $t = 9$

$\overline{W}_1(9) = 91.620 - 2.030{,}9216 \text{ x } 0{,}1755752 = 91.263$

Untuk $t = 10$

$\overline{W}_1(10) = 89.000 - 2.030{,}9216 \text{ x } 0{,}2160934 = 88.561$

Untuk $t = 11$

$\overline{W}_1(11) = 90.000 - 2.030{,}9216 \text{ x } 0{,}2434918 = 89.505$

Berdasarkan perhitungan diatas didapatkan Nilai $\overline{W}_1(t)$ baru pada Tabel 4.6

Tabel 4.6 Nilai $\bar{W}_1(t)$ baru

t	$\bar{W}_1(t)$
0	90622
1	90282
2	88980
3	90152
4	89986
5	90353
6	89495
7	89818
8	92331
9	91263
10	88561
11	89505

4.4.2 Perhitungan Optimisasi *Robust* pada Permasalahan Persediaan

Perhitungan Optimisasi *Robust* pada permasalahan persediaan menggunakan aplikasi MATLAB. Variabel–variabel yang dicari pada Persamaan (4.13) adalah variabel $D_{21}(t)$, $V_{22}(t)$, $Y_1(t)$, $Y_2(t)$, $V_{21}(t)$, $V_{22}(t)$, $q_1(t)$, dan $r_1(\tau, t)$. Dari hasil perhitungan MATLAB dengan *source code* pada Lampiran 2 didapatkan total biaya persediaan yang miminum dengan variabel $D_{21}(t)$, $D_{22}(t)$, $q_1(t)$, $r_1(\tau, t)$, $V_{21}(t)$, $V_{22}(t)$, $Y_1(t)$ dan $Y_2(t)$ masing-masing untuk setiap periodenya yang optimal dan hasilnya dapat dilihat pada Lampiran 4.

4.4.3 Validasi Hasil Optimisasi *Robust* pada Permasalahan Persediaan

Setelah mendapatkan hasil perhitungan total biaya persediaan, langkah selanjutnya adalah melakukan tahap validasi. Tahap validasi dilakukan dengan cara memasukkan variabel hasil keputusan optimisasi kedalam batasan atau kendala. Jika variabel tersebut memenuhi batasan atau kendala maka hasil perhitungan dikatakan valid. Adapun batasan atau kendala yang divalidasi adalah:

1. $Y_1(t) \geq h_1 \left\{X_1(0) + \sum_{t=0}^{t} \left(D_{21}(t) - \overline{W}_1(t)\right) + q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau, t)\right\}$
2. $Y_2(t) \geq h_2 \left\{X_2(0) + \sum_{t=0}^{t} \left(D_{22}(t) - \overline{W}_1(t)\right) + q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau, t)\right\}$
3. $Y_1(t) \geq -p_1 \left\{X_1(0) + \sum_{\tau=0}^{t} \left(D_{21}(\tau) - \overline{W}_1(\tau)\right) + (q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau, t))\right\}$
4. $Y_2(t) \geq -p_2 \left\{X_2(0) + \sum_{\tau=0}^{t} \left(D_{22}(\tau) - \overline{W}_1(\tau)\right) + (q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau, t))\right\}$
5. $q_1(t) + r_1(\tau, t) \geq \widehat{W}_1(\tau)$

Hasil validasi dapat dilihat pada Lampiran 5 dan didapatkan bahwa setiap variabel hasil keputusan optimisasi memenuhi kendala atau batasan diatas. Berdasarkan hasil perhitungan validasi dapat disimpulkan bahwa setiap variabel hasil keputusan optimisasi adalah valid.

4.4.4 Analisa Hasil Optimisasi *Robust* pada Permasalahan Persediaan

Optimisasi *Robust* dalam mengatasi ketidakpastian permintaan dengan merencanakan dan mengendalikan persediaan pada tingkat optimal sehingga menghasilkan total biaya persediaan yang minimal. Total biaya persediaan diperoleh dari penjumlahan biaya pembelian, biaya pemesanan dan biaya penyimpanan dan biaya kekurangan. Hasil Optimisasi *Robust* diperoleh besarnya total biaya persediaan yang dikeluarkan oleh PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para dan PT. IKN selama setahun berkisar antara Rp 47.236.416.302-Rp 47.236.487.145.

Pengelolaan persediaan bertujuan supaya persediaan tetap stabil. Stabil artinya jangan sampai kekurangan dan kelebihan. Berdasarkan perhitungan, Optimisasi *Robust* memberikan solusi berupa pengelolaan persediaan dengan merencanakan dan mengendalikan persediaan pada tingkat optimal untuk menghadapi ketidakpastian permintaan konsumen yaitu dengan jumlah produk yang harus dibeli PT. IKN kepada PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para pada bulan Januari ($D_{21}(0)$) sebesar 91.976 dan terdapat tambahan persediaan sebesar 2.031 untuk mengantisipasi resiko kekurangan persediaan. Hal yang sama juga berlaku untuk setiap bulan sampai bulan Desember 2008 yang dapat dilihat pada Lampiran 4.

Selain itu, jumlah produk yang harus diproduksi PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para untuk memenuhi kebutuhan PT. IKN pada bulan Januari ($D_{22}(0)$) sebesar 91.976 dan terdapat tambahan persediaan sebesar 2.031 untuk mengantisipasi resiko kekurangan persediaan. Hal yang sama juga berlaku untuk setiap bulan sampai bulan Desember 2008 yang dapat dilihat pada Lampiran 4.

BAB V
KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini diberikan kesimpulan mengenai hasil dan pembahasan yang telah dilakukan serta berisi saran sebagai pertimbangan dalam pengembangan atau penelitian lebih lanjut.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penerapan Optimisasi *Robust* terhadap total biaya persediaan pada masalah pengendalian rantai pasok terhadap produk *sheet* PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para dan PT.IKN pada bulan Januari 2008-Desember 2008 didapatkan jumlah produk *sheet* yang diproduksi oleh PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para dan jumlah produk *sheet* yang harus dibeli PT. IKN kepada PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para sebanyak 1.082.702 kg, sedangkan besarnya total biaya persediaan yang dikeluarkan oleh PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para dan PT. IKN selama setahun berkisar antara Rp 47.236.416.302-Rp 47.236.487.145.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil pembahasan dan kesimpulan yang telah dilakukan, rantai pasok yang digunakan dalam Tugas Akhir ini merupakan sistem seri (memiliki 1 *sink node*), maka untuk penelitian selanjutnya dapat diterapkan Optimisasi *Robust* pada rantai pasok dengan sistem *Tree Network* (memiliki lebih dari 1 *sink node*).

DAFTAR PUSTAKA

[1] Eko, R., Richardus Djokopranoto, R. (2001) " konsep manajemen supply chain Strategi Mengelola Manajemen Rantai Pasokan Bagi Perusahaan Modern Di Indonesia penyediaan barang ". Jakarta:Grasindo.

[2] Bertsimas, D., dan Thiele, A. (2006). "A Robust Optimization Approach to Inventory Theory". *Operation Research.* Vol. 54, Hal. 150-168.

[3] Panggabean, D. (2009). "Analisis Logistik Dengan Menggunakan Konsep Supply Chain Management (SCM) Di PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para ". Tugas Akhir, Departemen Teknik Industri – Fakultas Teknik, Universitas Sumatera Utara.

[4] Aulia, B. (2017). "Optimisasi Robust Untuk Masalah Pengendalian Biaya Persediaan Produk Sandal". Tugas akhir, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

[5] Ristono, A. (2009). "Manajemen Persediaan". Yogyakarta: Graha Ilmu.

[6] Herjanto, E. (2007) "Manajemen Operasi Edisi Ketiga". Jakarta:Grasindo.

[7] Gabrel, V., Murat, C., dan Thiele, A. (2013). "Recent Advances in Robust Optimization: An Overview". European Journal of Operational Research. Vol. 235, Hal. 471-483.

[8] Heizer,J dan Render, B. (2005). "Operations Management". Jakarta :Salemba Empat.

[9] Hamdy, A. T. (1992). "Operation Research : An Introduction. Third Edition. Macmillan Publishing Co". New York.

LAMPIRAN 1

Biaya-Biaya persediaan pabrik (PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para**)**

A. Biaya Pembelian (c_{22})

Biaya Pembelian adalah biaya produksi. Biaya pembelian adalah Rp.18.550/kg

B. Biaya Pemesanan (K_{22})

Perhitungan biaya pemesanan pada pendistribusian *sheet* ini, diperhitungkan berdasarkan biaya pemesanan dari distributor ke perusahaan. Biaya pemesanan dari perusahaan ke penyuplai terdiri dari biaya kertas *delivery order*, telepon, listrik dan komputer, administrasi.

Biaya Kertas *delivery order*	Rp.300.000
Biaya Telepon	Rp.860.000
Biaya Listrik dan Komputer	Rp.800.000
Biaya Administrasi	Rp.300.000
Total Biaya Pemesanan	Rp.2.260.000

C. Biaya Penyimpanan (h_2)

Biaya penyimpanan adalah biaya yang dikeluarkan perusahaan akibat memiliki sejumlah persediaan produk di gudang. Adapum biaya penyimpanan ini sebesar 20 % dari harga *sheet*/kg/tahun. Unsur-unsur biaya penyimpanan ini secara umum yaitu :

Bunga atas modal yang tertanam	:	15%
Biaya pemeliharaan bahan	:	3,5%
Biaya kerusakan bahan	:	1,5%
Total biaya penyimpanan / tahun	:	20%

Sehingga biaya penyimpanan *sheet*/kg/tahun adalah sebesar 20% x Rp.18.550 = Rp.3.710

D. Biaya Kekurangan (p_2)

Biaya kekurangan persediaan merupakana biaya yang arus dikeluarkan sebagai konsekuensi kekurangan persediaan. Biaya kekurangan ini pada dasarnya bukan biaya nyata melainkan berupa biaya kehilangan kesempatan. Sangat sulit untuk memperkirakan biaya kekurangan, karena itu dilakukan perkiraan subjektif. Pada PT. Perkebunan Nusantara III Gunung Para ini mengestimasi Rp 18.552/Kg-Rp 18.568/Kg.

LAMPIRAN 1 (Lanjutan)

Biaya-biaya persediaan distributor (PT.IKN)

A Biaya Pembelian (c_{21})

Biaya pembelian adalah biaya pembelian produk ke perusahaan. Biaya pembelian adalah Rp.24.750/kg

B Biaya Pemesanan (K_{21})

Perhitungan biaya pemesanan pada pendistribusian *sheet* ini, diperhitungkan berdasarkan biaya pemesanan dari distributor ke perusahaan. Biaya pemesanan dari distributor ke perusahaan terdiri dari biaya kertas *delivery order*, telepon, listrik dan komputer, administrasi.

Biaya Kertas *delivery order*	Rp.175.000
Biaya Telepon	Rp.520.000
Biaya Listrik dan Komputer	Rp.485.000
Biaya Administrasi	Rp.170.000
Total Biaya Pemesanan	Rp.1.350.000

C. Biaya Penyimpanan(h_1)

Biaya penyimpanan adalah biaya yang dikeluarkan perusahaan akibat memiliki sejumlah persediaan produk di gudang. Adapum biaya penyimpanan ini sebesar 20 % dari harga *sheet*/kg/tahun. Unsur-unsur biaya penyimpanan ini secara umum yaitu:

Bunga atas modal yang tertanam	:	15%
Biaya pemeliharaan bahan	:	3,5%
Biaya kerusakan bahan	:	1,5% +
Total biaya penyimpanan / tahun	:	20%

Sehingga biaya penyimpanan *sheet*/kg/tahun adalah sebesar 20% x Rp.24.750 = Rp.4.950

D. Biaya Kekurangan (p_1)

Biaya kekurangan persediaan merupakana biaya yang arus dikeluarkan sebagai konsekuensi kekurangan persediaan. Biaya kekurangan ini pada dasarnya bukan biaya nyata melainkan berupa biaya kehilangan kesempatan. Sangat sulit memperkirakan biaya kekurangan, karena itu dilakukan perkiraan subjektif. Pada PT. IKN ini mengestimasi Rp 24.753/Kg-Rp 24.774/Kg.

LAMPIRAN 2

Source code Perhitungan menggunakan MATLAB

```
clc;
format longG
disp('OPTIMALISASI ROBUST UNTUK PERMASALAHAN
KETIDAKPASTIAN PERMINTAAN');
disp('================================================
======================');
%INPUT DATA
n=12;
c1=24750;
c2=18550;
K1=1350000;
K2=2260000;
p1=24753;%tahun
p2=18552;
h1=4950;
h2=3710;
tau=1;
M=10000000;
x1_0=0;
x2_0=0;

%data permintaan sheet pada PT.IKN per periode
W=zeros(1,n);
W_=zeros(1,n);
Wbar_=zeros(1,n);
z=zeros(1,n);
W(1)=90680;
W(2)=90320;
W(3)=89000;
W(4)=90160;
W(5)=90000;
W(6)=90400;
W(7)=89600;
W(8)=90000;
W(9)=92600;
W(10)=91620;
W(11)=89000;
```

LAMPIRAN 2 (Lanjutan)

```
W(12)=90000;
disp('->MENGHITUNG Z(t)')
Wbar=mean2(W);
for t=1:n
 Wtopi(t)=(W(t)-Wbar)^2;
end
Wtotal=2*sqrt((Wtopi(1)+Wtopi(2)+Wtopi(3)+Wtopi(
4)+Wtopi(5)+Wtopi(6)+Wtopi(7)+Wtopi(8)+Wtopi(9)+
Wtopi(10)+Wtopi(11)+Wtopi(12))/(n-1));
Wtopi=Wtotal;
disp('max Wtopi')
disp(Wtopi')
for t=1:n
 z(t)=(W(t)-Wbar)/Wtopi;
end
disp('z lama')
disp(z')
Z=sum(abs(z));
%optimal z
P=[1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0;1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0;1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0
0;1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0;1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0
0;
    1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0;1 1 1 1 1 1 1 1 0 0
0 0;1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0;1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
0 0;1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0;1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1];
Q=[1;1;1;1;1;1;1;1;1;1;1;1];
R=-
[Wtopi;Wtopi;Wtopi;Wtopi;Wtopi;Wtopi;Wtopi;Wtopi
;Wtopi;Wtopi;Wtopi;Wtopi];
Lb=zeros(12,1);
Ub=ones(12,1);
[zbar,J,exitflag]=linprog(R,P,Q,[],[],Lb,Ub)%max
z

 for t=1:n
 W_(t)=W(t)-(Wtopi*zbar(t));
```

LAMPIRAN 2 (Lanjutan)

```
end
disp('Wbart');
disp(W_');
for i=1:n
 y_(i)=0;
end
for i=1:n
for j=1:i
y_(i) = y_(i)+W_(j);
 end
end
%deviasi data roti
W_g=Wtopi;
disp('-> Pembentukan matriks')
S1=ones(n);
S2=tril(S1); %matriks segitiga bawah
S3=eye(n); %matriks identitas
S4=zeros(n); %matriks zero
m=78;
S6=eye(m);
S5=[2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;1 2 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0;1 1 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0;1 1 1 2 0 0 0 0 0 0
0 0;1 1 1 1 2 0 0 0 0 0 0 0;1 1 1 1 1 2 0 0 0 0
0 0;1 1 1 1 1 1 2 0 0 0 0 0;
    1 1 1 1 1 1 1 2 0 0 0 0;1 1 1 1 1 1 1 1 2 0
0 0;1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 0 0;1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
2 0;1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2];
S7=[1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
```

LAMPIRAN 2 (Lanjutan)

```
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1];
```

LAMPIRAN 2 (Lanjutan)

```
% matriks Ax=b (berdasarkan kendala)
S8=zeros(12,78);
A=[h1*S2 S4 -S3 S4 h1*S3 h1*S7 S4 S4;S4 h2*S2 S4
-S3 h2*S3 h2*S7 S4 S4;-p1*S2 S4 -S3 S4 p1*S3
p1*S7 S4 S4;S4 -p2*S2 S4 -S3 p2*S3 p2*S7 S4
S4;0*S7' 0*S7' 0*S7' 0*S7' -S7' -1*S6 S8' S8';S3
S4 S4 S4 S4 S8 -M*S3 S4;S4 S3 S4 S4 S4 S8 S4 -
M*S3];
%urutan dalam matriks A adalah variabel
D21,D22,Y1,Y2,q,r, V21,V22
b=[-h1*(x1_0-y_(1));-h1*(x1_0-y_(2));-h1*(x1_0-
y_(3));-h1*(x1_0-y_(4));
    -h1*(x1_0-y_(5));-h1*(x1_0-y_(6));-h1*(x1_0-
y_(7));-h1*(x1_0-y_(8));
    -h1*(x1_0-y_(9));-h1*(x1_0-y_(10));-
h1*(x1_0-y_(11));-h1*(x1_0-y_(12));
    -h2*(x2_0-y_(1));-h2*(x2_0-y_(2));-h2*(x2_0-
y_(3));-h2*(x2_0-y_(4));
    -h2*(x2_0-y_(5));-h2*(x2_0-y_(6));-h2*(x2_0-
y_(7));-h2*(x2_0-y_(8));
    -h2*(x2_0-y_(9));-h2*(x2_0-y_(10));-
h2*(x2_0-y_(11));-h2*(x2_0-y_(12));
    p1*(x1_0-y_(1));p1*(x1_0-y_(2));p1*(x1_0-
y_(3));p1*(x1_0-y_(4));
    p1*(x1_0-y_(5));p1*(x1_0-y_(6));p1*(x1_0-
y_(7));p1*(x1_0-y_(8));
    p1*(x1_0-y_(9));p1*(x1_0-y_(10));p1*(x1_0-
y_(11));p1*(x1_0-y_(12));
    p2*(x2_0-y_(1));p2*(x2_0-y_(2));p2*(x2_0-
y_(3));p2*(x2_0-y_(4));
    p2*(x2_0-y_(5));p2*(x2_0-y_(6));p2*(x2_0-
y_(7));p2*(x2_0-y_(8));
    p2*(x2_0-y_(9));p2*(x2_0-y_(10));p2*(x2_0-
y_(11));p2*(x2_0-y_(12));
     (-Wtopi*ones(78,1));
    0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;
    0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0];%urutan sesuai
urutan kendala
```

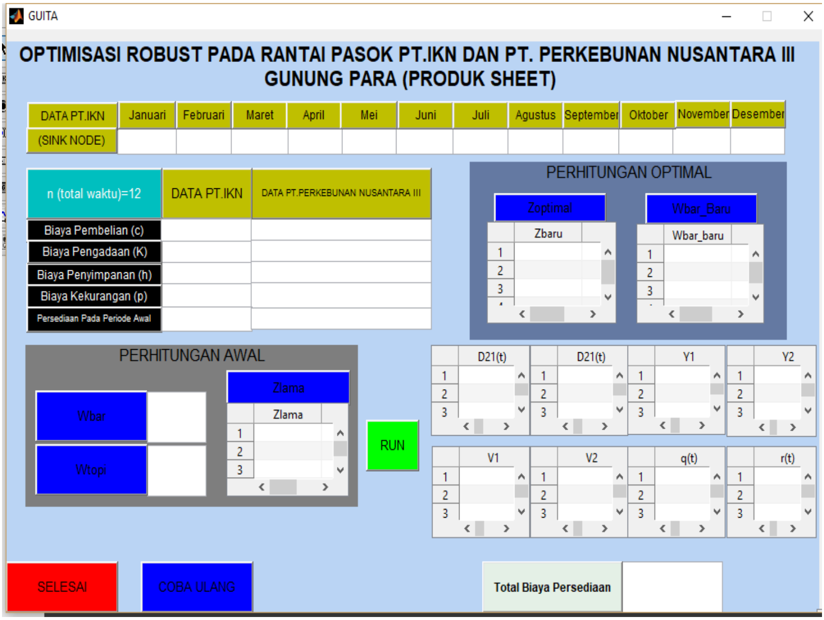
LAMPIRAN 2 (Lanjutan)

```
D=[c1; c1; c1; c1; c1; c1; c1; c1; c1; c1; c1;
c1; c2; c2; c2; c2; c2; c2; c2; c2; c2; c2; c2;
c2; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1;
     1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1;
     0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0;
 zeros(78,1);
K1/12; K1/12; K1/12; K1/12; K1/12; K1/12; K1/12;
K1/12; K1/12; K1/12; K1/12; K1/12;
K2/12; K2/12; K2/12; K2/12; K2/12; K2/12; K2/12;
K2/12; K2/12; K2/12; K2/12; K2/12];%berdasarkan
fungsi tujuan
LB=[0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0;
    0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0;
 zeros(114,1);
 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1;
 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1];%batas
bawah D21,D22, Y1,Y2,q,r,V1,V2
UB=[inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf;
inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf;
inf; inf; inf;
inf; inf; inf; inf;
 inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf;
inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf;
inf; inf; inf;
inf; inf; inf; inf;
 inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf; inf;
inf; inf; inf; inf;
(inf*ones(78,1));
1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1;
 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1];%batas atas
D21,D22,Y1,Y2,q,r, V21,V22
[x,J,exitflag]=linprog(D,A,b,[],[],LB,UB);%progr
am linier
```

LAMPIRAN 3

GUI

TAMPILAN GUI

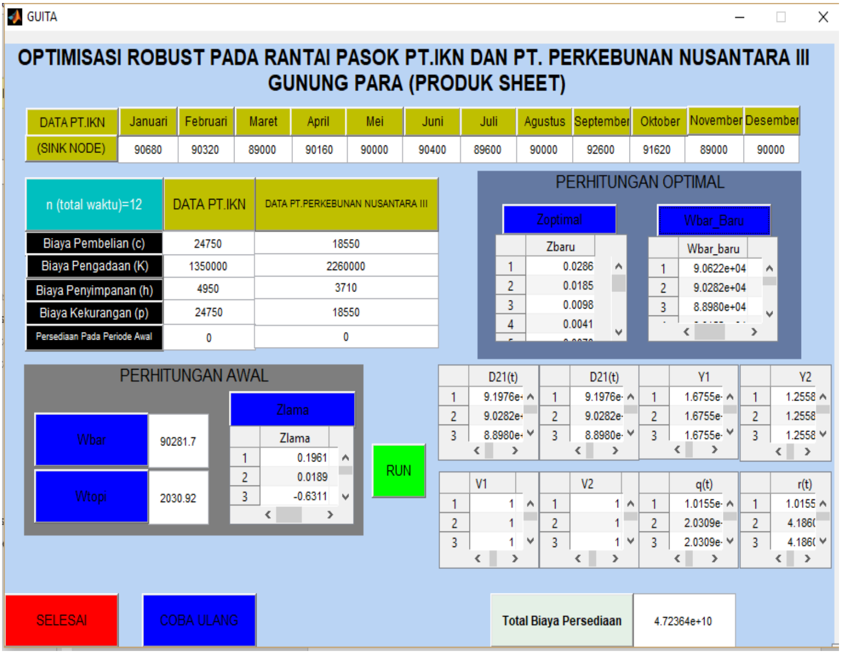


Tampilan GUI dengan layout tersebut terdiri toolbox input, toolbox text ,toolbox processing, dan tabel. Toolbox input digunakan untuk input data2 yang digunakan contohnya input data jumlah permintaan produk. Toolbox text digunakan untuk teks yang tidak berubah contohnya judul. Toolbox processing berisi source code optimisasi robust dan perhitungan lainnya. Serta untuk tabel digunakan untuk menampilkan hasil optimisasi dan hasil perhitungan lain.

INPUT

Proses input diawali dari input data jumlah permintaan produk sheet dari bulan januari hingga desember. Kemudian input data-data biaya pada PT.IKN dan PT.Perkebunan Nusantara III Gunung para. Dan untuk reset input an bisa gunakan toolbox Coba Ulang.

HASIL RUNNING



Perhitungan robust diawali dari perhitungan Wbar, Wtopi dan Z pada layout perhitungan awal. Karena Z belum optimal maka dilanjutkan pada layout perhitungan optimal dengan didapatkan Zoptimal dan wbar baru. Tahap akhir yaitu klik toolbox run / proses Optimisasi *Robust*. Sehingga didapatkan hasil optimisasi robust dalam 8 tabel dan tptal biaya persediaan. Setelah proses selesai bisa lanjut ke toolbox reset ataupun selesai.

LAMPIRAN 4

Hasil Perhitungan Optimisasi *Robust* menggunakan MATLAB

1. Asumsi $p_2 =$ Rp 18.552 dan $p_1 =$ Rp 24.753

t	$D_{21}(t)$	$D_{22}(t)$	$q_1(t)$
0	91976	91976	1015,460796
1	90282	90282	2030,92157
2	88980	88980	2030,921603
3	90152	90152	2030,921629
4	89986	89986	2030,921653
5	90353	90353	2030,921676
6	89495	89495	2030,921699
7	89818	89818	2030,921721
8	92331	92331	2030,921744
9	91263	91263	2030,921766
10	88561	88561	2030,921788
11	89505	89505	2030,92165

LAMPIRAN 4 (Lanjutan)

$r_1(0,0)$	1015,46079610817	$r_1(4,7)$	0,00002517873
$r_1(0,1)$	0,00004406276	$r_1(5,7)$	0,00002517873
$r_1(1,1)$	0,00004406276	$r_1(6,7)$	0,00002517873
$r_1(0,2)$	0,00003304708	$r_1(7,7)$	0,00002517873
$r_1(1,2)$	0,00003304708	$r_1(0,8)$	0,00002478531
$r_1(2,2)$	0,00003304708	$r_1(1,8)$	0,00002478531
$r_1(0,3)$	0,00002937518	$r_1(2,8)$	0,00002478531
$r_1(1,3)$	0,00002937518	$r_1(3,8)$	0,00002478531
$r_1(2,3)$	0,00002937518	$r_1(4,8)$	0,00002478531
$r_1(3,3)$	0,00002937518	$r_1(5,8)$	0,00002478531
$r_1(0,4)$	0,00002753923	$r_1(6,8)$	0,00002478531
$r_1(1,4)$	0,00002753923	$r_1(7,8)$	0,00002478531
$r_1(2,4)$	0,00002753923	$r_1(8,8)$	0,00002478531
$r_1(3,4)$	0,00002753923	$r_1(0,9)$	0,00002447932
$r_1(4,4)$	0,00002753923	$r_1(1,9)$	0,00002447932
$r_1(0,5)$	0,00002643766	$r_1(2,9)$	0,00002447932
$r_1(1,5)$	0,00002643766	$r_1(3,9)$	0,00002447932
$r_1(2,5)$	0,00002643766	$r_1(4,9)$	0,00002447932
$r_1(3,5)$	0,00002643766	$r_1(5,9)$	0,00002447932
$r_1(4,5)$	0,00002643766	$r_1(6,9)$	0,00002447932
$r_1(5,5)$	0,00002643766	$r_1(7,9)$	0,00002447932
$r_1(0,6)$	0,00002570328	$r_1(8,9)$	0,00002447932
$r_1(1,6)$	0,00002570328	$r_1(9,9)$	0,00002447932
$r_1(2,6)$	0,00002570328	$r_1(0,10)$	0,00002423453
$r_1(3,6)$	0,00002570328	$r_1(1,10)$	0,00002423453
$r_1(4,6)$	0,00002570328	$r_1(2,10)$	0,00002423453
$r_1(5,6)$	0,00002570328	$r_1(3,10)$	0,00002423453
$r_1(6,6)$	0,00002570328	$r_1(4,10)$	0,00002423453
$r_1(0,7)$	0,00002517873	$r_1(5,10)$	0,00002423453
$r_1(1,7)$	0,00002517873	$r_1(6,10)$	0,00002423453
$r_1(2,7)$	0,00002517873	$r_1(7,10)$	0,00002423453
$r_1(3,7)$	0,00002517873	$r_1(8,10)$	0,00002423453

LAMPIRAN 4 (Lanjutan)

$r_1(9{,}10)$	0,00002423453	$r_1(5{,}11)$	0,00000801128
$r_1(10{,}10)$	0,00002423453	$r_1(6{,}11)$	0,00000801128
$r_1(0{,}11)$	0,00000801128	$r_1(7{,}11)$	0,00000801128
$r_1(1{,}11)$	0,00000801128	$r_1(8{,}11)$	0,00000801128
$r_1(2{,}11)$	0,00000801128	$r_1(9{,}11)$	0,00000801128
$r_1(3{,}11)$	0,00000801128	$r_1(10{,}11)$	0,00000801128
$r_1(4{,}11)$	0,00000801128	$r_1(11{,}11)$	0,00000801128

t	$V_{21}(t)$	$V_{22}(t)$	$Y_1(t)$	$Y_2(t)$
0	1	1	16755442,2245144	12558091,4522053
1	1	1	16755442,7698025	12558091,8609023
2	1	1	16755443,1333281	12558092,1333636
3	1	1	16755443,4968525	12558092,4058298
4	1	1	16755443,8603771	12558092,6782615
5	1	1	16755444,2238999	12558092,9506752
6	1	1	16755444,5874315	12558093,2231286
7	1	1	16755444,9509532	12558093,4955853
8	1	1	16755445,3144838	12558093,7680501
9	1	1	16755445,6780006	12558094,0406366
10	1	1	16755446,0415294	12558094,3132778
11	1	1	16758111,2616576	12561865,4807260

LAMPIRAN 4 (Lanjutan)

2. Asumsi p_2 = Rp 18.568 dan p_1 = Rp 24.774

t	$D_{21}(t)$	$D_{22}(t)$	$q_1(t)$
0	91976	91976	1015,460785
1	90282	90282	2030,92157
2	88980	88980	2030,921571
3	90152	90152	2030,921572
4	89986	89986	2030,921573
5	90353	90353	2030,921573
6	89495	89495	2030,921574
7	89818	89818	2030,921575
8	92331	92331	2030,921575
9	91263	91263	2030,921576
10	88561	88561	2030,921577
11	89505	89505	2030,921573

LAMPIRAN 4 (Lanjutan)

$r_1(0,0)$	1015,46078542661	$r_1(4,7)$	0,00000076375
$r_1(0,1)$	0,00000133657	$r_1(5,7)$	0,00000076375
$r_1(1,1)$	0,00000133657	$r_1(6,7)$	0,00000076375
$r_1(0,2)$	0,00000100243	$r_1(7,7)$	0,00000076375
$r_1(1,2)$	0,00000100243	$r_1(0,8)$	0,00000075182
$r_1(2,2)$	0,00000100243	$r_1(1,8)$	0,00000075182
$r_1(0,3)$	0,00000089105	$r_1(2,8)$	0,00000075182
$r_1(1,3)$	0,00000089105	$r_1(3,8)$	0,00000075182
$r_1(2,3)$	0,00000089105	$r_1(4,8)$	0,00000075182
$r_1(3,3)$	0,00000089105	$r_1(5,8)$	0,00000075182
$r_1(0,4)$	0,00000083535	$r_1(6,8)$	0,00000075182
$r_1(1,4)$	0,00000083535	$r_1(7,8)$	0,00000075182
$r_1(2,4)$	0,00000083535	$r_1(8,8)$	0,00000075182
$r_1(3,4)$	0,00000083535	$r_1(0,9)$	0,00000074254
$r_1(4,4)$	0,00000083535	$r_1(1,9)$	0,00000074254
$r_1(0,5)$	0,00000080194	$r_1(2,9)$	0,00000074254
$r_1(1,5)$	0,00000080194	$r_1(3,9)$	0,00000074254
$r_1(2,5)$	0,00000080194	$r_1(4,9)$	0,00000074254
$r_1(3,5)$	0,00000080194	$r_1(5,9)$	0,00000074254
$r_1(4,5)$	0,00000080194	$r_1(6,9)$	0,00000074254
$r_1(5,5)$	0,00000080194	$r_1(7,9)$	0,00000074254
$r_1(0,6)$	0,00000077966	$r_1(8,9)$	0,00000074254
$r_1(1,6)$	0,00000077966	$r_1(9,9)$	0,00000074254
$r_1(2,6)$	0,00000077966	$r_1(0,10)$	0,00000073511
$r_1(3,6)$	0,00000077966	$r_1(1,10)$	0,00000073511
$r_1(4,6)$	0,00000077966	$r_1(2,10)$	0,00000073511
$r_1(5,6)$	0,00000077966	$r_1(3,10)$	0,00000073511
$r_1(6,6)$	0,00000077966	$r_1(4,10)$	0,00000073511
$r_1(0,7)$	0,00000076375	$r_1(5,10)$	0,00000073511
$r_1(1,7)$	0,00000076375	$r_1(6,10)$	0,00000073511
$r_1(2,7)$	0,00000076375	$r_1(7,10)$	0,00000073511
$r_1(3,7)$	0,00000076375	$r_1(8,10)$	0,00000073511

LAMPIRAN 4 (Lanjutan)

$r_1(9,10)$	0,00000073511	$r_1(5,11)$	0,00000024297
$r_1(10,10)$	0,00000073511	$r_1(6,11)$	0,00000024297
$r_1(0,11)$	0,00000024298	$r_1(7,11)$	0,00000024297
$r_1(1,11)$	0,00000024297	$r_1(8,11)$	0,00000024297
$r_1(2,11)$	0,00000024297	$r_1(9,11)$	0,00000024297
$r_1(3,11)$	0,00000024297	$r_1(10,11)$	0,00000024297
$r_1(4,11)$	0,00000024297	$r_1(11,11)$	0,00000024297

t	$V_{21}(t)$	$V_{22}(t)$	$Y_1(t)$	$Y_2(t)$
0	1	1	16757808,6878297	12559894,3463801
1	1	1	16757808,7043723	12559894,3587793
2	1	1	16757808,7154014	12559894,3670485
3	1	1	16757808,7264294	12559894,3753091
4	1	1	16757808,7374579	12559894,3835489
5	1	1	16757808,7484860	12559894,3919356
6	1	1	16757808,7595147	12559894,4002193
7	1	1	16757808,7705431	12559894,4085419
8	1	1	16757808,7815705	12559894,4168257
9	1	1	16757808,7925988	12559894,4251068
10	1	1	16757808,8036273	12559894,4334297
11	1	1	16757818,6799981	12559904,9424670

LAMPIRAN 5

VALIDASI HASIL OPTIMISASI

A. Kendala yang divalidasi (Asumsi $p_2 =$ Rp 18.552 dan $p_1 =$ Rp 24.753)

$$Y_1(t) \geq h_1 \left\{ X_1(0) + \sum_{t=0}^{t} \left(D_{21}(t) - \overline{W}_1(t) \right) + q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau, t) \right\}$$

$$t = 0,1,\cdots,11$$

t	$Y_1(t)$	$h_1 \left\{ X_1(0) + \sum_{t=0}^{t} \left(D_{21}(t) - \overline{W}_1(t) \right) + q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau, t) \right\}$
0	16755442,2245144	16755441,8429314
1	16755442,7698025	16755442,3882187
2	16755443,1333281	16755442,7517432
3	16755443,4968525	16755443,1152681
4	16755443,8603771	16755443,4787943
5	16755444,2238999	16755443,8423181
6	16755444,5874315	16755444,2058469
7	16755444,9509532	16755444,5693704
8	16755445,3144838	16755444,9328983
9	16755445,6780006	16755445,2964203
10	16755446,0415294	16755445,6599488
11	16758111,2616576	16754909,3089678

LAMPIRAN 5 (Lanjutan)

B. Kendala yang divalidasi (Asumsi p_2 = Rp 18.552 dan p_1 = Rp 24.753)

$$Y_2(t) \geq h_2\left\{X_2(0) + \sum_{t=0}^{t}\left(D_{22}(t) - \overline{W}_1(t)\right) + q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau,t)\right\}$$
$$t = 0,1,\cdots,11$$

t	$Y_2(t)$	$h_2\left\{X_2(0) + \sum_{t=0}^{t}\left(D_{22}(t) - \overline{W}_1(t)\right) + q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau,t)\right\}$
0	12558091,4522053	12558091,0706180
1	12558091,8609023	12558091,4793028
2	12558092,1333636	12558091,7517544
3	12558092,4058298	12558092,0242171
4	12558092,6782615	12558092,2966444
5	12558092,9506752	12558092,5691078
6	12558093,2231286	12558092,8415652
7	12558093,4955853	12558093,1140238
8	12558093,7680501	12558093,3864810
9	12558094,0406366	12558093,6590509
10	12558094,3132778	12558093,9314937
11	12561865,4807260	12557337,1727537

LAMPIRAN 5 (Lanjutan)

C. Kendala yang divalidasi (Asumsi $p_2 = $ Rp 18.552 dan $p_1 = $ Rp 24.753)

$$Y_1(t) \geq -p_1 \left\{ X_1(0) + \sum_{\tau=0}^{t} \left(D_{21}(\tau) - \overline{W}_1(\tau) \right) + \left(q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau, t) \right) \right\}$$

$$t = 0, 1, \cdots, 11$$

t	$Y_1(t)$	$Y_1(t) \geq -p_1 \left\{ X_1(0) + \sum_{\tau=0}^{t} \left(D_{21}(\tau) - \overline{W}_1(\tau) \right) + \left(q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau, t) \right) \right\}$
0	16755442,2245144	-83787364,0278952
1	16755442,7698025	-83787366,7546620
2	16755443,1333281	-83787368,5725047
3	16755443,4968525	-83787370,3903498
4	16755443,8603771	-83787372,2082013
5	16755444,2238999	-83787374,0260406
6	16755444,5874315	-83787375,8439048
7	16755444,9509532	-83787377,6617423
8	16755445,3144838	-83787379,4796022
9	16755445,6780006	-83787381,2974329
10	16755446,0415294	-83787383,1152954
11	16758111,2616576	-83784701,0353293

LAMPIRAN 5 (Lanjutan)

D. Kendala yang divalidasi (Asumsi $p_2 = \text{Rp } 18.552$ dan $p_1 = \text{Rp } 24.753$)

$$Y_2(t) \geq -p_2\left\{X_2(0) + \sum_{\tau=0}^{t}\left(D_{22}(\tau) - \overline{W}_1(\tau)\right) + \left(q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau,t)\right)\right\}$$

$$t = 0,1,\cdots,11$$

t	$Y_2(t)$	$Y_1(t) \geq -p_1\left\{X_1(0) + \sum_{\tau=0}^{t}\left(D_{21}(\tau) - \overline{W}_1(\tau)\right) + \left(q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau,t)\right)\right\}$
0	12558091,4522053	-62797225,2135053
1	12558091,8609023	-62797227,2571497
2	12558092,1333636	-62797228,6195546
3	12558092,4058298	-62797229,9820150
4	12558092,6782615	-62797231,3442985
5	12558092,9506752	-62797232,7067621
6	12558093,2231286	-62797234,0691961
7	12558093,4955853	-62797235,4316361
8	12558093,7680501	-62797236,7940687
9	12558094,0406366	-62797238,1570655
10	12558094,3132778	-62797239,5194259
11	12561865,4807260	-62793455,3177701

LAMPIRAN 5 (Lanjutan)

E. Kendala yang divalidasi (Asumsi $p_2 =$ Rp 18.552 dan $p_1 =$ Rp 24.753)

$$q_1(t) + r_1(\tau, t) \geq \widehat{W}_1(\tau)$$

$$t = 0,1,\cdots,11$$

τ	t	$q_1(t) + r_1(\tau, t)$	$\widehat{W}_1(\tau)$
0	0	2030,92159221634	2030,92157018493
0	1	2030,92161424772	2030,92157018493
1		2030,92161424772	2030,92157018493
0	2	2030,92163627913	2030,92157018493
1		2030,92163627913	2030,92157018493
2		2030,92163627913	2030,92157018493
0	3	2030,92165831053	2030,92157018493
1		2030,92165831053	2030,92157018493
2		2030,92165831053	2030,92157018493
3		2030,92165831053	2030,92157018493
0	4	2030,92168034189	2030,92157018493
1		2030,92168034189	2030,92157018493
2		2030,92168034189	2030,92157018493
3		2030,92168034189	2030,92157018493
4		2030,92168034189	2030,92157018493
0	5	2030,92170237328	2030,92157018493
1		2030,92170237328	2030,92157018493
2		2030,92157101207	2030,92157018493

τ	t	$q_1(t) + r_1(\tau, t)$	$\widehat{W}_1(\tau)$
3	5	2030,92157101207	2030,92157018493
4		2030,92157101207	2030,92157018493
5		2030,92157101207	2030,92157018493
0	6	2030,92172440471	2030,92157018493
1		2030,92172440471	2030,92157018493
2		2030,92157152105	2030,92157018493
3		2030,92157152105	2030,92157018493
4		2030,92157152105	2030,92157018493
5		2030,92157152105	2030,92157018493
6		2030,92157152105	2030,92157018493
0	7	2030,92174643611	2030,92157018493
1		2030,92174643611	2030,92157018493
2		2030,92157166479	2030,92157018493
3		2030,92157166479	2030,92157018493
4		2030,92157166479	2030,92157018493
5		2030,92157166479	2030,92157018493
6		2030,92157166479	2030,92157018493
7		2030,92157166479	2030,92157018493
0	8	2030,92176846750	2030,92157018493
1		2030,92176846750	2030,92157018493
2		2030,92157185219	2030,92157018493
3		2030,92157185219	2030,92157018493
4		2030,92157185219	2030,92157018493
5		2030,92157185219	2030,92157018493
6		2030,92157185219	2030,92157018493
7		2030,92157185219	2030,92157018493
8		2030,92157185219	2030,92157018493
0	9	2030,92179049891	2030,92157018493
1		2030,92179049891	2030,92157018493
2		2030,92157206493	2030,92157018493
3		2030,92157206493	2030,92157018493

τ	t	$q_1(t) + r_1(\tau, t)$	$\widehat{W}_1(\tau)$
4	9	2030,92157206493	2030,92157018493
5		2030,92157206493	2030,92157018493
6		2030,92157206493	2030,92157018493
7		2030,92157206493	2030,92157018493
8		2030,92157206493	2030,92157018493
9		2030,92157206493	2030,92157018493
0	10	2030,92181253031	2030,92157018493
1		2030,92157224650	2030,92157018493
2		2030,92157224650	2030,92157018493
3		2030,92157224650	2030,92157018493
4		2030,92157224650	2030,92157018493
5		2030,92157224650	2030,92157018493
6		2030,92157224650	2030,92157018493
7		2030,92157224650	2030,92157018493
8		2030,92157224650	2030,92157018493
9		2030,92157224650	2030,92157018493
10		2030,92157224650	2030,92157018493
0	11	2030,92165830902	2030,92157018493
1		2030,92157095129	2030,92157018493
2		2030,92157095129	2030,92157018493
3		2030,92157095129	2030,92157018493
4		2030,92157095129	2030,92157018493
5		2030,92157095129	2030,92157018493
6		2030,92157095129	2030,92157018493
7		2030,92157095129	2030,92157018493
8		2030,92157095129	2030,92157018493
9		2030,92157095129	2030,92157018493
10		2030,92157095129	2030,92157018493
11		2030,92157095129	2030,92157018493

LAMPIRAN 5 (Lanjutan)

A. Kendala yang divalidasi (Asumsi p_2 = Rp 18.568 dan p_1 = Rp 24.774)

$$Y_1(t) \geq h_1 \left\{ X_1(0) + \sum_{t=0}^{t} \left(D_{21}(t) - \overline{W}_1(t) \right) + q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau, t) \right\}$$
$$t = 0,1, \cdots ,11$$

t	$Y_1(t)$	$h_1 \left\{ X_1(0) + \sum_{t=0}^{t} \left(D_{21}(t) - \overline{W}_1(t) \right) + q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau, t) \right\}$
0	16757808,6878297	16757808,6762555
1	16757808,7043723	16757808,6927981
2	16757808,7154014	16757808,7038270
3	16757808,7264294	16757808,7148554
4	16757808,7374579	16757808,7258834
5	16757808,7484860	16757808,7369123
6	16757808,7595147	16757808,7479418
7	16757808,7705431	16757808,7589683
8	16757808,7815705	16757808,7699977
9	16757808,7925988	16757808,7810237
10	16757808,8036273	16757808,7920581
11	16757818,6799981	16757806,7164095

LAMPIRAN 5 (Lanjutan)

B. Kendala yang divalidasi (Asumsi p_2 = Rp 18.568 dan p_1 = Rp 24.774)

$$Y_2(t) \geq h_2 \left\{ X_2(0) + \sum_{t=0}^{t} \left(D_{22}(t) - \overline{W}_1(t) \right) + q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau, t) \right\}$$
$$t = 0,1,\cdots,11$$

t	$Y_2(t)$	$h_2 \left\{ X_2(0) + \sum_{t=0}^{t} \left(D_{22}(t) - \overline{W}_1(t) \right) + q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau, t) \right\}$
0	12559894,3463801	12559894,3348066
1	12559894,3587793	12559894,3472060
2	12559894,3670485	12559894,3554977
3	12559894,3753091	12559894,3637686
4	12559894,3835489	12559894,3720433
5	12559894,3919356	12559894,3803335
6	12559894,4002193	12559894,3885959
7	12559894,4085419	12559894,3968751
8	12559894,4168257	12559894,4051420
9	12559894,4251068	12559894,4134077
10	12559894,4334297	12559894,4217140
11	12559904,9424670	12559892,2430204

LAMPIRAN 5(Lanjutan)

C. Kendala yang divalidasi (Asumsi p_2 = Rp 18.568 dan p_1 = Rp 24.774)

$$Y_1(t) \geq -p_1\left\{X_1(0) + \sum_{\tau=0}^{t}\left(D_{21}(\tau) - \overline{W}_1(\tau)\right) + \left(q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau,t)\right)\right\}$$

$$t = 0,1,\cdots,11$$

t	$Y_1(t)$	$Y_1(t) \geq -p_1\left\{X_1(0) + \sum_{\tau=0}^{t}\left(D_{21}(\tau) - \overline{W}_1(\tau)\right) + \left(q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau,t)\right)\right\}$
0	16757808,6878297	-83870293,3627381
1	16757808,7043723	-83870293,4455311
2	16757808,7154014	-83870293,5007292
3	16757808,7264294	-83870293,5559246
4	16757808,7374579	-83870293,6111181
5	16757808,7484860	-83870293,6663162
6	16757808,7595147	-83870293,7215171
7	16757808,7705431	-83870293,7767030
8	16757808,7815705	-83870293,8319035
9	16757808,7925988	-83870293,8870870
10	16757808,8036273	-83870293,9423124
11	16757818,6799981	-83870283,5540058

LAMPIRAN 5 (Lanjutan)

D. Kendala yang divalidasi (Asumsi p_2 = Rp 18.568 dan p_1 = Rp 24.774)

$$Y_2(t) \geq -p_2 \left\{ X_2(0) + \sum_{\tau=0}^{t} \left(D_{22}(\tau) - \overline{W}_1(\tau) \right) + \left(q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau,t) \right) \right\}$$

$$t = 0,1,\cdots,11$$

t	$Y_2(t)$	$Y_1(t) \geq -p_1 \left\{ X_1(0) + \sum_{\tau=0}^{t} \left(D_{21}(\tau) - \overline{W}_1(\tau) \right) + \left(q_1(t)\Gamma_1(t) + \sum_{\tau=0}^{t} r_1(\tau,t) \right) \right\}$
0	12559894,3463801	-62860409,1667627
1	12559894,3587793	-62860409,2288195
2	12559894,3670485	-62860409,2703183
3	12559894,3753091	-62860409,3117129
4	12559894,3835489	-62860409,3531267
5	12559894,3919356	-62860409,3946179
6	12559894,4002193	-62860409,4359702
7	12559894,4085419	-62860409,4774061
8	12559894,4168257	-62860409,5187806
9	12559894,4251068	-62860409,5601495
10	12559894,4334297	-62860409,6017209
11	12559904,9424670	-62860398,6976825

LAMPIRAN 5 (Lanjutan)

E. Kendala yang divalidasi (Asumsi p_2 = Rp 18.568 dan p_1 = Rp 24.774)

$$q_1(t) + r_1(\tau, t) \geq \widehat{W}_1(\tau)$$

$$t = 0,1,\cdots,11$$

τ	t	$q_1(t) + r_1(\tau, t)$	$\widehat{W}_1(\tau)$
0	0	2030,92157085322	2030,92157018493
0	1	2030,92157152150	2030,92157018493
1		2030,92157152150	2030,92157018493
0	2	2030,92157218979	2030,92157018493
1		2030,92157218979	2030,92157018493
2		2030,92157218979	2030,92157018493
0	3	2030,92157285807	2030,92157018493
1		2030,92157285807	2030,92157018493
2		2030,92157285807	2030,92157018493
3		2030,92157285807	2030,92157018493
0	4	2030,92157352635	2030,92157018493
1		2030,92157352635	2030,92157018493
2		2030,92157352635	2030,92157018493
3		2030,92157352635	2030,92157018493
4		2030,92157352635	2030,92157018493
0	5	2030,92157419463	2030,92157018493
1		2030,92157419463	2030,92157018493
2		2030,92157101207	2030,92157018493

τ	t	$q_1(t) + r_1(\tau, t)$	$\widehat{W}_1(\tau)$
3	5	2030,92157101207	2030,92157018493
4		2030,92157101207	2030,92157018493
5		2030,92157101207	2030,92157018493
0	6	2030,92157486291	2030,92157018493
1		2030,92157486291	2030,92157018493
2		2030,92157152105	2030,92157018493
3		2030,92157152105	2030,92157018493
4		2030,92157152105	2030,92157018493
5		2030,92157152105	2030,92157018493
6		2030,92157152105	2030,92157018493
0	7	2030,92157553120	2030,92157018493
1		2030,92157553120	2030,92157018493
2		2030,92157166479	2030,92157018493
3		2030,92157166479	2030,92157018493
4		2030,92157166479	2030,92157018493
5		2030,92157166479	2030,92157018493
6		2030,92157166479	2030,92157018493
7		2030,92157166479	2030,92157018493
0	8	2030,92157619949	2030,92157018493
1		2030,92157619949	2030,92157018493
2		2030,92157185219	2030,92157018493
3		2030,92157185219	2030,92157018493
4		2030,92157185219	2030,92157018493
5		2030,92157185219	2030,92157018493
6		2030,92157185219	2030,92157018493
7		2030,92157185219	2030,92157018493
8		2030,92157185219	2030,92157018493
0	9	2030,92157686777	2030,92157018493
1		2030,92157686777	2030,92157018493
2		2030,92157206493	2030,92157018493
3		2030,92157206493	2030,92157018493

τ	t	$q_1(t) + r_1(\tau, t)$	$\widehat{W}_1(\tau)$
4	9	2030,92157206493	2030,92157018493
5		2030,92157206493	2030,92157018493
6		2030,92157206493	2030,92157018493
7		2030,92157206493	2030,92157018493
8		2030,92157206493	2030,92157018493
9		2030,92157206493	2030,92157018493
0	10	2030,92157753605	2030,92157018493
1		2030,92157224650	2030,92157018493
2		2030,92157224650	2030,92157018493
3		2030,92157224650	2030,92157018493
4		2030,92157224650	2030,92157018493
5		2030,92157224650	2030,92157018493
6		2030,92157224650	2030,92157018493
7		2030,92157224650	2030,92157018493
8		2030,92157224650	2030,92157018493
9		2030,92157224650	2030,92157018493
10		2030,92157224650	2030,92157018493
0	11	2030,92157285752	2030,92157018493
1		2030,92157095129	2030,92157018493
2		2030,92157095129	2030,92157018493
3		2030,92157095129	2030,92157018493
4		2030,92157095129	2030,92157018493
5		2030,92157095129	2030,92157018493
6		2030,92157095129	2030,92157018493
7		2030,92157095129	2030,92157018493
8		2030,92157095129	2030,92157018493
9		2030,92157095129	2030,92157018493
10		2030,92157095129	2030,92157018493
11		2030,92157095129	2030,92157018493

BIODATA PENULIS

Abdur Rohim atau yang biasa dipanggil Rohim lahir di Sampit, 2 Juli 1994. Penulis menempuh pendidikan di SD Ikan Kerapu Surabaya, MTs Darul Ulum BanyuAnyar Pamekasan, dan MA Darul Ulum BanyuAnyar Pamekasan.

Penulis yang memiliki kegemaran bermain futsal ini sedang menempuh pendidikan di Jurusan Matematika ITS penulis mengambil bidang minat Matematika Terapan yang terdiri atas Pemodelan Matematika dan Riset Operasi dan Pengolahan Data (ROPD).

Penulis juga mengikuti kegiatan organisasi yaitu aktif di Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika ITS (HIMATIKA ITS) sebagai staf Sport and Art Departement (SAD) dan Lembaga Dakwah Jurusan Matematika ITS (Ibnu Muqlah) sebagai staf Big Event, Demikian biodata penulis.

Jika ingin memberikan saran, kritik, dan diskusi mengenai Tugas akhir ini, dapat dikirimkan melalui email rohimmath14@gmail.com. Terimaksih

Semoga bermanfaat.