

Analiza odstupanja izvedenih od projektiranih visina završnog, asfaltnog sloja na cestama različitih kategorija

Vladimir MOSER – Osijek¹, Zdravko KAPOVIĆ, Miljenko LAPAINE – Zagreb²

SAŽETAK. U radu je izložena statistička obrada odstupanja izvedenih od projektiranih visina završnog, asfaltnoga sloja kolničke konstrukcije ceste. Analizom su obuhvaćeni podaci mjerenja prikupljenih tijekom geodetskog nadzora pri građenju različitih kategorija cesta: regionalnih, magistralnih i autocesta. Cilj rada bio je utvrditi točnost izvođenja završnog sloja i rezultate istraživanja usporediti s tolerancijama navedenima u odgovarajućim građevinskim propisima.

Gljučne riječi: cestogradnja, geodetska mjerenja, matematička obrada geodetskih mjerenja.

1. Uvod

Prema Zakonu o osnovama sigurnosti prometa na cestama iz 1980. i Zakonu o cestama iz 1984. ceste i gradske ulice razvrstavale su se na javne ceste i nerazvrstane ceste. Javne ceste dijelile su se na magistralne, regionalne i lokalne. Prema namjeni javne su se ceste dijelile na autoceste, ceste rezervirane za promet motornih vozila, ceste određene za mješoviti promet i ceste određene za pojedine vrste prometa (Babić 1989).

Prema Korlaetu (1995), ceste se razlikuju po vrsti prometa, broju voznih trakova, vrsti zastora, planiranoj veličini prometa, terenu kojim prolaze, po položaju i funkciji u cestovnoj mreži itd. Prema položaju u prostoru javne se ceste dijele na javne ceste izvan naselja i gradske ceste. Javne ceste izvan naselja mogu se dalje podijeliti na razne načine. Tako se prema privrednom i društvenom značenju dijele na magi-

¹Mr. sc. Vladimir Moser, Sveučilište J. J. Strossmayera Osijek, Građevinski fakultet, Drinska 16a, 31000 Osijek, e-mail: vmoser@gfos.hr

²Prof. dr. sc. Zdravko Kapović i prof. dr. sc. Miljenko Lapaine, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Kačićeva 26, 10000 Zagreb, e-mail: mlapaine@geof.hr

stralne, regionalne i lokalne, a prema veličini prometa, vrsti prometnih tokova, brzini, udobnosti i stupnju sigurnosti prometa na autoceste i ostale ceste za motorni promet.

Prema novom *Zakonu o javnim cestama* iz 1996. javne ceste se ovisno o njihovu društvenom, prometnom i gospodarskom značenju razvrstavaju u jednu od sljedeće tri skupine:

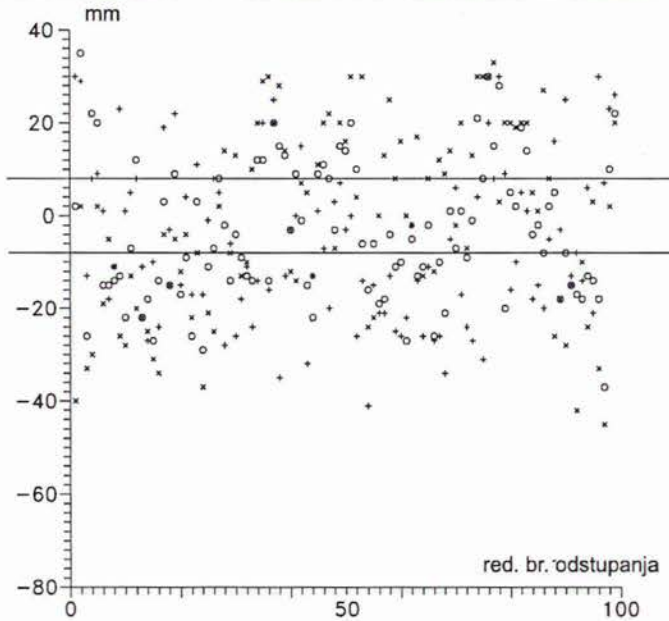
1. javne ceste koje povezuju cjelokupni teritorij Republike Hrvatske i povezuju ga s mrežom glavnih europskih cesta ili kraće – državne ceste,
2. javne ceste koje povezuju područje jedne ili više županija, ili kraće – županijske ceste,
3. javne ceste koje povezuju područje grada i/ili općine, ili kraće – lokalne ceste.

Ceste kao gospodarsko-prometni objekti sadrže niz specifičnosti po kojima se znatno razlikuju od drugih građevinskih objekata. To se poglavito odnosi na duljinu gradilišta, na opsežne zemljane i pripremne radove te na kompleksnost geodetskih radova pri građenju ceste i svih objekata (mostova, vijadukata, propusta, motela, benzinskih stanica, itd.) na cesti ili uz nju.

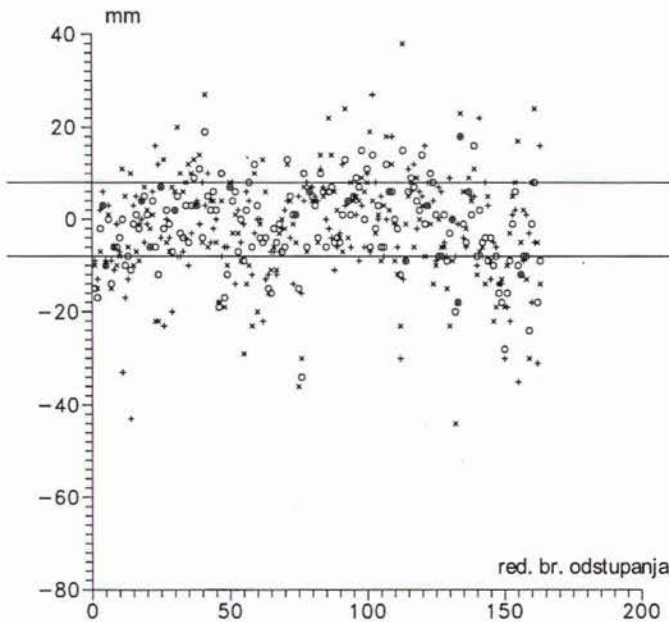
Od priprema podloga za projekte, iskolčenja i kontrole izvođenja radova – geodetskog nadzora, do puštanja objekta u promet, nazočnost je geodetskog stručnjaka gotovo svakodnevna. Raspoložujući velikim brojem podataka dobivenih pri geodetskom nadzoru (Florijan i Moser 1996), nastojalo se istražiti kolika se stvarna točnost izvođenja pojedinog sloja kolničke konstrukcije postiže i u kakvom je to suglasju s kriterijima navedenim u *Općim tehničkim uvjetima za radove na cestama* (Babić 1989). U ovome je radu analiziran habajući, asfaltnobetonski (AB) sloj kolničke konstrukcije (Babić 1984), sloj koji vidimo i osjećamo, pa o njegovoj izvedbi ovisi i krajnji dojam o cesti.

Prikazana su odstupanja projektiranih i izvedenih visina na karakterističnim točkama po profilima. Projektirane visine karakterističnih točaka profila dane su u projektu. Izvedene visine završnog sloja određuju se geometrijskim nivelmanom s visinski određenih geodetskih točaka (repera). Razmak repera uz trasu je takav (oko 200 m) da se svako novo stajalište počinje s novoga repera, čime se izbjegava gomilanje pogrešaka. Položaj snimanih točaka ceste prikazan je u projektu po profilima (lijevi i desni rub i os ceste). Razmak profila je 50 metara (za autocestu 25 metara), a profili su postavljeni i na karakterističnim mjestima (karakteristične točke krivina, propusti, mostovi ili slični objekti i dr.). Od instrumentarija za niveliranje rabe se niveliri srednje točnosti (npr. NI 025) i centimetarske letve. Niveliraju geodetski nadzorni inženjer i geodet izvoditelja radova. Podaci mjerenja se na terenu upisuju u prikladne obrasce te se odmah računaju visine niveliranih točaka i odstupanja.

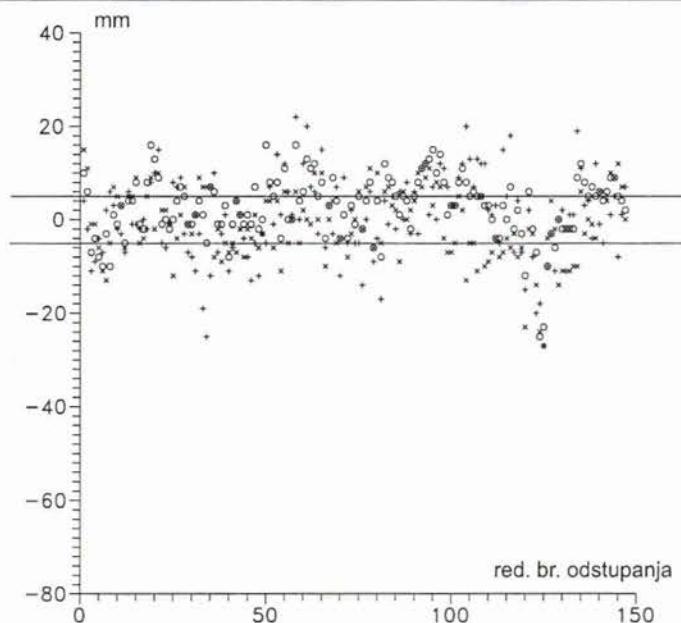
Odstupanja su dobivena iz razlike dviju visina. Izvedena visina sloja dobije se iz visine repera i dvaju očitavanja na letvama (na reperu i na mjerenoj točki). Znači da točnost odstupanja ovisi o točnosti očitavanja tih dviju centimetarskih letava. Na temelju iskustva ta se točnost može procijeniti na oko 2 do 3 mm.



Slika 1. Prikaz odstupanja za regionalnu cestu. Oznake: + odstupanje na lijevom rubu ceste, × odstupanje na desnom rubu ceste i ○ odstupanje u sredini ceste. Dozvoljena odstupanja su između horizontalnih pravaca.



Slika 2. Prikaz odstupanja za magistralnu cestu. Oznake: + odstupanje na lijevom rubu ceste, × odstupanje na desnom rubu ceste i ○ odstupanje u sredini ceste. Dozvoljena odstupanja su između horizontalnih pravaca.



Slika 3. Prikaz odstupanja za autocestu. Oznake: + odstupanje na lijevom rubu ceste, × odstupanje na desnom rubu ceste i ○ odstupanje u sredini ceste. Dozvoljena odstupanja su između horizontalnih pravaca.

2. Elementarna obrada mjerenja

Na različitim kategorijama cesta (regionalna, magistralna i autocesta) izmjereno je ukupno 409 poprečnih profila (Tablica 1). Poprečni se profili uspostavljaju okomito na os ceste. Definiraju ih tri točke (lijevi i desni rub te os ceste), čije se visine (odstupanja) dobivaju geometrijskim nivelmanom. Na taj način, u razmatranom primjeru, dobilo se 1227 podataka mjerenja koji će se u nastavku analizirati.

Tablica 1. Broj profila za pojedine ceste i slojeve.

	Regionalna cesta	Magistralna cesta	Autocesta
Broj profila	99	163	147
		Ukupno:	409

Prema *Općim tehničkim uvjetima za radove na cestama* (Babić 1989), za autoceste i ceste skupine vrlo teškog i teškog prometnog opterećenja dopušteno visinsko odstupanje površine izvedenoga habajućeg sloja od projektirane visine iznosi ± 5 mm. Za ceste skupine srednjeg, lakog i vrlo lakog prometnog opterećenja dopušteno visinsko odstupanje nivelete iznosi ± 8 mm. Rezultati ispitivanja stvarnih odstupanja prikazani su na slikama 1–3 i u tablici 2.

Tablica 2. Odstupanja koja zadovoljavaju Opće tehničke uvjete za radove na cestama (Babić 1989).

	Regionalna cesta	Magistralna cesta	Autocesta
Broj odstupanja	87	309	229
Postotak	29%	63%	52%

Srednja vrijednost odstupanja x_i , $i = 1, \dots, n$ računa se po formuli

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}. \quad (1)$$

Srednja vrijednost apsolutnih vrijednosti odstupanja je

$$x = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i|}{n}. \quad (2)$$

Na temelju izraza (1) i (2) dobivene su srednje vrijednosti odstupanja i srednje vrijednosti apsolutnih vrijednosti odstupanja od projektiranih visina (tablica 3).

Tablica 3. Srednje vrijednosti odstupanja i srednje vrijednosti apsolutnih vrijednosti odstupanja po vrstama cesta.

	Regionalna cesta	Magistralna cesta	Autocesta
Srednja vrijednost odstupanja [mm]	-3	-2	1
Srednja vrijednost apsolutnih vrijednosti odstupanja [mm]	13	8	6

Srednje su vrijednosti odstupanja vrlo male zbog toga što su se mnoge negativne i pozitivne vrijednosti odstupanja međusobno poništile. Samo na temelju srednje vrijednosti odstupanja ne bi trebalo izvoditi zaključke o visinskoj točnosti izvedenog sloja kolničke konstrukcije.

Vjerodostojniju sliku daje srednja vrijednost apsolutnih vrijednosti odstupanja jer se u račun uzimaju apsolutne vrijednosti, čime je izbjegnuto međusobno poništavanje rezultata odstupanja.

Standardno odstupanje procjenjuje se po formuli

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}. \quad (3)$$

Tablica 4. Procjene standardnih odstupanja odstupanja i njihov odnos prema dozvoljenim odstupanjima po vrstama cesta.

	Regionalna cesta	Magistralna cesta	Autocesta
Procjena standardnog odstupanja odstupanja $\hat{\sigma}$ [mm]	17,6	10,9	7,9
Dozvoljeno odstupanje Δ [mm]	8	8	5
Δ/s	0,45	0,73	0,63
s/Δ	2,20	1,36	1,58

Na temelju tablice 4 može se zaključiti da su dozvoljena odstupanja prema *Općim tehničkim uvjetima za radove na cestama* (Babić 1989) vrlo stroga (iznose manje od oko $\frac{1}{2}$ do $\frac{3}{4}$ procijenjenih standardnih odstupanja) ili su ceste slabo izvedene (standardno odstupanje je veće od dozvoljenih odstupanja).

Prirodno se još postavlja pitanje može li se na temelju relativno velikog broja mjerenja, odnosno odstupanja izvesti zaključak o njihovoj normalnoj razdiobi. Odgovor na to pitanje dat ćemo ispitivanjem asimetrije i ekscesa, upotrebom χ^2 -testa te testa Kolmogorova i Smirnova.

3. Ispitivanje normalnosti razdiobe odstupanja

3.1. Asimetrija i eksces

Prema Wolfu (1994a, b), za mjerene vrijednosti x_i , $i = 1, \dots, n$ najprije se izračunaju njihova odstupanja v_i od srednje vrijednosti

$$v_i = \bar{x} - x_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (4)$$

Zatim se računaju funkcije uzorka:

asimetrija

$$g_1 = \frac{k_3}{k_2^{3/2}} \quad (5)$$

i eksces

$$g_2 = \frac{k_4}{k_2^2}, \quad (6)$$

gdje su

$$k_2 = \frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-1}, \quad k_3 = \frac{n \sum_{i=1}^n v_i^3}{(n-1)(n-2)}, \quad k_4 = \frac{n(n+1) \sum_{i=1}^n v_i^4 - 3(n-1) \left(\sum_{i=1}^n v_i^2 \right)^2}{(n-1)(n-2)(n-3)}. \quad (7)$$

Postavlja se pitanje da li dobivene vrijednosti za asimetriju g_1 i za eksces g_2 značajno odstupaju od nule, tj. od vrijednosti koje karakteriziraju normalnu razdiobu? U tu svrhu računaju se

$$\lambda_1 = \frac{g_1}{m_{g1}} \quad \text{i} \quad \lambda_2 = \frac{g_2}{m_{g2}}, \quad (8)$$

gdje su

$$m_{g1}^2 = \frac{6n(n-1)}{(n-2)(n+1)(n+3)} \quad \text{i} \quad m_{g2}^2 = \frac{24(n-1)^2 n}{(n-3)(n-2)(n+3)(n+5)}. \quad (9)$$

Testira se nul-hipoteza da λ slijedi asimptotski normiranu normalnu razdiobu. Područje prihvatanja hipoteze je interval $[-\lambda_S, \lambda_S]$, gdje je λ_S fraktil normirane normalne razdiobe uz statističku pouzdanost $S (= 1-\alpha)$. Radi se o dvostranom testu. Nul-hipoteza se ne odbacuje ako je $|\lambda_1| \leq \lambda_S$ i $|\lambda_2| \leq \lambda_S$.

3.2. Pearsonov χ^2 -test

Prilikom proučavanja pojedine razdiobe obično se bavimo i pitanjem prilagođavanja empirijskih podataka nekoj teorijskoj razdiobi. Pretpostavimo li da se empirijski podaci odnose na varijablu x i da su grupirani u n razreda, svakom će razredu pripadati dvije frekvencije: empirijska f_i i teorijska f_{ti} . Konkretni primjeri pokazuju da se empirijske i teorijske frekvencije u potpunosti ne podudaraju, nego da su razlike $|f_i - f_{ti}|$ u pojedinim razredima veće, a u drugima manje. Postavlja se pitanje jesu li te razlike prevelike da bi se moglo smatrati da se varijabla x na koju se odnose podaci pokorava zadanoj razdiobi. To se pitanje može formulirati i na sljedeći način: je li razumno prihvatiti hipotezu H_0 : Varijabla x pokorava se prilagođenom teorijskom zakonu. Pritom je važno primijetiti da se hipoteza H_0 odnosi samo na oblik razdiobe, a ne i na njezine parametre. Odgovor na postavljeno pitanje daje sljedeći teorem (Pavlič 1985):

Veličina $\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(f_i - f_{ti})^2}{f_{ti}}$ ima približno gama razdiobu sa stupnjem slobode k , koji

ovisi o broju razreda n i o razdiobi koju prilagođavamo. Kad se radi o normalnoj razdiobi onda je $k = n - 3$.

Ako nisu prevelike razlike između empirijskih i teorijskih frekvencija, tj. ako one imaju slučajni karakter, tada pripadajući χ^2 neće biti prevelik. U slučaju da su razlike $|f_i - f_{ti}|$ veće, bit će veći i χ^2 .

Ako je izračunani χ^2 signifikantan, onda su i razlike $|f_i - f_{ti}|$ signifikantne, pa hipotezu H_0 treba odbaciti.

Važno je još napomenuti da se χ^2 -test primjenjuje samo u slučaju kad su teorijske frekvencije f_{ti} veće od 5. U slučaju da je $f_{ti} < 5$ za početne ili završne razrede, razredi

se spajaju. Nadalje, očito je da rezultat testiranja ovisi i o raspodjeli podataka u razrede. Prema Sachs (1978), po mogućnosti bi trebalo uzeti širinu razreda takvu da je manja, a približno jednaka polovici standardnog odstupanja.

3.3. Test Kolmogorova i Smirnova

Testom Kolmogorova i Smirnova (Sachs 1978) dokazuje se prilagodba empirijske razdiobe nekoj teorijskoj. Taj test nije ovisan o razdiobi i po tome odgovara χ^2 -testu. Posebno pri malim uzorcima taj test prije otkriva odstupanja od normalne razdiobe. Strogo govoreći, taj test pretpostavlja da se radi o neprekidnoj razdiobi. Međutim, primjenljiv je i na diskretne razdiobe. Dokazuje se alternativna hipoteza: Uzorak se ne pokorava poznatoj razdiobi, nasuprot nul-hipotezi: Uzorak odgovara poznatoj razdiobi.

Određuju se očekivane frekvencije f_{ti} prema nul-hipotezi, konstruiraju kumulativne frekvencije F_{ti} tih vrijednosti, opažane frekvencije f_i i njihove kumulativne vrijednosti F_i , zatim razlike $F_{ti} - F_i$ i najveća od njih po apsolutnoj vrijednosti podijeli se s veličinom uzorka n . Veličina koja se testira je kvocijent

$$\frac{\max |F_{ti} - F_i|}{n} \quad (10)$$

Ako se za prilagodbu normalnoj razdiobi trebaju na temelju uzorka procijeniti srednja vrijednost i varijanca, tada se za $n > 30$ kritične vrijednosti mogu odrediti prema izrazima

$$\begin{aligned} 0,805/\sqrt{n} & \quad (\alpha = 0,10) \\ 0,886/\sqrt{n} & \quad (\alpha = 0,05) \\ 1,031/\sqrt{n} & \quad (\alpha = 0,01) \end{aligned} \quad (11)$$

Ako je izračunana vrijednost manja od kritične, nul-hipoteza se ne odbacuje uz odgovarajući rizik α .

3.4. Rezultati istraživanja za regionalne ceste

Tablica 5. Ekstremne vrijednosti, srednje i standardno odstupanje za regionalne ceste.

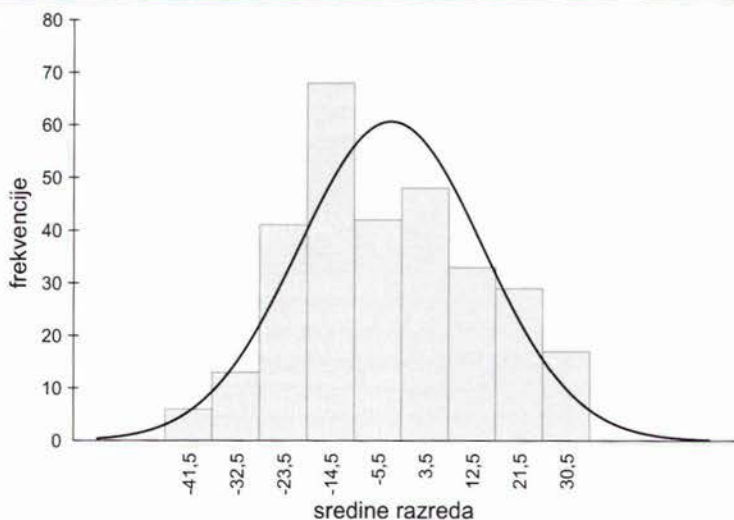
	Lijevo	Sredina	Desno	Sve zajedno
Najveće pozitivno odstupanje [mm]	30	35	33	35
Najveće negativno odstupanje [mm]	-41	-37	-45	-45
Najveće odstupanje po apsolutnoj vrijednosti [mm]	41	37	45	45
Srednja vrijednost odstupanja [mm]	-5,8	-3,7	-1,0	-3,5
Standardno odstupanje odstupanja [mm]	±17,2	±15,0	±20,1	±17,6

Tablica 6. Osnovni pokazatelji odstupanja za regionalne ceste.

Broj mjerenja	$n = 297$
Srednja vrijednost	$\bar{x} = -3,5 \text{ mm}$
Standardno odstupanje	$s = \pm 17,6 \text{ mm}$
Širina razreda	$\Delta x = 9 \text{ mm}$
Broj razreda	$i = 9$
Stupnjevi slobode	$k = 6$
Koeficijent asimetrije	$g_1 = 0,142$
Koeficijent spljoštenosti	$g_2 = 2,233$
Testiranje asimetrije	$\lambda_1 = -1,011$
Testiranje ekscesa	$\lambda_2 = -2,695$

Tablica 7. Prikaz računanja za χ^2 -test i test Kolmogorova i Smirnova za regionalne ceste.

X_i	z_i	$\Phi(z_i)$	p_i	np_i	f_i	$f_i - np_i$	χ_i^2	$\sum_{i=1}^j (f_i - np_i)$
$-\infty$	$-\infty$	0,00000	0,02841	8,4373	6	-2,4373	0,70	-2,4373
-37	-1,90	0,02841	0,05342	15,8660	13	-2,8660	0,52	-5,3033
-28	-1,39	0,08183	0,10732	31,8746	41	9,1254	2,61	3,8221
-19	-0,88	0,18915	0,16684	49,5526	68	18,4474	6,87	22,2695
-10	-0,37	0,35599	0,20073	59,6154	42	-17,6154	5,21	4,6541
-1	0,14	0,55672	0,18689	55,5051	48	-7,5051	1,01	-2,8510
8	0,65	0,74361	0,13466	39,9931	33	-6,9931	1,22	-9,8441
17	1,17	0,87826	0,07508	22,2995	29	6,7005	2,01	-3,1436
26	1,68	0,95334	0,04666	13,8566	17	3,1434	0,71	-0,0002
$+\infty$	$+\infty$	1,00000	1,00000	297,0000	297		$\chi_{\text{emp}}^2 = 20,87$	



Slika 4. Prikaz razdiobe odstupanja za regionalne ceste.

3.5. Rezultati istraživanja za magistralne ceste

Tablica 8. Ekstremne vrijednosti, srednje i standardno odstupanje za magistralne ceste.

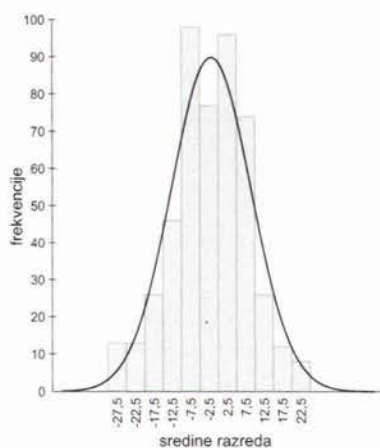
	Lijevo	Sredina	Desno	Sve zajedno
Najveće pozitivno odstupanje [mm]	27	19	38	38
Najveće negativno odstupanje [mm]	-43	-34	-44	-44
Najveće odstupanje po apsolutnoj vrijednosti [mm]	43	34	44	44
Srednja vrijednost [mm]	-2,6	-1,5	-1,6	-1,9
Standardno odstupanje odstupanja [mm]	±10,8	±9,1	±12,5	±10,9

Tablica 9. Osnovni pokazatelji odstupanja za magistralne ceste.

Broj mjerenja	$n = 489$
Srednja vrijednost	$\bar{x} = -1,9 \text{ mm}$
Standardno odstupanje	$s = \pm 10,9 \text{ mm}$
Širina razreda	$\Delta x = 5 \text{ mm}$
Broj razreda	$i = 11$
Stupnjevi slobode	$k = 8$
Koeficijent asimetrije	$g_1 = -0,414$
Koeficijent spljoštenosti	$g_2 = 4,217$
Testiranje asimetrije	$\lambda_1 = 3,757$
Testiranje ekscesa	$\lambda_2 = 5,633$

Tablica 10. Prikaz računanja za χ^2 -test i test Kolmogorova i Smirnova za magistralne ceste.

X_i	z_i	$\Phi(z_i)$	p_i	np_i	f_i	$f_i - np_i$	χ_i^2	$\sum_{i=1}^j (f_i - np_i)$
$-\infty$	$-\infty$	0,00000	0,01658	8,1065	13	4,8935	2,95	4,8935
-25	-2,13	0,01658	0,03095	15,1361	13	-2,1361	0,30	2,7574
-20	-1,67	0,04753	0,06592	32,2360	26	-6,2360	1,21	-3,4786
-15	-1,21	0,11345	0,11394	55,7175	46	-9,7175	1,69	-13,1961
-10	-0,75	0,22739	0,15984	78,1606	98	19,8394	5,04	6,6433
-5	-0,29	0,38723	0,18198	88,9891	77	-11,9891	1,62	-5,3458
0	0,17	0,56921	0,16817	82,2329	96	13,7671	2,30	8,4213
5	0,64	0,73738	0,12612	61,6751	74	12,3249	2,46	20,7462
10	1,10	0,86350	0,07677	37,5424	26	-11,5424	3,55	9,2038
15	1,56	0,94028	0,03793	18,5465	12	-6,5465	2,31	2,6573
20	2,02	0,97821	0,02179	10,6573	8	-2,6573	0,66	0,0000
$+\infty$	$+\infty$	1,00000	1,00000	489,0000	489		$\chi_{emp}^2 = 24,10$	



Slika 5. Prikaz razdiobe odstupanja za magistralne ceste.

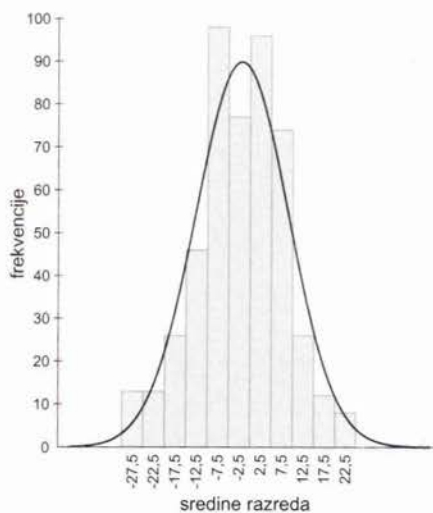
3.6. Rezultati istraživanja za autoceste

Tablica 11. *Ekstremne vrijednosti, srednje i standardno odstupanje za autoceste.*

	Lijevo	Sredina	Desno	Sve zajedno
Najveće pozitivno odstupanje [mm]	22	16	15	22
Najveće negativno odstupanje [mm]	-27	-25	-27	-27
Najveće odstupanje po apsolutnoj vrijednosti [mm]	27	25	27	27
Srednja vrijednost [mm]	0,5	2,6	-1,0	0,7
Standardno odstupanje odstupanja [mm]	±9,0	±6,7	±7,5	±7,9

Tablica 12. *Osnovni pokazatelji odstupanja za autoceste.*

Broj mjerenja	$n = 441$
Srednja vrijednost	$\bar{x} = 0,7 \text{ mm}$
Standardno odstupanje	$s = \pm 7,9 \text{ mm}$
Širina razreda	$\Delta x = 4 \text{ mm}$
Broj razreda	$i = 10$
Stupnjevi slobode	$k = 7$
Koeficijent asimetrije	$g_1 = -0,449$
Koeficijent spljoštenosti	$g_2 = 3,739$
Testiranje asimetrije	$\lambda_1 = 3,874$
Testiranje ekscesa	$\lambda_2 = 3,282$



Slika 5. *Prikaz razdiobe odstupanja za autoceste.*

Tablica 13. Prikaz računanja za χ^2 -test i test Kolmogorova i Smirnova za autoceste.

X_i	z_i	$\Phi(z_i)$	p_i	np_i	f_i	$f_i - np_i$	χ_i^2	$\sum_{i=1}^j (f_i - np_i)$
$-\infty$	$-\infty$	0,00000	0,01700	7,4956	11	3,5044	1,64	3,5044
-16	-2,12	0,01700	0,03638	16,0432	12	-4,0432	1,02	-0,5388
-12	-1,61	0,05338	0,08103	35,7357	35	-0,7357	0,02	-1,2745
-8	-1,11	0,13441	0,14031	61,8756	68	6,1244	0,61	4,8499
-4	-0,60	0,27472	0,18886	83,2866	88	4,7134	0,27	9,5633
0	-0,09	0,46358	0,19763	87,1538	76	-11,1538	1,43	-1,5905
4	0,42	0,66120	0,16077	70,9015	84	13,0985	2,42	11,5080
8	0,92	0,82198	0,10168	44,8405	47	2,1595	0,10	13,6675
12	1,43	0,92366	0,04999	22,0448	15	-7,0448	2,25	6,6227
16	1,94	0,97364	0,02636	11,6227	5	-6,6227	3,77	0,0000
$+\infty$	$+\infty$	1,00000	1,00000	441,0000	441		$\chi_{emp}^2 = 13,52$	

3.7. Zaključci o razdiobi odstupanja

Najprije ćemo pogledati što možemo zaključiti na temelju testiranja normalnosti asimetrije i ekscesa. Iz tablica normalne razdiobe za dvostrani test (Sachs 1978, str. 53) možemo pročitati da je $\lambda_S = \lambda(95\%) = 1,96$. Za regionalne ceste (vidi tablicu 6) je

$$|\lambda_1| < \lambda_S \quad \text{i} \quad |\lambda_2| > \lambda_S,$$

pa dakle postoji razlog za odbacivanje nul-hipoteze prema kojoj se odstupanja pokoravaju normalnoj razdiobi. Za magistralne ceste i autoceste (vidi tablice 9 i 12) je

$$|\lambda_1| > \lambda_S \quad \text{i} \quad |\lambda_2| > \lambda_S,$$

pa također postoje razlozi za odbacivanje nul-hipoteze prema kojoj se odstupanja pokoravaju normalnoj razdiobi.

Pogledajmo sada što nam daje χ^2 -test. Iz tablice VII (Pavlič 1985) uz $k = 6$ može se pročitati

$$P\{\chi^2 > 16,812\} = 0,01 \quad \text{i} \quad P\{\chi^2 > 22,457\} = 0,001.$$

Budući da je izračunani $\chi^2 = 20,87$ (vidi tablicu 7), to je

$$0,001 < P\{\chi^2 > 20,87\} < 0,01,$$

pa hipotezu o normalnosti razdiobe odstupanja za regionalne ceste ne prihvaćamo.

Iz tablice VII (Pavlič 1985) uz $k = 8$ može se pročitati

$$P\{\chi^2 > 20,090\} = 0,01 \quad \text{i} \quad P\{\chi^2 > 26,125\} = 0,001.$$

Budući da je izračunani $\chi^2 = 24,10$ (vidi tablicu 10), to je

$$0,001 < P\{\chi^2 > 24,10\} < 0,01,$$

pa hipotezu o normalnosti razdiobe odstupanja za magistralne ceste također ne prihvaćamo.

Iz tablice VII (Pavlič 1985) uz $k = 7$ može se pročitati

$$P\{\chi^2 > 12,017\} = 0,10 \quad \text{i} \quad P\{\chi^2 > 14,067\} = 0,05.$$

Budući da je izračunani $\chi^2 = 13,52$ (vidi tablicu 13), to je

$$0,05 < P\{\chi^2 > 13,52\} < 0,10.$$

Ta je vjerojatnost veća od 0,05 pa bi se hipoteza o normalnosti razdiobe mogla prihvatiti.

Pogledajmo konačno što nam daje primjena testa Kolmogorova i Smirnova. Za regionalne ceste imamo (vidi tablicu 7):

$$\frac{22,2695}{297} = 0,075 > \frac{0,886}{\sqrt{297}} = 0,047,$$

što znači da se nul-hipoteza, prema kojoj uzorak odgovara poznatoj normalnoj razdiobi kojoj su sredina i varijanca procijenjene iz uzorka, može odbaciti s 5% razinom nesigurnosti.

Za magistralne ceste imamo (vidi tablicu 10)

$$\frac{20,7462}{489} = 0,042 > \frac{0,886}{\sqrt{489}} = 0,040,$$

što znači da se nul-hipoteza, prema kojoj uzorak odgovara poznatoj normalnoj razdiobi kojoj su sredina i varijanca procijenjene iz uzorka, može odbaciti s 5% razinom nesigurnosti.

Za autoceste imamo (vidi tablicu 13)

$$\frac{13,6675}{441} = 0,031 < \frac{0,886}{\sqrt{441}} = 0,042,$$

što znači da se nul-hipoteza, prema kojoj uzorak odgovara poznatoj normalnoj razdiobi kojoj su sredina i varijanca procijenjene iz uzorka, ne može odbaciti s 5% razinom nesigurnosti.

Tablica 13. Pregled rezultata. Znak - znači da nul-hipoteza o normalnosti nije prihvaćena, a znak + da ta hipoteza nije odbačena.

	Regionalne ceste	Magistralne ceste	Autoceste
Testiranje asimetrije i ekscesa	-	-	-
χ^2 -test	-	-	+
Test Kolmogorova i Smirnova	-	-	+

4. Zaključak

Na temelju provedenih istraživanja mogu se donijeti sljedeći zaključci.

1. Mali broj odstupanja zadovoljava *Opće tehničke uvjete za radove na cestama* (Babić 1989). Naime, za autoceste i ceste skupine vrlo teškog i teškog prometnog opterećenja dopušteno visinsko odstupanje površine izvedenoga habajućeg sloja od projektirane visine iznosi ± 5 mm, a za ceste skupine srednjeg, lakog i vrlo lakog prometnog opterećenja dopušteno visinsko odstupanje nivelete iznosi ± 8 mm. Rezultati ispitivanja pokazuju da samo 29% odstupanja kod regionalnih cesta, 63% odstupanja kod magistralnih cesta i 52% kod autocesta zadovoljava tehničke uvjete.
2. Srednje vrijednosti odstupanja ne daju dobru sliku izvedenog stanja, ali se na temelju slika 1-3, srednjih vrijednosti (tablica 3), procjene standardnih odstupanja (tablica 4) i histograma (slike 4-6) može uočiti da točnost izvedbe asfaltnog završnog sloja kolničke konstrukcije raste s kategorijom ceste.
3. Postoji izvjestan nesklad između tehničkih uvjeta i izvedenog stanja. Naime, iz tablice 4 može se vidjeti da ili su dozvoljena odstupanja (Babić 1989) vrlo stroga (iznose manje od oko $\frac{1}{2}$ do $\frac{3}{4}$ procijenjenih standardnih odstupanja) ili su ceste slabo izvedene (standardno je odstupanje veće od dozvoljenih odstupanja).
4. Testiranjem odstupanja s pomoću asimetrije, ekscesa, χ^2 -testa i testa Kolmogorova i Smirnova nije potvrđena hipoteza o normalnosti razdiobe odstupanja. Prema tome, nije moguće donositi daljnje zaključke koji bi se temeljili na normalnosti razdiobe.
5. Prirodno se postavlja pitanje je li izvedeni sloj tanji ili deblji od projektom predviđene debljine. Kako su odstupanja podjednako pozitivnog i negativnog pred-

znaka, može se pretpostaviti da je završni sloj negdje tanji, a negdje deblji. Međutim, o stvarnoj debljini izvedenoga sloja moglo bi se govoriti tek kad bismo znali ponašanje prethodnoga sloja, odnosno sloja ispod. Ispitivanje debljine izvedenoga sloja i odgovor na postavljeno pitanje mogao bi biti predmet jednoga budućeg rada.

Literatura

- Babić, B. (1984): Projektiranje kolničkih konstrukcija. Liber, Zagreb.
- Babić, B. (urednik, 1989): Opći tehnički uvjeti za radove na cestama. Knjiga I, Samoupravna interesna zajednica za ceste Hrvatske, Zagreb.
- Florijan, M., Moser, V. (1996): Izvješća i podaci geodetskog nadzornog inženjera sa cesta od 1986. do 1996.
- Korlaet, Ž. (1995): Uvod u projektiranje i građenje cesta. Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Pavlič, I. (1985): Statistička teorija i primjena. Tehnička knjiga, Zagreb.
- Sabor RH (1996): Zakon o javnim cestama. Narodne novine
- Sachs, L. (1978): Angewandte Statistik. Springer-Verlag, Berlin.
- Wolf, H. (1994a): Ausgleichsrechnung I, Formeln zur praktischen Anwendung. Dümmler, Bonn.
- Wolf, H. (1994b): Ausgleichsrechnung II, Aufgaben und Beispiele zur praktischen Anwendung. Dümmler, Bonn.

Analysis of the Differences Between Realised and Designed Heights of the Upper Asphalt Layer on Different Categories of Roads

ABSTRACT. The paper presents a statistical data analysis of the differences between realised and designed heights of the upper asphalt layer of the pavement structure. The analysis comprises measurement data obtained during the geodetic supervision of the different road categories: regional, main and highway roads. The purpose of this paper is to establish the accuracy of construction works on the final asphalt layer and to compare them with the tolerances specified in the corresponding technical regulations.

Keywords: road construction, geodetical measurements, mathematical analysis of the geodetical measurements.

Primljeno: 2002-7-2