IPS Instituto Politécnico de Setúbal
Escola Superior de Educação

ANA PATRÍCIA
VIDEIRA LOPES
N.º 200140006

O CONTRIBUTO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS E RECURSOS EDUCATIVOS DIGITAIS NA APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA

Relatório do Projeto de Investigação do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

ORIENTADORA

Professora Doutora Maria de Fátima Pista Calado Mendes

Dezembro de 2022

ANA PATRÍCIA
VIDEIRA LOPES
N.º 200140006

O CONTRIBUTO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS E RECURSOS EDUCATIVOS DIGITAIS NA APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA

JÚRI

Presidente: Professora Doutora Joana Filipa Oliveira Cabral, Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal
Orientador: Professora Doutora Maria de Fátima Pista Calado Mendes, Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal
Vogal: Professora Doutora Célia Maria Martins Vitorino Mestre, Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal

Dezembro de 2022

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha família,

Obrigada por nunca terem desistido de mim,

Por sempre me apontarem qual o melhor caminho a seguir.

Aos meus amigos, aqueles que continuam aqui,

Que de uma maneira ou de outra, me inspiram a ser quem eu sou.

À minha Izzy, por ser casa, luz, amor e conforto.

À minha Inês, que partiu, fisicamente, deste planeta,

Mas que jamais partirá do meu coração.

À professora Maria de Fátima Mendes, por acreditar em mim.

A si, avô, que dançaremos juntos, por mais uma vez. Meu 21.

Resumo

Esta investigação tem como objetivo compreender o modo como o uso de diferentes recursos, materiais manipuláveis e recursos educativos digitais, promovem a aprendizagem da geometria. Relacionadas com o objetivo da investigação, formularam-se três questões de estudo: (i) De que forma a utilização de materiais manipuláveis contribui para a realização de tarefas de geometria?; (ii) De que forma a utilização de recursos digitais contribui para a realização de tarefas de geometria?; (iii) Qual a perceção dos alunos sobre a utilização de materiais manipuláveis e de recursos digitais na realização de tarefas de geometria?

A revisão da literatura incide sobre o aprofundamento teórico da temática do estudo, incluindo tópicos, relacionados com: ensino e a aprendizagem da geometria nos primeiros anos; a utilização de recursos na aprendizagem da geometria; papel do professor no uso de recursos para a aprendizagem da geometria e o ensino exploratório na aprendizagem da geometria.

No que diz respeito à metodologia adotada durante o estudo, esta enquadra-se na investigação sobre a própria prática, numa abordagem qualitativa e quantitativa. O estudo decorreu numa turma de 3.º ano de escolaridade, sendo a proposta pedagógica constituída por cinco tarefas que incidiram sobre a aprendizagem de conceitos geométricos apoiada no uso de materiais manipuláveis e recursos digitais.

As técnicas de recolha de dados foram a observação participante, a recolha documental e o inquérito por questionário.

A análise dos dados mostra que os alunos usaram os materiais manipuláveis disponíveis na resolução de cada tarefa e que estes parecem tê-los auxiliado tanto na resolução da tarefa como na mobilização de conceitos geométricos. Relativamente à segunda questão, o recurso digital utilizado permitiu a consolidação de conceitos geométricos aprendidos, nomeadamente nas tarefas 3 e 4. Permitiu, também, que os alunos contactarem com as diversas vistas de um sólido geométrico.

Finalmente, no que respeita à perceção dos alunos sobre o uso de materiais, estes evidenciam a importância que atribuem ao uso dos materiais manipuláveis, referindo a sua utilização como um apoio à sua aprendizagem, considerando-os divertidos e acessíveis. Em suma, os alunos evidenciaram o gosto pela prática de abordagem de ensino exploratório que foi adotada durante as cinco tarefas presentes neste relatório e, a sua realização, permitiu a compreensão de conceitos geométricos.

Palavras-chave: 1.º Ciclo do Ensino Básico; geometria; materiais manipuláveis; recursos educativos digitais; ensino exploratório.

Abstract

This investigation aims to understand how the use of different resources, manipulative materials and digital educational resources, promote the learning of geometry. Related to the research objective, three study questions were formulated: (i) Does the use of manipulable materials contribute to the performance of geometry tasks?; (ii) Does the use of digital resources contribute to performing geometry tasks?; (iii) The students' perception of the use of manipulable materials and digital resources in carrying out geometry tasks.

The literature review focuses on the theoretical deepening of the study theme, including topics related to: teaching and learning geometry in the early years; the use of resources in learning geometry; the teacher's role in the use of resources for learning geometry, and exploratory teaching in geometry learning.

The methodology adopted during the study, this fits into the investigation of the practice itself, in a qualitative and quantitative approach. The study took place in a 3rd-grade class, and the pedagogical proposal consisted of five tasks that focused on learning geometric concepts supported using manipulable materials and digital resources.

Data collection techniques were participant observation, documentary collection and questionnaire survey.

Data analysis shows that the students used the manipulable materials available in solving each task and that these seem to have helped them both in solving the task and in mobilizing geometric concepts. Regarding the second question, the digital resource used allowed the consolidation of geometric concepts learned, namely in tasks 3 and 4. It also allowed students to contact the different views of a geometric solid.

Finally, about the students' perception of the use of materials, they highlight the importance they attach to the use of manipulative materials, referring to their use as a support for their learning, considering them fun and accessible. In short, the students showed a taste for the practice of the exploratory teaching approach that was adopted during the five tasks presented in this report and, its accomplishment, allowed the understanding of geometric concepts.

Keywords: 1st Cicle of Basic Education; geometry; manipulable materials; digital education resources; exploratory teaching.

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABELAS

INTRODUÇÃO

Neste primeiro capítulo apresenta-se o tema da investigação, o seu objetivo, as questões do estudo e as motivações pessoais, bem como a pertinência do tema.

1. Tema, objetivo e questões do estudo

O tema deste projeto de investigação é o contributo de recursos materiais e digitais na aprendizagem da geometria. Deste modo, através da investigação a realizar, pretende-se compreender o modo como o uso de diferentes recursos, materiais manipuláveis e recursos educativos digitais, promovem a aprendizagem da geometria (de conceitos geométricos).

Relacionadas com o objetivo desta investigação, formularam-se questões que orientaram o desenvolvimento deste projeto. Assim, procura-se dar respostas às seguintes questões:

- De que forma a utilização de materiais manipuláveis contribui para a realização de tarefas de geometria?
- De que forma a utilização de recursos digitais contribui para a realização de tarefas de geometria?
- Qual a perceção dos alunos sobre a utilização de materiais manipuláveis e de recursos digitais na realização de tarefas de geometria?

2. Motivações do estudo

A escolha de aprofundar o tema descrito acima advém da experiência pessoal que me foi proporcionada em relação à aprendizagem da matemática no 1.º ciclo do ensino básico. A aprendizagem da matemática sempre me suscitou um incómodo devido às dificuldades que apresentava. No entanto, ao ingressar no ensino superior, mais precisamente no curso de Licenciatura em Educação Básica, foram-me proporcionadas várias formas de ensinar e aprender matemática, através de diversas metodologias de ensino.

Durante todo o meu percurso no ensino superior, como dito anteriormente, as várias formas de aprender e ensinar matemática foram suportadas com a utilização de recursos manipuláveis tais como sólidos geométricos, ábacos, geoplanos, molduras do 10, *polydron*, *tangram*, e recursos digitais, como por exemplo o programa de geometria dinâmica, Geogebra.

Para além destes aspetos referidos acima, as motivações que também me levaram a desenvolver este projeto foram o querer proporcionar uma aprendizagem com compreensão da matemática, mais especificamente, na área da geometria, com recurso a materiais manipuláveis e recursos digitais. Considero importante potenciar aprendizagens lúdicas às crianças com quem irei trabalhar (e aos adultos) e refletirmos, em conjunto, que a aprendizagem e o ensino da matemática, mais precisamente o ensino da geometria, não se baseia, integralmente, num trabalho expositivo e que este pouco ou nada desafia as crianças no desenvolver do seu raciocínio e sentido crítico. Esta aprendizagem pode, sim, ser alicerçada a partir da manipulação de materiais e com recurso à utilização de recursos digitais, como forma de sistematização das aprendizagens adquiridas.

3. Pertinência do tema

O/a professor/a de matemática deve oferecer aos seus alunos um ambiente de aprendizagem que desenvolva as capacidades matemáticas das crianças. Assim, o/a professor/a deve utilizar “o espaço físico e os materiais de forma a facilitar a aprendizagem do aluno em Matemática" (Ponte & Serrazina, 2000, p. 125).

As experiências anteriores, em contextos de estágio foram, também, fonte de motivação para a escolha deste tema, pois a abordagem observada relativamente à geometria nos primeiros anos do ensino básico foi algo pouco motivante e desafiante. Contudo, Ponte e Serrazina (2000) referem a necessidade de se "proporcionar aos alunos situações de aprendizagem diversificadas, baseadas em tarefas matematicamente ricas, recorrer ao uso de diversos tipos de materiais e criar um ambiente de trabalho estimulante" (p. 111).

Em relação ao modo como se desenvolve o processo de ensino-aprendizagem da Matemática e como definido nas novas Aprendizagens Essenciais de Matemática (AEM) do 3.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico decretadas em agosto de 2021 (Canavarro, et al. 2021) e de acordo com o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (PASEO) (Martins, et al., 2017), a matemática em contexto de 1.º ciclo deve ser valorizada como uma área curricular que pretende integrar conhecimentos, capacidades e atitudes. Ainda neste documento, "valorizam-se por isso práticas de ensino promotoras das aprendizagens matemáticas dos alunos" (Martins, et al., 2017, p. 5).

Ainda nos documentos orientadores, a matemática é vista como uma área "para todos", ou seja, todos os alunos devem ter a oportunidade de serem sujeitos ativos na aprendizagem da matemática, através de tarefas ricas e desafiantes (Canavarro, et al., 2021).

Em relação à área de interesse, a geometria, as novas aprendizagens essenciais de matemática referem que no 1.º ciclo do ensino básico pretende-se que os alunos se apropriem de atividades que envolvam a compreensão do espaço em que se locomovem (itinerários, vistas, plantas), como também desenvolver atividades em que seja aplicado o recurso a materiais e à tecnologia, seja para estabelecer relações espaciais seja relativamente a figuras no espaço e no plano (Canavarro, et al., 2021). No mesmo sentido, e segundo o NCTM (2000) citado por Breda et al. (2011), a "geometria constitui um contexto natural para o desenvolvimento das capacidades de raciocínio e de argumentação dos alunos" (p. 13).

Face ao que foi dito, o envolvimento que a criança estabelece com a geometria é intrínseco ao mundo em que esta vive, seja através de formas, de mapas, seja através de coordenadas ou de simetrias. Brunheira (2019) reforça esta ideia realçando que os alunos "devem compreender a forma como a geometria é usada para descrever o mundo em que vivemos e resolver problemas concretos, devem saber analisar figuras bi e tridimensionais incluindo (…) pavimentações, simetrias, famílias de polígonos e poliedros" (p. 36). A geometria envolve e desenvolve conceitos e capacidades considerados transversais às restantes áreas.

Vale e Barbosa (2014) referem que a geometria faz parte do mundo que nos rodeia, frisando a importância de trabalhar a geometria com os alunos. Também Van Hiele (1999) referido pelas autoras acima, reforça a ideia de que no ensino e na aprendizagem da geometria devem ser utilizados materiais de forma que os alunos os possam manipular, desenvolvendo a sua compreensão das relações e propriedades geométricas.

Van Hiele (1999), identifica três níveis essenciais para a aprendizagem da geometria para os primeiros anos:

- **Nível 1 Visual** - Fazem-se comparações entre os objetos de uso quotidiano com a forma da figura. As figuras são julgadas pela sua aparência. Como por exemplo: "É um quadrado. Eu sei que é um quadrado porque eu vejo que é”, “É um retângulo porque parece uma caixa.” (p. 311)

- **Nível 2 Descritivo -** Mobilização de propriedades geométricas. As figuras deixam de se assemelhar com algum objeto do quotidiano e passam a ser determinadas as suas propriedades. Por exemplo: “O triângulo é equilátero porque tem 3 lados iguais” ou “todos os lados iguais; três ângulos iguais” (p. 311).
- **Nível 3 Dedução informal** – Os alunos utilizam propriedades que já conhecem para que possam formular definições, por exemplo, para quadrados, retângulos e triângulos, e conseguem explicá-las. Por exemplo: “Todos os quadrados são retângulos” ou “a soma das medidas dos ângulos de qualquer triângulo deve ser 180º” (p. 311).

Perspetiva-se que os alunos que são parte deste estudo se situem nos níveis 2 e 3 da escala estabelecida por van Hiele. A aprendizagem da geometria pode ser vista “enquanto fonte de motivação” e alguns alunos que revelam dificuldades em matemática “se sentem especialmente motivados e “desabrocham” quando se envolvem em actividades de natureza geométrica” (Abreu, et al, 2007, p. 7).

Como futura profissional de educação pretendo que os meus futuros alunos tenham oportunidades de aprendizagem que considero positivas, essenciais e com compreensão, contrastando com as típicas aulas focadas na memorização e práticas repetitivas. Segundo Vale e Barbosa (2014), a geometria apresenta-se, tradicionalmente, como uma área negligenciada, incluindo experiências pouco significativas para as crianças e, sendo assim, pretendo contribuir para o desenvolvimento de experiências ricas de geometria e que estas possam mostrar “a sua importância como parte do mundo que nos rodeia, compreendendo simultaneamente as relações entre o mundo concreto e abstrato da geometria” (Vale & Barbosa, 2014, p. 4). Para se valorizar as capacidades dos alunos é necessário que existam condições para esse efeito. Para além da abordagem da geometria no 1.º ciclo do Ensino Básico, na Educação de Infância, e como referido por Mendes e Delgado (2008), a geometria surge de forma quase automática, como por exemplo, através da observação do espaço onde a criança se encontra. Esta perceção do espaço e o contacto com os objetos que rodeiam a criança são o início do conhecimento geométrico e do raciocínio espacial. Também no jardim de infância as crianças manipulam objetos e, desta forma, inicia-se o processo de construção de ideias e conceitos geométricos.

Este projeto de investigação foi realizado numa turma de 3.º ano do 1.º ciclo do ensino básico, no entanto, o/a educador/a tem um papel fundamental neste processo inicial de contacto com a geometria, não só através das tarefas propostas, como também na mediação dos diálogos das crianças. O/a educador/a "deve incentivá-las a verbalizarem as suas acções e colocar-lhes questões que as ajudem a explicar o que vão observando nas suas experiências e a relacioná-las com outras" (Mendes & Delgado, 2008, p. 13).

Botas e Moreira (2013) realçam a importância de a aprendizagem da matemática ser repleta de experiências e, desta forma, as crianças poderem "refletir através da realização de tarefas tais como resolução de problemas, atividades de investigação, realização de projetos e jogos" (p. 254).

Dada a natureza do tema, é pertinente o uso de recursos de apoio ao ensino. Referindo-se a recursos manipuláveis, a material didático e curricular, estes constituem, segundo Zabalza (1998, citado por Botas e Moreira, 2013), um meio que auxilia os professores "a responder aos problemas concretos que as diferentes fases do processo de planeamento, execução e avaliação lhes apresentam" (p. 168).

Pelas razões referidas acima, pretendo que os alunos desenvolvam aprendizagens sustentadas na manipulação e experimentação, considerando que, deste modo, o uso de materiais "pode facilitar a construção de certos conceitos (…), permitindo assim a sua melhor estruturação" (Ponte & Serrazina, 2020, p. 116). Vale e Barbosa (2014) reforçam a utilização de materiais manipuláveis, ao referirem que "a aprendizagem matemática deve incluir práticas que conduzam os alunos a pensar visualmente e a desenvolver essa capacidade através de experiências que requeiram tal forma de pensamento" (p. 4). Além disso, as tarefas de matemática que sejam apoiadas no uso de materiais oferecem oportunidades aos alunos "de se apropriarem de um conjunto de propriedades geométricas" (p. 5).

Sendo a área da geometria comummente associada à utilização de materiais manipuláveis, é necessário que exista uma aprendizagem significativa e que os usos de materiais façam sentido na construção dos vários conceitos geométricos. Neste sentido, é dever do/a professor/a dar a oportunidade aos alunos de experimentarem, manipularem, investigarem e, por fim, desenvolverem os seus conhecimentos geométricos.

No ensino e aprendizagem da matemática, Canavarro e Santos (2016) referem que a "utilização de recursos como ferramenta para a aprendizagem é essencial para proporcionar uma experiência matemática mais rica aos alunos" (p. 5). A utilização destes recursos na aprendizagem da matemática permite desenvolver nos alunos a motivação, o interesse, a experimentação, a manipulação, assim como, desenvolver a aproximação dos alunos à realidade. Nesta linha de pensamento, os recursos manipuláveis permitem que os alunos interiorizem os conceitos e noções das experiências matemáticas.

Embora a minha investigação se foque, sobretudo, no uso de materiais manipuláveis, pretendo dar aos recursos educativos digitais alguma importância, no entanto, com funções e destaque diferentes. Atualmente, as crianças vivem rodeadas de tecnologia (*tablets,* computadores, telemóveis, entre outros aparelhos), no entanto, por vezes, esta não é utilizada de maneira a potenciar uma aprendizagem de qualidade. Portanto, durante o decorrer do projeto de investigação pretendo recorrer também a recursos digitais para uma aprendizagem com compreensão da geometria. É importante refletir que a tecnologia tem um papel influente na investigação em geometria, ou seja, permite alargar as experiências das crianças através de pequenos programas interativos (Breda, et al., 2011). Este contacto com a tecnologia e todo o aprofundamento teórico a realizar durante este percurso, vai permitir também que, enquanto futura profissional de educação, possa optar por aulas com tarefas que recorrem ao uso, não só de materiais manipuláveis, mas também a Recursos Educativos Digitais (RED) ou a utilização de *softwares* de geometria dinâmica, como por exemplo, o Geogebra.

Breda, et al. (2011) explicam que "as ferramentas tecnológicas permitem o acesso a modelos visuais poderosos, a que os alunos, em especial os mais novos, não teriam acesso tão facilmente" (p. 21). Desta forma, a tecnologia assume um papel muito útil na aprendizagem e investigações em geometria, para além de que fornece um desenvolvimento na comunicação matemática dos alunos.

4. Organização do relatório

Este relatório está organizado em diferentes capítulos. Nomeadamente, no capítulo I apresenta-se a revisão da literatura relativamente ao tema referido no decorrer desta introdução. No capítulo II expõem-se as opções metodológicas, tais como os objetivos do estudo e as técnicas de recolha e análise dos dados e uma breve apresentação do contexto e dos participantes do presente estudo. No capítulo III descreve-se a intervenção pedagógica realizada a partir da descrição das várias tarefas propostas aos alunos. No capítulo IV apresenta-se a análise e a discussão dos dados recolhidos através das diferentes técnicas utilizadas e referidas no capítulo II. Finalmente, o capítulo V diz respeito às considerações finais, nomeadamente, uma síntese do estudo e sua posterior reflexão.

CAPÍTULO 1

REVISÃO DA LITERATURA

O presente capítulo diz respeito à revisão da literatura referente ao tema investigado, ou seja, ao contributo de recursos materiais e digitais na aprendizagem da geometria. A revisão da literatura é feita através de documentos orientadores e autores de referência de acordo com a temática abordada. Este capítulo encontra-se subdividido em diferentes secções, tais como: 1. O ensino e a aprendizagem da geometria nos primeiros anos; 2. A utilização de recursos na aprendizagem da matemática; 3. A utilização de recursos na aprendizagem da geometria; 4. Caracterização e potencialidades de recursos usados na aprendizagem da geometria: 5. O papel do/a professor/a no uso de recursos para a aprendizagem da geometria; 6. O ensino exploratório na aprendizagem da geometria.

1. Ensino e a aprendizagem da geometria nos primeiros anos

No que respeita ao tema deste projeto de investigação, "o contributo de recursos materiais e digitais na aprendizagem da geometria", surgem vários aspetos relacionados com a aprendizagem da geometria no 1.º Ciclo do Ensino Básico (1.º CEB), considerando os objetivos referidos nos documentos orientadores, nomeadamente no Programa de Matemática para o Ensino Básico de 2007, no Programa e Metas Curriculares de Matemática de 2012 e nas Aprendizagens Essenciais de matemática de 2018 e 2021. Ainda neste documento, encontramos os conhecimentos e as capacidades que os alunos devem ter adquirido e desenvolvido à saída do 1.º Ciclo.

Considera-se que aprender matemática é um direito básico de todas as pessoas, nomeadamente, de todas as crianças, sendo a sua apropriação um direito igual para todos os cidadãos.

Em relação à aprendizagem da geometria nos primeiros anos de escolaridade, esta foi considerada durantes anos, como referido pelos autores Abrantes et al., (1999) o "parente pobre da álgebra linear", sem que se apresentassem grandes interesses no seu aprofundamento escolar. Ainda neste sentido, Breda et al. (2011) referem que a geometria tem tendência a ser "tratada a partir das definições, dando pouco espaço à acção dos alunos na compreensão dos conceitos geométricos" (p. 7).

No entanto, com o decorrer dos anos, esta tendência tem vindo a diminuir e o ensino da geometria a ser revalorizado e visto como um meio privilegiado para desenvolver competências de visualização espacial, de experimentação, de manipulação, de verbalização, de intuição e de resolução de problemas (Abrantes, et al., 1999). Deste modo, tem-se como perspetiva relacionar a geometria com a vida quotidiana dos alunos, nomeadamente através das formas geométricas, do *design*, na produção industrial, na arquitetura, nas artes plásticas, na orientação espacial e na comunicação (Abrantes et al., 1999), pois a geometria constitui um contexto natural para o desenvolvimento de várias competências, tais como, o raciocínio, a argumentação, na representação e resolução de problemas.

A revalorização do ensino da geometria passa, então, pelo facto de as crianças contactarem com a geometria desde os primeiros anos através de estímulos geométricos, que envolvem a mobilização de capacidades e ideias geométricas, nomeadamente a partir de experiências de orientação espacial. Neste sentido, a aprendizagem da geometria deve começar a desenvolver-se em idade pré-escolar, isto é, através de experiências que envolvam a observação e a manipulação de objetos, de maneira a contribuir para o desenvolvimento da capacidade de reconhecimento de formas geométricas, especificar e descrever localizações e pequenos itinerários (debaixo da mesa, atrás do móvel, …), utilizar transformações geométricas, tais como deslizar, refletir, rodar e resolver problemas (Mendes & Delgado, 2008). Ainda que através de tarefas de carácter informal, como brincadeiras, explorações e experiências, as crianças vão, progressivamente, desenvolver capacidades e conhecimentos geométricos que serão aprofundados nos primeiros anos de escolaridade. É importante, então, que as experiências geométricas partam daquilo que as crianças fazem e observam e que, deste modo, possam progredir para níveis mais elevados de compreensão.

Mendes e Delgado (2008), ainda especificam uma trajetória de aprendizagem baseada nas perspetivas preconizadas por Heuvel-Panhuizen e Buys (2005), que deve ser concretizada nos primeiros anos inclui três etapas: *Orientar, Construir e Operar com formas e figuras.* O processo de *Orientar* engloba todo o tipo de tarefas em que as crianças refiram a sua posição (ou de objetos) no espaço envolvente e que consigam interpretar modelos visuais, tais como mapas e esquemas. O *Construir* inclui as construções feitas pelas crianças a partir de materiais diversos e os processos mentais utilizados nessas construções. Por fim, o *Operar com formas e figuras* determina as transformações geométricas utilizadas em cada tarefa proposta (Mendes & Delgado, 2008).

Assim, através do ensino da geometria, podem ser explorados vários tópicos e aprofundados vários conhecimentos e capacidades, como por exemplo, o raciocínio matemático e a resolução de problemas. Desta forma, a geometria é vista como uma área integradora do currículo, isto é, tal como referido por Breda et al. (2011, p. 13) "as ideias geométricas revelam-se muito úteis na representação e na resolução de problemas e a geometria constitui um contexto natural para o desenvolvimento das capacidades de raciocínio e de argumentação dos alunos".

Nos documentos orientadores, nomeadamente no Programa de Matemática para o Ensino Básico (2007), a geometria surge nos três ciclos e tem como ideia principal o desenvolvimento do sentido espacial das crianças, como também o estudo das figuras geométricas bi e tridimensionais. No 1.º Ciclo do Ensino Básico, a geometria tem como principal objetivo

> "desenvolver nos alunos o sentido espacial, com ênfase na visualização e na compreensão de propriedades de figuras geométricas no plano e no espaço, a noção de grandeza e respectivos processos de medida, bem como a utilização destes conhecimentos e capacidades na resolução de problemas geométricos e de medida em contextos diversos" (p. 20).

Deve, também, privilegiar-se a exploração, a experimentação e a manipulação, utilizando materiais específicos ou objetos do mundo real.

A brochura apresentada por Breda et al. (2011), apoia o Programa de Matemática para o Ensino Básico (2007), referindo que a geometria contribui com a construção de um vocabulário geométrico, para o desenvolvimento da capacidade de compreensão dos conceitos, para a resolução de problemas, para a comunicação, abstração e generalizações.

No Programa e Metas Curriculares de Matemática elaborado em 2012, é referido que o ensino dos conteúdos gerais a lecionar no 1.º Ciclo devem ser "introduzidos de forma progressiva, começando-se por um tratamento experimental e concreto, caminhando-se faseadamente para uma conceção mais abstrata" (Programa e Metas Curriculares Matemática Ensino Básico, 2012, p. 6). Desta forma, os conteúdos associados à área da geometria, nomeadamente conceções sobre os sólidos geométricos, tornam-se mais fáceis de serem apropriados, pois partem das vivências reais dos alunos.

Mais recentemente, nas Aprendizagens Essenciais de Matemática de 2018, os autores referem que a aprendizagem da geometria e medida deve ser desenvolvida, de maneira contínua, nomeadamente a "capacidade de visualização", a "compreensão de propriedades de figuras geométricas", bem como a "noção de grandeza e processos de medida" (p. 4). Nas Aprendizagens

Essenciais de Matemática de 2021, mais precisamente do 1.º Ciclo do Ensino Básico, a geometria surge enquanto tema curricular associado a capacidades que visam desenvolver, maioritariamente, a visualização e a orientação espacial de maneira a compreenderem o espaço em que se movem, através de experiências físicas, da manipulação de materiais e com recurso à tecnologia.

As Aprendizagens Essenciais de Matemática de 2021 (Canavarro, et al., 2021), no que diz respeito a capacidades gerais e transversais, refere que estas contribuem para um ensino da matemática mais articulado com uma educação global, decorrentes das áreas de competências explícitas no PASEO (Martins et al., 2017). Dito isto, “valorizam-se por isso práticas de ensino promotoras das aprendizagens matemáticas dos alunos” que permitam, não apenas a concretização dos objetivos de aprendizagem preconizados, como também a criação de um ambiente integral para o ensino e aprendizagem da matemática (Canavarro, et al., 2021).

Neste documento, valorizam-se, também, as ações estratégicas do/a professor/a, nomeadamente em relação ao ensino da geometria. Deste modo, o/a professor/a pode, por exemplo: incentivar a identificação de semelhanças e diferenças entre objetos; incentivar a partilha e a discussão de ideias e de processos matemáticos (resolver problemas, raciocinar, investigar, etc…); incentivar a exploração de situações e propor a resolução de questões desafiantes através de tarefas que incentivem a exploração das características de sólidos e figuras geométricas. Em relação às capacidades matemáticas transversais (resolução de problemas, raciocínio matemático, comunicação matemática, representações matemáticas, conexões matemáticas internas e externas e o pensamento computacional) abordadas neste documento, estas podem e devem ser desenvolvidas no âmbito do ensino e aprendizagem de geometria. Ou seja, devem ser proporcionadas aos alunos oportunidades que possam desenvolver o seu raciocínio matemático, a resolução de problemas, como forma de abordar as diferentes estratégias de resolução, o uso de representações múltiplas, nomeadamente através de materiais manipuláveis, e a abordagem de conexões internas e externas, em especial com o Estudo do Meio. Estas capacidades matemáticas permitem o desenvolvimento de capacidades e atitudes em geral. Em documentos internacionais, tal como o documento publicado em 2014 pelo National Council of Teachers of Mathematics (Lehrer & Slovin, 2014), na aprendizagem da geometria o que se preconiza é a necessidade de experiências que envolvam o pensamento geométrico e as relações espaciais, ou seja, explorar o espaço, classificar formas, generalizar propriedades de figuras, realizar medições. Para além disto, o documento frisa a importância dessas experiências serem diversificadas e duradouras para que se possam desenvolver as competências necessárias.

Van Hiele (1999) refere que a aprendizagem da geometria se inicia nos primeiros anos de vida através de brincadeiras ricas e estimulantes, como por exemplo, manipulando e utilizando blocos, *puzzles*, *tangrans* ou na construção de pequenos mosaicos e, como tal, toda a aprendizagem da geometria deve ser apropriada de acordo com o nível de pensamento de cada criança.

De acordo com o referido anteriormente, Van Hiele (1999) desenvolveu níveis de pensamento geométrico consoante cada criança. Estes níveis apresentam o progresso dos alunos em relação à aprendizagem da geometria. Sendo assim, são apresentados pelo autor três níveis que variam de forma crescente de acordo com a aprendizagem, partindo de noções mais elementares, como a visualização de uma dada figura, a noções mais complexas, como a compreensão de teoremas e sistemas axiomáticos.

Esses três níveis propostos por Van Hiele (1999) são:

- **Nível 1 Visual** – Fazem-se comparações entre os objetos de uso quotidiano com a forma da figura. As figuras são julgadas pela sua aparência. Como por exemplo: “É um quadrado. Eu sei que é um quadrado porque eu vejo que é”, “É um retângulo porque parece uma caixa.” (p. 311).

- **Nível 2 Descritivo –** Mobilização de propriedades geométricas. As figuras deixam de se assemelhar com algum objeto do quotidiano e passam a ser determinadas as suas propriedades. Por exemplo: “O triângulo é equilátero porque tem 3 lados iguais” ou “todos os lados iguais; três ângulos iguais” (p. 311).
- **Nível 3 Dedução informal** – Os alunos utilizam propriedades que já conhecem para que possam formular definições, por exemplo, para quadrados, retângulos e triângulos, e conseguem explicá-las. Por exemplo: “Todos os quadrados são retângulos” ou “a soma das medidas dos ângulos de qualquer triângulo deve ser 180º” (p. 311).

Desta forma, e de acordo com Breda et al. (2011), estes níveis devem ser alcançados de forma progressiva através do ensino facultado aos alunos, isto é, “através das experiências de aprendizagem” (p. 17) consideradas ricas e estimulantes. Neste sentido, Abrantes et al. (1999), referem que nos primeiros anos do ensino básico é essencial que as experiências geométricas sejam prolongadas a partir de uma abordagem intuitiva e experimental em relação com o espaço e no desenvolvimento de raciocínio geométrico relacionado com “o conhecimento das propriedades fundamentais das figuras e das relações básicas entre elas” (p. 62).

De acordo com Lehrer e Slovin (2014), para um melhor ensino e aprendizagem da geometria é necessário perceber diferentes modelos e representações que permitam criar aulas através da utilização das tecnologias e de materiais curriculares.

Ponte e Serrazina (2000) referem que a aprendizagem da geometria no 1.º ciclo deve ser introduzida de forma informal, “partindo de modelos concretos essenciais” (p. 165) através da manipulação de materiais e a posterior reflexão sobre as atividades propostas. Desta forma, o ensino deve promover o desenvolvimento das capacidades espaciais, relacionadas com a aprendizagem da geometria, mas também a outras áreas da matemática, como por exemplo, a utilização da reta numérica para representar números e as figuras geométricas como auxílio à compreensão de frações. Como referido anteriormente, é importante que a aprendizagem da geometria se inicie pelas experiências informais para que, posteriormente, se progrida para um ensino mais formal.

Como já referido anteriormente, dá-se importância ao desenvolvimento da visualização e do raciocínio espacial nos primeiros anos de escolaridade como principal objetivo de ensino da geometria. Deste modo, nos documentos curriculares já outrora abordados, fala-se do ensino das transformações geométricas como ferramentas “para analisar a realidade em redor, proporcionando oportunidades aos alunos de reconhecerem a relevância da Geometria na criação e construção de objetos de contextos diversos” (Canavarro, et al., 2021). Posto isto, as isometrias devem ser abordadas de maneira informal, a partir de conceitos como rodar, voltar e deslizar, levando à sistematização dos conceitos de reflexão e rotação.

De acordo com Penteado (2016), a rotação é um tipo de isometria que preserva o tamanho e forma, ou seja, a figura que sofreu a transformação é exatamente igual à original. A reflexão é, também, uma transformação que preserva o tamanho e forma, no entanto, ao invés de rodar, a figura reflete como se tivesse um espelho em frente.

O NCTM (2007) refere que se deve “aplicar transformações geométricas e usar a simetria para analisar situações matemáticas”, tendo em vista que os alunos possam “reconhecer e aplicar translações, reflexões e rotações” e “reconhecer e criar formas que tenham simetria” (NCTM, 2007,

p. 112). É esperado, também, que os alunos possam “prever e descrever os resultados obtidos por translação, reflexão e rotação de figuras bidimensionais; descrever os movimentos que mostrem a congruência de duas figuras; identificar e descrever a simetria linear e rotacional em formas e figuras bi e tridimensionais” (NCTM, 2007, p. 190).

2. Utilização de recursos na aprendizagem da matemática

Vale (2002) refere que atualmente a utilização de recursos é bastante valorizada, embora na época da Matemática Moderna tenha existido uma crescente desvalorização da utilização de materiais, sobretudo os que solicitavam manipulação. No entanto, após a sua crescente valorização, vários autores e documentos orientadores (Vale, 2002; Ponte & Serrazina, 2000; Botas & Moreira, 2013; Breda et al., 2011, entre outros) frisam a importância da sua utilização na aprendizagem da matemática.

O Programa de Matemática para o Ensino Básico (2007) refere a utilização de recursos como forma de desenvolver a criatividade e a aprendizagem de diversos conceitos. Estes recursos devem ser utilizados nas situações de aprendizagem em que o seu uso seja propício à compreensão de conceitos ou ideias matemáticas (p. 14).

Já no Programa e Metas Curriculares de Matemática (2012), os recursos surgem como apoio, principalmente nas tarefas que envolvam Números e Operações, em que os alunos possam ter a possibilidade de manipular objetos como forma de efetuar cálculos. Desta forma, neste documento orientador cabe ao/à professor/a recorrer à metodologia mais indicada de maneira a utilizar os recursos necessários à aprendizagem dos conceitos matemáticos.

Apesar da utilização de materiais manipuláveis ser relevante, Clements (1999) referido por Rodrigues e Serrazina (2016) explicita que, por si só, a sua utilização não garante o sucesso dos alunos. Deste modo, os professores devem desenvolver tarefas que permitam a sua exploração e promover a reflexão, dos alunos, sobre a sua utilização.

Mais recentemente, nas Aprendizagens Essenciais de Matemática de 2018, mais precisamente do 1.º Ciclo do Ensino Básico, a abordagem que é feita à utilização dos recursos é mais explícita. Neste documento é referido que os alunos podem e devem recorrer à utilização de materiais diversificados e à tecnologia como forma de auxílio à resolução de problemas, ao raciocínio e à comunicação matemática (Direção-Geral da Educação, 2018).

Nas Aprendizagens Essenciais de Matemática de 2021 de 3.º ano do 1.º CEB, documento já publicado, mas ainda não em vigor no decorrer deste projeto de investigação, o recurso a materiais manipuláveis, sejam eles não estruturados, estruturados ou tecnológicos, é referido como imprescindível, pois toda a utilização de materiais que possibilitem o uso e exploração de representações múltiplas é benéfico na aprendizagem da matemática (Canavarro, et al., 2021).

Para Abrantes et al. (1999) é importante o uso de recursos, sejam eles materiais manipuláveis ou instrumentos tecnológicos, pois são indispensáveis "como ponto de partida ou suporte de muitas tarefas escolares" (p. 21). Nas aprendizagens iniciais, os mesmos autores explicam que os recursos, para além de contribuírem para uma compreensão mais consistente dos conceitos matemáticos, facilitam "a comunicação, ao permitir que os alunos falem de objectos concretos quando explicam os seus raciocínios" (Abrantes et al., 1999, p. 42). É referido ainda pelos mesmos autores que a abordagem de um conceito totalmente novo de matemática deve iniciar-se sempre pelo nível concreto, onde os materiais manipuláveis são favoráveis, para em seguida dar-se continuidade às aprendizagens, progredindo para um nível mais abstrato.

Para Vale (2002), o/a professor/a pode utilizar vários tipos de recursos, como por exemplo, os primários (a "voz", o quadro preto e o giz) e os "livros de texto, fichas, feijões, paus de gelado, acetatos, gráficos, sólidos, geoplanos, material multibase, barras cuisenaire, calculadoras simples e gráficas, computadores" e mais recentemente a utilização da internet (p. 4).

Na literatura, apresentada pela autora acima, são encontradas conformidades quando se trata da utilização de recursos, pois todos eles, permitem o auxílio no decorrer do processo de ensino-aprendizagem e são classificados como objetos que apelam ao aluno como sujeito ativo na sua aprendizagem.

Graells (2000) citado por Botas e Moreira (2013) distingue materiais manipuláveis de materiais didáticos. Os materiais didáticos são todos aqueles construídos com uma intencionalidade, seja ela de fornecer informação, de guiar, de proporcionar treino, de cativar o interesse do aluno, de avaliar os conhecimentos, entre outros aspetos.

Apesar de Serrazina (1991) citada por Vale (2002), considerar que os materiais manipuláveis são todos aqueles materiais que "podem ajudar os alunos a descobrir, entender ou consolidar conceitos fundamentais nas diversas fases de aprendizagem" (p. 5), outros autores classificam os materiais manipuláveis por terem a característica de serem tocáveis, isto é, "materiais que permitem aos alunos aprender através dos sentidos, mexendo, e que permitem criar experiências onde haja envolvimento físico dos alunos com os objetos" (Botas & Moreira, 2013, p. 260). Materiais esses que podem ser, por exemplo, geoplanos, *cuisenaire* ou *softwares* utilizados em computador que permitam verificar, por exemplo, as várias perspetivas de um objeto (de cima, de lado, de baixo, …). Apesar de, como referido por Vale (2002), estes *softwares* dinâmicos não permitirem que a criança possa tocar, são considerados, também, materiais manipuláveis.

Na perspetiva de Schultz (1989) citada por Vale (2002), os materiais são classificados em três grandes grupos: os materiais manipuláveis ativos, os materiais manipuláveis passivos e os não-manipuláveis. A título de exemplo, os materiais manipuláveis ativos são todos aqueles que o aluno manipula diretamente, como os geoplanos ou o material multibásico. Quando o/a professor/a manipula um modelo para demonstrar algum conceito matemático e o aluno é o sujeito que observa, e a esse modelo dá-se o nome de material manipulável passivo. Os materiais não-manipuláveis são todos aqueles que se encontram, por exemplo, numa ficha de trabalho e requerem a visualização espacial do aluno.

Atualmente, e como referido nas Aprendizagens Essenciais de Matemática de 2021 (Canavarro, et al., 2021), apela-se ao aluno como sujeito ativo na sua aprendizagem, ou seja, "implicar os alunos no processo de aprendizagem, numa perspetiva de abordagem dialógica na construção de conhecimento" (p. 6), desta forma, numa perspetiva construtivista, e de acordo com vários autores internacionais, é favorável um ambiente de aprendizagem significativa onde se utilize materiais manipuláveis (Vale, 2002), assim, esses materiais "devem ser utilizados sempre que favoreçam a compreensão de conhecimentos matemáticos e a conexão entre diferentes representações matemáticas" (Canavarro, et al., 2021, p.6).

Também Ponte e Serrazina (2000) suportam esta ideia referindo que a utilização de materiais manipuláveis facilita a construção de certos conceitos, sejam eles novos, ou para representar conceitos já conhecidos pelos alunos, permitindo a sua melhor estruturação (p. 116).

3. Utilização de recursos na aprendizagem de geometria

Como já referenciado na secção acima, dá-se à utilização dos recursos no ensino da matemática um papel preponderante para a aprendizagem dos alunos. De acordo com Botas e Moreira (2013), os recursos educativos são "todos os materiais que são usados de modo a facilitar os processos de ensino e de aprendizagem" (p. 257).

A geometria é um tópico matemático que, se for explorado de forma correta, permite à criança compreender o mundo que a rodeia com mais facilidade. Dito isto, pode dizer-se que é um tema em que é pertinente a utilização de materiais manipuláveis, visto que através da manipulação, inicia-se uma passagem mais facilitada do concreto para o abstrato.

Desta forma, no que concerne à utilização de materiais manipuláveis no ensino da geometria nos primeiros anos e, de acordo com os documentos orientadores da disciplina de matemática, esta é considerada um alicerce essencial no decorrer das aulas. Van Hiele (1999) refere-se à utilização de materiais manipuláveis como um recurso essencial nos primeiros anos de contacto com a geometria, pois a "geometria inicia-se através do brincar", a partir da exploração de materiais que potenciem a exploração e a descoberta, não apenas para se construir um *background* visual, como também o pensamento descritivo (p. 316).

Na Educação Pré-Escolar, é imprescindível que as crianças iniciem as suas explorações através da observação e manipulação de objetos de formas geométricas, a partir de construções, sejam elas bidimensionais ou tridimensionais, como forma de potenciar a exploração de propriedades e relações (Mendes & Delgado, 2018).

Nos documentos orientadores, nomeadamente no Programa de Matemática para o Ensino Básico (2007), frisa-se a utilização dos recursos nas tarefas que implicam a observação, a análise, a construção de figuras geométricas e a sua posterior operação, como por exemplo, no estudo das isometrias que envolvem reflexões e rotações, onde é permitida a aprendizagem de conceitos geométricos através de forma dinâmica. Para além dos objetos utilizados no estudo da medida – régua, compasso, transferidor e esquadro –, a utilização de materiais manipuláveis como *tangrans*, *puzzles*, peças poligonais encaixáveis, espelhos e geoplanos são considerados materiais de apoio à aprendizagem da geometria, pois envolvem a exploração e a resolução de problemas envolvendo o rigor necessário (p. 37).

Na brochura desenvolvida por Breda et al. (2011) que apoia o Programa de Matemática para o Ensino Básico (2007), refere-se a importância da organização de um ambiente adequado de aprendizagem para que o/a professor/a possa introduzir a manipulação dos materiais. Deste modo, a utilização de materiais de uso comum, tais como caixas, podem ser úteis para a identificação de semelhanças e diferenças e de propriedades comuns. Outros materiais estruturados e construídos especificamente para o estudo dos conceitos geométricos promovem a descrição das suas propriedades e a visualização espacial a partir da manipulação. Os mesmos autores dão aos materiais manipuláveis uma grande ênfase quando se trata da abordagem às transformações geométricas que podem ser desenvolvidas através da rotação de peças.

Tal como o Programa de Matemática para o Ensino Básico (2007), o Programa e Metas Curriculares de Matemática (2012) apoia a utilização de recursos considerados adequados para o estudo da geometria e medida no 1.º Ciclo, considerando a sua utilização para auxiliar os alunos a alcançar os objetivos pretendidos.

Nas Aprendizagens Essenciais de Matemática para o 3.º ano (Direção-Geral da Educação, 2018), os materiais manipuláveis estruturados e não estruturados surgem como práticas essenciais de aprendizagem de geometria e medida, como forma de resolução de problemas ou noutras tarefas de aprendizagem.

Com informação mais detalhada temos as Aprendizagens Essenciais de Matemática para o 3.º ano, homologadas em 2021 (Canavarro, et al., 2021), onde os recursos manipuláveis para o ensino-aprendizagem de geometria e medida surgem com relevância, na medida em que estes tornam-se materiais de apoio essenciais para a compreensão do espaço em que a criança se move, utilizando figuras no espaço e no plano para efetuar relações espaciais, assim como para realizarem transformações geométricas. Este documento aponta diversos recursos que auxiliam no desenvolvimento dos diversos tópicos e subtópicos associados à geometria, de acordo com as aprendizagens a estabelecer no 3.º ano de escolaridade.

Desta forma, neste documento são identificados alguns recursos que podem ser utilizados pelo/a professor/a como forma de auxiliar os alunos nas suas aprendizagens. Alguns recursos referidos são grelhas quadriculadas para descrever posições recorrendo a coordenadas (exemplos: Jogo da Batalha Naval, robôs simples ou mapas em papel ou *online*); a utilização de prismas e pirâmides, se possível em três dimensões; a utilização de ambientes de programação visual (exemplo: Scratch) para abordar o conceito de ângulo e movimentos (quartos de volta — 90º, meia-volta — 180º e volta completa — 360º); utilizar espelhos, miras e malhas quadriculadas para a realização de situações que envolvam a reflexão; proporcionar um ambiente de geometria dinâmica (exemplo: GeoGebra) para explorar a rotação e a reflexão de figuras planas; utilizar a régua e a fita numérica para efetuar medições; utilizar o geoplano físico de modo a determinar áreas de figuras equivalentes ou de figuras irregulares; utilizar diferentes materiais que permitam compreender a massa e a sua comparação com diferentes objetos e, por fim, utilizar relógios analógicos e digitais de maneira a ler e escrever a medida do tempo em horas e minutos.

Em suma, como referido por Ponte e Serrazina (2000), de facto é essencial a utilização de materiais manipuláveis em atividades geométricas, seguidas de breves reflexões sobre as tarefas desenvolvidas.

4. Caracterização e potencialidades de recursos usados na aprendizagem da geometria

Nesta secção caracterizo e apresento as potencialidades dos recursos usados no âmbito do projeto de investigação desenvolvido.

4.1. Sólidos Geométricos

Os sólidos geométricos, segundo Reis (2006), constituem-se como um conjunto de figuras tridimensionais e que podem ser reconhecidas na natureza e em objetos de uso quotidiano. De acordo com Ponte e Serrazina (2000) a forma mais natural de se começar a estudar os sólidos geométricos é partir dos objetos tridimensionais do universo dos alunos.

Este material está organizado em dois grandes grupos: os poliedros e os não poliedros. Os poliedros são sólidos geométricos que são limitados, apenas, por superfícies planas, tais como os cubos, as pirâmides e os prismas e que contém faces, arestas e vértices. Os não poliedros são todos os sólidos que são limitados tanto por superfícies planas como curvas, como por exemplo, esferas, cones e cilindros.

Ponte e Serrazina (2000) referem que as crianças devem ter oportunidade para os descrever e comparar através das suas características, como por exemplo, "este tem um bico", "este rola", "este é plano em dois lados" (p. 170). Esta é, segundo os autores, a primeira fase de descoberta. Só depois se devem introduzir os nomes, de forma informal (esfera, cubo, paralelepípedo, cilindro, pirâmide, etc). Considera-se, de acordo com Klein e Gil (2012), que os sólidos geométricos se constituem como um material essencial no desenvolvimento da perceção visual das crianças, pois contribuem para o estabelecimento de relações entre o mundo que as rodeia e a geometria, dado que os sólidos são figuras que, normalmente, "estão presentes nos objetos e cenários com os quais as crianças têm contacto, tais como embalagens, construções, esculturas e brinquedos" (p. 146).

É a partir disto que o/a professor/a pode pedir aos alunos que levem caixas, latas, frascos, brinquedos, entre outros e, de seguida, que os consigam agrupar de acordo com as suas características (Ponte & Serrazina, 2000). A este processo dá-se o nome de classificação. Classificar, em geometria e de acordo com Mariotti e Fischbein (1997) citados por Brunheira (2019), consiste em estabelecer uma paridade entre objetos com características e propriedades comuns, de maneira a chegar-se a uma generalização numa categoria de sólidos.

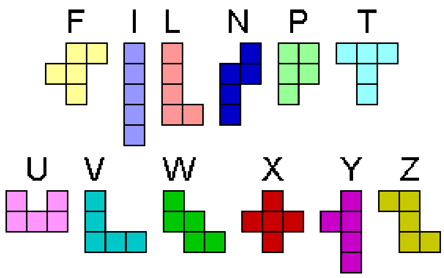
Este material foi utilizado em duas das tarefas implementadas durante o decorrer do projeto de investigação, em conjunto com outros materiais, tais como palitos e plasticina.

4.2. Pentaminós

Os pentaminós foram desenvolvidos por Solomon W. Golomb, em 1954, e são um caso especial dos poliminós. Os pentaminós são formados por cinco quadrados geometricamente iguais com lados justapostos. Através desta união de cinco quadrados é possível construir doze figuras distintas (Figura 1).

Figura 1

Pentaminós



Damas et al. (2010) considera que apenas as doze peças são consideradas, pois as restantes imagens obtêm-se através da rotação e/ou reflexão. De acordo com as autoras, este material didático, para além de abordar as transformações geométricas, aborda também os conceitos de área e perímetro.

As mesmas autoras referem que, numa primeira abordagem com este material, é imprescindível que os alunos construam por si as doze peças distintas para poderem reconhecer as características deste material.

Para Lorenzato (1998) citado por Nascimento et al., (2016) o trabalho realizado com poliminós possibilita o estudo de situações que envolvam a geometria, a análise combinatória e a aritmética e desenvolvem, também, a perceção espacial, a generalização, o senso estético e o raciocínio lógico. A utilização de poliminós permite a compreensão e exploração de conceitos tais como o perímetro, a área, a semelhança e a simetria. Este material fornece, ainda, o desenvolver dos processos de classificação, a descoberta de padrões e a ordenação.

Os pentaminós foram utilizados, no decorrer deste projeto de investigação, como forma não só de explorar a definição do material, como também de investigar as transformações geométricas (rotação e/ou reflexão).

4.3. *Polydrons*

De acordo com Botas (2008), os *polydrons* constituem um material ideal para adquirir e desenvolver competências matemáticas, mais precisamente do domínio de geometria. Através deste recurso os alunos podem realizar construções e realizar investigações no âmbito do plano e do espaço.

Os p*olydrons*, de acordo com o site oficial1, é um material de construção versátil e de boa qualidade que foi concebido para auxiliar os alunos e professores na procura do conhecimento e compreensão. Este material é constituído por um conjunto de peças de plástico que contém

[1] https://www.polydron.co.uk/

encaixes o que permite que as peças se unam umas às outras, construído, então, uma enorme variedade de polígonos e poliedros, permitindo a exploração das suas propriedades e características.

Neste sentido, o material *polydron* foi utilizado para a investigação das várias planificações de um cubo. Deste modo, Ponte e Serrazina (2000) apontam a importância das planificações dos sólidos e a sua construção para a passagem das figuras bidimensionais a tridimensionais e vice-versa. Deste modo, os alunos ao realizarem as dobragens de uma figura bidimensional até chegarem a uma figura tridimensional, "estão a desenvolver o seu sentido espacial" (p. 172).

4.4. Recursos Educativos Digitais

De acordo com as Aprendizagens Essenciais de Matemática de 2021 (Canavarro, et al., 2021) "as ferramentas tecnológicas devem ser consideradas como recursos incontornáveis e potentes para o ensino e a aprendizagem da Matemática" (p. 6). O uso de computadores, por exemplo, permite o tratamento de dados ou a manipulação de conceitos geométricos. Seja qual for o trabalho, o ensino-aprendizagem da matemática é mais interessante se se tirar partido do uso das tecnologias, "se for baseado em tarefas interessantes e desafiantes, pode favorecer a formulação de conjecturas por parte dos alunos, estimular uma atitude investigativa e enriquecer os raciocínios" (Ponte & Serrazina, 2000, p. 117).

Pratas, Rato e Martins (2016) referem que o papel das tecnologias na matemática "é enfatizado (…) enquanto dinamizador do processo educativo que traz o aluno para o centro das atividades, permitindo-lhe participar de forma significativa e ativa na construção das suas aprendizagens, proporcionando elevados graus de autonomia e responsabilidade" (p. 36).

Desta forma, de acordo com os documentos orientadores, nomeadamente nas Aprendizagens Essenciais de Matemática homologadas em 2021 (Canavarro, et al., 2021), dá-se uma enorme ênfase à utilização de recursos tecnológicos como forma de "facilitar a transição entre diferentes tipos de representação e com maior detalhe ou magnitude" (p. 4). Ainda sobre a utilização da tecnologia, o documento apoia a utilização de *softwares* para tratamento estatístico, funções, geometria, ambientes de programação e modelação.

De acordo com Breda et al. (2011), a utilização das tecnologias já é, por si só, um recurso valioso na aprendizagem da matemática. No entanto, na aprendizagem da geometria é imprescindível a utilização deste recurso. Os autores referem que a utilização da tecnologia fornece "um meio de visualizar noções geométricas sobre diferentes perspetivas" através, por exemplo, de programas de geometria dinâmica.

Vale (2002) refere que, devido ao avanço da tecnologia, gráficos e desenhos, outrora estáticos, são agora dinâmicos e possíveis de manipular. A autora dá exemplos de *softwares* dinâmicos, tais como o Cabri-Géomètre e o Geometer's Sketchpad (p. 6).

É então, através dos programas de geometria dinâmica, que os alunos têm a possibilidade de investigar as propriedades das figuras, as suas relações, compreendê-las e identificar invariantes, formular e testar conjeturas. As crianças, com o auxílio das tecnologias, nomeadamente o computador, podem "proceder a abstracções e generalizações das suas experiências" (Breda et al., 2011, p. 21).

Em contrapartida, Breda et al. (2011) alertam que apesar de o/a professor/a utilizar a tecnologia como instrumento de ensino ou de apoio à aprendizagem, esta não deve substituir o docente. Deste modo, o papel do docente é essencial na seleção das tarefas e na maneira como as realiza e envolve os alunos e, por fim, como realiza as suas reflexões, de maneira a contribuir para a comunicação matemática dos seus alunos.

Apesar de, durante o decorrer do projeto de investigação, não terem sido adotados quaisquer *softwares* que potenciassem uma exploração de ambientes de geometria dinâmica, foi proposta uma tarefa que envolveu Recursos Educativos Digitais (RED), disponibilizados pela Direção-Geral da Educação.

Os Recursos Educativos Digitais, segundo a Direção-Geral da Educação, são recursos concebidos para as áreas curriculares de Matemática, Português e Ciências Experimentais do 1.º Ciclo do Ensino Básico, como forma de apoio ao ensino-aprendizagem.

Segundo Combes e Vali (2007), os RED são relativamente recentes em ambiente escolar. Sendo os RED um material estruturado, de fácil acesso e de fácil atualização, o seu valor pedagógico permite que os alunos descubram e explorem os seus conteúdos curriculares a partir de tarefas interativas, flexíveis, motivadoras e diferenciadas. Desta forma, cria-se, em sala de aula, um ambiente propício que melhora a qualidade de ensino, visto que os professores passam a ter acesso a um amplo conjunto de recursos para utilizarem nas suas práticas letivas.

Durante o decorrer do projeto de investigação, procurou-se dar alguma importância tanto aos recursos manipuláveis, como aos recursos tecnológicos.

5. Papel do/a professor/a no uso de recursos para a aprendizagem da geometria

De acordo com Ponte e Serrazina (2000) a Didática da Matemática é um domínio do conhecimento científico que está em permanente evolução, potenciando "o surgimento de novas tecnologias e integrar os novos conhecimentos sobre a aprendizagem, a dinâmica do processo de ensino, a escola, o currículo e os fenómenos educativos em geral" (p. 13). Desta forma, como campo de ação profissional, todos os envolvidos, sejam eles professores, educadores ou matemáticos, devem estar envolvidos no seu desenvolvimento.

É natural que os professores estejam preocupados em recorrer a métodos de ensino considerados eficazes ou de alcance universal, no entanto, nem todos esses métodos são aplicáveis em todos os contextos e alunos. Dito isto, o ensino da matemática deve ser estruturado através dos seguintes modos:

- Trabalho de preparação de aulas;
- "(…) de experimentação cuidadosa de novas tarefas e materiais";
- "(…) de identificação de possíveis problemas na comunicação e no ambiente de aula";
- "(…) de reflexão sobre os resultados obtidos pelos alunos" (Ponte & Serrazina, 2000, p. 14).

Para se proceder à concretização do ensino, o/a professor/a

> "(…) concebe tarefas apropriadas para desenvolver a compreensão, a capacidade de resolução de problemas, os processos de raciocínio e as competências de cálculo dos alunos. Usa diversos recursos, incluindo manuais escolares, calculadores e a Internet (…). Faz uso de materiais concretos quando estes podem contribuir para uma melhor compreensão dos alunos" (Ponte & Serrazina, 2000, p. 15).

A partir da investigação de Piaget, o papel do/a professor/a modifica-se, deixando de ser um mero "fornecedor de informação" (Vale, 2002, p. 13). Desta forma o/a professor/a torna-se um guia da aprendizagem da criança, ao invés de ensinar tudo de forma direta.

Durante a manipulação de qualquer recurso, existe o perigo de que os alunos apenas se fiquem pela manipulação, ou seja, fornecer experiências matemáticas através da manipulação de recursos. Desta forma, é importante que o/a professor/a proponha atividades matemáticas e utilize materiais manipuláveis que conheça, de forma a chegar a um determinado conceito (Vale, 2002).

Ponte e Serrazina (2000) referem que o ambiente de sala de aula se caracteriza pelo maior ou menor envolvimento dos alunos nas tarefas e na formalidade ou informalidade das relações aluno-aluno e professor-aluno. Este ambiente, e como referido pelos autores, depende das tarefas que são propostas, da comunicação utilizada e do modo de trabalhar dos alunos (p. 125).

De acordo com NCTM (1994, p. 59) citado pelos autores Ponte e Serrazina (2000), cabe ao/à professor/a construir um ambiente favorável à aprendizagem da matemática:

- "permitindo e estruturando o tempo necessário para explorar profundamente a Matemática e para se familiarizar com ideias e problemas significativos";
- "usando o espaço físico e os materiais de forma a facilitar a aprendizagem do aluno em Matemática";
- "oferecendo um contexto que encoraje o desenvolvimento da aptidão e competência matemáticas";
- "respeitando e valorizando as ideias dos alunos, as suas formas de pensar e a sua predisposição para a Matemática" (Ponte & Serrazina, 2000, p. 125).

O/a professor/a deve estabelecer, então, ambientes propícios à aprendizagem. Dito isto, com o uso de materiais é normal o acrescento de mais atividade e de barulho. Desta forma, o docente deve planificar e organizar o espaço para que os materiais possam ser implementados com sucesso (Vale, 2002).

Para que o/a professor/a possa construir situações de aprendizagem e promover a reflexão dos alunos, é importante que o/a professor/a não ignore as experiências e os conhecimentos prévios dos alunos. As interações entre os alunos e entre o/a professor/a devem ser valorizadas (Abrantes et al., 1999).

6. Ensino exploratório na aprendizagem da geometria

O ensino exploratório, designado por Ponte (2005), é uma prática de ensino em que "o professor não procura explicar tudo, mas deixa uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os alunos realizarem" (p. 13). Neste sentido, os alunos são envolvidos em tarefas de matemática que, posteriormente, são discutidas e sistematizadas, potenciando a resolução de problemas e a comunicação matemática (Canavarro, 2011).

A partir desta prática de ensino, o aluno torna-se central na sua aprendizagem visto que é este que procura e constrói o seu próprio conhecimento através do envolvimento em tarefas desafiantes. Para além disto, promove-se a discussão coletiva e a pares.

Ao longo da prática do ensino exploratório, tanto o aluno como o/a professor/a desempenham papéis distintos. O/a professor/a propõem a tarefa, equacionando as suas potencialidades, a forma de explorar que os alunos possam adotar e sua complexidade, e o aluno procura o conhecimento através da investigação de estratégias para a resolução da tarefa. Deste modo, desenvolvem-se as competências de comunicação matemática e a justificação dos seus raciocínios (Canavarro, 2011).

Normalmente, uma aula de cariz exploratório estrutura-se em três a quatro fases referidas por Ponte et al., (2020): a fase de lançamento da tarefa, a fase de exploração e a fase de discussão (e sistematização) e relacionam-se com os seguintes aspetos:

i) No lançamento ou na introdução da tarefa há uma preocupação para que os alunos compreendam os termos matemáticos; que se concorra para a utilização de uma linguagem comum para descrever os aspetos do enunciado da tarefa e que os alunos se envolvam na mesma.

ii) No desenvolvimento da tarefa, ou seja, durante o trabalho autónomo, prevê-se um acompanhamento na resolução da tarefa, dando-se apenas o apoio necessário aos alunos, de maneira a não se reduzir, significativamente, o nível de dificuldade; para os alunos com dificuldades, procurar dar sugestões ou colocar questões para os ajudar a alcançar uma estratégia; para os alunos que demonstrem facilidade na resolução da tarefa, propor extensões da mesma.

iii) Na discussão coletiva, será importante estimular a comunicação de ideias, levando os alunos a confrontarem-se com diferentes pontos de vista e a utilizarem argumentos para defenderem os seus; promover reflexões; valorizar contribuições incorretas ou parcialmente incorretas que levem a uma discussão que permita clarificá-las; solicitar explicações e justificações válidas, bem como demonstrações da forma de pensar dos alunos, se for pertinente; desafiar os alunos a colocarem novas questões.

A aprendizagem da geometria está muito associada a atividades de natureza exploratória, muito própria do ensino exploratório (Brunheira, 2019) e, por isso, foram abordadas várias tarefas de cariz exploratório.

CAPÍTULO 2

METODOLOGIA

Este capítulo diz respeito ao enquadramento metodológico a adotar durante a prática profissional que irá decorrer no desenvolvimento do projeto de investigação. Neste capítulo vai-se apresentar o método, as técnicas de recolha e tratamento de dados a serem utilizadas durante a intervenção.

Ainda neste capítulo, pretende-se realizar uma breve apresentação do contexto e dos participantes presentes no decorrer deste estudo

1. Opções metodológicas

Coutinho (2016) refere-se à investigação como enquadrada num paradigma repleto de pressupostos e valores que vão guiar a pesquisa do investigador e, este, através de várias opções irá ser conduzido às "respostas" necessárias a desenvolver para desconstruir o/a seu/sua problema/questão. Essas opções, como dito acima, serão termos como metodologia, métodos e técnicas e designam-se como meios que orientam e ajudam o investigador na busca da "resposta" necessária.

A metodologia adotada para se realizar o estudo é a Investigação sobre a própria prática. Como referido por Ponte (2002), este tipo de investigação permite aos profissionais de educação, o esclarecimento e resolução de várias problemáticas que surgem durante a sua prática. Possibilita, também, um desenvolvimento a nível profissional. O mesmo autor caracteriza este tipo de investigação referenciando-a como uma estratégia que fornece uma "atividade investigativa, no sentido de atividade inquiridora, questionante e fundamentada." (Ponte, 2002, p. 2).

A atividade investigativa objetivada pelo profissional de educação, considerada pertinente, designa-se como um processo que privilegia a construção de conhecimento sobre a prática docente. Desta forma, uma prática ativa de investigação permite um melhor desenvolvimento ao nível profissional, como referido acima. Ponte (2002) assume que o/a docente ao realizar uma pesquisa adequada à sua prática assume-se como protagonista tanto no campo profissional como curricular e, consequentemente, torna-se mais capaz de enfrentar os dilemas que advêm da sua prática. Além do mais, torna-se capaz de contribuir para um conhecimento mais abrangente no campo educativo. Estas são duas das quatro razões delimitadas por Ponte (2002) que considero mais exemplificativas do método Investigação sobre a própria prática.

Ainda sobre a necessidade de se compreender os fenómenos educativos da prática docente, e assumindo as palavras de Alarcão (2001), um professor não pode ser uma figura que não se perspetive como um questionador em relação às suas práticas, às suas decisões educativas, ao insucesso dos alunos, aos materiais e manuais e às funções da escola. Nesta vertente de *professor-investigador,* Ponte (2002) caracteriza o professor como investigador sobre a sua prática e, também, sobre outros assuntos pertinentes.

O/a docente, ao tomar uma atitude de investigador, envolve-se numa "atitude permanente de questionamento." (Ponte, 2002, p. 12). As autoras Cochran-Smith e Lytle (1999) abordam o termo pesquisa como uma investigação realizada por professores que "brota de questões ou gera questões e reflete os desejos dos professores para atribuírem sentido às suas experiências e vivências, para adoptarem uma atitude de aprendizagem ou de abertura para com a vida em sala de aula" (Cochran-Smith & Lytle, citadas por Alarcão, 2001, p. 5).

Neste sentido, Coutinho (2016) aborda o conceito de investigar como uma "dupla hermenêutica em ação", ou seja, "investigar implica interpretar ações de quem é também intérprete, envolve interpretações de interpretações" (p. 6). Com isto, pretende-se procurar, através da abordagem de um paradigma interpretativo, a compreensão, a interpretação, a descoberta de significados e esclarecer hipóteses de trabalho a abordar com os alunos.

Para além de o/a docente adotar um perfil de *professor-investigador*, a atitude investigativa sobre a prática implica um nível estruturado de reflexão. Ou seja, tal como no perfil de investigador, o profissional de educação necessita de adotar um perfil de questionador sobre as práticas a realizar e realizadas, de forma a introduzir melhorias na sua própria prática. Como se pretende adotar um perfil de *professor-investigado*r e, consequentemente, de *professor-reflexivo*, o método escolhido adequa-se com pertinência ao tema referido na introdução deste trabalho. Dado à natureza do estudo, de acordo com o projeto de investigação em questão, esta é a metodologia que mais se adequa.

Tal como apresentado por Ponte (2002), a investigação distingue-se em quatro momentos designados como principais: (i) o desenvolver de uma questão ou problema que irá dar origem ao estudo; (ii) a recolha de dados que permitem dar resposta a essa questão; (iii) o tratamento dos dados recolhidos, de forma a se objetivarem conclusões, e (iv) a apresentação ou divulgação dessas conclusões conseguidas. É através destes pontos abordados anteriormente que é possível alcançar a melhoria da prática e a construção de um saber teórico que irá contribuir para o desenvolvimento de práticas pedagógicas, não só pessoais como de outros docentes (Silva, 2013).

Durante o decorrer desta intervenção, vai-se adotar uma abordagem qualitativa, isto é, de acordo com Bogdan e Biklen (1994) uma abordagem naturalista, visto que a recolha de dados ocorre num ambiente natural e o investigador é o "instrumento principal" (p. 47). Apesar de se adotar, maioritariamente, uma abordagem qualitativa, adotar-se-á, também, uma abordagem quantitativa.

A abordagem qualitativa implica que a investigação seja descritiva, ou seja, os dados são recolhidos em forma de palavra. Esses dados são, nomeadamente, "transcrições de entrevistas, notas de campo, fotografias, vídeos, documentos pessoais…" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 48). Dito isto, o “significado é de importância vital” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 50), ou seja, é de extrema relevância as “perspetivas participantes” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 50) para o investigador, sejam opiniões ou as perspetivas dos alunos.

Uma vez que no desenvolver da minha investigação, pretende-se adotar a abordagem qualitativa através da recolha de dados descritiva e em que as perspetivas e os discursos dos participantes são de extrema relevância no decorrer da investigação, considero que esta abordagem se adequa à natureza do estudo.

Em relação à abordagem quantitativa a adotar durante a investigação, esta deve-se ao uso de questionários, como técnica de recolha de dados, onde ocorrerá uma descrição estatística dos dados recolhidos, nomeadamente em relação às questões fechadas do questionário (Bogdan & Biklen, 1994).

Procura-se, então, organizar ao longo deste relatório as opções metodológicas de forma a orientar a investigação, assim como apresentar as técnicas escolhidas que vão ao encontro do tema deste projeto, dos meus próprios interesses e experiência.

2. Técnicas de recolha e tratamento de dados

Existem várias técnicas de recolha de dados que podem ser aplicadas num contexto de investigação sobre a própria prática ao nível da educação.

Estas técnicas distinguem-se por serem o modo de percorrer o caminho, ou seja, de como chegar às respostas necessárias enquanto *professor-investigador*.

O modo como irei percorrer esta investigação, irá auxiliar-me durante todo o meu percurso de estagiária (Coutinho, 2016). A finalidade da minha investigação durante todo este processo, em suma, é a compreensão do uso de materiais manipuláveis e recursos digitais na aprendizagem de geometria, recorrendo a técnicas de recolha de dados tais como: a observação participante, a recolha documental e o inquérito por questionário.

2.1. Observação participante

Segundo Afonso (2005), a observação é uma ferramenta de recolha de dados considerada fidedigna. Esta técnica de recolha de dados tem como principal função a recolha de dados através do olhar e participação do investigador. Logo, considera-se a adoção de uma postura de observação participante no decorrer do estágio, visto pertencer ao contexto educacional enquanto estagiária, assim como a participação em todos os momentos de prática.

Esta técnica visa auxiliar o investigador a recolher os dados através de dois tipos de observação, a estruturada ou sistemática e a não estruturada.

A observação estruturada ou sistemática é, como referido por Afonso (2005), uma abordagem em que se utiliza "fichas ou grelhas concebidas previamente em função dos objectivos de pesquisa" (p. 92), ou seja, a observação a adotar durante todo este processo investigativo deve ter por base os objetivos referidos na introdução deste trabalho.

A observação participante tem uma natureza vigorosa neste tipo de investigações, pois implica uma inter-relação muito forte "do investigador em relação ao observado; fala-se, mesmo, na necessidade de 'tomar o papel do outro", assim como a necessidade de ser participante da vida de quem está a ser observado (Amado, 2014, p. 150). Para frisar esta ideia, Dias (2009) define a observação como "olhar com olhos de ver", ou seja, observar, enquanto professor, com a principal função de regular a sua prática e a dos seus alunos.

Para o registo de outros acontecimentos significativos, ideias ou preocupações utilizar-se-á as notas de campo (Ponte, 2002). A informação observada, assim como o conteúdo registado, serão, posteriormente, transcritas. Estas informações são aquilo "que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha” dos dados num dado contexto (Bogdan & Biklen, 1994, p. 150).

Para auxiliar a observação dos diferentes objetivos selecionados, considera-se a utilização de registos fotográficos, a gravação em vídeo das aulas ou de momentos considerados pertinentes ou através do registo de notas de campo. Estes registos vão auxiliar na análise dos dados, tais como o diálogo entre crianças, o diálogo entre estagiária e crianças, como também no desenvolver doutro tipo de estratégias pedagógicas a adotar durante a investigação.

2.2. Recolha documental

O processo de recolha documental é uma das técnicas a adotar durante a prática investigativa. A recolha documental compreende a utilização de informações consideradas em documentos já existentes, com o intuito de se dar resposta às questões estabelecidas (Afonso, 2005). Estes documentos podem ser diversificados consoante a sua natureza, podendo ser documentos considerados oficiais, públicos e privados (Afonso, 2005).

São documentos oficiais todas as publicações e arquivos oficiais da escola onde se realiza o estágio – projetos curriculares, projetos de turma, projeto educativo de escola.

As produções dos alunos são outros tipos de documentos que vou recolher, de modo a serem analisadas de acordo com as minhas questões do estudo. A recolha documental a adotar neste percurso investigativo incide, principalmente, nas produções dos alunos de acordo com as suas resoluções das tarefas a realizar, centradas nas suas aprendizagens e no modo como o uso dos materiais manipuláveis e recursos digitais auxiliaram as aprendizagens dos conceitos geométricos em questão.

2.3. Inquérito por questionário

De forma a se dar resposta, sobretudo, a uma das questões procedentes do objetivo de investigação deste trabalho "Qual a perceção dos alunos sobre a utilização de materiais manipuláveis e recursos digitais na realização de tarefas de geometria?" procurou-se realizar um questionário (Anexo A) escrito aos alunos. Para Afonso (2005), esta técnica consiste em transformar a informação dada pelos alunos em dados, com o objetivo de se saber o que o sujeito sabe, quer ou prefere e pensa ou crê.

Neste sentido, através da questão acima referida, procura-se recolher informação de forma a averiguar um retrato global sobre aquilo que os alunos querem ou preferem, ou seja, se preferem a realização de tarefas de geometria através do uso de materiais manipuláveis ou recursos digitais e se estes os ajudam na resolução dos problemas. As questões a colocar no questionário considerado misto centram-se, maioritariamente, nas opiniões e perceções dos alunos, portanto, pretende-se que o questionário contenha questões não estruturadas ou abertas.

O inquérito por questionário é uma técnica de grande qualidade na pesquisa qualitativa (Amado, 2014). Segundo este autor "esta técnica permite uma expressão livre das opiniões dos respondentes, ainda que o questionário contemple alguns itens orientados" (p. 271). Desta forma, é possível detetar a perceção dos respondentes acerca do tema em questão.

De modo a obter respostas válidas à questão formulada, desenvolveu-se, então, um questionário composto por cinco questões – três de resposta fechada, que exigiam justificação, e duas de resposta aberta.

A utilização do inquérito por questionário, surge para se perceber quais as perceções dos alunos acerca da utilização de materiais manipuláveis e recursos digitais na realização de tarefas de geometria, assim como compreender o benefício do seu uso. Posteriormente, os dados serão apresentados em texto descritivo e alguns desses dados serão organizados a partir da construção de gráficos. Para Campenhoudt, Marquet e Quivy (2019) os principais métodos de análise das informações são a análise estatística dos dados e a análise de conteúdo.

3. Procedimentos de recolha e de análise de dados

Bogdan e Biklen (1994) referem que a análise de dados consiste em todo

> "(…) o processo de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objectivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou". (p. 205)

Para se proceder à recolha dos dados, foram calendarizadas e planificadas cinco tarefas relacionadas com a área da geometria, que envolvem o uso de recursos educativos digitais e, sobretudo, a utilização de materiais manipuláveis. As produções dos alunos, ou seja, as suas resoluções das tarefas foram recolhidas, assim como as notas de campo e os registos áudio e de vídeo recolhidos ao longo da prática investigativa. Foram ainda, transcritos os registos áudio das discussões coletivas relacionadas com a resolução das tarefas propostas.

Ainda Bogdan e Biklen (1994) referem que

> "(…) a análise envolve o trabalho com os dados, a sua organização, divisão em unidades manipuláveis, síntese, procura de padrões, descoberta de aspetos importantes do que deve ser apreendido e a decisão do que vai ser transmitido aos outros" (p. 225).

Os dados recolhidos, através das técnicas referidas anteriormente, foram alvo de uma análise extensiva. Tal como refere Amado (2014) "não basta recolher dados, é preciso saber analisá-los e interpretá-los (não sendo possível fazer uma coisa sem a outra)" (p. 299). No caso do estudo que desenvolvi, a análise dos dados consiste em uma análise de conteúdo que visa obter as respostas às questões do estudo.

Foi realizada uma análise global das resoluções escritas dos alunos bem como dos seus diálogos durante a fase de exploração e de discussão coletiva. Este tratamento e interpretação dos dados, auxiliou a resposta às questões do estudo referidas na Introdução.

4. Apresentação do contexto e dos participantes do estudo

4.1. Caracterização do contexto

O presente projeto de investigação foi realizado em contexto de estágio, ao longo de dez semanas, com uma turma do 3.º ano de escolaridade, numa Escola Básica de 1.º Ciclo e Jardim de Infância, situada numa zona urbana de uma localidade pertencente ao concelho de Palmela, distrito de Setúbal.

Esta escola pertence à rede de ensino público e defende valores tais como "de qualidade, de inovação, de eficácia, de respeito, de liberdade, de solidariedade, de responsabilidade e de responsabilização" (Projeto Educativo, 2019, p. 34), considerando-se um estabelecimento íntegro e adaptado às novas necessidades e diversidades seja a nível social, como cultural e económico.

A escola onde foi desenvolvido o estágio foi inaugurada em 2004 e requalificada em 2017/2018, tendo as obras terminado no verão de 2019. Atualmente, conta com ginásio, refeitório, biblioteca escolar e uma sala polivalente para o pré-escolar, distribuídos por dois pisos. Além disto, dispõe de três salas de jardim de infância e de 14 salas de aula destinadas ao 1.º ciclo.

A sua população escolar (socialmente heterogénea) é constituída por cerca de 380 alunos, distribuídos por 16 turmas, sendo três do ensino pré-escolar.

4.2. Caracterização dos participantes

A turma em que o estágio foi realizado é de 3.º ano de escolaridade, composta por 24 alunos, 10 raparigas e 14 rapazes, com idades compreendidas entre os 8 e os 9 anos. A maioria dos alunos são de nacionalidade portuguesa, sendo que dois são de nacionalidade brasileira e uma de nacionalidade angolana. Dois alunos estavam a ter acompanhamento semanal por uma professora de apoio, e também pela psicóloga da instituição.

No geral, de acordo com indicações da professora cooperante e pelo que foi por mim observado, os alunos da turma destacam-se por manifestarem poucas dificuldades de aprendizagem, serem autónomos na realização das suas tarefas e apresentarem um bom comportamento.

CAPÍTULO 3

INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA

Este capítulo tem como objetivo apresentar as cinco tarefas que constituíram a proposta pedagógica implementada em contexto de estágio numa turma de 3.º ano e que serviu de base à recolha de dados necessários para a realização do presente estudo. Desta forma, para além de apresentar a preparação das tarefas e a sua realização na sala de aula, incluo também as planificações das cinco tarefas que envolvem o uso de recursos materiais e digitais na aprendizagem da geometria. Nestas, apresento os objetivos de aprendizagem de cada tarefa, os recursos a utilizar, a previsão de dificuldades dos alunos e a sua organização durante o decorrer da tarefa. A planificação destas tarefas segue o mesmo modelo de planificação que foi seguido para as restantes tarefas planificadas em contexto de estágio.

1. Preparação das tarefas e a sua realização em sala de aula

As tarefas foram propostas aos alunos durante o período de estágio que decorreu durante dez semanas, nomeadamente desde o dia 21 de março até ao dia 1 de junho de 2022. A realização das tarefas foi planeada de acordo com os conteúdos a serem lecionados e foi acordada entre as estagiárias e a professora cooperante, tendo feito parte integrante da planificação semanal das tarefas da turma do 3.º ano (Tabela 1).

Tabela 1

Calendarização das tarefas incluídas na proposta pedagógica

Designação da tarefa	**Data de realização**
Tarefa 1 - As mesas para jantar	24 de abril de 2022
Tarefa 2 – As caixas abertas da Mariana	27 de abril de 2022
Tarefa 3 – À descoberta dos prismas	11 de maio de 2022
Tarefa 4 – À descoberta das pirâmides	23 de maio de 2022
Tarefa 5 – Exploração do RED – O Arqueólogo	31 de maio de 2022

Estas tarefas foram planificadas com o intuito de desenvolver, nos alunos, conceitos geométricos suportados pela manipulação de recursos, tanto físicos como digitais (RED). Além disso, as tarefas foram propostas aos alunos seguindo uma prática de ensino exploratório que, como referido anteriormente, é uma prática de ensino em que "o professor não procura explicar tudo, mas deixa uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os alunos realizarem" (Ponte, 2005, p. 13). Neste sentido, os alunos são envolvidos em tarefas de matemática que, posteriormente, são discutidas e sistematizadas, potenciando a resolução de problemas e a comunicação matemática (Canavarro, 2011).

A realização destas tarefas teve, aproximadamente, uma duração de 2 horas a 2 horas e 30 minutos, incluindo a discussão coletiva sobre as resoluções e a posterior sistematização das aprendizagens matemáticas.

A organização dos alunos em pares foi previamente realizada na primeira tarefa (Tarefa 1 – As caixas abertas da Mariana), considerando que os pares permaneciam inalteráveis durante o decorrer de todas as tarefas de geometria. De forma a não causar instabilidade na turma, os alunos tiveram a possibilidade de escolher o seu par, prática utilizada habitualmente pela professora cooperante. Os alunos estavam organizados em grande grupo nos momentos de discussão coletiva acerca do lançamento da tarefa, das possíveis dificuldades que pudessem emergir durante a leitura do enunciado como também nos momentos de sistematização e partilha de resoluções.

Em relação aos recursos utilizados, foram sempre disponibilizados por par um enunciado da tarefa, em que os alunos resolveram a tarefa, e duas folhas de papel branco e quadriculado que serviriam como folhas de rascunho e apontamentos. Em relação aos recursos manipuláveis, foram disponibilizados, por par, um conjunto de 5 quadradinhos de esponja, 6 peças de polydron, 3 ou 4 modelos de prismas e ou pirâmides em madeira e um computador para a realização da última tarefa (Tarefa 5 – Exploração do RED – O Arqueólogo). Em todas as tarefas houve a preocupação de as articular com o trabalho desenvolvido pela professora cooperante e, além disso, de as relacionar com situações do quotidiano dos alunos.

No que respeita aos objetivos estabelecidos em cada planificação, estes foram identificados com base nas Novas Aprendizagens Essenciais de Matemática (Canavarro, et al. 2021).

Na realização de todas as tarefas, tal como preconizado pelo ensino exploratório (Canavarro, 2011), numa primeira fase existiu um momento dedicado à explicação do funcionamento da tarefa e ao modo de organização dos alunos. De seguida, um momento dedicado à leitura coletiva do enunciado e ao esclarecimento dos objetivos pretendidos para a tarefa. Nesta fase, existiu também um momento dedicado ao esclarecimento de dúvidas sobre o enunciado, "sem fornecer demasiadas indicações que possam reduzir o nível de desafio cognitivo da tarefa" (Stein & Smith, 2009, citados por Canavarro, 2011, p. 12).

Num segundo momento (Canavarro, 2011), os alunos organizaram-se em pares para procederem à exploração autónoma da tarefa, recorrendo, nessa altura, aos recursos manipuláveis disponíveis para o efeito. Nesta fase, no âmbito do ensino exploratório, circulei pela sala, observando as discussões dos alunos, intervindo apenas para orientar e questionar em caso de dúvidas. Por vezes, quando algum par se mostrava bloqueado nas suas explorações, tinha por hábito sentar-me junto dos mesmos e lançar algumas questões ou dar orientações que os levasse a refletir, tentando que isso não implicasse a redução do nível de desafio da tarefa.

Após cerca de 90 minutos de exploração, seguiu-se o terceiro e último momento de discussão coletiva e sistematização das aprendizagens. Antes da discussão os alunos auxiliavam na reorganização da sala de aula, assim como na arrumação dos recursos manipuláveis, quando utilizados. De seguida, seguia-se a discussão coletiva das resoluções dos respetivos pares, em que fomentava a discussão à volta da participação dos alunos. Na discussão coletiva, tive a preocupação de estimular a comunicação e partilha de ideias, levando os alunos a confrontarem-se com diferentes pontos de vista e a utilizarem argumentos adequados para defenderem os seus; promover reflexões; valorizar contribuições incorretas ou parcialmente incorretas que levassem a uma discussão que permitisse clarificá-las; solicitar explicações e justificações válidas, bem como demonstrações da forma de pensar dos alunos, quando era pertinente; e desafiar os alunos a colocarem novas questões, tal como é preconizado por Canavarro (2011). Em todas as tarefas, a estratégia de avaliação das aprendizagens privilegiada foi o *feedback* oral, seja individualmente, aos pares ou ao grande grupo. No caso das tarefas 3 e 4 o método de avaliação foi comum, ou seja, as atividades foram avaliadas através das representações dos prismas e pirâmides realizadas pelos alunos, bem como dos registos efetuados nas tabelas de contagem dos elementos dos sólidos.

De seguida, apresentam-se as planificações detalhadas das tarefas realizadas pelos alunos. Em anexo encontram-se os objetivos designados para cada tarefa.

2. Planificações das tarefas e sua concretização

2.1. Planificação da Tarefa 1 – As mesas para jantar (pentaminós) (Anexo B)

1. Introdução da tarefa:

A atividade tem início com a apresentação da tarefa e o lançamento de uma situação-problema: "Durante uma festa, a Ana e as colegas queriam organizar 5 mesas quadradas iguais em conjuntos”. Desafia-se os alunos com as seguintes questões:

- *Como pode a Ana organizar de maneira diferente 5 mesas quadradas iguais?*

- *Será que posso formar várias organizações diferentes?*

- *Como posso dispor as mesas? (Há uma regra que a Ana pensou para a organização das mesas, devem ter coincidentes pelo menos um lado completo)*

Primeiramente, realiza-se uma leitura coletiva do enunciado (Anexo C). De seguida, os alunos realizam uma leitura silenciosa e individual do enunciado distribuído após a apresentação da tarefa. Pretende-se que os alunos descubram as várias formas de agrupar cinco mesas quadradas. Os alunos têm a oportunidade de manipular quadrados 5x5 cm, de forma a auxiliar o desenvolver da atividade.

Previsão de possíveis dificuldades:

- *Como posso agrupar de modos diferentes as cinco mesas?*
- Dificuldade em visualizar as diferentes formas de agrupar as mesas.

- Dificuldade em comparar entre si figuras geometricamente iguais, mas em posições diferentes.

Nota: Se se verificarem dúvidas em relação à condição de formação dos conjuntos de cinco mesas, exemplifica-se através de um contraexemplo ilustrado em cartolina.

2. Desenvolvimento da tarefa:

Após a leitura silenciosa e a discussão sobre possíveis dúvidas acerca do enunciado, os alunos organizaram-se em pares previamente estabelecidos. Para a realização desta tarefa é distribuído pelos alunos um conjunto de 5 quadrados vermelhos de esponja e uma folha de papel quadriculado. Nesta folha os alunos têm de registar as suas descobertas.

Questões e aspetos a ter em conta para monitorizar o trabalho dos alunos:

- Averiguar se os alunos descobrem pentaminós iguais, mas que se encontrem em posições diferentes.
- Os pentaminós que forem identificados como iguais, mas que se encontram em posições diferentes sofreram transformações geométricas como rotações e/ou reflexões. – *Estas figuras não são iguais? Qual é a diferença entre elas?*

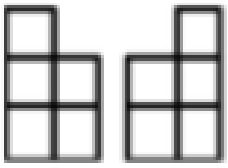
Previsão de possíveis dúvidas:

- Como posso agrupar as mesas, de forma a terem pelo menos um lado comum? Nesta fase, pode-se mostrar um exemplo correto e um exemplo incorreto (os quadrados estão unidos pela metade de um lado) através de cartolina.
- Dificuldade em visualizar que existem figuras geometricamente iguais, no entanto, só se considera uma, sendo que as restantes

sofreram transformações geométricas, tais como a rotação e reflexão. Se necessário, mostrar o exemplo ilustrado na figura 2.

Figura 2

Representação de figuras geometricamente iguais



2.1. Dificuldades previstas:

A gestão do tempo é uma preocupação bem como a utilização dos materiais desenvolvidos para apoiar a aprendizagem dos alunos e promover a sua autonomia. Também deve ser dada uma atenção especial ao modo como a discussão final se desenvolverá, de modo a não haver repetições nas apresentações nem serem muito demoradas.

3. Discussão e sistematização das aprendizagens matemáticas

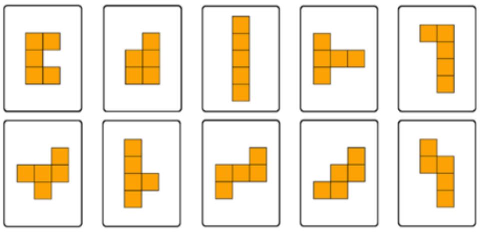
Na fase final da tarefa, numa discussão coletiva, os alunos organizados em pares são convidados a partilhar as suas descobertas e as estratégias que utilizaram para obter as diferentes representações. A discussão coletiva inicia-se após a finalização das descobertas realizadas por cada par - *Vamos ver quais as figuras diferentes que cada par encontrou.*

- *Afinal, de quantas formas diferentes é que a Ana e as colegas poderiam agrupar as 5 mesas quadradas?*
- *Onde tiveram mais dificuldades?*
- *Encontraram figuras parecidas/iguais? Como resolveram este problema?*

Ao longo da realização da tarefa, as dúvidas que emergirem devem ser partilhadas em grande grupo, nesta fase. Por fim, os alunos são informados de que as figuras obtidas, constituídas por cinco quadrados iguais, que têm entre si, pelo menos um lado coincidente, denominam-se pentaminós e que cada uma delas usualmente é designada por uma letra do alfabeto que mais se assemelha à sua forma (Figura 3).

Figura 3

Pentaminós



A palavra pentaminó deve ser contextualizada, ou seja, os pentaminós são um conjunto de figuras formadas por cinco (penta) quadrados justapostos. Utiliza-se o exemplo do jogo dominó, por se tratar de uma figura retangular, composta por dois quadrados congruentes justapostos.

Ainda na discussão coletiva existe a preocupação de valorizar as contribuições de cada par formulando, oralmente, *feedbacks* positivos.

2.1.1. Concretização da tarefa 1

A realização da tarefa 1 decorreu como o planificado, existindo, porém, alguns aspetos que, no futuro, possam ser melhorados.

Um dos aspetos que foi concretizado de modo diferente ao que tinha planificado, diz respeito à exemplificação do modo como se poderiam formar pentaminós. Quando se previu que os alunos poderiam ter possíveis dificuldades na forma de justapor os 5 quadrados foi planificada apenas uma exemplificação de possíveis condições de formação das figuras, de forma que existisse pelo menos um lado em comum (coincidente). Contudo, na sala de aula, mesmo após a exemplificação de uma boa condição de justaposição dos quadrados, através da utilização de cartolina, alguns pares tiveram dificuldades nesta condição, o que levou a uma nova exemplificação da minha parte e posterior debate durante a discussão coletiva.

Se esta tarefa voltasse a ser proposta à turma, melhorava aspetos, tais como fortalecer a exemplificação de boas e más condições de formação de conjuntos.

2.2. Planificação da Tarefa 2 – As caixas abertas da Mariana (planificações de um cubo) (Anexo D)

<u>1. Introdução da tarefa</u>:

A atividade inicia-se com a apresentação da tarefa e o lançamento de uma situação-problema: "Durante as arrumações de verão, a Mariana encontrou uma caixa cúbica e decidiu desmanchá-la. Lembrou-se, então, da planificação de um cubo, que tinha construído numa aula de matemática."

Desafia-se os alunos com as seguintes questões:

- *Alguém sabe o que quer dizer planificação?*

- *Podem dar o exemplo de uma planificação de um sólido geométrico que conheçam?* (esta questão só será colocada se os alunos responderem à primeira questão).

- *Será que posso formar várias planificações diferentes de um cubo?*

Após o desafio "Quantas planificações de um cubo existirão?", realiza-se uma leitura em voz alta do enunciado (Anexo E) distribuído. Pretende-se que os alunos descubram algumas das várias planificações de um cubo, recorrendo ao material manipulável *polydron* e que as registem numa folha de papel quadriculado, ambos distribuídos a cada par.

Previsão de possíveis dificuldades:

- *Como posso encontrar diferentes planificações de um cubo?*
- Dificuldade em comparar entre si planificações iguais, mas em posições diferentes.

<u>2. Desenvolvimento da tarefa</u>:

No seguimento da apresentação do desafio, é distribuída pelos alunos a ficha que contém o enunciado da tarefa. Os alunos organizam-se em pares previamente estabelecidos e realiza-se uma leitura silenciosa do enunciado. De seguida, averiguam-se possíveis dúvidas acerca do enunciado. Para a realização desta tarefa é distribuído pelos alunos um conjunto de 6 *polydrons* de plástico e uma folha de papel quadriculado. Nesta folha os alunos têm de registar as suas descobertas.

Nesta fase, é importante monitorizar a exploração autónoma dos alunos, seja através da observação, como através de questões.

Questões e aspetos a ter em conta para monitorizar o trabalho dos alunos:

- *Quantas faces tem um cubo? Então, para fazer uma planificação de um cubo, de quantos quadrados (polydrons) necessito?*
- Averiguar se os alunos descobrem planificações iguais, do cubo, no entanto que se encontrem em posições diferentes.
- As planificações do cubo que são identificadas como iguais, mas que se encontram em posições diferentes sofreram transformações geométricas como rotações e/ou reflexões. – *Estas figuras não são iguais? Qual é a diferença entre elas? Conseguem fazê-las coincidir em todos os pontos?*

Previsão de possíveis dúvidas:

- Dificuldade em visualizar, nas suas descobertas, que existem figuras iguais, mas em diferentes posições, no entanto, só se considera uma, sendo que as restantes sofreram transformações geométricas, tais como a rotação e reflexão.

Nota: O tempo previsto para a exploração do material será cerca de 1h30min.

<u>2.1. Dificuldades previstas:</u>

A gestão do tempo é uma preocupação bem como a utilização dos materiais desenvolvidos para apoiar a aprendizagem dos alunos e promover a sua autonomia. É dada uma atenção especial ao modo como a discussão final se desenvolve, de modo a não haver repetições nas apresentações.

<u>3. Discussão e sistematização das aprendizagens matemáticas</u>

Na fase final da tarefa, numa discussão coletiva, os alunos organizam-se em pares e são convidados a partilhar as suas descobertas e as estratégias que utilizaram para obter as diferentes representações. A discussão coletiva inicia-se após a finalização das descobertas realizadas por cada par - *Vamos ver quais as figuras diferentes que cada par encontrou.*

- *Quantas planificações de um cubo conseguiram encontrar?*
- *Afinal, quantas planificações de um cubo existem?*
- *Onde tiveram mais dificuldades?*
- *Porque é que há mais do que uma planificação?*
- *Encontraram figuras parecidas/iguais? Como resolveram este problema?*

Ao longo da realização da tarefa, as dúvidas que emergem são partilhadas em grande grupo. Por fim, apresenta-se as 11 planificações possíveis de cubo.

<u>4. Estratégias de diferenciação a usar</u>

O *feedback* oral disponibilizado a cada par é diferenciado consoante as suas descobertas.

No final da tarefa, averigua-se quantas planificações de um cubo é que cada par conseguiu encontrar, no entanto, não existe uma preocupação acrescida se um par encontrou apenas duas ou se outro par encontrou as onze planificações do cubo.

2.2.1. Concretização da tarefa 2

A tarefa 2 concretizou-se de acordo com o que foi planificado e mostrou-se ter sido mais fácil de gerir com os alunos, pois como a tarefa incidia na descoberta das várias figuras (planificações), após a exploração livre do material, os alunos mostraram-se muito atentos a possíveis resoluções. Os alunos que encontraram figuras (planificações de um cubo) geometricamente iguais, mas em posições diferentes, identificaram que estas eram geometricamente iguais através da rotação das peças, como forma de justificarem o seu pensamento.

Como na tarefa 1, na tarefa 2, para construir as possíveis planificações do cubo, os quadrados tinham de ter, entre si, pelo menos um lado coincidente, no entanto, alguns pares tiveram dificuldades nesta condição, pelo que tive de utilizar uma nova exemplificação através de cartolina.

No entanto, se eu voltasse a propor a tarefa aos alunos, daria mais tempo de exploração livre do material, pois, como verificado, era um material de difícil encaixe.

2.3. Planificação da Tarefa 3 – À descoberta dos Prismas (Anexo F)

<u>1. Introdução da tarefa</u>:

A aula tem início com uma imagem em que se apresentam 5 sólidos geométricos (4 prismas e uma pirâmide) (Anexo G) e solicita-se aos alunos a identificação do intruso. A imagem é projetada e a discussão orientada para que os alunos identifiquem semelhanças e diferenças entre os sólidos apresentados.

Esta discussão é mediada, sendo que são colocadas algumas questões para apoiar as aprendizagens:

- *O que é um intruso? Justifica a tua resposta.*

- *Como se chama este sólido geométrico?*

-*Que diferenças e semelhanças encontras entre os sólidos geométricos apresentados?*

- **Possíveis conjeturas dos alunos:**

- Todos os prismas têm as duas bases iguais (e paralelas);

- Todas as faces laterais são retângulos;

- As pirâmides têm um "biquinho".

2. Desenvolvimento da tarefa:

1.ª parte

Depois da apresentação da tarefa, os alunos organizam-se a pares e distribuem-se vários prismas em 3D pelos diferentes grupos (cada grupo recebe, pelo menos, dois prismas diferentes sendo alguns deles associados a objetos do dia a dia).

É solicitado aos alunos que preencham uma tabela de forma a realizarem uma contagem organizada dos seus elementos (Anexo H).

2.ª parte

Depois do preenchimento da tabela, na qual são organizados os elementos analisados, os alunos são desafiados a efetuar uma nova exploração. Para isso, distribui-se o enunciado da tarefa (Anexo I).

Alguns alunos, para responderem à questão 1, podem ter a necessidade de observar a imagem apresentada no enunciado, enquanto outros manipulam o material disponibilizado (palitos e plasticina).

Para responderem à questão 2, os alunos devem utilizar o material disponibilizado e registar as suas conclusões na tabela (Anexo J).

A questão 2 visa que os alunos formulem as seguintes generalizações:

- O número total de vértices de um prisma corresponde ao dobro do número de vértices de uma das bases.
- O número total de arestas dos prismas é o triplo do número de arestas da base.
- As bases dos prismas são sempre duas e geometricamente iguais.

Apesar de não serem solicitadas explicitamente as generalizações acima referidas, o registo das respostas dos alunos poderá favorecer ou reforçar a sua identificação posteriormente (etapa da sistematização).

A questão 2 permite que os alunos iniciem o processo de generalização em relação às características de um prisma.

3.ª parte

Depois de realizada a questão 2, os alunos prosseguem as suas explorações. Relativamente à questão 3 é lançado um desafio aos alunos sobre a possibilidade de se construir um prisma com 25 vértices (25 bolinhas de plasticina). Os alunos devem manipular o material disponível de forma a averiguar um resultado válido para a construção de um prisma.

Os alunos têm de justificar a sua resposta atendendo à resposta dada pelo Pedro – "Um prisma não consegues, só uma pirâmide."

A questão 3 da tarefa permite que os alunos realizem generalizações a partir do número de vértices de um prisma, ou seja:

- O número total de vértices de um prisma é sempre par.
- O número total de vértices de um prisma corresponde ao dobro do número de vértices de uma das bases.

2.1. Dificuldades previstas:

Apesar de todos os alunos compreenderem o conceito de aresta, vértice e faces poderá ser necessário realizar uma sistematização inicial destes conceitos de forma que a atividade decorra sem dificuldades.

Consideram-se as seguintes dificuldades durante a realização da tarefa:

- Dificuldade na contabilização das arestas e vértices em falta no prisma ilustrado no enunciado;

- Dificuldade no processo de generalização, no que respeita à construção de prismas considerando um determinado número de vértices e/ou arestas.

A fase de discussão é o momento indicado para reforçar a aquisição progressiva dos termos formais, tais como aresta, vértice ou base. No entanto, os termos como "bolinha" ou "pauzinho" devem ser válidos neste contexto.

Questões e aspetos a ter em conta para monitorizar o trabalho dos alunos:

De forma a apoiar as aprendizagens dos alunos em relação ao conceito de prisma, pretende-se apresentar vários prismas com bases diferentes, através de alguns objetos do quotidiano ou recorrer a materiais manipuláveis como o *polydron*.

- *O que é que estes objetos têm em comum?*

As tabelas disponibilizadas (Anexo H e J) incentivam os alunos à contagem dos elementos (vértices e arestas) dos sólidos disponibilizados e do enunciado, de forma a partir para a generalização de um prisma.

- *Quantos vértices tem a base? E quantos vértices existem no total?*

- *Quantas arestas tem a base? E quantas arestas existem no total?*

- *Quantas arestas concorrem a partir de cada vértice?*

Procura-se sensibilizar os alunos para as bases de um prisma, ou seja, duas bases iguais paralelas.

- *Quantas bases tem um prisma?*

- *São iguais?*

3. Discussão e sistematização das aprendizagens matemáticas

Numa primeira fase de discussão e sistematização, os alunos identificam, novamente, intrusos numa imagem (Anexo K) em que se apresentam pirâmides e prismas e explicam o porquê de considerarem tais figuras, intrusos.

Esta tarefa permite que os alunos desenvolvam os processos de raciocínio matemático, a partir da formulação de conjeturas e de generalizações.

- *O que é preciso para considerar uma figura um prisma? Que características tem de assumir?*

- *Porque é que o Pedro referiu que é impossível construir um prisma com 25 vértices?*

- *Vocês experimentaram? E o que concluíram?*

Esta tarefa envolve uma variedade de representações, nomeadamente representações ativas (através dos modelos físicos construídos pelos alunos), icónicas (desenhos) e verbais. No final, coloca-se a seguinte questão:

- *De que forma o material vos auxiliou na exploração da tarefa? Ajudou-vos a perceber o que é um prisma?*

Por fim, a tarefa "À descoberta dos Prismas" incentiva a justificação, enquanto processo de raciocínio, de respostas apoiadas na análise de exemplos, nomeadamente sobre a questão 3 do enunciado.

<u>4. Estratégias de avaliação das aprendizagens (de carácter formativo)</u>

A atividade é avaliada através da análise das representações dos prismas realizadas pelos alunos, bem como dos registos efetuados nas tabelas de contagem dos elementos dos prismas (1.ª e 2.ª parte da tarefa). As contribuições dos alunos durante a discussão coletiva, de forma a chegar-se a uma generalização em relação ao conceito de prisma e às suas propriedades são, também, uma forma de avaliar os seus conhecimentos.

<u>5. Articulação/relação com outras atividades que se seguem</u>

Esta tarefa centra-se no estudo dos prismas, pretendendo-se dar continuidade às aprendizagens e apresentar uma tarefa análoga para a classe das pirâmides. Por fim, constrói-se um guião didático que servirá de apoio para a nova tarefa e que permitirá comparar estas duas classes de sólidos, através da exploração de um jogo digital.

No caso destas tarefas, o seu grau de complexidade não é muito diferente da anterior, havendo uma ligeira diferença em relação às pirâmides.

2.3.1. Concretização da tarefa 3

A tarefa 3 decorreu de acordo com aquilo que foi planificado, no entanto, apesar de todos os alunos aparentarem ter uma ideia do significado de aresta, vértice e faces foi necessário realizar uma sistematização inicial destes conceitos de forma que a atividade decorresse sem dificuldades.

Nesta tarefa, apesar de o material utlizado (palitos e plasticina) auxiliar os alunos no processo de descoberta das propriedades dos prismas, tinha previsto que já não seria necessária a sua utilização na resposta à questão 3 do enunciado. Contudo, alguns pares necessitaram de utilizar o material, mas como o que era pedido era a construção de um possível prisma com 25 vértices, o material dificultou a descoberta, pois, tornou-se numa construção demasiado grande e pesada para que aguentasse de pé. O que foi pedido, foi que os alunos construíssem apenas a base do prisma e verificassem, mentalmente, que era impossível construir um prisma com número ímpar de vértices, uma vez que o número total de vértices de um prisma corresponde ao dobro do número de vértices de uma das bases.

À semelhança da tarefa 2, se eu voltasse a propor esta tarefa aos alunos, daria mais tempo de exploração do material para evitar possíveis distrações.

2.4. Planificação da Tarefa 4 – À descoberta das Pirâmides (Anexo L)

<u>1. Introdução da tarefa:</u>

A aula tem início com uma imagem (Anexo M) em que se apresentam 5 sólidos geométricos (4 pirâmides e um prisma) e se solicita aos alunos a identificação do intruso. A imagem é projetada e a discussão orientada para que os alunos identifiquem semelhanças e diferenças entre os sólidos apresentados.

Esta discussão mobiliza os conhecimentos adquiridos na exploração dos prismas, realizada na semana anterior. Posto isto, esta fase da apresentação da tarefa é, maioritariamente, para que os alunos identifiquem os nomes dos sólidos e possíveis conjeturas acerca das pirâmides.

A discussão é mediada, sendo que podem ser colocadas algumas questões para apoiar as aprendizagens:

- *Que diferenças e semelhanças encontras entre os sólidos geométricos apresentados?*

- *Diz algumas características que encontras em todas as pirâmides.*

- **Possíveis conjeturas dos alunos:**

- A pirâmide tem uma só base.

- As pirâmides têm um "biquinho"

- As pirâmides têm faces triangulares.

2. Desenvolvimento da tarefa:

1.ª parte

Depois da apresentação da tarefa, os alunos organizam-se a pares e são distribuídos vários modelos (madeira) de pirâmides pelos diferentes grupos (cada grupo recebeu, pelo menos, duas pirâmides).

É solicitado aos alunos que preencham uma tabela de forma a realizarem uma contagem organizada dos seus elementos (Anexo N).

2.ª parte

Depois do preenchimento da tabela, na qual são organizados os elementos analisados, segue-se uma discussão em grande grupo sobre a exploração realizada, ou seja, o que descobriram através da exploração sobre propriedades das pirâmides.

- **Possíveis conjeturas dos alunos:**

  - A pirâmide tem uma só base.

  - As pirâmides têm sempre um “biquinho”.

  - O número total de vértices das pirâmides são os das bases e mais um em cima.

  - O número total de arestas numa pirâmide é duas vezes o número de arestas da base.

De seguida, os alunos são desafiados a efetuar uma nova exploração. Para isso, distribui-se o enunciado da tarefa (Anexo O).

Alguns alunos, para responderem à questão 1, recorrem à observação da imagem apresentada no enunciado, outros têm a necessidade de manipular o material disponibilizado (palitos e plasticina).

Para responder às questões 2 e 3, os alunos utilizam o material disponibilizado e registam as suas conclusões na tabela (Anexo P).

As questões 2 e 3 permitem que os alunos iniciem o processo de classificação em relação à identificação de uma pirâmide, ou seja, que infiram sobre esta classe de sólidos com base nas suas propriedades e definições. Este processo de classificação permite que alguns alunos façam as seguintes generalizações:

- O número total de arestas de uma pirâmide é o dobro do número de arestas da sua base.
- Os vértices das pirâmides são sempre o número de vértice da base mais 1.
- As pirâmides têm sempre um número par de arestas.

Apesar de não serem solicitadas explicitamente as generalizações acima referidas, o registo das respostas dos alunos favorece e reforça a sua identificação. Posto isto, inicia-se uma discussão em grande grupo acerca de algumas generalizações já realizadas por cada par.

3.ª parte

Depois de realizada a questão 3, os alunos prosseguem as suas explorações. Relativamente à questão 4 é lançado um desafio aos alunos sobre a possibilidade de se construir uma pirâmide com 13 ou 15 arestas. Os alunos manipulam o material disponível de forma a averiguar um resultado válido para a construção de uma pirâmide.

Os alunos justificam a sua resposta atendendo à resposta dada pelo Nuno – "Não dá para construíres pirâmides com esses números."

A questão 4 da tarefa permite que os alunos realizem generalizações sobre o número de arestas de uma pirâmide, ou seja:

- O número total de arestas de uma pirâmide é o dobro do número de arestas da sua base.
- As pirâmides têm sempre um número par de arestas.

2.1. Dificuldades previstas:

Consideram-se as seguintes dificuldades durante a realização da tarefa:

- Dificuldade na contabilização das arestas e vértices em falta na pirâmide representada no enunciado;

- Dificuldade no processo de generalização, no que respeita à construção de pirâmides considerando um determinado número de vértices e/ou arestas.

Questões e aspetos a ter em conta para monitorizar o trabalho dos alunos:

De forma a apoiar as aprendizagens dos alunos em relação ao conceito de pirâmide, apresentam-se vários modelos de pirâmides com bases diferentes.

- *O que é que estes modelos têm em comum?*

As tabelas disponibilizadas (Anexo N e P) incentivam os alunos à contagem dos elementos (vértices e arestas) dos sólidos disponibilizados e do enunciado, de forma a partir para a generalização das propriedades de uma pirâmide.

- *Quantos vértices tem a base? E quantos vértices existem no total? (número de vértices da base mais 1 no topo)*

- *Quantas arestas tem a base? E quantas arestas existem no total? (o número total de arestas de uma pirâmide é o dobro do número de arestas da base ou o número de arestas da base é igual ao número de arestas laterais).*

- *Quantas arestas "saem" de cada vértice?*

3. Discussão e sistematização das aprendizagens matemáticas

Esta tarefa permite que os alunos desenvolvam os processos de raciocínio matemático, a partir da formulação de conjeturas e de generalizações.

Numa primeira fase da discussão coletiva pretende-se que os alunos identifiquem as propriedades de qualquer pirâmide através das generalizações já alcançadas ao longo da tarefa.

- *Como podemos perceber se um certo sólido geométrico é uma pirâmide? Que características tem de ter?*

- *Porque é que o Nuno referiu que não é possível construir uma pirâmide com 13 ou 15 arestas?*

- *Vocês experimentaram? O que concluíram*?

Esta tarefa envolve uma variedade de representações, nomeadamente representações ativas (através dos modelos físicos construídos pelos alunos), icónicas (desenhos representações bidimensionais de pirâmides), e verbais.

- *De que forma o material vos auxiliou na exploração da tarefa? Ajudou-vos a perceber o conceito de pirâmide?*

Por fim, a tarefa "À descoberta das Pirâmides" incentiva a justificação, enquanto processo de raciocínio, de respostas, apoiadas na análise de exemplos, nomeadamente sobre a questão 4 do enunciado.

4. Estratégias de diferenciação a usar

O recurso a palitos e plasticina, apenas por alguns alunos é uma estratégia de diferenciação.

5. Articulação/relação com outras atividades que se seguem

Para finalizar esta sequência de atividades sobre o estudo dos prismas e das pirâmides, constrói-se um guião didático que serve de apoio para uma nova tarefa que envolve a comparação entre estas duas classes de sólidos, através da exploração de um jogo digital (Tarefa 5 – Exploração didática do RED).

2.4.1. Concretização da tarefa 4

À semelhança da tarefa 3, também a tarefa 4 se desenvolveu de acordo com o planificado. No entanto, os pares não utilizaram o material disponibilizado com tanta intensidade como na tarefa anterior, pois, perceberam rapidamente que, no estudo das pirâmides, o número total de vértices de uma pirâmide é sempre o número de vértices da base mais 1. Desta forma, os pares foram, gradualmente, percebendo que o número total de arestas de uma pirâmide é o dobro do número de arestas da sua base, sem grande auxílio do material disponível.

Tal como na tarefa 3, foram disponibilizadas tabelas de contagens de elementos aos alunos como forma de os auxiliar na identificação de algumas das propriedades das pirâmides, no entanto, o tempo de exploração destas tabelas e dos sólidos geométricos foi menor em comparação com a tarefa 4, pois, após análise da tarefa 3, penso que os alunos deveriam ter tido mais tempo de exploração do enunciado e do material, palitos e plasticina.

No final da tarefa 4, estava planificado que os alunos teriam de identificar um novo intruso, ou seja, identificar uma pirâmide entre quatro prismas, no entanto, após verificar que os pares já identificavam e distinguiam, com facilidade, estas figuras, decidi optar por não realizar este desafio.

2.5. Planificação da Tarefa 5 – Exploração didática do RED – "O Arqueólogo" (Anexo Q)

<u>1. Introdução da tarefa</u>:

É proposta uma última tarefa exploratória relacionada com as aprendizagens adquiridas nas duas últimas tarefas de geometria (primas e pirâmides). Esta tarefa consolida os conhecimentos adquiridos pelos alunos através de um recurso educativo digital (RED).

A aula tem início com a apresentação do jogo "O Arqueólogo" – Classificação de Figuras disponível no site da Direção-Geral da Educação (https://redge.dge.mec.pt/site/node/4).

O jogo é projetado e explica-se aos alunos a sua forma de jogar.

<u>2. Desenvolvimento da tarefa:</u>

Depois da apresentação da tarefa, os alunos organizam-se a pares e liga-se um computador por par. Os alunos recebem, no seu email, o link indicado para o jogo - https://redge.dge.mec.pt/ilha/mat6/

Procede-se à explicação do jogo que é composto por 3 tarefas – "Qual o intruso?", "Quais as figuras?" e "O que há em comum?" (Figura 4). Cada tarefa é associada a um local de escavação em Portugal, no Egito ou no México.

Figura 4

As 3 tarefas do jogo

Como os alunos já realizaram alguns desafios relacionados com a identificação de um intruso num dado conjunto de objetos, desafiam-se os alunos a experimentar níveis mais desafiantes, tais como as tarefas relacionadas com o Egito e o México.

A tarefa "Quais as figuras?" está organizada nos modos "Figuras Planas" e "Sólidos" (Figura 5) e envolve a identificação de um conjunto de figuras bi ou tridimensionais que se possam incluir numa dada categoria: determinado prisma, determinado tipo de pirâmide, quadriláteros, retângulos, entre outros.

Figura 5

Modos de jogo da tarefa "Quais as figuras?"

Como forma de consolidar os conhecimentos adquiridos ao longo das diferentes tarefas de geometria relacionadas com o projeto de investigação da estudante, os alunos são desafiados a selecionar a opção "Sólidos".

Este jogo tem a intencionalidade de estimular o aluno a observar cuidadosamente todas as hipóteses de modo a selecionar a resposta correta (Figura 6). Após a confirmação, os alunos selecionam a tecla "validar".

Figura 6

Ecrã da tarefa "Quais as figuras?" com o modo "Sólidos"

Após a realização da tarefa “Quais as figuras?”, os alunos retomam a página inicial do jogo (Figura 4) e selecionam o local México. A tarefa “O que há em comum?”, também com os modos “Figuras planas” e “Sólidos”, incide na identificação de uma propriedade comum a um conjunto dado de objetos (Figura 7). Como referido anteriormente, os alunos selecionam a opção “Sólidos”, para ativar o modo de jogo pretendido, de forma a sistematizar as suas aprendizagens.

Figura 7

Jogo “O que há em comum?”, modo “Sólidos”

<u>2.1. Dificuldades previstas:</u>

Após duas tarefas que incidem sobre a exploração de sólidos geométricos, nomeadamente de prismas e de pirâmides em que foi solicitado aos alunos a exploração de propriedades destas classes de sólidos, é pedido aos alunos a sistematização das suas aprendizagens através de recursos educativos digitais.

Apesar de a turma estar suficientemente adaptada às tecnologias a que tem acesso (computadores), poderão existir algumas dificuldades de compreensão do que é pedido.

Consideram-se as seguintes dificuldades durante a realização da tarefa:

- Dificuldade na identificação de sólidos geométricos que se encontrem numa posição pouco habitual;

- Dificuldade na identificação de uma característica comum num dado conjunto de objetos;

- Dificuldade na identificação de um conjunto de sólidos, dadas as suas características: pirâmides triangulares, prismas retangulares, etc.

Questões e aspetos a ter em conta para monitorizar o trabalho dos alunos:

De forma a apoiar as aprendizagens dos alunos em relação às suas aprendizagens, realizam-se as seguintes ações:

- Estimular a manipulação de modelos de sólidos e a realização de experiências com os mesmos, se for necessário;
- Apresentar a cada grupo de alunos um grupo de prismas ou pirâmides, incluindo um intruso, e pedir que o identifiquem, justificando a sua escolha, de modo a clarificar a classificação de prismas e pirâmides, numa fase em que os alunos tenham dificuldades na identificação de características comuns a uma dada classe de sólidos.

3. Discussão e sistematização das aprendizagens matemáticas

Numa primeira fase de discussão e sistematização, pretende-se que os alunos realizem uma tarefa (Anexo R) com tópicos a avaliar que permite averiguar as aprendizagens realizadas pelos alunos associados a aspetos geométricos em que o RED e as duas tarefas anteriores (prismas e pirâmides) incidiram.

4. Estratégias de avaliação das aprendizagens (de carácter formativo)

Com o objetivo de avaliar os tópicos associados aos aspetos geométricos em que incide este jogo é utilizada uma ficha (Anexo R).

2.5.1. Concretização da tarefa 5

A tarefa 5 decorreu como o planificado e foi aquela cuja resolução obteve maior entusiasmo por parte dos alunos, o que, provavelmente, esteve associado ao tipo de recurso, digital e ao facto de este ser uma novidade para eles.

Nesta tarefa não foi planificada a utilização de modelos físicos de prismas e pirâmides, no entanto, durante o decorrer da tarefa, achei necessário que todos os pares tivessem, pelo menos, dois prismas e duas pirâmides diferentes, para que pudessem realizar a contagem dos seus elementos e justificar as suas escolhas realizadas durante o jogo.

CAPÍTULO 4

ANÁLISE DE DADOS

O presente capítulo diz respeito à análise dos dados e à sua interpretação, referente à intervenção pedagógica realizada em contexto de estágio. Os dados recolhidos foram analisados de acordo com os objetivos e as questões do estudo realizado.

1. A realização das tarefas pelos alunos

Nesta secção são analisadas as resoluções de alguns alunos ou pares, assim como os diálogos, tendo em conta as dificuldades manifestadas durante o decorrer das tarefas apresentadas. Em cada tarefa são analisadas as suas formas de resolução, os materiais utilizados, as dificuldades de utilização do material disponibilizado e o seu eventual contributo para a resolução das tarefas implementadas.

1.1. Tarefa 1 – As mesas para jantar

A tarefa "As mesas para jantar" (T1) é a primeira a ser desenvolvida no âmbito deste projeto de investigação e, como a sua exploração seria diferente do habitual, existiram algumas dúvidas por parte dos alunos sobre aquilo que era pedido. Após informar a turma de que a aula seria gravada a partir de gravadores áudio, os grupos iniciam a resolução da tarefa. Todos os pares utilizam o material disponibilizado (5 quadrados 5 cm x 5cm) e envolvem-se na procura de formas diferentes para agrupar os cinco quadrados, considerando as condições especificadas, de maneira a encontrarem pentaminós diferentes.

Todos os pares procedem à identificação das suas descobertas, adotando uma postura de trabalho em equipa, manipulando os materiais disponibilizados. Rodrigo e Matilde estavam a agrupar figuras utilizando outro critério. Desta forma, fico a observar a sua exploração e intervenho quando noto que não utilizaram o critério proposto no enunciado da tarefa – "arranjar cinco mesas quadradas iguais para os convidados."

Episódio 1:

Patrícia – Rodrigo, volta a ler o enunciado, o vosso critério para agrupar as mesas não me parece de acordo com o enunciado.

Rodrigo – Têm de ser cinco quadrados agrupados?

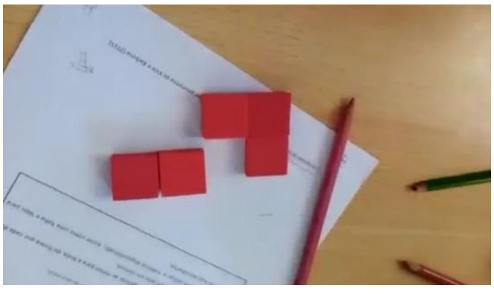
Patrícia – Foi o que vos foi proposto, têm de ser cinco.

Este episódio mostra a dificuldade destes alunos na interpretação do enunciado e a necessidade de se utilizar o critério proposto no enunciado, devendo este ser claro, deste modo, anotei esta resolução como pertinente para ser abordada na discussão coletiva.

Outro episódio semelhante, que revela um outro aspeto associado às condições que era necessário respeitar na organização das mesas, e que considerei pertinente para abordar durante a discussão coletiva, ocorreu durante a exploração autónoma de João e de Isaac da tarefa. Estes alunos não respeitaram o critério de que todas as mesas tinham de ter pelo menos um lado em comum, agrupando os quadrados em grupos de 3 e 2 quadrados, como ilustra a figura 8. Por isso, após uma breve observação decidi intervir quando achei necessário, tal como evidencia o episódio 2.

Figura 8

Resolução de João e de Isaac



Episódio 2:

Patrícia – O que quererá dizer "um conjunto de cinco mesas"? Quantos conjuntos tens aqui? (*João e Isaac apresentavam dois conjuntos, um com duas mesas e outro com três mesas).*

Isaac – Estão dois conjuntos…

Patrícia – Então aqui, quantos conjuntos tens?

Isaac – Dois.

Patrícia – Respeita o critério?

Isaac – Não…

Uma outra dificuldade observada durante o decorrer da tarefa, e em que o material manipulável foi, de facto, crucial para a aprendizagem, foi o modo como Guilherme e Maria J. agruparam os cinco quadrados, encontrando-se o quinto quadrado em posição irregular, como ilustra a figura 9.

Figura 9

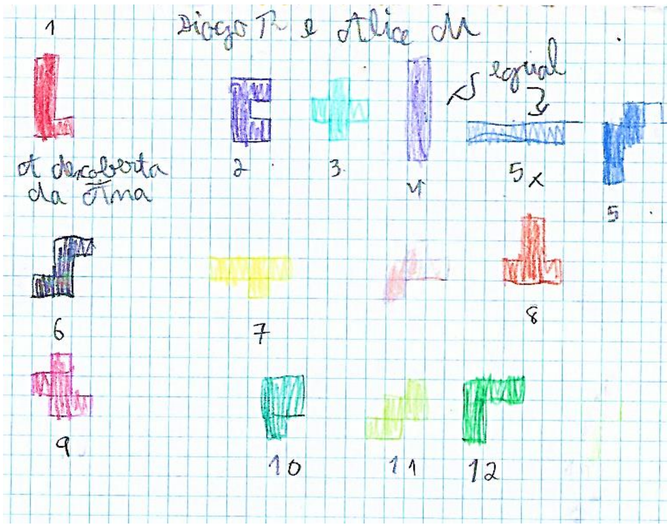
Resolução de Guilherme e de Maria J.

Na gravação em vídeo, é possível observar que os alunos manipulam o material e colocam o quinto quadrado na posição observada na figura 9, afirmando que este quadrado tinha, pelo menos, um lado coincidente. No entanto, após manipularem o material, verificaram que o lado deste último quadrado não tinha, de facto, um lado em comum com nenhum quadrado, logo, não podia ser considerado um conjunto válido.

Durante a exploração autónoma dos alunos, observo a partilha de ideias do par constituído por Alice M. e Diogo R., como evidenciado na figura 10 e no episódio 3.

Figura 10

Resolução de Alice M. e Diogo R. à T1



Episódio 3:

Patrícia – "As figuras 4 e 5 são iguais?"

Alice M. – "É praticamente a mesma figura só que em vez de estar assim, está assim (*roda os 5 quadrados na mesa*).

Diogo R. – "Mas parece ser outra figura diferente."

Alice M. – "Mesmo virando (*rodando*) os quadrados continuam na mesma posição."

Neste episódio é possível perceber que a noção de figuras geometricamente iguais, mas em posições diferentes, parece estar presente em Alice M., uma vez que concretiza a sua ideia alterando a posição do pentaminó na sua mesa de trabalho. O mesmo não parece acontecer com

Diogo, que evidencia alguma dúvida sobre a figura 5 parecer diferente da figura 4.

A análise do episódio 3 evidencia ainda que a manipulação dos materiais parece ter auxiliado o raciocínio de Alice M., uma vez que roda a figura como forma de exemplificar ao seu colega que é a mesma figura, no entanto, em posição diferente.

Também com outro par formado por Rui e Martim, foi percetível verificar que ambos perceberam que o facto de se ter a mesma figura em posições diferentes não altera as suas propriedades. Além disso, quando questionados acerca de duas figuras geometricamente iguais, mas em posições diferentes, os alunos utilizam o material como forma de resolverem o problema e justificarem a sua resolução.

Ainda no decorrer da tarefa, foi possível observar que alguns grupos mantinham a sua ideia de que figuras geometricamente iguais, mas em posições diferentes eram, de facto, figuras diferentes. No episódio 4, a Bruna e a Bianca com o meu auxílio, vão percebendo que, efetivamente, duas das figuras que construíram são figuras iguais, mas em posições diferentes.

Episódio 4:

Patrícia – Então… Arrumaram… Ou melhor, agruparam as mesas da mesma maneira, nestas duas figuras?

Bruna – As figuras são parecidas.

Patrícia – E o que mudou?

Bianca – Mudou só a posição.

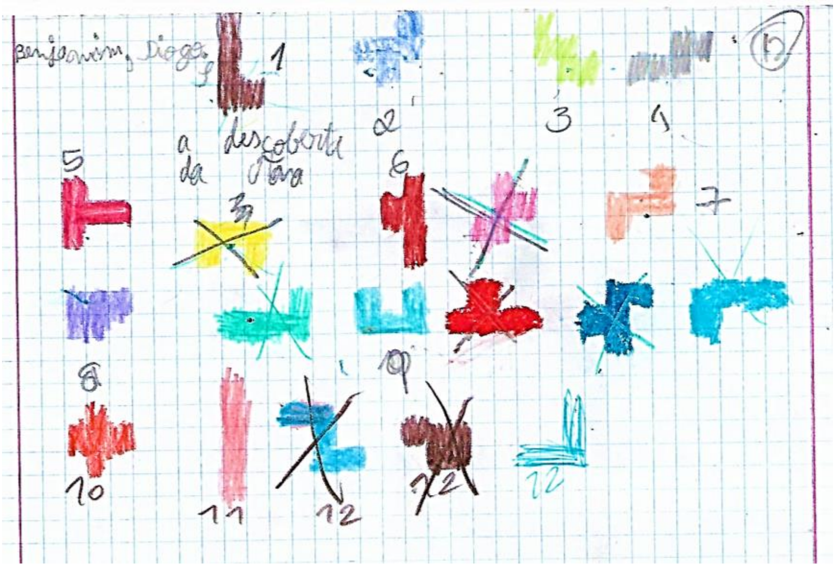
Patrícia – Ok. Mudaram de posição, certo. Mas são iguais, as figuras?

Bianca – Ah, sim! São!

A figura 11 mostra todos os pentaminós construídos por Diogo e Benjamim.

Figura 11

Resolução de Diogo S. e Benjamin



Na resolução de Diogo S. e de Benjamin, consegue-se perceber que os dois alunos realizaram diversas descobertas, embora tenham rasurado algumas das descobertas. Este par destaca-se por ter sido o único par que não necessita do meu auxílio para descobrir que figuras geometricamente iguais, mas que se encontram em posições diferentes são figuras iguais. Após a manipulação do material, o par consegue perceber que realizando rotações ou simetrias, as figuras só alteravam a sua posição.

De forma geral, os alunos não manifestaram grandes dificuldades na resolução da tarefa, exceto no uso do conceito de figuras geometricamente iguais e, alguns deles na interpretação das condições de formação dos pentaminós, expressas no enunciado da tarefa. As dificuldades observadas por mim e apontadas pelos pares foram, posteriormente, debatidas na discussão coletiva. Contudo, pode-se considerar que, tanto durante a exploração autónoma pelos alunos como na discussão coletiva, a utilização do material manipulável permitiu que os alunos pudessem compreender conceitos geométricos, tais como, o de figuras geometricamente iguais, bem como usassem, ainda que informalmente, transformações geométricas na construção das diferentes tarefas.

1.2. Tarefa 2 – As caixas abertas da Mariana

A tarefa "As caixas abertas da Mariana" (T2) é a segunda tarefa a ser desenvolvida com a turma. No início da tarefa, voltei a informar os alunos de que a aula seria gravada em áudio. Após a leitura do enunciado, foram disponibilizadas, a cada par, 6 peças quadradas coloridas de *polydron*. Em seguida, é dada uma explicação geral sobre o material e como este se manipula, assim como orientei uma breve discussão sobre o que é uma planificação de um sólido. O episódio 5 retrata essa mesma discussão.

Episódio 5:

Patrícia (mostro um cubo montado em material *polydron*) – Vocês conhecem algum objeto, lá na vossa casa que tenha este aspeto?

Vários alunos – Cubo mágico.

Patrícia – Sim… Alguém me sabe dizer o que são planificações?

Chloé – É uma instrução para algo, para podermos fazer alguma coisa.

Isaac – Planificação tem de ser num plano.

Patrícia – Boas ideias… Aqui a Mariana (personagem do enunciado) decidiu desmontar a caixa cúbica que ela tinha. Vejam.

(Demonstrei o cubo a ser desmontado, através do material *polydron*)

Patrícia – O que é que eu tenho aqui?

Yolene – Um pentaminó?

Patrícia – Para ser um pentaminó, quantos quadradinhos eu tinha de ter?

Yolene – 5…

Patrícia – Quantos quadrados é que eu tenho aqui?

Yolene – Pois, são 6.

Patrícia – Quero-vos mostrar. Eu tinha o cubo montado, certo? Depois desmontei-o. Sabem no que deu origem?

Rui – A uma planificação de um cubo. Como a Chloé disse: instrução para fazer o cubo.

Patrícia – Boa Rui! E como o Isaac tinha dito, uma planificação no plano. Ficou uma caixa aberta. Se eu montar esta figura, o que é que dá?

Isaac – Caixa fechada. Isso é uma estrutura do cubo.

Patrícia – Muito bem. Vamos estudar então as planificações de cubo. Para isso tenho aqui este material que se chama *polydron* (mostro as peças de *polydron*). Quantas faces tem um cubo?

Vários alunos – 6 faces.

Patrícia – Então tenho de distribuir quantas peças destas por cada par?

Vários alunos – 6 peças.

Patrícia – Mas e se eu vos der 5? Dá?

Martim – Não! Vai ficar com uma parte aberta e a caixa (cubo) tem de estar fechada.

Patrícia – É isso mesmo! Agora como vamos fazer? Vamos explorar o material e descobrir várias planificações de um cubo. O que devemos fazer primeiro, como fizemos com a tarefa dos pentaminós?

João – Vamos construir a planificação, depois montá-la para ver se dá um cubo, depois registamos na folha.

Patrícia – Boa!

Através do episódio acima descrito, é possível perceber que os alunos, de modo geral, mostraram ter uma ideia do que é uma planificação, apesar de as respostas dadas não evidenciarem uma ideia precisa. A contribuição dada por Isaac parece revelar que o aluno associa a palavra planificação à palavra plano, por estas apresentarem o mesmo radical, tendo ainda complementado a sua afirmação utilizando gestos, tais como pousar a mão na mesa.

Ainda neste episódio, é possível perceber que os alunos têm uma perceção sobre a noção de cubo, ou seja, um sólido geométrico limitado por 6 faces quadradas iguais. Para além disto, Martim dá uma contribuição essencial sobre um critério necessário para a resolução desta tarefa: a obrigatoriedade de se utilizar as 6 peças de *polydron*, pois, senão ficaria com "uma parte aberta." João também explicita os procedimentos de realização da tarefa, referindo a importância da construção da planificação e, de seguida, a sua montagem para se verificar se é efetivamente uma planificação do cubo.

Após esta conversa inicial, os pares iniciam a sua exploração, a partir do material disponibilizado, de maneira a encontrarem planificações diferentes de um cubo. Apesar de esta tarefa ser, aparentemente, mais desafiante do que a anterior, considerando o material disponibilizado e as planificações por descobrir, os alunos perceberam, quase de imediato, que figuras geometricamente iguais, mas que se encontram em posições diferentes são, de facto, iguais. O episódio 6 evidencia essa constatação por parte de Santiago.

Episodio 6:

Santiago – Olha, Patrícia! Lembrei-me de outra planificação.

Patrícia – Mostra-me.

Santiago – (encontra-se com os *polydrons* encaixados formando uma planificação. Gira a planificação em T, 180º). Estava-te a dizer, lembrei-me de uma planificação, mas não quis dizer que era nova.

Patrícia – E não pode ser nova porquê? Há algum problema?

Santiago – É a mesma! Vê (gira a planificação). É a mesma, eu é que a rodo.

Semelhante a este episódio de Santiago, observei a exploração de Diogo S. e do seu par, quando me apercebi que tinham rasurado uma descoberta (Figura 12).

Episódio 7:

Patrícia – O que se passa? Pensavas que tinhas quantas feitas?

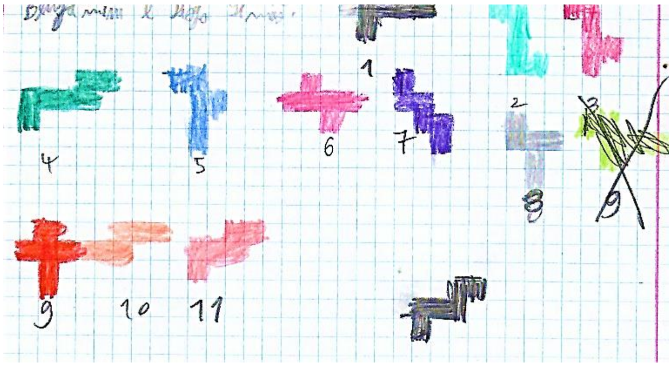
Diogo S. – Pensava que tinha 9. Afinal tenho só 8.

Patrícia – Porquê?

Diogo S. – (aponta para as descobertas 8 e 9). São iguais. A 8 está virada para cima e a 9 está virada para a direita. Eu fiz uma rotação e uma reflexão e esta (figura identificada com o número 9) ficou igual a esta (figura identificada com o número 8).

Figura 12

Resolução de Diogo S e do seu par



Após o diálogo com Diogo S., é possível confirmar de que o aluno, provavelmente, mobilizou os conceitos geométricos abordados na tarefa 1 ("As mesas para jantar"). Estes conceitos, de figuras geometricamente iguais e de rotação e reflexão de figuras, permitiram, ao Diogo S., uma maior facilidade na descoberta das planificações de um cubo, pois ao construir uma planificação poderia verificar, através de rotações e reflexões, se uma dada planificação era igual a outra já realizada.

Em relação à manipulação do material disponibilizado, esta, de facto, foi considerada uma dificuldade apontada pelos alunos durante a discussão coletiva. Os alunos frisaram a ideia de que o material era divertido e dava para fazer várias construções, no entanto, era de difícil encaixe. Desta forma, os alunos deveriam ter tido a oportunidade de manipular o material anteriormente à realização desta tarefa, como forma de se familiarizarem com o mesmo.

Em contrapartida, apesar de o material ser de difícil encaixe, como referido anteriormente, a maioria dos alunos considera a sua importância na realização desta tarefa. No episódio 8, João aponta a importância do material *polydron* para a concretização desta tarefa.

Episódio 8:

Patrícia – Está a dar-te jeito, o material?

João – Sem dúvida. Como é que eu podia saber que esta planificação que fiz se transformava num cubo? Só imaginar fica difícil. Montar a planificação dá a certeza de que é uma planificação do cubo.

Durante a discussão coletiva sobre a tarefa, para além das dificuldades apontadas sobre a manipulação do material, os alunos referiram outros aspetos pertinentes, tal como se destaca no episódio 9.

Episódio 9:

Patrícia – Meninos, vi aqui que alguns grupos conseguiram descobrir todas as planificações que existem de um cubo.

Alguns alunos – Quantas são, afinal?

Patrícia – Existem 11 planificações de um cubo. Mas devo dar os meus parabéns a todos, pois todos os grupos conseguiram encontrar mais de 5. Agora quero perguntar, onde é que tiveram mais dificuldades?

Alice M. – Nós tivemos dificuldades a encaixar as peças.

Diogo R. – Eu e a Alice tivemos dificuldades em perceber que havia figuras que eram iguais.

Patrícia – Elas sofreram algumas transformações geométricas. Quais?

Diogo R. – Rotação e a reflexão.

Patrícia – Boa. Como é que resolveram esse problema?

Guilherme – Nós tivemos dificuldades em encontrar as figuras, por causa da rotação e da reflexão. Pareciam diferentes, mas depois eram iguais. Então nós quando encontrávamos uma que parecia a outra, íamos rodando até perceber que eram iguais.

Patrícia – É isso mesmo. Muito bem! Acharam esta tarefa mais desafiante que a dos pentaminós?

Vários alunos – Sim!

Patrícia – Porquê?

Diogo R. – Porque tínhamos 6 faces. E aqui tinha de dar uma caixa fechada. No outro era só no plano, não tinha de montar nada.

Patrícia – É bem verdade.

De forma geral, os alunos não manifestaram dificuldades na resolução da tarefa. Esta tarefa surgiu como uma sistematização dos conceitos geométricos aprendidos na tarefa 1, nomeadamente, o conceito de figura geometricamente igual e as transformações geométricas, em particular, rotação e reflexão. Apesar de, no modo geral, alguns alunos manifestarem dificuldades em identificar planificações iguais, mas que se encontravam em posições diferentes, estes pares conseguiram ultrapassar as dificuldades, manipulando o material, como referido por Guilherme, no episódio 9.

Como apresentado no episódio 9, apesar de o material ser considerado de difícil encaixe, este parece ter contribuído para essa sistematização, como também, para que os alunos pudessem concretizar a tarefa com o êxito que pude observar e como foi dito pelo João, no episódio 8, "montar a planificação dá a certeza de que é uma planificação do cubo."

1.3. Tarefa 3 – À descoberta dos Prismas

A tarefa "À descoberta dos Primas" (T3) é a terceira a ser desenvolvida com a turma. Nesta tarefa, os alunos têm a oportunidade de explorar materiais manipuláveis, tais como sólidos geométricos de madeira (vários prismas diferentes), palitos e plasticina para construir estruturas de sólidos e que foram utilizados para os auxiliarem nas suas resoluções.

A tarefa tem início com a projeção da primeira parte da tarefa, em que é pedido aos alunos que identifiquem o intruso num conjunto de sólidos (Anexo G), constituído por três prismas e uma pirâmide. O episódio 10 relata a conversa inicial com os alunos.

Episódio 10:

Patrícia – Alguém me sabe dizer o que é um intruso?

Maria J. – Que não pertence a um grupo.

Patrícia – Qual destes consideram ser o intruso?

Santiago – Os outros são prismas, aquele é uma pirâmide.

Patrícia – Porquê?

Santiago – Porque as pirâmides têm lados [faces] triangulares e os prismas têm lados [faces] retangulares, pelo menos esses…

Através deste episódio acima descrito, embora use o termo lados em vez de faces, é possível perceber que Santiago discrimina a pirâmide como sendo o intruso devido às suas faces triangulares, agrupando os restantes sólidos no conjunto dos prismas. Ainda neste episódio, Santiago parece realizar uma conjetura, referindo que todos os prismas têm faces retangulares, o que parece evidenciar algum conhecimento sobre esta família de sólidos geométricos, os prismas retos.

Após a apresentação da imagem foram distribuídos, pelos pares, pelo menos dois prismas e uma tabela onde tinham de registar as contagens realizadas sobre os elementos de cada sólido. Estas tabelas foram propostas aos alunos para os auxiliar na identificação de algumas das propriedades dos primas. O episódio seguinte descreve uma discussão entre Alice M. e Diogo R no momento em que realizam as várias contagens e as comparam entre si.

Episódio 11:

Alice M. – Há qualquer coisa aqui que faz sentido.

Diogo R. – Não encontrei nada.

Alice M. – Olha… 3 vértices na base mais 3 vértices na outra dá 6.

Diogo R. – Sim, e o que tem?

Alice M. – Este (*cubo*) tem 4 vértices na base mais 4 na outra. 8.

Diogo R. – É sempre o dobro?

Alice M. – Queria ver mais 1…

Ao ouvir a discussão entre os dois alunos, decidi deixar na sua mesa um prisma hexagonal, diferente daqueles que já tinham.

Alice M. – Se este tem 6 na base. Na outra tem…

Diogo R. – Tem 6. Ao todo tem 12 vértices.

Alice M. – Nem acredito… É porque as bases são iguais. Contas os vértices da base, fazes vezes 2 e pronto, está feito. Há aí algum com bases diferentes?

Diogo R. – Nenhum...

No episódio 11, pode-se perceber que Alice M. descobre, em conjunto com o seu par, uma generalização sobre o número de vértices em relação a esta família de sólidos. Após realizar contagens sucessivas em vários prismas, parece ter começado a perceber que o número total de vértices de um prisma corresponde ao dobro do número de vértices de uma das bases. Ainda neste episódio, a aluna refere a importância de as bases serem iguais, o que acontece em todos os prismas, ou seja, parece perceber que como as bases são iguais, o número de vértices será o mesmo, deste modo, o par encontrou, provavelmente, uma outra característica de todos os prismas - as bases são sempre duas e geometricamente iguais.

Ainda durante a exploração dos sólidos geométricos, continuei a observar este par e decidi intervir na sua exploração, como referido no episódio 12.

Episódio 12:

Patrícia – Encontram mais alguma coisa?

Diogo R. – Não.

Patrícia – Olharam para os vértices. E para as arestas?

Diogo R. – Total? Este tem 9 (*prisma triangular*).

Patrícia – Sim. Mas e só o número de vértice numa base?

Diogo R. Esta tem 3.

Patrícia – Ok. E a outra base?

Diogo R. – 3. Até agora 6 (*conta de 3 em 3, 3 na base mais 3 na base e mais 3 nas faces laterais*). O número de arestas, total… É sempre o dobro… o triplo de uma base?

Alice M. – Dá cá mais um... (*pega num prisma pentagonal*).

Diogo R. – Esse tem 5 na base, é pentagonal… 5+5+5 dá 15. Tem 15 arestas no total.

Alice M. – Tem…. É mesmo o triplo! Fica… 5x3? Sim, dá 15.

A análise deste episódio, permite perceber que após a minha chamada de atenção para as arestas do prisma, os alunos começam a realizar contagens e parecem ter percebido uma outra generalização: o número total de arestas de um prisma é o triplo do número de arestas da base, embora Alice tenha referido 5x3 e não 3x5.

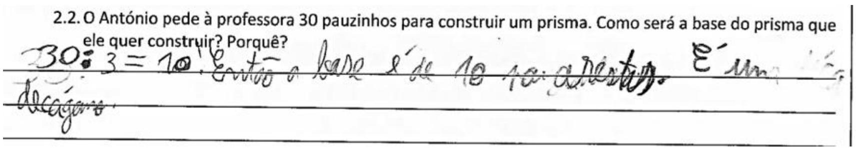
Após esta exploração através da manipulação dos sólidos, os alunos deram início à tarefa 3. Deste modo, após a leitura do enunciado, foram distribuídos palitos e plasticina por cada par, no caso de ser necessário. Observei que todos os pares utilizaram o material para dar resposta à primeira questão do enunciado.

Na questão 2, todos os pares responderam que "a base do prisma será um triângulo, pois 3x3=9". Através destas respostas é possível compreender que os alunos parecem ter percebido que o número total de arestas de um prisma é o triplo do número de arestas de uma das bases, logo, se o número total de arestas é 9, os alunos perceberam que as bases têm de ser triangulares. Na resposta a esta questão, todos os pares utilizam o material disponível, como forma de validarem o seu pensamento.

Na questão 2.2. todos os pares responderam que "a base tem de ter 10 pauzinhos", no entanto, o par, Diogo S. e Benjamin, decidem dividir as 30 arestas pelas arestas da base e pelas arestas laterais, como observado na figura 13, o que parece evidenciar uma outra forma de descobrir o número de arestas da base de um prisma. Para responder a esta questão, a maioria dos alunos não utilizou o material disponível, pois, provavelmente, utilizaram a estratégia utilizada na questão 2, não necessitando de recorrer ao material.

Figura 13

Resolução de Diogo S. e de Benjamin à questão 2.2.


2.2. O António pede à professora 30 pauzinhos para construir um prisma. Como será a base do prisma que ele quer construir? Porquê?

30 : 3 = 10. Então a base é de 10 10 arestas. É um decágono

Para responderem à questão 3, os alunos necessitaram novamente de recorrer ao material, pois, ao invés do número de arestas, a questão abordava o número de vértices. Deste modo, todos os pares tentaram construir um prisma com 25 vértices e perceberam que o mesmo não era possível de construir. No episódio 13 é possível verificar essa constatação por parte de Rodrigo.

Episódio 13:

Rodrigo – Eu concordo, porque 25 é um número ímpar e os prismas… Se queres fazer um prisma não podes ter número ímpar.

Patrícia – Porque não?

Rodrigo – Porque… Este aqui tem 5 aqui (*aponta para a base*), mais 5 aqui (*aponta para a outra base*), são 10. 10 é par.

Patrícia – E com 25 vértices, consegues?

Rodrigo – Não. Como é que eu consigo dividir 25 vértices pelas bases? Não dá. Dá 12,5, isso não dá.

A análise deste episódio evidencia que Rodrigo utilizou o critério de que como o número 25 é um número ímpar, era impossível construir um prisma com 25 vértices, uma vez que o número total de vértices de um prisma é um número par. O aluno clarificou ainda que não conseguia dividir 25 vértices pelas duas bases. Tal como Rodrigo, verificou-se que todos os pares chegaram a esta conclusão, após a tentativa de construção de um prisma. A questão 3 da tarefa permitiu que os alunos realizassem generalizações a partir do número de vértices de um prisma, ou seja: o número total de vértices de um prisma é sempre par e o número total de vértices de um prisma corresponde ao dobro do número de vértices de uma das bases.

Durante a discussão coletiva, os alunos puderam partilhar as suas descobertas em conjunto sobre os prismas em que foram referidas todas as propriedades desta família de poliedros anteriormente abordadas. Todos os pares conseguiram resolver a tarefa, no entanto, existiu um maior apoio da minha parte, questionando-os sempre que achei pertinente, no sentido de lhes permitir avançar na resolução sem lhes dar respostas.

Através desta tarefa, os alunos puderam descobrir as seguintes propriedades dos prismas: as bases são sempre duas e geometricamente iguais; o número total de vértices de um prisma corresponde ao dobro do número de vértices de uma das bases e o número total de arestas de um prisma corresponde ao triplo do número de arestas de uma das bases.

Apesar de o material ter contribuído para as descobertas, nomeadamente para validarem o seu pensamento, construção de uma figura, como aconteceu na questão 3 do enunciado, ou refutarem uma ideia inicial, existiu, também muita distração por parte dos alunos, por, provavelmente, se tratar de um material de uso quotidiano associado ao brincar (plasticina).

Em relação à utilização dos sólidos geométricos e às respetivas tabelas de contagem, a sua utilização permitiu a descoberta de, pelo menos, duas propriedades associadas à classe dos prismas, como observado nos episódios 11 e 12, o que, provavelmente, sem o material disponível, não teria sido possível alcançar.

1.4. Tarefa 4 – À descoberta das Pirâmides

A tarefa "À descoberta das Pirâmides" (T4) é a quarta a ser desenvolvida no âmbito do projeto de investigação. À semelhança da tarefa 3

“À descoberta dos Prismas”, os alunos exploraram uma classe de sólidos, neste caso as pirâmides, onde tiveram a oportunidade de recorrer a materiais manipuláveis, tais como, sólidos geométricos (várias pirâmides diferentes), palitos e plasticina, assim como a tabelas de contagens.

Tal como na tarefa 3, na apresentação da tarefa 4 foi mostrada uma imagem com quatro pirâmides e um prisma (Anexo M), em que os alunos teriam de identificar o intruso. A projeção da imagem é, maioritariamente, para averiguar os conhecimentos anteriormente realizados com a tarefa 3 – À descoberta dos Prismas. O episódio 14, retrata essa discussão inicial.

Episódio 14:

Patrícia – Então e nesta imagem qual será o intruso?

João – Ah, é o prisma. O resto são pirâmides.

Patrícia – Porquê?

João – As pirâmides têm triângulos nas faces.

Guilherme – E todas as pirâmides terminam em bico.

Patrícia – Boa.

João – Mas a base não é triangular, às vezes é quadrado ou triângulo…

Patrícia – E muitas mais bases, é a base que dá o nome à pirâmide.

Através deste episódio acima descrito, é possível perceber que João e Guilherme discriminam o prisma como sendo o intruso, devido aos restantes sólidos apresentados serem pirâmides. Os alunos parecem realizar algumas conjeturas acerca das propriedades das pirâmides, tais como: “as pirâmides têm faces triangulares” e “todas as pirâmides terminam em bico” (referindo-se ao vértice das pirâmides).

Após a apresentação da imagem foram distribuídos, pelos pares, pelo menos duas pirâmides diferentes e uma tabela de contagem onde os alunos tinham de registar as contagens realizadas dos elementos de cada sólido. Tal como na tarefa 3, estas tabelas foram disponibilizadas aos alunos como forma de os auxiliar na identificação de algumas das propriedades das pirâmides, no entanto, o tempo de exploração destes sólidos foi menor em comparação com a tarefa 4, pois, após análise da tarefa 3, penso que os alunos deveriam ter tido mais tempo de exploração do enunciado e do material, palitos e plasticina, na tarefa 4. O diálogo seguinte ocorreu durante o momento de manipulação dos sólidos e retrata uma conversa minha com Rodrigo.

Episodio 15:

Patrícia – Que pirâmide é essa?

Rodrigo – Quadrangular.

Patrícia – Já contaste as arestas da base?

Rodrigo – Sei que tem 4, porque é quadrangular.

Patrícia – E as outras arestas?

Rodrigo – (*utiliza a pirâmide quadrangular e conta as arestas laterais*) São 4, também. Ao todo são 8 arestas.

Patrícia – E esta aqui? (*aponto para a pirâmide triangular*)

Rodrigo – É triangular, tem 3 arestas na base. Depois (*conta as arestas laterais*) são 6 ao todo. (*faz uma pausa*) É como nos prismas? Aquilo do dobro... Como nos vértices era o dobro da base, aqui é nas arestas? Dobro da base? Dos vértices… Não, das arestas. Ou seja, se eu contar as arestas da base sei que vai ser o dobro… Quer dizer, o total de arestas.

Após esta resposta de Rodrigo, decidi deixar na sua mesa mais algumas pirâmides, como forma de auxiliar o seu pensamento e de poder testar a sua conjetura. O aluno foi contabilizando o número de arestas da base e o número de arestas laterais e pareceu verificar que a sua conjetura era válida para todas as pirâmides que observou, ou seja, que o número total de arestas de uma pirâmide é igual ao dobro do número de arestas da base. verificara análise deste episódio evidencia que o material foi imprescindível para os cálculos realizados por Rodrigo, pois, provavelmente, pôde confirmar a veracidade da sua conjetura após a exploração de várias pirâmides diferentes.

A exploração dos sólidos geométricos, parece ter proporcionado que a maioria dos pares tenha chegado à conclusão de que em todas as pirâmides o número total de vértices corresponde ao número de vértices na base mais 1, o vértice no topo da pirâmide.

Durante a resolução da questão 2, o par, Rui e Martim, apresentavam algumas dificuldades quando lhes foi pedido como seria a base de uma pirâmide que tem um total de cinco vértices. O episódio 16 ilustra essa discussão.

Episódio 16:

Rui – Eu não sei como será a base. Estou com dificuldades.

Patrícia – Tens aqui o material, as bolinhas de plasticina e os palitos, utiliza-os.

Rui – Como?

Patrícia – O que significam as bolinhas?

Rui – Os vértices.

Patrícia – E os palitos?

Martim – São as arestas. (*Martim começa a dividir as bolinhas de plasticina, coloca 4 bolinhas em formato de quadrado*)

Patrícia – O que estás a fazer, Martim?

Martim – Então… Eu acho que se são 5 bolinhas ao todo para o Miguel, ele deve pôr 4 bolinhas e mais 1 bolinha para o topo (*constrói uma pirâmide quadrangular*). Assim, 5 bolinhas ao todo.

Patrícia – É isso mesmo.

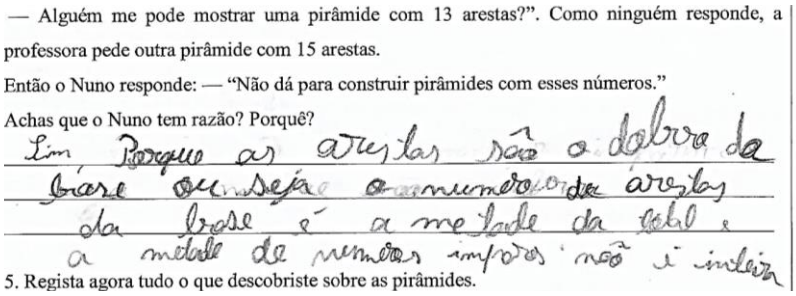
Através deste episódio é possível verificar o apoio dos materiais manipuláveis na resolução do par, Martim e Rui. Após a construção de uma pirâmide quadrangular, parecem ter compreendido a relação entre o número total de vértices e a forma da base da pirâmide.

Da mesma maneira que os materiais manipuláveis auxiliaram os pares na resolução da questão 2.1. do enunciado, também na questão 2.2., sobre o número de arestas de uma pirâmide, os materiais parecem ajudar os alunos nas suas resoluções. Através de sucessivas construções, para além da pedida no enunciado, recorri a novos desafios em que pedi aos alunos para construir outras pirâmides (estruturas), como forma de validar as suas conjeturas. Assim após a segunda e terceira construção pedida por mim, a maioria dos pares começou a recorrer à divisão ou à multiplicação, ou seja, se lhes era pedido uma pirâmide com 6 arestas no total, os alunos dividiam o número de arestas pelo número de arestas da base e pelo número de arestas laterais. Quando lhes era solicitado o número de arestas total de uma pirâmide, sendo que lhes era dado, por exemplo, 8 arestas na base, os alunos recorriam à multiplicação para calcular o seu dobro, ou seja, 2x8=16. Desta forma, os alunos parecem ter compreendido que o número total de arestas de uma pirâmide é o dobro do número de arestas da base.

Em relação à questão 3, em que era pedido que os alunos resolvessem o enigma da Marisa em relação às arestas de uma pirâmide, sendo dado somente o número de arestas da base (9 arestas), apenas se verificou a construção de pirâmides em dois pares. Os restantes pares utilizaram a multiplicação, ou seja, 2x9=18 e 10x2=20, respetivamente. No que diz respeito à questão 4, em que era abordada a generalização de que as pirâmides têm sempre número par de arestas, todos os pares recorreram ao uso do material. Primeiramente, construíram uma estrutura de pirâmide com um número par de arestas, de seguida, utilizaram os números pedidos no enunciado, nomeadamente, 13 arestas e 15 arestas. Após confirmação de que não era possível a construção de pirâmides com estes números de arestas, os alunos justificaram as suas respostas. Na figura 14, apresenta-se a justificação dada por Guilherme e Maria J.

Figura 14

Justificação dada pelo par, Guilherme e Maria J., à questão 4



— Alguém me pode mostrar uma pirâmide com 13 arestas?". Como ninguém responde, a professora pede outra pirâmide com 15 arestas.

Então o Nuno responde: — "Não dá para construir pirâmides com esses números."

Achas que o Nuno tem razão? Porquê?

Sim, Porque as arestas são o dobro da base ou seja o numero da arestas da base é a metade da total e a metade de numeros impares não é inteira

5. Regista agora tudo o que descobriste sobre as pirâmides.

Durante a discussão coletiva, os alunos tiveram a oportunidade de partilhar as suas descobertas, ou seja, as propriedades das pirâmides: o número total de arestas de uma pirâmide é o dobro do número de arestas da base; as pirâmides têm sempre um número par de arestas e o número total de vértices de uma pirâmide é sempre igual ao número de vértices da base mais 1 no topo. E, à semelhança do que aconteceu na tarefa 3, todos os pares conseguiram resolver a tarefa com sucesso.

Ainda na discussão coletiva, os alunos tiveram a oportunidade de partilhar não só as suas descobertas, como também as suas dificuldades no decorrer da tarefa. Desta forma, pude constatar, através da discussão coletiva e das observações realizadas, que os alunos manipularam o material adequadamente e com uma determinada intenção, ou seja, para realizarem ou validarem as suas descobertas. Assim, pude perceber que os alunos necessitavam de mais tempo de exploração do material, antes de passarem para a tarefa, propriamente dita.

À semelhança da tarefa 3, os alunos, na tarefa 4, tiveram a oportunidade de manipular sólidos geométricos (pirâmides) e realizar a contagem dos seus elementos, efetuando esse registo nas tabelas disponibilizadas, no entanto, o tempo disponível para as mesmas não foi o necessário como na tarefa 3, uma vez que os alunos aparentemente teriam necessidade de mais tempo de exploração. Apesar disto, os sólidos geométricos e as tabelas permitiram que os alunos descobrissem, pelo menos, uma propriedade da classe das pirâmides a que, sem o material disponível, os alunos não chegariam, tão rapidamente.

Em suma, o material disponibilizado parece ter tido um papel preponderante nas explorações e descobertas dos alunos sobre as características e propriedades das pirâmides, como evidencia o episódio 16. Nesta tarefa foi observado que os alunos utilizaram o material nas suas descobertas, nomeadamente para validarem o seu pensamento, construírem uma figura ou refutarem uma ideia inicial sobre características das pirâmides.

1.5. Tarefa 5 – A Exploração do jogo "O Arqueólogo"

A tarefa 5 "A Exploração do jogo "O Arqueólogo"" é a quinta e última tarefa a ser desenvolvida no âmbito deste projeto de investigação. A tarefa 5 envolveu a consolidação de conceitos aprendidos durante a exploração da tarefa 3 "À descoberta dos Prismas" e da tarefa 4 "À descoberta das Pirâmides". Nesta tarefa, os alunos, a pares, tiveram a oportunidade de explorar um recurso educativo digital através de computadores e, por fim, de realizar uma ficha com tópicos a avaliar. Dada a natureza da tarefa, não foram gravados quaisquer diálogos (embora tivesse realizado algumas notas de campo), apenas se registaram as respostas dadas pelos alunos à ficha com tópicos a avaliar (Anexo R).

Na parte inicial da tarefa, explicou-se aos alunos a forma de jogar, através da apresentação do jogo. Foi-lhes pedido que escolhessem as tarefas "Quais as figuras?" e "O que há em comum?" no modo "Sólidos", pois tratava-se da temática abordada nas duas tarefas anteriores.

A exploração do RED, trouxe, aos alunos, algumas dificuldades, no que respeita à identificação de representações de prismas ou pirâmides, por exemplo, em posições pouco habituais para os alunos, como se ilustra na figura 15.

Figura 15

Figuras que suscitaram dúvidas nos alunos

No entanto, apesar destas dificuldades, quando era pedido que os alunos identificassem, por exemplo, pirâmides pentagonais, os alunos não mostraram dificuldades, pois, como referido por eles, durante a discussão coletiva "bastava contar os vértices e sabíamos que era pentagonal, porque tinha cinco vértices na base" (referido por Rui, da nota de campo de dia 31 de maio de 2022).

Após a exploração do RED, os alunos tiveram a oportunidade de realizar uma ficha com tópicos a avaliar (Anexo R), sobre os conceitos aprendidos, tanto no jogo, como nas tarefas 3 e 4.

À primeira questão, em que os alunos tinham de rodear a vermelho as respostas corretas, e completar a frase: "Um prisma com 10 vértices tem como polígono da base:", apenas dois dos 12 pares deram uma resposta incorreta, os restantes pares deram como resposta, considerada correta, "um pentágono".

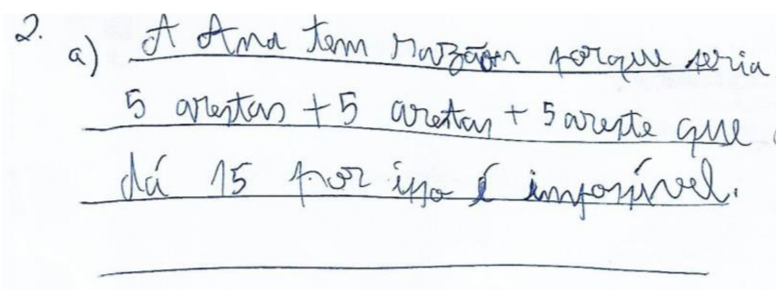
À questão em que era necessário completar a frase "Uma pirâmide com 5 vértices tem como polígono da base:", 11 pares deram como resposta correta “um quadrilátero”, enquanto apenas dois pares deram como resposta, considerada incorreta “um pentágono”, pois, provavelmente, não se recordaram que em todas as pirâmides o número total de vértices corresponde ao número de vértices na base mais 1, o vértice no topo da pirâmide.

À última questão do grupo, em que era necessário completar a frase “Uma pirâmide hexagonal tem um total de:”, 11 pares deram como resposta correta “6 faces triangulares”, enquanto dois pares deram respostas consideradas incorretas. Para dar respostas a estas questões, os pares, na sua maioria, utilizaram representações icónicas (desenhos) para verificarem a sua forma de pensar, o que parece tê-los auxiliado.

À questão 2 (a) “O João diz que tem na mão um prisma com 10 arestas. A Ana diz que é impossível. Quem tem razão e porquê?”, todos os alunos deram uma resposta parcialmente correta. A maior parte dos pares identificou a impossibilidade de se construir um prisma com 10 arestas, referindo, na sua maioria “na tabuada do 3, não existe o 10”, remetendo para a generalização de que o número total de arestas de um prisma é o triplo do número de arestas da base. Além disso, mas no mesmo sentido, o par, Alice M. e Diogo R., justifica a sua resposta remetendo para adições sucessivas do número de arestas de um prisma, relacionando, também, com as características dos prismas (Figura 16).

Figura 16

Resposta à questão 2, alínea a, por Alice M. e Diogo R.

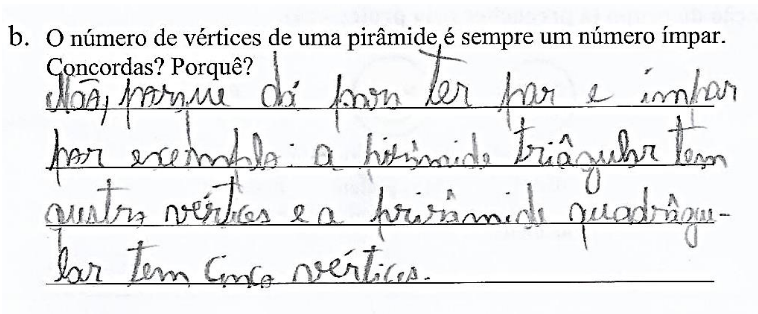


Embora a sua resposta não esteja totalmente correta, Alice e Diogo evidenciam perceber que o número total de arestas de um prisma pode ser determinado a partir do número de arestas das suas duas bases a que se adiciona o número de arestas da superfície lateral do mesmo.

À questão 2 (b) "O número de vértices de uma pirâmide é sempre número ímpar. Concordas? Porquê?", todos os pares deram uma resposta afirmativa. No entanto, a maioria não justificou a sua resposta, referindo, apenas a possibilidade de se construir pirâmides com números pares e ímpares de vértices. Ainda assim, o par, Bruna e Bianca, justifica a sua resposta referindo exemplos e contraexemplos concretos, tais como os casos da pirâmide triangular e da pirâmide quadrangular (Figura 17).

Figura 17

Resposta à questão 2, alínea b, por Bruna e Bianca

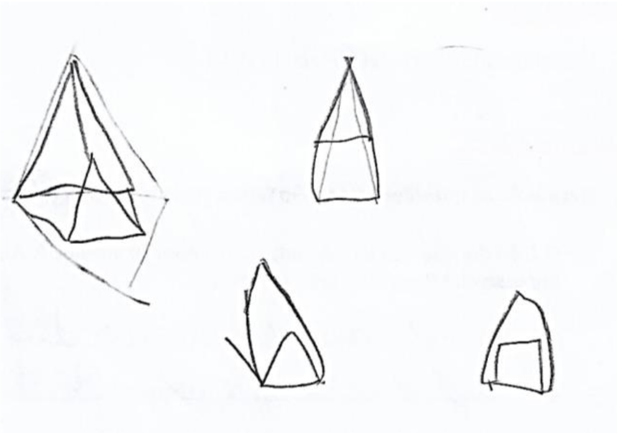

b. O número de vértices de uma pirâmide é sempre um número ímpar.
Concordas? Porquê?
Não, porque dá para ter par e ímpar
por exemplo: a pirâmide triângular tem
quatro vértices e a pirâmide quadrângu-
lar tem cinco vértices.

A exploração do RED parece ter permitido que os alunos consolidassem os conceitos anteriormente aprendidos nas tarefas 3 e 4 e que conseguissem, depois responder a algumas questões relacionadas com esses conceitos, em particular no que respeita às características de prismas e pirâmides.

Apesar de terem existido algumas dificuldades, nomeadamente, na identificação de figuras que se encontrassem em posições menos habituais, os alunos mobilizaram os conceitos aprofundados nas tarefas anteriores e perceberam que, por exemplo, uma pirâmide triangular que se encontre posicionada diferentemente do habitual, continua a ser uma pirâmide triangular, uma vez que as suas características não se alteram.

Figura 18

Representações icónicas (desenhos) feitas por Bruna e Bianca na resposta 2.(b)



Esta tarefa permitiu, também, que os alunos efetuassem representações icónicas (desenhos), como forma de auxiliar a sua forma de pensar. A maioria dos pares utilizou estas representações em quase todas as respostas da ficha com tópicos a avaliar, como mostra a figura 18.

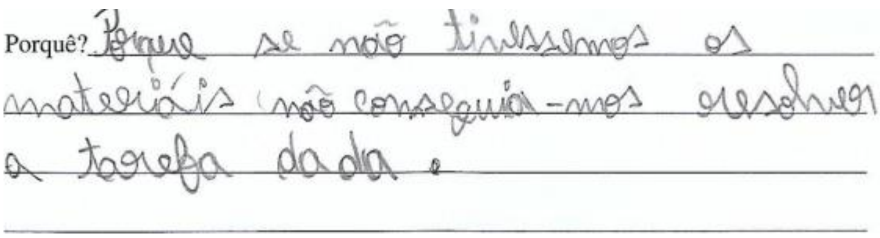
2. A perceção dos alunos sobre a utilização de materiais manipuláveis e de recursos digitais na realização de tarefas de geometria

No sentido de se perceber qual a perceção dos alunos relativamente à utilização de materiais manipuláveis e de recursos digitais na realização de tarefas de geometria, foi aplicado aos alunos um questionário (Anexo A) ao qual responderam individualmente.

Em relação à primeira questão colocada “Gostaste de realizar tarefas de geometria com o apoio de materiais manipuláveis?”, todos os 24 alunos responderam “Sim”. Quando lhes foi pedida uma justificação, a maioria (15 dos 24 alunos) dos alunos identificou como sendo “divertido e fácil” o seu uso. Ainda assim, há alunos que destacam a sua importância na resolução das tarefas, tal como refere Alice M. (Figura 19).

Figura 19

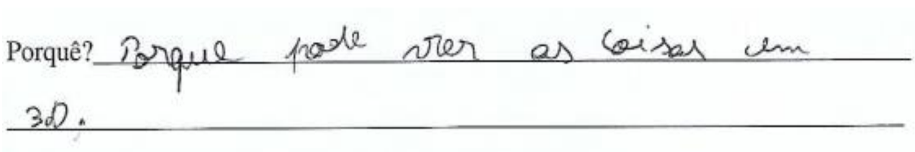
Justificação de Alice M.


Porquê? Porque se não tivessemos os materiais não conseguia-mos resolver a tarefa dada.

A resposta dada pela Alice M., revela que a aluna identifica os materiais manipuláveis e os recursos digitais como um apoio necessário à sua aprendizagem e, neste caso, imprescindível para a realização das tarefas que lhe foram solicitadas

Figura 20

Justificação de Rodrigo à questão 1

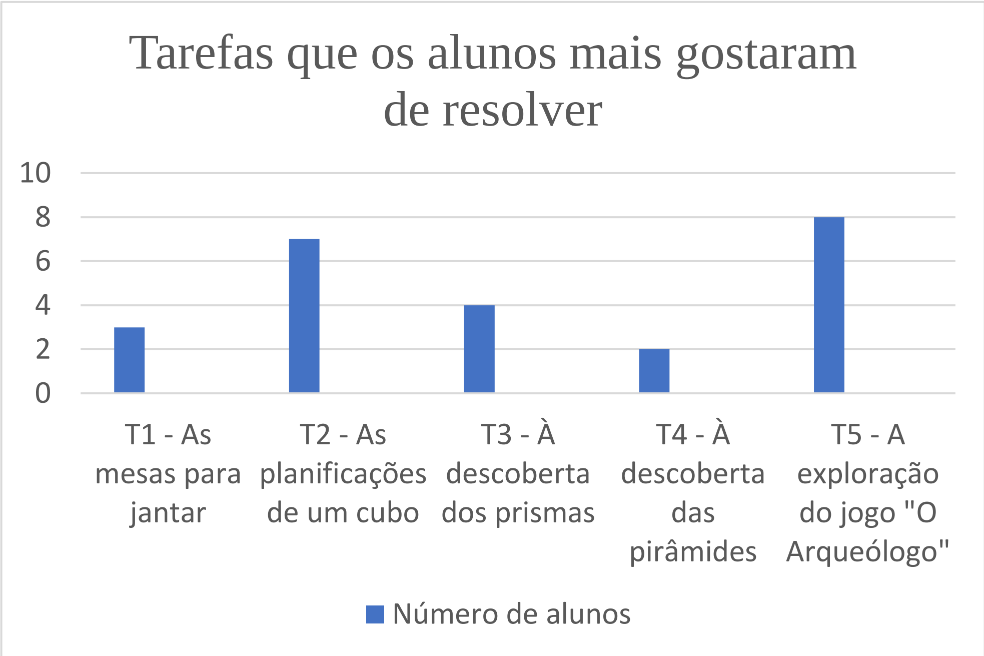

Porquê? Porque pode ver as coisas em 3D.

Destaco também a resposta de Rodrigo (Figura 20) à mesma questão, em que o aluno expressa a importância dos materiais manipuláveis na perceção visual e na compreensão das propriedades das figuras geométricas no espaço.

Relativamente à questão 2 “Qual das seguintes tarefas gostaste mais de resolver?” em que os alunos tinham a possibilidade de escolher uma das cinco tarefas realizadas, apresenta-se o seguinte gráfico de barras que revela as suas escolhas.

Figura 21

Tarefas que os alunos mais gostaram de fazer



A análise do gráfico acima mostra que a tarefa de que os alunos mais gostaram foi a associada à utilização do recurso digital (tarefa 5). Provavelmente esta preferência esteve associada ao tipo de recurso, digital e ao facto de este ser uma novidade para eles, pois nunca antes o tinham usado. Além disso, alguns (4 dos 8 alunos) justificam a sua preferência, do seguinte modo: “Porque, com o jogo, fiquei a saber os nomes dos sólidos geométricos”. Esta resposta revela a importância dada pelos alunos à possibilidade de ficarem a saber mais sobre os vários sólidos e, em particular, sobre as suas designações.

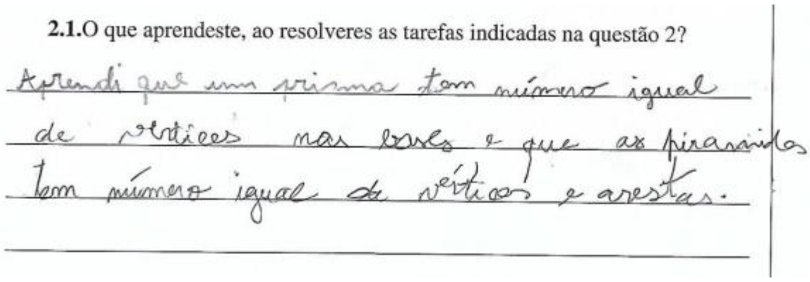
Em relação à segunda maior escolha feita pelos alunos, a tarefa 2 "As planificações de um cubo", um dos alunos refere que "aprendi sobre os cubos e várias maneiras de fazer um cubo" o que parece revelar a importância da tarefa e da manipulação do material para a descoberta das propriedades do cubo e das suas diferentes planificações.

As questões seguintes do questionário (2.1., 3., 4. e 5) foram construídas com o intuito de se obter uma perspetiva geral acerca de como os materiais manipuláveis e os recursos digitais contribuíram para as suas aprendizagens.

Na questão 2.1. – "O que aprendeste, ao resolveres as tarefas indicadas na questão 2?" –, todos os alunos responderam consoante as aprendizagens realizadas por cada um. Assim, a maior parte dos alunos respondeu de acordo com as aprendizagens que realizou ao longo das cinco tarefas e não apenas de acordo com a tarefa escolhida na questão 2. No entanto, algumas (8 das 24 respostas) das respostas ilustram as aprendizagens dos alunos.

Figura 22

Resposta dada por Salvador à questão 2.1.

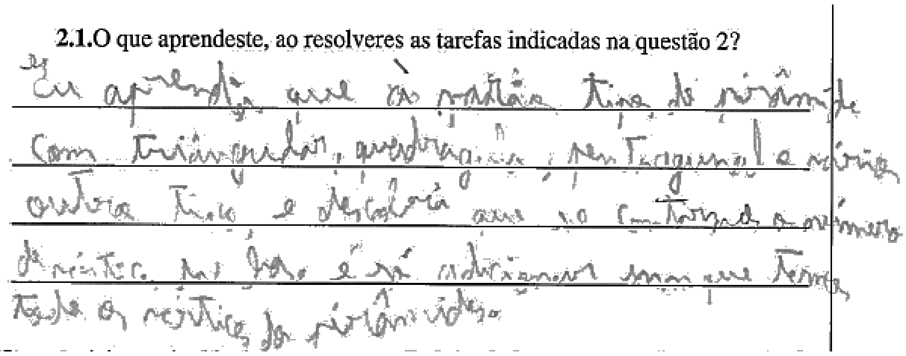

2.1. O que aprendeste, ao resolveres as tarefas indicadas na questão 2?

Aprendi que um prisma tem número igual de vértices nas bases e que as pirâmides tem número igual de vértices e arestas.

A resposta dada pelo Salvador (Figura 22) encontra-se de acordo com a escolha que realizou na questão 2 (T3 – À descoberta dos prismas). A resposta de Salvador parece revelar as aprendizagens que realizou, tanto na tarefa 3 (À descoberta dos prismas), na tarefa 4 (À descoberta das pirâmides) como na tarefa 5 (Exploração do jogo "O Arqueólogo"), uma vez que descreve propriedades dos prismas e das pirâmides, fruto das suas aprendizagens a propósito da realização das tarefas referidas.

Figura 23

Resposta dada por Rui à questão 2.1.


2.1. O que aprendeste, ao resolveres as tarefas indicadas na questão 2?

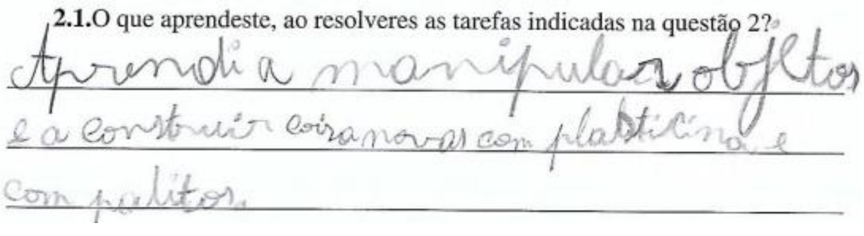
Eu aprendi que há vários tipos de pirâmide como triangular, quadrangular, pentagonal e vários outros tipos e descobri que se contarmos o número de vértice da base é só adicionar um que temos todo os vértices da pirâmide.

Nota. *"Eu aprendi que há vários tipos de pirâmides como triangular, quadrangular, pentagonal e vários outros tipos e descobri que se contarmos o número de vértice da base é só adicionar um que temos todo os vértices da pirâmide."*

A resposta de Rui (Figura 23) também se adequa à sua escolha realizada na questão 2 e revela as suas aprendizagens realizadas ao longo da tarefa 4 (À descoberta das pirâmides) e que estão associadas à descrição das propriedades dos prismas e das pirâmides.

Figura 24

Resposta de Alice P. à questão 2.1.


2.1. O que aprendeste, ao resolveres as tarefas indicadas na questão 2?

Aprendi a manipular objetos e a construir coisas novas com plasticina e com palitos.

Mais relacionada com a manipulação dos materiais, a resposta da Alice P. (Figura 24) revela as suas aprendizagens, não sobre os conceitos geométricos, mas sobre a construção de modelos (estruturas) de sólidos com palitos e plasticina.

À terceira questão – “Os materiais manipuláveis e os recursos digitais ajudaram-te a resolver as tarefas?” –, todos os 24 alunos responderam afirmativamente.

Após pedido de justificação, de um modo geral, os alunos responderam que graças aos materiais manipuláveis e aos recursos digitais “aprendi muito”, que “a tarefa ficou mais fácil” ou que “ajudaram a perceber melhor as coisas”. Destaco, no entanto, algumas das respostas, tais como a de Ariana e a de João.

Figura 25

Justificação de Ariana à questão 3

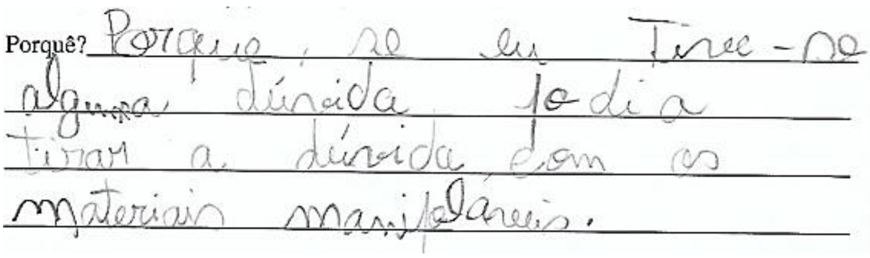
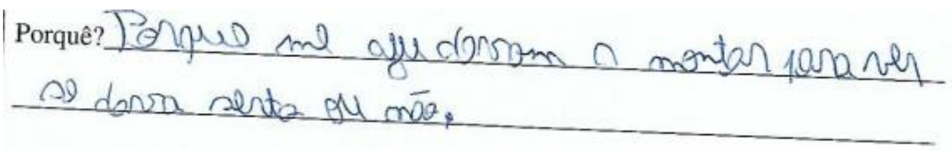


Figura 26

Justificação de João à questão 3

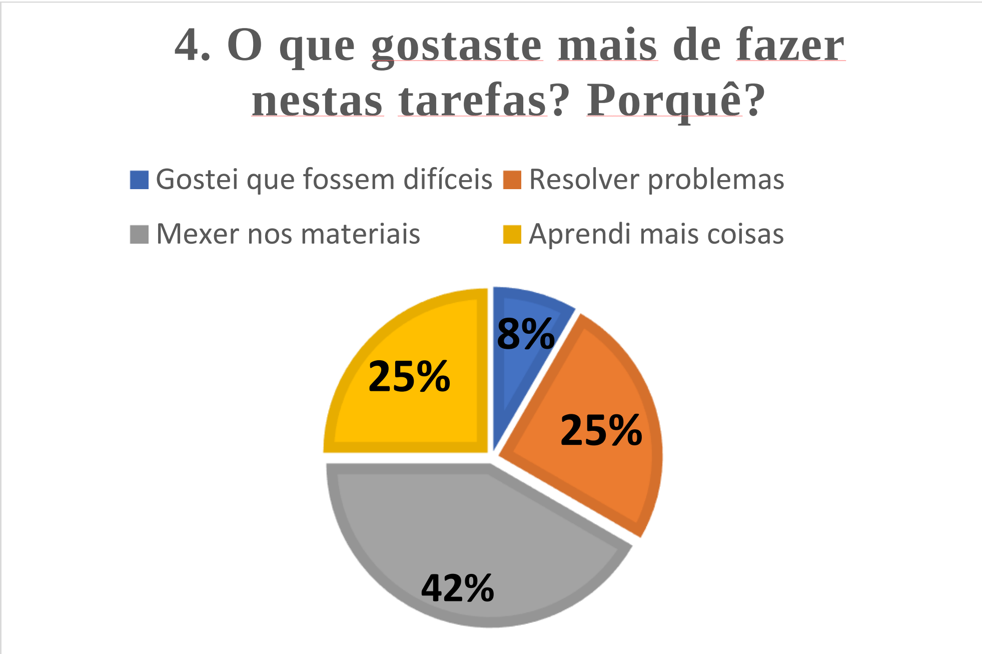


Tanto na resposta dada por Ariana (Figura 25) ou a resposta dada por João (Figura 26) revelam a importância atribuída pelos alunos ao uso dos materiais manipuláveis, neste caso, não apenas para situações de aprendizagem em que o seu uso seja propício à compreensão de conceitos ou ideias geométricas, como também para auxílio à resolução de problemas ou no esclarecimento de dúvidas.

Na questão 4 – "O que gostaste mais de fazer nestas tarefas? Porquê?" – e na questão 5 – "O que gostaste menos de fazer nestas tarefas? Porquê?" –, as respostas são variadas. O gráfico seguinte mostra as categorias de resposta dadas pelos alunos em relação à questão 4, assim como a sua percentagem.

Figura 27

Respostas dadas pelos alunos à questão 4

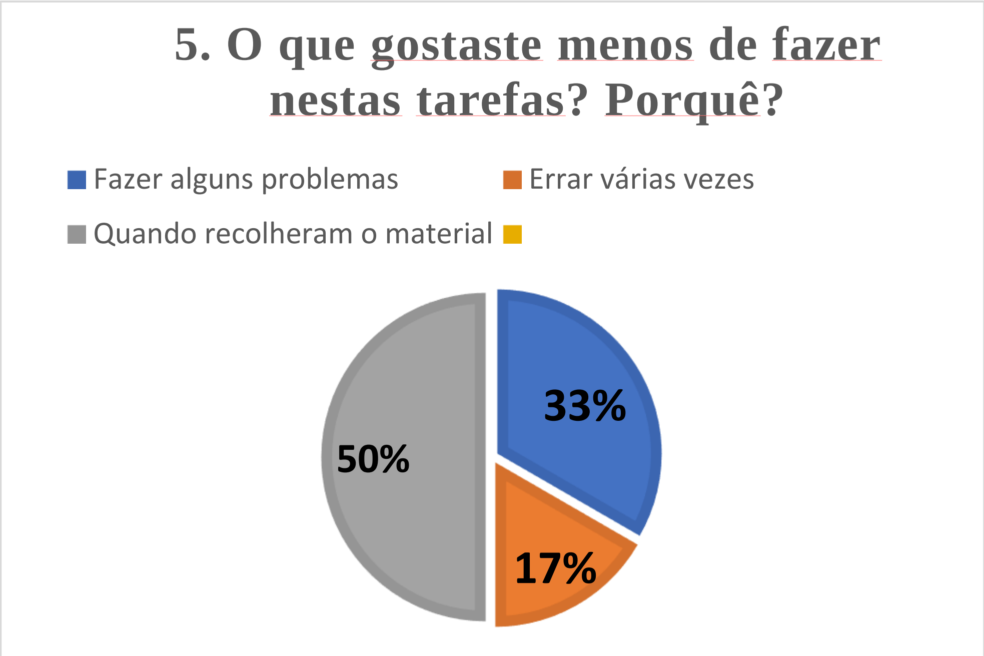


Todos os alunos justificaram a sua escolha e, através da análise do gráfico 2, 8% dos alunos (2) responderam "gostei que fossem difíceis". 25% dos alunos (6) responderam que o que mais gostaram de fazer foi "resolver problemas." A categoria "aprendi mais coisas" foi selecionada por 6 alunos, o que corresponde a uma percentagem de 25%. Por fim, 10 alunos revelaram que o que mais gostaram de fazer foi "mexer nos materiais", o que corresponde a 42% das respostas.

Em relação à questão 5, a figura 28 mostra as categorias de resposta dadas pelos alunos, assim como a sua percentagem.

Figura 28

Respostas dadas pelos alunos à questão 5



Todos os alunos justificaram a sua escolha e, através da análise do gráfico 3, 50% das respostas, 12 alunos revelaram que o que menos gostaram de fazer foi terem que "recolher o material", 33% dos alunos (8) responderam que "fazer alguns problemas" foi aquilo de que menos gostaram e, por fim, 17% dos alunos (4) responderam que o que menos gostaram foi de "errar várias vezes."

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo encontra-se organizado em quatro secções. Na primeira secção, apresento uma síntese da investigação, o seu objetivo e as questões de estudo. Na segunda secção, apresento as conclusões da investigação, estruturadas de acordo com as questões do estudo. Na terceira secção, apresento e reflito, de modo geral, o estudo realizado. Termino o capítulo, com a quarta secção, em que reflito sobre todo o percurso concretizado ao longo da realização deste relatório, nomeadamente, as aprendizagens adquiridas e as dificuldades sentidas ao longo do percurso.

1. Síntese do estudo

A investigação realizada ao longo do período de estágio, foi desenvolvida com uma turma do 3.º ano do Ensino Básico, numa instituição de ensino localizada no distrito de Setúbal, concelho de Palmela.

A temática do estudo advém do meu percurso pessoal enquanto aluna e pelo facto de considerar que não desenvolvi, por razões várias, as minhas potencialidades ao nível da matemática. O interesse pela área da geometria surgiu quando me apercebi que, por vezes, o estudo da geometria baseia-se num trabalho expositivo e que pouco ou nada desafia as crianças no desenvolver do seu raciocínio e sentido crítico, tal como me aconteceu quando fui aluna.

Dito isto, surgiu a vontade de querer proporcionar aos alunos uma aprendizagem com compreensão da matemática, mais especificamente, neste caso, ma área da geometria, com recurso a materiais manipuláveis e a recursos digitais, como forma de compreensão de conceitos geométricos, e também, de sistematização de aprendizagens adquiridas. Desta forma, formulei o seguinte objetivo de estudo: “Compreender o modo como o uso de diferentes recursos, materiais manipuláveis e recursos educativos digitais promovem a aprendizagem da geometria”.

A partir do objetivo acima referido, construí três questões de investigação, às quais procurei dar resposta, a partir da análise dos dados recolhidos:

- De que forma a utilização de materiais manipuláveis contribui para a realização de tarefas de geometria?
- De que forma a utilização de recursos digitais contribui para a realização de tarefas de geometria?
- Qual a perceção dos alunos sobre a utilização de materiais manipuláveis e de recursos digitais na realização de tarefas de geometria?

De acordo com o objetivo e as questões do estudo acima mencionados, ao longo desta investigação adotei uma metodologia qualitativa, inserida numa investigação sobre a própria prática. Esta metodologia possibilita um desenvolvimento a nível profissional, uma vez que, fornece uma “atividade investigativa, no sentido de atividade inquiridora, questionante e fundamentada.” (Ponte, 2002, p. 2).

Para o desenvolvimento da investigação, foram exploradas cinco tarefas matemáticas que promovessem o desenvolvimento de conceitos geométricos e que tivessem, como recursos auxiliares, materiais manipuláveis ou recursos digitais. As cinco tarefas foram exploradas sempre a pares. Utilizei como principal técnica de recolha de dados, a observação participante completada com registos fotográficos, áudios e vídeo, bem como notas de campo. Foi ainda utilizada a recolha documental, tendo recolhido as resoluções escritas dos alunos a propósito das tarefas realizadas, que foram essenciais no processo de análise e tratamento dos dados recolhidos.

2. Conclusões do estudo

A análise dos dados recolhidos, em articulação com a revisão da literatura realizada, permitiu dar contributos nas respostas às questões da investigação. Como referido anteriormente, este estudo parte de três questões de investigação e, para tal, esta secção encontra-se organizada em três subsecções, cada uma relacionada com uma questão do estudo.

2.1. A utilização de materiais manipuláveis na realização de tarefas de geometria

No que respeita à utilização de materiais manipuláveis na realização de tarefas de geometria, enquanto os alunos as resolveram, posso afirmar que para além de mobilizarem os conceitos geométricos pretendidos, o uso de materiais manipuláveis contribuiu para a sua realização. Este aspeto parece estar relacionado com as características das tarefas, bem como o facto de ter seguido uma abordagem exploratória na aula, o que permitiu um maior envolvimento da parte dos alunos.

Clements (1999) referido por Rodrigues e Serrazina (2016), explicita que, apesar da utilização de materiais manipuláveis ser relevante, por si só, a não garante o sucesso dos alunos. Por isso, os professores devem desenvolver tarefas que permitam a sua exploração e promovam a reflexão, dos alunos, sobre a sua utilização. Assim, foram construídas quatro tarefas em que se procurou que a manipulação de materiais potenciasse as aprendizagens aos alunos.

A tarefa 1 (As mesas para jantar) permitiu que os alunos manipulassem pequenos quadrados vermelhos de espuma (5cmx5cm) e a partir daí construíssem pentaminós diferentes. Durante a realização desta tarefa, além de se abordar o conceito de pentaminó, os alunos tiveram a oportunidade de adquirir e ou aprofundar conceitos, tais como, o que são figuras geometricamente iguais. O facto de os alunos poderem manipular o material permitiu-lhes identificar figuras geometricamente iguais, mas em posições diferentes no plano.

A tarefa 2 (As caixas abertas da Mariana) surgiu como uma consolidação dos conceitos aprendidos na tarefa 1, relativamente a figuras geometricamente iguais e também de descoberta de que há diversas planificações de um cubo. Os alunos tiveram a oportunidade de manipular o material *polydron* para descobrirem as 11 planificações de um cubo. Ponte e Serrazina (2000) apontam a importância de os alunos lidarem com as planificações e constrições de sólidos fazendo a passagem das figuras bidimensionais (planificações) para tridimensionais (sólidos) e vice-versa. Como referem os autores, os alunos ao realizarem as dobragens de uma figura bidimensional até chegarem a uma figura tridimensional, "estão a desenvolver o seu sentido espacial" (p. 172). Além disso, os alunos puderam perceber que há mais do que uma planificação de um mesmo sólido.

A tarefa 3 (À descoberta dos Prismas) e a tarefa 4 (À descoberta das Pirâmides) permitiram que os alunos aprendessem conceitos geométricos, nomeadamente sobre estas classes de poliedros. Através do material manipulável disponibilizado, os alunos puderam chegar a algumas generalizações de características e propriedades dos poliedros que pertence a duas classes. No entanto, por o material, utilizado em ambas as tarefas, para além dos modelos de sólidos, se tratar de plasticina e palitos, muitas vezes associados ao brincar, existiu alguma distração por parte dos alunos durante a sua realização. Ainda assim, estas tarefas envolveram uma variedade de representações, nomeadamente a manipulação de representações ativas (através dos modelos físicos construídos pelos alunos) e de representações icónicas (desenhos) que facilitaram a averiguação de conclusões sobre propriedades dos sólidos em análise. Existiu, também, nestas tarefas, a oportunidade de os alunos classificarem os sólidos, o que, de acordo com Mariotti e Fischbein (1997) citados por Brunheira (2019), consiste em estabelecer uma paridade entre objetos com características e propriedades comuns, de maneira a chegar-se a uma generalização numa categoria de sólidos.

Em todas as tarefas que envolveram a manipulação de materiais, existiu, na sua parte final, uma discussão coletiva em que se averiguavam as dificuldades dos alunos ao longo das tarefas, como também, as potencialidades do material utlizado. Este facto está de acordo com o referido por Ponte e Serrazina (2000), que destacam que é essencial a utilização de materiais manipuláveis em atividades geométricas, seguidas de breves reflexões sobre as tarefas desenvolvidas.

Desta forma, as tarefas que envolvam a manipulação de materiais para a aprendizagem de novos conceitos geométricos devem iniciar-se sempre pelo nível concreto, onde os materiais manipuláveis são favoráveis, para em seguida dar-se continuidade às aprendizagens, progredindo para um nível mais abstrato. Vale e Barbosa (2014) reforçam a utilização do uso de materiais manipuláveis, ao referirem que “a aprendizagem matemática deve incluir práticas que conduzam os alunos a pensar visualmente e a desenvolver essa capacidade através de experiências que requeiram tal forma de pensamento” (p. 4). Além disso, as tarefas de matemática que sejam apoiadas com o uso de materiais oferecem oportunidades aos alunos “de se apropriarem de um conjunto de propriedades geométricas” (p. 5).

2.2. A utilização de recursos digitais na realização de tarefas de geometria

No que respeita à utilização de recursos digitais para a realização de tarefas de geometria, foi construída uma tarefa de carácter exploratório em que se procurou que o recurso educativo digital (RED) potenciasse a consolidação de conceitos geométricos anteriormente aprendidos. Deste modo, a tarefa 5 (A Exploração do jogo – O Arqueólogo) envolveu a exploração de um jogo de classificação de figuras que incidiu na consolidação de conceitos sobre as classes de poliedros anteriormente aprendidas, os prismas e as pirâmides, bem como na realização de um conjunto de questões associadas à exploração do recurso.

De acordo com os documentos orientadores, nomeadamente nas Aprendizagens Essenciais de Matemática homologadas em 2021 (Canavarro, et al., 2021), dá-se uma enorme ênfase à utilização de recursos tecnológicos como forma de "facilitar a transição entre diferentes tipos de representação e com maior detalhe ou magnitude" (p. 4). Desta forma, foi possível transitar entre as representações em três dimensões dos poliedros, para uma observação mais atenta dos detalhes de cada sólido, através da visualização de poliedros em formato digital.

Em suma, esta tarefa para além de permitir a transição entre representações, permitiu, também, a consolidação de conhecimentos através de uma ficha com tópicos a avaliar, baseada, tanto no RED como nas duas tarefas anteriores.

Apesar de, como referido por Vale (2002), estes *softwares* dinâmicos não permitirem que a criança possa tocar, são considerados, também, materiais manipuláveis, isto é, são "materiais que permitem aos alunos aprender através dos sentidos, mexendo, e que permitem criar experiências onde haja envolvimento físico dos alunos com os objetos" (Botas & Moreira, 2013, p. 260). Apesar de os alunos terem sentido dificuldades na visualização de figuras em posições diferentes, o RED utilizado em permitiu verificar, por exemplo, as várias perspetivas de um objeto (de cima, de lado, de baixo, …), que demonstrou ser a maior dificuldade dos alunos no decorrer da tarefa.

2.3. A perceção dos alunos sobre a utilização de materiais manipuláveis e de recursos digitais na realização de tarefas de geometria

Para se dar resposta à última questão elaborada, foi facultado aos alunos o preenchimento de um questionário (Anexo A) após a realização das cinco tarefas de geometria. Este questionário permitiu averiguar a perceção dos alunos sobre a utilização de materiais manipuláveis e de recursos digitais na realização das tarefas de geometria.

Através da análise dos questionários e de forma a dar resposta à terceira questão do estudo, torna-se possível afirmar que os alunos consideram, de um modo geral, que:

- Os materiais manipuláveis e os recursos digitais evidenciam um apoio necessário à aprendizagem e às tarefas solicitadas;
- Que a utilização de materiais manipuláveis e de recursos digitais tornam a realização das tarefas mais divertidas e acessíveis;
- A importância dos materiais manipuláveis na perceção visual e na compreensão das propriedades das figuras geométricas no espaço;
- A importância atribuída pelos alunos ao uso dos materiais manipuláveis, não apenas para situações de aprendizagem em

> que o seu uso seja propício à compreensão de conceitos ou ideias geométricas, como também para auxílio à resolução de problemas ou no esclarecimento de dúvidas.

Em suma, os alunos evidenciaram o gosto pela prática de abordagem de ensino exploratório que foi adotada durante as cinco tarefas presentes neste relatório e, a sua realização, permitiu a compreensão de conceitos geométricos. Tal como referido por Ponte (2005), esta é uma prática de ensino em que "o professor não procura explicar tudo, mas deixa uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os alunos realizarem" (p. 13). Neste sentido, os alunos são envolvidos em tarefas de matemática que, posteriormente, são discutidas e sistematizadas, potenciando a resolução de problemas e a comunicação matemática (Canavarro, 2011).

3. Reflexão sobre o estudo realizado

Uma vez finalizado este projeto, é possível analisar a investigação concretizada e refletir sobre a mesma, nomeadamente, sobre as aprendizagens realizadas e as dificuldades sentidas.

Foi durante os estágios realizados ao longo do meu percurso académico, que soube que queria realizar uma investigação focada no contributo dos materiais manipuláveis e dos recursos digitais na aprendizagem da geometria, pois percebi que a aprendizagem da geometria era pouco focada na manipulação de materiais e que se resumia na realização de fichas de trabalho. Como tal, percebi que a geometria é uma área da matemática que evidencia ser pouco desafiante e pouco motivadora para a maioria dos alunos, quando trabalhada de modo mais teórico e sem apoio de diferentes recursos. Assim, surgiu o objetivo deste estudo – "Compreender o modo como o uso de diferentes recursos, materiais manipuláveis e recursos educativos digitais promovem a aprendizagem da geometria".

Apesar de a professora cooperante se mostrar motivada para a realização de tarefas com o apoio de materiais manipuláveis e de recursos educativos digitais, esta informou-me que a turma demonstrava ter algumas dificuldades nesta área da matemática. Estas dificuldades foram contornadas através da construção de tarefas de carácter exploratório que colocam o aluno como participante ativo nas suas próprias descobertas.

As discussões coletivas, em que eram partilhadas as grandes dificuldades no decorrer das tarefas, facilitaram a colmatação das dificuldades dos alunos, ou seja, as sistematizações que foram realizadas permitiam que os alunos refletissem sobre a dada tarefa, as suas resoluções e descobertas, como também, as potencialidades dos materiais manipuláveis e do RED.

Durante a realização da intervenção pedagógica, por vezes, senti dificuldades em perceber quando intervir durante a realização das tarefas, pois é necessário disponibilizar tempo para os alunos compreenderem a tarefa e tentarem resolvê-la. Ao observar uma criança com dúvidas, tentava apenas colocar algumas questões que a ajudasse a compreender melhor o que era pedido ou, então, como a natureza da tarefa exigia a manipulação de materiais, facultava a sua utilização. De acordo com Ponte (2005), no desenvolvimento da tarefa, ou seja, durante o trabalho autónomo, prevê-se um acompanhamento na resolução da tarefa, dando-se apenas o apoio necessário aos alunos, de maneira a não se reduzir, significativamente, o nível de dificuldade

Considero que a tarefa 1 foi aquela em que os alunos sentiram mais dificuldades, pois por tratar-se da primeira tarefa e a primeira vez que os alunos contactavam com tarefas de carácter exploratório a partir da utilização de materiais. No entanto, globalmente, considero que este projeto contribuiu de maneira positiva para as aprendizagens dos alunos. Apesar de as tarefas 3 e 4 utilizarem conceitos mais abstratos, a manipulação do material disponibilizado facilitou a sua compreensão, através da perceção visual.

Por fim, e de acordo com os níveis de aprendizagem para a geometria nos primeiros anos referidos por Van Hiele (1999), posso afirmar que os alunos atingiram os níveis 2 e 3, como perspetivado. Ou seja, os alunos mobilizaram as propriedades geométricas, nomeadamente, dos pentaminós, dos prismas e das pirâmides (Nível 2 – Descritivo) e utilizaram as suas propriedades para poderem formular definições (generalizações), em particular sobre os prismas e as pirâmides (Nível 3 – Dedução informal).

4. O contributo do estudo para a construção do perfil enquanto profissional docente

Com a realização deste estudo pude aprender muito mais, não apenas através da sua implementação, como também através da literatura que foi consultada ao longo deste projeto. Apesar de, em todo o meu percurso académico, demonstrar dificuldades na área da matemática, a geometria e, em particular a manipulação de materiais manipuláveis e a utilização de recursos educativos digitais, despertou um grande interesse pessoal. Desta forma, para além de desenvolver tarefas de geometria através do contributo de materiais manipuláveis e os RED, pude fomentar um ambiente favorável à aprendizagem, através da abordagem do ensino exploratório. De acordo com NCTM (1994, p. 59) citado pelos autores, Ponte e Serrazina (2000), cabe ao/à professor/a construir um ambiente favorável à aprendizagem da matemática:

- "permitindo e estruturando o tempo necessário para explorar profundamente a Matemática e para se familiarizar com ideias e problemas significativos";

- “usando o espaço físico e os materiais de forma a facilitar a aprendizagem do aluno em Matemática”;
- “oferecendo um contexto que encoraje o desenvolvimento da aptidão e competência matemáticas”;
- “respeitando e valorizando as ideias dos alunos, as suas formas de pensar e a sua predisposição para a Matemática” (Ponte & Serrazina, 2000, p. 125).

Assim, é possível concluir este estudo, com a perceção de que aquilo que foi referido acima, foi cumprido com o maior êxito possível. Em suma, potenciei um ambiente favorável à aprendizagem, disponibilizei tempo, suficiente, para a exploração dos materiais e a realização das tarefas, utilizei os materiais manipuláveis e o RED como forma de facilitar a adquirição de conceitos geométricos e, por fim, valorizei as ideias dos alunos e as suas dificuldades. Deste modo, penso que os alunos conseguiram aprender geometria com compreensão, durante o desenvolver destas cinco tarefas.

Em relação ao meu desenvolvimento pessoal, a relação estabelecida com os alunos, com a professora cooperante e com os profissionais da instituição foi bastante significativa, uma vez que através da cooperação, amizade e sentido de ajuda, construímos, em conjunto, este processo de aprendizagem.

Ao nível profissional, através da metodologia adotada, pude observar o comportamento dos alunos durante o decorrer destas cinco tarefas, bem como adquirir conhecimentos a nível da prática e conciliar com os conhecimentos teóricos referidos no decorrer deste relatório. Através do desenvolvimento deste relatório, como também através do percurso académico, pude colocar em prática os conhecimentos adquiridos e refletir sobre a minha própria prática. Estes conhecimentos verificaram-se ao longo de todo este processo, na medida em que pude construir tarefas desafiantes através de uma abordagem de ensino exploratório, algo que nunca tive a oportunidade de potenciar durante o decorrer de todos os estágios que realizei.

Todo este processo referido, levou-me a crescer e aprender, não só enquanto aluna, mas enquanto futura profissional de educação. Pensar nas dificuldades que os alunos pudessem evidenciar, pensar em estratégias para os ajudar a compreender os conceitos necessários, refletir sobre o material utilizado em cada tarefa. Acabou por se revelar um processo duro em que, por vezes, sentia vontade de desistir, no entanto, com o apoio da orientadora do projeto, assim como, da minha colega de estágio, o processo de gestão foi relativamente facilitado e tornou-se menos difícil e até divertido.

No final, quando olho para a caminhada realizada, consigo perceber que todas as incertezas, a instabilidade emocional e física e a insegurança tornam-se meros obstáculos de ultrapassar.

REFERÊNCIAS

Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Ministério da Educação/Departamento da Educação Básica.

Abreu, A. C., Paiva, A. L., Boavida, A. M., Gomes, A., Delgado, C., Patrício, C., Mendes, F., Torres, F., Perez, F., Duarte, J., & Rodrigues, M. (2007). *A Geometria nos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Ministério da Educação.

Afonso, N. (2005). *A Investigação naturalista em Educação: um guia prática e crítico.* Porto: ASA.

Agrupamento de Escolas de Palmela. (2019). Projeto Educativo 2019/2020. Agrupamento de Escolas de Palmela. https://www.avepalmela.edu.pt/default.aspx?canal=4&f=88

Alarcão, I. (2001). Professor-investigador: Que sentido? Que formação? Em *Cadernos de Formação de Professores* (1), 21-30. https://www.researchgate.net/publication/259574910_Professor-investigador_Que_sentido_Que_formacao_Em_Campos_BP_org_Formacao_Profissional_de_Professores_no_Ensino_SuperiorCadernos_de_Formacao_de_Professores_Porto_Portro_Editora_21-30_2001

Amado, J. (2014). *Manual de investigação qualitativa em educação.* (2.ª Ed.). Imprensa da Universidade de Coimbra.

Barbosa, A., & Vale, I. (2014). Materiais manipuláveis para aprender e ensinar geometria. *Boletim GEPEM - Grupo de estudos e pesquisa em educação matemática* (65), 3-16.

Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F. & Timóteo, M. C. (2012). *Programa e Metas Curriculares Matemática Ensino Básico*. Ministério da Educação e Ciência. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Basico/Metas/Matematica/programa_matematica_basico.pdf

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação. Uma introdução à teoria e aos métodos.* (1.ª Ed.). Porto Editora.

Breda, A., Serrazina, L., Menezes, L., Sousa, H., & Oliveira, P. (2011). *Geometria e Medida no Ensino Básico*. Brochura de apoio ao Programa de Matemática do

Ensino Básico para o ensino da Geometria e Medida. Direção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.

Brunheira, L. (2019). *O desenvolvimento do raciocínio geométrico na formação inicial dos professores dos primeiros anos.* [Doctoral dissertation, Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade de Lisboa. https://repositorio.ul.pt/handle/10451/38922

Campenhoutd, L., v., Marquet, J., & Quivy, R. (2019). *Manual de Investigação em ciências sociais*. Gradiva.

Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. Em *Educação e Matemática*, *115*,11-17. Associação de Professores de Matemática. http://hdl.handle.net/10174/4265

Canavarro, A. P., & Santos, L. (2016). Recursos na Educação Matemática. Em Canavarro, A., Borralho, A., Brocardo, J., & Santos, L. (Eds). *Livro de Atas do EIEM 2016, Encontro em Investigação em Educação Matemática.* (pp. 3-6). Universidade de Évora

Canavarro, A. P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Marques, P. M., & Espadeiro, R. G. (2021). *Aprendizagens Essencias: Matemática 3.º ano 1.º Ciclo do Ensino Básico.* Direção-Geral da Educação. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/1_ciclo/ae_mat_3.o_ano.pdf

Combes, B., & Vali, R. (2007). The future of learning objects in educational settings. In K. Harman & A. Koohang (Eds.), *Learning objects: Applications, implications & future directions* (pp. 423–461). Informing Science Press

Coutinho, C. P. (2016). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: teoria e prática.* (2.ª Ed.). Edições Almedina.

Damas, E., Oliveira, V., Nunes, R., & Silva, L. (2010). *Alicerces da Matemática Guia Prático para Professores e Educadores*. Areal Editora.

Dias, C. M. (2009). Olhar com olhos de ver. *Revista Portuguesa de Pedagogia*, 43(1), 175-188. https://impactum-journals.uc.pt/rppedagogia/article/view/1647-8614_43-1_9/713

Direção-Geral da Educação (2018). *Aprendizagens Essencias: Matemática 3.º ano 1.º Ciclo do Ensino Básico.* Direção-Geral da Educação. *https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/1_ciclo/ae_mat_3.o_ano.pdf*

Hiele, P. v. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. *Teaching Children Mathematics, 6,* 310-316. https://www.numbersense.co.za/wp-content/uploads/2020/07/Van-Hiele_learning-through-play.pdf

Klein, A., & Gil, M. (2012). *Ensino da Matemática.* Inteligência Educacional e Sistemas de Ensino.

Lehrer, R., & Slovin, H. (2014). *Developing Essential Understanding of Geometry and Measurement for Teaching Mathematics in Grades 3–5*. National Council of Teachers of Mathematics.

Martins, G., Gomes, C., Brocardo, J., Pedroso, J., Carrillo, J., Silva, L., Encarnação, M., Horta, M., Calçada, M., Nery, R., & Rodrigues, S. (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória.* Ministério da Educação/Direção-Geral da Educação. http://dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/perfil_dos_alunos.pdf

Mendes, M., & Delgado, C. (2008). *Geometria. Textos de apoio para Educadores de Infância.* Ministério da Educação/Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/EInfancia/documentos/geometria_0.pdf

Moreira, D., & Botas, D. (2013). A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática - Um estudo no 1.º Ciclo. *Revista Portuguesa de Educação, 26*(1), 253-286. https://doi.org/10.21814/rpe.3259

Nascimento, J., Santos, J., & Silva, G. (2016). Pentaminós: um recurso didático no ensino de área, perímetro e outros conceitos geométricos. Em *IX Encontro Parabano de Educação Matemática,* 83. Editora Realize. https://editorarealize.com.br/editora/anais/epbem/2016/TRABALHO_EV065_MD1_SA3_ID716_16102016183451.pdf

National Council of Teachers of Mathematics. (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar.* (Tradução portuguesa dos Principles and Standards for School Mathematics). APM.

Penteado, I. (2016). *Prática de Ensino Supervisionada em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico: Explorando a Simetria na Infância*. Relatório de Estágio. Universidade de Évora. https://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/18743/1/Relat%C3%B3rio%20Final%20-%20In%C3%AAs%20Penteado%202016.pdf

Ponte, J. P. (2002). Reflectir e investigar sobre a prática profissional. Em *Investigar a nossa própria prática,* 5-28. APM. http://www.ipb.pt/~mjt/documdisciplinas/investigaranossa.pdf

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. Em *O professor e o desenvolvimento curricular*, 11-34. APM. https://repositorio.ul.pt/handle/10451/3008

Ponte, J. P., & Serrazina, M. L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º Ciclo* (1.ª Ed.). Universidade Aberta.

Ponte, J. P., Quaresma, M., & Mata-Pereira, J. (2020). Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? Em *Educação e Matemática, 156,* 7-11. APM. http://hdl.handle.net/10451/44393

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E., & Oliveira, P. A. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico.* Ministério da Educação. https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/847/10/20109_ulsd_dep.17852_tm_anexo3.pdf

Pratas, R., Rato, V., & Martins, F. (2016). Modelação matemática como prática de sala de aula: o uso de manipulativos virtuais no desenvolvimento dos sentidos da adição. Em Canavarro, A., Borralho, A., Brocardo, J., & Santos, L. (Eds). *Livro de Atas do EIEM 2016, Encontro em Investigação em Educação Matemática.* (pp. 35-48). Universidade de Évora.

Reis, S. M. (2006). *A Matemática no quotidiano infantil – Jogos e atividades com crianças de 3 a 6 anos para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático.* Papiros.

Rodrigues, M., & Serrazina, L. (2016). Reconhecer ângulos agudos em triângulos: um processo experimental com recurso ao "medidor informal de ângulos". Em Canavarro, A., Borralho, A., Brocardo, J., & Santos, L. (Eds). *Livro de Atas do EIEM 2016, Encontro em Investigação em Educação Matemática.* (pp. 161-175). Universidade de Évora.

Silva, M. I. (2013). Prática educativa, teoria e investigação. *Interacções, 9 (*27), 283-304. https://doi.org/10.25755/int.3412

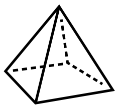
Vale, I. (2002). *Materiais Manipuláveis*. (1.ª Ed.). Edição do Laboratório de Educação Matemática

Vale, I. & Barbosa, A. (2014). Materiais manipuláveis para aprender e ensinar geometria. *Boletim GEPEM - Grupo de estudos e pesquisa em educação matemática, 65*, 3-16. https://doi.editoracubo.com.br/10.4322/gepem.2015.011

ANEXOS

Anexo A. Questionário sobre o uso de recursos materiais e digitais na aprendizagem da geometria

Questionário sobre o uso de recursos materiais e digitais na aprendizagem da geometria



Durante algumas semanas, resolvemos algumas tarefas de matemática, nomeadamente de geometria, que envolveram a manipulação de materiais (pentaminós, *polydrons*, palitos, plasticina e sólidos geométricos) e a utilização de recursos educativos digitais (jogo – "O Arqueólogo").

Ao responderes a este questionário irás ajudar-me a perceber a tua opinião sobre a utilização de materiais manipuláveis e recursos digitais na realização de tarefas de geometria.

1. Gostaste de realizar tarefas de geometria com o apoio de materiais manipuláveis?

Sim ☐ Não ☐

Porquê?____

____

____

____

2. Qual das seguintes tarefas gostaste mais de resolver? (Seleciona a que gostaste mais)

☐ T1 – As mesas para jantar (usaste pentaminós)

☐ T2 – As planificações de um cubo – (usaste *polydrons)*

☐ T3 – À descoberta dos prismas – (usaste palitos, plasticina e sólidos geométricos)

☐ T4 – À descoberta das pirâmides (usaste palitos, plasticina e sólidos geométricos)

☐ T5 – Exploração do jogo "O Arqueólogo"

Porquê?____

____

2.1. O que aprendeste, ao resolveres as tarefas indicadas na questão 2?

3. Os materiais manipuláveis e os recursos digitais ajudaram-te a resolver as tarefas?

Sim ☐ Não ☐

Porquê?

4. O que gostaste mais de fazer nestas tarefas? Porquê?

5. O que gostaste menos de fazer nestas tarefas? Porquê?

Obrigada pelo teu contributo! É muito importante a tua opinião!

😝

Anexo B. Planificação da tarefa 1 – As mesas para jantar

<table>
<tr><td>Designação da tarefa</td><td colspan="2">Tarefa 1 – As mesas para jantar (pentaminós)</td></tr>
<tr><td>Tempo</td><td colspan="2">2h00</td></tr>
<tr><td>Objetivos de aprendizagem</td><td>Conteúdos de ensino / aprendizagem</td><td>Recursos</td></tr>
<tr><td>Matemática

Domínio das AE – Geometria e Medida

Objetivo:

Interpretar e modelar situações que envolvam determinadas condições e resolver problemas associados, comparando criticamente diferentes estratégias da resolução.

Domínio das AE – Capacidades matemáticas

Objetivo:

Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas, nomeadamente de geometria.

Objetivo:

Classificar objetos atendendo às suas características.

Domínio das AE – Comunicação matemática

Objetivo:

Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos,</td><td>Resolução de problemas

Raciocínio matemático

Expressão de ideias</td><td>Enunciado da tarefa

Vários conjuntos de 5 quadrados distribuídos a cada par (5 cm x 5 cm)

Folha de papel quadriculado

Lápis

Borracha

Lápis de cor ou canetas de feltro</td></tr>
</table>

oralmente e por escrito. **Domínio das AE – Representações matemáticas** **Objetivo:** Ler e interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas.	Representações múltiplas	

Anexo C. Enunciado da tarefa 1

T1 - As mesas para jantar
Identificação do grupo: ____
Data: ___/___/______

As mesas para jantar[2]

Durante uma festa, a Ana e as suas colegas tiveram de arranjar cinco grandes mesas quadradas iguais para os convidados.

Algum tempo depois, a Ana e as colegas encontram uma das possíveis formar de arrumar as cinco grandes mesas quadradas, como mostra a imagem 1.

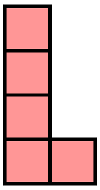


Figura 1 - Uma das possíveis formas de arrumar as cinco mesas.

Descobre todos os diferentes modos em que podem ser colocadas as mesas para a festa, de forma que cada duas mesas tenham pelo menos um lado em comum.

Nota: Podes e deves utilizar o material disponibilizado pela professora, assim como uma folha e lápis para apontares as tuas descobertas.

2 Retirado e adaptado de *Materiais manipuláveis para aprender e ensinar* geometria de Vale & Barbosa, 2015.

Anexo D. Planificação da tarefa 2 – As caixas abertas da Mariana

Designação da tarefa	**Tarefa 2 – As caixas abertas da Mariana (planificações de um cubo)**	
Tempo	2h00	
Objetivos de aprendizagem	**Conteúdos de ensino / aprendizagem**	**Recursos**
Área Curricular: Matemática **Domínio das AE – Geometria e Medida** **Objetivo:** Interpretar e modelar situações que envolvam determinadas condições e resolver problemas associados, comparando criticamente diferentes estratégias da resolução.	Resolução de problemas	Enunciado da tarefa Conjuntos de 6 quadrados geometricamente iguais (*polydrons)* para cada par Folha de papel quadriculado Lápis Borracha Lápis de cor ou canetas de feltro Apresentação com as 11 planificações de um cubo (Cf. Anexo G)
Domínio das AE – Capacidades matemáticas **Objetivo:** Classificar objetos atendendo às suas características.	Raciocínio matemático	
Domínio das AE – Comunicação matemática **Objetivo:** Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.	Expressão de ideias	

Anexo E. Enunciado da tarefa 2

T2 – As caixas abertas da Mariana
Identificação do grupo: ____ **Data:** ___/___/______
As caixas abertas da Mariana Durante as arrumações de verão, a Mariana encontrou uma caixa cúbica e decidiu desmanchá-la. Lembrou-se, então, da planificação de um cubo, que tinha construído numa aula de matemática Descobre diferentes planificações de um cubo, ou seja, diferentes planificações de uma caixa como a que a Mariana encontrou. Nota: Podes e deves utilizar o material disponibilizado, assim como uma folha e lápis para registares as tuas descobertas.

Anexo F. Planificação da tarefa 3 – À descoberta dos Prismas

<table>
<tr><td>Designação da tarefa</td><td colspan="2">Tarefa 3 – À descoberta dos Prismas</td></tr>
<tr><td>Tempo</td><td colspan="2">2h00 a 2h30</td></tr>
<tr><td>Objetivos de aprendizagem</td><td>Conteúdos de ensino / aprendizagem</td><td>Recursos</td></tr>
<tr><td><u>Área Curricular:</u>
Matemática

Domínio das AE – Geometria e Medida

Sólidos
Formular e testar conjeturas que envolvam relações entre as faces, vértices e arestas de prismas regulares.

Domínio das AE – Capacidades Matemáticas

Raciocínio Matemático

Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo

Comunicação Matemática

Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.</td><td>Prismas regulares

Conjetura e generalização

Expressão de ideias matemáticas</td><td>O 1.º intruso

Enunciado da tarefa

Palitos

Plasticina

Folhas, lápis e borracha

Prismas de madeira

O 2.º intruso</td></tr>
</table>

Anexo G. Imagem dos 4 prismas e uma pirâmide

Anexo H. Tabela de contagem dos elementos dos prismas

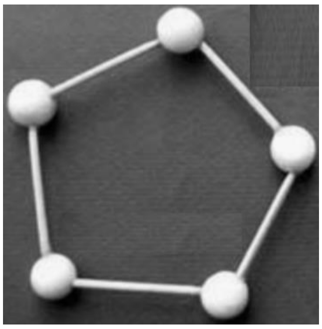
	Nome do prisma	N.º de faces	N.º de arestas laterais	N.º de vértices	N.º de arestas da base
1					
2					
3					

Anexo I. Enunciado da tarefa 3

T3 – À descoberta dos prismas
Identificação do grupo:____
Data: ____/____/_______

Tarefa "À descoberta dos prismas"

1. A Sara e o Pedro estão a construir prismas com pauzinhos e bolinhas de plasticina. Observa o que já fizeram e responde.



Quantos pauzinhos lhes faltam? ________
Quantos pauzinhos precisam ao todo? ________
E quantas bolinhas de plasticina precisam ao todo? ______

2. O António e a Rita tiveram de se ausentar da sala por alguns instantes, mas não quiseram deixar de participar na tarefa.

2.1. A Rita pede à professora 9 pauzinhos para construir um prisma. Como será a base do prisma que a Rita quererá construir? Porquê?

____
____
____
____
____

2.2. O António pede à professora 30 pauzinhos para construir um prisma. Como será a base do prisma que ele quer construir? Porquê?

____
____
____
____
____

3. Em seguida, a Rita diz ao Pedro: “Vamos construir um prisma com 25 vértices”, mas o Pedro não concorda e diz-lhe: “Um prisma não consegues, só uma pirâmide.”
   Achas que o Pedro tem razão? Porquê?

____

____

____

____

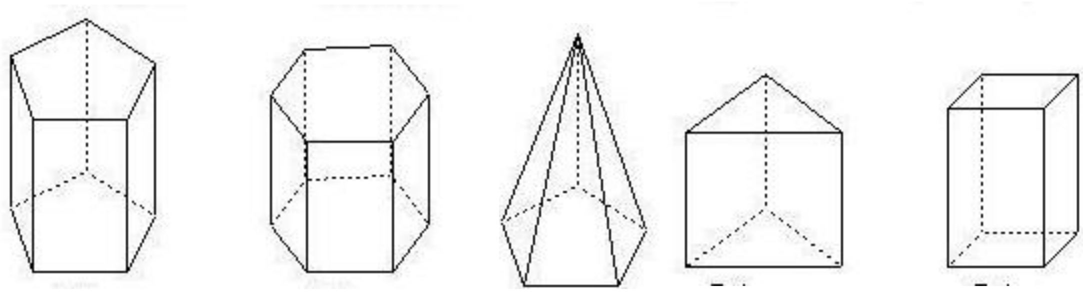
____

Nota: Podes e deves utilizar o material disponibilizado. Regista as tuas conclusões no espaço pretendido.

Anexo J. Tabela de contagem dos elementos dos prismas (Q2)

	N.º de faces laterais	N.º total de arestas	N.º total de vértices	N.º de arestas da base	N.º de vértices da base
Prisma da Rita					
Prisma do António					

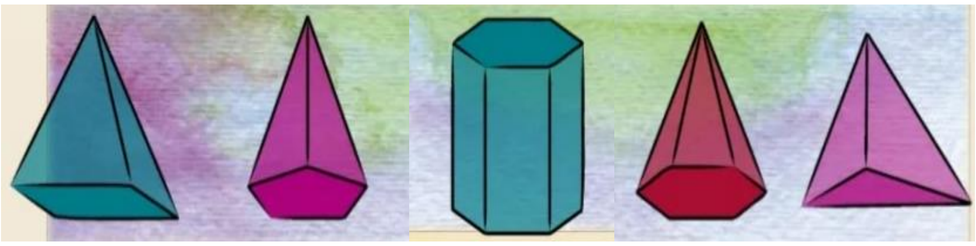
Anexo K. 2.ª imagem do intruso



Anexo L. Planificação da tarefa 4 – À descoberta das Pirâmides

Designação da tarefa	**Tarefa 4 – À descoberta das Pirâmides**	
Tempo	2h00 a 2h30	
Objetivos de aprendizagem	**Conteúdos de ensino / aprendizagem**	**Recursos**
Área Curricular: Matemática **Domínio das AE – Geometria e Medida** **Sólidos** Formular e testar conjeturas que envolvam relações entre as faces, vértices e arestas de pirâmides regulares.	Pirâmides regulares	O 1.º intruso Enunciado da tarefa Palitos Plasticina Folhas, lápis e borracha Pirâmides de madeira com diferentes bases
Domínio das AE – Capacidades Matemáticas **Raciocínio Matemático** Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo	Conjetura e generalização	
Comunicação Matemática Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.	Expressão de ideias matemáticas	

Anexo M. 4 pirâmides e 1 prisma



Anexo N. Tabela de contagem dos elementos das pirâmides

	Nome da pirâmide	N.º de faces	N.º de vértices da base	N.º total de vértices	N.º de arestas da base	N.º total de arestas
1						
2						
3						

Anexo O. Enunciado da tarefa 4

T4 - À descoberta das pirâmides

Identificação do grupo: ____

Data: ___/____/_____

1. O grupo da Marisa, da Luísa, do Nuno e do Miguel está a construir pirâmides com pauzinhos e bolinhas de plasticina, mas os alunos têm pouco material. A pirâmide da Marisa tem na base uma figura com 8 pauzinhos. No topo já colocou 5 pauzinhos, como mostra a imagem.

1.1) Quantos pauzinhos lhe faltam? __________

1.2) Quantos pauzinhos precisa ao todo? __________

1.3) E quantas bolinhas de plasticina precisa ao todo?

____

2. O Miguel e a Luísa tiveram de se ausentar da sala por alguns instantes, mas não quiseram deixar de participar na tarefa.

2.1) O Miguel diz aos colegas: "Guardem 5 bolinhas de plasticina para mim!". Como será a base da pirâmide que o Miguel quer fazer? Porquê?

____

____

____

____

2.2) A Luísa diz aos colegas: "Guardem 6 pauzinhos para mim!". Como será a base da pirâmide da Luísa? Quantos pauzinhos precisará a mais, para construir a sua pirâmide?

____

____

____

____

3. A Marisa está a fazer uma pirâmide com 9 pauzinhos na base. Quantos pauzinhos precisará mais? E se forem 10 palitos na base?

____

____

4. No fim do trabalho, todos os grupos mostram as pirâmides que construíram. A professora pergunta:

— Alguém me pode mostrar uma pirâmide com 13 arestas?”. Como ninguém responde, a professora pede outra pirâmide com 15 arestas.

Então o Nuno responde: — “Não dá para construir pirâmides com esses números.”

Achas que o Nuno tem razão? Porquê?

5. Regista agora tudo o que descobriste sobre as pirâmides.

Anexo P. Tabela de contagem dos elementos das pirâmides (Q1, Q2 e Q3)

	N.º total de arestas	N.º de arestas da base	N.º total de vértices	N.º de vértices da base
Pirâmide da Luísa				
Pirâmide do Miguel				
Pirâmide da Marisa				

Anexo Q. Planificação da tarefa 5 – A Exploração do jogo “O Arqueólogo”

Designação da tarefa	Tarefa 5 – A Exploração didática do RED – "O Arqueólogo"[3]	
Tempo	1h30m a 1h45m	
Objetivos de aprendizagem	**Conteúdos de ensino / aprendizagem**	**Recursos**
Área Curricular: Matemática **Domínio das AE – Geometria e Medida** **Sólidos** Descrever características dos prismas e das pirâmides regulares e distingui-los. Formular e testar conjeturas que envolvam relações entre as faces, vértices e arestas de prismas e de pirâmides regulares. **Domínio das AE – Capacidades Matemáticas** **Comunicação Matemática** Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.	Pirâmides e Prismas regulares Expressão de ideias matemáticas	Link do RED- jogo do Arqueólogo: https://redge.dge.mec.pt/ilha/mat6/ Computador dos alunos Ficha de carácter avaliativo Prismas e pirâmides em 3D Lápis e borracha

[3] Esta planificação da tarefa é adaptada do Guião de apoio à exploração didática do jogo "O arqueólogo" Jogo 6 – Classificação de figuras, disponível em https://redge.dge.mec.pt/site/node/4

Anexo R. Ficha de carácter avaliativo – tarefa 5

T5 – Exploração do jogo "O Arqueólogo"

Identificação do grupo:_____________________________________

Data:____/___/_____

Avaliação do grupo (a preencher pela professora):

Vocês percebem disto!

Parabéns!

Não está mau! Mas podem melhorar.

Vamos estudar mais um bocadinho?

Na lha do Periscópio, encontrámos o Senhor Arqueólogo. Depois de realizarmos os jogos que ele nos facultou, vamos agora verificar as nossas aprendizagens.

1. **Rodeia a opção correta a vermelho.**

- Um prisma com 10 vértices tem como polígono da base:

a. um pentágono.
b. um hexágono.
c. um quadrilátero.

- Uma pirâmide com 5 vértices tem como polígono da base:

a. um pentágono.
b. um hexágono.
c. um quadrilátero.

- Uma pirâmide hexagonal tem um total de:

a. 11 arestas.
b. 12 vértices.
c. 6 faces triangulares.

2. **Responde às questões que te são feitas, justificando as tuas respostas.**

   a. O João diz que tem na mão um prisma com 10 arestas. A Ana diz que é impossível. Quem tem razão e porquê?

   ____

   ____

b. O número de vértices de uma pirâmide é sempre um número ímpar. Concordas? Porquê?