

INDIVIDUAZIONE DEL RISCHIO DI FALLIMENTO VIA PANEL ANALYSIS

MAURO MARCONI, ANNA GRAZIA QUARANTA e SILVANA TARTUFOLI

SOMMARIO

1. INTRODUZIONE
2. POTENZIALITÀ E LIMITI DEL MODELLO DI ALTMAN: SOLUZIONI ALTERNATIVE
3. UNA PROPOSTA PER LA VALUTAZIONE DELLA PROBABILITÀ DI INSOLVENZA
4. CONCLUSIONI

APPENDICE

1. INTRODUZIONE

La sostenuta crescita delle partite in sofferenza dei bilanci delle banche italiane e la correlata diminuzione della qualità degli attivi creditizi trovano la loro spiegazione macroeconomica nella crisi reale che ha accompagnato e seguito la crisi finanziaria del biennio 2007-2008¹.

La dinamica esponenziale del numero delle procedure fallimentari registrate in Europa, soprattutto nei paesi come l'Italia con un'ampia base manifatturiera, ha accresciuto da un lato le rettifiche su crediti delle aziende finanziatrici e dall'altro ha modificato la composizione delle nuove sofferenze la cui causa trova sempre una più frequente spiegazione nell'insolvenza dell'impresa.

Vincoli di natura regolamentare, Basilea 2, hanno imposto alle banche un coefficiente di *solvency* al fine di fronteggiare il rischio di credito con il patrimonio di vigilanza piuttosto che con il patrimonio netto. A questo scopo sono stati implementati modelli di *credit scoring* nel rispetto dei gradi di libertà offerti alle banche stesse. In tali modelli il rischio di perdita su crediti associato a un'impresa affidata viene stimato combinando dati relativi all'esposizione al momento del *default* al valore attuale del presumibile realizzo del credito e alla probabilità di default. Con ciò la banca quantifica l'assorbimento del capitale connesso al rischio di credito e decide la sua politica commerciale. Delle tre variabili, due dipendono dalla strategia della banca, la terza, la probabilità di default, è largamente indipendente dalla filosofia del suo *management* essendo riconducibile alla solidità patrimoniale ed economico-finanziaria dell'impresa affidata, nonché allo stato congiunturale del settore nel quale l'impresa opera.

L'individuazione delle variabili rilevanti che determinano il default di un'impresa è un tema importante sia nella gestione bancaria sia a livello di

MAURO MARCONI: Università degli Studi di Macerata.

ANNA GRAZIA QUARANTA: Alma Mater Studiorum – Università di Bologna.

SILVANA TARTUFOLI: Università degli Studi di Macerata.

1. Banca d'Italia (2011).

politica economica la quale, nella sua versione macro e in quella di politica industriale, dovrebbe, a parità di *shock* esogeni, operare in modo da minimizzare la distruzione di capacità produttiva connessa ai fallimenti senza impedire che le imprese meno efficienti escano dal mercato.

Una tale area di ricerca porta inevitabilmente ad Altman che, nel suo lavoro pionieristico del 1968, ha isolato alcune variabili desunte da dati di bilancio delle imprese aventi una capacità predittiva del default dell'impresa stessa.

Come noto, il primo modello di Altman classifica le imprese in quattro classi di crescente pericolosità in relazione al rischio di credito, partendo da una valutazione *ex ante* centrata sull'analisi di cinque indicatori di bilancio ritenuti cruciali ai fini della previsione della probabilità di default. La composizione del capitale, la sua redditività, il tasso di autofinanziamento, il valore di mercato dell'impresa e il tasso di rotazione delle vendite sono le variabili che Altman ci propone nel suo modello², che permette di discriminare fra imprese con diversa probabilità di continuità dell'esercizio delle propria attività.

Il modello proposto, di tipo multivariato, è sicuramente il punto di riferimento della letteratura. Da esso si è sviluppato un dibattito scientifico che, anche a opera dello stesso autore, ha nel corso del tempo condotto a nuovi approcci descrittivi e metodologici del fenomeno.

Il presente lavoro trae origine da un insieme chiuso di imprese manifatturiere a cui si è in un primo tempo applicato il metodo di Altman e alcune sue specifiche modificazioni. Dopo aver verificato nel contesto spazio-temporale del *data set* costruito il grado di adeguatezza del modello *Z-score*, si è tentato di risolvere alcune sue note criticità. La modifica dell'originaria numerosità paritetica dei sottocampioni di imprese *in bonis* e in default è stata il primo passo per riflettere al meglio la reale composizione della popolazione di aziende analizzate. A questo sono seguite nuove stime dei coefficienti

delle funzioni discriminanti. Si è cercato quindi di enucleare i fattori in grado di influenzare gli aspetti critici della gestione aziendale verosimilmente e maggiormente correlati con la probabilità di default mediante il ricorso a variabili indipendenti, differenti da quelle utilizzate da Altman.

È stato implementato, infine, un approccio alternativo di stima dei parametri del modello affiancando all'analisi discriminante lineare una regressione panel lineare a effetti fissi, in grado di processare un più ampio e completo set di informazioni nello stesso momento e di risolvere al contempo una serie di problemi di natura statistica propri dell'analisi discriminante. Per questa via si è giunti progressivamente all'individuazione di regressori parzialmente diversi da quelli di Altman e a un considerevole abbattimento dell'errore di previsione.

Le potenzialità e i limiti metodologici del modello *Z-score* di Altman sono descritti nel paragrafo 2. Una nuova proposta per la valutazione della probabilità di insolvenza è illustrata nel paragrafo 3, nel cui ambito si espongono anche le peculiarità del data set e del suo contesto spazio-temporale (paragrafo 3.1) e il percorso di analisi corredato dai risultati delle varie implementazioni (paragrafo 3.2). Alcune osservazioni conclusive chiudono il lavoro (paragrafo 4).

2. POTENZIALITÀ E LIMITI DEL MODELLO DI ALTMAN: SOLUZIONI ALTERNATIVE

Nel suo primo lavoro, Altman³ implementò un modello sulla base di un campione composto da 66 imprese manifatturiere divise in due gruppi, il primo composto da 33 imprese per cui era stata presentata istanza di fallimento, il secondo da altrettante imprese, operative, scelte casualmente in modo stratificato. Sia in questa prima analisi che nelle successive⁴ è stata utilizzata una numerosità paritetica (50-50) dei sottocampioni; tale scelta è dettata da diverse motivazioni, tra le quali la necessità di ridurre la varianza delle stime dei coefficienti, il bisogno di ottenere una più efficiente identificazione delle differenze tra i gruppi e il contenimento dei costi relativi alla selezione delle imprese i cui dati sono elaborati dal modello.

2. Specificatamente, le variabili sono:

x_1 = Capitale Circolante (*Working Capital*) / Capitale investito (*Total Assets*);

x_2 = Utili non distribuiti (*Retained Earnings*) / Capitale investito (*Total Assets*);

x_3 = EBIT / Capitale investito (*Total Assets*); (RoI)

x_4 = Valore di mercato dello stock azionario (*Market Value of equity*) / Totale debiti (*Book Value of Total Debt*);

x_5 = Volume delle vendite (*Sales*) / Capitale investito (*Total Assets*).

3. Altman (1968).

4. Si confrontino in bibliografia i contributi dell'autore dal 1973 al 2006.

Questo bilanciamento tra imprese in bonis e in default è chiaramente contrario al concetto di casualità del campionamento dato che non può che basarsi sulla conoscenza *ex post* di alcune caratteristiche aziendali risultando condizionata, per questa via, la capacità predittiva del modello in un contesto decisionale *ex ante*. In teoria, la numerosità dei sottoinsiemi dovrebbe invece riflettere la composizione in bonis – in default della popolazione; solo in tal modo il modello stimato può essere direttamente applicato al contesto reale, con probabilità a priori coincidenti con quelle campionarie senza dover inserire ulteriori aggiustamenti. Un'altra peculiarità del modello di Altman è quella di considerare validi, e quindi costanti, per lunghi periodi di tempo i parametri stimati dalla funzione discriminante. Questo aspetto è in realtà strettamente connesso alla capacità predittiva *ex ante* ed *ex post* di un modello e, se senza dubbio il mantenimento nel tempo della capacità diagnostica si basa sulla stabilità delle relazioni individuate tra le variabili esplicative e l'insolvenza, è pur vero che è necessario verificare periodicamente le *performance* di un modello ed eventualmente procedere a ri-stime dei parametri quando l'efficacia discriminante tende a ridursi. In tale ottica, è già prassi per le maggiori banche centrali europee ricalcolare i parametri con riferimento agli specifici contesti spazio-temporali d'analisi.

La selezione delle variabili esplicative del modello di Altman è frutto di un processo di ricerca puramente empirico, con adattamenti spesso dipendenti da scelte individuali; tutto ciò coerentemente con l'assenza di fondo di una solida teoria dell'insolvenza o della crisi d'impresa. Molti autori⁵ si sono pertanto posti il problema di verificare se in un contesto spazio-temporale diverso avesse ancora senso utilizzare le stesse variabili o, meglio, se queste fossero ancora realmente in grado di classificare in maniera efficiente le imprese che costituiscono il collettivo di riferimento, minimizzando gli errori di prima e seconda specie⁶.

Nel dibattito scientifico che ha seguito la pubblicazione delle ricerche di Altman, uno dei temi più discussi ha riguardato la scelta del metodo statistico

da adottare per la messa a punto dei modelli predittivi del rischio d'insolvenza.

L'analisi discriminante è volta a individuare la migliore combinazione di indicatori in grado di separare al meglio due insiemi; nello specifico, nel nostro contesto d'analisi tale metodologia implicitamente ipotizza che le imprese osservabili siano tratte da due universi dati e distinti e che la rilevazione delle variabili di bilancio possa essere d'aiuto per trovare le caratteristiche rilevanti ai fini dell'individuazione dell'universo di provenienza effettiva di ogni impresa. Cercandosi un segnale unico che consenta di attribuire l'unità statistica a uno di due gruppi dati a priori, ogni indicatore, considerato più come un segnale di stato che come *proxy* quantitativa della reale situazione economico-finanziaria dell'impresa, è necessario in virtù del contributo fornito al segnale complessivo. La metodologia si basa essenzialmente sulle ipotesi che la distribuzione degli indicatori sia di tipo normale multivariato, che le medie dei *ratios* dei due gruppi siano significativamente diverse e sull'uguaglianza della matrice delle varianze-covarianze dei due gruppi. Per quanto attiene la prima ipotesi, è noto che generalmente la distribuzione degli indicatori non è di tipo normale e che, quand'anche lo fossero le diverse distribuzioni, non è detto che la loro congiunta risulti della stessa natura. Dato che questa circostanza inevitabilmente influenza i *test* di significatività e il grado di performance dei modelli, alcuni ricercatori, se non altro per rendere le distribuzioni maggiormente simmetriche, hanno proceduto con trasformazioni delle variabili originali⁷, sebbene incorrendo in ulteriori problemi di cambiamento delle relazioni tra le esplicative e in conseguenti difficoltà di interpretazione delle funzioni ottenute, nonché in alterazioni nella stima dei coefficienti. In realtà, il problema della disnormalità della distribuzione degli indicatori potrebbe essere superato poiché numerosi esperimenti hanno evidenziato che gli effetti della violazione della normalità nell'analisi discriminante, sia lineare che quadratica, nell'ambito del contesto della nostra analisi sarebbero in genere meno pesanti di quanto la teoria statistica tende a far notare⁸.

5. Si veda Varetto (1999).

6. Con errore di prima specie si intende l'errore che si commette classificando in bonis imprese che in realtà sono risultate in default; con errore di seconda specie si intende invece l'errore che si commette ritenendo in default imprese che in realtà sono in bonis.

7. Ove possibile (solo per valori positivi degli indicatori) spesso è stato utilizzato l'operatore logaritmico o la radice quadrata; talvolta si è ricorsi anche al calcolo del reciproco dei valori e alla trasformazione delle variabili originali in ranghi.

8. Altman *et al.* (1981).

Qualora le dispersioni tra i gruppi differiscano, e quindi cada l'ultima delle citate ipotesi sulle quali si fonda l'analisi discriminante, verrebbero invece inevitabilmente influenzati i test sulle differenze tra le medie dei gruppi⁹ e sembrerebbe essere preferibile ricorrere a una funzione discriminante quadratica, anche se essa, come insegna l'evidenza empirica, non sarebbe sistematicamente né in maniera troppo rilevante¹⁰ più efficiente di una funzione discriminante di tipo lineare, tanto che spesso quest'ultima forma si è rivelata globalmente migliore dell'altra¹¹. L'evidenza empirica mostra anche che una funzione discriminante quadratica, dovendo inevitabilmente tener conto delle interazioni tra le variabili e dei termini quadratici, in ogni caso è caratterizzata da un numero elevato di coefficienti che, tra le altre cose, spesso risultano di difficile interpretazione. In altri termini, pur partendo da un modello individuato grazie a un limitato numero di variabili esplicative, all'interno di una struttura quadratica si genererebbero molti coefficienti di difficile comprensione economico-finanziaria poiché associati a un segno non coerente con quello atteso da un punto di vista teorico. Se, indubbiamente, la plausibilità economica dei segni dei coefficienti, e quindi la giusta direzione delle relazioni di tipo causa-effetto, è condizione fondamentale per l'accettazione di un modello, i miglioramenti di modesta entità conseguiti utilizzando funzioni quadratiche che tendono ad accompagnarsi a errori dei segni in un numero significativo di coefficienti non possono che comportare il rigetto del modello stesso sotto il profilo economico. A questo si aggiunga che i coefficienti delle stesse variabili stimati attraverso una funzione lineare manterrebbero invece segni corretti, motivando quindi la preferibilità di quest'ultima in molte applicazioni¹².

Un'ulteriore difficoltà, di non facile soluzione, è

collegata alla valutazione dell'importanza relativa delle variabili della funzione, ovvero alla loro capacità discriminatoria individuale; in tale contesto, infatti, i coefficienti non sono unici, essendoli solo i rapporti tra essi, rendendo quindi inutile l'applicazione di test per la verifica di ipotesi alternative.

Per concludere, sembra interessante far notare che altri studi empirici¹³ hanno evidenziato come un'analisi di tipo lineare si sia dimostrata robusta alla violazione delle ipotesi metodologiche sottostanti solo quando sono stati usati grandi campioni.

Anche la regressione multipla è stata utilizzata in alcune ricerche sul rischio di credito: nel contesto d'analisi nel quale ci troviamo a operare, l'approccio consiste sostanzialmente nello stimare un modello in cui la variabile dipendente è una qualitativa dicotomica (che descrive l'appartenenza all'insieme delle imprese in bonis – in default) oppure una probabilità di default, mentre gli indici di bilancio sono le variabili esplicative¹⁴. Appare quindi chiaro come con questa tipologia di modelli si stimi il grado di difficoltà economico-finanziaria in cui versa l'impresa: in una regressione lineare multipla volta alla definizione di un modello per la valutazione del rischio di credito si ipotizza infatti che le imprese siano tratte casualmente da un unico universo e si prova a stimare il loro livello di salute (oppure la probabilità lineare di insolvenza/fallimento); lo stato di salute può quindi essere considerato come una caratteristica espressa attraverso una variabile latente continua di cui sono osservabili solo due essenziali determinazioni estreme (zero e uno). Segue che i modelli di questo genere ipotizzano alla base una relazione causale tra le variabili osservate sui dati contabili e la dipendente, implicitamente supponendo una relazione di tipo causa-effetto tra i fenomeni economici sintetizzati dalle variabili di bilancio e lo stato di salute dell'impresa. Si può dimostrare¹⁵ che la regressione multipla è in stretta relazione con l'analisi discriminante: i coefficienti della funzione discriminante lineare sono infatti pari a quelli della regressione dei minimi quadrati ordinari, sempre di tipo lineare, a meno di un rapporto costante.

9. Questo problema è specifico dell'approccio con analisi discriminante, fondato, come accennato, sull'ipotesi di esistenza di due popolazioni distinte e non tocca la regressione multipla lineare e logistica che, al contrario, si basano sull'esistenza di un'unica popolazione.

10. In realtà, sembrerebbe infatti (Eisenbeis, 1997) che gli elementi in grado di influenzare il risultato finale siano più dovuti all'entità effettiva della differenza tra le matrici di varianza-covarianza, che al numero degli elementi che compongono i campioni e al numero e alla qualità degli indicatori di bilancio utilizzati.

11. Altman *et al.* (1977).

12. Varetto (1999).

13. Eisenbeis (1997).

14. In questo contesto, gli indicatori di bilancio sono quindi le variabili esogene in grado di spiegare la reale situazione economico-finanziaria dell'impresa, la sua evoluzione e l'eventuale deterioramento fino allo stato di crisi.

15. Maddala (1983 e 1992).

Anche il ricorso alla regressione multipla non è esente da critiche ascrivibili all'esistenza di alcune difficoltà, in realtà non insormontabili. Un primo problema, genericamente noto come eteroschedasticità, è legato alla varianza non costante degli errori della stima; la seconda difficoltà riguarda il fatto che la stima della variabile indipendente spesso non assume valori pari a 0 o compresi tra zero e uno, come invece sarebbe logico ottenere per interpretare i risultati in termini di *in bonis* – *in default* o, nel caso di *linear probability model*, in termini di probabilità di essere in uno stato di difficoltà.

Il primo problema può essere facilmente rimosso ricorrendo, alternativamente, a una procedura di stima a due stadi, malgrado essa non sia in grado di risolvere altre questioni come ad esempio l'assenza di normalità degli errori, o meglio, come proponremo nella nostra implementazione, attraverso una regressione panel di tipo lineare. L'ottenimento di valori della variabile dipendente monotonicamente all'interno dell'intervallo zero-uno potrebbe invece essere realizzato ricorrendo a un modello logistico (*logit*)¹⁶ o, molto più semplicemente, come vedremo nella nostra implementazione, normalizzando i valori degli indicatori di bilancio.

Per quanto attiene l'utilizzo di un modello di tipo *logit*, al fine di avere valori della variabile dipendente monotonicamente all'interno dell'intervallo zero-uno non può essere trascurata la circostanza che l'assunzione sulla forma della distribuzione delle

probabilità d'insolvenza è in realtà molto forte e potrebbe condizionare pesantemente i risultati ottenibili dall'implementazione; inoltre, la morfologia propria della funzione *logit* fa sì che vi siano variazioni molto diverse lungo i vari tratti della curva¹⁷, a differenza di quanto accade nel caso di una relazione di tipo lineare in cui la pendenza è, come noto, costante. Un ulteriore fattore sfavorevole alla scelta di una regressione multipla logistica è legato alla circostanza che tale metodologia in genere produce risultati non troppo diversi da quelli forniti da una più collaudata analisi discriminante lineare¹⁸. Alla luce di quanto detto, per risolvere il problema dei valori della variabile dipendente di un modello di regressione lineare multipla esterni all'intervallo zero-uno sembrerebbe quindi molto più immediato ed efficace ricorrere alla normalizzazione dei valori degli indicatori di bilancio rispetto a opportuni livelli massimi, non necessitando tale pratica di forti assunzioni di fondo e non creando alcun problema di interpretazione dei cambiamenti della probabilità. Per quanto attiene la valutazione dell'importanza relativa delle variabili esplicative della funzione nelle regressioni multiple lineari o logistiche, a differenza di quanto accade come abbiamo visto per l'analisi discriminante, il problema può essere facilmente risolto dai noti test di statistica parametrica¹⁹. La normalità della distribuzione degli indicatori è un'ipotesi rilevante anche per le tecniche parametriche lineari; questa circostanza, lo ricordiamo ancora una volta, generalmente influenza sia i test di significatività che il livello di performance dei modelli. Tuttavia, come nel caso dell'analisi discriminante, l'evidenza empirica ha mostrato che gli effetti della violazione della normalità per la

16. L'idea chiave di un modello *logit* consiste nel supporre che esista una relazione tra la probabilità di un'impresa di divenire insolvente (variabile non osservabile) e una serie di grandezze osservabili strettamente connesse con l'insolvenza; quello che nella realtà si può osservare è infatti solo una realizzazione dicotomica della probabilità d'insolvenza. In realtà, il modello *logit* non sarebbe l'unico in grado di produrre valori appartenenti all'intervallo zero-uno, ma alcune particolari proprietà di natura matematica lo rendono preferibile in quanto più facilmente trattabile e quindi più adatto all'applicazione. Un modello molto simile al *logit* implementato nell'ambito delle analisi sul rischio di credito, è infatti il *probit*; l'ipotesi chiave sulla quale poggia tale modello riguarda la forma della distribuzione cumulata delle probabilità d'insolvenza che, invece di essere logistica cumulata, si ipotizza essere una normale standardizzata cumulata. Malgrado le forme delle distribuzioni cumulate siano diverse, i risultati forniti dagli approcci *logit* e *probit* nelle applicazioni inerenti la definizione di un modello per l'analisi del rischio di credito sono veramente vicini; indubbiamente, però, la distribuzione normale presenta un grado di difficoltà nel trattamento matematico superiore rispetto alla logistica che pertanto risulta da preferirsi nelle implementazioni.

17. In particolare, i movimenti lungo i tratti della funzione vicini agli asintoti orizzontali generano percezioni di cambiamenti molto limitate della probabilità anche quando gli spostamenti della situazione dell'impresa sono di notevole entità; nel tratto centrale (obliquo) della funzione logistica, invece, movimenti relativamente piccoli della situazione dell'impresa si traducono in variazioni rilevanti della probabilità.

18. Bardos, Zhu (1998).

19. In letteratura sono stati proposti vari metodi per valutare l'importanza relativa delle variabili esplicative. In particolare, tra questi ricordiamo l'approccio che, tenendo conto delle relazioni esistenti e già descritte tra l'analisi discriminante lineare e la regressione dello stesso tipo, dopo aver messo a punto un modello con la prima di tali metodologie, procede a una nuova stima dei coefficienti delle variabili esplicative con la seconda, al solo fine di valutare l'efficienza individuale delle variabili.

regressione multipla lineare e logistica non sono generalmente così consistenti come la teoria statistica tenderebbe a sottolineare²⁰.

Nel corso del tempo la letteratura annovera numerosi studi volti ad approfondire i vari aspetti metodologici dei differenti approcci e a sperimentare nuove tecniche spesso provenienti anche dal campo dell'intelligenza artificiale²¹. L'analisi discriminante e le regressioni multiple continuano comunque a suscitare notevole interesse tra gli operatori bancari che, anche alla luce delle nuove opportunità fornite dal contesto regolamentare, sono continuamente alla ricerca di ulteriori metodi per arricchire le tradizionali procedure di selezione del credito²². Di recente, sono numerosi i contributi nell'ambito dei quali la classificazione delle imprese nei sottoinsiemi in bonis – in default è ottenuta ricorrendo parallelamente a una pluralità di approcci (prevalentemente analisi discriminante lineare e regressione multipla di tipo logistico) per poi adottare il modello con migliore *performance out of the sample*, verificando per questa via risultati non *sample-specific* a causa di *overfitting* e, quindi, conseguente incapacità di generalizzazione del modello.

L'analisi panel è una metodologia che può essere affiancata con successo alle più tradizionali procedure di implementazione. Come nel caso delle tecniche di *scoring* più tradizionali, essa è in grado di: (i) enucleare progressivamente i fattori in grado di influenzare gli aspetti critici della gestione aziendale verosimilmente e maggiormente correlati con la probabilità di default e (ii) analizzare e verificare la coerenza dell'evidenza empirica con le aspettative teoriche in relazione alla direzione di causalità (segno dei parametri) di ogni variabile esplicativa ritenuta econometricamente significativa. Oltre a ciò, tale procedura è in grado di risolvere al contempo sia il discusso problema di eteroschedasticità proprio della regressione lineare multipla, sia di

evitare l'ottenimento di valori della variabile dipendente esterni all'intervallo zero-uno, mediante un'opportuna normalizzazione dei valori assunti dagli indicatori di bilancio nello spazio e nel tempo, come vedremo in dettaglio nella nostra analisi empirica (paragrafo 3.2.4.).

I panel di dati sono infatti caratterizzati da una maggiore ricchezza di informazione sia rispetto alle serie storiche sia rispetto ai dati di tipo *cross-section* e sono quindi da preferirsi nelle analisi empiriche, non ultimo perché le informazioni fornite dalla dimensione temporale riescono a contenere notevolmente, se non eliminare del tutto, i problemi di eteroschedasticità. A differenza delle analisi condotte esclusivamente su dati spaziali, vengono infatti considerate anche le informazioni di carattere temporale (*within* o *intra-individuals*) che consentono di rispondere alla domanda (considerando come date le caratteristiche delle imprese) se eventi di natura istituzionale o i cambiamenti di *policy* nel corso del tempo possano avere un certo effetto sulla relazione oggetto d'analisi. Sull'altro fronte, a differenza delle analisi esclusivamente di tipo *time-series*, i panel considerano anche le informazioni afferenti ogni individuo (*between* o *inter-individuals*) che nel nostro contesto di analisi (considerando come dati gli eventi di natura istituzionale o i cambiamenti di *policy* nel corso del tempo) consentono di rispondere alla domanda se le specifiche caratteristiche delle imprese considerate possano avere o meno un certo effetto sulla relazione oggetto di analisi.

Con un panel di dati, quindi, possono essere indagate ipotesi più complesse sulle dinamiche, ma anche sulle caratteristiche di tipo micro e macroeconomico. L'elevato numero di osservazioni, non più N o T ma $N*T$, consente inoltre sia una migliore stima dei parametri sia un utilizzo più appropriato delle proprietà statistiche di tipo asintotico²³.

20. Altman *et al.* (1981).

21. Si veda Altman *et al.* (1994); Carrara, Cavalli (1996), Baetge, Uthoff (1998); Piramuthu (1999); Quaranta (2008); Barone, Quaranta (2008 e 2009).

22. Le stesse Autorità di Vigilanza hanno posto una crescente attenzione nei confronti delle metodologie volte a una più efficiente ed efficace selezione del credito; a tal proposito sembra interessante segnalare i contributi di Laviola e Trapanese (1997) e di Marullo Reedtz (1996). Il Comitato Europeo delle Centrali dei Bilanci ha poi messo a confronto le diverse esperienze maturate in merito all'utilizzo dell'analisi discriminante ai fini della diagnosi dei rischi d'insolvenza nei principali paesi europei.

23. In particolare: (i) i ridotti problemi di collinearità, come risultato di una più ampia variabilità individuale, permettono di ottenere stime più efficienti e un considerevole miglioramento nella capacità di discriminare tra differenti ipotesi (tests); (ii) l'introduzione di effetti non osservati consente di ottenere una specifica eterogeneità individuale e/o temporale e riduce le difficoltà legate alla aggregazione; la distorsione dovuta alle variabili esplicative individuali e/o temporali omesse (correlate con le variabili esplicative incluse) può essere ridotta; (iii) infine, l'eterogeneità di tipo individuale è in grado di spiegare la correlazione seriale e la generale dipendenza seriale nel termine di errore composito ed è anche in grado di discriminare tra eterogeneità *time-invariant* e quella di tipo *state dependent*.

Tale ricchezza nell'informazione permette di disporre di più di una strategia di stima, così che i parametri oggetto d'interesse possono essere identificati utilizzando la variabilità dei dati lungo la dimensione temporale, *cross-sezionale* o entrambe.

3. UNA PROPOSTA PER LA VALUTAZIONE DELLA PROBABILITÀ DI INSOLVENZA

3.1. I DATI DI RIFERIMENTO

Una recente analisi dell'Eurostat²⁴ sulle imprese industriali rileva che solo il 17% delle regioni europee hanno più del 40% di occupati nell'industria rispetto agli occupati nei settori economici non finanziari. In Italia l'unica a superare tale quota è la regione Marche.

L'economia marchigiana si fonda su un tessuto produttivo caratterizzato da un'impreditoria diffusa nella misura di un'impresa ogni 10 abitanti. Il 15% delle imprese opera nel settore dell'industria manifatturiera e dà complessivamente occupazione al 27% della popolazione attiva mentre contribuisce al valore aggiunto regionale per il 26% del totale. Si tratta di aziende che operano in particolare in settori cosiddetti tradizionali, per lo più di piccole dimensioni: l'87% ha meno di 10 addetti. Le grandi e le medie imprese rappresentano una piccola percentuale del totale²⁵. In termini occupazionali, però, le imprese medio-grandi hanno un peso del 29% sul totale del settore e questo da solo potrebbe bastare a conferire a esse un'importanza per il territorio in cui operano molto più grande di quanto non sembrino avere in termini puramente numerici. Se poi a esse si aggiungono le imprese con più di 20 addetti, la quota di occupazione coperta arriva al 46%, quasi la metà dell'intero comparto manifatturiero.

Fra queste imprese abbiamo selezionato quelle che non solo per dimensione, ma anche per strategie di innovazione e qualità dell'offerta, costituiscono il punto di riferimento settoriale. Un tale set di imprese, definite eccellenti, è stato inizialmente

utilizzato per analizzare la performance del settore manifatturiero regionale²⁶. Per gli scopi del presente lavoro tali dati sono stati ulteriormente calibrati²⁷. Il data set si presenta in forma di insieme chiuso ed esaustivo che copre l'arco temporale dal 1994 al 2009. In questo periodo le imprese sotto osservazione diminuiscono progressivamente in seguito alla cessazione di attività fino a diventare 117 nell'ultimo anno (erano 150 nell'anno iniziale). Tutte le imprese sono società di capitale non quotate in borsa. L'insieme deriva da stratificazioni successive che considerano, da un lato, la dimensione delle imprese sulla base del fatturato e, dall'altro, la specializzazione settoriale e diffusione sul territorio.

La singolarità di questo insieme di imprese fa sì che esso sia particolarmente adatto ai nostri scopi; esso infatti fornisce informazioni economiche e finanziarie su un consistente numero di unità nel corso di quindici anni e al contempo comprende tutte le imprese medio-grandi della regione che, se come numero rappresentano una quota esigua delle aziende manifatturiere marchigiane, in termini di aggregati economici hanno un peso decisamente rilevante e lo hanno ancor più ove si consideri che la crisi di un'impresa "eccellente" trascina con sé molte altre imprese di più piccola dimensione collegate a essa attraverso rapporti di fornitura. Allo stesso modo si deve ritenere che la loro importanza sia maggiore in materia di rischio di credito rispetto a quella delle piccole imprese in quanto è superiore la quota che esse occupano nel portafoglio crediti delle aziende bancarie locali.

3.2. PERCORSO D'ANALISI E RISULTATI EMPIRICI

3.2.1. Implementazione del modello di Altman: "campione 50-50"

L'analisi empirica prende il via dal modello proposto da Altman nel 1968. Innanzitutto si è proceduto a suddividere il collettivo di imprese tra società in bonis e in default. Nel secondo gruppo rientrano quelle imprese che hanno attuato una

24. Eurostat (2009).

25. Si utilizza qui come variabile dimensionale il numero di addetti. Si intendono imprese di medie dimensioni quelle con un numero di addetti tra 50 e 499, le grandi quelle con 500 e più addetti, coerentemente con la convenzione adottata da Mediobanca (Mediobanca, 2010).

26. Marconi (2001); Marconi, Tartufoli (2002).

27. A tal fine, sono state escluse le imprese che hanno cessato di esistere a causa di incorporazione in altra impresa, poiché ciò è riconducibile meramente a una strategia aziendale piuttosto che a una situazione di crisi.

procedura concorsuale²⁸; i dati utilizzati non sono però, come in Altman, quelli relativi al bilancio di esercizio dell'anno precedente la procedura concorsuale poiché, tra il verificarsi della crisi economico-finanziaria irreversibile e l'evento giuridico, possono trascorrere alcuni anni nei quali l'impresa cessa o diminuisce fortemente l'attività produttiva per liquidare parzialmente i suoi beni, in particolare gli immobili, e/o cede o affitta in toto o separatamente i processi produttivi (stabilimento, impianti, contratti, manodopera) per tentare di uscire dalla situazione di insolvenza. L'utilizzo dei dati di bilancio dell'ultimo anno, fortemente anomali per un'impresa industriale, porterebbe quindi a un modello che discriminerebbe come imprese a rischio solo quelle in stato di crisi conclamata; essi sarebbero pertanto di nessuna utilità per le aziende di credito che invece hanno bisogno di riconoscere in anticipo i segnali di difficoltà economico-finanziaria in imprese con attività operativa regolare. Per questo motivo sono stati considerati i dati dell'ultimo anno di normale operatività. La definizione di imprese in default è stata inoltre estesa alle aziende poste in liquidazione volontaria.

Per ciò che riguarda le imprese in bonis, alcuni autori si sono posti il problema della eventuale esclusione da questo gruppo delle società "vulnerabili", cioè imprese in buona salute ma con elementi di forte debolezza finanziaria o economica²⁹, al fine di consentire una migliore applicazione dell'analisi discriminante. Questa esclusione porterebbe a un modello non appropriato e scarsamente utile poiché lascerebbe in dubbio le situazioni, piuttosto ricorrenti, di imprese solo temporaneamente in difficoltà. Si presenterebbero inoltre problemi procedurali dovuti alla necessità di fare una preselezione sulla base di alcune variabili, da scegliere in modo appropriato e non più utilizzabili successivamente per l'analisi discriminante vera e propria. Nel nostro caso, si è quindi deciso di considerare in bonis tutte le imprese non rientranti nella sopra specificata definizione di default.

Una volta definiti i due gruppi, dal data set di partenza, seguendo la medesima procedura di Altman si è estratto un campione composto da 66 unità, os-

sia tutte le 33 imprese in default e lo stesso numero di aziende in bonis ("campione 50-50").

Per le imprese in default, come già specificato, sono stati considerati i dati di bilancio dell'ultimo anno di normale operatività, mentre per la selezione delle imprese in bonis, per ogni unità fallita è stata casualmente scelta un'azienda sana dello stesso settore allo stesso anno e vicina a essa per dimensione, considerando come proxy di quest'ultima, nell'ordine, totale attivo e fatturato³⁰.

Non essendosi verificate prima del 1999 situazioni di criticità, le informazioni del nostro data set si riferiscono agli anni dal 1999 al 2008; le informazioni relative all'anno 2009 saranno invece utilizzate per la verifica *out of the sample*. Su tale base si è proceduto alla costruzione dei cinque indicatori esplicativi della probabilità di default proposti da Altman in relazione alle unità del "campione 50-50". Poiché le nostre imprese non sono quotate in borsa, si è deciso di modificare la variabile X_4 in Patrimonio netto/Totale passività, come proposto dallo stesso Altman³¹.

Dovendo implementare un'analisi discriminante multivariata, preso atto della numerosità dei due sottocampioni, dopo aver condotto alcune analisi preliminari di sensitività sulla significatività della soluzione del modello, l'ampiezza del *training set* è stata calibrata al 70%, per un totale di 46 aziende, e quella del test set al 30%, per un totale di 20 unità, in entrambi i casi equamente ripartite tra sane e fallite.

L'errore di previsione ottenuto³² con la procedura appena descritta è stato considerevole e complessivamente pari al 40% (40% errore di I tipo e 40% errore di II tipo), quindi non modesto come invece era emerso dalle implementazioni di Altman e peraltro preoccupante soprattutto in relazione all'alta incidenza della mancata individuazione delle aziende in default (tabella 1).

Le informazioni relative al 2009 sul reale stato di salute delle imprese appartenenti a questo campione confermano quindi la scarsa utilità di questa procedura ai fini della individuazione ex ante delle unità operative in difficoltà.

28. Per procedura concorsuale si intende: dichiarazione di fallimento, amministrazione straordinaria, amministrazione controllata, concordato preventivo.

29. Peel, Peel (1987); Gilbert *et al.* (1990), Johnsen, Melicher (1994).

30. Su richiesta è disponibile la composizione del "campione 50-50".

31. Altman (1993).

32. A tal fine ci si è avvalsi del software statistico PASW Statistics 18, generalmente noto come SPSS.

TABELLA 1 – RISULTATI DELLA CLASSIFICAZIONE DEL TEST SET “CAMPIONE 50-50”

Gruppo di appartenenza effettivo	Gruppo di appartenenza previsto		Totale
	in bonis	in default	
in bonis	6	4	10
in default	4	6	10
in bonis	60,0%	40,0%	100,0%
in default	40,0%	60,0%	100,0%

Errore totale di classificazione: 40%

3.2.2. Implementazione del modello di Altman: “campione 78-22”

Si può ritenere che alla base dei precedenti risultati possa esserci la scelta di trattare un “campione 50-50”³³. In realtà, infatti, in un normale contesto economico, le unità che vi operano difficilmente si equipartiscono tra aziende in default e sane, essendoci una superiorità numerica delle seconde sulle prime; tale circostanza emerge peraltro anche all’interno del nostro collettivo, evidenziandosi una ripartizione del tipo 78% di aziende in bonis e 22% in default.

A ciò si aggiunga che parametri previsionali tarati su un “campione 50-50” in ogni caso dovrebbero condurre a una minore probabilità di alti errori di prima specie e, semmai, a una maggiore entità dell’errore di seconda garantendo, per questa via, una superiore cautela nel trattamento del rischio di credito; questa circostanza non emerge invece dai risultati precedentemente ottenuti.

Pertanto sono state introdotte nell’analisi tutte le imprese del collettivo, fallite e non fallite, ma si è utilizzato il bilancio di esercizio di un solo anno per ogni unità statistica selezionato dall’originario panel di dati; per questa via siamo pervenuti a “campione di informazioni”. Specificatamente, sono state considerate tutte le 33 aziende in default (che corrispondono adesso al 22% del totale) per le quali sono state scelte ancora una volta le informazioni di natura quantitativa relative all’ultimo anno di normale operatività, mentre per le restanti 117 unità in bonis, ossia il residuo 78%, sono stati utilizzati i dati di bilancio di un solo anno scelto sulla base della distribuzione temporale delle imprese in default. L’ampiezza del *training set* è sem-

33. Come molti autori hanno precedentemente rilevato, tra gli altri, Varetto (1999).

pre calibrato al 70%, per un totale di 105 aziende di cui 23 fallite, e quella del test set al 30%, per un totale di 45 unità di cui 10 fallite.

L’errore di previsione ottenuto con la procedura appena descritta è stato inferiore rispetto alla implementazione sul “campione 50-50” e complessivamente pari al 22,2% (40% errore di I tipo e 17,1% errore di II tipo) come si evince dai dati in tabella 2. Malgrado il miglioramento della performance complessiva, non varia però l’alta incidenza dell’errore di primo tipo per diminuire il quale è probabilmente necessario ragionare sulla scelta di nuove variabili esplicative della probabilità di default.

TABELLA 2 – RISULTATI DELLA CLASSIFICAZIONE DEL TEST SET “CAMPIONE 78-22”

Gruppo di appartenenza effettivo	Gruppo di appartenenza previsto		Totale
	in bonis	in default	
in bonis	29	6	35
in default	4	6	10
in bonis	82,9%	17,1%	100,0%
in default	40,0%	60,0%	100,0%

Errore totale di classificazione: 22,2%

3.2.3. Costruzione e selezione di nuove variabili esplicative e verifica sul “campione 78-22”

Non esistendo in letteratura un modello teorico di riferimento alternativo unanimemente condiviso ed eventualmente testato, all’implementazione del modello di Altman nella sua forma esplicativa originaria abbiamo affiancato quella di un modello espressione di altre variabili indipendenti, opportunamente selezionate tenendo conto di una loro iniziale normalizzazione, del livello di multicollinearità evidenziato tra le variabili, del grado di significatività statistica dei parametri, nonché della coerenza del segno in termini di causalità economica.

Dall’analisi economico-patrimoniale dei bilanci, sono stati costruiti sulla base delle informazioni a disposizione 38 indicatori³⁴ suddivisi tra indici di struttura finanziaria e solidità patrimoniale, di li-

34. In Appendice, si rimanda (i) alla tabella A1 per un elenco completo degli stessi nonché per una dettagliata descrizione della loro struttura, (ii) alla tabella A2 per la descrizione della loro struttura dopo la normalizzazione e (iii) alla tabella A3 per i risultati delle successive selezioni.

quidità, di produttività, di redditività e profittabilità, di incidenza della gestione finanziaria e straordinaria. Tali indicatori sono stati selezionati in primo luogo cercando di prediligere quelli per i quali fosse possibile una normalizzazione al fine di non alterare il peso effettivo delle singole informazioni al momento della successiva elaborazione dei dati e, in secondo luogo, escludendo gli indici che già all'atto della loro costruzione apparivano chiaramente combinati in maniera lineare.

Privilegiando l'informazione di natura aziendale in merito alla maggiore o minore probabilità di default, i valori assunti dagli indicatori sono stati normalizzati mantenendo sempre il confronto fra dati di bilancio anziché procedere statisticamente rapportando gli stessi al massimo all'interno del vettore dei valori dell'indice ottenuti per ogni unità statistica.

La normalizzazione è stata quindi effettuata³⁵ in alcuni casi semplicemente utilizzando l'inverso dell'indice, in altri casi rapportando l'indicatore a una grandezza contabile scelta come soglia, o ancora imponendo il valore limite quando il valore dell'indice risulti maggiore (minore) nei casi in cui ciò non alteri l'informazione risultante, in quanto gli estremi sono già indicativi da un punto di vista aziendale di buona o cattiva gestione.

La costruzione e la successiva selezione delle nuove variabili esplicative della probabilità di default sono state riferite al "campione 78-22" in quanto migliore sia in termini teorici che empirici. Per evitare ulteriori problemi di multicollinearità nelle successive elaborazioni è stata effettuata anche un'analisi di correlazione³⁶ attraverso la quale sono stati scelti 20 dei 38 indicatori. Successivamente, attraverso regressioni multiple di tipo lineare si è cercato sia di enucleare i fattori in grado di influenzare gli aspetti critici della gestione aziendale correlati con la probabilità di default, sia di analizzare e verificare la coerenza dell'evidenza empirica con le aspettative teoriche in relazione alla direzione di causalità (segno dei parametri) di ogni variabile esplicativa ritenuta econometricamente significativa³⁷.

35. Per una casistica completa e i conseguenti maggiori dettagli operativi si confrontino le tabelle A1 e A2 riportate in Appendice.

36. A tal fine ci si è avvalsi del software statistico PASW Statistics 18, generalmente noto come Spss.

37. I test econometrici condotti, compreso quello per valutare l'eventuale possibilità di una errata specificazione del modello dovuta a omissione di variabili rilevanti,

Sono risultate significative e con segno coerente con la teoria tre variabili: l'indice di redditività del capitale (ROI), l'indice di *leverage* dato dal rapporto fra patrimonio netto e fonti consolidate (lv) e l'indice di composizione del patrimonio netto (sp1). Ai fini dell'analisi discriminante ancora una volta abbiamo calibrato l'ampiezza del training set al 70% e del test set al 30% pervenendo ai risultati riportati in tabella 3.

TABELLA 3 – RISULTATI DELLA CLASSIFICAZIONE DEL TEST SET "CAMPIONE 78-22" CON NUOVE VARIABILI ESPLICATIVE

Gruppo di appartenenza effettivo	Gruppo di appartenenza previsto		
	in bonis	in default	Totale
in bonis	30	5	35
in default	4	6	10
in bonis	85,7%	14,3%	100,0%
in default	40,0%	60,0%	100,0%
Errore totale di classificazione: 20,0%			

Malgrado il miglioramento della performance complessiva, ancora una volta non varia l'alta incidenza dell'errore di primo tipo.

Un aspetto ancora più critico del precedente è poi emerso dall'analisi di sensitività sulla composizione del test set condotta al fine di avere ulteriori conferme in merito ai risultati ottenuti (tabella 4). Come si può facilmente notare, la costruzione di differenti allocazioni delle imprese nel training e nel test set, della quale abbiamo riportato due esempi, è correlata a un'elevata variabilità nell'entità dell'errore complessivo; a conferma di ciò sono state costruite due allocazioni "estreme" ottenute in maniera mirata e, quindi, ragionata al fine di pervenire rispettivamente a un errore del I e II tipo nullo e a un errore del I tipo non più accettabile (tabella 5). La casualità/arbitrarietà nella selezione all'interno del training e del test set delle imprese in bonis e in default richiesta dall'analisi discriminante e la conseguente dimostrata elevata volatilità dell'errore evidenziano la necessità di utilizzare una più robusta procedura per la valutazione della probabilità di fallimento.

incluso il caso particolare di errato utilizzo della forma funzionale, consentono di giudicare attendibili i risultati conseguiti.

TABELLA 4 – ANALISI DI SENSITIVITÀ SULLA COMPOSIZIONE DEL TEST SET.
“CAMPIONE 78-22” CON NUOVE VARIABILI ESPLICATIVE

Allocazione 2				Allocazione 3			
Gruppo di appartenenza previsto				Gruppo di appartenenza previsto			
Gruppo di appartenenza effettivo	in bonis	in default	Totale	Gruppo di appartenenza effettivo	in bonis	in default	Totale
in bonis	34	1	35	in bonis	28	7	35
in default	4	6	10	in default	4	6	10
in bonis	97,1%	2,90%	100,0%	in bonis	80,0	20,0%	100,0%
in default	40,0%	60,0%	100,0%	in default	40,0	60,0%	100,0%
Errore totale di classificazione: 11,1%				Errore totale di classificazione: 24,4%			

TABELLA 5 – ANALISI DI SENSITIVITÀ SULLA COMPOSIZIONE DEL TEST SET.
“CAMPIONE 78-22” CON NUOVE VARIABILI ESPLICATIVE. ALLOCAZIONI “ESTREME”

Allocazione volta all'ottenimento di un errore di I tipo nullo				Allocazione volta all'ottenimento di un errore di I tipo non accettabile			
Gruppo di appartenenza previsto				Gruppo di appartenenza previsto			
Gruppo di appartenenza effettivo	in bonis	in default	Totale	Gruppo di appartenenza effettivo	in bonis	in default	Totale
in bonis	35	0	35	in bonis	24	11	35
in default	0	10	10	in default	9	1	10
in bonis	100,0%	0%	100,0%	in bonis	68,6%	31,4%	100,0%
in default	0%	100,0%	100,0%	in default	90,0%	10,0%	100,0%
Errore totale di classificazione: 0%				Errore totale di classificazione: 44,4%			

3.2.4. Il nuovo modello e la stima panel

Disponendo di un adeguato set di dati spazio-temporali, nella nostra analisi abbiamo implementato anche una regressione panel di tipo lineare a effetti fissi che, oltre alle potenzialità teoriche già descritte nel paragrafo 2, ha il pregio di prescindere completamente dalla definizione di un training e di un test set.

Come noto, lo stimatore a effetti fissi si concentra sulla variazione dei dati all'interno (*within*) di ogni unità statistica (in questo contesto, ogni impresa considerata) e si basa completamente sulla variazione temporale dei dati³⁸. Nella nostra analisi

38. Sul fronte opposto, sono a disposizione alcuni stimatori per analizzare la variazione spaziale dei dati a partire da regressioni separate su dati cross-section fino allo stimatore *between*. Quest'ultimo può essere interpretato come una media pesata di stime di tipo cross-section condotte separatamente. Esiste poi uno stimatore a effetti casuali che riesce a catturare la variazione dei dati in entrambe le dimensioni ed è una media ponderata degli stimatori *within* e *between* (Baltagi, 2005).

siamo ricorsi a tale tipo di stimatore in primo luogo perché i dati a disposizione costituiscono un set d'informazione chiuso ed esaustivo; in questo caso è noto in letteratura che gli effetti fissi sono i naturali candidati avendo il vantaggio di riuscire a catturare effettivamente o, se non altro, controllare tutte le variabili rilevanti fisse nel tempo che sono idiosincroniche rispetto alle unità statistiche (Baltagi, 2005). In secondo luogo, i nostri dati evidenziavano una sufficiente variazione lungo la dimensione temporale (15 anni) da poter giustificare l'impiego di uno stimatore di tipo *within*. In terzo luogo, il metodo di stima *Least Squares with Dummy Variable* (LSDV), che è la procedura nel contesto a effetti fissi, è BLUE (cioè è *the Best Linear Unbiased Estimator* ovvero è il migliore stimatore lineare corretto) se (i) veramente il modello è del tipo $y_{it} = a + bx_{it} + \sum_{j=1, N-1} \mu_j D_{ji} + \varepsilon_{jt}$, (ii) x è debolmente esogena e se $\varepsilon_{it} \sim \text{IID}(0, \sigma_\varepsilon^2)$ e (iii) è in ogni caso consistente anche se il vero modello è un modello a effetti casuali.

Indichiamo con $x_{it}^{(j)}$ lo j -esimo regressore nel modello, con $j = 1 \dots N$, e it l'informazione relativa alla

i -esima unità allo t -esimo tempo considerato, mentre y_{it} rappresenta la probabilità di default di ogni unità statistica, ossia $y_{it} = 1$ se l'impresa è fallita e $y_{it} = 0$ se invece non lo è; pertanto nel nostro contesto d'analisi l'equazione da stimare è la seguente:

$$y_{it} = a + \sum_{j=1, N} b_j x_{it}^{(j)} + \varepsilon_{it} \quad (1)$$

dove il termine d'errore è uguale a un effetto fisso più un vero termine idiosincratice, ossia $\varepsilon_{it} = \mu_i + w_{it}$. L'effetto fisso μ_i "assorbe" tutte le variabili che sono fisse nel tempo più ogni altro fattore fisso nel tempo che può essere rilevante e che non è stato considerato in maniera esplicita.

Partendo dai medesimi 38 indicatori selezionati nel paragrafo precedente, al fine di evitare problemi legati alla loro multicollinearità nelle successive elaborazioni, è stata effettuata un'analisi di correlazione utilizzando le informazioni del panel con finestra temporale 1994-2008. Ovviamente, si tratta di un panel non bilanciato a causa dell'uscita progressiva delle imprese in default; per colmare le lacune informative che via via si sono venute a formare in corrispondenza di queste aziende, si sono ripetuti, come da prassi³⁹, i valori dell'ultimo anno disponibile. Come risultato di questa procedura sono state individuate 19 variabili, sostanzialmente le stesse selezionate nel paragrafo precedente⁴⁰.

A seguire, attraverso regressioni panel di tipo lineare a effetti fissi si è cercato sia di enucleare progressivamente i fattori in grado di influenzare gli aspetti critici della gestione aziendale verosimilmente e maggiormente correlati con la probabilità di default, sia di analizzare e verificare la coerenza dell'evidenza empirica con le aspettative teoriche in relazione alla direzione di causalità (segno dei parametri) di ogni variabile esplicativa ritenuta econometricamente significativa.

Le variabili che rispecchiano tali obiettivi risultano essere le stesse selezionate nel paragrafo 3.2.3, lv , $sp1$, ROI . Sono stati ottenuti i valori riportati nella tabella 6.

Pertanto, il nostro modello diviene:

$$y = 0,2581598 - 0,1307666 x^{(1)} - 0,1190532 x^{(2)} + - 0,5149767 x^{(3)}$$

dove $x^{(1)} = lv$, $x^{(2)} = sp1$ e $x^{(3)} = ROI$.

TABELLA 6 – RISULTATI OTTENUTI DA UNO STIMATORE A EFFETTI FISSI SU DATI DI NATURA PANEL
VARIABILE DIPENDENTE: STATUS DELL'AZIENDA

Regressori	Parametri (Standard Error)
lv	-0,1307666* (0,024)
$sp1$	-0,1190532* (0,016)
ROI	-0,5149767* (0,069)
Costante	0,2581598* (0,014)

* = ogni parametro è significativo al 5% con riferimento ad un test bilaterale
 Numero di osservazioni = 2250
 Numero di gruppi = 150
 Osservazioni per ogni gruppo = 15
 R2 = 0.50
 Corr(u_i , x_b) = 0.967
 F(3, 2097) = 111.22;
 Prob>F = 0.000

sigma_u = 0,13971953
 sigma_e = 0,18998591
 rho = 0,35100474 (frazione di varianza legata a u_i)
 Test F: tutte le $u_i = 0$;
 F(149, 2097) = 8,07 ;
 Prob > F = 0,000

Ai fini della definizione del livello soglia y_0 necessario per distinguere le aziende in bonis da quelle in default, sono stati calcolati i tre indicatori medi riferiti alle aziende in difficoltà per ognuno dei quindici anni, considerando come impresa in difficoltà ogni unità operativa che, anche solo per un anno, e quindi anche non continuativamente, evidenziava un risultato d'esercizio negativo. Nell'ambito della serie storica di ognuno degli indicatori medi così calcolati si è poi scelto di inserire nella funzione y il valore minore in un'ottica cautelativa; in tal modo sono stati individuati i valori 0,46, 0,38 e -0,02 rispettivamente per le variabili lv , $sp1$ e ROI e pertanto si è pervenuti a un valore di circa 0,84 per il *cut off*.

L'errore di previsione ottenuto con la procedura appena descritta è complessivamente del 15,3% (33,3% errore di I tipo e 10,3% errore di II tipo), con un errore del primo tipo, il più preoccupante, più modesto di quello ottenuto con le stesse informazioni dal modello originale di Altman, dal modello di Altman con ripartizione del "campione 78-22" e dall'utilizzo delle variabili da noi selezionate in un'analisi discriminante su quest'ultimo campione. Un aspetto a tal proposito particolarmente interessante è che, a differenza di quanto accade implementando un modello di scoring basato su analisi discriminante, la valutazione dell'errore è in questo caso indipendente dalla scelta delle unità statistiche che compongono il training e il test set, dato

39. Stock *et al.* (2008).

40. A tal proposito, si veda tabella A3 dell'Appendice.

che un'analisi panel processa le informazioni spazio-temporali complessive.

Un altro vantaggio di questa procedura è la possibilità di ridurre ulteriormente l'errore di primo tipo semplicemente cambiando il livello della soglia; come si può notare in tabella 7, passando da una soglia di 0,84 a una di 0,90 l'errore di prima specie si abbassa addirittura di 21,2 punti percentuali. Na-

turalmente bisogna tenere in debito conto il *trade off* tra diminuzione dell'errore di primo tipo e aumento di quello di seconda specie: in ogni caso, però, esso può essere agevolmente gestito dalla direzione dell'istituto di credito prevedendo condizioni maggiormente cautelative nei confronti di quelle imprese che il modello segnala potenzialmente in difficoltà.

TABELLA 7 – ANALISI DI SENSITIVITÀ: ERRORI DI PRIMA E SECONDA SPECIE AL VARIARE DEL CUT OFF

cut off: 0,84				cut off: 0,90			
Gruppo di appartenenza previsto				Gruppo di appartenenza previsto			
Gruppo di appartenenza effettivo	in bonis	in default	Totale	Gruppo di appartenenza effettivo	in bonis	in default	Totale
in bonis	105	12	117	in bonis	84	33	117
in default	11	22	33	in default	4	29	33
in bonis	89,7%	10,3%	100,0%	in bonis	71,8%	28,2%	100,0%
in default	33,3%	66,7%	100,0%	in default	12,1%	87,9%	100,0%
Errore totale di classificazione: 15,3%				Errore totale di classificazione: 24,7%			

4. CONCLUSIONI

Nel presente lavoro è stata applicata ai dati relativi a un insieme chiuso di imprese manifatturiere sia la metodologia originale di Altman sia alcune sue varianti. In particolare, è stata modificata la numerosità dei sottocampioni di imprese in bonis e in default al fine di riflettere al meglio la reale composizione della popolazione delle aziende analizzate.

Successivamente sono stati stimati i coefficienti delle funzioni discriminanti nel nuovo contesto spazio-temporale.

In un successivo step è stata affiancata all'analisi discriminante lineare una regressione panel (lineare) a effetti fissi, con la quale si è cercato di enucleare progressivamente i fattori in grado di influenzare gli aspetti critici della gestione aziendale verosimilmente e maggiormente correlati con la probabilità di insolvenza utilizzando variabili indipendenti diverse da quelle del modello di Altman; tali regressori sono stati selezionati tenendo conto di una loro iniziale normalizzazione, del livello di multicollinearità evidenziata, del grado di significatività statistica e della coerenza in termini di causalità economico-finanziaria.

Dai risultati ottenuti con la regressione panel emerge che le variabili esplicative della probabilità di in-

solvenza nel nostro contesto di riferimento sono i valori normalizzati del leverage, definito come rapporto tra patrimonio netto e la somma dello stesso con le passività consolidate, dell'indice di solidità patrimoniale, espresso come rapporto tra capitale sociale e patrimonio netto, e dell'indice di efficienza tecnico-operativa rapportata al capitale investito. Si mostra inoltre che l'errore di previsione è complessivamente del 15,3% (33% errore di I tipo e 10,3% errore di II tipo), con un errore del primo tipo, il più preoccupante, sensibilmente più piccolo di quello ottenuto con le stesse informazioni sul modello originale di Altman e sulla sua successiva modificazione ottenuta modificando la numerosità dei sottocampioni di imprese. Tale errore è altresì più piccolo di quello ottenibile da un'analisi discriminante che utilizza variabili diverse da quelle impiegate da Altman.

Da un punto di vista statistico, un indubbio vantaggio della metodologia panel è ascrivibile alla possibilità di risolvere il problema di eteroschedasticità proprio della regressione lineare multipla. A ciò si aggiunga la possibilità di ridurre ulteriormente l'errore di primo tipo agendo sul livello della soglia, tenendo in debito conto il trade off, facilmente gestibile, tra diminuzione dell'errore di primo tipo e aumento di quello di seconda specie. Nel contesto oggetto di interesse, il management

bancario potrà infatti definire, partendo da una soglia oggettiva Z_0 , di quanto ridurre il valore tenendo conto del livello di avversione al rischio, della specificità del contesto economico in cui l'azienda di credito si trova a operare, dell'intuito dei propri funzionari nonché dell'esistenza di eventuali disposizioni di natura vincolante.

L'allungamento temporale del panel di dati utiliz-

zato consentirà di procedere a una ulteriore verifica del modello e a una sua migliore calibratura out of the sample.

Sembra inoltre coerente procedere a una implementazione della procedura proposta separatamente su dati spazio-temporali distinti per settore produttivo qualora la loro qualità e disponibilità lo consenta.

APPENDICE

TABELLA A1 – LE 38 VARIABILI SELEZIONATE

Sigla	Descrizione	Struttura	Note
Indici di struttura finanziaria e di solidità patrimoniale			
1	qi	Rapporto di indebitamento (leverage)	K / N
2	lv	Rapporto di indebitamento (leverage)	$(N + P) / N$
3	af1	Autonomia finanziaria	$N / (P + p)$
4	af2	Autonomia finanziaria	$(P + p) / K$
5	df1	Incidenza del debito finanziario	$(I - B - b) / K$
6	df2	Incidenza del debito finanziario	$B / (B + b)$
7	df3	Incidenza del debito finanziario	$(B + b) / (P + p)$
8	ifb1	Intensità del debito finanziario	$(I - B - b) / V$
9	ifb2	Intensità del debito finanziario	b / VA
10	pc1	Intensità del debito operativo	p / mol
11	pc2	Intensità del debito operativo	p / VA
12	pc3	Incidenza delle passività commerciali	pc / p
13	sp1	Indice di solidità patrimoniale	n / N
14	sp2	Indice di solidità patrimoniale	Ris / K
15	cf1	Cash flow	$(Rn + Am + Acc) / (P + p)$
16	cf2	Cash flow	$(Rn + Am + Acc) / K$
17	lci	Liquidità del capitale investito	$(I + L) / K$
18	qs	Elasticità degli investimenti	C / F
19	ef	Elasticità delle fonti	p / K
Indici di liquidità			
20	QR	Liquidità primaria (quick ratio)	$(I + L) / p$
21	CR	Disponibilità (current ratio)	C / p
22	CCNr	Capitale circolante netto	$(C - p) / K$
23	RGM	Rotazione del magazzino	M / V
24	DDC	Dilazione dei crediti commerciali	$(L / V) * 360$
25	DDD	Dilazione dei debiti commerciali	$(pc / Cs) * 360$
26	MS1	Margine di struttura	$N - F$
27	MS2	Margine di struttura	$N + P - F$
Indici di produttività			
28	iva	Intensità del valore aggiunto	VA / Dip
29	AT	Rotazione del capitale (assets turnover)	V / K
30	CT	Rotazione capitale circolante (current turnover)	V / C
Indici di profittabilità e di redditività			
31	ROS	Rendimento delle vendite (return on sales)	Ro / V
32	ROI	Redditività del capitale investito (return on investment)	Ro / K
33	rpc	Redditività del capitale investito	VA / K
34	ROE	Redditività del capitale proprio (return on equity)	Rn / N
Indici di incidenza delle gestioni finanziaria e straordinaria			
35	igf1	Incidenza della gestione finanziaria	Rgf / VA
36	igf2	Incidenza della gestione finanziaria	Rgf / mol
37	rgs	Incidenza della gestione straordinaria	Rgs / K
38	igs	Incidenza della gestione straordinaria	$IRgs / Rol$

Dove:

F = Capitale fisso (Immobilizzazioni)
 M = Magazzino (Rimanenze)
 L = Liquidità differite
 I = Liquidità immediate
 C = Attività correnti
 K = Capitale investito (Attivo netto)
 n = Capitale sociale
 N = Patrimonio netto
 Ris = Utili non distribuiti (Riserve)
 B = Debiti finanziari a medio-lungo termine
 b = Debiti finanziari a breve termine
 P = Passività consolidate
 p = Passività correnti
 pc = Debiti commerciali a breve termine

R = Ricavi netti di vendita
 V = Valore della produzione
 Cs = Costo del venduto
 VA = Valore aggiunto
 mol = Margine operativo lordo
 Am = Ammortamenti
 Acc = Accantonamenti
 Ro = Reddito operativo
 Rgf = Risultato della gestione finanziaria
 (Oneri finanziari – Proventi finanziari)
 Rgs = Risultato della gestione straordinaria
 (Proventi straordinari – Oneri straordinari)
 Rn = Risultato netto d'esercizio
 Dip = Numero medio addetti

TABELLA A2 – LA NORMALIZZAZIONE DELLE VARIABILI

	Indice	Struttura dopo la normalizzazione	Condizioni poste nella normalizzazione per risolvere i casi particolari
1	qi	N / K	
2	lv	$N / (N + P)$	se $[(N < 0 \wedge N > P) \vee (N/(N+P) < -1)] \rightarrow lv = -1$
3	af1	$(N - P - p) / K$	se $[(N-P-p) / K < -1] \rightarrow af1 = -1$
4	af2	$(P + p) / K$	se $[(P+p) > K] \rightarrow af2 = 1$
5	df1	$(I - B - b) / K$	
6	df2	$B / (B + b)$	se $[(B+b) = 0] \rightarrow df2 = 0$
7	df3	$(B + b) / (P + p)$	
8	ifb1	$(I - B - b) / V$	se $[(I-B-b)/V > 1] \rightarrow ifb2 = 1$ se $[(I-B-b)/V < -1] \rightarrow ifb2 = -1$
9	ifb2	$b/ VA $	se $[b/ VA > 1] \rightarrow ifb3 = 1$
10	pc1	$Imoll/p$	se $[Imoll/p > 1 \vee p=0] \rightarrow pc1 = 1$
11	pc2	$ VA /p$	se $[VA /p > 1 \vee p=0] \rightarrow pc2 = 1$
12	pc3	pc / p	
13	sp1	$(N - n) / N$	se $[N < 0 \vee (N-n)/N < -1] \rightarrow sp1 = -1$
14	sp2	Ris / K	
15	cf1	$(Rn + Am + Acc) / (P + p)$	se $[(Rn+Am+Acc)/(P+p) > 1] \rightarrow cf1 = 1$
16	cf2	$(Rn + Am + Acc) / K$	
17	lci	$(I + L) / K$	
18	qs	F / C	se $[F > C] \rightarrow qs = 1$
19	ef	p / K	se $[p/K > 1] \rightarrow ef = 1$
20	QR	$(I + L) / p$	se $[(I + L) > p] \rightarrow QR = 1$
21	CR	p / C	se $[p > C] \rightarrow CR = 1$
22	CCNr	$(C - p) / K$	
23	RGM	M / V	se $[M/V > 1] \rightarrow RGM1 = 1$
24	DDC	L / V	se $[L/V > 1] \rightarrow DDC = 1$
25	DDD	pc / Cs	se $[pc/Cs > 1] \rightarrow DDD = 1$
26	MS1	$(N - F) / K$	se $[(N-F)/K < -1] \rightarrow MS1 = -1$
27	MS2	$(N + P - F) / K$	
28	iva	Dip / VA	se $[(VA < 0) \vee (VA > 0 \wedge Dip > VA)] \rightarrow iva = 1$
29	AT	K / V	se $[K > V] \rightarrow AT = 1$
30	CT	C / V	se $[C > V] \rightarrow CT = 1$
31	ROS	Ro / V	se $[Ro/V < -1] \rightarrow ROS = -1$
32	ROI	Ro / K	
33	rpc	VA / K	
34	ROE	Rn / N	se $[Rn/N > 1] \rightarrow ROE = 1$ se $[Rn/N < -1] \rightarrow ROE = -1$
35	igf1	Rgf / VA	se $[Rgf < 0] \rightarrow igf2 = 0$
36	igf2	Rgf / mol	se $\{Rgf > 0 \wedge [VA < 0 \vee (VA > 0 \wedge Rgf > VA)]\} \rightarrow igf2 = 1$ se $[Rgf < 0] \rightarrow igf3 = 0$ se $\{Rgf > 0 \wedge [mol < 0 \vee (mol > 0 \wedge Rgf > mol)]\} \rightarrow igf3 = 1$
37	rgs	Rgs / K	
38	igs	$ Rgs / Rol$	se $[Rgs/Rol > 1] \rightarrow igs = 1$

TABELLA A3 – VARIABILI SELEZIONATE PER IL “CAMPIONE 78-22” (20) E PER LA STIMA PANEL (19)

“campione 78-22”	stima panel
qi	lv
lv	af1
	df2
ifb1	ifb1
ifb2	ifb2
pc1	
pc2	pc2
pc3	
sp1	sp1
	cf1
lci	lci
qs	qs
ef	
QR	
CR	CR
	CCNr
DDC	
MS2	MS2
AT	
CT	CT
ROI	ROI
ROE	ROE
	igf1
igf2	
	rgs
	igs

BIBLIOGRAFIA

- ALTMAN E.I. (1968), “Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy”, in *Journal of Finance*, vol. 23, n. 4, pp. 589-611.
- (1973), “Predicting Railroad Bankruptcies in America”, in *Bell Journal of Economics and Management Science*, primavera.
- (1989), “Measuring Corporate Bond Mortality and Performance”, in *Journal of Finance*, vol. 44, n. 4, pp. 909-922.
- (1993), *Corporate Financial Distress and Bankruptcy*, 2nd Ed., Wiley, New York.
- (2000), *Predicting Financial Distress of Companies: Revisiting the Z-Score and Zeta Models*, n. 7.
- ALTMAN E.I., CAOUILLE J.B., NARAYANAN P. (1998), “Managing Credit Risk. The Next Great Financial Challenge”, in *Wiley Frontiers in Finance*.
- ALTMAN E.I., HALDEMAN R.G., NARAYANAN P. (1977), “Zeta Analysis: A New Model to Identify Bankruptcy Risk of Corporations”, in *Journal of Banking and Finance*, vol. 1, pp. 29-54.
- ALTMAN E.I., MARCO G., VARETTO F. (1994), “Corporate Distress Diagnosis: Comparisons Using Linear Discriminant Analysis and Neural Networks”, in *Journal of Banking and Finance*, vol. 18, n. 3, pp. 505-529.
- ALTMAN E.I., SABATO G. (2005), “Effects of the New Basel Capital Accord on Bank Capital Requirements for SMES”, in *Journal of Financial Services Research*, vol. 28, pp. 15-42.
- (2006), *Modelling Credit Risk for SMES: evidence from the Us Market*, Mimeo.
- ALTMAN E.I., SAUNDERS A. (1998), “Credit Risk Measurement: Developments Over the Last 20 Years”, in *Journal of Banking and Finance*, n. 21, pp. 1721-1742.
- (1999), “Misure del rischio di credito: gli sviluppi nell’ultimo ventennio”, in SZEGO S., VARETTO F. (a cura di), *Il Rischio Creditizio. Misura e Controllo*, Utet, Torino, pp. 100-122.
- AZIZ J., CHARUPAT N. (1998), “Calculating Credit Exposure and Credit Loss: A Case Study”, in *Algo Research Quarterly*, vol. 1, n. 1, pp. 31-46.
- BAETGE J., UTHOFF C. (1998), “Development of a Credit-Studying-Indicator for Companies Based on Financial Statements and Business Information with Back propagation-Network”, in BOL G., NAKHAEIZADEN G., VOLLMER K. (a cura di), *Risk Measurement, Econometrics and Neural Network*, Springer, Heidelberg.
- BALTAGI B.H. (2005), *Econometric Analysis of Panel Data*, third Edition, John Wiley & Sons, Chichester, Uk.
- BANCA D’ITALIA (2011), *Relazione annuale sul 2010*, Roma.
- BANK FOR INTERNATIONAL SETTLEMENTS (2001a), *The New Basel Capital Accord*, Basel Committee on Banking Supervision, gennaio.
- (2001b), *The Internal Ratings: Based Approach*, Basel Committee on Banking Supervision, gennaio.
- (2006), *Basel II: International Convergence of Capi-*

- tal Measurement and Capital Standards: A Revised Framework*, Basel Committee on Banking Supervision, gennaio.
- BARDOS M., ZHU W.H. (1998), *Bio-Mimetic Approach in Management Science*, chapter Comparison of Linear Discriminant Analysis and Neural Networks, Application for the Detection of Company Failures, Kluwer Academic Publishes, pp. 77-100.
- BARONE R., QUARANTA A.G. (2008), "Basilea 2: rating interno, probabilità di default e componente qualitativa del rischio", *XIII Rapporto sul Sistema Finanziario Italiano – Banche Italiane e Governo dei Rischi: imprese, famiglie, regole*, Edibank, Milano.
- (2009) "Modelli di rating interno e propensione al rischio del Management", in *Banche e Banchieri*, n. 6.
- BEAVER W. (1967), "Financial Ratios as Predictors of Failures", in *Journal of Accounting Research*, 4 (suppl.), pp. 71-111.
- CARRARA D., CAVALLI E. (1996), "Bankruptcy Prediction", in BERTOCCHI E., CAVALLI E., KOMLOSI S. (a cura di), *Modelling Techniques for Financial Markets and Bank Management*, Springer, Heidelberg.
- CROUHY M., GALAI D., MARK R. (2001), *Risk Management*, McGraw Hill, New York.
- DEAKIN E.B. (1972), "A Discriminant Analysis of Predictors of Business Failure", in *Journal of Accounting Research*, 10 (1), pp. 169-179.
- DI CLEMENTE A. (2001), "Un modello avanzato per la stima del rischio di credito", in *Saggi e ricerche*, n. 22, Dipartimento di Teoria economica e metodi quantitativi per le scelte politiche, Università degli Studi di Roma "La Sapienza".
- EISENBEIS R. (1997), "Pitfalls in the Application of Discriminant Analysis in Business, Finance and Economics", in *Journal of Finance*, giugno.
- EUROSTAT (2009), *European Business. Facts and Figures*, Eurostat – European Commission, Strasbourg.
- GAMBEL E.L. (2006), *Basilea 2: da problema ad opportunità aziendale*, Franco Angeli Editore, Milano.
- GILBERT L., MENON K., SCHWARTZ K. (1990), "Predicting Bankruptcy for Firm in Financial Distress", in *Journal of Business Finance and Accounting*, primavera.
- GORDY M.B. (2000), "A Comparative Anatomy of Credit Risk Models", in *Journal of Banking and Finance*, 24, 1/2, pp. 119-149.
- (2003), "A Risk-factor Model Foundation for Ratings-Based Bank Capital Ratios", in *Journal of Financial Intermediation*, 12, pp. 199-232.
- HULL J.C. (2008), *Risk Management e Istituzioni Finanziarie*, edizione a cura di Emilio Barone, Pearson-Prentice Hall, Torino.
- ISCOE, KREININ A., ROSEN D. (1999), "An Integrated Market and Credit Risk Portfolio Model", in *Algo Research Quarterly*, vol. 2, n. 3, settembre.
- JOHNSON T., MELICHER R. (1994), "Predicting Corporate Bankruptcy and Financial Distress", in *Journal of Economics and Business*, ottobre.
- KEALHOFFER S. (2003a), "Quantifying Default Risk I: Default Prediction", in *Financial Analysts Journal*, 59, 1, pp. 30-44.
- (2003b), "Quantifying Default Risk II: Debt Valuation", in *Financial Analysts Journal*, 59, 3, pp. 78-92.
- LAITINEN E. (1993), "The Use of Information Contained in Annual Reports and Prediction of Small Business Failure", in *International Review of Financial Analysis*, 3.
- LAVIOLA S., TRAPANESE M. (1997), "Previsioni delle insolvenze delle imprese e qualità del credito bancario", in *Temi di Discussione*, n. 318, Banca d'Italia.
- LOPEZ J. (2004), "The Empirical Relationship between Average Asset Correlation, Firm Probability of Default and Asset Size", in *Journal of Financial Intermediation*, 13, pp. 265-283.
- MADDALA G. (1983), *Limited – Dependent and Qualitative Variables in Econometrics*, Cambridge University Press, Cambridge.
- (1992), *Introduction to Econometrics*, MacMillan, New York.
- MARCONI M. (2001), "Economia e finanza delle imprese marchigiane", in *Sviluppo e internazionalizzazione dell'industria marchigiana*, il lavoro editoriale, Ancona, pp. 43-58.
- MARCONI M., TARTUFOLE S. (2002), "Economia e finanza delle imprese marchigiane nel 2000", in *Sviluppo e finanza nell'economia marchigiana*, il lavoro editoriale, Ancona, pp. 17-31.
- (2005), "L'industria marchigiana fra concentrazione e finanziarizzazione", in *Prisma*, n. 30, pp. 101-108.
- MARULLO REEDTZ P. (1996), "La rilevazione precoce delle sofferenze", Workshop *Le prospettive dell'attività bancaria*, Perugia, marzo.
- MEDIOBANCA, UNIONCAMERE (2010), *Le medie imprese industriali italiane (1998-2007)*, Milano.
- MERTON R.C. (1974), "On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates", in *Journal of Finance*, 29, pp. 449-470.
- METELLI F. (2005), *Basilea 2. Che cosa cambia*, Edizioni il Sole 24 ore, Milano.
- MOSSMAN C., BELL G., SWARTZ L., TURTLE H. (1998), "An Empirical Comparison of Bankruptcy Model", in *The Financial Review*, maggio.
- PEEL M., PELL D. (1987), "Some Further Empirical Evidence on Predicting Private Company Failure", in *Accounting and Business Research*, winter.
- PIRAMUTHU S. (1999), "Financial Credit-Risk Evaluation with Neural and Neurofuzzy System", in *European Journal of Operational Research*, gennaio.
- QUARANTA A.G. (2008), "Attribuzione dello scoring aziendale nel contesto Basilea 2", in *Banche e Banchieri*, n. 2, pp. 125-137.
- ROMANO C. (2001), "Il calcolo delle ponderazioni del rischio secondo l'approccio basato sui ratings interni

- (IRB)", in *Saggi e ricerche*, n. 22, Dipartimento di Teoria economica e metodi quantitativi per le scelte politiche, Università degli Studi di Roma "La Sapienza".
- SADOCCHI S. (1993), *Manuale di analisi statistica multivariata*, Franco Angeli Editore, Milano.
- STOCK J.H., WATSON M.W. (2008), *Introduzione all'econometria*, Pearson-Prentice Hall.
- SZEGO G. (1999), "Il Controllo del Rischio di Credito", in SZEGO S., VARETTO F. (a cura di), *Il Rischio Creditizio. Misura e Controllo*, Utet, Torino, pp. 1-29.
- TENNYSON M., INGRAM R., DUGAN M. (1990), "Assessing the Information Content of Narrative Disclosures in Explaining Bankruptcy", in *Journal of Business Finance & Accounting*, estate.
- TEODORI C. (2008), *L'analisi di bilancio*, 2ª ed., Giappichelli editore, Torino.
- VARETTO F. (1999), "Metodi di previsione delle insolvenze: un'analisi comparata", in SZEGO S., VARETTO F. (a cura di), *Il Rischio Creditizio. Misura e Controllo*, Utet, Torino, pp. 178-301.
-