

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

**Приладобудівний факультет**

**Кафедра комп'ютерно інтегрованих оптичних та навігаційних систем**

До захисту допущено:

Завідувач кафедри

Н. І. Бурау

«\_\_\_»\_\_\_\_\_2022 р.

**Магістерська дисертація**

**на здобуття ступеня магістра**

**зі спеціальності 151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології**

**на тему: «Використання вейвлет-перетворень для покращення та відновлення зображень»**

Виконав:

студент II курсу, групи ПО-11мп

Савченко Сергій Дмитрович

\_\_\_\_\_ (підпис)

Керівник:

д. т. н., доцент,

Тягур Володимир Михайлович

\_\_\_\_\_ (підпис)

Консультант з розроблення стартап-проєкту:

Завідувач кафедри економічної кібернетики,

д.е.н, професор Бояринова Катерина Олександрівна

\_\_\_\_\_ (підпис)

Рецензент Терещенко Микола Федорович

(посада, науковий ступінь, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

\_\_\_\_\_ (підпис)

Засвідчую, що у цій магістерській дисертації  
немає запозичень з праць інших авторів без  
відповідних посилань.

Студент \_\_\_\_\_

(підпис)

Київ – 2022 року

**Національний технічний університет України**  
**«Київський політехнічний інститут**  
**імені Ігоря Сікорського»**

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Спеціальність – 151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

Освітньо-професійна програма - Комп'ютерно-інтегровані системи та технології  
в приладобудуванні

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_ Надія БУРАУ

«\_\_\_» \_\_\_\_\_

2022 р.

**ЗАВДАННЯ**

**на магістерську дисертацію студента**

Савченко Сергія Дмитровича

1. Тема дисертації « Використання вейвлет-перетворень для покращення та відновлення зображень», науковий керівник дисертації Тягур Володимир Михайлович затверджені наказом по університету від «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2022 р. № \_\_\_\_\_
2. Термін подання студентом дисертації «\_\_\_» грудня 2022 р.
3. Об'єкт дослідження. Процес покращення та відновлення зображення з використанням вейвлетів.

4. Предмет дослідження. Алгоритм покращення та відновлення зображення з використанням вейвлетів.
5. Перелік завдань, які потрібно розробити:
  - 5.1. Дослідження актуальних методів обробки оптичної інформації, та їх порівняння.
  - 5.2. Дослідити математичний алгоритм, що описує процес обробки оптичної інформації використовуючи вейвлет-перетворення.
  - 5.3. Розробити методіку покращення та відновлення зображення за допомогою ВП.
  - 5.4. Створити стартап-проект формування алгоритму покращення оптичної інформації з використанням вейвлетів.
6. Орієнтовний перелік ілюстративного матеріалу - 30.
7. Орієнтовний перелік публікацій: 1 матеріали науково-технічних конференцій у наукових збірниках.
8. Консультанти розділів дисертації

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Стартап проект			

9. Дата видачі завдання

### Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
1	Огляд існуючих алгоритмів покращення зображень. Визначення недоліків цих алгоритмів.	05.11.2022р	05.11.2022р
2	Обґрунтування запропонованого алгоритму покращення медів інформації.	08.11.2022р	08.11.2022р
3	Дослідження перетворень Фур'є та вейвлет-перетворень. Вибір типу перетворень.	16.11.2022р	16.11.2022р
4	Створення методу покращення зображень на основі MSR.	22.11.2022р	22.11.2022р
5	Створення методу зменшення блокінг ефекту.	26.11.2022р	26.11.2022р
6	Підготовка до захисту магістерської дисертації	10.12.2022р	10.12.2022р
7			
8			

Студент - Савченко С. Д.

\_\_\_\_\_

(підпис)

Науковий керівник дисертації - Тягур В. М.

\_\_\_\_\_

(підпис)

## РЕФЕРАТ

Савченко С. Д. Використання вейвлет-перетворень для покращення та відновлення зображень. – Наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня магістра за спеціальністю – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології. Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського", Київ, 2022.

Дисертаційна робота присвячена розробці методів покращення зображень за допомогою вейвлет-перетворень.

З кінця минулого століття для частотно-часової обробки нестационарних сигналів почали використовувати вейвлет-перетворення, далі (ВП). Раніше для обробки і дослідження різних сигналів натурального та рукотворного походження у сучасній сфері інженерії використовують деякі класи перетворень, наприклад: Фур'є, Лапласа тощо. Запроваджено використання у цьому напрямку Морле та Гроссманом, які проводили оцінку сейсмічних показників, а також когерентних квантових станів. З точки зору математики парадигми ВП було створено Мейєром, який описав і довів існування вейвлет функцій, що створюють ортогональний базис в просторі  $L^2(\mathbb{R})$ . Цей простір є простором дійсних функцій, а їх квадрат інтегрований. Пізніше було визначено перехід до дискретного варіанту ВП та розроблено новий клас вейвлетів, що наділені максимальною гладкістю при цьому маючи фіксовану довжину свого носія. Сучасна сфера використання ВП – зближення сигналів та функцій, їх подальше фільтрування та стиснення, знайдення в досліджуваному сигналі особливих параметрів тощо.

Магістерська дисертація складається з чотирьох розділів.

Розділ перший містить аналіз вейвлет та Фур'є перетворень, їх порівняння, сильні та слабкі сторони, а також особливі моменти кожного. У кінці є деякі приклади описуваних перетворень.

Другий розділ складається з опису всіх існуючих вейвлетів, їх класифікації, а також розгляду кожного незалежно від інших. Також розібрано характеристики кожного з вейвлетів та приведено алгоритми їх обчислення.

Третій розділ описує розроблення методів покращення зображень за допомогою ВП, а саме: Зменшення блокінг-ефекту, більш рівномірне розподілення яскравості, вирівнювання контрастності, видалення локальної неоднорідності освітленості об'єктів.

Четвертий розділ містить створення стартап-проекту «Алгоритми покращення якості зображень за допомогою вейвлет-перетворень», а також аналіз потенціалу розробки утриматися на ринку за допомогою маркетингологічного аналізу.

Ключові слова: вейвлет-перетворення, перетворення Фур'є, алгоритм покращення зображення, блокінг-ефект, Multi-Scale Retinex, алгоритм обробки оптичної інформації.

## **ABSTRACT**

Savchenko S. D. Use of wavelet transforms to improve and restore images. - Scientific work on manuscript rights.

Dissertation for obtaining a master's degree in the specialty - Automation and computer-integrated technologies. National Technical University of Ukraine "Ihor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, 2022.

The dissertation is devoted to the development of image enhancement methods using wavelet transforms.

Since the end of the last century, wavelet transforms, hereinafter (VP), have been used for time-frequency processing of non-stationary signals. Previously, some classes of transformations, for example: Fourier, Laplace, etc., were used for processing and researching various signals of natural and man-made origin in the modern field of engineering. The use in this direction was introduced by Morle and Grossman, who evaluated seismic indicators, as well as coherent quantum states. From the point of view of mathematics, the VP paradigm was created by Meyer, who described and proved the existence of wavelet functions that create an orthogonal basis in the  $L_2(\mathbb{R})$  space. This space is the space of real functions, and their square is integrated. Later, the transition to a discrete variant of VP was determined and a new class of wavelets was developed, endowed with maximum smoothness while having a fixed length of its carrier. The modern field of use of VP is convergence of signals and functions, their further filtering and compression, finding special parameters in the investigated signal, etc.

The master's thesis consists of four sections.

Section one provides an analysis of wavelet and Fourier transforms, their comparisons, strengths and weaknesses, and special points of each. At the end there are some examples of described transformations.

The second section consists of a description of all existing wavelets, their classification, as well as consideration of each one independently of the others. The characteristics of each of the wavelets are also analyzed and the algorithms for their calculation are presented.

The third section describes the development of image enhancement methods using VR, namely: Reduction of the blocking effect, more uniform distribution of brightness, equalization of contrast, removal of local inhomogeneity of object illumination.

The fourth section contains the development of a start-up project "Algorithms for improving the quality of images using wavelet transforms", as well as an analysis of the development's potential to stay on the market with the help of marketing analysis.

Keywords: wavelet transform, Fourier transform, image enhancement algorithm, blocking effect, Multi-Scale Retinex, optical information processing algorithm.



## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, ОДИНИЦЬ ВИМІРУ, СИМВОЛІВ І ТЕРМІНІВ .....	11
ВСТУП.....	12
1 ОГЛЯД ІСНУЮЧИХ ДАНИХ ТА ДОСЛІДЖЕНЬ.....	14
1.1 Загальні відомості .....	14
1.2 Фільтрація шуму .....	19
1.2.1 Фільтрація шуму в одномірному середовищі .....	19
1.2.2 Фільтрація шуму в двовимірному середовищі.....	22
1.3 Блокінг ефект .....	24
1.4 SSR і MSR .....	27
1.5 Застосунки.....	30
1.6 Базові вейвлети .....	30
ВИСНОВОК ДО РОЗДІЛУ .....	32
2 ФУР'Є ТА ВЕЙВЛЕТ ПЕРЕТВОРЕННЯ.....	33
2.1 Перетворення Фур'є, переваги та недоліки.....	33
2.2 Віконне перетворення Фур'є .....	41
2.3 Зворотне вейвлет-перетворення.....	43
2.4 Безперервне та дискретне вейвлет-перетворення .....	45
2.5 Базові характеристики вейвлетів .....	62
2.5.1 Скалограма.....	62

2.5.2	Спектральні характеристики .....	64
2.5.3	Частотно-часова локалізація .....	65
	ВИСНОВОК ДО РОЗДІЛУ .....	67
3	СТВОРЕННЯ МЕТОДУ ПОКРАЩЕННЯ ЗОБРАЖЕННЯ НА ОСНОВІ ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ ТА MULTI-SCALE RETINEX.....	68
3.1	Метод зменшення блокінг-ефекту .....	68
3.2	Результати методу зменшення блокінг-ефекту .....	72
3.3	Метод зменшення високої локальної контрастності та покращення якості освітлення.....	73
3.4	Результати методу з розділу 3.3 .....	76
	ВИСНОВОК ДО РОЗДІЛУ .....	78
4	РОЗРОБКА СТАРТАП ПРОЕКТУ «Метод покращення та відновлення зображення на основі вейвлетів» .....	79
4.1	Ідея проекту.....	79
4.2	Аналітика ринкового потенціалу стартап проекту .....	82
4.3	Розробка стратегії виходу на ринок .....	92
4.4	Розроблення маркетингової компанії стартап-проекту .....	96
	ВИСНОВОК ДО РОЗДІЛУ .....	102
	ВИСНОВКИ .....	104
	СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ .....	105

**ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, ОДИНИЦЬ ВИМІРУ,  
СИМВОЛІВ І ТЕРМІНІВ**

ВП – вейвлет-перетворення;

ПФ – перетворення Фур'є;

ДВП – дискретне вейвлет перетворення;

БВП – безперервне вейвлет перетворення;

MSR – Multi-Scale Retinex

SSR – Single-Scale Retinex

PSNR – пікове співвідношення сигнал / шум

БДКП – блочне дискретне косинусне перетворення

## ВСТУП

Вейвлет-перетворення у сучасному світі активно використовуються у напрямку обробки сигналів та інформації. Особливістю їх використання є можливість отримати у результаті дослідження не тільки перелік частот, а також локальні координати, притаманні цим частотам. З цього випливає, що найбільш поширене використання вейвлет-перетворень у сфері аналізу та оброблення неоднорідних та нестационарних сигналів. Проте, вейвлети використовуються не лише при аналізі сигналів та їх характеристик, що отримані чисельним, спостережним чи експериментальним шляхом. Також вони використовуються для безпосередньо чисельного моделювання, адже добре пристосовані до описання нелінійних процесів, які проявляють взаємодію у широких діапазонах, як у просторових, так і у часових частотах.

Аналіз Фур'є не дає достатньої інформації стосовно локалізації сингулярності сигналу, а також вікно, що необхідно вводити у часовій області, а отже існує потреба пошуку нових методів обробки сигналів, що забезпечили би більш детальні результати. Вейвлети виступають гарною альтернативою, що допомагають обробити подібні дані, оскільки їх власний базис добре локалізован, а також вони мають власне гнучке частотно-часове вікно. Вейвлет-функції виявляються чудовим методом, що дозволяє обчислювати нестационарні сигнали, навіть в умовах знаходження в них шумового фону.

Мета дослідження полягає у визначенні потенціалу застосування вейвлет-перетворень у алгоритмі відновлення та покращення оптичної інформації (зменшення блокінг-ефекту, знизити кількість артефактів пов'язаних з високою контрастністю, покращити рівномірність розподілення яскравості) за допомогою MSR.

Значна частина завдань обробки інформації та аналізу даних пов'язана з зображення. Прикладами можуть бути обробка та аналіз даних дистанційного зондування Землі з супутників, об'ємні зображення об'єктів, отримані за допомогою голографічних приладів, результати використання методів неруйнівних досліджень та контролю у промисловості, розробка “органів зору” роботів та сучасних медичних систем діагностики (рентгенографія, машинна томографія, ендоскопія і т. д.). Для успішного вирішення завдань пошуку та ідентифікації об'єктів, визначення різного роду їх кількісних характеристик необхідно, щоб первинні зображення характеризувались високою візуальною якістю, що падає через незадовільні умови отримання зображень, недосконалість систем передачі відеоінформації та її відображення, вплив перешкод тощо. Тому актуальною є завдання перетворень зображень з метою покращення їхньої візуальної якості та підвищення інформативності.

Отримані знімки в залежності від часу дня та погодних умов можуть мати нерівномірний розподіл яскравості та низьку контрастність, що підвищує складність аналізу як людиною, так і комп'ютерною системою. Для усунення локальної неоднорідності освітленості об'єктів, що спостерігається сцени застосовуються методи на основі технології Retinex.

# 1 ОГЛЯД ІСНУЮЧИХ ДАНИХ ТА ДОСЛІДЖЕНЬ

## 1.1 Загальні відомості

Теорія вейвлетів отримала розповсюдженість після ускладнення експериментальних даних, що вже не могли бути проаналізовані методом Фур'є, який тоді був найкращим інструментом у цьому, тоді ця методика використала весь свій потенціал. Також важливий вплив зробив прогрес у обчислювальній техніці, що дозволяла розв'язувати все складніші задачі і обробляти більші об'єми даних.

Першим науковцем, який запропонував альтернативу став А. Хаар. На початку двадцятого століття він започаткував систему базисних функцій, якій були притаманні всі основні властивості вейвлетів, хоча тоді ні теорії вейвлетів, ні назви ще не було. Ця система функцій мала основні специфіки вейвлетів, а саме: локальна область визначення, одинична норма, ортогональність, самовподоба та нульова середність. Зараз до вейвлетів відносять не лише ці функції, крім них під цією назвою об'єднують: мультивейвлетні функції, вейвлети малваре, вейвлет-локальні тригонометричні базиси, вейвлети другого покоління. Важливим нюансом є той факт, що перетворення Фур'є не класифікують як вейвлет, оскільки цьому методу не притаманна локалізація інформації стосовно досліджуваного сигналу в просторі часу. Нова система функцій з часом була названа вейвлетами Хаара, або HAAR-вейвлети (рис. 1.1). Вони розривні, проте з них легко проводити початковий аналіз.

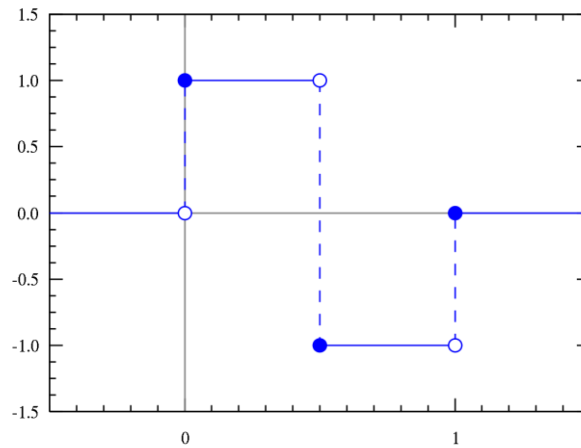


Рис. 1.1 – Вейвлет Хаара

Проте, не враховуючи вище описаний тип вейвлетів, інші неперервні, а деякі диференційовані. Ті з них, що часто використовуються в додатках чи як математичний об'єкт, мають компактні носії. В цілому вейвлети - це функції, що при розтягуванні чи зрушенні утворюють інші базисні функції у функціональних просторах.

Також стандартні вейвлети є досить компактними як у часі, так і у частоті. Вони дуже широко застосовуються у великомасштабному аналізі і обробці сигналів різного походження. Наприклад, є мета дослідити певний сигнал. Суть великомасштабного аналізу є в дослідженні сигналу під різними масштабами, починаючи з мікро приближення і закінчуючи макро віддаленням. На кожному етапі дослідження вейвлети дозволяють визначити специфіки сигналу притаманні лише для конкретного масштабу, ігноруючи завади. Цей метод може бути реалізовано багатьма варіантами, проте основною ідеєю є послідовне спрощення початкової інформації.

Також є протилежна методика, за якою спрощений сигнал починають об'єднувати з його особливостями, розбирають його на кожному масштабі і визначають його специфіку. Така методика дозволяє знаходити специфіки

кожного сигналу і визначати їх інтенсивність відносно інших. Прикладом є обробка зображень, при якій активно використовується великомасштабна multiscale edge detection.

У певних кейсах границі об'єкта, що наявний на досліджуваному зображенні, можуть дати більше інформації, ніж будь що інше, тому їх аналіз проводиться з особливою точністю. Ця методика великомасштабного дослідження знайшла використання в дуже великому спектрі задач з різних областей, таких як прикладна математика і обробка інформації.

Також ця методика дозволяє візуалізувати динаміку сигналу, відносно осі масштабу. Велику амплітуду легко виявити навіть без спеціальних приладів, а от при маленьких розмірах деякі елементи, що можуть викликати глобальні події, помітити майже неможливо.

Гарним прикладом є аналіз орбітальних фото землі, при яких виявилось, що існують декілька особливих масштабів, фрактальні параметри котрих змінюються різко, перепадом. Виходячи з цього прикладу, у будь якій сфері ці моменти є корисними, при яких зміни на малих масштабах мають наслідки у глобальному масштабі. Приклад такої ситуації приведено на рисунку 1.2.



Рис. 1.2 – Приклад великомасштабного аналізу зображення

Сама назва вейвлет бере початок у вісімдесятих роках в наукових працях А. Гроссмана за темою обробки акустичних і сейсмічних сигналів. Англійський варіант слова означає малі хвилі при бризі на морі, при перекладі з французької.



Алгебраїчні аксіоми, що відповідають методиці розкладання за базисними функціями і які запропоновані А. Хааром, зараз носять назву кратного аналізу. Протягом 1986 року С. Маллат вивели цю аксіому в явний вигляд, продовжуючи працю Хаара. Використовуючи все цю ж аксіому у 1987 році І. Добеши створив безкінечну серію базисних функцій, що назвали вейвлетами, які були наділені основними специфіками функцій Хаара, а саме - наявністю компактного носія. Нові вейвети характеризувалися як гладкі функції. Схожі варіанти функцій з'явилися в схемах фрактальної інтерполяції дискретних сигналів.

Наразі існує окремий розділ науки, що займається вейвлет-аналізом і обробкою цифрового сигналу чи зображення. Вейвети поділяються на декілька типів, відносні сфери застосування: ортогональні, півортогональні, біортогональні. Крім того, вони, в свою чергу, поділяються на симетричні, асиметричні та несиметричні. Вейвети бувають компактною області визначення та швидко затухаючі. Деякі з них мають швидку методику обчислення, аналітичне вираження.

Ще одним показником за яким вони різняться є ступінь гладкості. Симетричні і асиметричні вейвети представлені лише вейвлетами Хаара. Проте останні не мають достатньої гладкості і не можуть бути використані у багатьох додатках, таких як обробка зображень. Замість них у додатках цього типу застосовують біортогональний вейвлет.

Вейвети почали активно використовувати не лише в стандартних сферах, як обробка й аналіз фізичних даних. Вони здобули широке розповсюдження у геологічних та схожих сферах дослідницької діяльності, і при знайденні закономірностей в зображеннях. Наприклад, знайденні радужки ока, у рентгенівських знімках внутрішніх органів, фото зі супутників, фото різних природних порід чи мінералів, при обробці сигналів різного складу і

походження, результатах медичних обстежень у різних сферах медицини, в економічній сфері при оцінці станів валютного чи фондового ринку, у кейсах оброблення, стискання, збереження чи передавання масивів інформації.

Габар протягом 1956 року створив новий алгоритм оброблення цифрового сигналу, який давав можливість урахування локалізації сигналу. Даний алгоритм був створений як щось середнє між стандартним Фур'є та вейвлет аналізами. При його розробці використовувалися тригонометричні функції Фур'є, що були локалізовані використовуючи іншу рухома функцію, яка завжди рівна нулю за межами деякого інтервалу. Цей алгоритм отримав назву віконного перетворення Фур'є, або Short-Time Fourier Transform.

Також суттєвий вклад в розробку теорії вейвлетів зробили Гуппілауд та Морлі. Вони створили та описали базис безперервного вейвлет-перетворення (CWT). Також відзначилися такі науковці, як: Гройсман, Наталі Делпрат, Ньюланд, Жан Олаф-Стромберг, Інгрід Добеши.

В наші часи багато систем цифрової математичної середи мають влаштовані утиліти з вейвлетами, прикладами є: Mathcad, Mathematica, Matlab. Вейвлети, їх аналіз і перетворення застосовуються в широкому спектрі сфер науки і для вирішення різноманітних кейсів: для розпізнавання образів, чисельного моделювання динаміки складних нелінійних процесів, аналізу апаратної інформації і сигналів і зображень в медицині, астрономії, астрофізики, космічній техніці, геофізиці, геології, для ефективного стиснення сигналів і передачі інформації по каналам з обмеженою пропускнуою спроможністю і т.д. [10].

Вейвлет-аналіз серед науковців носить назву математичного мікроскопа, оскільки за його допомогою можна точно досліджувати внутрішній склад неоднорідних сигналів.

Приклад відмінностей Фур'є перетворення від вейвлет-перетворення зображено на рисунку 1.3.

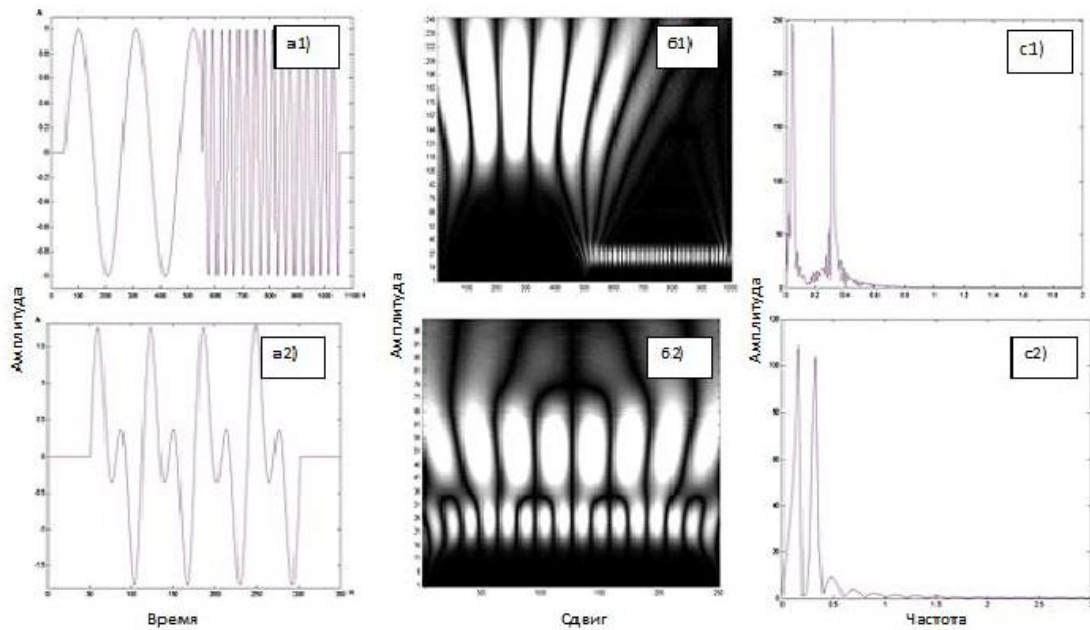


Рис 1.3 – Відмінності Фур'є перетворення від вейвлет-перетворення

## 1.2 Фільтрація шуму

### 1.2.1 Фільтрація шуму в одномірному середовищі

Існує чотири варіанти використання вейвлет-перетворень для видалення шуму з негармонійних сигналів. Наслідки вейвлет оброблення цих сигналів з досить великим показником шумів приведені на рисунках 1.4 та 1.5, де зображене якісне очищення шумів при досить малому спаплюженні вихідного сигналу.

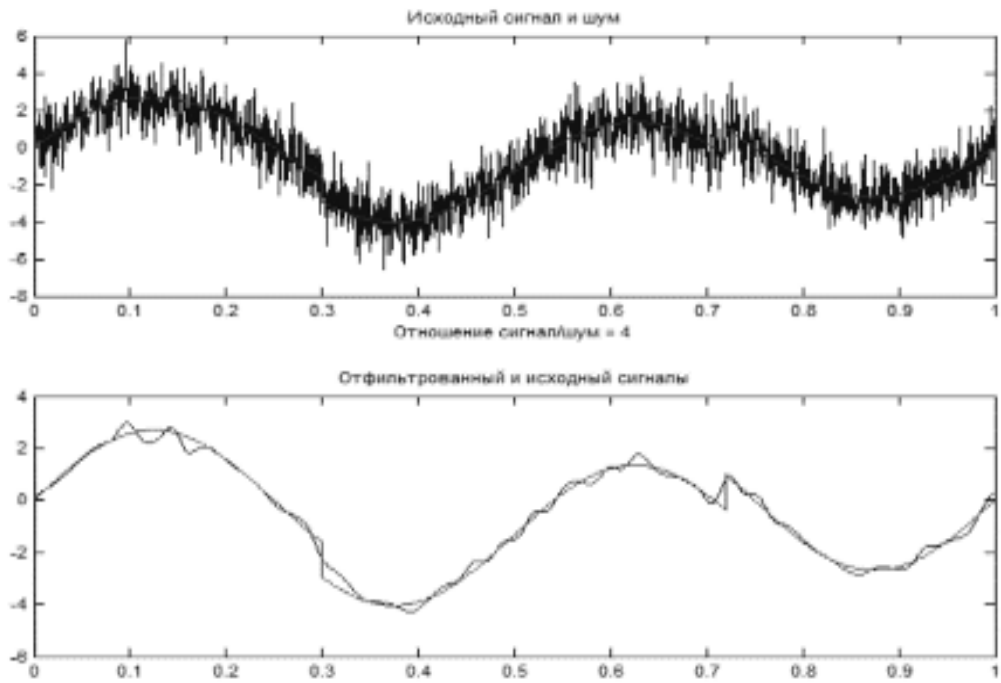


Рис 1.4 – Вейвлет перетворения: сигнал/шум = 4

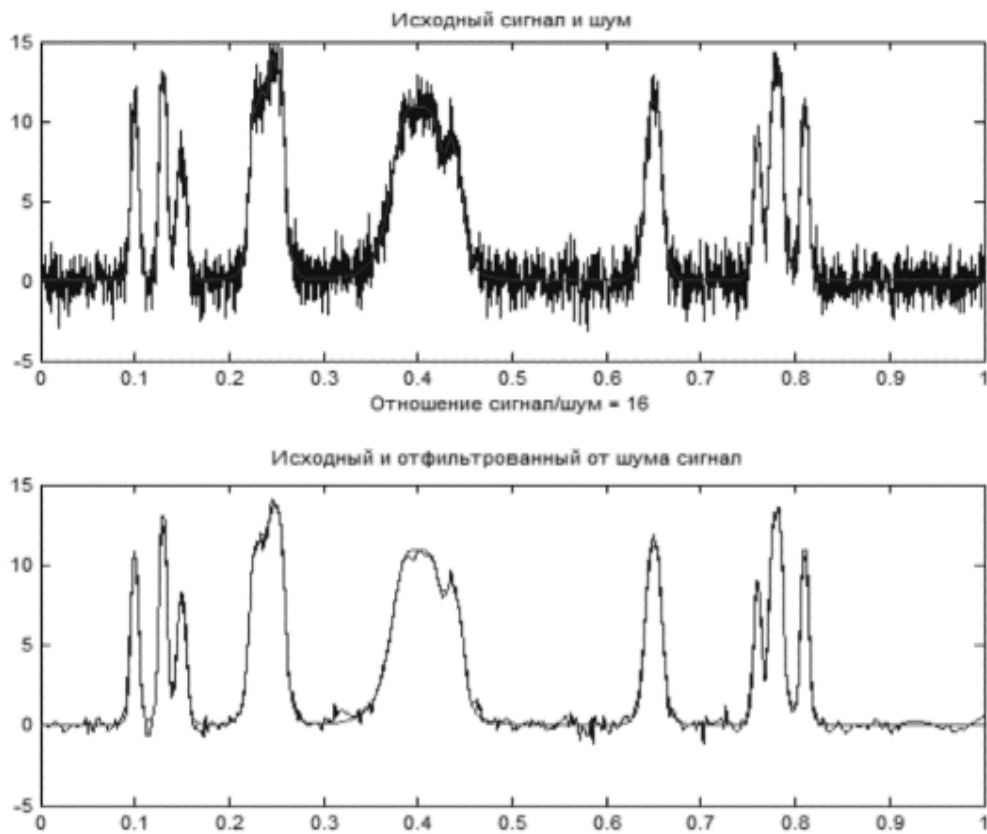


Рис 1.5 – Вейвлет перетворення: сигнал/шум = 16

На рисунку 1.6 відображена схема поетапного розбирання сигналу під час видалення шуму вейвлет-перетворенням.

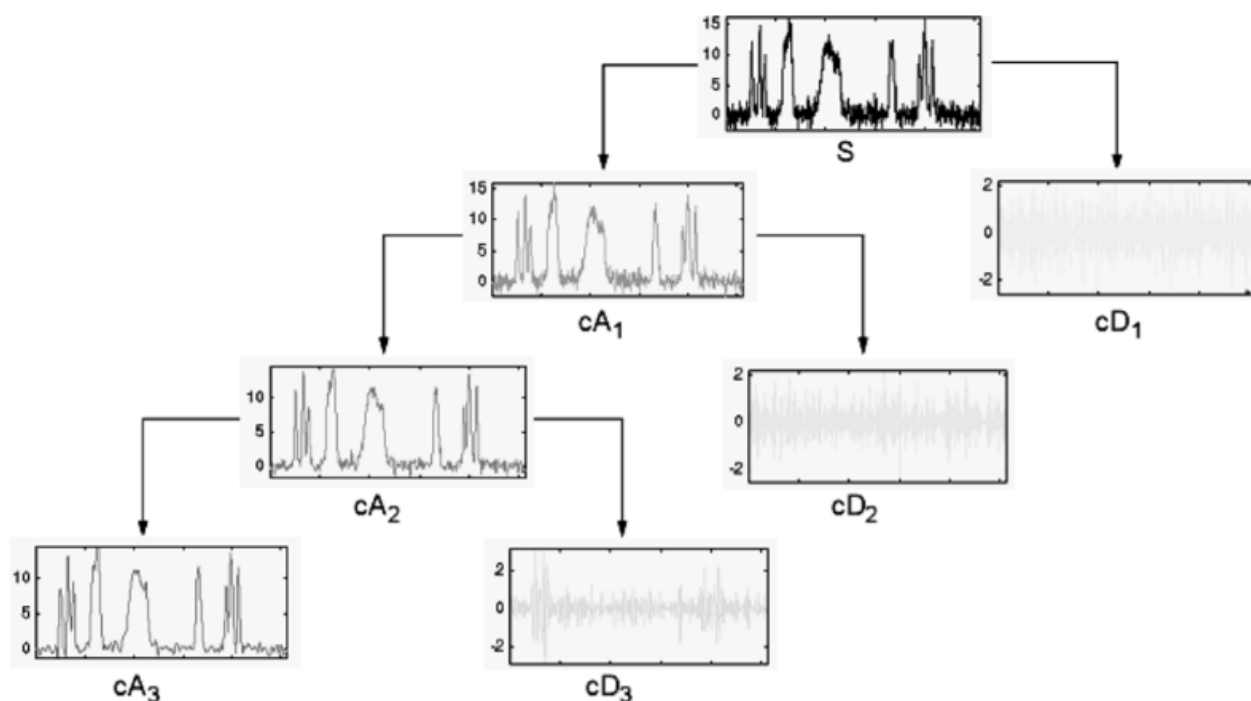


Рис 1.6 – Схема поетапного розбирання сигналу під час видалення шуму вейвлет-перетворенням

Максимальний рівень паплюження спостерігається у сигналі після його обробки. Тестовий сигнал – це сигнал, що є аналогом ефекту Гіббса, що проявляється аналогічно Фур'є аналізу.

На рис 1.5 спостерігаються кращі результати. При відношенні сигналу до шуму у розмірі 16 в ролі пробного сигналу використано сигнал, що

модульований по амплітуді (в рази змінена амплітуда на обстежуваній ділянці) і частоті (зміна характеризується кількома порядками).

Оскільки у пробному сигналі наявні стрибки і перемінна частота сигналу, то виходить, що цьому сигналу притаманний безперервний частотний спектр, а отже отримати задовільний результат фільтрації методом перетворення Фур'є досить складно.

### **1.2.2 Фільтрація шуму в двовимірному середовищі**

Приведемо приклад фільтрації шуму в двовимірному середовищі, що характеризує собою плоске зображення на рисунку 1.7. Якщо говорити про зображення, то вейвлет перетворення останніх має особливість концентрації енергії, що, іншими словами, дає можливість розмістити корисну інформацію стосовно зображення у маленькому значенні числа вейвлет-коефіцієнту.

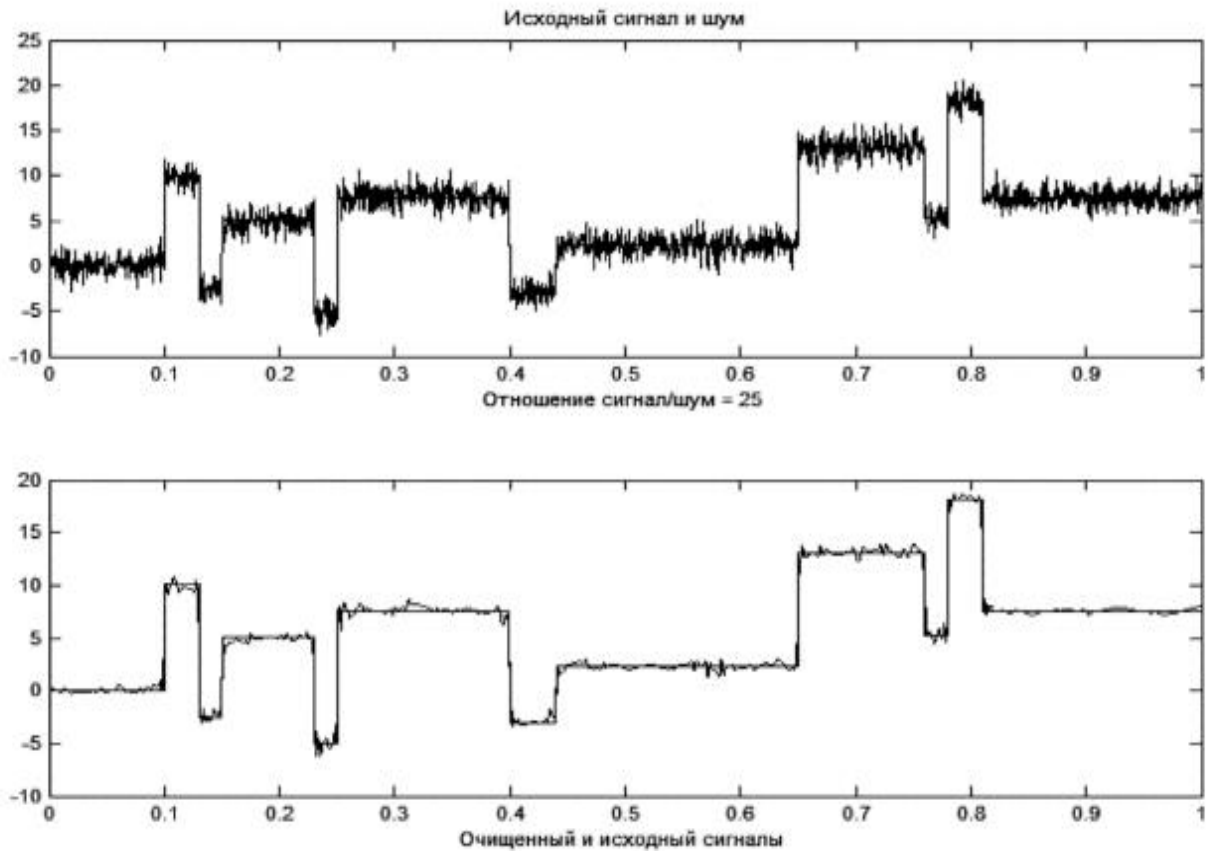


Рис 1.7 – Вейвлет перетворення: сигнал/шум = 25

Отже, маємо можливість скинути велику частину коефіцієнтів, що відносяться до шуму, а потім відтворити оброблене зображення шляхом зворотного перетворення.

Окрім цього, дане перетворення дає можливість обнулити шум в декількох розмірах, у тому числі низькочастотні шуми. Для цього застосовується наступна методика: на пробне зображення накладається двомірний шум, наступним кроком обробляються розрізи оброблюваного зображення в декількох напрямках, а саме: у горизонтальному, у вертикальному та у діагональному. Подальша реконструкція образів після стирання коефіцієнтів перед нетривіальними для конкретного варіанту зображення одиницями ряду, робиться

за допомогою зворотного вейвлет-перетворення. Отримані дані після виконання цього алгоритму відображені на рисунку 1.8. На ньому зображене очищення від шумів з використанням вейвлет-перетворення з масштабом елементів 2 до 1.

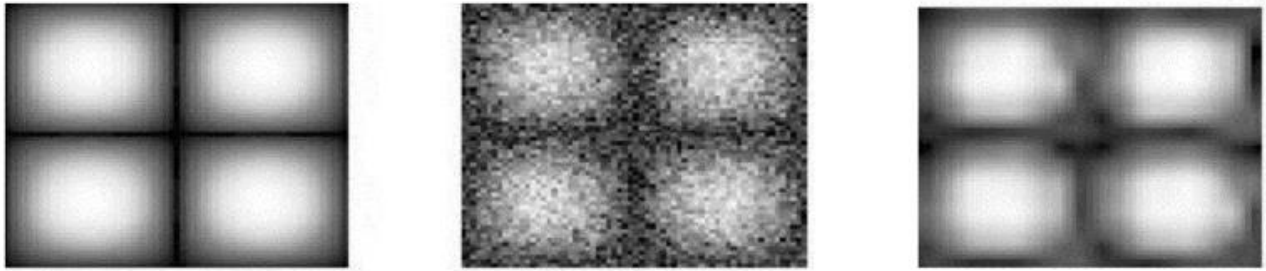


Рис 1.8 – Очищення від шумів з масштабом елементів 2 до 1

### 1.3 Блокінг ефект

Дискретне косинусне перетворення (далі – ДКП) відіграє дуже важливу роль у методах та алгоритмах стиснення статичних зображень, відео, та інших цифрових даних. З розвитком відеокommunікацій ДКП привертає до себе все більшу увагу.

Міжнародна організація стандартизації (ISO) використовує його як стандартний компонент для стиснення зображень та відео у стандартах JPEG та MPEG. Відповідно до матеріалу теорії кодування з перетвореннями та деяких стандартів, зображення завжди поділяється на малі  $p \times q$  прямокутні блоки. Зазвичай цей блок вибирається квадратним, тобто  $p = q$ . Введемо позначення розміру кожного блоку як  $B \times B$ .

Обробка блоку ДКП відома в світі як блочне дискретне косинусне перетворення (далі - БДКП). Процес поділу всього зображення на блоки забезпечує ефективну розробку апаратних засобів, а також зменшує час обчислень при обробці цифрових матеріалів. Але, оскільки БДКП



використовується блок за блоком без розгляду кореляції між двома сусідніми блоками, це призводить до появи блокових артефактів, які з'являються на багатьох межах між двома сусідніми блоками. Описане явище відоме під назвою блокінг-ефект. Він погіршує якість декодованого зображення. Блокінг-ефекти добре помітні, коли швидкість передачі двійкових даних продовжує зменшуватися або у разі більш вищого стиснення. Явище блокінг ефекту зображено на рисунку 1.9.



Рис 1.9 – Явище блокінг ефекту

Проблема блокінг-ефекту у просторово-частотній області вирішується декількома методами. Одними з них є деякі ефективні методи, які використовують вейвлет-подання та методи порогової обробки.

У 1994 році був представлений алгоритм постобробки з урахуванням вейвлетів, заснований на припущенні шумів. У 1995 році було запропоновано два методи оптимізації, засновані на методі граничної ортонормованої функції. У 1997 році було використано метод, заснований на коефіцієнті кореляції поперечного масштабу надповного вейвлет-уявлення, перетворюючи проблему на очищення від шуму. У 1998 році світ познайомився з новим методом, який

використовує вейвлет-перетворення модуля максимального значення. Його принцип зображено на рисунку 1.10.

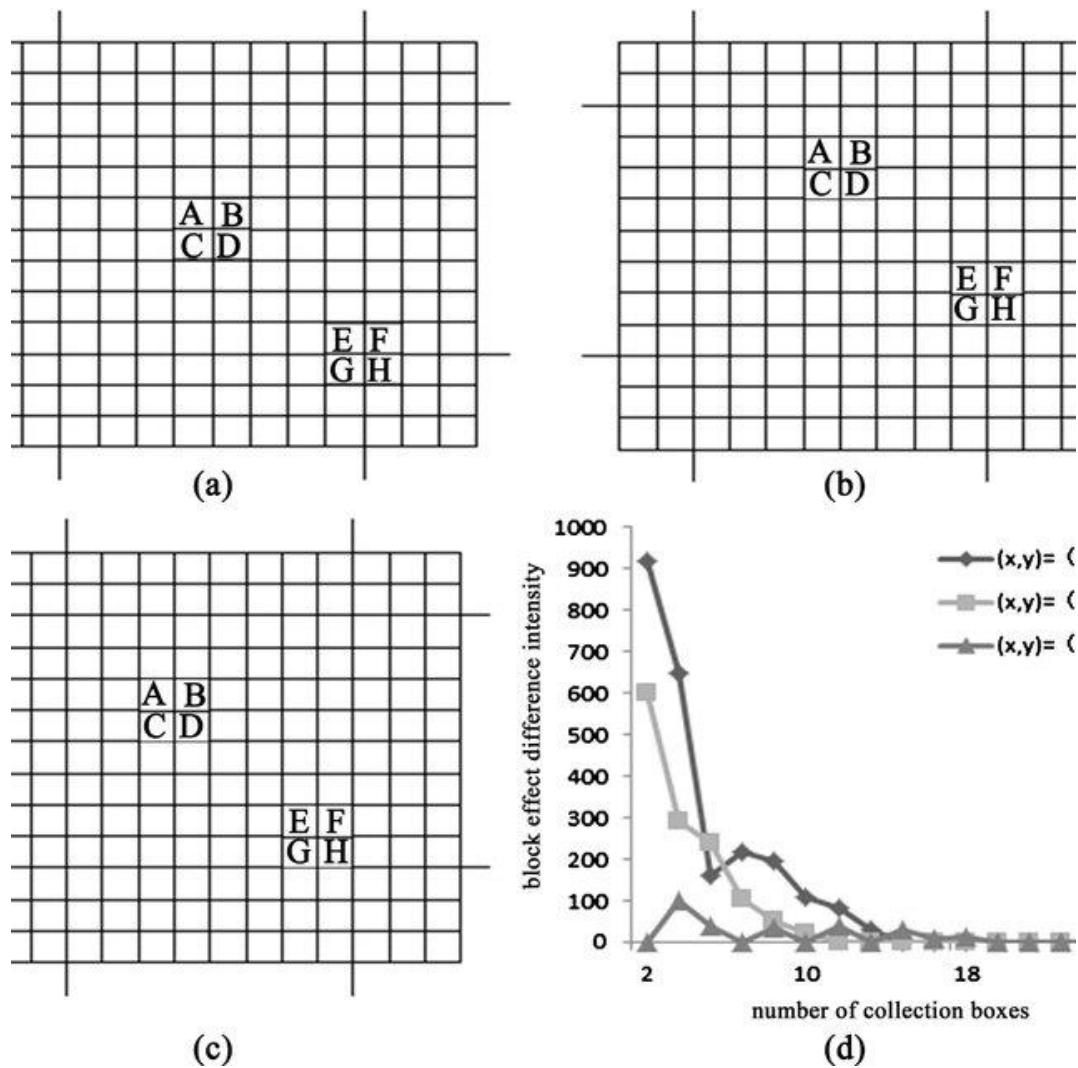


Рис 1.10 – Вирішення проблеми блокінг ефекту

Пізніше був запропоновано алгоритм, який міг адаптивно вибирати поріг для різних зображень.

Основою цих методів було те, що вони могли покращити візуальне якість зображення та пікове відношення сигнал/шум (PSNR) шляхом правильного вибору порога. Проте існував один суттєвий недолік усіх методів, заснованих на

вейвлет-перетвореннях – це необхідність правильного вибору порога, тому що тільки в цьому випадку одержують хороші результати зменшення блокінг-ефекту.

Згадуючи усе вищесказане, можна стверджувати, що існує багато методів для вирішення проблеми блокінг ефекту, але вони є або надто складними для реалізації, або не справляються з задачею достатньою мірою. Постає необхідність продовжити дослідження у напрямі визначення факторів, що впливають на зменшення блокінг ефекту та підвищення якості стислих зображень. Задачею є розробити метод, який ефективно зменшує блокінг ефект і при цьому має низьку обчислювальну складність, просту реалізацію та покращує результат – якість стисненого зображення.

#### 1.4 SSR і MSR

Постійність кольору є особливістю людського зору сприймати кольори об'єктів при різному освітленні однаково. Теорія ретинксу була розроблена Ландом і Макканом для моделювання того, як зорова система людини сприймає сцену. Однак здатність до оцінки та моделювання необхідна для комп'ютерного зору. Це призвело до розвитку ефективних алгоритмів, заснованих на теорії ретинксу, які посилювали локальний контраст зображень із недостатньою освітленістю.

Single-Scale Retinex (SSR) є алгоритмом, який здійснює вирівнювання освітленості зображення і при цьому зберігає контраст у яскраво та погано освітлених областях (1.1):

$$R(x, y, sigma) = \log[I(x, y)] - \log[I(x, y) \otimes G(x, y, sigma)] \quad (1.1)$$

де  $G$  – Гаусіана;  
 $\sigma$  – коефіцієнт розмиття;  
 $\otimes$  – оператор згортки.

Після застосування даної формули, більшість значень отриманих пікселів лежить у діапазоні від -1 до 1, тому для візуалізації зображення, значення необхідно скорегувати за формулою 1.2:

$$I_{\text{new}} = 255 \cdot I + 127,5 \quad (1.2)$$

Алгоритм SSR не завжди дає якісний результат, у свою чергу алгоритм MSR (Multi-Scale Retinex) здатний забезпечити прийнятний результат між коригуванням освітленості та отриманим кольором. Порівняння алгоритмів зображено на рисунку 1.11.

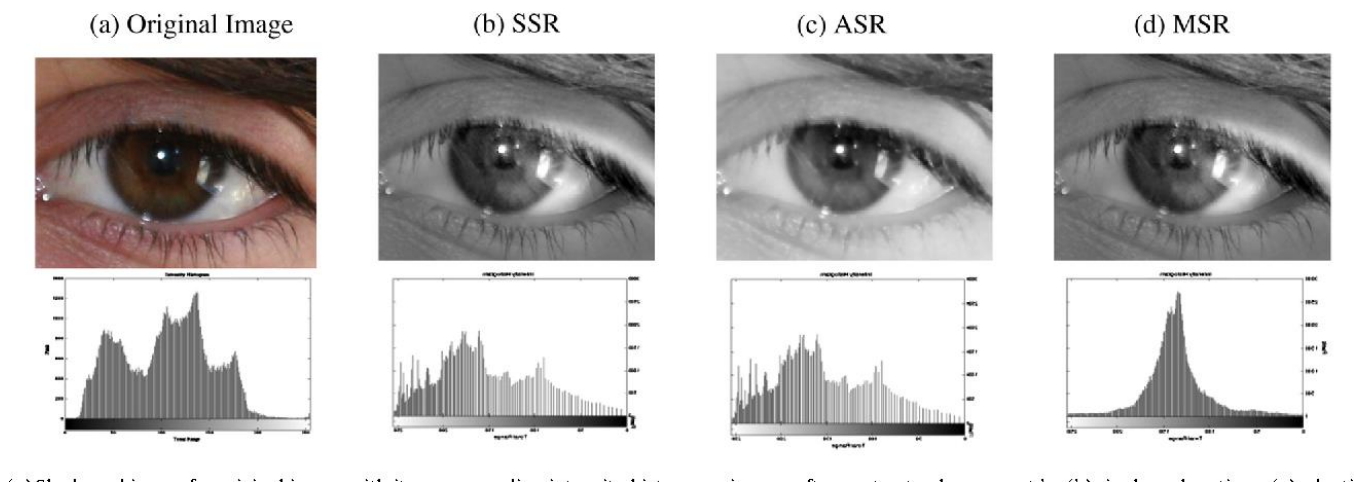


Рис 1.11 – Порівняння алгоритмів SSR, ASR, MSR

Результат праці алгоритму визначається, як зважена сума SSR з різними коефіцієнтами, які у сумі завжди мають давати одиницю (1.3):

$$I_{\text{new}} = \alpha_1 \cdot I_{\alpha_1} + \alpha_2 \cdot I_{\alpha_2} + \dots + \alpha_n \cdot I_{\alpha_n}, \quad (1.3)$$

до того ж  $\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n = 1$ .

Як припущення для зміни колірної балансу у методі «Сірий світ» висувається те, що сума всіх кольорів на зображенні дає сірий колір. У зображеннях, які порушують це положення, тобто в яких домінує певний колір, описаний вище алгоритм може призвести до сірості зображення, зменшуючи насиченість кольору. Аби уникнути даної проблеми було запропоновано етап, який відновлює кольори, шляхом множення виходу MSR на функцію відновлення кольоровості [1]. Перший крок – обчислити координати за формулою 1.4:

$$I'_i(x, y) = \frac{I_i(x, y)}{\sum_{s=0}^S I_s(x, y)}, \quad (1.4)$$

де  $S$  – кількість кольорових каналів.

Відновлений колір алгоритма MSR задається формулою 1.5:

$$I_{\text{MSR}}(x, y) = I'_i(x, y) \cdot I_{\text{MSR}}(x, y), \quad (1.5)$$

при цьому  $C_i(x, y) = f(I'_i(x, y))$ .

Найкраще відновлення кольору виходить при використанні формули:

$$I_{\text{MSR}}(x, y) = a \cdot \exp[\beta \cdot I'_i(x, y)], \quad (1.6)$$

де  $a$  – коефіцієнт, що контролює силу нелінійності;

$\beta$  – коефіцієнт підсилення.

Таким чином, застосовуючи алгоритми SSR та MSR можна зробити вирівнювання освітленості на зображенні, причому завдяки введенню кроку

відновлення кольору в алгоритм, MSR показує хороший результат обробки зображень з правильним освітленням.

## **1.5 Застосунки**

Також згадаємо залишок застосунків з використанням вейвлет-перетворень і аналізу. Деякі з них вже втілені в життя.

Наприклад, у прогнозуючих застосунках: застосунки передбачення змін курсу на цінні папери чи стихійні лиха, прогнозування медичного та соціального характеру. Також вейвлети знайшли використання при вивченні складу атомів квантової фізики та навіть обнуління шуму в акустичних системах.

Дані перетворення дозволили знайти розв'язання для задач, в яких постає завдання виявлення наявності сигналу активних та пасивних перешкод, а також їх прояви і характер. У американському дослідницькому центрі вейвлети використовували для знаходження субмарин, визначення складності руйнувань після ракетних ударів, та схожих воєнних задач.

## **1.6 Базові вейвлети**

У минулих розділах вже згадувалось, що вейвлети протягом останнього часу набули використання в різних сферах, причому сфера використання і її особливості мають безпосередній вплив на вибір типу вейвлет-перетворення.

У стандартному Фур'є перетворенні роль базових функцій відіграють синус, косинус та комплексна експонента. Також мали місце дослідження стосовно застосування ортогональних функцій як базисні функції у Фур'є аналізі. Однак сильного прогресу ці дослідження не набули, оскільки результати цих перетворень мали неоднозначний характер.

На рисунку 1.12 приведені найбільш розповсюджені функції вейвлет-аналізу, які були розроблені першими і наразі використовуються для вирішення стандартних завдань, бо є відносно простими через наявність математичних пакетів у додатках. Зараз вибір базових функцій набагато більший і складніший.

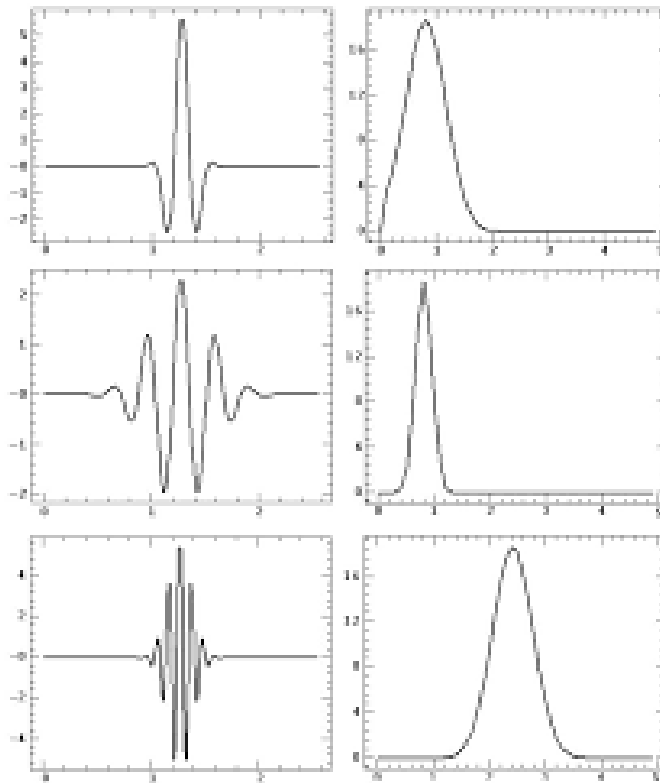


Рис 1.12 – Найбільш розповсюджені функції вейвлет-аналізу

## ВИСНОВОК ДО РОЗДІЛУ

Головною перевагою вейвлетів перед Фур'є перетвореннями, що і стали причиною розповсюдження перших, є:

- недостатня кількість отриманих даних від аналізу нестационарного сигналу;
- недостатня можливість дослідження особливостей сигналу через те, що в області частоти ці дані розмазуються по всій довжині спектру;
- перепади сигналу з безкінечною крутизною прямокутних імпульсів не зображаються на гармонійних базисних функціях розкладання;
- через необхідність мати нескінченно велику кількість членів ряду, метод Фур'є дає глобальні дані по частотам аналізованого сигналу, проте нехтує локальними характеристиками сигналу, що проявляються при часових змінах спектрального складу. Прикладом є неможливість перетворення Фур'є розрізнити стаціонарний сигнал від нестационарного сигналу. Отже, за допомогою Фур'є аналізу неможливо проаналізувати частотні показники досліджуваного сигналу в певну мить часу.

На практиці вейвлет-перетворення знайшли використання:

- у обробці результатів дослідницької діяльності, оскільки дають змогу підвищити їх якість шляхом вилучення шумів;
- у обробці стиснених даних.

Однією з переваг цього алгоритму виступає ще й факт представлення в зображеннях для каналів з невеликою пропускнуою можливістю. Наприклад, створення однокристального бюджетного мікропроцесору стало можливе завдяки вейвлетам.



До недоліків вейвлет-перетворень можна віднести їх складність при порівнянні з Фур'є перетвореннями.

## 2 ФУР'Є ТА ВЕЙВЛЕТ ПЕРЕТВОРЕННЯ

### 2.1 Перетворення Фур'є, переваги та недоліки

Спектральний аналіз заснований на інтегральному перетворенні і рядах Фур'є. В цілому, застосування інтегральних перетворень до сигналу має сенс, коли необхідно отримати більше інформації, котру у часовому зображенні не видно. Найбільш розповсюдженим є Фур'є перетворення. Воно дає можливість перетворити амплітудно-часовий формат у частотний. Цей спектр дає можливість робити висновки про наявність виділених частот у цьому сигналі, про частотний склад сигналу, а також оцінити частоту, що потенційно може зберігатися при проходженні через середовище з певним коефіцієнтом поглинання на певних частотах.

При наявності залежності амплітуди сигналу від часу у часовому форматі, виконавши Фур'є аналіз, можна отримати дані стосовно амплітуди цього сигналу на заданій частоті. А ці дані можуть мати велику цінність при певних обставинах.

Якщо представити дійсні функції, що задані на кінчному інтервалі, то нормою буде виступати чисельна характеристика у довільній функції  $f(t)$ , що, виходячи з визначення, може бути представлена у вигляді квадратного кореня із скалярного множення функції самої на себе. Якщо брати загальний випадок комплексної функції, то квадрат норми можна визначити виразом 2.1:

$$\|f(t)\|^2 = \langle f(t), f(t) \rangle = \int_0^T f(t)f^*(t)dt, \quad (2.1)$$

де  $f^*(t)$  – функція, що є комплексно сполученою  $f(t)$ .

Функцію називають простором інтегральних із квадратами функцій, якщо її норма має скінченне значення (інтегрування збігається) і має кінцеву енергію 2.2:

$$f(t) \in L^2(R), R = [0, T], \quad (2.2)$$

У гільбертових просторах завжди можна створити систему ортогональних функцій, що утворюють базис простору, на основі набору ортогональних функцій  $v_n(t)$ , скалярний добуток яких дорівнює нулю. Ортогональність функцій означає, що норма кожної функції  $v_n(t)$  системи дорівнює 1 (2.2):

$$\langle v_n(t), v_m(t) \rangle = \int_0^T v_n(t)v_m^*(t)dt = 0, \quad (2.2)$$

$$\|v_n(t)\|^2 = \langle v_n(t), v_m(t) \rangle = \int_0^T v_n(t), v_m^*(t)dt = 1, \quad (2.3)$$

До того ж будь-який сигнал, що знаходиться у цьому просторі, може бути виражена як зважена сума проєкцій сигналу на такі елементарні функції (2.4):

$$s(t) = \sum_n S_n v_n(t), \quad (2.4)$$

Значення коефіцієнта в базисному розкладі однозначно визначається скалярним добутком сигналу на відповідну базисну функцію. Дійсно, після множення обох частин рівняння на  $v_m^*(t)$  та інтегрування по ортогональній області ми отримуємо ненульовий член під знаком суми лише тоді, коли  $m = n$ . Тому для визначення функції достатньо знати її коефіцієнти розкладання в ортонормований базис. У той же час, якщо необхідно, деякі коефіцієнти, близькі до нуля, у розкладі можна повністю відкинути, щоб отримати наближення

вихідної функції — можливий спосіб подальшого стиснення інформації, закладеної у функцію.

Просторовий базис може бути створений будь-якою цілою системою лінійних незалежних функцій, але найзручніше базисні функції ортогоналізувати, тобто вони попарно ортогональні і мають норму, рівну 1. Комплексна експоненціальна система  $v_n(t) = \exp(-in\omega t)$  найбільш широко використовується в спектральному аналізі, тут і далі  $i$  є уявною одиницею  $i = \sqrt{-1}$  ... . Проекція сигналу на цій основі визначається наступним виразом (2.5):

$$S_n = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) \exp(in\omega t) dt, n \in (-\infty, +\infty), \quad (2.5)$$

де  $\omega = 2\pi/T$  – частотний аргумент векторів.

При умові відомого виразу базисних функцій, їх сигнал  $s(t)$  прямо детермінується списком коефіцієнтів  $S_n$  і може бути повністю і точно відновлений використовуючи ці коефіцієнти (2.6):

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S_n \exp(in\omega t), \quad (2.6)$$

Ці рівняння визначають пряме та зворотне перетворення сигналу Фур'є  $s(t)$ .

Для точного і правдивого розкладу в ряд Фур'є уявної функції  $f(t)$  необхідно, щоб функція  $f(t)$  знаходилась у тому ж просторі  $L^2(0,T)$ , іншими словами була б квадратично інтегровна з кінцевою енергією (2.7):

$$\int_0^T |f(t)|^2 dt < +\infty, \quad (2.7)$$

Будь-яка така функція гільбертового простору має можливість бути зображеною в термінах комплексного ряду Фур'є, відомого як спектральне представлення сигналу або його зображення Фур'є.

На практиці ряд Фур'є сигналу  $s(t)$  обмежений кінцевим числом  $N$  під час обчислення. Обмеження значення  $N$  на кількість серій означає, що апроксимація нескінченномірного сигналу скорочує  $N$ -вимірну систему базисних функцій спектру сигналу з деякою похибкою відповідно до фактичного спектру сигналу.

Оскільки виявлено, що ряд Фур'є прямо сходиться до  $s(t)$  по нормі, то можна визначити наступний вираз (2.8):

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \|s(t) - \sum_{n=-N}^{+N} S_n \exp(in\omega t)\| = 0, \quad (2.8)$$

Отже, ряд Фур'є є розкладом сигналу  $s(t)$  в ряд по просторовому базису  $L^2(0, T)$  ортонормованих гармонічних функцій  $\exp(in\omega t)$  враховуючи зміну частоти, що є кратною частоті першої гармоніки  $\omega_1 = \omega$ . Виходячи з цього, ортонормований просторовий базис  $L^2(0, T)$ , що побудований з функції  $v(t) = \exp(i\omega t) = \cos(\omega t) + i\sin(\omega t)$  використовуючи масштабне перетворення незалежної змінної таким чином, що  $v_n(t) = v(nt)$ .

Також відомо, що для коефіцієнтів ряду Фур'є є чинним рівняння Парсеваля стосовно зберігання енергії сигналу під різними уявленнями (2.9):

$$T^{-1} \int_0^T |s(t)|^2 dt = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |S_n|^2, \quad (2.9)$$

Вивчення недоліків розкладу Фур'є, таких як втрата інформації в перетвореному сигналі, призвело до створення віконного перетворення Фур'є.

Спочатку це використовувалося для покращення розуміння аналізу довільної функції. Згодом це призвело до розвитку та популярності вейвлет-перетворень.

Цей список передбачуваних недоліків можна назвати основними «недоліками»:

- хоча аналіз розривів, сходинок, піків та інших сингулярностей, присутніх у сигналах, не дає багато інформації, практично неможливо проаналізувати нестационарні сигнали через те, що частотний спектр затемнений "змазуванням" особливостей. Крім того, високочастотні компоненти, що паразитують на вхідному сигналі, можуть спостерігатися, якщо у вихідному сигналі є стрибки та розриви;
- теоретично функції розкладання рядів можуть відновити будь-який сигнал із нескінченною крутизною. Наприклад, сигнали з прямокутними імпульсами можуть бути відновлені з нескінченними термінами. Це пояснюється тим, що функції розкладання гармонійного базису використовують лише кінцеву кількість членів Фур'є поблизу розривів, стрибків та інших значних змін. Це призводить до феномену Гіббса, який є нестабільним сигналом, який містить коливання;
- перетворення Фур'є дає огляд усього частотного спектру сигналу. Він не показує специфічних властивостей сигналу під час швидких змін його частотного складу. Перетворення Фур'є аналізує будь-які частотні характеристики сигналу в будь-який момент часу. Однак класичний алгоритм перетворення Фур'є не може аналізувати сигнал із двома синусоїдами з однаковими частотами. Замість цього він повинен аналізувати стаціонарний сигнал або сигнал із асинусоїдами

за допомогою суми двох синусоїд. Це пояснюється тим, що спектральні коефіцієнти обчислюються шляхом інтегрування по всьому інтервалу сигналу.

Ви можете використовувати перетворення Фур'є для доступу до часових або частотних аспектів сигналу. Однак класичні алгоритми перетворення Фур'є не створюють частотно-часових представлень — вони не можуть визначити, які частоти присутні в певний час. Для стаціонарних сигналів ця інформація не потрібна, оскільки частотні компоненти сигналу та їх амплітуди однакові в будь-якому інтервалі часу.

Як типовий приклад розглянемо сигнал, що складається з набору кінцевого числа гармонік, наприклад, у найпростішому випадку - двох гармонік, зображений на рисунку 2.1.

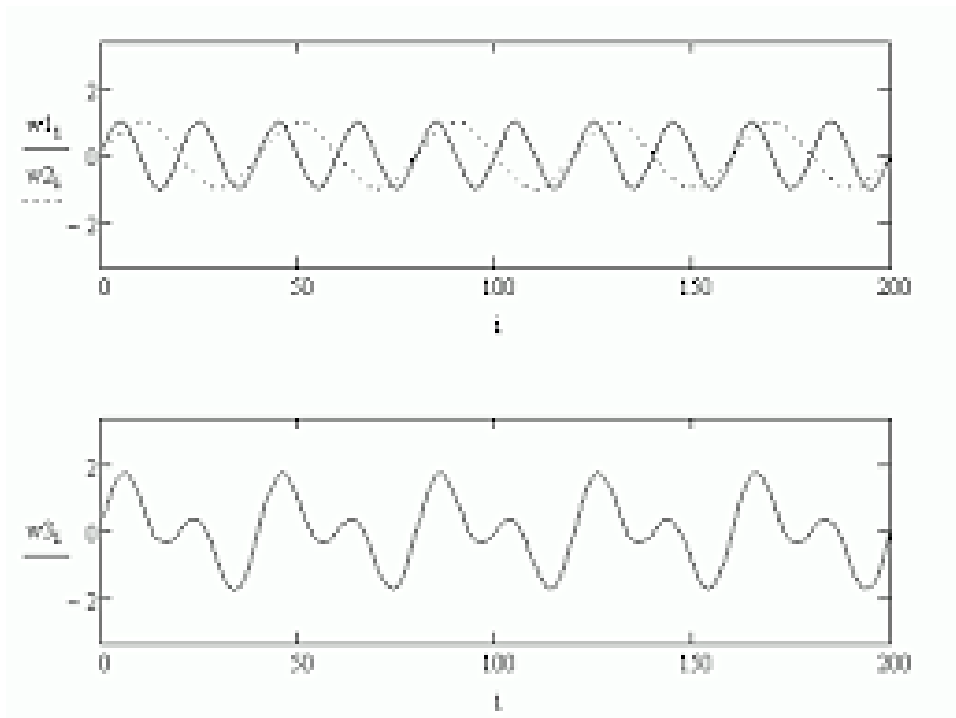


Рис 2.1 – Сигнал (кінцеве число гармонік)

Спектр цієї стоячої хвилі можна побачити на рис. 2.2, де показано два піки, що відповідають  $\delta$ -функціям. По суті, частоти, присутні в цьому сигналі, не змінюються з часом і залишаються нерухомими. Щоб краще зрозуміти, розглянемо статичний сигнал для довідки. Уявіть собі постійний сигнал із частотами, що збігаються з частотами. Для простоти розуміння розглянемо однакові частоти, але з альтернативними інтервалами часу (див. нижче). По-перше, у першій половині часу присутній лише одна частота: 10 герц (Гц). Далі друга половина має лише одну частоту: 50 Гц.

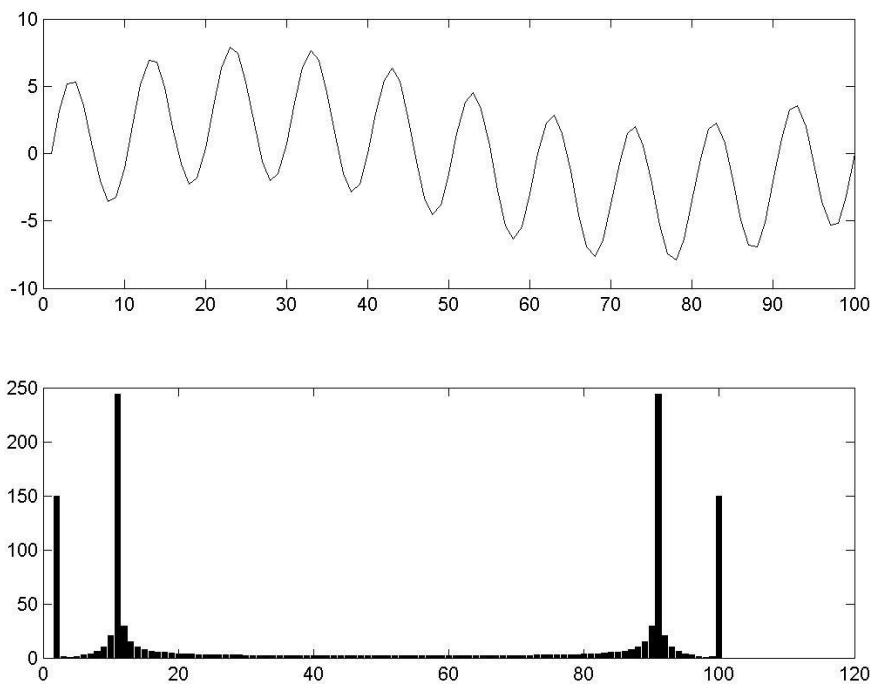


Рис 2.2 – Сигнал суми синусоїд та його спектральна характеристика

Флуктуаційний сигнал без визначеної станції можна побачити на рисунках 2.3 та 2.4. На малюнках чітко видно дві чіткі частоти. При дослідженні виходу функції можна побачити дві основні гармоніки, якщо не враховувати фальсифіковані частоти. Оскільки зміна частоти викликає стрибок у значенні та

похідній функції, з'являються «хибні частоти» малої амплітуди. Частота функції – це кількість повторів за одну секунду.

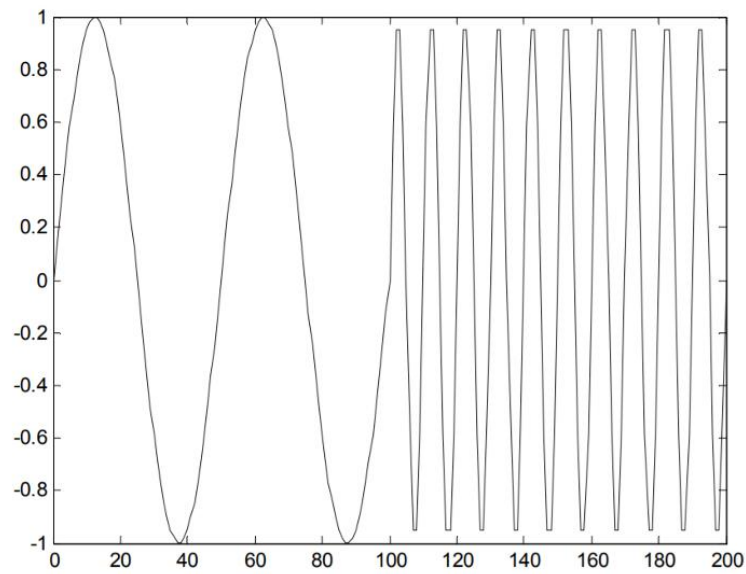


Рис 2.3 – Нестационарний сигнал, що містить синусоїди

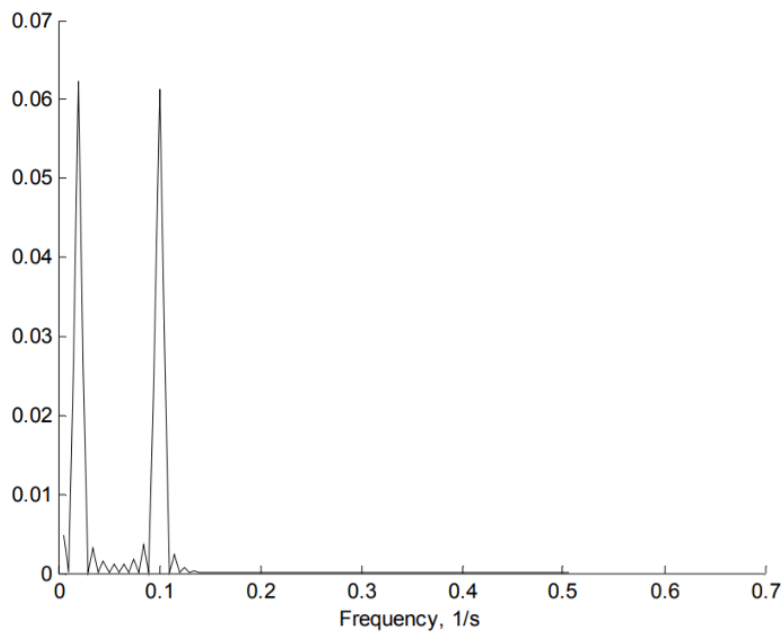


Рис 2.4 – Спектральна характеристика нестационарного сигналу



Тому різниця в спектральних властивостях двох розглянутих сигналів незначна: в нестационарному сигналі присутні паразитні частоти малої амплітуди (рис. 2.2 і 2.4).

Розглянутий приклад показує, що, по суті, перетворення Фур'є дає уявлення про те, які частоти присутні в спектрі сигналу, але не може відповісти на питання про те, коли існують спектральні компоненти сигналу. Для часової локалізації спектральних складових необхідно побудувати частотно-часове представлення сигналу. Цю задачу певною мірою можна вирішити за допомогою так званого віконного перетворення Фур'є, але найбільш радикальним рішенням є вейвлет-перетворення.

## 2.2 Віконне перетворення Фур'є

Щоб застосувати віконне перетворення Фур'є, вибирається віконна функція, яка рухається в часі або просторі. Вибір ширини вікна в кілька разів меншої за тривалість сигналу підвищує ефективність. Підінтервали сигналу розділені на дискретні інтервали за допомогою алгоритму функції ковзного вікна. Частота-час замінює частоту-координату шляхом послідовних перетворень. Цей процес відбувається послідовно протягом кожного підінтервалу, за винятком випадків, коли сигнал залишається нерухомим.

Результатом ВРФ є сімейство спектрів, яке відображає зміни в спектрі сигналу протягом інтервалів часу віконної функції. Це дає змогу легко розрізняти особливості стаціонарних сигналів на осі абсцис та аналізувати їх. Розмір несучої віконної функції,  $w(t)$  — зазвичай встановлюється для приблизної очікуваної тривалості характеристик сигналу. Тому ОРФ порівнює вихідний сигнал як функцію двох змінних - частоти та положення (час або координати) вікна. При цьому для отримання результатів, що характеризують властивості

досліджуваного сигналу, необхідно апріорі визначити стаціонарність сигналу в ОПФ.

Вираз 2.10 описує віконне перетворення:

$$S(\omega, b_k) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)w^*(t - b_k)e^{-i\omega t} dt. \quad (2.10)$$

Комплексна функція  $w^*(t - b_k)$  є функцією вікна зсуву, перетвореної за координатою  $t$ , де параметр  $b_k$  задає фіксоване значення зсуву. При переміщенні вікна з рівномірним кроком величина  $b_k = k \Delta b$ . В якості вікна перетворення є як найпростіше прямокутне вікно, так і спеціальні вагові вікна, які вибираються відповідно до граничних умов розрізу і вводять найменші спектральні умови спотворення віконного сегмента сигналу та нейтралізує феномен Гіббса.

Спектр для кожної позиції вікна на часовій осі вимірюваного сигналу зберігається протягом тривалості дослідження. Це означає, що як ширина віконної функції на піку, так і її спад залишаються постійними. Це встановлює природне обмеження загального обсягу віконної функції, незалежно від того, в якому напрямку вона спрямована. Аналіз спектру сигналу виявляє гармонічні частоти на трьох конкретних висотах.

Трансформація вікна виявляє конкретні області коливань протягом тривалості сигналу, які корелюють із співвідношенням між їхніми амплітудами. Хоча часткове видалення помилкових частот можливе лише у вузькому діапазоні змін функцій вікна, видалення всіх частот неможливе. Замість цього можна видалити певні частоти за допомогою зміни вікна на 60-80 одиниць.

Віконна функція визначає роздільну здатність перетворення за шириною, яка обернено пропорційна роздільній здатності по частоті. Ширина віконної

функції,  $b$ , дорівнює  $\omega = 2\pi / b$ . Це означає, що частотна роздільна здатність визначається  $b = 2\pi / \omega$ . Необхідне значення  $\omega$  еквівалентне  $N / \Delta b = 3$ . Наприклад, якщо  $N = 300$  і  $\Delta b = 100$ , то перетворення матиме знижену частотну роздільну здатність  $N / \Delta b = 3$ . Вихідні дані мають частотну роздільну здатність  $N/\Delta b$ , тоді як віконне перетворення Фур'є має знижену частотну роздільну здатність  $N/\Delta b$ . Ці графіки будуються шляхом визначення  $S\omega$  на координаті  $n$  і побудови  $S$  з кроком частоти  $\omega$   $S\omega = 3 \omega S$ . Ці обмеження стають фундаментальними для вікон із будь-яким заданим розміром для масиву даних  $X$ .

ВПФ дає можливість приблизно розкрити дані, що містяться в обстежуваному сигналі, за часом і частотою. Роздільна здатність локалізації ознак сигналу має обмеження, які закладені в логіці алгоритму та визначаються умовами, подібними до принципу невизначеності квантової механіки Гейзенберга. Виходячи з вимоги до ширини вікна, не є можливим одержати достатньо точний частотно-часовий вигляд сигналу, тобто неможливо визначити, які сигнали спектральних компонентів існують у сигналі в певний момент часу. Чим коротше вікно, тим точніша роздільна здатність за часом, але тим гірша роздільна здатність за частотою, і навпаки. До того ж, чим менша ширина вікна, тим більш обґрунтованими є припущення про стаціонарність сигналу в межах вікна, вбудованого в логіку алгоритму.

### 2.3 Зворотне вейвлет-перетворення

Для того, щоб  $L_2(\mathbb{R})$  теоретично мав основні функції  $\psi(a, b, t)$ , які є вейвлетами, вони повинні бути ортогональними. Завдяки цьому можна однозначно визначити зворотне перетворення, коли воно відбувається.

Щоб вважатися функціями  $L^2(\mathbb{R})$ , вейвлети повинні бути ортогональними. Це означає, що їх зворотні функції є єдиними, які мають визначений зворотний ефект.

Для практичних цілей часто достатньо системи декомпозиції функцій, яка приблизно підтримує ту саму форму та загальну стабільність. Це пояснюється тим, що будь-які сигнали, точно відтворені з мінімальною помилкою, придатні для використання.

Зворотний ортонормований вейвлет, або прямий вейвлет-попередне світло, використовує той самий набір основних принципів, що й його оригінал (2.11)

$$s(t) = (1/C_\psi) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (1/a^2) C(a, b) \psi(a, b, t) da db \quad (2.11)$$

де  $C_\psi$  – нормалізує коефіцієнт.

При цьому (2.12):

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} (|\Psi(\omega)|^2 / \omega) d\omega < \infty \quad (2.12)$$

Кінцівка  $C_\psi$  звужує клас функцій, що можуть бути використані як вейвлети. Зокрема, коли  $\omega = 0$ , значення  $\Psi(\omega)$  повинно дорівнювати нулю, щоб забезпечити збіжність інтеграла до нуля. Це забезпечується умовою компактності фур'є-зображення вейвлета в спектральній області, яка локалізована навколо певної частоти  $\omega_0$  - середньої частоти вейвлет-функції.

Отже, середнє значення функції  $\psi(t)$  по її області визначення повинно дорівнювати нулю (інтеграл функції за аргументом повинен дорівнювати нулю) (2.13):

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (2.13)$$

З цього випливає, що не всі сигнали можуть бути точно реконструйовані вейвлетом  $\psi(t)$ , оскільки в момент нульового першого порядку вейвлета коефіцієнт пропускання постійної складової сигналу дорівнює нулю.

Крім того, не всі різновиди вейвлетів гарантують саму реконструкцію сигналу, навіть якщо виконується умова. Однак такі вейвлети можна використовувати для аналізу характеристик сигналу як доповнення до інших методів аналізу та обробки даних. У загальному випадку, коли для вейвлет-функції не існує суворої ортогональності, для перетворення масштабу використовується вираз 2.14:

$$s(t) = (1/C_\psi) \int_R (1/a^2) C(a,b) \psi^\#(a, b, t) da db \quad (2.14)$$

де  $\psi^\#(a, b, t)$  – ортогональний клон базису  $\psi(a, b, t)$ .

## 2.4 Безперервне та дискретне вейвлет-перетворення

Гармонічні базові функції попереднього відділу не знаходяться в часовій або частотній області.

Протилежністю гармонічних базисних функцій є імпульси Кронекера, які мають розмитий загальний діапазон частот. Вони надзвичайно локалізовані в просторово-часовому континуумі і займають проміжне положення між імпульсною та гармонічною функціями. Обидва ці типи функції мають бути локалізовані в часі та частоті даного представлення. Щоб краще зрозуміти принцип Гейзенберга, розглянемо спектр функцій на рисунках 2.5 і 2.6. Це вейвлет Морлі та крива Мхата з різними коефіцієнтами розтягування. Це

пов'язано з принципом невизначеності Гейзенберга, який стверджує, що довжина та ширина функції впливають на її спектр. При точному визначенні часової позиції функції тим ширшим стає спектр. І навпаки, звуження позиції призводить до звуження спектру. Особливістю вейвлет-аналізу є те, що він може використовувати велику кількість базових вейвлет-функцій для реалізації різноманітних варіацій співвідношення між частотою та розташуванням в аналізі сигналу. Таким чином, під час дослідження є можливість вибирати між сімействами вейвлет-функцій і гнучко використовувати ті функції, які ефективно вирішують ту чи іншу задачу.

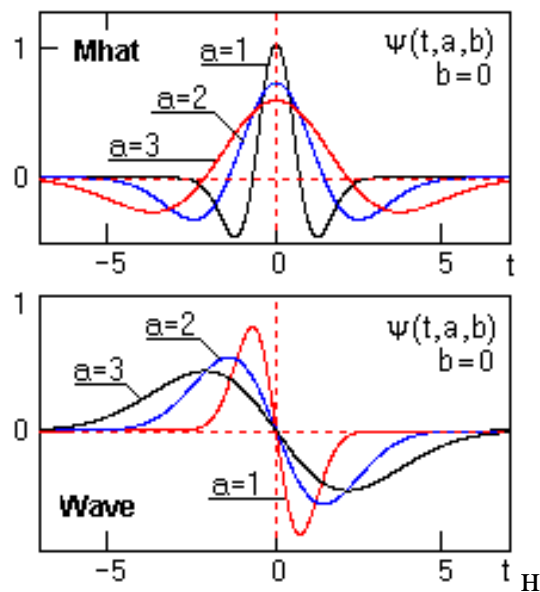


Рис 2.5 – Вейвлет Морлі

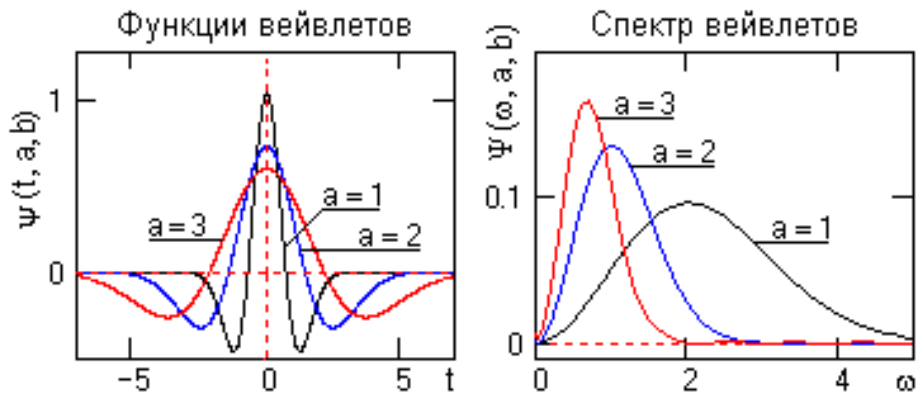


Рис 2.6 – Крива Мхата

Базисний простір вейвлетів зазвичай складається з генеруючих функцій, що належать одному простору, які швидко прагнуть до нуля на нескінченності. Зокрема, мають скінченні функції, тобто функції з компактними векторами. Для формування базису  $L^2(\mathbb{R})$  з цією твірною функцією  $\psi(t)$  вводяться два перетворення незалежних змінних:

- 1) Для трансляційного перетворення вибраної функції  $\psi(t)$  переконайтеся, що вся числова вісь  $\mathbb{R}(-\infty, \infty)$  покрита кінцевою функцією  $\psi(t) \Rightarrow \psi(t + k)$
- 2) Перетворення масштабного стиснення/розширення, яке забезпечує подібність базисних функцій на різних масштабних представленнях і необхідне покриття спектру сигналу 2.15:

$$\psi(t) \Rightarrow \psi(a^m t), a = \text{const}, m = 0, 1, \dots, M \quad (2.15)$$

При умові, що змінні  $m$  і  $k$  дійсні, ви отримаєте безперервне вейвлет-перетворення, але якщо  $m$  і  $k$  є цілими числами, ви отримаєте дискретне вейвлет-перетворення. Якщо обидві умови розглядати разом, структура сімейства базисних функцій задається таким перетворенням 2.16:

$$\Psi_{mk}(t) = a^{m/2} \psi(a^m t + k). \quad (2.16)$$

При умові, що для сімейства функцій  $\psi_{mk}(t)$  утримується умова ортогональності (2.17), то група  $\psi_{mk}(t)$  може бути використана в ролі ортонормованного базису простору  $L^2(R)$ :

$$\langle \Psi_{nk}(t), \Psi_{lm}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{nk}(t) \cdot \Psi_{lm}^*(t) dt = \delta_{nl} \cdot \delta_{km} \quad (2.17)$$

В такому випадку спонтанну функцію простору  $L^2(R)$  можна розкласти по базису  $\psi_{mk}(t)$ , тобто представити у виді ряду 2.18:

$$s(t) = \sum_{m,k=-\infty}^{\infty} S_{mk} \Psi_{mk}(t) \quad (2.18)$$

де коефіцієнти  $S_{mk}$  представлення сигналу – проекція сигналу на ортогональний базис функцій  $\psi_{mk}(t)$ , що визначають за допомогою скалярного добутку у перетворенні Фур'є.

Маємо вираз 2.19:

$$S_{mk} = \langle s(t), \Psi_{mk}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \Psi_{mk}(t) dt \quad (2.19)$$

При цьому ряд рівномірно сходиться, а отже можна написати рівняння 2.20:

$$\lim_{M, K \rightarrow \infty} \left\| s(t) - \sum_{v=-M}^M \sum_{k=-K}^K S_{mk} \Psi_{mk}(t) \right\| = 0. \quad (2.20)$$

При виконанні цих умов базисна функція перетворення  $\psi(t)$  називається ортогональним вейвлетом. Найпростіший приклад ортогональної системи таких



функцій є функції Хаара. Базисна функція Хаара визначається співвідношенням 2.21:

$$\psi(t) = \begin{cases} +1, & 0 < t < 1/2; \\ -1, & 1/2 < t < 1; \\ 0, & t < 0, t > 1. \end{cases} \quad (2.21)$$

Легко зрозуміти, що для будь-якого значення  $a$ , наприклад 2,  $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$  і так далі, будь-які дві функції з  $m = 0, 1, 2$  є ортогональними. Це показано на рисунку 2.7, де показано, що різні комбінації  $m$  і  $b$  є природно ортогональними. На відміну від спектра Фур'є або хвилі, яка є одновимірним графіком значень змінних  $m$  і  $k$ , базовий спектр є двовимірним графіком, що визначає двовимірну поверхню в просторі змінних  $m$  і  $k$ . Також зрозуміло, що спектр залежить від значення  $b$ .

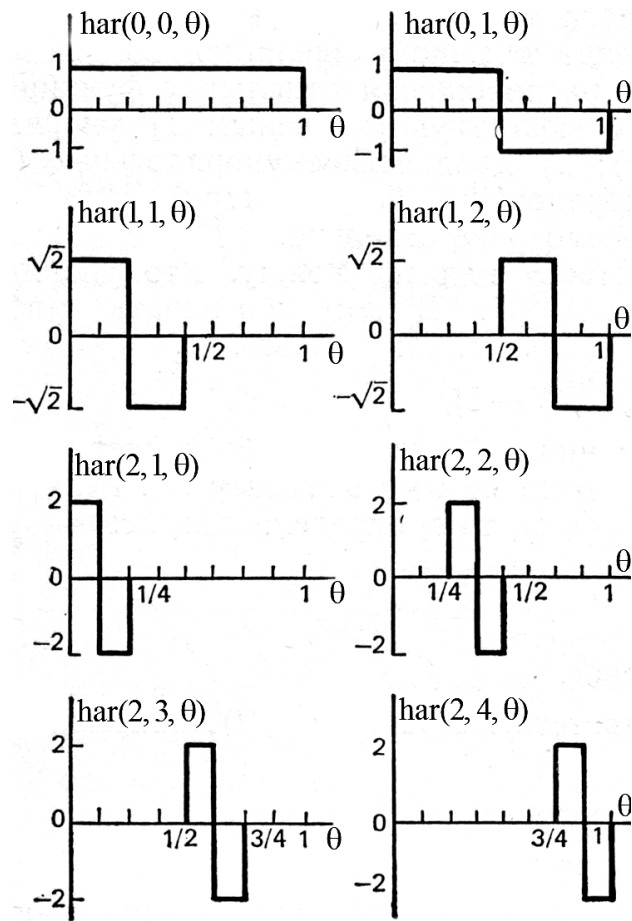


Рис 2.7 – Різні комбінації  $m$  і  $b$  є природно ортогональними

На двовимірному графіку використовується лінія спектру з кольоровим кодуванням, щоб легше візуалізувати розташування незалежного сигналу та спектр, розтягнутий або стиснутий віссю значень, яка називається віссю « $k$ ». Ця вісь  $k$  перетинає вісь "m", яка представляє лінії рівня спектру на двовимірній площині.

Для порівняння дивіться вейвлет-перетворення попереднього прикладу з двома гармонічними членами. Як показано на рис. 2.8 і 2.9 дві гармоніки з VP, що дорівнює сумі двох гармонік, з'являються на послідовних нотах.

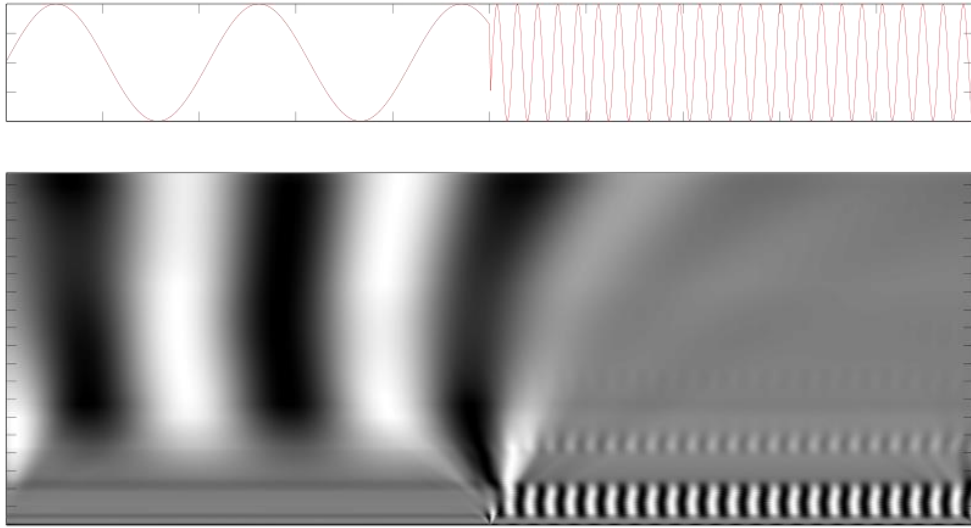


Рис 2.8 – Гармоніка 1

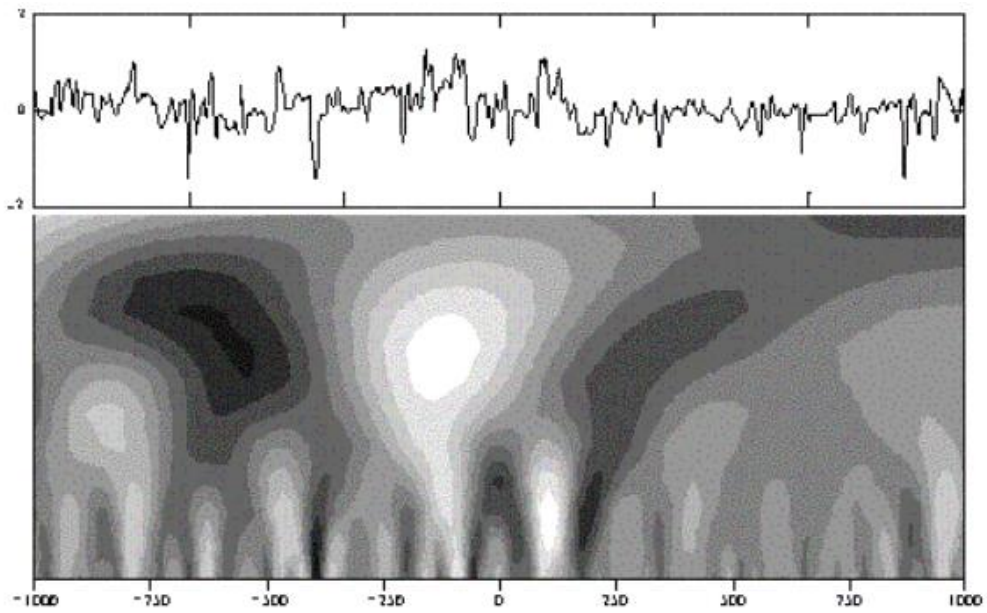


Рис 2.9 – Гармоніка 2

Роздивимось тепер процес вейвлет-розкладу сигналу більш детально, взявши як приклад вейвлет-розклад Хаара сигналу  $s(t)$  з трьома послідовними вейвлет-функціями масштабу  $m$  з параметром  $a = 2$  і сигналом  $s(t)$  утворюється

сумою цих самих вейвлет-функцій з тією самою амплітудою, але зсувом від нуля, як показано на рисунку 2.10.

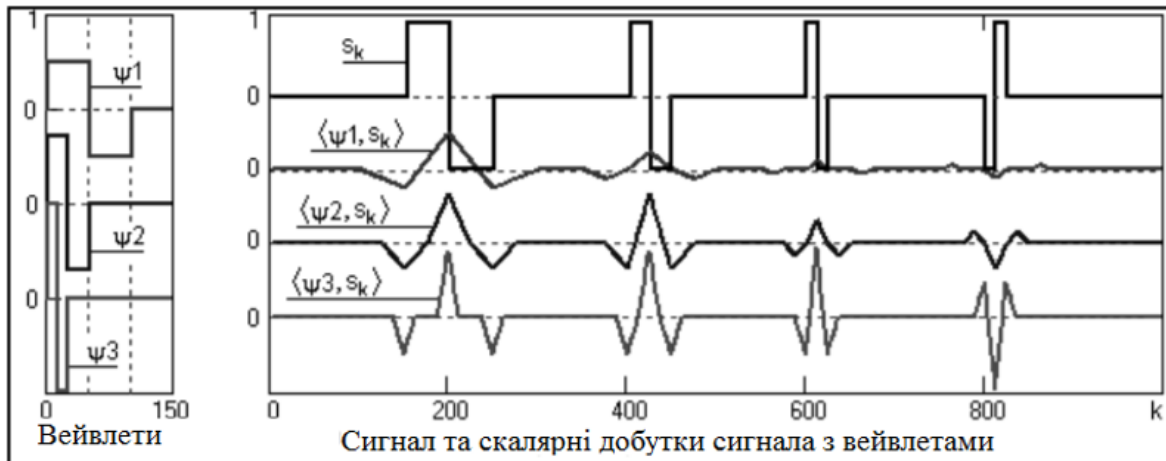


Рис 2.10 – Вейвлет-розклад Хаара

Для зворотної стартової величини коефіцієнта стиснення масштабу  $m$  визначити вейвлет-функцію, скалярний добуток сигналу та вейвлет  $\langle \psi_1(t), \psi_s(t+k) \rangle$  з розрахунком параметра зсуву  $k$ . Результат обчислення скалярного добутку 2.11 на рис. 1 буде утворюватися з центру вейвлет-функції (тобто зміщеного на параметр  $k$  від нуля на половину довжини вейвлет-функції). Максимальне значення скалярного добутку позначено в сигналі, локалізованому на тій же вейвлет-функції. Після створення першої масштабної лінії розкладання змініть масштаб вейвлет-функції ( $\psi_2$  на рис. 2.10), виконайте розрахунок другої масштабної лінії спектра і т.д.

Як показано на рисунку. 2.10, чим більш точна локальна ознака сигналу збігається з відповідною вейвлет-функцією, тим ефективніше виділити цю ознаку на відповідній масштабній лінії вейвлет-спектра. Також легко побачити, що для сильно стиснутих вейвлетів Хаара локальною характеристикою, яка добре розрізняється, є скачок сигналу, який не тільки розрізняє скачок функції, але також розрізняє напрямок скачка.

Вейвлет-перетворення дає тривимірну поверхню, яка називається вейвлет-спектром  $W_{\psi}(a,b)$ . Різні методи відображення результатів можуть призвести до того, що  $W_{\psi}(a,b)$  виглядатиме по-різному. Частотно-часові спектри враховують зміни в спектральних компонентах меншого та більшого масштабу. Ось чому різні поверхні створюють різні частотно-часові спектри. Люди часто використовують подібні зображення, коли розглядають частотно-часові спектри, замість того, щоб просто дивитися на них.

У чорно-білих або кольорових шкалах коефіцієнт вейвлет-перетворення відображає зміни інтенсивності з часом. Графік цих ліній на площині фіксує ці дані.

Він використовує 2 зображення локальних крайніх рівнів гладких поверхонь, щоб представити концепцію розташування. Він також містить скелет, який розкриває основну структуру представлених місць.

На рисунку 2.11 показано приклад сигналу нестационарної моделі, що відображається у вигляді графіка. Ліворуч на малюнку показано гармоніки моделі, які періодично виникають на частотах 10, 20, 30 і 5 герц. Праве зображення показує безперервний спектр вейвлет-перетворення тієї ж моделі.

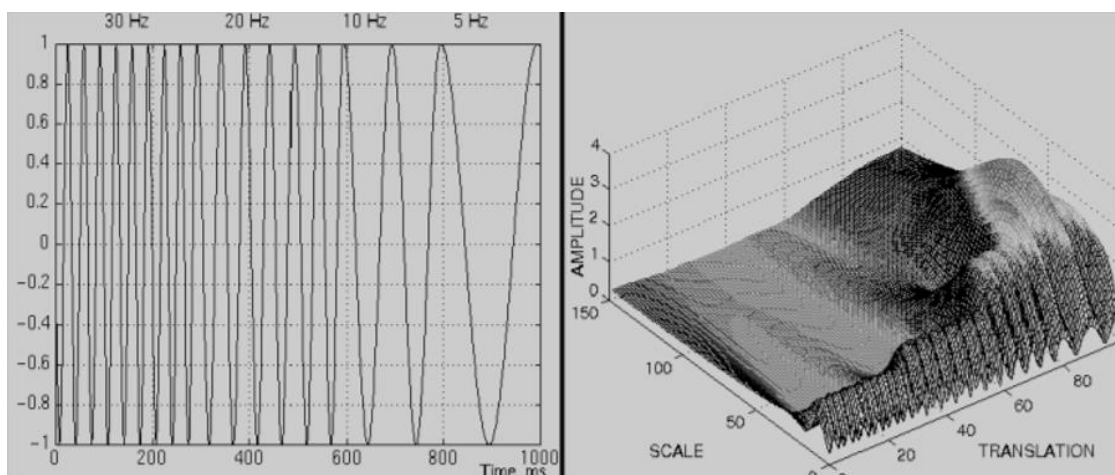


Рис 2.11 – Приклад сигналу нестационарної моделі

Вейвлет-перетворення зазвичай включають дві взаємозалежні та масштабовані функції, які лежать на одній незалежній змінній.

Аналіз вейвлетів потребує добре локалізованих функцій часу та частоти. Ці функції повинні мати  $\Psi(\omega)$  часу без нульового значення та  $\psi$ -функцію частоти без інтегрального значення. Фур'є-зображення цих функцій, яке називають вейвлетом, забезпечує детальний аналіз локальних особливостей сигналу.

Функція  $\phi(t)$  – це функція масштабування в часі з одним значенням інтеграла, який використовується для апроксимації сигналу.

$\psi(t)$  функції необхідні для розділення низько- і високочастотних компонентів в аналізі. Однак зазвичай вони потрібні лише для вейвлетів, які не є ортогональними. Ці функції потрібні не у всіх випадках, але зазвичай вони потрібні лише для довгохвильових сигналів, які не відцентровані.

Змінюючи як параметри масштабування, так і параметри зсуву на постійній основі, виконується вейвлет-перетворення.

Припустимо, що існує функція  $s(t)$  зі скінченною енергією (нормою) у просторі  $L^2(\mathbb{R})$ , визначена вздовж усієї дійсної осі  $\mathbb{R}(-\infty, \infty)$ . Для кінцевого сигналу зі скінченною енергією середнє значення сигналу має прагнути до нуля при  $\pm \infty$ , як і будь-яка інша функція в просторі  $L^2(\mathbb{R})$ .

Неперервне вейвлет-перетворення функції  $s(t) \in L^2(\mathbb{R})$  називається бінарною функцією (2.22):

$$C(a,b) = \langle s(t), \psi(a, b, t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \psi(a, b, t) dt, \quad a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0 \quad (2.22)$$

де вейвлет  $\psi(a, b, t) \equiv \psi_{ab}(t)$  - масштабована та зміщена копія генерує вейвлет  $\psi(t) \in L^2(\mathbb{R})$ , сукупність яких створює базис простору  $L^2 \mathbb{R}$ .

Коефіцієнти вейвлету  $C(a, b)$  мають інформацію про аналізований сигнал і про комбінацію, яку використовує вейвлет. Отже результат вейвлет-аналізу значною мірою залежить від вибору генеруючих вейвлет-функцій, що надає дослідникам певну довільність.

Вони можуть бути створені дуже різними функціями з компактними векторами - вони обмежені в часі та положенні на часовій осі та мають дещо локалізоване спектральне зображення на частотній осі.

Для рядів Фур'є базис простору  $L^2R$  пропонується будувати з твірної функції, а її норма має бути рівною 1. Як ми вже помітили, операція зсуву використовується для перекриття всієї часової осі простору локальною вейвлет-функцією:

$\psi(b, t) = \psi(t - b)$ , де значення  $b$  для НВП є неперервною величиною. Щоб перекрити весь частотний діапазон простору  $L^2R$ , використовуйте вейвлет-операцію масштабування часу з безперервно змінним аргументом (2.23):

$$\psi(a, t) = |a|^{-1/2} \psi(t/a) \quad (2.23)$$

Якщо розширити часове зображення вейвлета (змінити значення параметра «а»), його середня частота зменшиться, а його частотне зображення зрушиться в бік нижчих частот. Таким чином, безперервно рухаючись вздовж незалежного пеласівського  $(t - b)$  вейвлета, можна рухатися вздовж всієї осі значень довільного сигналу, а безперервно вимірюючи масштабну змінну "а", щоб побачити спектр сигналу в певному інтервалі поблизу цієї точки.

Використовуючи ці операції, вейвлет-базис функціонального простору формується великомасштабними перетвореннями та зрушеннями, що дає вейвлети  $\psi(t)$  (2.24):

$$\psi(a, b, t) = |a|^{-1/2} \psi[(t - b)/a], \quad a, b \in R, \quad a \neq 0, \quad \psi(t) \in L^2(R) \quad (2.24)$$

Вейвлет-норма  $\psi(a, b, t)$  дорівнює нормі  $\psi(t)$ , що забезпечує коефіцієнти нормування  $|a|^{-1/2}$ . Коли вейвлет  $\psi(t)$ , створений нормалізацією, має тенденцію бути узгодженим, уся група вейвлетів також буде нормалізованою. Функція  $\psi(a, b, t)$  представляє ортонормований базис для простору  $L^2 R$ , якщо виконуються вимоги ортогональності функції.

Концепція масштабу вейвлет-перетворення схожа на концепцію географічної карти. Великі значення масштабу підкреслюють глобальне представлення сигналу, тоді як менші значення масштабу виділяють деталі. Таким чином, низькі частоти відповідають глобальній інформації про сигнал, тоді як високі частоти відповідають детальній інформації та характеристикам сигналів невеликої довжини, тобто масштабу вейвлета як одиниці масштабу. Частотно-часове подання сигнал відповідає Частота обернено пропорційна. Масштабування — це алгебраїчна операція, яка розширює або звужує сигнал. Велике значення масштабу відповідає розширенню сигналу, а мале значення масштабу відповідає стисненню.

Значення параметрів із масштабним коефіцієнтом більше 1 збільшують розмір сигналу, а значення параметрів із масштабним коефіцієнтом менше 1 зменшують розмір сигналу. Це тому, що вейвлет-шкали використовують  $a$  в знаменнику.

Шкала 1 є відправною точкою для аналізу процедури трансформації. Під час аналізу збільшується більше параметрів, наприклад  $a$ . Цей процес починається як шкала високих частот і закінчується шкалою низьких частот. Перше значення  $a$  є найбільш компактною формою сигналу.

Вейвлет розширюється зі збільшенням значення « $a$ ». Він розміщується на початку сигналу, потім множиться на нього перед інтегруванням по інтервалу його завдання. Після нормалізації результат відомий як вейвлет. У частотно-



часовому перетворенні положення  $(a, b)$  знаходиться в точці осі у спектра. Це тому, що 1, помножене на 0, дає значення -1 у цьому місці. Подібним чином, коли розглядається  $b$ , воно представляє приріст часу від  $t=0$ . При множенні  $(a, b)$  на будь-яке інше значення виходить той самий результат, про який було помічено раніше.

Щоб повністю включити в обробку всі точки вхідного сигналу, необхідно задати початкові умови перетворення (деяке значення вхідного сигналу якщо  $t < 0$  і  $t > t_{max}$  для вейвлет-вікна напівширини). Для односторонніх завдань з вейвлетами результат зазвичай відноситься до актуального положення точки у вікні вейвлетів.

Наступним етапом алгоритму вейвлет із масштабом  $a = 1$  зміщується вправо на величину  $b$ , і процес повторюється. Отримайте значення, що відповідає лінії  $a = 1$  і лінії  $t = b$  в частотно-часовому плані. Ми повторюємо цей процес, доки вейвлет не зрівняється з кінцем сигналу, і ми не отримаємо ряд точок на масштабованому часовому плані зі шкалою  $a = 1$ .

Щоб обчислити наступну шкалу, значення  $a$  збільшується на деяке значення. Для аналітичної форми БПВ параметри зростають  $\Delta b \rightarrow 0$  і  $\Delta a \rightarrow 0$ . Коли перетворення виконується в комп'ютері, площа масштаб-час дискретизується: крок апроксимації обчислюється шляхом додавання двох параметрів до заданого кінцевого параметра.

Коефіцієнт масштабування має бути більшим за 1. Для найвищих частот у сигналі найменше вікно для масштабування має відповідати періоду гармоніки. Якщо сигнал містить спектральні компоненти, що відповідають поточному значенню  $a$ , тоді обчислення вейвлет-добутку із сигналом у цьому діапазоні призводить до високого результату. Це обчислення призводить до великого значення через вплив гармоніки  $a$  на вейвлет-добуток. Зі збільшенням масштабу

вейвлета або вікна зростає здатність перетворення відобразити нижчі частоти. Цілеспрямоване майстрування дає незначні результати, якщо застосовувати його до продукту, меншого за нуль. При масштабуванні продукту до значення, що перевищує нуль, перетворення дає незначні результати.

Віконне перетворення Фур'є має єдиний масштабний коефіцієнт; вейвлет-перетворення має кілька масштабних коефіцієнтів з різними значеннями при дискретних значеннях зміщення. Обидва перетворення дають сімейство спектрів масштабних коефіцієнтів, які представляють стиснення та розширення (2.25).

$$C(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) |a|^{-1/2} \psi_0[(t - b)/a] dt \quad (2.25)$$

Виходячи з того, що кожному вейвлету притаманна певна «ширина» свого часового вікна, що відповідає певній «середній» частоті спектрального зображення вейвлета, яка є зворотною до його масштабного коефіцієнта  $a$ , тоді спектр вейвлета сімейства масштабних факторів Перетворення можна розглядати як щось на зразок спектрального сімейства віконного перетворення Фур'є, але з однією принциповою відмінністю.

Коефіцієнт масштабу змінює «ширину» вейвлетів, що, у свою чергу, змінює «середню» частоту їх зображення Фур'є, так що кожна частота відповідає тривалості власного вікна часу аналізу, і навпаки. Тому мале значення параметра  $a$ , що характеризує швидку складову в сигналі, відповідає високим частотам, а велике значення (що відповідає повільним змінам сигналу) – низьким частотам. Змінюючи масштаб, вейвлети мають можливість розрізняти відмінності на різних частотах і, зсуваючи, аналізувати властивості сигналу в різних точках протягом досліджуваного інтервалу часу.

Вейвлет-перетворення виявляє низько та високочастотну інформацію, що міститься в сигналі, використовуючи часове вікно, яке адаптується до шкал багатьох вимірів.

Сигнал  $R$  еквівалентний вейвлет-спектру на  $R \times R$ . У випадку, якщо параметр ВВП, такий як  $a$  чи  $b$ , має безперервні значення, його набір базисних функцій є надмірним. Це призводить до значного обсягу інформації, що міститься в будь-якій безперервній трансформації.

Вейвлет-спектр  $BPV$  має значну надлишковість, що дозволяє зберігати інформацію через будь-які зміни сигналу.

Дискретне вейвлет-перетворення — це метод обробки даних на комп'ютері, який зводить безперервні дані до серії менших дискретних значень. Вони виконуються з наборами значень, призначених параметрам  $a$  і  $b$ , які визначають параметри вейвлетів. Крок  $\Delta a$  і  $\Delta b$  визначає перетворення. Оскільки це перетворення призводить до багатьох коефіцієнтів, воно не вимагає такої кількості зчитувань, як вихідний сигнал.

Основна перевага дискретних вейвлет-перетворень полягає в тому, що пірамідний алгоритм можна використовувати для швидких обчислень вейвлет-перетворення. Однак можливість достатньо швидкісного вейвлет-перетворення може бути застосовна не до всіх типів вейвлетів.

Дискретне вейвлет-перетворення (DVP) забезпечує достатню точність інформації для аналізу сигналу та його синтезу, при цьому є більш економічним, ніж NVP, з точки зору кількості операцій і затрачуємої пам'яті. ДВП використовує дискретні значення параметрів  $a$  і  $b$ , зазвичай заданими як статичні функції (2.26):

$$a = a_0^{-m}, \quad b = k \cdot a_0^{-m}, \quad a_0 > 1, \quad m, \quad k \in Z, \quad (2.26)$$

де  $Z$  - незліченна кількість цілих чисел  $\{-\infty, \infty\}$ ;  
 $m$  - показник масштабу;  
 $k$  - показник зсуву.

Базиси простору  $L^2R$  в дискретному вигляді (2.27):

$$\begin{aligned} \psi_{mk}(t) &= |a_0|^{m/2} \psi(a_0^m t - k), \quad m, k \in I, \psi(t) \in L^2(R) \\ \psi_{mk}(t) &= |a_0|^{m/2} \psi(a_0^m t - k), \quad m, k \in Z, \psi(t) \in L^2(R) \end{aligned} \quad (2.27)$$

Вейвлет-коефіцієнт прямого типу перетворення представлень (2.28):

$$C_{mk} = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \psi_{mk}(t) dt \quad (2.28)$$

Значення 'a' спонтанне, але зазвичай приймає 2. Таке перетворення називається двійковим вейвлет-перетворенням. Для двійкового перетворення був розроблений обчислювальний алгоритм, подібний до перетворення Фур'є, що призвело до його широкого використання в аналізі цифрових масивів даних.

Зворотнє дискретне перетворення безперервного сигналу з нормованим ортогональним базисом вейвлет-простору описується таким виразом (2.29):

$$s(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_{mk} \psi_{mk}(t) \quad (2.29)$$

Кількість використовуваних вейвлетів визначає рівень розкладання сигналу щодо коефіцієнта масштабування  $m$ , тоді як нульовий показник ( $m = 0$ ) зазвичай вважається рівнем найбільшого можливого часового сигналу, тобто самого сигналу, і наступні значення показнику ( $m < 0$ ) створюють спадне дерево вейвлетів. У програмному забезпеченні для розрахунків, щоб виключити

використання від'ємних чисел для  $m$ , «знак мінус» зазвичай безпосередньо додається до виразу, тобто базисної функції, вираженої таким чином (2.30):

$$\Psi_{mk}(t) = |a_0|^{-m/2} \psi(a_0^{-m}t - k), \quad m, k \in I, \quad \psi(t) \in L^2(R) \quad (2.30)$$

Для дискретних вейвлет-перетворень використовуйте нерівність Ріса, щоб визначити, чи існує зворотне перетворення.

Функція  $\psi(t) \in L^2R$  носить назву R-функції, якщо базис, на якому вона базується, є базисом Ріса відповідно до рівняння (2.18). Для базису Ріса існують дві позитивні дійсні константи  $A$  і  $B$ , такі що  $0 < A \leq B < \infty$ , і це співвідношення виконується, якщо енергія ряду  $C_{mk}$  є скінченною. Крім того, для будь-якої функції  $R$  існує базис  $\Psi_{mk}(t)$ , ортогональний до базису  $\psi_{mk}(t)$ . Він має назву біортогональним базисом базису  $\psi_{mk}(t)$  (2.31, 2.32):

$$\langle \Psi_{mk}(t), \psi_{nl}^\#(t) \rangle = \delta_{mn} \cdot \delta_{kl}. \quad (2.31)$$

$$\mathbf{A} \|C_{mk}\|^2 \leq \left\| \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_{mk} \Psi_{mk}(t) \right\|^2 \leq \mathbf{B} \|C_{mk}\|^2, \quad (2.32)$$

Візьмемо, що  $A = B = 1$  і  $a_0 = 2$ , тоді група базисних функцій  $\{\psi_{mk}(t)\}$  є ортогональним базисом і може повністю відновити вихідний сигнал, тоді як  $\psi_{mk}(t) \equiv \psi_{mk}^\#(t)$  і реконструйованого сигналу використовується формула. Якщо  $\psi(t)$  не є ортогональним вейвлетом, але має «подвійника», сімейство  $\psi_{mk}^\#(t)$  обчислюється на основі «подвійника», використовуючи його замість  $\psi_{mk}(t)$  у зворотному перетворенні. При цьому немає гарантії точного відновлення вихідного сигналу: він наблизиться до нього в середньоквадратичному значенні.

Для безперервного вейвлет-перетворення, оскільки перший момент вейвлет-функції дорівнює нулю, зворотне дискретне перетворення не може

відновити нецентральної сигнал, тому значення вейвлет-коефіцієнта  $C_{mk}$  у прямому вейвлет-перетворенні центрується.

Тому при роботі з масивами числових даних дискретні вейвлети часто використовуються в парі з пов'язаними дискретними функціями масштабування. Масштабна функція має загальну область завдання, і існує певне співвідношення між значенням і вейвлетом, але момент першого порядку масштабної функції в області дорівнює 1. Наприклад, генеруюча функція масштабування для вейвлетів Хаара визначається як (2.33):

$$\varphi(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < 1, \\ 0, & t < 0, t > 1 \end{cases} \quad (2.33)$$

Аналіз масштабної функції повторює попередній вираз і формує додатковий базис для простору  $L^2R$ , коли його позначають індексом  $\varphi_{mk}(t)$ . Сума вейвлет-коефіцієнтів і масштабних коефіцієнтів розкладання сигналу дозволяє точно реконструювати сигнал, а замість попереднього виразу застосовується такий вираз зворотного вейвлет-перетворення (2.34):

$$s(t) = s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C a_k \varphi_k(t) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} C d_{mk} \psi_{mk}(t) \quad (2.34)$$

де  $C a_k$  є скейлінг-коефіцієнтами, що несуть назву коефіцієнтів апроксимації сигналу,  $C d_{mk}$  – це коефіцієнт деталізації.

## 2.5 Базові характеристики вейвлетів

### 2.5.1 Скалограма

При роботі з вимірюваннями головними об'єктами перетворень є часові ряди, встановлені в кінцевих інтервалах часу. Тому певні неперервні вейвлет-перетворення, локальні та глобальні енергетичні спектри можуть бути

використані на практиці. Наведемо їх аналоги, які можна використовувати на практиці.

Нехай часовий ряд задано значеннями функції, що йдуть одна за одною через постійний інтервал часу  $t\Delta$  (2.35):

$$\Delta t: f_k = f(t_k), t_k = \Delta t k, k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (2.35)$$

Розрахунок для вейвлет-перетворення такої послідовності буде виглядати як (2.36-2.37):

$$W_A(a, b) = \frac{1}{n(a, b)} \sum_{k=0}^{N-1} f_k \Psi^* \left( \frac{t_k - b}{a} \right), \quad (2.36)$$

$$n(a, b) = \sum_{k=0}^{N-1} e^{-\frac{1}{B} \left( \frac{t_k - b}{a} \right)^2}. \quad (2.37)$$

Для вейвлета Мхат параметр  $B = 2$ , для вейвлета Морлі  $B = \alpha 2^{-}$ . Ця оцінка має назву амплітудною вейвлет-функцією. Функція обчислюється з дискретного набору значень параметрів  $a_i$  и  $b_j$ ;  $i = 0, 1, \dots, N_a - 1$ ;  $j = 0, 1, \dots, N_b - 1$ . Використовуючи це рівняння, ми вводимо оцінку локального енергетичного спектру:

$$S(a_i, b_j) = |W_A(a_i, b_j)|^2. \quad (2.37)$$

Це рівняння має назву масштабної карти і описує розподілення енергії за масштабом. Використовуючи масштабну карту, введемо оцінку глобального енергетичного спектру (2.38):

$$G(a_i) = \frac{1}{N^*} \sum_j S(a_i, b_j), \quad (2.38)$$

де  $N^*$  – кількість точок для виконання усереднення.

Ця функція має назву масштабною картою. Масштабна діаграма в вейвлет-аналізі подібна до згладженої періодограми в аналізі Фур'є.

### 2.5.2 Спектральні характеристики

Припустимо, що функції  $f(t)$  і  $\hat{f}(\omega)$  зв'язані між собою утворюють співвідношеннями Фур'є (2.39-2.40):

$$\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i2\pi\omega t} dt \quad (2.39)$$

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\omega) e^{i2\pi\omega t} d\omega \quad (2.40)$$

Тоді буде мати місце рівняння Парсеваля (2.41):

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\hat{f}(\omega)|^2 d\omega \quad (2.41)$$

Ліва частина виразу має назву енергії сигналу  $f(t)$ . Отже, утворюється показник щільності спектра енергії, що можна визначити за допомогою виразу (2.42):

$$E(\omega) = \frac{1}{2\pi} |\hat{f}(\omega)|^2. \quad (2.42)$$

Для вейвлет-перетворення має силу аналогічне рівняння (2.43):



$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = C_{\psi}^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |W(a,b)|^2 \frac{da db}{a^2}. \quad (2.43)$$

Отже, можемо ввести показник щільність спектра енергії вейвлета, що буде визначатися (2.44):

$$E(a, b) = |W(a, b)|^2. \quad (2.44)$$

Це значення визначає не тільки спектральні властивості в даному масштабі, а й спектральні властивості параметра зміщення  $b$ . Тому її називають локальною енергетичною спектроскопією. Аналогом спектральної щільності є глобальний енергетичний спектр (2.45):

$$E_{\omega}(a) = \int_{-\infty}^{\infty} |W(a,b)|^2 db. \quad (2.45)$$

Ця величина відображає розподілення енергії відносно масштабів. Глобальний і локальний спектри енергії зв'язані між собою наступною рівністю (2.46):

$$E_{\omega}(a) = a \int_{-\infty}^{\infty} E(\omega) |\hat{\psi}(a\omega)|^2 d\omega \quad (2.46)$$

Отже глобальний енергетичний спектр — це щільність енергетичного спектру, згладжена на кожному з масштабів шляхом аналізу спектра Фур'є вейвлета.

### 2.5.3 Частотно-часова локалізація

Частотно-часовою локалізацією називають характеристику аналітичних вейвлетів. З цього маємо, що вейвлети та їх перетворення Фур'є суттєво різняться

від нуля тільки на невеликих інтервалах часу, тоді як частоти за межами цих інтервалів відрізняються незначно від нуля.

Її центр є кількісною мірою положення функції  $z(t)$  (2.47):

$$\langle t \rangle = \frac{1}{\|z\|^2} \int_{-\infty}^{\infty} t |z(t)|^2 dt, \quad (2.47)$$

а ще радіус  $t$  (2.48):

$$\Delta_t^2 = \frac{1}{\|z\|^2} \int_{-\infty}^{\infty} [t - \langle t \rangle]^2 |z(t)|^2 dt. \quad (2.48)$$

Ефективна ширина вейвлета дорівнює  $2\Delta_t$ .

## ВИСНОВОК ДО РОЗДІЛУ

Характеристики та класифікація різних хвиль були коротко пояснені в розділі 2. Ця інформація була пов'язана з перетворенням Фур'є.

Розділ 2 детально описує різні типи та властивості вейвлетів. Це також підкреслює їх переваги перед перетворенням Фур'є. Традиційні підходи до аналізу Фур'є дають неефективні засоби точного зображення нерегулярних функцій. Наприклад, зашумлені зображення важко представити за допомогою аналізу Фур'є, оскільки синусоїдальні базисні хвилі суперечать видимій грубості їхнього вигляду.

Оптична інформація фільтрується за допомогою різних вейвлетів, з яких вибираються три найпоширеніші. Також було визначено, що це основні типи вейвлетів, які використовуються для фільтрації сигналів.

Аналіз основних вейвлетів дає змогу зрозуміти проблеми наступного розділу.

### 3 СТВОРЕННЯ МЕТОДУ ПОКРАЩЕННЯ ЗОБРАЖЕННЯ НА ОСНОВІ ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ ТА MULTI-SCALE RETINEX

#### 3.1 Метод зменшення блокінг-ефекту

Використовуємо діадне вейвлет-перетворення та оптимальну інтерполяцію для обробки кожного рядка і кожного стовпця для стиснутої матриці "блокового" зображення.

Таким чином, проблема зменшення блокінг-ефекту у двовимірній обробці сигналів зображення перетворюється на обробку одновимірних сигналів.

Вейвлет-перетворення для  $f(x)$  у масштабі  $2^j$  та позиції  $x$  визначається згорткою (3.1):

$$W_{2^j}f(u) = \left( f(x) \cdot \psi_{2^j}(x) \right) (u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi\left(\frac{x-u}{2^j}\right) dx \quad (3.1)$$

Це означає, що масштаб для безперервного вейвлет-перетворення дискретний протягом діадної послідовності  $\{2^j\}$ , де  $j$  належить цілочисельному множині  $Z$ .

Діадне вейвлет-перетворення – це послідовність функцій (3.2):

$$Wf = \left( W_{2^j}f(x) \right)_{j \in Z}, \quad (3.2)$$

де  $W$  – Оператор діадного вейвлет-перетворення.

Нехай функція  $\phi(x)$  – функція, що згладжує вейвлет-функції  $\Psi(x)$  і  $S_{2^j}$  оператор, що згладжує, визначений як згортка (3.3):

$$S_{2^j}f(u) = \left( f(x) \cdot \phi_{2^j}(x) \right) (u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \frac{1}{2^j} \phi\left(\frac{x-u}{2^j}\right) dx \quad (3.3)$$

При цьому  $\phi_{2^j}(x)$  визначений як (3.4):

$$\phi_{2^j}(x) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \phi\left(\frac{x}{2^j}\right) \quad (3.4)$$

Тоді з вищевказаного визначення можна бачити, що більше деталей  $f(x)$  видалені  $S_{2^j}$  коли масштаб  $2^j$  ставатиме більшим.

Якщо оригінальний сигнал є дискретною послідовністю  $f = (f(n))_{n \in \mathbb{Z}}$  кінцевою енергією, припустимо, що фрагменти  $a_0(n)$  вхідного дискретного сигналу дуже рівні  $f(n)$ , але локальне середнє  $f$  по сусідству  $t = n$ . Таким чином,  $a_0(n)$  може бути записано формулою (3.5):

$$a_0(n) = \langle f(t), \phi(t - n) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \phi(t - n) dt \quad (3.5)$$

Для кожного  $j > 0$  відзначимо (3.6):

$$S_{2^j} f = \langle a_j(n) = \langle f(t), \phi_{2^j}(t - n) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \phi_{2^j}(t - n) dt \quad (3.6)$$

Визначимо діадне вейвлет-перетворення (3.7):

$$W_{2^j} f = d_j(n) = Wf(n, 2^j) = \langle f(t), \psi_{2^j}(t - n) \rangle \quad (3.7)$$

Для кожного масштабу  $2^j$  послідовність дискретних сигналів називається дискретним діадним вейвлет-перетворенням  $f = (f(n))$  (3.8):

$$\left( S_{2^j} f, (W_{2^j} f)_{1 \leq j \leq J} \right) \quad (3.8)$$

Отже, діадне вейвлет-перетворення  $(S_{2^j} f, W_{2^j} f)$  як  $(Sf, Wf)$  для функції  $f(n)$ , де  $Sf$  виражає низькочастотну інформацію  $f(n)$ , а  $Wf$  високочастотну інформацію  $f(n)$ .

Декодована матриця  $N \times N$  зображення  $X$  з блокінг-ефектами може бути виражена у субматричній формі (3.9):

$$X = \begin{pmatrix} X_{1,1} & X_{1,2} & \dots & X_{1,n} \\ X_{2,1} & X_{2,2} & \dots & X_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{n,1} & X_{n,2} & \dots & X_{n,n} \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

де  $X_{i,j}$ - це субматриця  $B \times B$ ,  $i, j = 1, 2, 3, \dots, n$ ,  $n = N/B$  і є цілим числом.

Кожен елемент  $X_{i,j}$  називається блоком. Існують блокові артефакти між кожними суміжними межами блоків, що називають блокінг-ефектами.

Блочне  $N \times N$  виражається зображення  $X$  як  $X = (x(i, j))$ ,  $i, j \in \{1, 2, \dots, N\}$ . Блокінг-ефекти збільшуються між кожними суміжними межами блоків, тобто між кожними  $j = pB$  та  $j = pB + 1$  стовпцями та  $i = qB$  і  $i = qB + 1$  рядків, де  $p, q \in \{1, 2, \dots, n-1\}$ .

Для цього цілого числа  $i$  визначимо вектор рядки  $x_i^{def} = (x(i, j))$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$ . Вектор  $x_i$  може бути розцінений як дискретний сигнал із кінцевою енергією.  $j$ -й елемент у векторному  $x_i \in x_i(j)$ , що еквівалентно  $x(i, j)$ . "Блокові" ефекти роблять кожні дві точки  $x_i(pB)$  і  $x_i(pB+1)$  розривними, де  $p = 1, 2, \dots, n-1$ . Таким чином, є високі частоти близько позицій цих точок, де сигнал  $x_i$  перетворюється на просторово-частотну область.

Головна ідея методу – використання діадного вейвлет-перетворення для перетворення сигналу  $x_i$  на дві субсмуги: одна – низькочастотна субсмуга  $x_i^l^{def} = Sx_i$ , яка виражає низькочастотну інформацію сигналу  $x_i$  та інша високочастотна субсмуга  $x_i^h^{def} = Wx_i$ , яка висловлює високочастотну інформацію сигналу  $x_i$ . Далі використовуємо таке ж перетворення для

високочастотної субсмути  $x_i^h$  отримаємо дві субсмути - одна високо-низькочастотна субсмути  $x_i^{hl \text{ def}} = SWx_i$  та інша високо-високочастотна і  $x_i^{hh \text{ def}} = WWx_i$ . Обидві з яких представляють відповідно низькочастотну інформацію та високочастотну інформацію сигналу  $x_i^h$ . Після цього дозволяємо сигналу  $x_i^{hh} = (x_i^{hh}(j))$  пройти через розроблений оптимальний інтерполяційний фільтр  $F_{opt}$ , згладжувати сигнал на межах блоку та зберігати оригінальну інформацію для інших позицій. Отриманий сигнал  $x_i^{-hh \text{ def}} = F_{opt}(x_i^{hh})$  разом із високо-низькочастотним сигналом  $x_i^{hl}$  перетворюється назад у нову високочастотну субсмути сигналу  $x_i^{-h} = (x_i^{-h}(j))$ , відповідному високочастотній субсмути сигналу  $x_i^h$ .

Дозволимо сигналу нової високочастотної субсмути  $x_i^{-h}$  також пройти через той же інтерполяційний фільтр  $F_{opt}$  та позначимо новий сигнал високочастотної субсмути як  $\hat{x}_i^h(j) \text{ def} = F_{opt}(x_i^{-h})$ . Взнявши протилежне перетворення цього сигналу із сигналом низькочастотної субсмути  $x_i^l$ , нарешті отримаємо новий сигнал  $\hat{x}_i$ , який відповідає оригінальному сигналу  $x_i$  із зменшеними блокінг-ефектами.

Весь процес проілюстровано на рис 3.1.

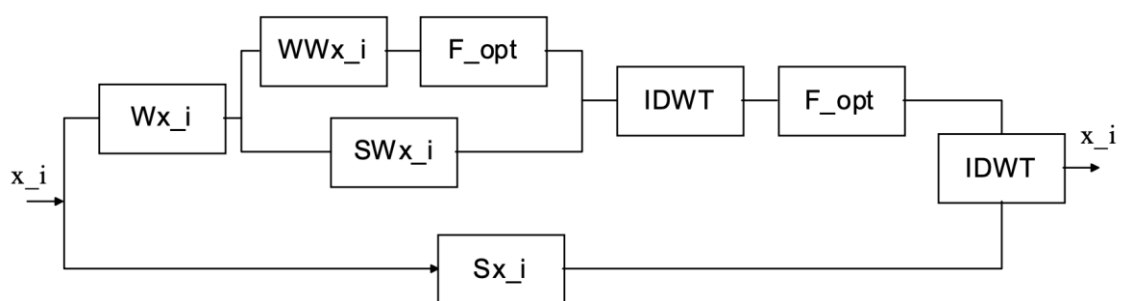


Рис 3.1 – Процес деблокіну

### 3.2 Результати методу зменшення блокінг-ефекту

Для експерименту використовувалося зображення, наведене на рис. 3.2. Зображення було стиснуте за стандартом JPEG з якістю  $q = 10$ , PSNR стисненого зображення 26,5125 дБ. Після цього до стисненого зображення було застосовано запропонований метод для покращення PSNR. Новий показник PSNR дорівнює 27,0533 дБ, тобто він збільшився на 0,5408 дБ. Нове зображення наведено на рис. 3.3, по ньому видно покращення візуальної якості.

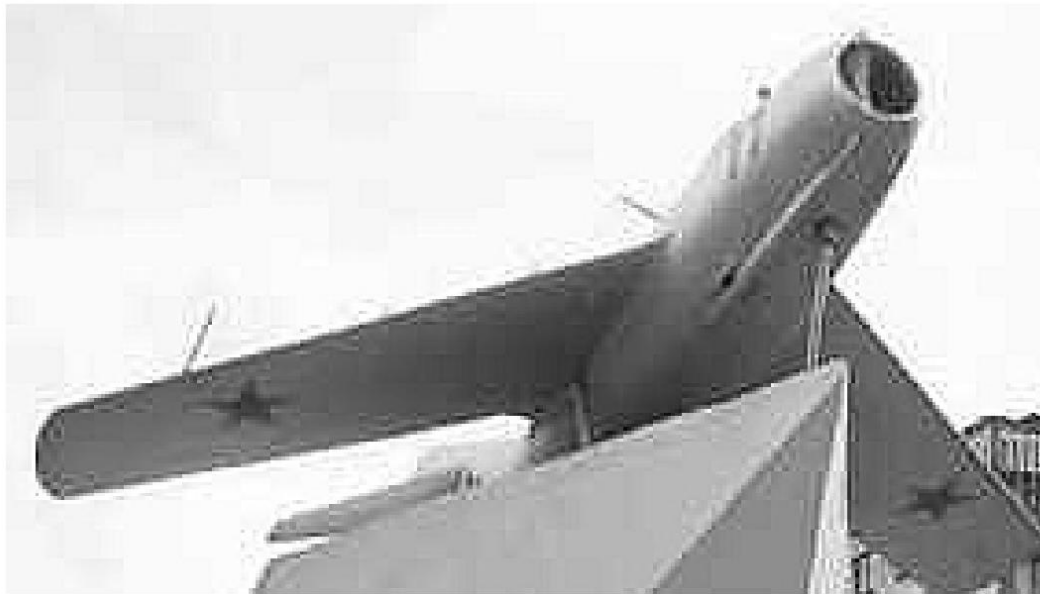


Рис 3.2 – Стиснене зображення (PSNR = 26,5125 дБ)





Рис 3.3 – Зображення після процесу деблокінгу (PSNR = 27,0533 дБ)

### 3.3 Метод зменшення високої локальної контрастності та покращення якості освітлення

Відео інформація може мати нерівномірний розподіл яскравості та низьку контрастність, що підвищує складність аналізу як людиною, так і комп'ютерною системою. Для усунення локальної неоднорідності освітленості об'єктів, що спостерігаються на сцені застосовуються методи на основі технології Retinex.

Широкого поширення набули методи Multi-Scale Retinex (MSR). Класична MSR функція є зважену суму одновимірних SSR-функцій (Single-Scale Retinex), знайдених при різних масштабах. В узагальненому вигляді розрахунок відгуку MSR-функції для  $n$  рівнів можна представити як (3.10):

$$R_{MSR}(x, y, \sigma) = \sum_{k=1}^n \left\{ w_k \cdot (\log[I(x, y)] - \log[I(x, y) * G(x, y, \sigma_k)]) \right\}, \quad (3.10)$$

де  $I(x, y)$  – значення інтенсивності пікселя за координатами  $x$  та  $y$ ;  
 $\sigma = (\sigma_1, \sigma_1, \dots, \sigma_n)$  – вектор коефіцієнтів розмиття;  
 $G(x, y, \sigma)$  – гаусіана;  
 $w_k$  - ваговий коефіцієнт  $k$ -го рівня, причому  $w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1$ ;  
знак \* позначає згортку.

У запропонованому методі покращення зображення вирішено використати модифікацію Multi-Scale Retinex у колірному просторі HSV, де для прискорення обчислення застосовано вейвлет-перетворення. Вейвлет-перетворення поділяє кожен сигнал на два компоненти рівного розміру – апроксимацію (approximation) та деталізацію (detail) або відмінність (difference). У разі обробки одновимірного дискретного сигналу  $S = \{s^j\}_{j \in Z}$  спрощене обчислення компонент approximation (L) та detail (H) та відновлення сигналу (зворотне вейвлет-перетворення) відбуватиметься за формулами (3.11):

$$L_j = \frac{s_{2j} + s_{2j+1}}{2}, \quad H_j = \frac{s_{2j} - s_{2j+1}}{2},$$

$$s_{2j} = \frac{2 \cdot L_j + 2 \cdot H_j}{2}, \quad s_{2j+1} = \frac{2 \cdot L_j - 2 \cdot H_j}{2}. \quad (3.11)$$

В результаті застосування вейвлет-перетворення до зображення формуються чотири області LL HL LH HH шляхом почергового одновимірного вейвлет-перетворення рядків та стовпців. Пропонується використовувати область LL для розрахунку значень коригування яскравості MSR і потім виконувати зворотне перетворення. У ході зворотного перетворення високочастотні компоненти (detail) додатково збільшують рівень локального розмаїття. Однак можуть виникнути ситуації, коли через великі значення у високочастотних компонентах можуть з'являтися артефакти, що візуально виглядають як ореол чи сходи. Такі артефакти виникають переважно у

фрагментів з високою локальною контрастністю на вихідному зображенні. З метою зменшення кількості артефактів можна здійснити згладжування високочастотних областей або застосувати коефіцієнти, що дозволяють змінити інтенсивність значень високочастотної області.

Було вирішено використовувати два коефіцієнти для корекції інтенсивності високочастотних компонентів. Перший ( $k_{div}$ ) відповідає за рівномірну корекцію значень, а другий ( $k_h$ ) дозволяє здійснити лінійну корекцію у разі перевищення порога локального розмаїття ( $T_H$ ). Для скорочення обчислювальної складності під час програмної реалізації вейвлет-розкладання було вирішено використати таблицю перетворень LUT (Look-Up Table). У такому у разі компонента detail (H) буде формуватися в залежно від різниці сусідніх пікселів ( $S_{2j} - S_{2j+1}$ ) за формулою. У цьому зворотне вейвлет-перетворення залишається незмінним (3.12).

$$H_j = \text{sgn}(S_{2j} - S_{2j+1}) \cdot H_{LUT}(|S_{2j} - S_{2j+1}|), \quad (3.12)$$

При цьому (3.13):

$$H_{LUT}(i) = \begin{cases} \frac{i}{k_{div}} & \text{якщо } i \leq T_H \\ \frac{(i - T_H) \cdot k_h + T_H}{k_{div}} & \text{якщо } i > T_H \end{cases} \quad (3.13)$$

Оклик MSR-функції може давати як негативні, і позитивні значення, у своїй межі діапазону будуть довільними. У зв'язку з цим виникає необхідність перетворення отриманих значень в область відображення  $[0, 255]$ . Типовим підходом є розтягування діапазону з урахуванням мінімальних та максимальних значень або на основі коефіцієнтів посилення сигналу та його зміщення. Залежно

від вихідного зображення у розподілі вихідних значень MSR-функції середнє значення може бути зміщене щодо нуля. У зв'язку з цим для формування вихідного зображення вирішено використовувати розтяг діапазону з урахуванням адаптивної підстроювання ступеня розширення на основі граничних порогів, приймаючи в увагу бажаний розмір діапазону ( $Pr$ ) та усунення центру розподілу (вирівнювання щодо нуля) (3.14).

$$I_{MSR}(x, y, \sigma) = Cl \left( \frac{R_{MSR}(x, y, \sigma) - \text{avg}(R_{MSR}(\sigma))}{(\max(R_{MSR}(\sigma)) - \min(R_{MSR}(\sigma))) \cdot Pr} \cdot I_{TR} + k_{offset} \right) \quad (3.14)$$

де  $I_{MSR}$  – значення яскравості вихідного зображення;

$R_{MSR}$  – вихідні значення MSR-функції;

$I_{TR}$  – бажаний вихідний діапазон (типове значення 255);

$k_{offset}$  – коефіцієнт усунення яскравості (за зам.  $k_{offset} = 127$ );

$Cl()$  – функція відсікання значень що виходять за бажаний діапазон.

### 3.4 Результати методу з розділу 3.3

Для експериментального дослідження запропонованого методу були використані набори знімків, отриманих в різний час дня з різним характером освітлення. При цьому роздільна здатність зображень становить  $2592 \times 1944$  пікселів.

Проведене дослідження показало, що запропонований спосіб обчислення високочастотних компонентів вейвлет перетворення дозволяє знизити кількість артефактів, пов'язаних з високою локальною контрастністю оригінальних

зображень, а також при необхідності виконати її збільшення. У свою чергу, спосіб формування результуючого зображення дозволяє згенерувати бажаний розподіл щодо цільового рівня яскравості.

## ВИСНОВОК ДО РОЗДІЛУ

Представлено нові алгоритми для усунення блокінг-ефекту, розроблені у просторово-частотної галузі. Ці алгоритми ґрунтуються на дискретному та зворотному вейвлет-перетвореннях. Вони використовують метод оптимальної інтерполяції та технологію Retinex.

Основна перевага цих алгоритмів – це простота і легка реалізація, порівнюючи з існуючими методами. Відсутні “порогові методики” у процесі розробки. Експерименти показують, що нові запропоновані алгоритми можуть покращити візуальну якість зображення, пікове відношення сигнал/шум (PSNR), видалити блокінг ефект, зменшити локальну контрастність, врегулювати цільовий рівень яскравості.

## 4 РОЗРОБКА СТАРТАП ПРОЕКТУ «Метод покращення та відновлення зображення на основі вейвлетів»

### 4.1 Ідея проекту

У цьому розділі аналізується стартап-проект, який передбачає використання оптики в цілому для обробки інформації. Пропонований спосіб передбачає використання вейвлет-обробки для покращення або відновлення оптичної інформації. Цей проект буде створено за результатами розробки цього алгоритму.

Потенційні ринки, з яких можна зібрати групи клієнтів, можна знайти в таблиці 4.1. Ця таблиця також показує ідею, що буде використовуватися.

Таблиця 4.1

Таблиця потенційних ринків

Ідея	Напрямки використання	Переваги використання
Покращення та відновлення оптичної інформації	Оптика	Простота і легкість використання
	Телекомунікації	Кращий результат обробки
	ІТ сфера	

За допомогою вейвлет-обробки створено нові методи обробки оптичної інформації, які значно покращують вихідні зображення та відео. Ці процеси також допомагають формувати розвиток телекомунікацій та інформаційних технологій.

У таблиці 4.2 наведені мінімальні вимоги для проекту, який потребує розробки та реалізації певних функцій. Для цього необхідна компетентні спеціалісти, а також принаймні мінімальна кількість таких спеціалістів із переліку.

Таблиця 4.2

**Таблиця спеціалістів проекту**

<i>№</i>	<i>Команда</i>	<i>Роль</i>	<i>Задачі</i>
1	Інженер із сфери оптики	Розробник ідеї	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Лідування проекту</li> <li>– Аналітика і розробка ідеї</li> <li>– Створення алгоритму</li> <li>– Розробка ТЗ</li> </ul>
2	Конструктор	Експерт	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оцінка існуючих конструкційних рішень</li> <li>– Створення власного конструктивного рішення</li> </ul>
3	Програміст	Виконавець	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Розробка програмного забезпечення на основі алгоритму</li> </ul>



4	Маркетолог	Дипломат	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Аналіз ситуації на ринку</li> <li>– Прогнозування етапів проекту</li> <li>– Спілкування з інвесторами</li> <li>– Стратегії виходу на ринок</li> </ul>
---	------------	----------	--

Таблиця 4.2 показує, що для реалізації проекту необхідні не менше чотирьох кваліфікованих спеціалістів.

Наступним кроком дослідження конкуруючих ідей порівнюється з ідеєю, про яку йде мова, щоб визначити будь-які переваги чи недоліки:

- Визначити перелік техніко-економічних властивостей і характеристики ідеї.
- Щоб зрозуміти економічну та технічну доцільність проекту, збираємо інформацію про існуючі проекти конкурентів або товари-замінники. Ми використовуємо цю інформацію для створення списку проектів-конкурентів, які відповідають наведеним вище вимогам. Після створення цього списку ми працюємо з даними для визначення попередніх конкурентів або товарів-замінників.

Таблиця 4.3 відображає показники, які ми порівнюємо, щоб створити власну версію. Умовні позначення: слабкіші значення - W, рівноцінні значення - N, сильніші показники – S.

*Таблиця 4.3*

### **Порівняння характеристик ідеї проекту відносно конкурентів**

№	Технічні та економічні параметри ідеї	Товари/проекти конкурентів			W	N	S
		Мій проект	Google	IBM			
1	Вартість ПЗ	8000\$	10000\$	70000\$	-	-	+
2	Вплив на екологію	-	-	-	-	+	-
3	Термін гарантії	5 роки	5 років	2 роки	-	-	+
4	Інвестиції	+	-	-	+	-	-
5	Період підтримки	Кожний рік	Кожний рік	Кожний рік	-	-	+
6	Торгова марка	Невідома	Відома	Відома	+	-	-

Оскільки багато програмних компаній пропонують подібні послуги, створення проекту коштуватиме дешево. Це дозволило б знизити ціну на готову продукцію та збільшити її обсяг продажу. У багатьох конкурентів висока вартість програмного забезпечення. Написання програмного забезпечення не вимагає великої кількості кваліфікованих фахівців.

## **4.2 Аналітика ринкового потенціалу стартап проекту**

Визначимо ринкові можливості проекту за допомогою аналізу потенційного попиту. Цей аналіз попиту включає визначення кількості та швидкості зміни

потреб споживачів. Зібравши цю інформацію, розробимо план створення продукту чи послуги на основі отриманих результатів. Аналіз цих даних — відомий як аналіз попиту — зображено в таблиці 4.4. Оскільки результати залежать від того, скільки людей потребують того чи іншого продукту чи послуги, цей процес також може виявити ринкові можливості. І оскільки ці можливості зростають у зв'язку зі змінами ринку, їх аналіз може виявити загрози для створення продукту чи послуги на передбачуваному ринку.

*Таблиця 4.4*

**Порівняння характеристик ідеї проекту відносно конкурентів**

№ п/п	Назва характеристики ринку	Значення
1	Кількість головних лідерів сфери	2
2	Загальні обсяги продажу, грн/ум.од	10000 ум.од.
3	Динаміка розвитку ринку	Зростає на 24% у рік (станом на 2021)
4	Обмеження входу	Недостатньо розвинена технологія

*Продовження таблиці 4.4*

5	Специфічні вимоги стандартизації та сертифікації	Оцінка відповідності
6	Середній показник рентабельності в галузі	55%

Аналіз ринку показує, що він має позитивне зростання та не вимагає спеціальних стандартів чи специфікацій. Обмежень на вихід теж немає. Поточний чистий прибуток в галузі в 3 рази перевищує процентні ставки банків. Це дає можливість почати стартап із прийнятними шансами на успіх.

У таблиці 4.5 наведено конкретні вимоги до продукції для кожної групи майбутніх клієнтів. Ці вимоги допомагають створити список потенційних груп клієнтів.

Таблиця 4.5

#### Аналіз потенційних клієнтів

№ п/п	Попит, який формує ринок	Цільова аудиторія	Відмінності поведінки потенційних груп клієнтів	Вимоги споживачів до товару
1	Обробка оптичної інформації	Наукові установи, виробники електрично-візуальної техніки та медичного обладнання, дата центри різних сфер	Вихідні показники якості після обробки	Доступність, ціна, якість покращення та відновлення

Цей проект націлений на поведінку споживачів у вигляді ціни, розміру та точності розрахунків. Це також впливає на підприємства з точки зору точності, вартості та доступності обчислювальних систем. Орієнтуючись на ці дві різні групи, цільова аудиторія отримує переваги від доступних, точних і недорогих

компактних пристроїв. Це полегшує обчислення вченим, виробникам медичного обладнання та іншим установам, які потребують якісну оптичну інформацію у роботі.

Ця технологія пов'язана з певними ризиками. Однією з них є те, що проект не опубліковано на ринку і не має зв'язку з цільовою аудиторією. Це також потребує значних інвестицій. Нижче приведена таблиця 4.6 з оцінкою загроз.

*Таблиця 4.6*

**Аналіз загроз**

№ п/п	Назва фактору	Зміст загрози	Можливі рішення
1	Збут	Потенційними клієнтами є іноземні компанії	Реклама, участь у міжнародних конференціях
2	Науково-технічний	Недостатній розвиток технології	Технічна підтримка
3	Соціальний	Конкурент має більший попит через популярність	Реклама продукту
4	Технологічний	Неможливість проведення оцінки відповідності за межами країни	Використання галузевого стандарту

5	Попит	Зменшення попиту через ціну продукту	Проведення стартового зменшення ціни з подальшим ростом відносно попиту
---	-------	--------------------------------------	---

Нові проекти стикаються з безліччю загроз. Серед них недостатнє розуміння їхніх технологій і брак довіри до ринку. Хоча технологічно недорозвинений проект стикається з тими ж загрозами, вони є більш значущими з самого початку, оскільки впливають на спілкування з великою аудиторією. Загрози не завадять проекту вийти на ринок, оскільки не є значними. Проте деякі можливості також існують — приклади наведено в таблиці 4.7.

*Таблиця 4.7*

#### **Аналіз можливостей**

№ п/п	Фактор	Зміст можливості	Можлива реакція компанії
1	Збут	Деяка організація проявить цікавість до нового проекту	Співпраця після обговорення нюансів
2	Науково-технічний	Створення найкращого алгоритму відносно конкурентів	Розробка системи

3	Економічний	Одержання деяких пільг в процедурі оподаткування	Зниження вартості продукту, що сприятиме більшому попиту
4	Економічний	Покращення курсу гривні	Зростання кількості потенційних партнерів в країні
5	Міжнародний	Стабільність відносин з країнами партнерами	Спрощення виходу проекту на міжнародний ринок

Новий на ринку проект приваблює сторонні компанії, які хочуть інвестувати в новаторські проекти. Крім того, вони використовують можливість отримати технологію обробки оптичної інформації рпи умові отримання найкращого результату.

У таблиці 4.8 наведено поетапний аналіз для оцінки конкуренції на ринку. Це допомагає вибрати стратегію ринкової поведінки шляхом вивчення типу конкуренції на ринку.

*Таблиця 4.8*

#### **Поетапний аналіз ринкової конкуренції**

Особливість конкурентної середи	В чому проявляється дана характеристика	Вплив на діяльність підприємства (можливі дії компанії, щоб бути конкурентоспроможною)
---------------------------------	---	--

Олігополістична конкуренція	Крупні компанії ринку розділили сфери впливу на ринку	Участь у боротьбі за своїх клієнтів
Міжнародна конкуренція	Оскільки галузь досить вузько спеціалізована – боротьба відбувається на міжнародному рівні	Участь у міжнародних тендерах
Товарно-родова	Існування аналогічних варіантів покращення оптичної інформації	Розвиток технології
Цінова	Завищена ціна	Підтримка балансу ціна - якість

Завдяки аналізу стало зрозуміло, що конкуренція не перешкоджає виходу на ринок країни. Також цей проект має потенціал виходу на міжнародний ринок завдяки новим технологіям, які він розробляє і впроваджує.

Ми детальніше дослідимо поточні умови конкуренції після завершення аналізу конкуренції, наведеного у таблиці 4.9.

*Таблиця 4.9*

### **Аналіз конкуренції портера**



Елемент аналізу	Головні конкуренти	Можливі конкуренти	Поставники	Покупці	Товари-аналоги
	IBM, Google	Наукові центри та лабораторії поза межами країни	Більш визнані, кращий та ширший асортимент товару	Конкуренти мають більший показник якості	Нижчий показник ціни
Результат	На ринку України відсутні конкуренти, що мали б сертифікат для здійснення продаж в Україні.	Наявна можливість виходу на ринок, проте відсутній сертифікат для здійснення цього	Відсутні конкуренти на ринку країни	Умови якості обробки та відновлення зображення	Деякі обмеження у сфері через наявність аналогових товарів

Сильні та слабкі сторони конкуруючих проектів необхідно ретельно враховувати при розробці нових ідей. Це пояснюється тим, що лише деякі із запропонованих ідей можуть бути вдосконалені через їх точність. Деякі позиції

практично не змінюються, наприклад ціна, вартість і потреби споживачів. Однак інші переваги включають такі характеристики, як простота експлуатації та обслуговування, конкурентоспроможні ціни та маркетинговий потенціал.

Після аналізу даних визначається та обґрунтовується перелік конкурентних факторів. Обґрунтовані теорії свідчать про те, що покращення конкурентного середовища можливе шляхом задоволення вимог споживачів як щодо ціни, так і щодо якості. Крім того, важливим є маркетинговий потенціал і привабливість для споживачів. Ці якості необхідні для того, щоб будь-який проект був успішним. Цю роботу можна виконувати в Україні через конкурентну ситуацію.

У таблиці 4.10 наведена аргументація конкурентоспроможності.

*Таблиця 4.10*

#### **Аргументація конкурентоспроможності**

№ п/п	Показник конкурентоспроможності	Аргументація
1	Ціна	Невисока вартість сприяє притоку покупців
2	Підтримка продукту	Термін підтримки не уступає гравцям ринку
3	Довіра клієнтів	Формується при умові гарного виходу на ринок та початку продаж
4	Показник якості	Достатньо довга техпідтримка каже про якість

Потреби споживачів визначають необхідність розробки проекту, який конкурує за факторами ціни та витрат. Це тому, що споживачі потребують відповідності цінам і витратам конкурентів. Це вимагає проектів, які відрізняються простотою експлуатації, а також обслуговуванням, яке кожен може легко виконати самостійно.

Нове програмне забезпечення, яке покращує оптичну інформацію, легше впровадити, якщо включити ключові конкурентні фактори. Найважливіше те, що висока якість цього програмного забезпечення та підтримка протягом усього часу використання споживачами відрізняє його від іншого програмного забезпечення.

Визначаючи сильні та слабкі сторони стартап-проекту за допомогою SWOT-аналізу, наведеного у таблиці 4.11, ця інформація дозволяє розробникам створювати альтернативні ідеї щодо поведінки на ринку. SWOT-аналіз також показує, що сильні сторони проекту включають високу якість, простоту використання та обслуговування. Деякі слабкі сторони включають слабкий імідж продукції на міжнародному ринку; менший асортимент товарів і послуг порівняно з конкурентами; зниження доходів потенційних клієнтів; поява на ринку нових гравців; і конкурентів, діючих. Нові технології призведуть до зростання потреб споживачів і можливостей для інновацій, що відкриває нові шляхи для зростання в багатьох сферах бізнесу.

*Таблиця 4.11*

### **SWOT аналіз**

<b>Сильні сторони:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– Ціна</li><li>– Підтримка продукції</li></ul>	<b>Слабкі сторони:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– Довіра клієнтів</li><li>– Інвестиції</li></ul>
---	---

– Якість	
----------	--

*Продовження таблиці 4.11*

<p><b>Можливості:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Поява організацій, що зацікавляться проектом</li> <li>– Створення більш оптимального приладу</li> <li>– Отримання податкувальних пільги</li> <li>– Збільшення курсу гривні</li> <li>– Підвищення стабільності відносин з країнами партнерами</li> </ul>	<p><b>Загрози:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Іноземні компанії клієнти</li> <li>– Недостатня розвиненість технології</li> <li>– Використання більш популярної технології</li> <li>– Сертифікація за межами країни</li> <li>– Ціна продукту може не відповідати очікуванням споживачів</li> </ul>
--	---

Ринки можна проаналізувати за допомогою методу SWOT, щоб визначити поведінку конкурентів. Ці альтернативні способи поведінки допомагають визначити, коли виходити на ринок для конкретного проекту.

### **4.3 Розробка стратегії виходу на ринок**

Перший крок у розробці ринкової стратегії є визначенням стратегії захоплення ринку: опис цільової групи потенційних покупців. Даний аналіз наведений нижче у таблиці 4.12.

Таблиця 4.12

**Вибір потенційних груп клієнтів**

№ п/п	Опис цільової групи	Готовність споживачів прийняти товар	Приблизний попит в межах одного сегменту	Інтенсивність конкуренції в сегменті	Простота входу у сегмент
1	Промислові компанії	Готові	30 одиниць	Висока	Просто

*Продовження таблиці 4.12*

2	Наукові інститути		10 одиниць	Середня	Просто
3	Дата центри		700 одиниць	Середня	Складно

Обрано такі цільові групи: Наукові інститути, промислові компанії  
Протягом аналізу груп споживачів було вирішено стосовно співпраці компанії з інститутами та промисловими компаніями.

Встановлені установи, такі як лабораторії та корпорації, що працюють з наукою, можуть залучити нових клієнтів. Клієнти хочуть придбати 30 примірників першої партії, а для другої партії – 10 примірників. Робота з

багатьма сегментами дозволяє легко розробляти різні маркетингові кампанії. Через низьку конкуренцію в цьому конкретному сегменті увійти в бізнес легко.

Компанії необхідно розробити базовий план розвитку перед тим, як працювати в конкретному сегменті ринку. Дана стратегія наведена у таблиці 4.13.

*Таблиця 4.13*

**Базова стратегія розвитку**

№ п/п	Обраний шлях розвитку	Стратегія захоплення ринку	Головні фактори конкурентоспроможності	Результуюча стратегія розвитку
1	Урівноваження недопрацьовань стартапу наявністю ринкового потенціалу	Спрощений недиференційований маркетинг	Якість, технічна підтримка	Стратегія диференціації

Стратегія диференціації є основним маркетинговим підходом із спрощеним недиференційованим підходом, обраним для альтернативи розвитку проекту. Цей вибір найкраще сприяє стратегії, оскільки він збільшує взаємозамінність продукту та робить ціну більш непередбачуваною. Це також спонукає клієнтів бути більш лояльними до компанії, що може перешкодити виходу на ринок нових конкурентів. Крім того, підвищення чутливості до ціни може призвести до підвищення прибутковості.

Далі необхідно обрати стратегію поведінки з конкурентами. Наведемо її у таблиці 4.14.

Таблиця 4.14

**Стратегія конкурентної поведінки**

№ п/п	Чи є проект «першопрохідцем» сегменту?	Чи буде компанія займатись пошуком нових споживачів ?	Чи буде компанія копіювати базові характеристики товару конкурента ?	Стратегія конкурентної поведінки
1	Ні	Буде відбирати у конкурентів та займатись пошуком нових	Так, оскільки продукт є вдосконаленням існуючих технологій	Стратегія наслідування лідера

Оскільки лідер визначає базову конкурентну стратегію, дотримання її є найкращим вибором для конкурентної стратегії. Це пояснюється тим, що це показує, що компанія має переваги лідерства — наприклад, виробляє унікальний продукт або пропонує різні функції — і приносить користь своїм споживачам, розміщуючи себе на подібних перевагах і особливостях технології.

Щоб належним чином просувати продукт на ринок, сегмент споживачів повинен визначити потреби проекту та визначити позицію на ринку. Це

відбувається за допомогою стратегії позиціонування, яка використовує дані для створення визначеної позиції на ринку, наведеної у таблиці 4.15.

Таблиця 4.15

### Стратегія позиціонування

№ п/п	Вимоги клієнтів до продукту	Стратегія розвитку	Головні переваги продукту	Вибір переваг, які мають створити комплексну позицію проекту
1	Покращення продукту, якість обробки	Стратегія диференціації	Висока якість товару	Якість, ціна, техпідтримка

Щоб відповідати вимогам усіх проектів компанії, обрані для цієї мети організації повинні були відповідати потребам цільової аудиторії. Це були такі потреби, як якість, простота та обслуговування. Завдяки такому розподілу обов'язків були сформовані ключові конкурентні позиції, які могли задовольнити всі вимоги. Це означало, що компанії могли ефективно працювати на ринку.

#### 4.4 Розроблення маркетингової компанії стартап-проекту

Аналіз конкурентоспроможності продукції дає зрозуміти переваги продукту, що продається на ринку. Ця інформація використовується для



розробки маркетингової концепції продукту, яка може бути викладена реченням.  
У наведеній нижче таблиці 4.16 узагальнено цю інформацію.

Таблиця 4.16

**Ключові переваги товару**

№ п/п	Потреба	Вигода	Головні переваги
1	Якість обробки	Покращення обробки оптичної інформації	Покращений алгоритм обробки зображень
2	Якість ПЗ	Простота одержання результату	Покращення якості за допомогою вилучення людського фактору
3	Економічність	Можливість довгого користування	Довга технічна підтримка та оновлення

Основними перевагами проекту є його висока якість та економічність. Однак головною перевагою цього продукту є те, що він виконує швидку обробку інформації, що дає йому перевагу перед іншими методами-конкурентами.

Створимо трирівневу модель маркетингу у таблиці 4.17.

## Трирівнева маркетингова модель

Рівні	Складові та суть		
I. Товар за задумкою	Продукт застосовується при обробці зображень та відеоматеріалів.		
II. Реальний варіант товару	Характеристики	М, Нм	Вр, Тх, Тл, Е, Ор

## Продовження таблиці 4.17

	– Термін підтримки	Нм	Е
	– Цінний показник	М	Е
	– Якість обробки	Нм	Тх
	– Надійність	Нм	Тх
	Якість: відповідає нормам ДСТУ 2504:2017		
	Пакування: ПЗ записане на диск.		
	Марка: STreatment (ST)		
III. Товар із підкріпленням	До продажу : немає вимог		
	Після продажу: підтримка 5 років		
Продукт буде захищений від копіювання за допомогою цифрового ключа.			

Цей аналіз показав можливість створення новий метод обробки і покращення оптичної інформації за допомогою вейвлет-перетворень. Це дасть перевагу, оскільки програма якісна в обробці і покращенні зображень. Багато компаній використовують оптичні пристрої у бізнесі, тому це буде вигідною ідеєю для розвитку стартапу. Для створення пристрою перед продажем необхідні спеціальні навички. Після продажу покупці можуть легко користуватися пристроєм без цих навичок. Тому створювати та продавати пристрій легко. Використовується цифровий ключ для захисту від копіювання свого проекту.

Приведемо межі ціни продукту у таблиці 4.18.

Таблиця 4.18

**Межі ціни продукту**

№ п/п	Ціни товарів аналогів	Ціни на товари замітники	Доходи потенціальних клієнтів	Межі ціни продукту
1	500-800\$	1000-3000\$	1-4 млн. \$ на рік	700-1500\$

Встановлюючи ціну на продукт, підприємства повинні враховувати обмеження ціни, встановлені конкурентами, а також інформацію про доходи споживачів. Нижня та верхня межі ціни на товар були визначені шляхом вивчення товарів-субститутів, аналогічних товарів та доходу цільової групи

споживачів. Цей процес призвів до цінової переваги продукту над продуктами конкурентів, які потрапляють у ці цінові діапазони.

Система збуту наведена у таблиці 4.19.

*Таблиця 4.19*

**Система збуту**

№ п/п	Метод закупки клієнтами	Функції, що має виконувати постачальник	Глибина каналу збуту	Оптимальна система збуту
1	Покупка через виробника	Аналітика ринку, маркетинг	Канал нульового рівня	Продаж через інтернет та онлайн магазин

Оптимальна система продажів має широку глибину каналів і специфічні функції продажів. Ці функції доступні через веб-сайти та звичайні магазини. Крім того, система дозволяє легко контактувати зі споживачами шляхом створення програм підтримки лояльності та збору інформації про маркетингові тенденції, що згадані та описані у таблиці 4.20.

*Таблиця 4.20*

**Маркетингові комунікації**

№ п/ п	Особливості поведінки клієнтів	Шляхи дознаван ня про продукт	Ключові позиції позиціонуван ня	Мета реклама	Концепція звернення у рекламі
1	Клієнти зацікавлені у альтернативах обробки медіаматеріалі в.	Інтернет, спец сайти.	Інтернет маркетинг	Зацікавит и клієнта	«Зроби досконале досконаліши м»

Враховуючи, що клієнти отримують більшу частину інформації стосовно нових продуктів через Інтернет, веб-сайти, соціальні мережі та публікації, SMM та інтернет-маркетинг були обрані як відповідні ключові місця. Завдання рекламного повідомлення - викликати інтерес у нових клієнтів і позиціонувати товар.

## ВИСНОВОК ДО РОЗДІЛУ

Оскільки аналіз проекту показує, що він буде успішним, є кілька причин, чому це так. Одна полягає в тому, що стартап використовує алгоритм математичної обробки, який конкурує з аналогами через низьку вартість для виробництва свого продукту. Крім того, це економічно вигідно завдяки відсутності будь-якого спеціального обладнання. Також можливе застосування в багатьох сегментах.

Можливі основні способи використання нашого продукту, такі як передача інформації, кодування інформації та криптографія. Наш продукт також надає переваги користувачеві завдяки кращій обробці медіаматеріалів з більшими можливостями якості зображення.

Більшість компаній не випускають таку продукцію, тому що ринок специфічний. Крім того, вартість цих продуктів недостатньо висока, щоб впливати на довгострокове ціноутворення. Нові технології теж обіцяють окупитися. Через це дослідницькі компанії та компанії, що займаються обробкою оптичної інформації, були обрані цільовими групами. Це багатообіцяюче, тому що ці компанії можуть аналізувати поведінку та запити клієнтів і вибирати нових клієнтів із існуючих, аналізуючи ефективність своїх компаній-конкурентів.

Знаючи, що на ринку мало конкурентів із подібними продуктами, ви гарантуєте, що попит швидко не переповниться. Причиною цього є явні переваги продукту перед іншими брендами. Завдяки цим якостям неухильно зростає як кількість покупців, так і їхні вимоги. Щоб мати значні проблеми, йому потрібна погана репутація або погане рекламне агентство. Оскільки його основною проблемою є відсутність експозиції, його ринкова ціна може бути нижчою за середню.



## ВИСНОВКИ

Для обробки оптичної інформації вибором цієї магістерської роботи було створення алгоритму на основі вейвлетів. Це було досягнуто шляхом аналізу існуючих методів оптичної обробки та пошуку доцільності використання основного методу. Було досліджено та випробувано кілька різних методів. Це можна зробити завдяки тому, що існують інші методи, які вимагають використання замітника. Було запропоновано використовувати вейвлет аналіз, використаний у математичному алгоритмі покращення якості.

У розділі 1 розглянуто характеристики та особливості різних вейвлет-перетворень. Також розглянули загальну класифікацію.

Який тип перетворень було обрано для подальшого розгляду, описано в розділі 2. У цьому розділі також розглядаються їхні переваги та недоліки.

Третій розділ описує розробку нових алгоритмів відновлення та покращення оптичної інформації на основі досліджень минулих розділів.

У розділі 4 розглядається потенціал проекту для виходу на ринок у поєднанні з бізнес-аналізом. Після цього проводиться оцінка можливостей виходу пристрою на ринок.



## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. O'Connell A. F., Nichols J. D., Karanth K. U. (Eds.). Camera Traps in Animal Ecology. Tokyo, Springer Japan, 2011. 271 p. Doi: 10.1007/978-4-431-99495-4\_6.
2. Gao H., Wei P., Ke J. Color enhancement and image defogging in HSI based on Retinex model. Proceeding of the SPIE 9622, International Conference on Optical Instruments and Technology: Optoelectronic Imaging and Processing Technology, 962203 (5 August 2015). 8 p. Doi: 10.1117/12.2193264.
3. Краткий курс теории обработки изображений [Электронный ресурс] / Журавель И. М. // Режим доступа: <http://matlab.exponenta.ru/imageprocess/book2>
4. Ватолин Д., Ратушняк А., Смирнов М. Методы сжатия данных.- М.: "Диалог-МИФИ", 2003. – 381 с.
5. R. A. Gopinath, Wavelet Based Post Processing of Low Bit Rate Transform Coded Images, Proc. ICIP'94, Nov. 1994. – p. 913 – 917.
6. B. Jeon, J. Jeong and J. Jo, Locking artifacts reduction in image coding based on minimum block boundary discontinuity, Visual Communications Proceedings, Image Processing, May 1995. – p. 198 – 209.
7. J. Jeong and B. Jeon, Use of a class of two dimensional functions for blocking artifacts reduction in image coding, Proceedings of the International Conference on Image Processing, October 1995. – p. 478 – 481.
8. Zixiang Xiong, M. T. Orchard and Yaqin Zhang, A Deblocking Algorithm for JPEG Compressed Images Using Overcomplete Wavelet Representations, IEEE Trans. Circuits Syst. [Video Technol]., vol. 7, no. 2, April 1997. – p. 433 – 437. 9. T. C.

Hsung, D. P. K. Lun and W. C. Siu, A Deblocking Technique for Block Transform Compressed Image Using Wavelet Transform Modulus Maxima, IEEE Trans. Image Processing, vol. 7, no. 10, Oct. 1998. – p. 1488 – 1496.

10. S. Wu, H. Yan and Z. Tan, An Efficient Wavelet Based Deblocking Algorithm for Highly Compressed Images, IEEE Trans. Circuits Syst. [Video Technol]., vol. 11, no. 11, Nov. 2001. – p. 1193 – 1198.

11. Міністерство фінансів України. Депозити в банках України. – Режим доступу: <https://mof.gov.ua/uk/zviti-po-derzhavnih-bankah-fin> – 02.11.2019 р.

12. Розроблення стартап-проекту [Електронний ресурс] : Методичні рекомендації до виконання розділу магістерських дисертацій для студентів інженерних спеціальностей / За заг. ред. О.А. Гавриша. – Київ : НТУУ «КПІ», 2016. – 28 с.

13. Melhem H., Kim H. Damage detection in concrete by Fourier and wavelet analyses //Journal of Engineering Mechanics. – 2003. – Т. 129. – №. 5. – С. 565-590.

14. Алексеев В. В., Закемовская Е. Ю. Стационарное дискретное вейвлет-преобразование. Вопросы применения в задачах фильтрации //Известия СПбГЭТУ ЛЭТИ. – 2017. – №. 6. – С. 50–64.

15. Благітко Б., Бригілевич В., Ярмолівський І. Виділення сигналу з суміші сигнал-шум за допомогою вейвлет-перетворення //Вісник Львів. УН-ТУ. – 2006. – С. 272–324.

16. Шинкарук О. М., Бойко Ю. М., Бабій Ю. О. Зіставлення вейвлет-перетворення з перетворенням Фур'є //Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2009. – С. 2009 63.

17. Zhang D. Wavelet transform //Fundamentals of Image Data Mining. – Springer, Cham, 2019. – С. 30-42.
18. Черемисина Е. Н., Никитин А. А. Вейвлет-анализ как средство максимального извлечения полезной информации //Геоинформатика. – 2019. – №. 1. – С. 22–25.
19. Дремин И. М., Иванов О. В., Нечитайло В. А. Вейвлеты и их использование //Успехи физических наук. – 2001. – Т. 171. – №. 5. – С. 460–508.
20. Журавов Д. В., Степанов А. Б. Применение Simulink при реализации алгоритмов вычисления непрерывного вейвлет-преобразования на цифровом сигнальном процессоре //DSPА: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. – 2018. – Т. 8. – №. 4. – С. 50–55.
21. Gupta D., Choubey S. Discrete wavelet transform for image processing //International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering. – 2015. – Т. 4. – №. 3. – С. 590-600.
22. Burt P., Adelson E. The Laplacian pyramid as a compact image code // IEEE Trans. Comm., 31. P. 485–552.
23. Polikar R. The story of wavelets //Physics and modern topics in mechanical and electrical engineering. – 1999. – С. 187-201.
24. Polikar R. Введение в вейвлет-преобразование / Пер. В.Г. Грибунина. – СПб. АВТЭКС. – <http://www.autex.spb.ru>.

25. Воробьев В. И., Грибунин В.Г. Теория и практика вейвлет преобразования // ВУС, 1999. С.3–202.
26. Киселев А. Основы теории вейвлет-преобразования. – <http://www.basegroup.ru/library/cleaning/intro-to-wavelets/>
27. Zhang Y., Li Y., Kanterakis E., Katz A., Lu X.J., Folimieri R., Cavaris N.P. Optical realization of wavelet transform for a one-dimensional signal // Optics Letters. - 1992. - V.17, №3. - P.208-210.
28. РОЗРАХУНОК ВОЛОКОННО-ОПТИЧНОЇ ЛІНІЇ ЗВ'ЯЗКУ . Г.В. БОГАТИРЬОВА, А.С. ПРИТУЛА //Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2012. – С. 2012 145.
29. Диткин В.А., Прудников А. П. Интегральные преобразования и операционное исчисление. - М.: Наука, 1974. - 542 с.
30. Freysz E., Pouligny B., Argoul F., Arneodo A. Optical wavelet transform of fractal aggregates // Phys. Rev. Lett. - 1990. - V.64, №7. - P.740-743.
31. Daubechies I. The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis //IEEE transactions on information theory. – 1990. – Т. 36. – №. 5. – С. 957-1002.
32. Витязев В.В. Вейвлет-анализ временных рядов. СПб.: 2001.
33. Smith M., Barnwell T. Exact Reconstruction Techniques for Tree-Structured Subband Coders // IEEE Trans. on ASSP, v. ASSP-34, № 3, June 1986.

34. Foster, G. Wavelets for Period Analysis of Unequally Sampled Time Series // *Astronomical Journal*, 1996, 112(4), 1709–29.
35. Yunlong Sheng. Optical wavelet transform, 1992, № 10.1117/12.59916, – C. 27-63
36. Milad Alemohammad, Jasper R. Stroud, Bryan T. Bosworth, and Mark A. Foster. High-speed all-optical Haar wavelet transform for real-time image compression, 2017, № 9802-9811, – C. 45-47.
37. Yao Li, H.H. Szu, Yunlong Sheng, H.J. Caulfield. Wavelet processing and optics, 1996, № 10.1109/5.488742, – C. 13-19.
38. P S Erbach, D A Gregory, X Yang. Optical wavelet transform by the phase-only joint-transform correlator, 1996, № 10.1364/AO.35.003117, C. 21-22.
39. Isha Mehra, Areeba Fatima, Naveen K. Nishchal. Gyration wavelet transform, 2018, № 4, C. 113-141.
40. Th. Beth, A. Klappenecker, M. Schmid, D. Zerfowski. Wavelets and Waves in *Optical Signal Preprocessing*, 2001, C. 272-281.