Physicae Organum, v. 8, n. 2, p. 156-181, Brasília, 2022.
Instituto de Física - Universidade de Brasília

PHYSICÆ ORGANUM

EDITORIAL

EDITORAÇÃO CIENTÍFICA

Reflexões sobre a Natureza do Tempo a partir de Fenômenos Relativísticos

Reflections on the Nature of Time Based on Relativistic Phenomena

TARIC DE OLIVEIRA SOUSA[1], NADJA SIMÃO MAGALHÃES*[2]

[1]Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovações.
[2]Instituto de Ciências Ambientais, Químicas e Farmacêuticas, Universidade Federal de São Paulo

Resumo

O trabalho pretende refletir sobre a natureza do tempo a partir dos conceitos elencados por Newton e dentro da cinemática de referenciais em movimento abordados na relatividade especial de Einstein. Para tal, exploramos todos os experimentos mentais propostos em seu trabalho original de 1905. Uma vez que Einstein usa o relógio como ferramenta fundamental de sua análise, procuramos trazer a origem do relógio para entender o que é registrado como tempo e por fim analisamos este registro para entendermos como a dilação do tempo pode nos guiar no que é entendido como tempo em si.

Palavras-chave: *Tempo. Relatividade Especial.*

Abstract

This work intends to reflect on the nature of time from the concepts listed by Newton and within the kinematics of moving references addressed in Einstein's special relativity. To this end, we explored all the thought experiments proposed in his original work from 1905. Since Einstein uses the clock as a fundamental tool in his analysis, we seek to bring the origin of the clock to understand what is recorded as time and finally we analyze this record. to understand how the dilation of time can guide us in what is understood as time itself.

Keywords: *Time. Special Relativity.*

*nadja.magalhaes@unifesp.br

I. Introdução

Este trabalho concentra-se, inicialmente, na análise e interpretação de fenômenos introduzidos pela relatividade especial, proposta por Albert Einstein no seu trabalho original publicado em 1905, *Zur Elektrodynamik bewegter Körpe,* na resvista *Annalen der Physik,* que trata sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento. Especificamente, a análise é feita sobre a natureza do tempo, observando-o tanto em referenciais estacionários quanto em referencias em movimento relativístico.

Porém, a base deste pensamento exige o entendimento da física explicada por Isaac Newton no seu trabalho Philosophiae Naturalis Principia Mathematica (1686) onde temos o alicerce da mecânica.

Após a análise de como o tempo em relatividade é alterado, partimos para refletir como os efeitos desta dissincronia podem dar respostas sobre o que é o tempo. Nem Newton nem Einstein explicam o que é o tempo e por isso compreender o relógio de sol como a origem da marcação do tempo pode nos ajudar a entender o tempo na física. Entender a construção do relógio e a evolução desse mecanismo nos permite achar respostas dentro de diversas vertentes da física que precisam de altíssima precisão no tempo para desenvolver seus estudos.

II. As perspectivas de Newton e de Einstein

II.1. As definições de Newton

Quando estudamos os textos clássicos de Isaac Newton sobre mecânica temos a percepção imediata de que o movimento rege aquela base fundamental da física, não à toa é a primeira vertente de ensino nos cursos básicos.

Newton (1686) define a quantidade de matéria, quantidade de movimento, força inata da matéria, força imprimida, força centrípeta, dentre outras. As explicações de várias formas de movimentos e suas aplicações constroem leis que regem a mecânica clássica e suas aplicações, porém, temos o tempo como uma entidade que sempre existiu no mundo físico.

Pelas próprias palavras de Newton:

> Eu não defino tempo, espaço, lugar e movimento, sendo bem conhecidos por todos. Eu apenas posso observar o que pessoas comuns podem conceber dessas quantidades sob nenhuma outra noção a não ser da relação com que eles têm com os objetos sensíveis. Daí surgem certos preconceitos para cuja remoção será conveniente distingui-los em absolutos e relativos, verdadeiros e aparentes, matemáticos e comuns. NEWTON (1686, p. 6) Tradução do autor.

II.2. A dinâmica fundamental

O movimento consiste numa mudança de posição de um corpo ou de um sistema, em relação ao tempo, quando medido por um dado observador num referencial determinado.

É a base da dinâmica, que determina que a força é a relação entre massa e aceleração de um corpo.

Assim, pela segunda Lei de Newton

$$\overrightarrow{F} = m\overrightarrow{a}\,. \tag{1}$$

Sabemos também que velocidade é dada pela variação do espaço e pela variação do tempo quando temos os valores definidos para essas grandezas como dado pela expressão abaixo.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}\,. \tag{2}$$

A expressão (2) traz uma das relação mais fundamental do movimento de uma partícula sensível, onde sensível deve ser entendido como observável, como disse Barbour (2008). Para que haja movimento (deslocamento desde um ponto s_1 para um ponto s_2), temos associada a passagem do tempo (marcando o início do movimento no instante t_1 e o final no instante t_2). Todo movimento associa-se intrinsecamente nessa relação de percurso de espaço num dado intervalo de tempo.

II.3. O tempo para Newton

Aqui temos a base fundamental da mecânica newtoniana tendo o espaço e o tempo como grandezas físicas inerentes ao universo e existentes por si só. Ou seja:

> Tempo absoluto, verdadeiro e matemático, por si só, é detentor da sua própria natureza, flui igualmente sem relação com nada externo e é por outro nome chamado: Duração. Tempo relativo, aparente e comum é algo sensível e externo (seja preciso ou não). Mensura a duração pelo significado do movimento que é comumente usado em vez do tempo verdadeiro como hora, dia, mês ou ano. (NEWTON, 1686, p. 6) Tradução do autor.

Para Newton o tempo não é apenas absoluto, verdadeiro e matemático. Esse tempo é o tempo que flui independente de algo externo e sua natureza não é compreendida. O que julgamos compreender em nosso entendimento comum é o tempo relativo, aparente e comum. O que vemos no relógio é a própria mensuração da duração do movimento, porém não é o tempo verdadeiro, mas sim, a duração associada a algum movimento.

III. Simultaneidade local de Einstein

Albert Einstein (1905) construiu uma estrutura para a análise dos fenômenos que envolvem o tempo partindo do relógio parado no referencial de um observador. Einstein precisou definir, fisicamente, o sistema de mensuração do tempo e para isso ele determinou que o tempo medido é o tempo observado nos ponteiros do relógio do observador.

Assim, os eventos locais são simultâneos, pois ocorrem no mesmo instante de todos os relógios sincronizados. Por exemplo, a chegada de um trem à estação às 7 horas. Este evento - chegada do trem na estação às 7 horas - é simultâneo ao ponteiro do relógio marcando 7 horas na estação. Dessa forma definimos, objetivamente, os eventos de chegada do trem à estação e a observação da marcação do relógio. Esses eventos são simultâneos localmente.

Notamos que a física newtoniana se remete a eventos observados dentro da simultaneidade local e compreendidos no tempo comum.

Eventos que ocorram em pontos diferentes da Terra também poderão ter simultaneidade para relógios que estão em repouso entre si, mas será necessário sincronizá-los.

III.1. Sincronia em relógios estacionários

> O tempo de um evento é o que é dado simultaneamente com o evento do relógio estacionário localizado no local do evento, esse relógio sendo síncrono e de fato síncrono por todas as determinações de tempo, especificado com o relógio estacionário. Einstein (1905, p. 3) Tradução do autor.

Quando colocamos relógios em locais distintos do espaço e que estão em repouso entre si, será necessário sincronizá-los. Um evento x' que ocorra na vizinhança do observador $\mathcal{A}$ será coincidente e simultâneo com a vizinhança de $\mathcal{A}$, o que define a simultaneidade local, porém, no geral, não será simultâneo com o tempo marcado em outro ponto do espaço. Imaginemos que este evento x' seja observado desde a origem do sistema coordenado $\mathcal{B}$ e que este possua um relógio sincronizado com o relógio de $\mathcal{A}$. A observação do evento x'em $\mathcal{A}$ a partir da origem de $\mathcal{B}$ demanda o percurso da luz do ponto x' até a origem de $\mathcal{B}$. Esse exemplo mostra a necessidade de uma trama de relógios para a marcação do tempo em sistemas distintos no espaço.

Uma vez que os relógios estão sincronizados eles registram uma passagem de tempo similar, levando-se em consideração que os mecanismos foram construídos da mesma forma e com a mesma escala de marcação.

Porém, registrar o evento no relógio em $\mathcal{A}$ não é simultâneo com o registrar em $\mathcal{B}$. A informação precisará viajar desde o local do evento até aquele outro ponto do espaço para que haja o registro do evento.

Seguindo o exemplo do trem, no instante da sua chegada à plataforma em $\mathcal{A}$ será marcado o instante de tempo $t_{\mathcal{A}}$ .Assim que ocorrido esse evento, será enviada a informação para o observador em $\mathcal{B}$ que marcará, olhando em seu relógio, o instante que a informação chegar como o instante $t_{\mathcal{B}}$. Cada observação será registrada no relógio próprio de cada observador. Para que o observador em $\mathcal{A}$ tenha nota de que o evento foi observado em $\mathcal{B}$, a informação precisa ser enviada de volta de $\mathcal{B}$ para $\mathcal{A}$, e este observador em $\mathcal{A}$, ao receber a informação registrará o instante $t'_{\mathcal{A}}$.

Para que haja a sincronia dos relógios, Einstein propõe:

$$t_{\mathcal{B}} - t_{\mathcal{A}} = t'_{\mathcal{A}} - t_{\mathcal{B}} \ . \tag{3}$$

Partindo dessa expressão podemos criar uma trama de relógios sincronizados em vários pontos do espaço.

III.2. Definição da velocidade da informação

Dois postulados vão fundamentar a relatividade de Einstein:

> 1 – Princípio da Relatividade: As leis pelas quais os estados dos sistemas físicos sofrem mudanças não são afetadas, sejam essas mudanças de estado referidas a um ou outro de dois sistemas de coordenadas em movimento translacional uniforme. Einstein (1905, p. 4) Tradução do autor.

e

> 2 – Princípio da constância da velocidade da luz: Qualquer raio de luz se move no sistema "estacionário"de coordenadas com a velocidade c determinada, seja o raio emitido por um aparelho estacionário ou por um corpo em movimento. Einstein (1905, p. 4) Tradução do autor.

Por isso, velocidade da luz é igual ao caminho da luz dividido pelo intervalo de tempo. Partindo da sequência de eventos para a sincronia dos relógios e tendo c como a velocidade da luz, podemos usar a função horária dos espaços uma vez que c é constante no vácuo:

$$S - S_0 = vt, \tag{4}$$

Então, imaginemos o evento x' ocorra em $\mathcal{A}$ no ponto S_0.O feixe de luz viaja até o ponto S que coincide com a origem de $\mathcal{B}$. Assim, $S - S_0 = S_{\mathcal{AB}}$.

Cada evento de emissão e recepção será registrado no relógio do espaço coordenado $\mathcal{A}$ ou $\mathcal{B}$ que estarão previamente sincronizados pela expressão (3).

Os momentos da saída da informação de $\mathcal{A}$ e da chegada da informação a $\mathcal{B}$ (Figura 1) têm como intervalo de tempo o termo da esquerda da equação (3). Assim:

$$S_{\mathcal{AB}} = c\left(t_{\mathcal{B}} - t_{\mathcal{A}}\right), \tag{5}$$

Para o momento da saída da informação de $\mathcal{B}$ e retorno para $\mathcal{A}$ utilizaremos o termo da direita da equação (3). Assim, temos:

$$S_{\mathcal{AB}} = c\left(t'_{\mathcal{A}} - t_{\mathcal{B}}\right), \tag{6}$$

Somando (7) e (8) e isolando para c, definimos a constante universal da velocidade da luz no espaço vazio.

$$c = \frac{2S_{\mathcal{AB}}}{t'_{\mathcal{A}} - t_{\mathcal{A}}}. \tag{7}$$

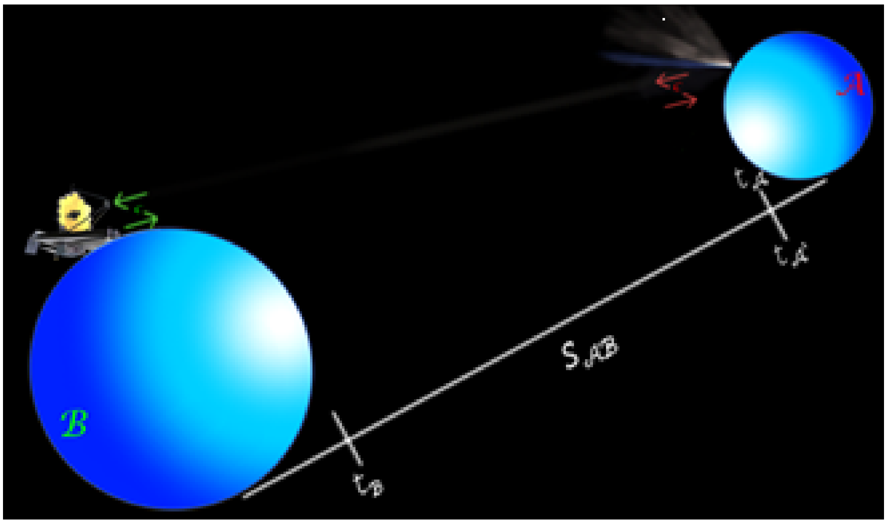


Figura 1: *Emissão: envio da informação. Fonte: produzida pelo autor.*

Temos, portanto, que o evento registrado tem sincronicidade de relógios nos pontos $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$, a definição de c como a velocidade da informação e que essa velocidade está associada à distância $S_{\mathcal{AB}}$ e dividida pela diferença de tempo $\left(t'_{\mathcal{A}} - t_{\mathcal{A}}\right)$.

Einstein aponta que:

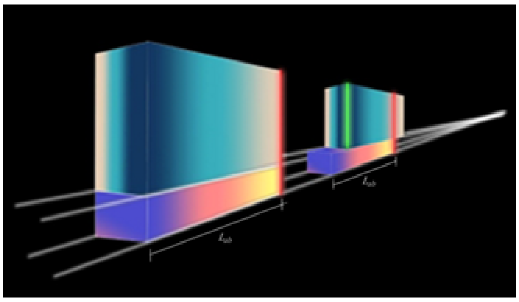
> (...) é imprescindível ter o tempo definido por meio de relógios estacionários em sistemas estacionários e o tempo sendo definido e apropriado para este sistema, o que será chamado de "o tempo do sistema estacionário. EINSTEIN, (1905, p. 3)

III.3. Haste fixa e definição da passagem do tempo para diferentes observadores

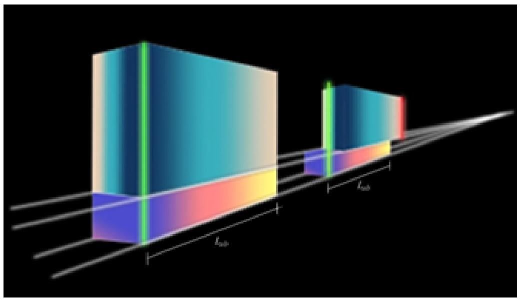
Tendo como base os postulados da relatividade especial, colocaremos uma haste rígida ao longo da superfície de um trem e em cada extremidade colocaremos um relógio, tendo o cuidado de fazer com que esses relógios estejam sincronizados localmente com o relógio na estação. Teremos um observador na plataforma e outro viajando junto com a haste no trem. Quando esse trem estiver em movimento uniforme e o ponto a extremidade frontal, $\mathcal{A}$, passar pelo observador na plataforma, um feixe de luz será emitido para a extremidade traseira, $\mathcal{B}$, e que logo após refletirá o feixe de luz de volta para a extremidade frontal.

É simples observar que o feixe de luz percorrerá o comprimento da haste em $\overline{\mathcal{AB}}$ e em $\overline{\mathcal{BA}}$. Assim como na sincronia dos relógios, no momento da emissão do feixe, o relógio na extremidade $\mathcal{A}$ registrará um tempo $t_{\mathcal{A}}$, no instante que o feixe atingir a extremidade $\mathcal{B}$ será registrado um tempo $t_{\mathcal{B}}$ e no retorno da informação para a extremidade $\mathcal{A}$ teremos $t'_{\mathcal{A}}$. A haste terá um comprimento fixo, que suporemos, como Newton, não variar com o movimento e que chamaremos de $\mathcal{L}_{\mathcal{AB}}$

Aplicando a função horária dos espaços, associando $S - S_0 = \mathcal{L}_{\mathcal{AB}}$, tendo o trem ve-



(a) *Emissão de um feixe de luz na parte frontal do bloco (barra vermelha). Fonte: produzida pelo autor.*



(b) *Reflexão de um feixe de luz na parte traseira do bloco (barra verde). Fonte: produzida pelo autor.*

Figura 2

locidade v no sentido positivo de eixo x e que a extremidade $\mathcal{A}$ está na frente (Figura 2a).

Analisando as Figuras 2a e 2b, vemos que o trem se desloca no sentido positivo do eixo x, porém a emissão de $\mathcal{A}$ para $\mathcal{B}$ vai no sentido oposto. Supondo um observador na plataforma, este verá que a velocidade da luz será c menos a velocidade v do trem.

$$(t_{\mathcal{B}} - t_{\mathcal{A}}) = \frac{\mathcal{L}_{\mathcal{AB}}}{(c-v)}. \tag{8}$$

O divisor $(c - v)$ corresponde a dizer que a luz percorreu $\mathcal{L}_{\mathcal{AB}}$ mais rápido que a velocidade da luz, se pensarmos de forma clássica.

Ao chegar a $\mathcal{B}$, o feixe de luz é refletido de volta para $\mathcal{A}$ (Figura 2b) que registra o evento do retorno em $t_a^{'}$. Como o trem continua em movimento o observador na plataforma observa que os valores de c e v estão indo no sentido positivo do eixo x. Dessa forma, para esse trecho, temos:

$$(t'_{\mathcal{A}} - t_{\mathcal{B}}) = \frac{\mathcal{L}_{\mathcal{AB}}}{(c+v)}. \tag{9}$$

Aqui o divisor $(c+v)$ corresponde a dizer que a luz precisa percorrer o comprimento $\mathcal{L}_{\mathcal{AB}}$ mais a distância que o trem percorreu por conta da sua velocidade. Nesse trecho, uma vez que $\mathcal{L}_{\mathcal{AB}}$, classicamente, é imutável, o tempo do percurso da luz é maior.

É importante trazer a definição clássica de Newton para o espaço:

> Espaço absoluto, em sua própria natureza, sem relação com nada externo, permanece sempre similar e imóvel. Espaço relativo é algo móvel, dimensional e mensurável do espaço absoluto (...). Newton (1686, p. 6) Tradução do autor.

Porém, a equação (8) mostra que o feixe de luz viajou até a extremidade traseira numa velocidade maior que a da luz e, pela equação (9), ao voltar para a extremidade frontal a velocidade da luz foi menor. Temos uma contradição com o que diz o postulado do princípio da velocidade da luz, que anuncia que a luz se desloca sempre com velocidade c independente da velocidade da fonte emissora.

Se os postulados estão certos, então é necessário entender o que ocorre com os tempos e os espaços das equações (8) e (9). Classicamente esperaríamos que os eventos (emissão da luz na frontal, reflexão traseira e retorno para a parte frontal) fossem simultâneos e síncronos, porém, segundo a relatividade especial, a luz é definida como a entidade física com a velocidade limite e nada poderia viajar mais rápido. Então uma correção é necessária.

IV. Construindo a Relatividade Especial

IV.1. Definindo as equações em $\xi \,||\, x, \eta \,||\, y \;\; e\, \zeta \,||\, z$

Entendemos na equação (3) como se dá a sincronia de relógios em sistemas estacionários e podemos associar esses sistemas com o tempo relativo de Newton. Porém, ao considerarmos o tempo absoluto como algo que flui igualmente dentro da sua própria natureza, incorremos numa inconsistência com os postulados *einstenianos*. Se o tempo flui igualmente para todos os observadores em todas as condições de movimento, então a luz pode se mover mais rápido do que o valor determinado para c, o que, pelo postulado da constância da velocidade da luz é absurdo.

Então, partindo do pressuposto de que c é a velocidade limite, as componentes de espaço e tempo precisam ser reavaliadas. Einstein propõe uma análise mais aprofundada na experiência da haste rígida:

Dois sistemas de coordenadas, cada uma com uma régua na direção do eixo x. Um estacionário chamado de $\mathcal{A}$ e outro com velocidade de módulo v constante e em direção ao sentido positivo do eixo x do sistema estacionário, chamado de $\mathcal{B}$. O sistema $\mathcal{B}$ possui uma fonte luminosa que emite um raio de luz. Essa emissão será registrada em $\mathcal{B}$ no seu relógio local. Como exposto nas expressões (8) e (9), é aqui que precisamos nos atentar para a inconsistência entre as visões de Newton e Einstein.

Os registros de tempo em $\mathcal{B}$ serão relacionados à letra grega tau (τ). O instante da emissão do feixe de luz será registrado como τ_0. Um feixe de luz viajará até o ponto x' determinado como um ponto qualquer sobre uma régua no eixo x do sistema $\mathcal{A}$ e esse evento será registrado como τ_1. O feixe de luz será refletido para a origem da emissão e, ao retornar, será registrado o momento da chegada como τ_2. Até aqui a construção de emissão, reflexão e retorno do feixe são idênticos aos exemplos que foram construídos no capítulo anterior.

Os eixos ortogonais do sistema $\mathcal{B}$ serão nomeados como csi (ξ), eta (η) e zeta (ζ) No sistema $\mathcal{A}$ os eixos ortogonais serão x , y , z. Desta forma, $\xi \,||\, x$, $\eta \,||\, y \;\; e\; \zeta \,||\, z$ e:

$$\mathcal{A}(t,x,y,z), \quad \mathcal{B}(\tau,\xi,\eta,\zeta). \tag{10}$$

Os sistemas $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ devem respeitar a homogeneidade do espaço e do tempo, como diz o postulado 1 e, por isso, as funções expressas para qualquer um dos sistemas deve ser linear.

Como foi identificado x' como um ponto qualquer sobre a régua, para que esse seja o nosso ponto de referência no sistema estacionário, então esse ponto será $x' = x - vt$ que é a transformada de Galileu. Isso, pois a régua em $\mathcal{B}$ se afasta com velocidade constante

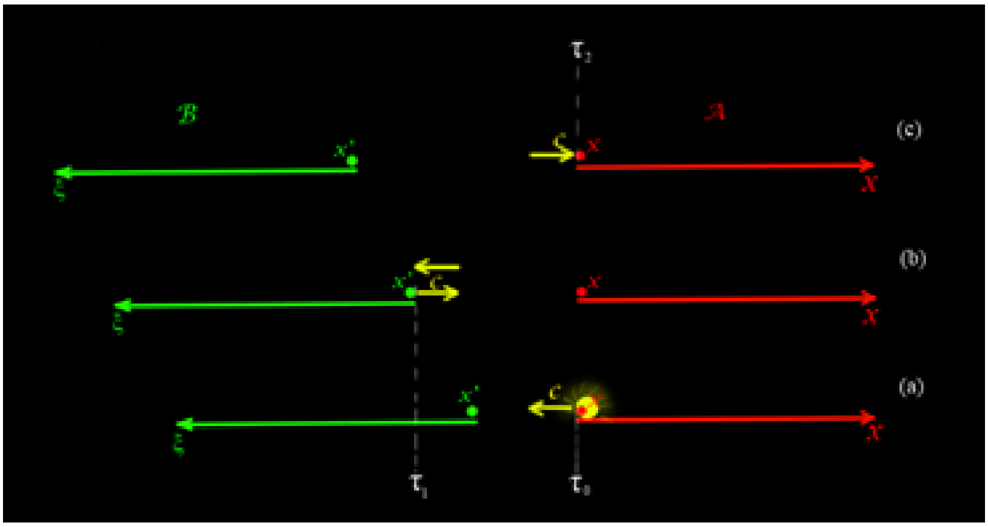


Figura 3: *Representação dessa experiência mental proposto por Einstein. Fonte: produzida pelo autor.*

ao sentido positivo do eixo x. O sinal negativo representa que a origem de $\mathcal{B}$ se afasta da origem de $\mathcal{A}$.

Ao assumir $x^{'}=x-vt$, temos que um ponto em repouso no sistema $\mathcal{B}$ terá valores $x^{'}$, y e z independentes do tempo. Precisamos, também, definir τ em função de $x^{'}$, y , z e t.

Na figura 3, em a) temos a emissão de um feixe de luz na origem de um sistema estacionário (registro de $\boldsymbol{\tau_0}$); b) temos a recepção e reflexão do feixe de luz no sistema em movimento (registro de $\boldsymbol{\tau_1}$) e em c) temos a recepção no sistema estacionário (registro de $\boldsymbol{\tau_2}$).

Podemos definir os tempos registrados em $\mathcal{B}$ como:

$$\frac{1}{2}(\tau_0 + \tau_2) = \tau_1. \tag{11}$$

Admitindo a constância da velocidade da luz no sistema estacionários, admitindo $\tau\left(x^{'}, y , z, t\right)$, as expressões de tempo definidas no capítulo anterior (expressões 8 e 9) associadas à expressão (11), chegaremos na expressão

$$\tau = a\left(t - \frac{v}{c^2 - v^2}x'\right), \tag{12}$$

Para um raio de luz emitido em $\tau = 0$ na direção crescente de ξ, temos que:

$$\xi = \tau c. \tag{13}$$

Tendo em vista que o raio de luz é emitido de x' em $\mathcal{A}$ e que se move na direção de $\mathcal{B}$, a medida feita por $\mathcal{A}$ para esta velocidade é dada por $c-v$. Assim:

$$t = \frac{x'}{c - v}, \tag{14}$$

Então, combinando (12), (13) e (14), temos:

$$\xi = a\frac{c^2}{c^2 - v^2}x'. \tag{15}$$

É importante observar que para η e ζ; as alterações possíveis se darão por um termo que chamaremos de $\phi(v)$.

Assim:

$$\eta{=}\phi(v)\,y, \quad \zeta{=}\phi(v)\,z. \tag{16}$$

Ao observar as expressões (12) e (15), precisamos encontrar $\phi(v)$.

Realizando a álgebra necessária, temos que:

$$\begin{aligned} \tau &= \phi(v)\,\gamma\left(t - vx/c^2\right), \\ \xi &= \phi(v)\,\gamma\,(x - vt)\,. \\ \eta &= \phi(v)\,y \\ \zeta &= \phi(v)\,z \end{aligned} \tag{17}$$

onde a expressão abaixo é chamada de Fator de Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{18}$$

Com a expressão (17) fica claro que existe uma alteração importante no comportamento do espaço e do tempo que está associada a esta função γ. As concepções de espaço e tempo de Newton onde o "tempo absoluto (...) flui igualmente" ou "espaço absoluto (...) permanece sempre similar e imóvel" não são observadas na mecânica relativística.

Dependendo da velocidade entre os observadores em $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$, existe uma correção γ que deve ser considerada por conta de uma velocidade relativa entre os dois, o que impactará as medidas que $\mathcal{A}$ fizer de duração e distância medidas pelo viajante no plano coordenado $\mathcal{B}$.

IV.2. O espaço corrigido

Einstein (1905, p. 8) propõe outro experimento mental com o objetivo de interpretar o que ocorre com o espaço para cada observador em cada referencial.

Como foi definido que um raio de luz vindo do sistema em movimento $\mathcal{B}$ se propaga com velocidade c e que esta velocidade é um limite e que independe do valor da velocidade relativa entre os referenciais $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$, v, precisamos provar que o princípio da constância da velocidade da luz é compatível com o princípio da relatividade.

Para tal, usando a equação (17) e fazendo $t{=}\ \tau{=}\ 0$, nesse instante, uma onda esférica parte da origem de $\mathcal{B}$ com velocidade de propagação c.Podemos definir que essa esfera no sistema $\mathcal{A}$ tem forma:

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2. \tag{19}$$

Uma onda esférica também ocorrerá no sistema $\mathcal{B}$, após um rearranjo algébrico simples

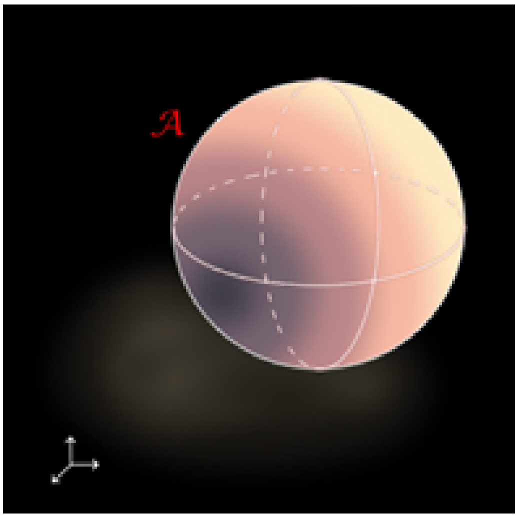


Figura 4: *Esfera no sistema estacionário vista por Catarina. Fonte: produzida pelo autor.*

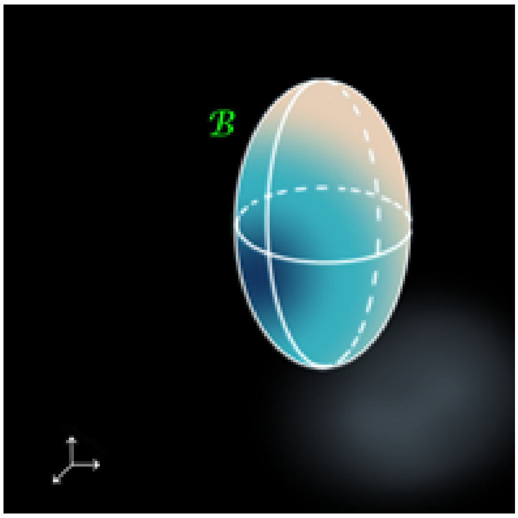


Figura 5: *Esfera no sistema em movimento vista por Catarina. Fonte: produzida pelo autor.*

da equação (19) ficará:

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = c^2\tau^2. \tag{20}$$

Cada um desses sistemas terá um observador fixo. Em $\mathcal{A}$ estará Catarina e em $\mathcal{B}$ estará Lucas. Como Catarina está localmente em repouso com a esfera em $\mathcal{A}$, ela verá uma esfera como a dada pela equação (19). Porém, ao olhar para referencial $\mathcal{B}$, onde está Lucas, Catarina verá a esfera com uma correção espacial. Essas expressões se relacionam, uma vez que a expressão (20) mostra como as variáveis ξ, η e ζ se comportam quando submetidas a uma velocidade. Pelo princípio da relatividade as expressões (19) e (20) demonstram que as esferas são compatíveis e estão impostas às leis físicas.

Porém, como Catarina observará a esfera dada pela equação (20)?

Se "as leis pelas quais os estados dos sistemas físicos sofrem mudanças não são afetadas (...)", Einstein (1905, p. 4), então a física que acontece no eixo coordenado de Catarina e que define a esfera com a equação (19) é a mesma física que acontece no sistema coordenado de Lucas e que define a esfera com a expressão (20). O que temos de alteração para cada observador se dá pela correção que ocorre na transformação em ξ, mas a física nos dois sistemas é a mesma.

Ou seja, uma esfera que esteja parada para Catarina terá forma de esfera, porém, uma esfera que viaja com Lucas, quando vista do sistema estacionário, terá a forma de uma elipse com semieixos:

$$\boldsymbol{R\sqrt{1 - v^2/c^2}, R, R}. \tag{21}$$

Na Figura 8 temos que, visto por Catarina, os semieixos da elipse ficam nas direções dos eixos η e ζ não possuem alteração, porém o semieixo ξ se achata na razão de $1 : \sqrt{1 - v^2/c^2}$. Como os únicos valores que não são passíveis de alteração são R e v quanto maior o valor de v, maior será o achatamento do raio em no eixo $x \| \xi$. Mas quando Lucas, no sistema em movimento, olha para a esfera que está parada no seu referencial, ele verá:

$$R_\xi = R_\eta = R_\zeta = R. \tag{22}$$

onde R_ξ, R_η e R_ζ são os raios da esfera vistos do referencial em movimento

Esta relação que se remete à alteração do comprimento do espaço pode ser associada com as sombras projetadas na origem dos relógios solares. Sistemas em movimento, observado por um sistema estacionário medem comprimentos distintos e isto afetaria o comprimento medido na projeção da sombra de um relógio solar

Na equação (17) também temos uma correção para o tempo como discutimos a seguir.

IV.3. O tempo corrigido

Na seção II.7 vimos que as equações (8) e (9) possuem incompatibilidades com os postulados da relatividade. Já que foram colocados relógios nas extremidades da régua no trem, podemos usar esse experimento mental de Einstein para corrigir o tempo. Colocaremos Lucas na extremidade frontal da haste e Catarina sobre a plataforma.

A expressão (17) traz que $\tau = \phi(v)\gamma\left(t - vx/c^2\right)$. Todos os termos estão em razão da velocidade.

Considerando $\tau = t_\mathcal{B}$ e $t = t_\mathcal{A}$, teremos que para cada instante registrado em t, uma correção $\phi(v)\gamma$ se dará em τ. Resolvendo a expressão (17) vemos que o registro do tempo em τ é menor do que o marcado em t.

Assim, Catarina ao observar o relógio na extremidade traseira, verá que o relógio perde sincronia com o da extremidade frontal que teve uma passagem de tempo maior, mas para Lucas, que está viajando junto dentro do trem, não é observada nenhuma alteração na passagem do tempo. Para ele, os relógios continuam síncronos.

Novamente há incompatibilidade com as definições newtonianas pois se o "tempo absoluto (...) flui igualmente sem relação com nada externo," este não deveria ser alterado com a velocidade, pois o observador mede o tempo por meio de relógios, este é relativo e "(...) mensura a duração pelo significado do movimento."

Quando o relógio atrasa, o que vemos é o tempo relativo de Newton atrasar. Newton não define o tempo absoluto, apenas apresenta seus sinônimos e seu modo de fluir. O que podemos dizer a partir dos experimentos mentais relativísticos é que o tempo absoluto de Newton não pode fluir igualmente para todos os observadores, pois existe uma correção que deve ser feita dependendo dos fatores relativísticos de Einstein. Precisamos ter cuidado com a passagem de tempo na relatividade pois quando Einstein usa relógios, ele não está usando o tempo absoluto de Newton. Ele está usando o tempo relativo que "(...) é comumente usado em vez do tempo absoluto." Newton (1686, p. 6).

A mecânica relativística adota a forma de medir o tempo, mecanicamente, construído a partir de relógios solares. Assim, quando falamos que um objeto relativístico possui um relógio a bordo, estamos falando de um mecanismo que poderia ter como escala as sombras projetadas pela haste fincada no chão, se tal precisão bastasse. Notemos o importante detalhe de que este tempo é uma derivação de medidas de distâncias uma vez que a alteração do comprimento das sombras é o que aprendemos a registrar como passagem de tempo. Isto é

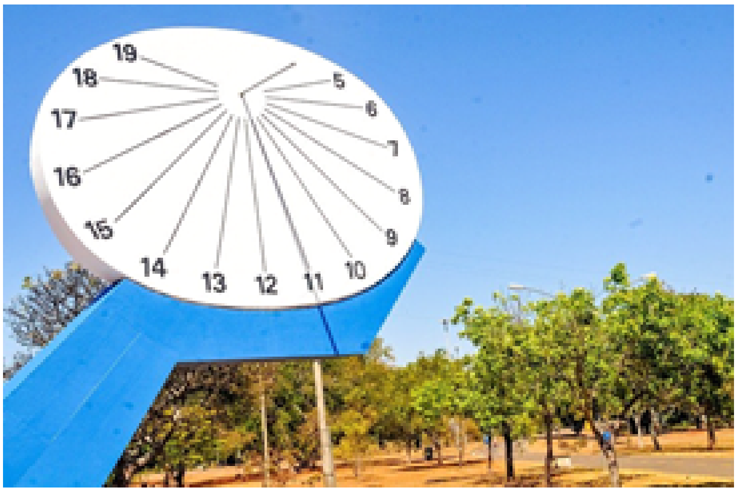


Figura 6: *O relógio de Sol. Parque da Cidade de Brasília. Fonte: https://gpslifetime.com.br/conteudo/republica/brasilia/96/na-hora-certa-relogio-de-sol-do-parque-da-cidade-e-restaurado*

válido para qualquer outro tipo de relógio: o tempo medido deriva, em última análise, de medidas de distâncias.

Ao medir o tempo que Lucas utiliza, Catarina nota que a marcação mecânica que ele faz do tempo tem um atraso com relação à marcação do relógio dela, o que está relacionado com a velocidade do referencial $\mathcal{B}$. O tempo marcado no relógio em $\mathcal{A}$ é diferente do tempo marcado em $\mathcal{B}$ pelo fator $1-\sqrt{1-v^2/c^2}$. Porém em $\mathcal{B}$, Lucas observa que a passagem do tempo não tem alteração. Para ele, um segundo continua valendo um segundo. A diferença se dá na comparação dos relógios em movimento relativo.

O relógio funciona como uma régua que tem sua escala definida localmente e ele determina a hora local a qual é aceita socialmente como tempo. Novamente lembrando de Newton, ele não define "tempo, (...) como não sendo bem conhecido" e pondera sobre o tempo relativo, pois este "mensura a duração pelo significado do movimento que é comumente usado em vez do tempo verdadeiro"

Einstein (1905) define o tempo como sendo existente e marcado pelo relógio. Para todos, localmente, o tempo passará de forma igual. Essa é a definição de tempo usada na relatividade.

Ao adotarmos essa definição podemos estabelecer a ideia de rede de relógios sincronizados numa grande trama. Relógios sincronizados em locais distintos demandam referenciais parados entre si. No entanto esses relógios precisam ser sincronizados de acordo com a equação (3) e a luz é o que permite enviar e receber essa informação.

A evolução da marcação do tempo traz a subdivisão de segundos, próximo ao tic – tac do relógio comum. Quando falamos que um corpo tem velocidade relativística obtemos que o tempo no referencial comóvel[1] passa diferente com relação ao outro referencial. Estamos falando exatamente deste tic – tac passando de forma diferente. Ou seja, Catarina, parada em $\mathcal{A}$, observando uma espaçonave onde esta seu irmão Lucas (parado em $\mathcal{B}$) movendo-se com uma velocidade v consideravelmente alta (da ordem de c) verá o tempo para ele passar de forma diferente. Para ela, o tempo de Lucas passa mais devagar.

[1] Comóvel é o que se move junto num mesmo referencial.

Quando esses relógios voltam a estar localmente próximos e com velocidade próxima, observamos que as marcações nos relógios voltam a ter a mesma constância de passagem de tempo, os relógios, em $\mathcal{A}$ e em $\mathcal{B}$, voltam a ter o mesmo ritmo, porém há uma diferença no tempo registrado, na comparação do relógio em $\mathcal{A}$ com relação ao relógio em $\mathcal{B}$. O relógio que estava em $\mathcal{B}$ terá e manterá uma defasagem com relação ao relógio em $\mathcal{A}$.

Os relógios marcam essa diferença da passagem do tempo que está associada com o nosso processo de envelhecimento. Ou seja, na hipótese do tempo relativo de Newton, o evento relativístico com uma velocidade consideravelmente alta alterou a passagem do tempo para Lucas e esse tempo não se repôs por conta do retorno à Terra. O viajante, em $\mathcal{B}$, é mais novo agora comparado à observadora em $\mathcal{A}$, mas isso não significa falar que este viajante viajou para o futuro. Ele apenas teve os movimentos, dos quais a medida do tempo é uma consequência, realizados de forma mais lenta quando comparado com o referencial de Catarina.

O tempo de Lucas observado por Catarina como τ, tem uma correção em função de v, a velocidade relativa dele com relação a ela. Se fizermos $x{=}vt$ que é a distância que ela vê Lucas percorrer no intervalo de tempo que ela mede t, teremos:

$$\tau = t\sqrt{1 - v^2/c^2}. \tag{23}$$

Ao resolvermos as expressões (17) fazendo as considerações matemáticas necessárias, descobrimos que:

$$\phi\left(v\right) = 1. \tag{24}$$

Então, o conjunto de expressões de (17) fica na forma:

$$\begin{aligned} \tau &= \gamma\left(t - vx/c^2\right), \\ \xi &= \gamma\left(x - vt\right), \\ \eta &= y, \\ \zeta &= z. \end{aligned} \tag{25}$$

No momento da realizar esta análise de $\phi\left(v\right)$, além de simplificar as equações, explica que os fenômenos relativísticos estão compreendidos apenas na direção do movimento. Os comprimentos medidos ao longo dos eixos y e z se mantêm inalterados. Os fenômenos relativísticos se mantêm apenas no eixo que se dá o movimento.

A construção do pensamento relativístico é delimitada pelas ferramentas que Einstein usa para determinar as suas equações.

IV.4. Quando v = c

Segundo Einstein (1905, p. 10) objetos com velocidade v tendendo a c teriam largura apenas nas direções perpendiculares ao movimento, e tendendo a zero na direção do movimento quando observadas pelo referencial parado.

O mesmo efeito ocorre na equação (25). Um corpo com velocidade $v{\to}c$, terá $\tau{\to}0$ com relação ao referencial parado. É como se, da perspectiva do sistema estacionário, o tempo não passasse para algo viajando a esta velocidade. É importante ter em mente que o objeto móvel vê seu relógio comóvel continuar funcionando no ritmo normal, marcando o tempo no compasso esperado.

Fisicamente apenas a luz e outras partículas sem massa viajam à velocidade c, de modo que, se elas forem o referencial $\mathcal{B}$, do ponto de vista de $\mathcal{A}$, as distâncias e os intervalos de tempo medidos por $\mathcal{B}$ são nulos dentro desta concepção algébrica.

Ao considerarmos que a luz não tem massa e que os resultados das equações (23) e (25) são zero para $v{=}c$, há de se considerar que dentro do nosso entendimento algébrico, para que se tenha uma conceituação mais aprofundada da natureza do tempo e do espaço pode ser útil, por exemplo, olhar com outras lentes matemáticas para as equações.

Quais respostas podemos obter usando outras variáveis? Amorim et al (2018), por exemplo, exploraram uma abordagem dentro dos números perplexos.

IV.5. O tempo

Compreender o relógio como o marcador do tempo não o traduz exatamente nem o define. O exemplo do relógio de sol ou de qualquer outro relógio rústico que a humanidade tenha criado mostra o movimento como o arcabouço do tempo. A projeção da sombra de um gnômon ou o fluir do líquido um relógio de água são mecânicos. Como expressa na equação (2), tempo e espaço se associam ao movimento, logo, num universo estático, não há concepção de tempo, pois não há registros de eventos em momentos diferentes.

Estritamente, o tempo está associado ao movimento e se dá dentro de um espaço possível onde a mecânica *newtoniana* é uma ferramenta para estudar os fenômenos no espaço e no tempo. e que passa a ser um caso particular da mecânica *einsteiniana*. Newton estudou a velocidade, o espaço e o tempo para todo o cosmos como se fosse uma aproximação local. Einstein concebeu que quando tratamos da velocidade limite c observada, o espaço e o tempo de um referencial em movimento se moldam quando medidos pelo referencial parado, resultando na contração do espaço relativo e na dilatação do tempo relativo de Newton.

V. O Paradoxo dos gêmeos e questões modernas do tempo

V.1. Referenciais na relatividade

Dentro da teoria da relatividade restrita, a forma de medir o tempo precisou ser definida com precisão para que pudéssemos analisar a cinemática; no processo foi evidenciado o fenômeno da dilatação do tempo. Trazendo novamente a concepção de Newton, o relógio mede o tempo relativo. Assim, é importante construir uma outra abordagem que não seja apenas na visão da defasagem dos relógios para que possamos tentar compreender a natureza do tempo.

Para um melhor entendimento sobre a medida da passagem do tempo para cada observador, autores como Martins (2012) ou Schutz (2009) explicam o fenômeno de como um irmão gêmeo observa a passagem do tempo comparando o seu com o de seu irmão.

É importante fundamentar essa construção, pois se entende que, como mostrado pelas equações de Einstein, um dos irmãos envelhecerá mais rapidamente que o outro. Porém, uma vez que não há referenciais preferenciais na relatividade, não há de se falar que um gêmeo observará o outro envelhecendo mais rápido enquanto ele se observar envelhecer no ritmo normal.

Desta forma, imaginemos que Lucas e Catarina resolvem que Lucas realizará uma viagem para observarem este fenômeno relativístico. Ele entra em um foguete e viaja a $0,6c$.

Cada irmão está em um referencial inercial com sistema rígido de eixos. Para Catarina, Lucas está viajando com a velocidade determinada, mas isto vale para Lucas da mesma forma. Para ele é Catarina que está viajando a uma velocidade de $0,6c$ em sentido oposto. Cada um dos irmãos ao olhar para o irmão viajante tem a observação de que o tempo está passando mais lentamente para este, ou seja, uma vez que algo viaja a uma velocidade significativamente alta, ocorrerá esta percepção de passagem de tempo mais lenta num fator de $1-\sqrt{1-v^2/c^2}$. Isso implica que quando Lucas olha para Catarina a partir do referencial onde ele está parado, ele observa que o tempo passou mais devagar para ela do que o tempo que ele marcou em seu relógio.

Já quando Catarina mede o tempo que passa para Lucas, ela observa que o tempo para ele é que passou mais devagar.

Aqui observamos o paradoxo. Para qual irmão, efetivamente, o tempo passou mais devagar?

A viagem do gêmeo demonstra que o tempo passa de forma particular para cada indivíduo. A essa particularidade, podemos associar a de *linha de mundo* que é o nome comumente dado ao eixo temporal do sistema de referência de qualquer sistema sendo observado.

V.2. Construindo a Linha de mundo

Quando analisamos à luz da mecânica *newtoniana*, observamos o movimento de um corpo num gráfico de espaço percorrido no tempo.

Classicamente, quando se trata de movimento uniforme, temos uma reta com crescimento constante. (Figura 10)

Analisando o gráfico, teremos que a inclinação da reta corresponde à velocidade deste corpo ao longo desta trajetória. Se tivermos um movimento acelerado, observaremos mudanças gráficas que se remeterão às alterações da velocidade deste corpo ao longo do percurso. Sabemos, também, que a derivada da posição com relação ao tempo, expressão (3), determina a velocidade instantânea $v_{ins}=\frac{ds}{dt}$. Essa função representa uma reta tangente ao gráfico x *vs* t e determina a velocidade naquele instante de tempo específico que será dado pelo coeficiente angular da reta tangente.

No caso relativístico, observamos que este mesmo gráfico tem uma importância significativa na análise do fenômeno.

Um corpo com velocidade baixa, com relação a c, terá o gráfico da função horária com uma inclinação mais próxima ao eixo t. O inverso também ocorre, ou seja, um corpo com velocidade alta terá a inclinação do gráfico mais próxima do eixo do espaço.

Ao considerarmos que esse gráfico é de um corpo com velocidade constante, teremos

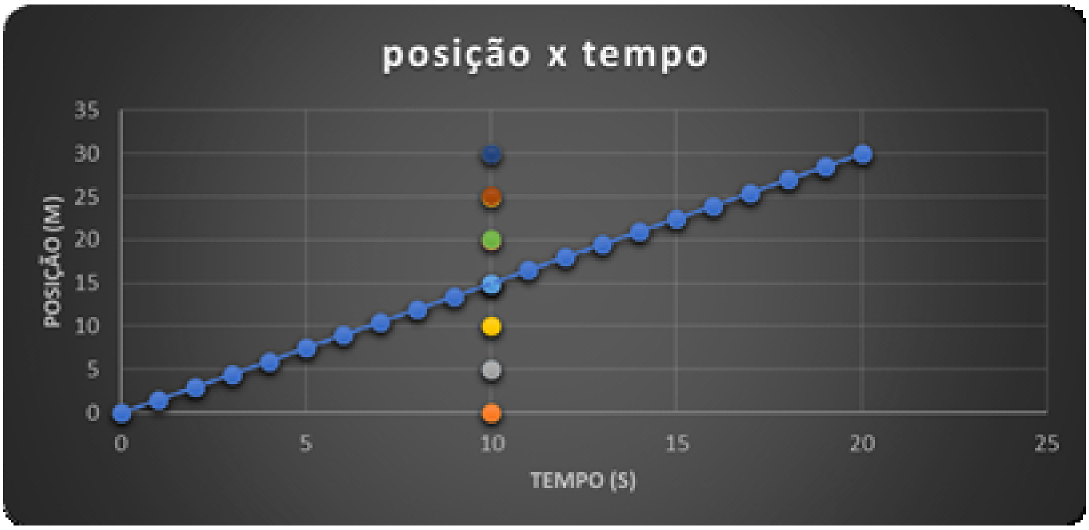


Figura 7: *Eventos simultâneos num dado instante. Fonte: Produzida pelo autor.*

uma reta e a inclinação desta com relação ao eixo horizontal será o próprio coeficiente angular.

Em relatividade chamamos c de velocidade limite e, por essa razão, podemos determinar que $c = 1$. Com esta construção em mente, a maior inclinação que esse gráfico da função horária poderá ter será a de 45ž, pois o coeficiente angular da reta tangente terá valor 1. Nas equações em (25), com $c = 1$, qualquer valor de v será uma fração da velocidade da luz. A análise gráfica de uma velocidade alta ou baixa estará limitada num cone com limite máximo de angulação em 45ž. Então teremos tan45 ž $= 1$ que será o limite máximo de velocidade fisicamente conhecida.

É fundamental observar que, como $x{=}vt$, uma vez que $v = c = 1$, o tempo passa a ter dimensão de espaço.

Como a velocidade máxima que um corpo pode ter é a velocidade da luz, a reta $v = c$ passa a ser a bissetriz do quadrante no plano cartesiano e em observância às equações (25), um corpo com velocidade v constante tem esse valor como percentual da velocidade da luz, de modo que sua trajetória estará registrada dentro deste cone. A inclinação dessa reta que representa a trajetória, com relação ao eixo coordenado t, terá ângulo que determinará a velocidade deste corpo, lembrando que estamos tratando de velocidades constantes.

Essa reta com inclinação φ com relação a t (o eixo temporal do observador parado) é chamada de **linha de mundo,** onde essa é a curva dentro do cone de luz, e que não necessariamente é uma reta constante. Em caso de acelerações esta reta apresentará variações na velocidade registrada pelo corpo. Ela é uma ilustração gráfica do corpo em $\mathcal{B}$ que se movimenta e com relação ao sistema de coordenadas $\mathcal{A}$ (Figura 11).

Em Relatividade Restrita, a convenção utilizar o eixo x na abcissa e o eixo do tempo na ordenada, o oposto do que se faz comumente nas análises gráficas de mecânica.

Pela equação (25), observamos que, à medida que v é alta, a passagem do tempo para o observador em movimento, com relação ao observador parado, tem um espaçamento maior a cada segundo medido. A velocidades baixas observamos o limite da mecânica *newtoniana* como mostrado na Figura 12. As porcentagens da velocidade da luz estão demonstradas na

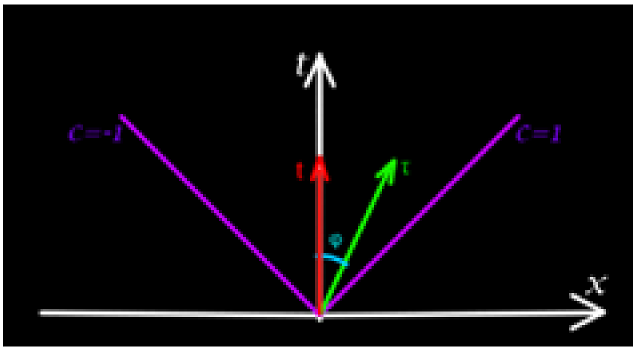


Figura 8: *Linha de mundo τ. C Corresponde à inclinação de 45°. Fonte: produzida pelo autor.*

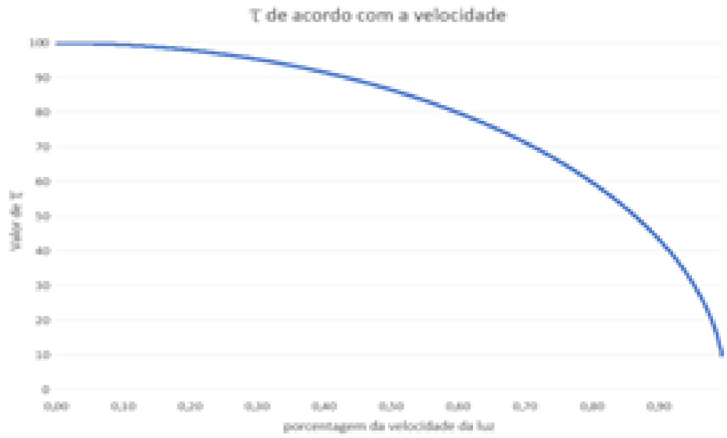


Figura 9: *Relação entre a velocidade e o valor de* $\boldsymbol{\tau}$ *(tempo marcado no referencial em movimento). Figura produzida pelo autor.*

Tabela 1.

Como a inclinação da reta determina o coeficiente angular e uma vez que o corpo em movimento uniforme cria um ângulo na representação gráfica, precisamos analisar com atenção como se dão os eventos observados por $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$, dentro deste diagrama.

Schutz (2009) explica as relações de emissão e reflexão da luz para entendermos as relações de simultaneidade de eventos. Porém, vale ressaltar que eventos simultâneos e síncronos são distintos em relatividade. A simultaneidade se remete a eventos que acontecem no mesmo instante de tempo em locais distintos.

Estando no mesmo referencial, a ocorrência do evento será vista por qualquer observador no mesmo instante, desde que estejam a mesma distância do evento de emissão.

Podemos fazer um paralelo com a descarga elétrica de um raio. A visão do raio é simultânea para os observadores, respeitada a distância do evento, porém, o som do trovão não é. Outro exemplo é a emissão de um fóton vindo do sol. A emissão não é simultânea com a chegada à Terra.

O matemático Hermann Minkowski desenvolveu um diagrama de espaço-tempo que sobrepõe um quadro em movimento e um quadro estacionário para representar as transformações de Lorentz em um modelo geométrico.

A simultaneidade em um gráfico x vs t é uma reta paralela ao eixo do espaço e isso será

Porcentagem da velocidade da luz.		
Velocidade (c)	Velocidade (m/s)	τ para t=100 (s)
0,1	299.792.45,8	99,50
0,2	599.584.91,6	98,00
0,3	899.377.37,4	95,40
0,4	119.916.983,2	91,65
0,5	149.896.229	86,60
0,6	179.875.474,8	80,00
0,7	209.854.720,6	71,41
0,8	239.833.966,4	59,99
0,9	269.813.212,2	43,59
0,999	299.492.665,5	4,471

Tabela 1: *Porcentagens da velocidade da luz.*

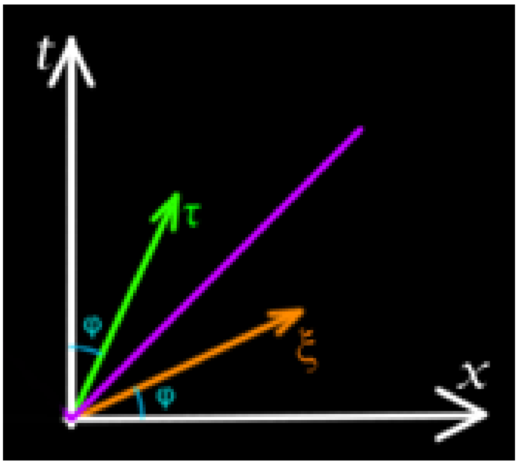


Figura 10: *Diagrama de Minkowski com espelhamento. Fonte: produzida pelo autor.*

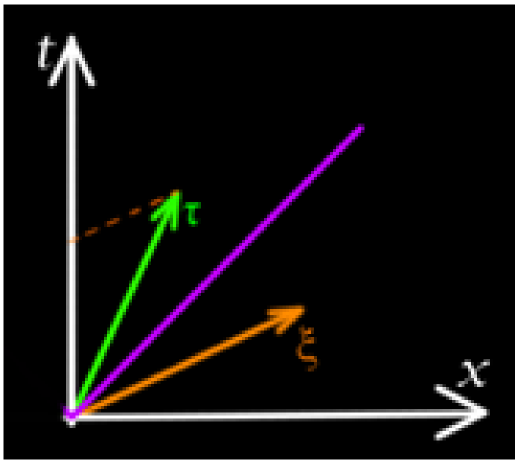


Figura 11: *Linha de simultaneidade (reta tracejada). Fonte: produzida pelo autor.*

igual no diagrama de Minkowski.

Apenas o eixo do tempo do sistema em movimento $\mathcal{B}$ foi ilustrada exemplificado na Figura 11. Schutz (2009) mostra como ocorre a construção do eixo espacial de $\mathcal{B}$ (ξ) no diagrama de Minkowski e ele é um espelhamento do eixo τ com relação à bissetriz (Figura 14).

Então, a simultaneidade do ponto de vista de $\mathcal{B}$, em relatividade, ocorre, no diagrama de Minkowski, como uma reta paralela ao eixo ξ (Figura 15).

V.3. O Paradoxo dos gêmeos dentro do diagrama de Minkowski

Reconstruindo o paradoxo dos gêmeos dentro do diagrama de Minkowski, precisamos definir o sentido do movimento de cada um dos irmãos. Assim, definimos que Lucas está se deslocando no sentido positivo de $\overrightarrow{c}$. Desta forma, a velocidade de Lucas é positiva. Catarina observa Lucas deslocar-se afastando da origem, do referencial parado

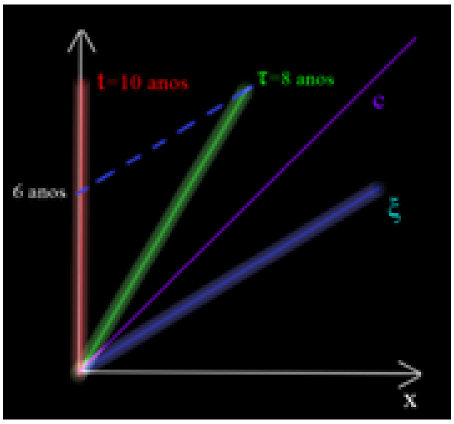


Figura 12: *Diagrama Catarina. Fonte: produzida pelo autor.*

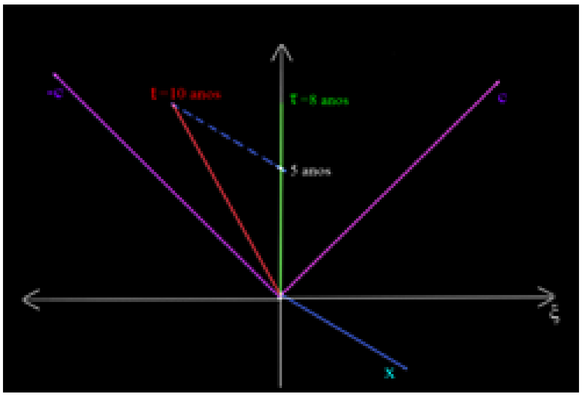


Figura 13: *Diagrama Lucas. Fonte: produzida pelo autor.*

com velocidade positiva.

Para esse exemplo, consideraremos que Catarina, no instante $t = 0$, terá 4 anos. Lucas, neste mesmo instante, mas no seu referencial $\tau = 0$ terá 8 anos.

No diagrama (Figura 16), temos que o ângulo entre t e τ define a velocidade com que Lucas se desloca em relação à Catarina. A escala da passagem de tempo em τ não corresponde à mesma escala no referencial parado. Isso quer dizer que para cada velocidade teremos uma alteração na escala de tempo em τ que será definida pela equação (**??**).

Já na Figura 17 invertermos a observação, ou seja, para Lucas é Catarina quem está se movendo, neste caso, Lucas verá Catarina se deslocando no sentido negativo de $\overrightarrow{c}$ ($v = -c$). Essa nova configuração altera a estrutura do diagrama.

Pelo diagrama temos a noção de como se dá a passagem do tempo relativo de Newton para cada um dos gêmeos no decorrer da viagem e temos a visão de que o paradoxo está no fato de que quando um irmão olha para o referencial do outro não saberemos quem envelheceu mais pois a reta de simultaneidade é que indicará o que o irmão viajante vê do outro. Neste ponto o diagrama auxilia no entendimento.

Pelas expressões (25) temos a impressão de que quem está se movendo é quem tem a passagem de tempo alterada, mas todos estamos nos movendo em alguma medida. Desta forma, uma vez que é Lucas quem se move, é ele quem terá envelhecido menos, com relação à Catarina. Se Lucas viajar 8 anos na velocidade de $0,6c$, para Catarina terão passado 10 anos. Porém, quando Lucas, 8 anos depois de sua partida, olha para Catarina (Figura 16), ele observará que ela envelheceu algo em torno de 6 anos. Para Catarina, após a passagem de 10 anos, ela observará que, para Lucas, passou-se algo em torno de 5 anos (Figura 17). Para cada irmão, foi o outro que envelheceu menos.

Essa construção da passagem do tempo demonstra que observar e medir são ações diferentes.

Vale notar que nenhum dos irmãos observa de fato a passagem do tempo que realmente ocorreu para o outro. Como apontado por Martins (2012) um outro viajante é necessário para poder ter uma melhor mensuração sobre como o tempo passa para cada um dos viajantes. Os irmãos apenas saberão quem envelheceu mais quando o Lucas voltar para o referencial de sua irmã. A Figura 18 mostra o trajeto completo de Lucas. Após 8 anos de viagem, ele começa seu caminho de volta para encontrar sua irmã. Instantaneamente ele mudará o sentido do seu movimento para que não tenhamos que lidar com acelerações.

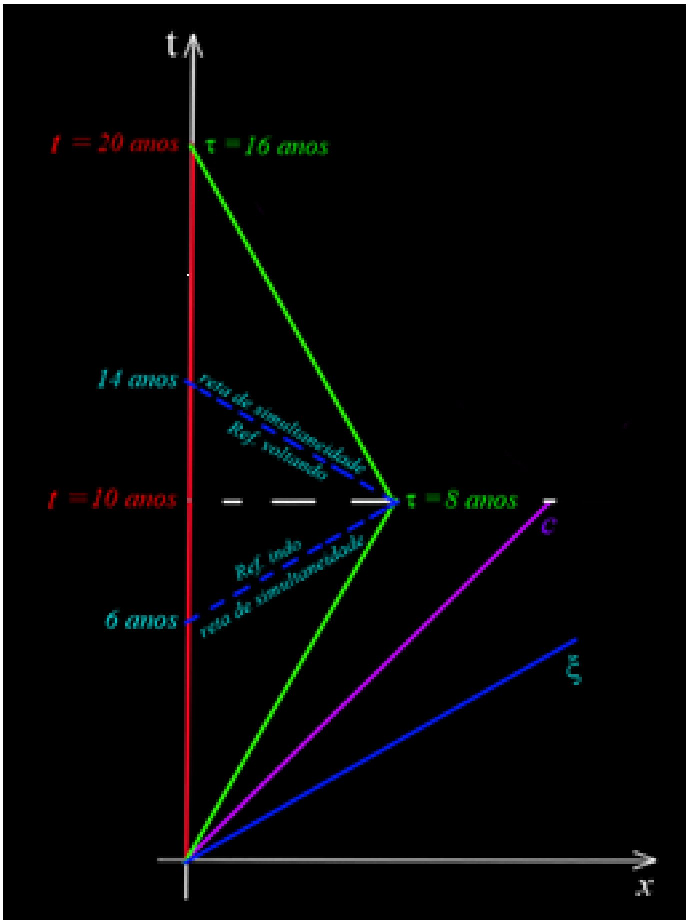


Figura 14: *A viagem completa dos irmãos. Fonte: produzida pelo autor.*

Vale notar que nenhum dos irmãos observa de fato a passagem do tempo que realmente ocorreu para o outro. Como apontado por Martins (2012) um outro viajante é necessário para poder ter uma melhor mensuração sobre como o tempo passa para cada um dos viajantes. Os irmãos apenas saberão quem envelheceu mais quando o Lucas voltar para o referencial de sua irmã. A Figura 18 mostra o trajeto completo de Lucas. Após 8 anos de viagem, ele começa seu caminho de volta para encontrar sua irmã. Instantaneamente ele mudará o sentido do seu movimento para que não tenhamos que lidar com acelerações.

Na Figura 16, quando Lucas olha para Catarina ele verá que para ela passaram 6 anos. Já na Figura 17, quando Catarina olha para Lucas ela verá que para ele passaram 5 anos.

No momento de mudança de sentido, para Lucas, existe um apagão de informação que vem de Catarina. Ele só voltará a observá-la quando fizer 14 anos da sua partida no referencial dela. À medida com que ele se aproxima do referencial parado, sempre observa uma pequena passagem de tempo, porém a informação entre os 6 e 14 anos no referencial de Catarina se perde.

Ela também terá um apagão de informação vinda dele. Quando Lucas mudar o sentido

Figura 15: *Detector de múons no Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas – CBPF. Fotografia produzida pelo autor.*

do seu movimento, Catarina passará a observar que seu irmão passou a ter 11 anos marcado no relógio dele.

Quando Lucas finalmente retornar para o referencial de sua irmã, na comparação dos relógios eles verão que Catarina envelheceu 20 anos (estando com 24 agora) e Lucas envelheceu 16 anos (estando com 24 anos agora). Nesse exemplo eles se tornarão gêmeos no retorno (Figura 18) e os relógios passam a funcionar no mesmo ritmo.

O fato de vermos tempos diferentes sendo marcados para cada um dos observadores não contradiz o tempo absoluto de Newton pois o que sabemos marcar é o que Newton definiu como tempo relativo, aparente e comum. O tempo absoluto soa como uma caracterização matemática abstrativa e que não é observado dentro da nossa limitação humana. Mesmo usando como relógio o envelhecimento de pessoas, não fica claro para este autor o que é que caracteriza, de uma maneira fundamental, a passagem do tempo para cada indivíduo dentro da sua linha de mundo.

Um outro exemplo clássico é a observação do tempo de vida de um múon parado ou em movimento relativístico.

V.4. Medição do tempo próprio do múon

O paradoxo dos gêmeos é uma experiência mental que se remete a observar eventos relativísticos dentro de uma concepção macroscópica e que utiliza o tempo de envelhecimento como o relógio. É importante frisar que, independentemente de usarmos pessoas ou relógios, estes são tempos relativos e mensuram "(...) a duração pelo significado do movimento", como disse Newton (1686, p. 6).

As equações (25) de Einstein permitem responder sobre fenômenos que apresentam este caráter de dilatação do tempo e um caso é o do tempo de vida do múon. Bailey et al. (1977) realizaram um experimento para mensurar a dilatação do tempo em múons com velocidade de $0{,}9994c$ e o resultado do experimento está de acordo com os dados calculados pelas equações de Einstein.

A tabela 2 demonstra os valores mesurados por Bailey et al. (1977, p. 303)

O experimento demonstra que as equações se encaixam em eventos observados na natureza e que a velocidade da partícula altera seu tempo de vida de forma significativa. A velocidade de $0{,}9994c$ faz com que a partícula, vista no referencial parado, tenha um tempo de vida 29,33 vezes maior do que a partícula em repouso.

	μ^+	μ^-
Tempo de vida do muon em movimento (t)	64,419	64,368
Tempo de vida do muon em repouso (t)	2,1966	2,1948

Tabela 2: *Resultados de tempos de vida (μs)*

Se tivermos algo que viaja à velocidade da luz, teremos que: Isso corresponde a dizer que o intervalo entre um evento e outro para luz visto do referencial parado demora um tempo infinito. Neste ponto é possível concluir que o tempo passa para partículas massivas, mas não ocorre o mesmo para a luz.

$$\lim_{v \to c} \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \infty. \tag{26}$$

Ryden (2017, p. 122) explica a concepção de que um universo apenas de radiação teria um formato plano. Segundo Einstein (1905, p. 10), objetos com velocidade $v{=}c$ teriam formas planas quando observadas do referencial parado.

Na Figura 19 temos o instante em que um múon atravessa um detector. O múon é o feixe luminoso com velocidade relativística e com o seu tempo, com relação ao referencial parado, dilatado.

V.5. Relógio de luz

A expressão (26) mostra um resultado importante. No limite da velocidade da luz, um intervalo de tempo tende a demorar infinitamente para acontecer. Ou seja, como entendemos que o tempo é uma marcação de intervalos de eventos, então, para a luz é como entendêssemos que houve um evento, por exemplo a sua emissão no instante τ_1 e o instante τ_2 não chegasse nunca. Para a luz não há passagem de tempo.

Imaginemos que Catarina, no seu referencial parado, vê um trem se deslocar com uma velocidade v no sentido positivo do eixo x. Dentro do trem, seu irmão Lucas instala um sistema de laser e espelhos que funcionará como um relógio. A experiência será emitir um feixe de luz do assoalho do trem para o teto e refleti-lo de volta para o assoalho.

Quando Lucas coloca o relógio para funcionar e estando o trem parado com relação à plataforma, tanto ele quanto Catarina verão o feixe de luz se deslocar perpendicularmente entre o assoalho e o teto (Figura 20).

Porém se o trem estiver em movimento, Catarina terá outra visão do feixe luz. Como ela está parada na plataforma, verá o feixe de luz inclinado, enquanto Lucas, que está no referencial em movimento, continuará visualizando o feixe com deslocamento perpendicular ao assoalho e teto (Figura 21).

À medida que a velocidade é aumentada, e considerando que o pulso de luz emitido-refletido corresponde a um intervalo de tempo, a inclinação mensurada por Catarina será

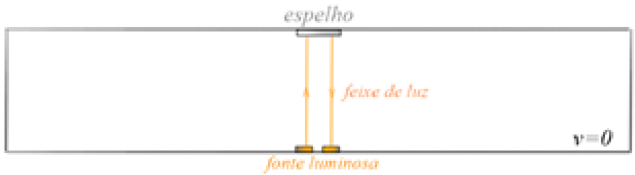


Figura 16: *Relógio de luz comóvel ao observador pelo referencial no referencial parado. Fonte: produzida pelo autor.*

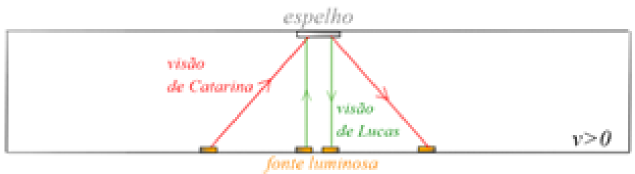


Figura 17: *Lucas visualizando o feixe de luz (linhas verdes) e Catarina, parada na plataforma, vendo o feixe de luz ao logo da trajetória do trem (linhas vermelhas). Fonte: produzida pelo autor.*

igualmente maior.

A Figura 22 mostra que a velocidade altera o tempo de Lucas medido por Catarina na plataforma. Como estamos querendo analisar o limite c da velocidade, veremos que no $\lim_{v \to c} t$, o tempo tende ao infinito no intervalo de emissão-reflexão da luz.

Na Figura 23, a altura do trem (h) não se altera, mas a razão entre a altura do trem e a distância S_∞ diminui à medida que a velocidade do trem é grande. Se a velocidade do trem pudesse ser igual à velocidade da luz e tendo o princípio da constância da velocidade da luz em mente, veríamos que o feixe de luz emitido demoraria um tempo infinito para percorrer todo o seu percurso S_∞.

V.6. Relógios super precisos com registro em $\mathbf{10^{-18}}s$

Relógios atômicos de alta precisão (com precisão de 18 casas decimais) são ferramentas que possuem uma ampla gama de aplicações na física. Hinkley et al. (2013) indicam que essa ferramenta pode ser utilizada para cálculo da “geodésica relativística, navegação telescópica na Terra e no espaço e novos testes de física além do modelo padrão.”

Um exemplo de navegação telescópica é o telescópio espacial James Webb, que estará posicionado no ponto de Lagrange 2, que fica a 1,5 milhões de quilômetros da Terra. Nesse ponto, o telescópio orbitará o Sol com velocidade de aproximadamente 30.105 m/s. Em

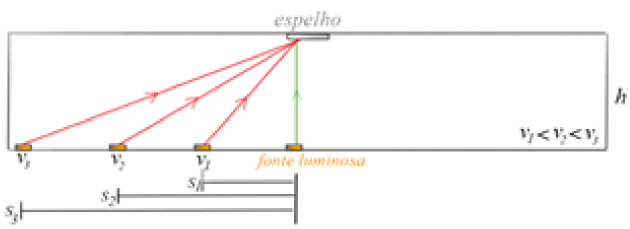


Figura 18: *Medida do feixe de luz por Catarina com o trem a velocidades diferentes. Fonte: produzida pelo autor.*

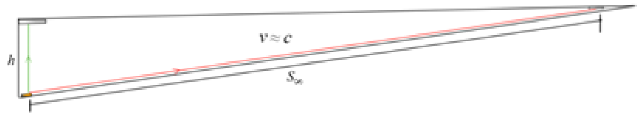


Figura 19: *Visão do trem em perspectiva representando uma velocidade próxima de c. Fonte: produzida pelo autor.*

comparação com a velocidade de translação da Terra, que é de aproximadamente 29.800 m/s, a diferença de tempo estará na ordem de 10^{-9}, que indica que o tempo τ no telescópio atrasará 1 segundo a cada 31 anos.

Este relógio seria capaz de detectar a diferença de tempo em pequenas variações de alturas na Terra ou em mudanças de latitudes como foi proposto por Einstein no seu trabalho original, uma vez que alteraria a velocidade linear do corpo.

V.7. Tempo na quântica e na Relatividade Geral

O tempo na física caracteriza a marcação de movimentos que Newton chamou de duração. Porém, segundo Giovannetti (2015), nos limites da mecânica quântica existe a necessidade de criar um relógio que seja capaz de quantizar o tempo. Esse autor descreve que o "tempo em mecânica quântica aparece como um parâmetro clássico na equação de Schördinger. Fisicamente isto representa o tempo mostrado por um relógio clássico no laboratório."

Outra abordagem aparece numa explicação sobre Teoria da Relatividade Geral onde:

> "(...) dado um campo gravitacional (...) a dinâmica da teoria não possui variável preferencial de tempo, mas, no entanto, temos uma noção de espaço-tempo para cada solução dada. Mas na teoria quântica não há a configuração de um campo clássico, assim como não há trajetória de uma partícula. Desta forma, na gravitação quântica a noção de espaço-tempo desaparece da mesma maneira que a noção de trajetória desaparece da teoria quântica de partículas." Rovelli (2004, pg. 21) Tradução do autor.

Sendo assim, entender a natureza do tempo poderia dar respostas que podem ajudar a compatibilizar a mecânica quântica com a gravitação.

VI. Conclusão

Neste trabalho partimos da definição de tempo relativo, aparente e comum de Newton para estruturar a concepção de tempo que é marcada no relógio. Por essa razão nos remetemos ao relógio solar, que fundamenta a noção mais básica que temos de passagem de tempo.

Concluímos que o tempo só é possível de ser definido num universo dinâmico, e dentro dessa percepção analisamos como o movimento altera a passagem do tempo para os observadores em referenciais distintos, a partir da relatividade restrita.

Posteriormente analisamos, também, a partir da perspectiva da relatividade restrita, uma possibilidade para a reposta do que é o tempo. Pensando estritamente por esse prisma, a expressão (26) leva a crer que o tempo não tem uma natureza em si, mas que emerge de outra entidade física: a matéria.

Por fim, vimos como a criação de relógios extremamente precisos permite medir intervalos de tempo extremamente pequenos, o que poderia ajudar na exploração de fenômenos quânticos e a achar respostas que poderiam auxiliar numa grande unificação na física.

Referências

CALIL, Marcos Rogéio. **Anamela de Vitruvius: dos relógios solares até o relógio de Sol plano horizontal.** São Paulo. 2008. Disponível em https://tede2.pucsp.br/handle/handle/13383. Acessado em 07/09/2021.

EINSTEIN, Albert; **On the electrodynamics of moving bodies**. 1905. Tradução de John Walker Disponível em http://hermes.ffn.ub.es/luisnavarro/nuevo_maletin/Einstein_1905_relativity.pdf. Acessado em 11/07/2021.

EINSTEIN, Albert; **The meaning of relativity.** 1922. Tradução de Edwin Plimpton Adams 2003. Routledge Classics

NEWTON, Isaac; **Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica**. 1868. Tradução para o inglês por Florian Cajori. 1966. Vol. 1. The Motion of the bodies. University of California Press.

MAGALHAES, Nadja S; Motion, Time and Gravity. In: Christopher Duston; Marc Holman. (Orgs.) "Spacetime Physics 1907-2017". 1a ed. Montreal: Minkowski Institute Press, 2019, v., p. 93-104.

NICHOLSON, T., CAMPBELL, S., HUTSON, R. et al. **Systematic evaluation of an atomic clock at $2x10^{-18}$ total uncertainty**. Nat Commun 6, 6896 (2015). Disponível em https://doi.org/10.1038/ncomms7896. Acessado em 09/01/2022

NUSSENZVEIG, Herch Moysés. **Curso de Física Básica Vol. 4**, 1ł edição 1998, 8ž reimpressão 2010. Editora Edgard Blücher LTDA

SCHUTZ, Bernard Frederick. **A First Course in General Relativity**. 2009. Cambridge University Press.

SOUSA, Taric de Oliveira. **Reflexões sobre a Natureza do Tempo a partir de Fenômenos Relativísticos**. 2022. Biblioteca Central da UnB – BCE.

RYDEN, Barbara Sue. **Introduction to Cosmology**. 2017. Cambridge University Press.