

Uticaj unutrašnjeg radijalnog zazora kotrljajnog ležaja na raspodelu opterećenja na kotrljajna tela

Influence of internal radial clearance of rolling bearing on load distribution between rolling elements

Lazović T.

Pri prenošenju spoljašnjeg radijalnog opterećenja sa obrtnih delova vratila (zupčanika, lančanika, kaišnika...) na kućište prenosnika, učešće kotrljajnih tela ležaja u prenošenju opterećenja je neravnomerno. Step en učešća kotrljajnih tela u prenošenju opterećenja pre svega zavisi od unutrašnje geometrije ležaja (ukupan broj kotrljajnih tela, unutrašnji radijalni zazor, oblik staza kotrljanja i kotrljajnih tela) i karaktera spoljašnjeg opterećenja. U ovom radu je razmatran uticaj veličine unutrašnjeg radijalnog zazora na raspodelu opterećenja na kotrljajna tela ležaja. Istovremeno je pokazano da uticaj zazora zavisi od ukupnog broja kotrljajnih tla. Analize su izvršene na osnovu matematičkog modela raspodele opterećenja u koji je uvedena na novi način definisana veličina – faktor raspodele opterećenja na kotrljajna tela ležaja. Sprovedena istraživanja se mogu upotrebiti za precizniju analizu nosivosti i veka ležaja, kao i za optimizaciju unutrašnje geometrije ležaja.

In the transmission of external radial force from rotating members on the shaft to housing, through rolling bearing, the engagement of rolling elements is unequal. The engagement degree of every single rolling body in radial load distribution depends on the internal bearing geometry (number of rolling elements, internal radial clearance, form of raceways), as well as an intensity of applied external load. The analysis of influence of internal radial clearance on the load distribution in rolling bearing is carried out in this paper. Also, the variations of the influence of internal radial clearance on load distribution between rolling elements with the variations of external load and number of rolling bodies are shown. The analysis is based on modified conventional mathematical model of load distribution. The new defined value – load distribution factor is introduced in this mathematical model. Conducted research can be used for more precise static load capacity and bearing life analysis, as well as for optimization of the bearing internal construction.

1. Uvod

Metode proračuna kotrljajnih ležaja opšte namene tokom niza godina nisu značajnije izmenjene. To se objašnjava time da je tim proračunima obezbeđena 90%-na pouzdanost i u znatnoj meri udovoljeno zahtevima većine grana tehnike. Dalji razvoj tehnike i pojava novih grana koje imaju potrebu za ležajima visoke tačnosti i pouzdanosti usloveli su potrebe za dopunjavanjem i usavršavanjem postojećih, kao i razvojem novih metoda proračuna kotrljajnih ležaja, uzimanjem u obzir što je moguće više suštinskih uticajnih faktora.

Od samih početaka istraživanja karakteristika i ponašanja kotrljajnih ležaja u radu posebno važno mesto je zauzimala analiza raspodele opterećenja na kotrljajna tela, koja zbog složenosti konstrukcije ležaja i radnih uslova, kao i mnoštva drugih uticajnih faktora nije u potpunosti rasvetljena ni do današnjih dana.

1. Introduction

The methods of estimate of rolling bearings for common applications did not change considerably for a number of years. It is explained to that these estimates supply 90%-s' reliability and the requirements of most of engineering branches are substantially satisfied. Development of engineering and occurrence of new branches requiring high accuracy and high reliability of rolling bearings qualify addition and improvement existing methods of estimate of rolling bearing as well as development of new methods with all influence factors.

From the beginning of research of the characteristics and behavior of rolling bearings in work, the especially important place was occupied with the analysis of load distribution between rolling elements. The load distribution is not considered completely till now because of complexity of a rolling bearing design, operating conditions and the other influence factors.

Adresa autora (Contact address):

Mr Tatjana Lazović, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, 27.marta 80, 11000 Beograd,
lazovic@alfa.mas.bg.ac.yu

Predstavnicima klasične teorije kotrljajnih ležaja su *Sjoväll*, *Stribeck* i *Jones* [9]. *Jones* je dao najopštiji matematički model raspodele opterećenja na kotrljajna tela kugličnog kotrljajnog ležaja sa radijalnim dodirnim i unutrašnjim radijalnim zazorom. On je u statički neodređenom problemu raspodele opterećenja na kotrljajna tela primenio teoriju kontaktnih napona *Hertza* i došao do izraza za određivanje parametara raspodele opterećenja na kotrljajna tela. Ovaj model su u svojim radovima kasnije razvijali *Harris* [7], *Kovalev*, *Narodetski* [9], i na taj način razvili opšti pristup proračunu ležaja. Pri tome, kod svih navedenih autora matematički model raspodele opterećenja u ležaju baziran je na *Sjoväll*-ovoj pretpostavci da ležaj ima beskonačni broj kuglica vrlo malog prečnika. Zbog toga, ovaj model odlikuje prilična aproksimacija i čini ga neprimenljivim u slučajevima preciznijih proračuna radnih karakteristika ležaja. Autori u radovima [1,2,3,4,8,14] su se bavili teorijom kotrljajnih ležaja, koristeći *Jones*-ov model i ne upuštajući se u detaljnije analize fenomena raspodele opterećenja.

Radovi [11,15] predstavljaju dalji razvoj matematičkog modela *Harris*-a, tj. *Kovaleva*. Analize izvršene u ovim radovima pokazale su da među najvažnije faktore od kojih zavisi stepen neravnomernosti raspodele opterećenja na kotrljajna tela ležaja spadaju unutrašnji radijalni zazor i elastične deformacije spregnutih delova ležaja. Kao merilo neravnomernosti raspodele opterećenja analiziran je faktor raspodele opterećenja koji pokazuje koliko je puta veće opterećenje koje prenosi najopterećenija kuglica u odnosu na slučaj kada bi raspodela bila ravnomerna. U ovim radovima započeta je detaljnija analiza učešća pojedinačnih kotrljajnih tela ležaja u raspodeli spoljašnjeg opterećenja, koja je nastavljena u radovima [10,12,13]. Sličan pristup prisutan je i u radovima [5,6], ali bez eksplicitnog izdvajanja uticaja realne geometrije spregnutih delova ležaja i prisustva unutrašnjeg radijalnog zazora na raspodelu opterećenja.

U ovom radu dat je prilog razvoju matematičkog modela raspodele opterećenja na kotrljajna tela ležaja sa aspekta uticaja unutrašnjeg radijalnog zazora.

2. Raspodela opterećenja na kotrljajna tela

Spoljašnje opterećenje kotrljajnog ležaja se prenosi sa jednog prstena na drugi preko kotrljajnih tela. Na broj kotrljajnih tela koja učestvuju u prenošenju spoljašnjeg opterećenja, kao i stepen njihovog učešća utiče više faktora: konstrukcija (tip) ležaja; spoljašnje opterećenje (pravac, smer, intenzitet); zapreminska i površinska krutost spregnutih delova ležaja i drugih delova uležištenja; unutrašnja geometrija ležaja (ukupan broj kotrljajnih tela, unutrašnji radijalni zazor ili preklap, tačnost dimenzija, oblika i položaja radnih površina spregnutih delova ležaja).

Za dalja razmatranja pretpostavlja se sledeće:

- razmatra se kuglični kotrljajni ležaj sa radijalnim dodirnim;

The representatives of the classical theory of rolling bearings are *Sjoväll*, *Stribeck* and *Jones* [9]. *Jones* has created the most general mathematical model of load distribution between rolling elements of the bearing with an internal radial clearance. He has applied the *Hertzian* theory of contact stresses in statically uncertain system and has got expression for definition of load distribution parameters of rolling bearing. This model has developed by *Harris* [7], further by *Kovalev*, *Narodetsky* [9] and thus have issued the general approach to rolling bearings estimate have issued. Thus, the mathematical model of load distribution of these authors is based on *Sjovälls* assumption, that the bearing has an infinite number of rolling elements with a very small diameter. Because of that this model is characterized by decent approximation and consequently it is inapplicable in precise accounts of the operational characteristics of the rolling bearing. Authors in the referencies [1,2,3,4,8,14] have treated theory of bearings, using *Jones'* model and not considering in more detail phenomenon of load distribution.

The referencies [11,15] represent the further development of mathematical model of load distribution by *Harris* and *Kovalev*. The analyses carried out in these referencies have shown, that the major factors, on which the degree of inequality of load distribution depends, are an internal radial clearance and elastic deformations of rolling bearing parts (balls and raceways). As a parameter of inequality of load distribution the factor of load distribution has analyzed showing on how many loading of the most loaded rolling element is more than its loading in case of equal load distribution. More detailed analysis of participation of separate rolling elements in load distribution is submitted in referencies [10,12,13]. The similar approach is present in [5,6], but without revealing influence of an internal radial clearance on load distribution.

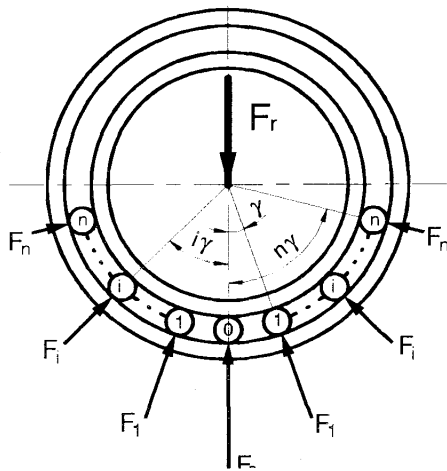
The appendix to development of mathematical model of load distribution between rolling elements from the point of view of influence of an internal radial clearance is given in the present paper.

2. Load distribution between rolling elements

External load of the rolling bearing is transferred from one ring to another one through rolling elements. On number of rolling elements, participating in transfer of external load, and also the degree of their participation influence some factors: a design (type) of the bearing, external load, volumetric and contact stiffness of rolling bearing parts, internal radial clearance or interference, accuracy of the sizes, form and position of contact surfaces of parts.

In the further considerations the following is supposed:

- examined bearing is deep groove ball bearing;



Slika 1. Raspodela spoljašnjeg radijalnog opterećenja na kotrljajna tela ležaja

Figure 1. Load distribution between rolling elements

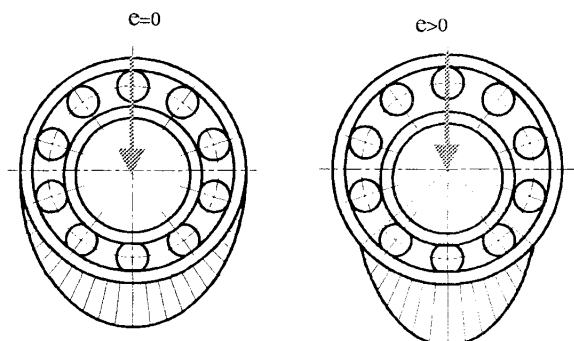
- ležaj je opterećen radijalnim spoljašnjim opterećenjem F_r (sl.1) konstantnog pravca, smeru i intenziteta; usmereno je ka jednom od kotrljajnih tela, uslovno obeleženo sa "0" (najopterećenije kotrljajno telo), što je najnepovoljniji slučaj neravnomernosti raspodele opterećenja;
- ostali delovi uležištenja spregnuti sa posmatranim ležajem su apsolutno kruti;
- radne površine spregnutih delova ležaja su idealno tačne po dimenzijama, obliku i položaju;
- u neopterećenom stanju pri centričnom položaju prstenova ostvareno je dodirivanje kuglica i spoljašnjeg prstena, a između kuglica i unutrašnjeg prstena postoji radijalni zazor jednak polovini ukupnog unutrašnjeg radijalnog zazora.

Kod radijalno opterećenog ležaja sva kotrljajna tela nisu istovremeno aktivna. Kotrljajna tela koja učestvuju u prenošenju spoljašnjeg opterećenja nalaze se u zoni opterećenja. Raspodela spoljašnjeg opterećenja u zoni opterećenja je neravnomerna. Najveći deo spoljašnjeg opterećenja nosi kotrljajno telo i delovi staza kotrljanja koji se nalaze u pravcu delovanja spoljašnjeg opterećenja. Sa povećanjem unutrašnjeg radijalnog zazora neravnomernost raspodele spoljašnjeg opterećenja se povećava, što se manifestuje suženjem zone opterećenja i povećanjem opterećenja najopterećenije kuglice (sl.2).

Zbog prisustva više uticajnih faktora, kao i složenosti njihovih uticaja na raspodelu opterećenja na kotrljajna tela ležaja, pojavila se potreba za uvođenjem odgovarajuće veličine na osnovu čije vrednosti bi se moglo suditi o karakteru raspodele i intenzitetu opterećenja koje prenose kotrljajna tela ležaja. Prema tome, ako je \bar{F} ukupno spoljašnje opterećenje ležaja i ako i -to kotrljajno telo prenosi opterećenje \bar{F}_i , tada količnik \bar{F}_i / \bar{F} pokazuje stepen učesća i -tog kotrljajnog tela u prenošenju spoljašnjeg opterećenja ležaja. Ovim količnikom sila definisan je faktor raspodele opterećenja na kotrljajna tela ležaja:

- the bearing is loaded with constant radial external load F_r (Fig.1) with a constant direction; load is directed to one of rolling elements, conditionally signed with "0" (most loaded rolling element), as it is adverse case of inequality of load distribution;
- the other parts of rolling bearing assembly are rigid;
- contact surfaces of rolling bearing parts are absolutely accurate;
- in the non-loaded condition, at concentric position of rings the balls and outer ring adjoin, and there is a clearance between balls and internal ring equaling to half of a total internal radial clearance.

In a case of the radial loaded bearing all rolling element are not simultaneously active. The rolling elements participating in transfer of external load, are in a loaded zone. Load distribution in the loaded zone is unequal. The most part of external load is carried by a rolling element and part of rings which are taking place in a direction of external load. With increase of an internal radial clearance the inequality of load distribution is increased, as the loaded zone decreases, and loading of the most loaded rolling element is increased (Fig.2).



Slika 2. Uticaj unutrašnjeg radijalnog zazora na raspodelu opterećenja na kotrljajna tela

Figure 2. Influence of internal radial clearance on load distribution between rolling elements

Because of the large number of the influence factors, and also complexity of their influence on load distribution, the need of introduction of the some parameter has appeared. On the basis of this value it would be possible to make an estimation of load distribution character. Hence, if \bar{F} is total external load of the bearing and if also " i " rolling element transfers load \bar{F}_i , then the ratio \bar{F}_i / \bar{F} shows a degree of participation of " i " rolling element in transfer of external load. This ratio represents the factor of load distribution between rolling element:

$$K_i = \frac{\bar{F}_i}{\bar{F}} \quad (1)$$

$$K_i = \frac{\bar{F}_i}{\bar{F}} \quad (1)$$

U slučaju radijalno opterećenog ležaja, izraz za faktor raspodele opterećenja se dobija projektovanjem vektora iz izraza (1) na radijalni pravac delovanja spoljašnjeg opterećenja (sl.1):

$$K_n = \frac{F_i \cos(i\gamma)}{F_r}, \quad i=0,1,\dots,n \quad (2)$$

gde je:

$\gamma=2\pi/z$ – ugaono rastojanje između kuglica;
 z – ukupan broj kuglica u ležaju;
 $n=(z-1)/2$ – pomoćna veličina;
 z_s – broj kuglica koje istovremeno učestvuju u prenošenju opterećenja [11].

Izraz za statičku ravnotežu radijalno opterećenog ležaja (sl.1) može se napisati u obliku:

$$F_r = F_0 + 2 \sum_{j=1}^n F_j \cos(j\gamma) \quad (3)$$

Opterećenja kuglica iz izraza (3) mogu se odrediti pomoću *Hertz*-ovog izraza za normalnu silu u dodiru kuglice i staze kotrljanja:

$$F_i = C_\delta \delta_i^{3/2} \quad (4)$$

gde je:

C_δ – konstanta koja zavisi od unutrašnje geometrije ležaja, modula elastičnosti i *Poisson*-ovog koeficijenta materijala spregnutih delova ležaja;
 δ_i – ukupna kontaktna deformacija na mestu dodira i -te kuglice i staza kotrljanja.

S obzirom da je problem statički neodređen, neophodno je uvesti i dopunski izraz za relativno pomeranje prstenova ležaja pod dejstvom spoljašnjeg opterećenja:

$$w = \frac{e}{2} + \delta_0 \quad (5)$$

gde je:

e – unutrašnji radijalni zazor ležaja;
 δ_0 – ukupna kontaktna deformacija na mestu dodira "0"-te kuglice (prema kojoj je usmereno spoljašnje opterećenje) i staza kotrljanja.

Izraz za faktor raspodele radijalnog opterećenja na kotrljajna tela sledi na osnovu relacija (2), (3), (4) i (5):

$$K_n = \frac{\left(\cos(i\gamma) - \frac{e}{2w} \right)^{3/2} \cos(i\gamma)}{\left(1 - \frac{e}{2w} \right)^{3/2} + 2 \sum_{j=1}^n \left(\cos(j\gamma) - \frac{e}{2w} \right)^{3/2} \cos(j\gamma)} \quad (6)$$

Na osnovu izraza (6) može se zaključiti da faktor raspodele opterećenja kotrljajnog tela, koji predstavlja kvantitativnu karakteristiku raspodele opterećenja na kotrljajna tela ležaja, zavisi od ukupnog broja kotrljajnih tela, veličine unutrašnjeg radijalnog zazora, kao i relativnog radijalnog pomeranja prstenova uslovljenog spoljašnjim opterećenjem.

In the case of the radial loaded bearing, the expression for the load distribution factor turns out by projection of vectors from expression (1) on radial direction of external load (Fig.1):

$$K_n = \frac{F_i \cos(i\gamma)}{F_r}, \quad i=0,1,\dots,n \quad (2)$$

where:

$\gamma=2\pi/z$ – angular distance between balls;
 z – total number of rolling element in the bearing;
 $n=(z-1)/2$ – auxiliary parameter;
 z_s – number of balls simultaneously participating in load transfer [11].

It is possible to write expression for static balance of the radial loaded bearing (Fig.1) in the form:

$$F_r = F_0 + 2 \sum_{j=1}^n F_j \cos(j\gamma) \quad (3)$$

Loading of balls from expression (3) can be determined with expression given by *Hertz* for normal force in ball-raceway contact.

$$F_i = C_\delta \delta_i^{3/2} \quad (4)$$

where:

C_δ – constant, dependent from the bearing internal geometry, module of elasticity and *Poissons* factor of material of bearing parts
 δ_i – total elastic deformation on a place of "i" ball-raceway contact

As the problem is statically indetermined, it is necessary to enter an additional expression for relative displacement of rings caused by external load

$$w = \frac{e}{2} + \delta_0 \quad (5)$$

where:

e – internal radial clearance
 δ_0 – the total contact deformation on the place of "0" ball (to which is directed external loading) and raceway contact

The expression for the factor of load distribution between rolling elements turns out on the basis of equations (2), (3), (4) and (5):

$$K_n = \frac{\left(\cos(i\gamma) - \frac{e}{2w} \right)^{3/2} \cos(i\gamma)}{\left(1 - \frac{e}{2w} \right)^{3/2} + 2 \sum_{j=1}^n \left(\cos(j\gamma) - \frac{e}{2w} \right)^{3/2} \cos(j\gamma)} \quad (6)$$

On the basis of expression (6) it is possible to make a conclusion, that the load distribution factor being the quantitative characteristic of load distribution between rolling elements, depends on total number of rolling elements, internal radial clearance, together with relative radial displacement of rings caused by external load.

3. Analiza uticaja unutrašnjeg radijalnog zazora na raspodelu opterećenja na kotrljajna tela ležaja

Faktor raspodele opterećenja i -tog kotrljajnog tela (2) je proporcionalan opterećenju koje to kotrljajno telo prenosi sa jednog prstena na drugi. Prema tome, na osnovu analize promene ovog faktora može se suditi o karakteru raspodele opterećenja na kotrljajna tela u zavisnosti od različitih uticajnih faktora.

Da bi i -to kotrljajno telo ležaja učestvovalo u prenošenju spoljašnjeg opterećenja mora biti zadovoljen uslov kontakta, tj. $e/2 < \cos(i\gamma)$. U slučajevima većih vrednosti unutrašnjeg radijalnog zazora ovaj uslov nije zadovoljen, te u prenošenju spoljašnjeg opterećenja ne učestvuju sva kotrljajna tela iz teorijske zone opterećenja.

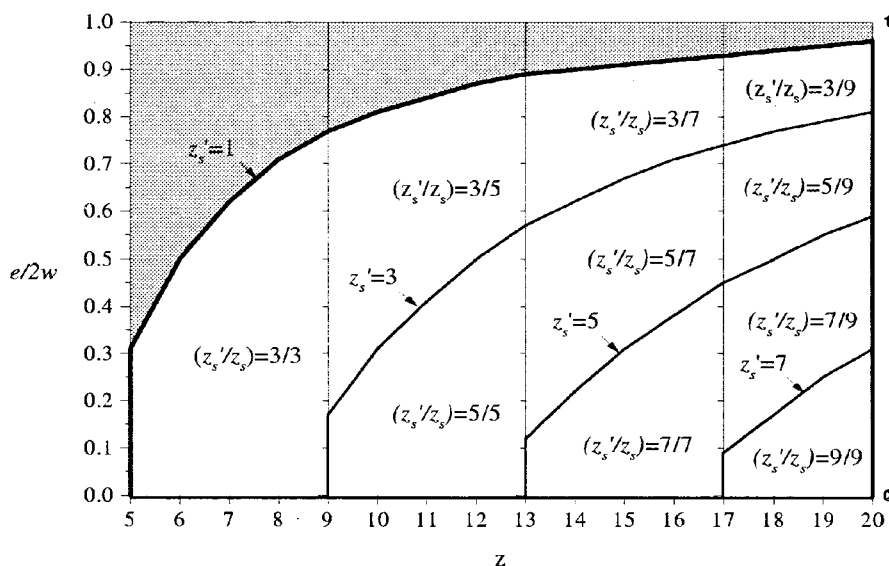
Na slici 3 su prikazani rezultati analize izraza (6) sa aspekta uslova kontakta. Na datom dijagramu su prikazana polja ograničena ukupnim brojem kotrljajnih tela u ležaju i vrednostima odnosa $e/2w$. Svako polje karakteriše odnos stvarnog broja kotrljajnih tela koja učestvuju u prenošenju spoljašnjeg radijalnog opterećenja z' , i ukupnog broja kotrljajnih tela u teorijskoj zoni opterećenja z_s . Sa povećanjem unutrašnjeg radijalnog zazora smanjuje se broj kotrljajnih tela koja učestvuju u prenošenju spoljašnjeg opterećenja, a zona opterećenja se sužava. Istovremeno se za svaku vrednost ukupnog broja kotrljajnih tela u ležaju z povećava stepen neravnomernosti raspodele opterećenja, sve do dostizanja kritične vrednosti zazora pri kojoj u prenošenju celokupnog spoljašnjeg radijalnog opterećenja učestvuje samo jedno kotrljajno telo (izrazito neravnomerna raspodela opterećenja [12,13]). Opisani slučaj odgovara velikim vrednostima unutrašnjeg radijalnog zazora i malim vrednostima spoljašnjeg opterećenja.

3. The analysis of influence of internal radial clearance on load distribution between rolling elements

The load distribution factor of " i " rolling element from expression (2) is proportional to load, which this rolling element transfers from one ring to another one. Hence, on the basis of the analysis of change of this factor it is possible to estimate character of load distribution between rolling elements depending on the various influence factors.

If " i " rolling element participate in transfer of external load then should be satisfied a condition of contact $e/2 < \cos(i\gamma)$. In case of the large internal radial clearance this condition is not satisfied and consequently some rolling elements from the theoretical loaded zone do not participate in transfer of external load.

The results of the analysis of expression (6) from aspect of a contact condition are submitted in figure 3. On the given diagram the fields limited by total number of rolling elements in the bearing and ratio $e/2w$ are shown. Each field is characterized by the ratio of a real number of rolling elements, participating in load transfer z' and total number of rolling elements in a theoretical loaded zone z_s . With increase of an internal radial clearance the number of rolling elements, participating in load transfer decreases, and the loaded zone is narrowed. Simultaneously for each number of rolling elements z in the bearing the degree of inequality of load distribution is increased to achievement of critical clearance at which in transfer of total external radial load participates only one rolling element (extremely unequal load distribution [12,13]). The described case corresponds to the large radial clearance and small external loading.

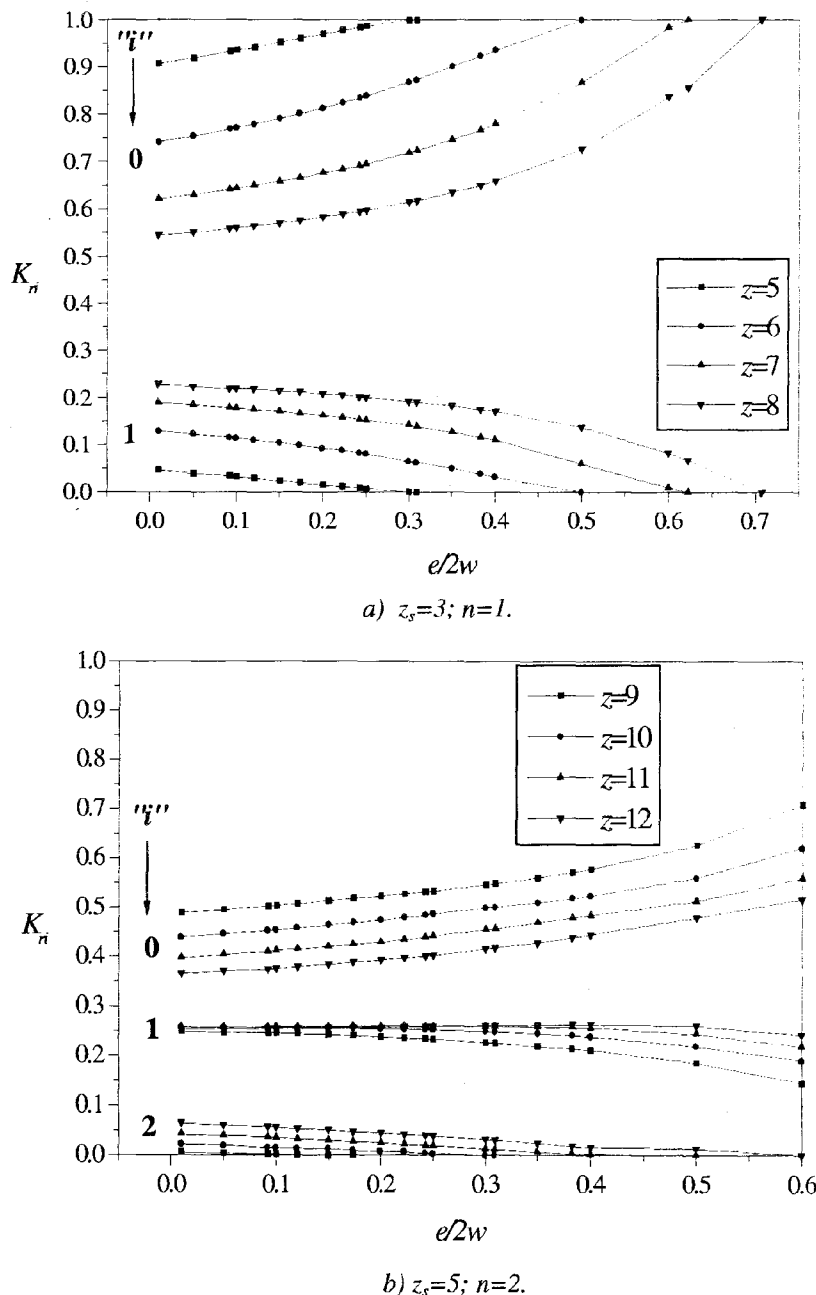


Slika 3. Uticaj veličine unutrašnjeg radijalnog zazora na broj istovremeno aktivnih kotrljajnih tela u prenošenju spoljašnjeg radijalnog opterećenja

Figure 3. Influence of internal radial clearance on number of rolling elements simultaneously active in load distribution

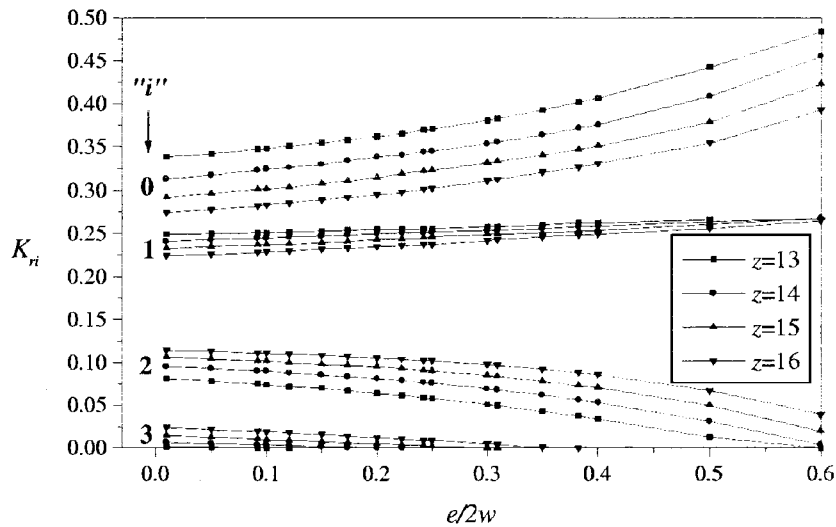
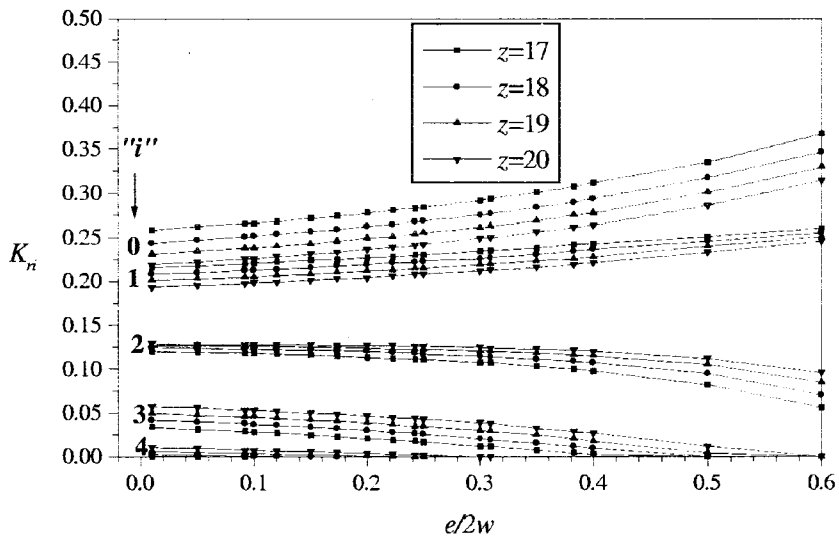
Na slici 4 prikazani su dijagrami zavisnosti faktora raspodele opterećenja od veličine $e/2w$ za različite vrednosti ukupnog broja kotrljajnih tela u ležaju. Na osnovu datih dijagrama može se konstatovati da se sa povećanjem odnosa $e/2w$ povećava i neravnomernost raspodele opterećenja na kotrljajna tela ležaja, što se manifestuje povećanjem faktora raspodele opterećenja "0"-tog, najopterećenijeg kotrljajnog tela i adekvatnom promenom faktora raspodele opterećenja ostalih kotrljajnih tela iz teorijske zone opterećenja. Pri određenim, kritičnim vrednostima odnosa $e/2w$ dolazi do rasterećenja kotrljajnih tela koja su najudaljenija od napadne linije spoljašnjeg opterećenja, a spoljašnje opterećenje se preraspodeljuje između ostalih kotrljajnih tela.

The diagrams of dependence of the load distribution factor from ratio $e/2w$ for various number of rolling elements in the bearing are shown in figure 4. On the basis of the given diagrams it is possible to make a conclusion, that with increase of the ratio $e/2w$ the unequality of load distribution between rolling element is increased also. Thus the load distribution factor of the most loaded rolling element ("0") is increased, and rest of loading is redistributed between other rolling elements in the loaded zone. Unloading of some rolling elements takes place at determined critical value of ratio $e/2w$ and consequently, loading of the other rolling elements is increased.



Slika 4. Zavisnost faktora raspodele opterećenja od unutrašnjeg radijalnog zazora

Figure 4. Load distribution factor versus internal radial clearance

c) $z_s=7; n=3.$ d) $z_s=9; n=4.$

Slika 4. – nastavak
 Figure 4 - continue

4. Zaključak

U cilju povećanja kvaliteta i pouzdanosti rada kotrljajnih ležaja razvija se teorija proračuna, vrši optimizacija konstrukcije i usavršava tehnologija izrade i montaže ležaja. Posebno važno mesto pri razvoju i optimizaciji kotrljajnih ležaja ima problem raspodele opterećenja na kotrljajna tela, od koje zavisi nosivost, radni vek, tačnost obrtanja, gubici usled trenja, nivo buke i vibracija i druge eksploatacione karakteristike ležaja.

Jedan od najvažnijih faktora koji utiču na raspodelu opterećenja na kotrljajna tela ležaja je unutrašnji radijalni zazor, što je i pokazano u ovom radu. Kvantifikacija ovog uticaja je izvršena tako što je u matematički model raspodele opterećenja uvedena na novi način definisana veličina – faktor raspodele opterećenja na kotrljajna tela ležaja.

4. Conclusion

With the purpose of increase of quality and reliability of bearings the theory of estimate is developed, the optimization of a construction is made and the technology of manufacturing and assembly of bearings is improved. The especially important place in development and optimization of bearings is occupied with a problem of load distribution between rolling elements. The carrying capacity, service life, stiffness, losses due to a friction, noise, vibrations and others operational characteristics of the bearing depends on load distribution.

In the present paper is shown, that one of the major factors which influence on load distribution between rolling elements is the internal radial clearance. This influence is quantified by introduction in mathematical model of load distribution a new load distribution factor.

U teorijskim analizama većine autora, kao i u aktuelnim standardnim preporukama za proračun ležaja prisutan je izvesni faktor raspodele opterećenja koji ima samo dve diskretne vrednosti - jednu za ležaj bez zazora i drugu za ležaj sa zazorom, ali bez respektovanja njegove veličine. Vrednost faktora raspodele opterećenja, definisanog i izvedenog u ovom radu, je u tome što on uzima u obzir uticaj veličine unutrašnjeg radijalnog zazora i ukupnog broja kotrljajnih tela na raspodelu spoljašnjeg opterećenja ležaja.

Sprovedena razmatranja mogu se upotrebiti za precizniju analizu nosivosti, krutosti i drugih karakteristika kotrljajnih ležaja. Osim toga, prošireni elasto-deformacioni matematički model raspodele opterećenja koji uzima u obzir uticaj unutrašnjeg radijalnog zazora može se inkorporirati u matematičke modele višeg nivoa modeliranja (vibracioni model, tribološki model). Na osnovu toga bilo bi omogućeno preciznije određivanje odgovarajućih eksploatacionih i dijagnostičkih karakteristika ležaja u funkciji od unutrašnje geometrije - radijalnog zazora i ukupnog broja kotrljajnih tela.

In the theoretical analyses of the majority of the authors, and also in the current standards on estimates of rolling bearings, there is a load distribution factor having only two values: one for the rolling bearing with zero-clearance and another one for the bearing with a some average clearance. The load distribution factor determined and derived in the present paper is important because of it takes into account influence of an internal radial clearance and total number of rolling element on load distribution.

The carried out research can be used for more precise analysis of load carrying capacity, stiffness and other characteristics of rolling bearings. Besides this extended static mathematical model of load distribution taking into account the influence of an internal radial clearance can be entered into mathematical models of a higher level of modeling (vibrational model, tribological model). Thus, more precise definition of operational and diagnostic characteristics of the rolling bearing will be supplied depending on internal geometry - radial clearance and number of rolling elements.

5. Literatura – Referencies

- [1] Бальмонт, В.Б., Матвеев, В.А.: Опоры качения приборов, Машиностроение, Москва, 1984
- [2] Бейзельман, Р.Д., Цыпкин Б.В.: Подшипники качения, Машгиз, Москва - Ленинград, 1959
- [3] Eschman, P., Hasbargen, L., Weigand, R.: Die Wälzlagerpraxis, Verlag von R. Oldenbourg, München, 1953
- [4] Галахов, М.А., Бурмистров А.Н.: Расчет подшипниковых узлов, Машиностроение, Москва, 1988
- [5] Grünberg, U.: Untersuchungen über den Einfluß des Spiels zwischen Außenring und Gehäuse auf die Tragfähigkeit radial belasteter Zylinderrollenlager, 1. Teil: Theoretische Grundlagen und Berechnung, "Konstruktion" 22 Heft 2, 48-55, 1970
- [6] Grünberg, U.: Untersuchungen über den Einfluß des Spiels zwischen Außenring und Gehäuse auf die Tragfähigkeit radial belasteter Zylinderrollenlager, 2. Teil: Praktische Anwendung und Ergebnisse, "Konstruktion" 22 Heft 3, 97-103, 1970
- [7] Harris, T.A.: Rolling Bearing Analysis, John Wiley and Sons, New York, 1984
- [8] Hernot, X., Sartor, M., Guillot, J.: Calculation of the Stiffness Matrix of Angular Contact Ball Bearings by Using the Analytical Approach, ASME Journal of Mechanical Design, Vol 122, №1, 83-90, 2000
- [9] Ковалев, М.П., Народецкий, М.З.: Расчет высокоточных шарикоподшипников, Машиностроение, Москва, 1975
- [10] Lazović, T.: Analiza uticaja geometrije kotrljajnog ležaja na raspodelu opterećenja na kotrljajna tela i krutost, Magistarska teza, *Mašinski fakultet*, Beograd, 2000.
- [11] Mitrović, R.: Analiza uticaja elastičnih deformacija i unutrašnjeg radijalnog zazora kotrljajnog kugličnog ležaja na raspodelu opterećenja na kotrljajna tela i nosivost, Magistarska teza, *Mašinski fakultet*, Beograd, 1987
- [12] Mitrović, R., Lazović, T., Ristivojević, M.: Analiza raspodele opterećenja na kotrljajna tela ležaja. Zbornik radova, 273-278, XXII Jugoslovenski kongres teorijske i primenjene mehanike, Vrnjačka Banja, 1997
- [13] Митрович, Р., Ристивоевич, М., Лазович, Т.: Распределение нагрузки между телами качения шариковых подшипников, "Вестник машиностроения", №3, 14-17, 2000
- [14] Пинегин, С.В., Орлов, А.В., Табачников, Ю.Б.: Прецизионные опоры качения и опоры с газовой смазкой, Машиностроение, Москва, 1984
- [15] Subić, A.: Modeliranje geometrije kugličnih ležaja sa numeričkim određivanjem pomeranja u uležištenju, Magistarska teza, *Mašinski fakultet*, Beograd, 1991