

LA CASA DI CARTE: PROBABILITÀ PEER TO PEER DAL SECONDO AL PRIMO GRADO

Massimo Borsero^{1 2}, Raffaele Casi^{1 3}, Chiara Pizzarelli^{1 4}, Saverio Tassoni

¹ Università di Torino; ² I.C. Parri-Vian, Torino; ³ I.C. Andezeno; ⁴ I.C. Alberti-Salgari

saveriotassoni@gmail.com

Abstract

Si propone un'attività di *peer education* sperimentata con gruppi di studenti di licei piemontesi del secondo biennio, nata e sviluppata all'interno del Piano Lauree Scientifiche. Il lavoro nasce dalla constatazione di quanto la probabilità sia talvolta sacrificata all'interno della comune pratica didattica nei licei e dalla volontà di coinvolgere e far interagire tra loro i diversi gradi della Scuola Secondaria con un progetto di *peer to peer* verticale. Dopo una prima serie di incontri con attività di introduzione alla probabilità rivolte a studenti del secondo grado, questi ultimi, lavorando in gruppi, hanno progettato personali laboratori destinati alle scuole di primo grado, rielaborando quanto appreso nei primi incontri. Successivamente, questi laboratori sono stati concretamente realizzati dagli stessi studenti, grazie alla disponibilità di scuole di primo grado che hanno accettato di prestarsi a come pubblico fruitore. L'ultima fase del progetto è stata costituita da un momento collettivo di commento e revisione del lavoro svolto, analizzando tutti i vari aspetti che hanno caratterizzato la realizzazione dei laboratori.

Parole-chiave

Probabilità; Peer education; Piano Lauree Scientifiche; PCTO; DDI.

METODOLOGIA DIDATTICA

In questa comunicazione intendiamo relazionare sulle attività di PCTO (Percorsi per le Competenze Trasversali di Orientamento), svolte dagli autori nell'ambito del progetto Piano Lauree Scientifiche degli a.s. 2019-20, 2020-21, coordinato dalla professoressa Ornella Robutti. L'obiettivo del percorso è duplice: *in primis* si intende offrire a studenti di Scuola Secondaria di secondo grado una formazione di base sui temi della probabilità a partire da problemi classici in situazioni laboratoriali; in seconda istanza si dà loro l'opportunità di fare esperienza di divulgazione matematica nei confronti di ragazzi e ragazze di Scuole Secondarie di primo grado.

Nei primi incontri, dedicati ad attività di introduzione alla probabilità, gli studenti hanno affrontato alcuni problemi classici, che - con una discussione fra pari e con i docenti formatori - sono stati gradualmente approfonditi e ampliati con il *metodo della ricerca variata*. Questa metodologia ha permesso agli studenti di apprezzare il tipico approccio alla ricerca del matematico, caratterizzato dal porsi domande, formulare congetture, autoanalizzare i propri ragionamenti; un metodo che si allontana dunque dalla risoluzione di problemi per procedure predefinite.

A partire dalla soluzione di un singolo problema si è cercato di ampliare la discussione proponendo varianti numeriche che hanno favorito l'astrazione e la classificazione delle tecniche e delle procedure. Gli studenti coinvolti, da semplici risolutori, sono diventati creatori di nuovi problemi, assumendo lo spirito del ricercatore scientifico, valorizzando il processo di scoperta.

Il cuore dell'attività, tuttavia, è stato il lavoro *peer to peer* tra gli studenti dei diversi gradi scolastici. La *peer education* è una metodologia didattica che significa letteralmente *educazione tra pari*. Si basa sul processo di trasmissione di esperienze e contenuti tra i partecipanti di un gruppo che, per certi parametri, può essere considerato di pari livello. Il tipo di comunicazione che si può instaurare tra pari spesso può rivelarsi più efficace rispetto a quella tra ragazzi e adulti. La metodologia della *peer*

education implica - come per altre metodologie, ad esempio la *flipped classroom* - un cambio di prospettiva rispetto ad un classico modello di apprendimento: gli studenti sono protagonisti diretti dell'azione educativa, ribaltando i ruoli ordinari.

Il gruppo dei pari costituisce un laboratorio sociale all'interno del quale sviluppare nuove consapevolezze, testare attività sconosciute, progettare e condividere insieme. In questo modo si crea l'opportunità di migliorare le proprie capacità sociali e relazionali, le abilità comunicative e la propria autostima favorendo l'integrazione scolastica.

Altrettanto importante è la fase di *peer tutoring* verso gli studenti del grado precedente. Entrambe le categorie di partecipanti traggono benefici dalla metodologia: lo studente-tutor sarà valorizzato e responsabilizzato da questo ruolo e, conseguentemente, svilupperà un comportamento sempre più propositivo nei confronti della scuola e del percorso didattico; inoltre si sottolinea come generalmente chi si preoccupa di veicolare contenuti e competenze generalmente assimila ancor di più e in maniera più efficace rispetto a chi la riceve. Dall'altra parte lo studente ricevente trarrà vantaggio dal lavorare in un ambiente protetto con una persona considerata più vicina a lui e alle sue necessità.

IL PERCORSO DIDATTICO

Il progetto *La casa di carte: probabilità peer to peer dal secondo al primo grado* è stato pensato in quattro fasi di lavoro. Il titolo vuole essere un semplice gioco di parole tra la serie televisiva "*La casa di carta*" e le comuni "carte" da gioco intese come paradigma del calcolo delle probabilità. Il percorso didattico così denominato, il cui dettaglio è consultabile in Tabella 1, è stato composto in totale da 6 incontri della durata di due ore e mezza l'uno, più un'ora per ciascuna delle 20 conferenze-laboratori tenute dagli studenti di secondo grado, oltre al tempo necessario per lo svolgimento dei compiti assegnati e per la preparazione a gruppi delle conferenze.

Tabella 1. Prospetto con le 4 fasi del percorso didattico "La Casa di carte".

I Fase - Introduzione	1. Il problema di Galileo
	2. Il paradosso delle tre carte 3. Il paradosso delle maschere 4. Monty Hall
	5. Il problema del Professore
II Fase - Progettazione	Predisposizione del lavoro in gruppi
	"Prova generale" della conferenza, in piccoli gruppi alla presenza delle insegnanti delle classi coinvolte
III Fase - Realizzazione	Conferenze nelle scuole
IV Fase - Analisi del lavoro svolto	Rielaborazione individuale e discussione collettiva

I Fase - Introduzione.

Questa prima fase ha avuto come protagonisti gli autori, nel ruolo di docenti, ed una comunità di 95 studenti provenienti da cinque classi III e IV di licei scientifici tradizionale e scienze applicate della provincia di Torino. Si sono tenuti tre incontri introduttivi sul calcolo delle probabilità. Gli incontri hanno avuto una struttura simile: si sono sottoposti agli studenti dei problemi da risolvere, si è lasciato il tempo per ragionare in autonomia, si sono discusse collettivamente le soluzioni. Una volta consolidata la comprensione dell'attività e della sua soluzione si sono riproposti agli studenti gli stessi problemi con alcune modifiche delle condizioni iniziali. Con il metodo della ricerca variata quindi, quella che era la ricerca di una soluzione di *un* problema è diventata la ricerca di risoluzione di *una classe* di problemi.

Al termine di ciascuna lezione si è assegnato un problema da svolgere a casa. I lavori degli studenti sono stati raccolti tramite la piattaforma Moodle e la discussione e la correzione di questi è servita come punto di partenza nell'incontro successivo.

In particolare, i problemi sottoposti nelle varie lezioni sono stati i seguenti:

1- Il problema di Galileo:

Si propone agli studenti il problema tramite la domanda stimolo:

Lanciando tre dadi a sei facce, l'esperienza insegna che la somma 10 esce più spesso della somma 9. Com'è possibile?

Il ragionamento sul problema dovrebbe essere condotto in autonomia tra i gruppi, ma in caso di difficoltà abbiamo dato agli studenti la possibilità di valersi dell'aiuto del testo *Sopra le scoperte de i dadi* (1620)⁵, che Galileo Galilei scrisse in risposta a giocatori d'azzardo fiorentini che gli posero il problema. Una volta risolto il problema e compresa l'importanza di considerare triplette di numeri per formare le somme 9 e 10 che tengano conto anche della disposizione dei numeri, la discussione è proseguita sul tema dei metodi possibili per affrontare simili problemi (grafico ad albero, tabelle a doppia entrata, ...). Tale fase "classica" del lavoro è propedeutica a quella successiva, in cui si applica il metodo della ricerca variata e si chiede agli studenti di considerare come cambiano le probabilità: *se si aumentasse il numero dei dadi, e se si aumentasse il numero di facce dei dadi*.

È stato interessante discutere sulla probabilità teorica e sulla probabilità frequentista. Alcuni studenti sono ricorsi all'uso di un foglio di calcolo elettronico per simulare un numero elevato di lanci e si sono osservate le occorrenze confrontandole con la probabilità teorica.

In linea con l'approccio teso a variare il problema ricercando configurazioni differenti, si è scelto di far lavorare gli studenti a casa (sempre a gruppi), ponendo loro il seguente quesito:

Si lanciano tre dadi, si esclude quello con il valore minore (nel caso in cui il valore minore sia presente su due dadi se ne esclude solo uno) e si sommano i due rimanenti. Come cambiano le probabilità di uscita delle diverse somme? E se invece si escludesse quello con il valore maggiore come sarebbero distribuite?

2- Il paradosso delle tre carte:

Il problema stimolo che ha introdotto il secondo incontro è stato così presentato:

Una carta può avere sulle sue due facce due illustrazioni distinte: una con la maschera di Dalì (A) o con il logo del PLS (B). Le carte del problema sono tre e sono con lo schema A/A, A/B e B/B. Sceglierne una a caso si osserva su uno dei due lati la faccia di Dalì. Quante probabilità ci sono che anche l'altra faccia della stessa carta abbia lo stesso disegno?



Figura 1. Carte utili per il problema delle 3 carte.

Coerentemente con la metodologia adottata nell'incontro precedente, la riflessione che è seguita alla risoluzione del problema (individuale) verteva sul tema della variazione dello spazio campionario a

⁵ G. Galilei, *Sopra le scoperte de i dadi* [1620], in *Le opere di Galileo Galilei*, vol. VIII, Firenze, Barbera, 1933.

seguito della conoscenza di uno dei lati delle carte. Il termine “paradosso”, pur essendo improprio rigorosamente parlando, ha permesso di sottolineare quanto fosse controintuitiva la soluzione corretta (due terzi) rispetto all’ipotesi di risposta apparentemente giusta (un mezzo).

3- Il paradosso delle maschere:

Nello stesso incontro del paradosso delle carte, si presenta agli studenti il seguente problema da affrontare a gruppi:

La polizia ha arrestato due membri della banda. Almeno uno dei due ha la maschera. Qual è la probabilità che entrambi abbiano la maschera? (Avere o non avere la maschera sono eventi equiprobabili).

Anche in questo caso si è ragionato sullo spazio degli eventi, e si è approfondito a livello teorico il tema della probabilità condizionata, accennato nella discussione al problema precedente. In seguito, sono state proposte e risolte alcune variazioni: *quale sarebbe la probabilità se i membri fossero tre e almeno uno avesse la maschera? E se i membri fossero tre e almeno due di loro avessero la maschera?* Nuovamente, il termine “paradosso” è usato in maniera impropria, per sottolineare ancora una volta quanto possano emergere aspetti contro-intuitivo nello studio del calcolo delle probabilità.

4- Monty Hall:

Si è scelto di proporre il problema del Monty Hall, che - seppur piuttosto noto - si presta a interessanti riflessioni sia sul tema della probabilità condizionata, sia su quello della ricerca variata. Il contesto narrativo è stato riadattato per rientrare nel tema de “La Casa di carta”: al posto di porte, capre e macchine si è quindi parlato di scrigni pieni e vuoti. Evidentemente ciò non ha alterato il contenuto matematico.

Per smaltire le banconote tracciate decidiamo di giocare all’interno di un casinò. Il gioco che troviamo è molto semplice: bisogna scegliere uno scrigno su tre disponibili sapendo che dentro soltanto uno di essi si nasconde il tesoro. Successivamente alla nostra scelta il direttore del casinò, che conosce preventivamente il contenuto dei tre scrigni, ne apre uno fra i due che non sono stati scelti e ci mostra che è vuoto. Alla luce di questo, ci chiede se vogliamo cambiare la nostra scelta iniziale.

È conveniente la scelta di cambiare oppure è ininfluente?

Monty Hall si è rivelata essere l’attività che, a posteriori, ha riscontrato il più alto indice di gradimento tra i ragazzi, visti i loro feedback. Oltre all’importanza dell’impostazione del grafico ad albero come strumento per affrontare questo genere di quesiti di probabilità, il problema si è rivelato adatto all’approccio variazionale, su cui gli studenti erano ormai abituati a ragionare. Si è dunque chiesto loro di immaginare come varierebbe il problema se:

- *Invece di scegliere un solo scrigno il direttore ci concede di sceglierne due e subito dopo indica una delle nostre scelte mostrandoci che è vuota. Conviene cambiare o stare?*
- *Gli scrigni totali fossero n , ne scegliessimo uno e il direttore ne aprisse $(n-2)$ tra i restanti mostrandoci che sono vuoti. Conviene cambiare o stare?*
- *Gli scrigni sono 4: due hanno il tesoro e due sono vuoti. Il direttore ci fa scegliere uno scrigno. Poi ci apre uno scrigno vuoto e ci propone di cambiare la nostra scelta. Conviene cambiare o stare? Come cambia lo spazio campionario?*

Come esercizio da svolgere a casa si è chiesto di inventare una nuova variazione per il problema Monty Hall e di analizzare come variassero le probabilità di vittoria del gioco. Per affrontare questo genere di problemi si è rivelato di fondamentale importanza l’utilizzo del diagramma ad albero, con cui gli studenti a questo punto del percorso avevano più dimestichezza.

5- Il gioco del professore:

Un ultimo problema proposto agli studenti in questa fase introduttiva del percorso è il seguente:

Ci sono due urne vuote, due palline nere e due bianche. Bisogna inserire tutte le palline nelle urne nel modo che si ritiene opportuno senza particolari vincoli. Una volta inserite le biglie, si estrae una singola pallina da una delle due urne. Se nell'urna non ci sono palline allora si procede estraendo dall'altra urna. Se la pallina estratta è bianca si ottiene la promozione, se è nera si viene bocciati. Alla luce di questo, come conviene distribuire inizialmente le 4 palline nelle due urne per ottimizzare l'estrazione di una biglia bianca? Qual è la probabilità di essere promosso?

Anche in questo caso abbiamo chiesto agli studenti di riflettere su alcune variazioni:

- *Se il numero di palline aumentasse (mantenendo la proporzione tra bianche e nere), quale sarebbe la disposizione più vantaggiosa? Quale sarebbe in questo caso la probabilità di essere promosso?*
- *Se aumentasse sia il numero di urne, sia il numero di palline (mantenendo la proporzione tra bianche e nere)?*

Si tratta di un problema che, a differenza del Monty Hall, non era noto agli studenti e che si è prestato particolarmente bene ad essere trattato con il metodo della ricerca variata.

II Fase – Progettazione delle conferenze.

In questa fase, della durata di due incontri, gli studenti sono stati divisi in gruppi di lavoro da 4 o 5 componenti e hanno lavorato in stanze interattive della piattaforma Webex. La proposta in questi incontri è stata di progettare un'attività laboratoriale della durata di un'ora sul calcolo delle probabilità, da destinare ad un pubblico di studenti delle Scuole Secondarie di primo grado.

L'obiettivo di questa fase è stato duplice: consolidare i concetti matematici incontrati e affrontati nei precedenti incontri, e, successivamente, rielaborarli in modi diversi, tenendo presente i possibili livelli di preparazione di chi si sarebbero trovati di fronte. Gli alunni delle scuole fruitrici non sono stati preparati in nessun modo particolare, quindi, gli studenti liceali hanno dovuto tenere debito conto di questo. Nei giorni che sono trascorsi tra il primo e il secondo incontro di questa fase i gruppi di studenti hanno lavorato autonomamente. Nell'incontro seguente, gli studenti hanno testato il loro laboratorio in una sorta di "prova generale": ogni gruppo ha esposto la propria conferenza agli altri studenti, ai loro docenti di matematica e ai docenti formatori del progetto, chiamati a fare da pubblico, sempre attraverso le stanze interattive. In questo modo sia gli altri partecipanti sia i docenti hanno potuto fornire rimandi e spunti di miglioramento, evidenziando eventuali criticità delle presentazioni, sottolineando passaggi poco chiari e imprecisioni matematiche.

III Fase – Realizzazione delle conferenze.

I 20 gruppi di 5 o 6 studenti hanno realizzato altrettante conferenze, che hanno avuto luogo grazie alla disponibilità di varie Scuole Secondarie di primo grado. Durante gli incontri, dopo una breve introduzione iniziale da parte dei docenti formatori, gli studenti liceali hanno gestito autonomamente la presentazione, le proposte di attività, l'interazione con la classe e i tempi.

Considerata la situazione pandemica in cui è stato realizzato il progetto, per le attività di *peer tutoring* fra il secondo e il primo grado si è resa necessaria la didattica in modalità *blended*. In particolare, si sono verificate situazioni molto diverse fra loro: alle volte gli studenti fruitori erano fisicamente nella stessa classe con una videocamera che li riprendeva tutti in un'unica schermata, altre volte erano già in DDI ciascuno dalla propria abitazione. In alcuni casi sono stati gli studenti-tutor ad essere in singole stanze piuttosto che in un'unica classe. Sono capitate altresì situazioni ibride con parte del gruppo in una stanza e singoli studenti isolati a causa della pandemia. Questo ha portato ad interessanti considerazioni. Quando gli studenti-tutor sono stati in un'unica stanza sono riusciti più efficacemente a comunicare e a collaborare, adeguando la lunghezza del laboratorio alle diverse necessità. Evidentemente, stando a distanza, hanno dovuto comunicare tra loro attraverso altri canali, rendendo il laboratorio meno fluido. La classe ricevente era sempre accompagnata dal rispettivo docente, che, in base alla situazione ha sempre cercato di collaborare per la riuscita del laboratorio.

Come richiesto, gli studenti hanno progettato ed erogato attività laboratoriali incentrate sul calcolo delle probabilità, adattando i concetti più semplici incontrati nella fase introduttiva del progetto. Gli studenti

hanno curato la parte matematica cercando di adattare la parte laboratoriale in modo che fosse sostenibile a distanza. Alcuni sono ricorsi a semplici domande da porre agli studenti lasciando all'immaginazione la situazione descritta, altri hanno mostrato in video l'eventuale estrazione da un'urna o lancio di un dado eseguita da loro alternando le slide alla videocamera. Altri gruppi di lavoro hanno anche recuperato e adattato dei piccoli *applet* digitali, per simulare l'estrazione di carte o il girare di una ruota della fortuna. Questo ha favorito la partecipazione attraverso piccoli giochi interattivi. Gli studenti-tutor hanno anche prestato attenzione a curare gli aspetti narrativi del laboratorio. Tenendo ben presente il loro pubblico hanno realizzato lavori in contesti familiari a ragazzi delle Scuole Secondarie di primo grado: non è un caso che un espediente narrativo ben scelto abbia fatto più presa sugli studenti fruitori. A titolo di esempio citiamo due lavori fatti dai ragazzi incentrati sul mondo di Harry Potter e del videogioco Among us.

IV Fase – Analisi del lavoro svolto.

In questa ultima fase, della durata di un singolo incontro, abbiamo chiesto ai ragazzi un feedback delle loro lezioni, discutendo anche i commenti raccolti precedentemente dagli insegnanti che hanno ospitato l'attività nelle loro classi. È stato un momento collettivo di riflessione su quanto sperimentato, in cui sono emersi aspetti positivi e costruttivi, ma anche criticità legate sia ai concetti matematici da trasporre, sia alle difficoltà didattiche, sia infine alle condizioni di lavoro a distanza. Naturalmente, sono emerse le classiche problematiche che la didattica in modalità *blended* comporta, che ha portato a riflettere su quanta differenza facciano, ai fini della partecipazione e del coinvolgimento, dettagli quali: l'orario in cui si svolge l'attività, la disponibilità o meno di un microfono, la qualità del video, e persino la semplice scelta dell'inquadratura della classe.

Vista la pluralità delle condizioni, dopo un primo momento collettivo, ad ogni singolo studente è stato richiesto di compilare personalmente un questionario approfondito sull'esperienza svolta. Dall'analisi di tali feedback è emerso un certo interesse per tutte le fasi del progetto (cfr. Figura 2).

Il problema di Monty Hall ha destato particolare interesse negli studenti, probabilmente per la sua notorietà, per il contesto narrativo e per la soluzione controintuitiva. Inoltre, sembra che gli studenti liceali siano particolarmente appassionati di '21', un film nel quale i protagonisti discutono della risoluzione del problema di Monty Hall in una scena divenuta famosa. Oggetto di diverse riflessioni teoriche durante la fase introduttiva, il problema è stato tra i più utilizzati nelle attività progettate dagli studenti del secondo grado per il primo grado.

Un aspetto a cui abbiamo voluto dare importanza nel feedback è stato quello di provare a quantificare la preparazione degli studenti del primo grado da parte di quelli del secondo, con risultati interessanti (cfr. Figura 3).

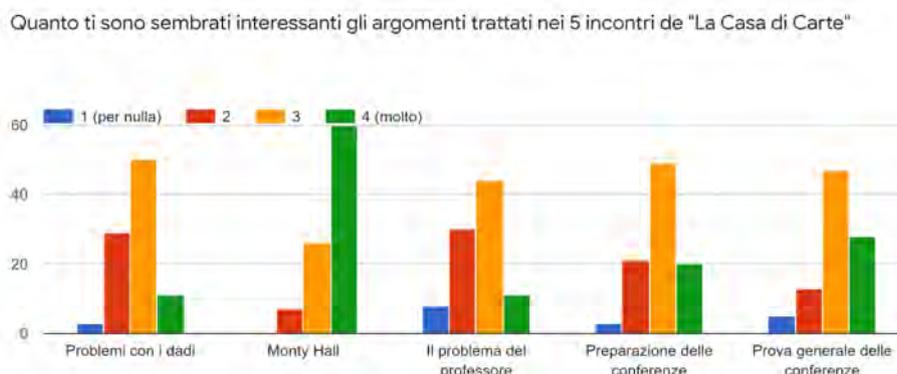


Figura 2. Grafico che mostra l'interesse degli studenti delle scuole superiori alle diverse fasi del progetto, in una scala da 1 (per nulla) a 4 (molto). Popolazione: 93 studenti.

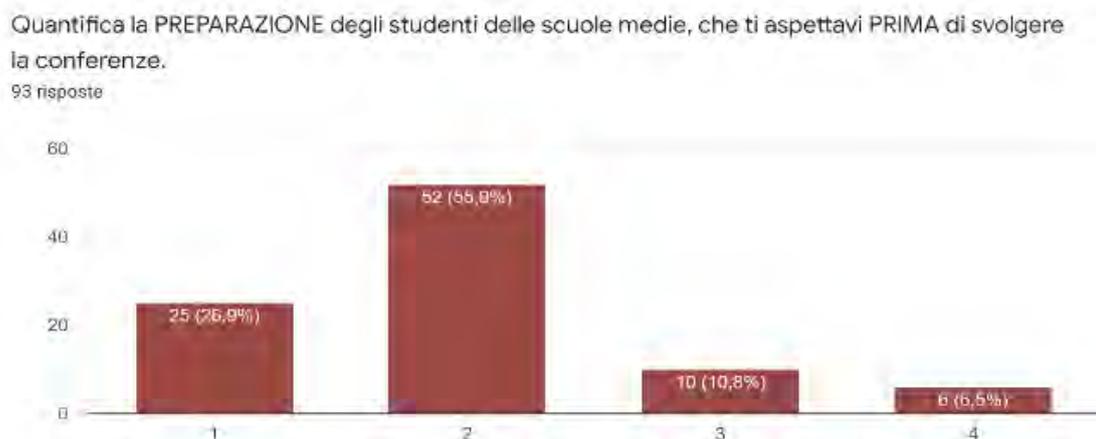


Figura 3. Grafico che mostra la preparazione stimata degli studenti delle scuole di I grado, in una scala da 1 (per nulla) a 4 (molto).

Si può osservare come più della metà degli studenti ritenesse il loro pubblico non particolarmente preparato, o per nulla preparato, sui temi di probabilità. In seguito allo svolgimento del laboratorio gli studenti si sono completamente ricreduti ed hanno constatato quanto la preparazione soprattutto di alcuni ragazzi e ragazze delle scuole di primo grado fosse molto sopra le loro aspettative (cfr. Figura 4).

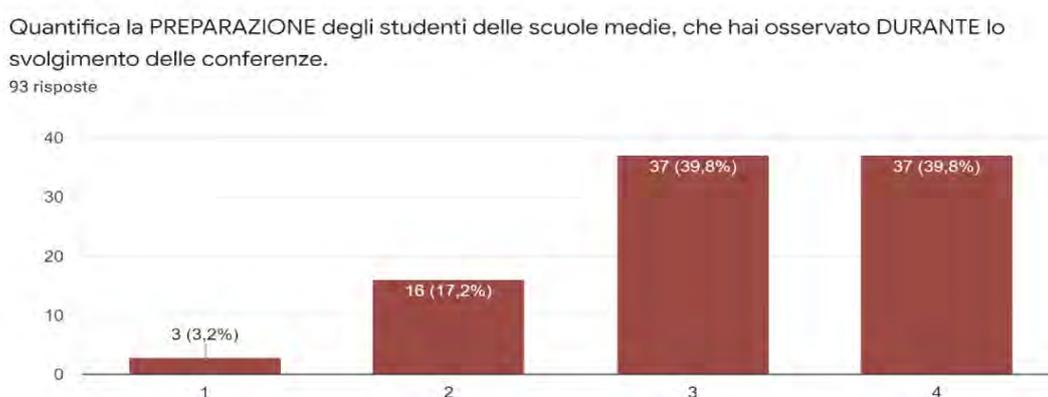


Figura 4. Grafico che mostra la preparazione degli studenti delle scuole di I grado osservata da parte degli studenti delle scuole di II grado, in una scala da 1 (per nulla) a 4 (molto).

CONCLUSIONI

Inizialmente pensate per essere realizzate in presenza, tutte le fasi del lavoro si sono dovuto svolgere interamente a distanza a causa delle restrizioni imposte dalla pandemia. Questa condizione di necessità ha portato con sé i ben noti svantaggi di una didattica digitale, dalle difficoltà logistiche a quelle di partecipazione e di coinvolgimento. Fondamentale è stato l'ausilio della piattaforma Webex con l'utilizzo delle stanze interattive, attraverso le quali è stato possibile gestire con buona efficacia il gran numero degli studenti partecipanti durante le prime fasi del lavoro. È interessante osservare come, dall'esperienza forzata degli incontri a distanza siano emerse opportunità inaspettate: non dovendo essere in presenza, il progetto ha potuto avere un respiro più ampio di quello cittadino o regionale. Sfruttando le potenzialità della didattica digitale, infatti, abbiamo potuto raggiungere scuole secondarie di primo grado sparse in tutta Italia rendendo il lavoro molto più interessante, non solo dal punto di vista matematico.

Alcuni docenti delle scuole secondarie coinvolte hanno voluto condividere con noi delle considerazioni sul lavoro svolto. Interessante è stato il caso di una classe che non ha partecipato con tutti i suoi componenti. Successivamente all'attività, allora, c'è stato un ulteriore momento di tutoring con gli studenti liceali partecipanti che hanno raccontato e spiegato l'attività ai loro compagni che non avevano partecipato. In questo modo si è avuto un *peer to peer* perfettamente orizzontale. Dagli altri feedback dei docenti è emerso che gli studenti hanno apprezzato un linguaggio più vicino alla loro età e l'interattività nonostante la distanza. Alcuni genitori hanno riferito che i temi di probabilità sono stati anche oggetto di discussioni a casa. Un singolo docente delle scuole secondarie di primo grado ha invece ritenuto l'attività troppo difficile per ragazzi totalmente a digiuno di probabilità. Anche solo capire che essa può essere definita come un rapporto o una percentuale non è stato semplice a suo avviso. A posteriori avrebbe voluto preparare di più i propri ragazzi per valorizzare al meglio l'attività. Altri docenti durante lo svolgimento del progetto quasi settimanalmente hanno chiesto ai ragazzi di raccontare loro le attività che erano state proposte e gli argomenti trattati. In alcune occasioni, quando la classe era in presenza, il racconto di quanto fatto ha incuriosito i compagni di classe che non partecipavano al progetto ed ha innescato vivaci discussioni su alcuni aspetti curiosi e "controintuitivi" dal calcolo delle probabilità. Altre considerazioni sono riguardate il fatto di ritenere positiva la scelta di proporre il progetto a studenti di classe terza di scuole di primo grado, perché ancora di fatto digiuni sull'argomento probabilità e quindi più aperti al processo di scoperta.

Un'ultima considerazione va fatta sulla gestione delle emozioni. La maggior parte degli studenti è stata soddisfatta del proprio laboratorio ed anche noi docenti, presenti durante la loro proposta didattica, possiamo confermare la bontà del successo della maggior parte degli incontri. Nei commenti a caldo dopo la loro lezione, gli studenti-tutor hanno mostrato una palpabile soddisfazione. D'altro canto, ci sono stati alcuni gruppi che non sono riusciti ad essere particolarmente efficaci in termini comunicativi e di coinvolgimento del pubblico. Questo ha portato ad una spirale di scoramento che ha determinato la scarsa riuscita dell'esperienza. In questo caso si è dovuto fronteggiare emotivamente un insuccesso, comunque uno step a suo modo fondamentale nel percorso formativo dello studente.

BIBLIOGRAFIA

- Arzarello, F. (2016a). Modellizzare il cambiamento: le radici cognitive e culturali della matematica e della scienza. In Bonino, Marocchi, Rinaudo e Serio (Eds.), *Atti del VIII Convegno Di.Fi.Ma 2017*. pp. 11-26.
- Arzarello, F. (2016b). Apprendere la matematica: gli studenti come ricercatori. Relazione presentata alla Terza scuola estiva per insegnanti UMI-CIIM AIRDM, Bardonecchia, 26 agosto 2016 (<http://www.umi-ciim.it/wp-content/uploads/2016/09/ARZARELLO.pdf>).
- Baldi P. (2007). *Calcolo delle Probabilità e Statistica (Seconda Edizione)*. Milano: McGraw-Hill.
- Boaler, J., & Staples, M. (2008). Creating mathematical futures through an equitable teaching approach: The case of Railside school. *Teacher College Record* **110** (3), 608-645.
- Galilei, G. (1933). Sopra le scoperte de i dadi [1620], in *Le opere di Galileo Galilei*, vol. VIII, Firenze: Barbera.
- Goodlad, S., & Hirst, B. (1989). *Peer Tutoring. A Guide to Learning by Teaching*. New York: Nichols Publishing.