INTERMATHS, VOL. 3, NO. 2 (2022), 56–65
https://doi.org/10.22481/intermaths.v3i2.11200

Aplicação do Modelo de Von Bertalanffy na Avicultura Familiar

Application of the Von Bertalanffy Model in Family poultry

Célia Maria Rufino Franco [a,*] **and Isaac Ferreira de Lima** [b]

[a]Unidade Acadêmica de Física e Matemática do Centro de Educação e Saúde, Universidade Federal de Campina Grande, Cuité-PB, Brasil; [b]Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional do Centro de Informática da Universidade Federal da Paraíba (UFPB), Campus Mangabeira – João Pessoa - PB, Brasil

* Correspondence: celia.maria@professor.ufcg.edu.br

Resumo: A avicultura familiar é de grande importância por ser de baixo custo e assegurar muitas vezes a melhoria da qualidade da alimentação do produtor e da sua família, bem como para complementar o orçamento de famílias em pequenos municípios em vários estados brasileiros. O modelo de crescimento não linear de Von Bertalanffy foi adaptado para descrever a curva de crescimento de galinhas caipiras criadas soltas. Para tanto, foi realizado um trabalho experimental para coleta dos dados peso-idade, de forma que as aves não foram submetidas a uma dieta específica para acelerar o crescimento, sendo adotado o manejo comumente utilizado na avicultura familiar. Os parâmetros do modelo são considerados constantes e foram obtidos a partir dos dados experimentais. Além disso, a constante de alometria foi calculada para esta espécie específica. Utilizando o modelo de Von Bertalanffy, foi possível compreender melhor o processo de crescimento em peso da galinha caipira e fornecer informações ao produtor rural tais como: o peso máximo da ave e a melhor idade para o abate. Portanto, a metodologia utilizada neste trabalho mostra uma forma de inserção da extensão em disciplinas do ensino superior, por meio da aplicação do conhecimento na comunidade.

Palavras-chave: Modelagem Matemática, Equações Diferenciais, Avicultura.

Abstract: Family poultry farming is of great importance because it is low cost and ensures many times the improvement of the food quality of the producer and his family, as well as to complement the budget of families in small municipalities in several Brazilian states. The Von Bertalanffy growth model nonlinear was adapted to describe the growth curve of free-range chickens. Therefore, an experimental work was carried out to collect the weight-age data, where that the birds were not submitted to a specific diet to accelerate growth, adopting the management commonly used in family poultry farming. The parameters of the model are considered constant and were obtained from the experimental data. In addition, Furthermore, the allometry constant was calculated for this specific species. Using Von Bertalanffy model it was possible to better understand the process of growth in chicken weight caipira and provide information to the rural producer such as: the maximum weight of the bird and the best age for slaughter. Therefore, the methodology used in this work shows a way of inserting extension into higher education subjects, through the application of knowledge in the community.

Keywords: Mathematical Modeling, Differential Equations, Poultry.

Classification MSC: 92-10; 92B05

Recebido em 08 de outubro de 2022; Aceito em 21 novembro de 2022; Publicao em 31 dezembro de 2022
ISSN 2675-8318 Publicado por Edições UESB.

1 Introdução

As equações diferenciais aparecem com frequência no desenvolvimento de modelos matemáticos capazes de descrever inúmeras situações práticas e contribuem para inovações em diversas áreas do conhecimento, em particular, pode auxiliar no gerenciamento e manejo da criação de animais para consumo humano. Geralmente, utiliza-se modelos não lineares que fornecem curvas de crescimento em peso do animal, ressaltando características relevantes do processo.

A galinha caipira (frango colonial), também conhecida como galinha da capoeira no norte e nordeste, e galinha crioula em algumas regiões do sul do país, tem sua produção no Brasil relacionada com a avicultura familiar, contando, para esse fim, com recursos financeiros limitados e recursos naturais existentes na própria propriedade [1]. Este tipo de ave é criada de forma livre e sua alimentação, isenta de aditivos e promotores de crescimento, inclui grãos, hortaliças, frutas, tubérculos e sementes. Diferentemente da criação em confinamento de frango de corte (frangos industriais), a galinha caipira apresenta crescimento lento com carne mais escura e firme, com sabor acentuado e menos gordura [2]. Um dos desafios dos criadores de animais é desenvolver estratégias para monitorar o peso dos animais e estabelecer o peso máximo de abate e minimizar os custos com a sua criação. O sistema de produção para frangos de corte coloniais está normatizado no Ministério da Agricultura, Pecuária e do Abastecimento no ofício circular DOI/DIPOA nº 007/99, sobre o registro de produto Frango Caipira ou Colonial. Em Figueiredo et al.[2] são apresentadas as especificações técnicas para criação, manejo, alimentação e controle do peso em dias para frangos de corte coloniais (Embrapa 041) semi-confinadas, resultantes do cruzamento entre raças de galinhas de corte e mistas. Seguindo as orientações para controle da alimentação, tem-se que, com a idade de 31 semanas, a ave deve atingir o peso aproximado de 2,9 kg. Recomenda-se que a ave deve chegar ao peso ideal de abate com idade mínima de 85 dias.

O modelo de Von Bertalanffy tem sido utilizado para descrever a curva de crescimento em peso de animais de várias espécies, tais como: peixes, aves, suínos, bovinos [1], [3], [4], [5], [6]. Em Bassanezi [3] é apresentado o modelo de Von Bertalanffy clássico para estudo de crescimento em peso de peixes. Este modelo é caracterizado por uma equação não linear classificada como Equação de Bernoulli, cujo método de resolução é bastante conhecido. O modelo de Von Bertalanffy para crescimento de peixe pode ser modificado para estudar o crescimento de outros animais. A generalização é baseada na mudança da expressão alométrica (p^γ) que relaciona o peso do animal com a área de sua superfície externa. No modelo clássico o parâmetro de alometria γ é $2/3$. No entanto, por ser um parâmetro relacionado à área corporal, é coerente que cada animal ou mesmo a classe a que pertence, possua um valor próprio para o parâmetro de alometria. Assim, no modelo generalizado proposto por [3], o parâmetro alométrico γ é estimado. Para o crescimento de peru fêmea, o valor do parâmetro de alometria γ estimado por [3] foi aproximadamente igual a 0,3. Outros parâmetros do modelo são α e β que denotam, respectivamente, as taxas de anabolismo e catabolismo.

Oliveira e Mello [1] utilizaram a Equação de Von Bertalanffy como modelo matemático para descrever o crescimento do frango colonial, considerando o parâmetro alométrico $\gamma = 2/3$. Para validar o modelo, utilizaram dados experimentais de peso-idade retirados da literatura para frangos coloniais alimentados com ração mais energética e proteica. Concluíram que deve-se abater o frango a partir da oitava semana. Mas para escolher exatamente qual seria a melhor semana para o abate da ave, outros fatores foram considerados, como o peso médio que o frango deve ter para comercialização, se for o caso, sem que haja comprometimento do sabor e maciez da carne. Do ponto de vista matemático, apesar da taxa de variação instantânea do peso da ave estar decrescendo a partir da oitava semana, notou-se ainda um ganho significativo de seu peso e observaram que ainda vale a pena adiar um pouco o abate. Analisando a função que descreve o peso da ave e sua derivada primeira, chegaram a conclusão de que a décima terceira semana é a recomendada para o abate.

Considerando que são escassos os trabalhos de modelagem matemática do crescimento em peso de animais da avicultura familiar, este trabalho tem como objetivo aplicar o modelo de Von Bertalanffy generalizado para descrever o crescimento em peso de galinha caipira, criada livre em terreiro sem controle de alimentação. A avicultura familiar apresenta as vantagens de ter baixo investimento em instalações e equipamentos, além de melhorar a qualidade da alimentação do produtor rural e da sua família e assegurar renda complementar ao orçamento familiar. Nestas condições de manejo, pretende-se estudar a curva de crescimento em peso da ave e identificar os parâmetros que descrevem melhor o processo.

2 Modelagem Matemática

O modelo clássico de Von Bertalanffy obtido experimentalmente para crescimento(em peso) de peixes é dado por [3],[7]:

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = \alpha p^{2/3} - \beta p \\ p(0) = p_0 \end{cases} \qquad [1]$$

onde $p = p(t)$ é a massa do peixe em função do tempo t, p_0 é a massa inicial e os parâmetros α e β denotam as taxas de anabolismo e catabolismo, respectivamente. O termo $p^{2/3}$ é proveniente da relação alométrica do peso com a área corporal do peixe.

Para analisar o crescimento em peso de galinha caipira, utilizou-se neste trabalho uma generalização do Modelo Eq. (1) proposta por Bassanezi (2002), dada por:

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = \alpha p^{\gamma} - \beta p \\ p(0) = p_0 \end{cases} \qquad [2]$$

onde $p = p(t)$ é a massa do animal em função do tempo t, p_0 é a massa inicial e os parâmetros α e β denotam as taxas de anabolismo e catabolismo, respectivamente. O parâmetro alométrico γ deve ser estimado.

A Equação Eq. (2) trata-se de uma equação de Bernoulli que pode ser resolvida a partir da mudança de variável $z = p^{1-\gamma}$ que conduz a equação linear de primeira ordem:

$$\frac{dz}{dt} + \beta(1-\gamma)z = \alpha(1-\gamma) \qquad [3]$$

Considerando o fator integrante

$$\mu(t) = e^{\beta(1-\gamma)t} \qquad [4]$$

a solução da Equação Eq. (3) é dada por:

$$z(t) = \frac{\alpha}{\beta} + Ce^{-\beta(1-\gamma)t} \qquad [5]$$

Retornando para variável $p(t)$, obtém-se a seguinte equação para o peso do animal em função do tempo:

$$p(t) = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \left(1 + \frac{C\beta}{\alpha} e^{-\beta(1-\gamma)t}\right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \qquad [6]$$

Denotando por p_∞ o peso máximo do animal, isto é, $p_\infty = lim_{t\to\infty} p(t)$, tem-se:

$$p_\infty = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \qquad [7]$$

Aplicando a condição inicial $p(t) = p_0$, obtém-se a constante C:

$$C = \frac{\alpha}{\beta}\left[\left(\frac{p_0}{p_\infty}\right)^{1-\gamma} - 1\right] \qquad [8]$$

Substituindo a constante C na Equação Eq. (6) e considerando $k = \beta(1-\gamma)$, obtém-se a solução do modelo generalizado para crescimento em peso de um animal:

$$p(t) = p_\infty \left(1 + \left[\left(\frac{p_0}{p_\infty}\right)^{1-\gamma} - 1\right] e^{-kt}\right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \qquad [9]$$

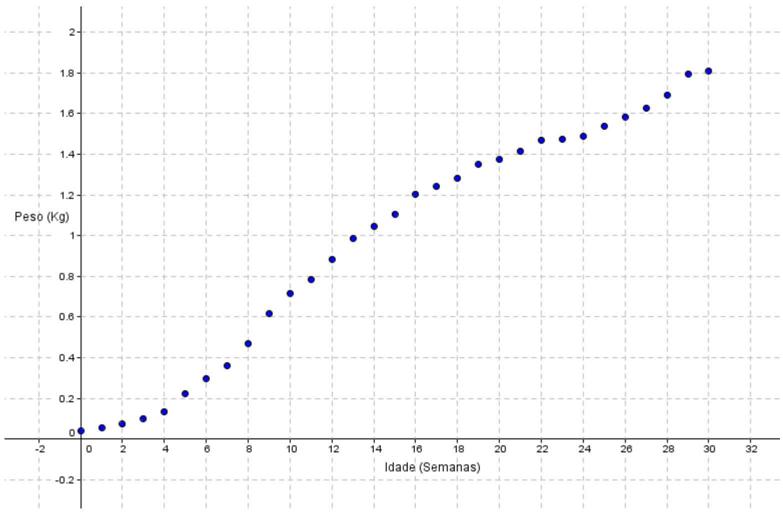
3 Aplicação do modelo

O modelo de Von Bertalanffy foi adaptado para descrever a curva de crescimento da galinha caipira. Para tanto, foi realizado a coleta dos dados do peso da galinha e os procedimentos são descritos nesta seção. A ideia de realizar os experimentos surgiu durante a disciplina optativa Modelagem Matemática ministrada no período 2019.1, por um dos autores deste artigo, para alunos do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Campina Grande. Um aluno da referida disciplina, também autor deste artigo, que reside na zona rural e vivencia a criação de galinha caipira na sua família, se dispôs a coletar os dados experimentais.

Nesta pesquisa, foram utilizados pintos (fêmeas) mestiços sem raça definida, que são popularmente conhecidos como galinha caipira ou galinha de capoeira. Como é comum na avicultura familiar da Paraíba, os pintos foram criados de forma livre com alimentação baseada em grãos de milho e sobras de hortaliças e frutas encontradas no campo. O processo de incubação até a eclosão do pinto aconteceu no próprio local de realização do experimento, em um sítio localizado na zona rural do município de Sossego-PB.

Três pintos foram escolhidos aleatoriamente e devidamente identificados com tinta de cores diferentes. As pesagens começaram três dias após o nascimento dos pintos e foram realizadas semanalmente (aos sábados), utilizando uma balança de cozinha de precisão (Ref. UD130). Durante a pesagem, foi utilizado um recipiente auxiliar para acomodar o animal. Os dados do peso foram coletados durante 31 semanas e a média dos três foi considerada para comparação com a curva solução do modelo de Von Bertalanffy generalizado (2). O gráfico de dispersão do peso da galinha caipira (média das três) é apresentado na Figura 1. Como já era esperado, observa-se um crescimento lento das aves, inferior ao sistema industrial convencional.

Figura 1. Gráfico de dispersão do peso da galinha caipira em função do tempo



Para determinar o peso máximo p_∞ utilizou-se o método de Ford-Walford [3] que consiste em obter o ponto fixo da função g que ajusta os pares (p_t, p_{t+1}). Em outras palavras, o peso máximo p_∞ será dado pela interseção do gráfico da função g com a reta $p_t = p_{t+1}$, pois se o peso em dois instantes consecutivos é o mesmo, significa que o valor do peso está estabilizado. Considerando os valores de p_t para $t \geq 22$, a função g obtida que ajusta os pares (p_t, p_{t+1}) é a reta $p_{t+1} = 0,949387 p_t + 0,12114$. O coeficiente de correlação obtido foi $R = 0,9999$, o qual indica uma ótima correlação linear entre as variáveis p_t e p_{t+1}. O ponto fixo é calculado fazendo $p_\infty = 0,949387 p_\infty + 0,12114 \Rightarrow p_\infty = \frac{0,12114}{1-0,949387} \approx 2,3934$ kg.

Para estimar o parâmetro de alometria γ, consideramos o ponto p_* onde a taxa de crescimento do peso da ave é máxima, isto é, p_* é o ponto de inflexão da curva e, portanto, devemos ter $\frac{d^2 p_*}{dt^2} = 0$. Derivando a equação do modelo Eq. (2), tem-se:

$$\frac{d^2 p}{dt^2} = \alpha\gamma p^{\gamma-1}\frac{dp}{dt} - \beta\frac{dp}{dt}. \qquad [10]$$

No ponto de inflexão p_*, obtém-se:

$$\frac{dp}{dt}(\alpha\gamma p_*^{\gamma-1} - \beta) = 0 \qquad [11]$$

Como a taxa de aumento do peso é considerada positiva, segue da equação Eq. (11) e da equação Eq. (7) que

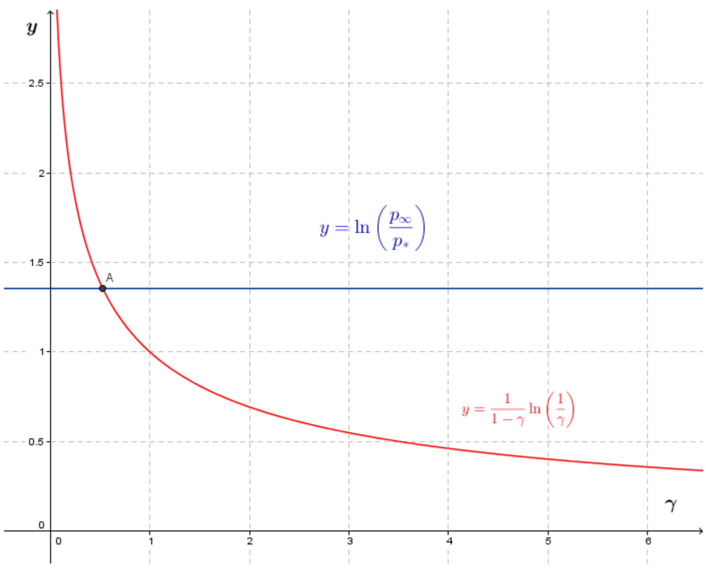
$$\alpha\gamma p_*^{\gamma-1} - \beta = 0 \Leftrightarrow p_* = (\frac{1}{\gamma})^{\frac{1}{\gamma-1}} p_\infty \qquad [12]$$

Agora, reescrevendo a equação Eq. (12) e aplicando a função logarítmica natural segue que:

$$(\frac{p_\infty}{p_*})^{1-\gamma} = \frac{1}{\gamma} \Rightarrow (1-\gamma)\ln(\frac{p_\infty}{p_*}) = \ln(\frac{1}{\gamma}) \Rightarrow \ln(\frac{p_\infty}{p_*}) = \frac{1}{1-\gamma}\ln(\frac{1}{\gamma}) \qquad [13]$$

A expressão Eq. (13) fornece implicitamente o parâmetro de alometria γ desde que p_* seja conhecido. Observando os dados experimentais, consideramos $p_* = 0,616$. Portanto, o valor de γ, obtido geometricamente pela interseção das funções $y = \frac{1}{1-\gamma}\ln(\frac{1}{\gamma})$ e $y = \ln(\frac{p_\infty}{p_*})$, foi $\gamma = 0,52$, como mostra a Figura 2.

Figura 2. Cálculo geométrico do parâmetro γ

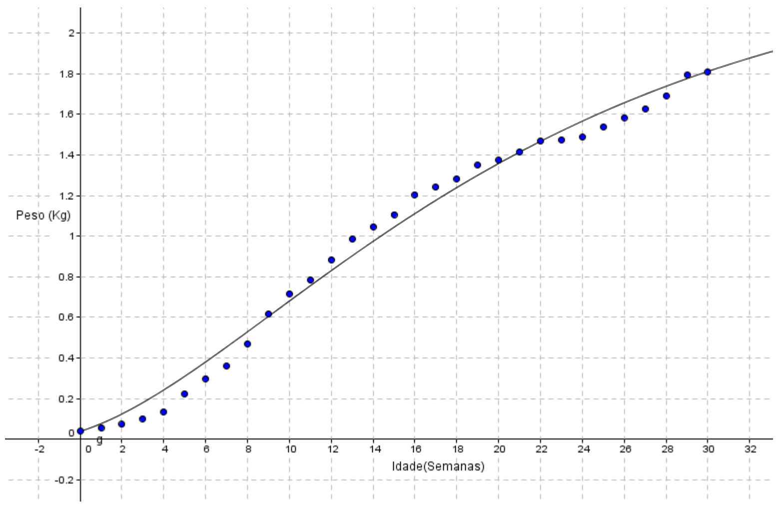


Após determinar os valores de p_∞ e γ, o valor de $k = 0,0643724$ foi estimado ajustando a solução do modelo de Von Bertalanffy generalizado aos dados experimentais. Para tanto, considerou-se $p_0 = 0,0385$ kg. A comparação dos dados experimentais com a curva simulada é apresentada na Figura 3.

Como $k = \beta(1-\gamma)$ então $\beta = \dfrac{k}{1-\gamma} \approx 0,134109$ e $\alpha = \beta(p_\infty)^{1-\gamma} \approx 0,203884$. Assim, a equação que descreve o peso da galinha caipira em função da idade t (em semanas) é:

$$p(t) = 2,3934\left(1 - 0,8622e^{-0,0643t}\right)^{2,083} \qquad [14]$$

Figura 3. Comparação dos dados experimentais com a curva simulada



4 Análise e Discussão

O coeficiente de determinação (R^2) obtido do ajuste do modelo de Von Bertalanffy generalizado aos dados de crescimento em peso da galinha caipira, foi aproximadamente $0,9898472$, o que corresponde a um ajuste razoável tendo em vista que este indicador de qualidade é satisfatório quanto mais próximo de 1. Os erros absolutos entre os pesos preditos pelo modelo e os dados experimentais não ultrapassaram 0,11 kg, com erro médio de 0,05 kg. Os erros relativos em alguns pontos ultrapassaram 10%, o que pode estar relacionado com a hipótese dos parâmetros serem considerados constantes neste trabalho. Um modelo mais realista pode ser obtido com a hipótese adicional de considerar a taxa de catabolismo β variável com o tempo, uma vez que a perda de energia pode variar a medida que o animal envelhece. Por exemplo, Scapim e Bassanezi [8] notaram a tendência de β aumentar com o tempo para suínos criados soltos.

O valor do parâmetro alométrico γ pode variar de acordo com o tipo de animal, raça, alimentação, ambiente que ele foi criado ou até mesmo localização geográfica. Através dos dados obtidos experimentalmente para vários tipos de animais (peixes, frangos e perus), observa-se que o parâmetro γ está compreendido entre 0 e 1. Calculamos o parâmetro alométrico γ como sendo $\gamma = 0,52$, valor um pouco abaixo de $\gamma = 2/3 = 0,666$ utilizado por [1] para descrever o crescimento em peso de frango colonial. A taxa de catabolismo β, que está relacionada com o gasto energético do animal, foi calculada como sendo $\beta \approx 0,1341$, abaixo do valor $\beta \approx 0,365072$ obtido por [1]. Já a taxa de anabolismo obtida por [1] foi $\alpha \approx 6,27$, bem superior ao valor obtido neste trabalho $\alpha \approx 0,2038$. Destaca-se que, neste trabalho, considerou-se dados de aves criadas soltas e sem controle na alimentação, diferentemente do trabalho [1] que considerou dados de peso-idade de aves semi-confinadas com alimentação mais energética e proteica.

Foi possível observar semelhanças na curva de crescimento em comum com outras espécies de animais. O crescimento animal, em termos matemáticos, se traduz em um fenômeno não linear, apresentando como padrão uma curva sigmoide cuja configuração final é determinada pelas características do crescimento animal. Segundo Paz et al. [9], o desenvolvimento ponderal dos animais é um processo em que a taxa de crescimento relativo em função da idade aumenta do nascimento até atingir o ponto em que o crescimento é máximo e, a partir deste ponto, decresce até atingir valores próximos a zero, quando o tamanho máximo do animal é atingido. O peso máximo calculado neste trabalho para galinha caipira é aproximadamente 2,34 kg, inferior ao calculado por [1] para frango colonial que foi aproximadamente 5 kg.

Fazendo uma análise geométrica da solução $p(t)$ dada na equação Eq. (14), tem-se que a taxa de crescimento da galinha caipira será máxima quando $\frac{d^2p}{dt^2} = 0$, isto é, em $t \approx 9,11$, como pode ser observado na Figura 4 gerada no programa Geogebra (versão 5.0, 2017). A Figura 5 mostra o gráfico da derivada primeira de $p(t)$, onde é possível observar que $\frac{dp}{dt}$ é estritamente crescente no intervalo $0 \leq t \leq 9,11$ e estritamente decrescente para $t \geq 9,11$ e, portanto, em $t = 9,11$ a função derivada primeira tem máximo local, que também é um ponto de máximo absoluto. De onde podemos deduzir que a partir da décima semana, mantendo a mesma alimentação e manejo da galinha caipira, apesar do peso aumentar, a taxa de variação do peso estará decrescendo de forma que o ganho de peso torna-se cada vez menor. Assim, é provável que a partir da décima semana não seja viável economicamente continuar alimentando o animal. Por outro lado, deve-se observar o peso ideal para o abate, sobretudo se o objetivo é a comercialização. Geralmente, o abate pode ser adiado até a galinha caipira atingir o peso médio recomendado. Observando a Figura 5, podemos inferir que a derivada primeira tem um ponto de inflexão em $t \approx 20$, e a partir desta idade não compensa manter a ave viva, já que $\frac{dp}{dt} \to 0$. Desta forma, o abate da galinha caipira deve ocorrer por volta da vigésima semana, acima do recomendado para frangos criados com controle de alimentação.

Figura 4. Derivada segunda de $p(t)$

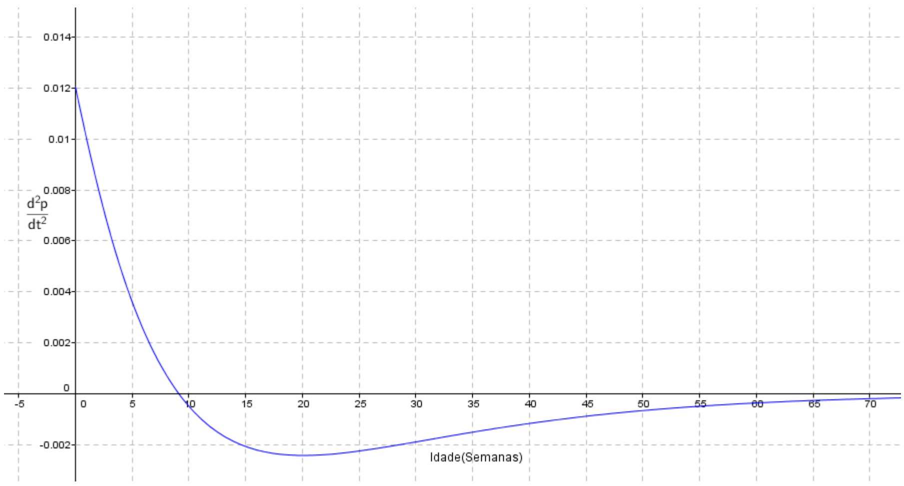
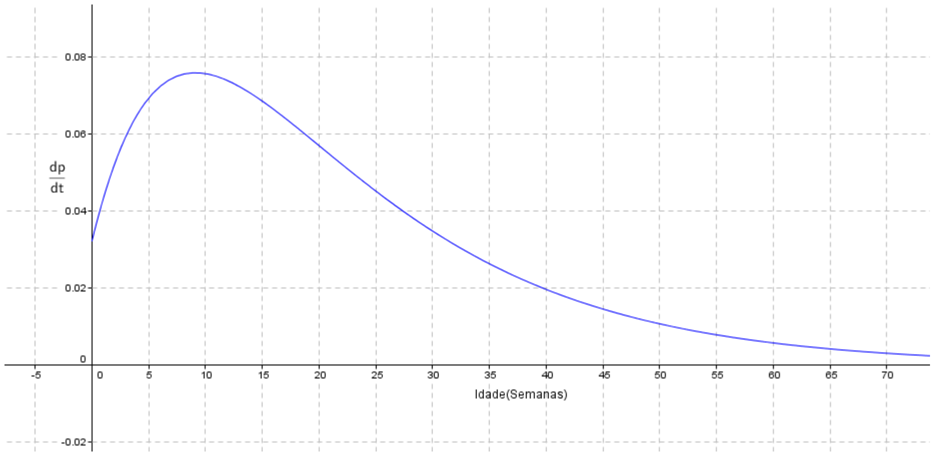


Figura 5. Derivada primeira de $p(t)$



5 Conclusões

O modelo de Von Bertalanffy é capaz de simular o processo de engorda da galinha caipira, fornecendo informações valiosas destinadas à avicultura familiar. Foi possível obter o parâmetro de alometria específico para esta espécie, sendo um pouco menor que o utilizado no modelo clássico. Conforme esperado, o crescimento da galinha caipira ocorre de forma mais lenta quando comparado com o frango industrial e, consequentemente, demanda mais tempo para o peso estabilizar, retardando o momento do abate da ave. Tendo em vista que a qualidade do ajuste de um modelo para crescimento em peso de animais depende de vários fatores tais como sexo, raça e manejo, os parâmetros obtidos neste trabalho podem servir de dados iniciais em trabalhos futuros, como por exemplo considerar a hipótese da taxa de catabolismo variável com o tempo, já que a perda de energia depende dos hábitos do animal, se criado solto ou em confinamento. Com este trabalho, foi possível apresentar uma forma de inserção da extensão em disciplinas do ensino superior, promovendo a interação entre a Universidade e a comunidade da região, por meio da aplicação do conhecimento.

ORCID

Célia Maria Rufino Franco https://orcid.org/0000-0002-4082-945X
Isaac Ferreira de Lima https://orcid.org/0000-0001-5475-0753

Referências

1. M. F. C. de Oliveira, M. H. P. L. Mello, "Equação de Von Bertalanffy Aplicada ao Crescimento de Frango Colonial", *Cadernos do IME - Série Matemática*, no. 13, 2019. https://doi.org//10.12957/cadmat.2019.47283.
2. E. A. P. Figueiredo, V. S. Avila, P. S. Rosa, F. R. F. Jaenisch, D. P. de Paiva, "Criação dos Frangos de Corte Coloniais Embrapa 041". *Instrução Técnica para o Avicultor. Embrapa, Suínos e Aves*, no. 21, 2001. Disponível em: https://www.embrapa.br/suinos-e-aves/busca-de-publicacoes/- /publicacao/443257/criacao-dos-frangos-de-corte-coloniais-embrapa-041. Acesso em junho de 2021.

3. R. C. Bassanezi, *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: Uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto, 2002.
4. M. H. P. Guedes, J. A. Muniz, J. R. O. Perez, F. F. e Silva, L. H. de Aquino, C. L. dos Santos, "Estudo das curvas de crescimento de cordeiro das raças Santa Inês e Bergamácia considerando heterogeneidade de variâncias". *Ciência e Agrotecnologia*, vol. 28, no. 2, 2004. https://doi.org/10.1590/S1413-70542004000200019
5. L. de Oliveira, A. J. V. Brandão, R. C. Bassanezi. "Modelo de Von Bertalanffy generalizado aplicado ao crescimento de suínos de corte". *Biomatemática - Publicação do Grupo de Biomatemática IMECC - UNICAMP*, no. 17, 2007
6. G. M. Vascon, V. R. Bazão. "O modelo matemático de Von Bertalanffy com o método de gauss-newton na estimação de parâmetros", *Revista Mundi Engenharia Tecnologia e Gestão*, vol. 6, no. 3, 2021. http://dx.doi.org/10.21575/25254782rmetg2021vol6n31646
7. L. V. Bertalanffy, "A quantitative theory of organic growth (Inquiries on Growth Laws II)", *Human Biology*, vol. 10, no. 2, 1938.
8. J. Scapim, R. C. Bassanezi. "Modelo de von Bertallanffy generalizado aplicado às curvas de crescimento animal", *Biomatemática - Publicação do Grupo de Biomatemática IMECC - UNICAMP*, no. 18, 2008.
9. C. C. P. de Paz, I. U. Packer, A. R. de Freitas, D. Tambasco-Talhari, Regitano, L. C. de A. Regitano, M. L. de Alencar, G. M. da Cruz. "Ajuste de modelos não-lineares em estudos de associação entre polimorfismos genéticos e crescimento em bovinos de corte", *Revista Brasileira de Zootecnia*, vol. 33, no. 6, 2004. https://doi.org/10.1590/S1516-35982004000600008