

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO MAR

BACHARELADO INTERDISCIPLINAR EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO MAR

STELLA GARCIA VAZ

MODELOS MATEMÁTICOS E SUAS DIVERSAS APLICAÇÕES

SANTOS/SP

2022

STELLA GARCIA VAZ

MODELOS MATEMÁTICOS E SUAS DIVERSAS APLICAÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Federal de São Paulo como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia do Mar, sob a orientação da Profa. Dra. Renata de Faria Barbosa e supervisão da Profa. Dra. Adriana Barioni.

SANTOS/SP

2022

V393mm Vaz, Stella Garcia.
Modelos Matemáticos e suas Diversas Aplicações . /
Stella Garcia Vaz; Orientadora Renata de Faria
Barbosa. -- Santos, 2022.
51 p. ; 30cm

TCC (Graduação - Bacharelado Interdisciplinar em
Ciência e Tecnologia do Mar) -- Instituto do Mar,
Universidade Federal de São Paulo, 2022.

1. Modelos matemáticos. 2. Química nuclear. 3.
Saúde. 4. Ecologia. 5. Forense. I. Barbosa, Renata
de Faria, Orient. II. Título.

CDD 551.46

Dedico este trabalho à minha família e amigos, que me apoiaram durante todos os momentos importantes.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais e à minha irmã, por todos os momentos e falas de apoio, que me motivaram muito durante todo o caminho.

Agradeço aos meus colegas de curso, especialmente ao colega Rodrigo Mercante, por todo o auxílio e incentivo que me propiciaram durante os momentos difíceis da graduação, me motivando a não desistir.

Agradeço à minha orientadora Prof. Renata de Faria Barbosa, e à minha supervisora, Prof. Adriana Barioni, por todo o auxílio, paciência e ensinamentos fornecidos a mim durante todo o desenvolvimento do projeto.

Agradeço à UNIFESP, pela oportunidade de poder estudar as mais diversas áreas através do Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia do Mar e ter uma formação muito diversa.

RESUMO

Através de cursos interdisciplinares como o Bacharelado em Ciência e Tecnologia do Mar, é possível observar como diversas áreas do conhecimento muito diferentes entre si relacionam-se, e um elo significativo que conecta os referidos campos são as EDO, já que este conceito pode ser amplamente utilizado por inúmeras disciplinas e áreas de pesquisa. Com isso, este projeto apresenta os modelos matemáticos e suas diversas aplicações, visando evidenciar como os conceitos relacionados às EDO podem ser utilizados nos mais diversos âmbitos. Através de uma revisão bibliográfica realizada utilizando-se a bibliografia existente acerca do assunto disponível em bases de dados como Google Academicos, *Scielo* e *Science Direct*, uma pesquisa quantitativa foi executada acerca do referido conteúdo, relacionando-o às seguintes áreas: saúde, ecologia, forense e química nuclear. Apresenta-se uma abordagem geral de cada área escolhida, explicitando como os modelos matemáticos são utilizados nos campos citados, abrangendo, por exemplo, questões como o número de infectados por uma doença, a população de uma determinada espécie, a temperatura de um corpo e o decaimento radioativo de certa substância. Com isso, foi possível observar a versatilidade de aplicação das equações diferenciais ordinárias e como o aprendizado acerca do conteúdo de modelos matemáticos é importante para a sociedade, bem como a realização de incentivos para a realização desse e para a pesquisa que visa a aplicação do referido conceito para as mais diversas áreas.

Palavras chave: modelos matemáticos, aplicações, saúde, ecologia, forense, química nuclear.

ABSTRACT

Through interdisciplinary courses such as the Bachelor of Science and Technology of the Sea, it is possible to observe how several areas of knowledge that are very different from each other are related, and a significant link that connects the referred fields are the ordinary differential equations, since this concept can be widely used by numerous disciplines and research areas. Thus, this project presents mathematical models and their various applications, aiming to show how concepts related to ordinary differential equations can be used in the most diverse areas. Through a bibliographic review carried out using the existing bibliography on the subject available in databases such as Google Academicos, *Scielo* and *Science Direct*, a quantitative research was performed on the referred content, relating it to the following areas: health, ecology, forensics and nuclear chemistry. A general approach to each chosen area is presented, explaining how mathematical models are used in the aforementioned fields, covering, for example, issues such as the number of people infected by a disease, the population of a given species, the temperature of a body and the radioactive decay of a certain substance. With this, it was possible to observe the versatility of application of ordinary differential equations and how learning about the content of mathematical models is important for society, as well as the realization of incentives for the realization of this and for the research that aims at the application of the aforementioned concept for the most diverse areas.

Keywords: mathematical models, applications, health, ecology, forensics, nuclear chemistry.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Decaimento linear de “r” em função do aumento de “N”.....	19
Figura 2 - Crescimento populacional indicado pelos modelos exponencial (vermelho) e logístico (azul).....	20
Figura 3 - Maleta carregada por um perito criminal.....	22
Figura 4 - Impressão digital encontrada através da técnica do iodo.....	24
Figura 5 - Impressão digital encontrada através da ninidrina.....	24
Figura 6 - Gráfico de comparação entre os valores teóricos e reais de experimento que aborda a lei de resfriamento de Newton.....	27
Figura 7 - Composição da matriz energética mundial em 2018.....	29
Figura 8 - Deposição de Césio-137 por diversas regiões da Europa.....	33
Figura 9 - Taxa de decaimento radioativo do carbono 14, sendo “Q” a porcentagem de carbono-14 e “t” o tempo em anos.....	35
Figura 10 - Desenho que retrata Hipócrates.....	37
Figura 11 - Taxas de mortalidade da gripe espanhola e geral em Salvador no ano de 1918...38	
Figura 12 - Esquema 1 que ilustra o modelo SIR.....	40
Figura 13 - Esquema 2 que ilustra o modelo SIR.....	41
Figura 14 - Gráfico do modelo matemático SIR.....	43

SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA.....	10
2 - OBJETIVOS.....	11
3 - MATERIAL E MÉTODOS.....	12
4 - FORMA DE ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	13
5 - RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	14
5.1- APLICAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS PARA A ECOLOGIA.....	14
5.1.1- HISTÓRICO DE DEFINIÇÕES.....	14
5.1.2 - ESCALAS ECOLÓGICAS E A SUA RELAÇÃO COM A BIODIVERSIDADE.....	15
5.1.3 - MODELO MATEMÁTICO LOGÍSTICO E EXPONENCIAL PARA A POPULAÇÃO DE UMA ESPÉCIE.....	16
5.2- APLICAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS PARA A ÁREA FORENSE.....	21
5.2.1- DEFINIÇÃO E IMPORTÂNCIA.....	21
5.2.2- MATERIAL E TÉCNICAS UTILIZADAS PARA REALIZAÇÃO DA PERÍCIA.....	22
5.2.3 - A LEI DE RESFRIAMENTO DE NEWTON E SUA IMPORTÂNCIA PARA O ESTUDO FORENSE.....	25
5.3 - APLICAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS PARA A QUÍMICA NUCLEAR.....	28
5.3.1 - IMPORTÂNCIA E ÁREAS DA QUÍMICA NUCLEAR.....	28
5.3.2 - IMPACTOS NEGATIVOS E DESASTRE NUCLEAR DE CHERNOBYL....	31
5.3.3 - A LEI DE DECAIMENTO RADIOATIVO.....	33
5.4 - APLICAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS PARA A ÁREA DA SAÚDE....	36

5.4.1 - HISTÓRICO DA MEDICINA.....	36
5.4.2 - PANDEMIAS E EPIDEMIAS.....	37
5.4.3 - MODELO MATEMÁTICO PARA DETERMINAR O NÚMERO DE INFECTADOS POR UMA DOENÇA.....	39
6 - CONCLUSÃO.....	43
7 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	44

1 - INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

As equações diferenciais são definidas como equações que possuem funções de variáveis e as respectivas derivadas que relacionam-se com elas (BRONSON e COSTA, 2008), diferenciando-se assim das equações algébricas, nas quais as variáveis em questão são números (SANTOS, 2011) e que não há derivadas envolvidas (ÇENGEL e PALM III, 2014).

Os conceitos acerca das equações diferenciais citadas podem ter diversas aplicações significativas em inúmeras áreas do conhecimento (BRANNAN e BOYCE, 2008) como, por exemplo, a ecologia, a medicina, a forense e a química nuclear, que são as áreas abordadas neste projeto.

Para a área da saúde observou-se recentemente como determinar o número de infectados é importante durante o enfrentamento de uma pandemia como a ocasionada pela COVID-19, sendo fundamental para que os indivíduos tomem medidas para garantir sua segurança, e para a área da química nuclear os modelos matemáticos possuem objetivo semelhante, sendo que por conta de desastres como o de Chernobyl, faz-se necessário ter mecanismos para mensurar o decaimento radioativo de determinada substância, a fim de prever quando uma região afetada por ela poderá ser ocupada novamente sem prejudicar seus indivíduos. Já para a ciência forense, a utilização de modelos matemáticos pode determinar os resultados de uma investigação criminal, contribuindo amplamente com o cumprimento das leis de determinada sociedade e ajudando a garantir sua segurança. E, por fim, para a ecologia determinar o número de indivíduos de uma espécie é fundamental, principalmente por conta de processos humanos completamente prejudiciais para o ambiente que ocorrem cada vez mais frequentemente, como o desmatamento por exemplo, e que auxiliam na destruição do habitat de diversas espécies, aumentando a sua mortalidade por consequência.

Nesses e em diversos outros âmbitos, muitas teorias e preceitos que descrevem processos conectados aos referidos campos ocorrem de acordo com determinadas taxas que coordenam e controlam os acontecimentos citados (BRANNAN e BOYCE, 2008). Com isso, estes problemas e situações podem ser expressos e resolvidos através de modelos matemáticos, utilizando-se a relação apresentada por eles entre suas funções de variáveis, com cada uma considerando um fator diferente do processo em questão, e suas derivadas, as quais representam as taxas abordadas para cada caso, indicando as mudanças ocorridas durante o processo ou problema abordado (ÇENGEL e PALM III, 2014).

Considerando-se as inúmeras aplicações para os diversos campos citados e, principalmente, para os que são abordados no presente trabalho, pode-se concluir que os modelos matemáticos e o aprendizado de seus conceitos é de suma importância, afinal, eles possuem grande valor por poderem ser utilizados para descrever o funcionamento de diversos processos e auxiliar na resolução de problemas reais (ÇENGEL e PALM III, 2014) presentes no cotidiano de diferentes âmbitos de estudo, relacionando-se suas características e fatores com as taxas envolvidas e, contribuindo assim, de modo significativo, com o melhor entendimento dos determinados processos analisados e com a resolução de diversos problemas reais estudados.

Este estudo apresenta, através de uma revisão bibliográfica acerca do tema com conseguinte pesquisa quantitativa, a importância e a versatilidade de modelos matemáticos e suas diversas aplicações para as áreas selecionadas para este trabalho.

2 - OBJETIVOS

Este projeto visa evidenciar a importância e o valor dos modelos matemáticos, bem como do aprendizado de seus conceitos, salientando a sua versatilidade de utilização através da

apresentação e análise dos modos como eles podem ser aplicados para o melhor entendimento de diversos processos e para a resolução de determinados problemas das áreas de estudo da ecologia, da saúde, da ciência forense e da química nuclear.

3 - MATERIAL E MÉTODOS

Primeiramente, a escolha dos temas abordados por este projeto foi realizada visando a abordagem de diversas aplicações de modelos matemáticos amplamente utilizadas para resolver questões reais, desde a previsão do número de indivíduos de uma determinada espécie em um ambiente até o decaimento radioativo de um elemento químico. Com isso, foram selecionadas as áreas de estudo deste projeto, e uma pesquisa bibliográfica foi realizada, seguida de análise para evidenciar a versatilidade dos modelos matemáticos.

Os objetos de estudo neste caso são diversos, considerando-se que o referido projeto aborda aplicações de modelos matemáticos das mais variadas áreas. Com isso, esta pesquisa abordará populações de diversas espécies quando a teoria das EDOs for utilizada no campo ecológico, já que modelos foram desenvolvidos para prever o número de indivíduos de certa espécie no ambiente considerando determinadas variáveis. Também utiliza o elemento químico urânio-235, o qual emite radiação e é amplamente visado no campo da química nuclear, sendo assim objeto de estudo para a aplicação de modelos matemáticos, considerando-se que esses podem indicar a meia vida da substância em questão e auxiliar na previsão de seu decaimento radioativo. Além disso, também serão abordadas populações humanas, visto que as equações diferenciais ordinárias podem ser usadas para formular um modelo que prevê o número de infectados por uma determinada doença, e esta é uma ferramenta muito importante e amplamente utilizada na área da saúde. Por fim, seres humanos também são abordados no tocante à cenas de crimes de assassinato. Neste contexto

forense, um modelo matemático que analisa a temperatura do cadáver pode ser utilizado para auxiliar a solucionar um crime cometido.

Os dados referentes aos objetos e campos de estudo abordados são provindos de bases de pesquisa de dados científicos como Google Academicos, *Scielo* e *Science Direct* e, após coleta, uma pesquisa qualitativa é então realizada, permitindo-se uma aproximação tanto indutiva, como dedutiva (ARANTES DO AMARAL, 2021) das informações visadas.

4 - FORMA DE ANÁLISE DOS RESULTADOS

O tipo de pesquisa qualitativa consiste em uma análise que envolve processamento de linguagens que permitem a identificação de assuntos recorrentes, e, posteriormente o desenvolvimento de hipóteses que solucionem a questão abordada que busca-se responder para que, ao final, as referidas hipóteses possam ser corroboradas ou refutadas através de uma análise quantitativa, a qual será utilizada no estudo em questão.

Em relação à pesquisa quantitativa mencionada anteriormente, essa consiste em realizar uma análise dedutiva, a qual inicia-se a partir de uma questão e uma revisão bibliográfica acerca do assunto é realizada. Com isso, uma hipótese é desenvolvida e diversos dados são selecionados, com posterior realização de testes. A análise quantitativa ainda faz amplo uso de informações numéricas, utilizando-se de métodos de diversos âmbitos de estudo para coleta de dados (ARANTES DO AMARAL, 2021).

Por fim, a análise de dados qualitativos também envolve o agrupamento e a classificação dos dados selecionados. Por outro lado, a pesquisa quantitativa, pode utilizar até mesmo ferramentas estatísticas durante a etapa de visualização dos dados, como a criação de gráficos por exemplo ou de medidas de dispersão (ARANTES DO AMARAL, 2021).

5 - RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1- APLICAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS PARA A ECOLOGIA

5.1.1- HISTÓRICO DE DEFINIÇÕES

O termo “ecologia” é originário do idioma alemão, no qual é definido como “ökologie” e foi determinado inicialmente em 1866 pelo biólogo naturalista Ernst Haeckel como sendo uma ciência com a capacidade de entender a relação existente entre o indivíduo e o seu ambiente. Nos anos posteriores, por conta desta definição, a ecologia vegetal e animal passaram a ser estudadas de modo separado, tendo definições específicas para cada uma delas. Porém, inúmeros cientistas da área acreditam que ambos os tipos de ecologia possuem uma mesma direção e que as divergências existentes entre elas necessitam estar em harmonia (TOWNSEND *et al.*, 2011). Com isso, em 1893, o fisiologista inglês Burdon-Sanderson definiu o referido conceito como sendo uma ciência que encarrega-se das relações externas existentes entre flora e fauna com as condições atuais e passadas acerca de suas existências. Posteriormente, em 1973 o ecologista americano Robert E. Ricklefs definiu o termo em questão como o estudo ambiental natural que objetiva as relações existentes entre os indivíduos e seus arredores. Por fim, com contribuições de grandes nomes como o entomologista Herbert Andrewartha e como o bioquímico Hans Krebs, o conceito mais bem estabelecido de ecologia foi determinado como sendo o estudo que aborda a distribuição e a abundância de indivíduos e as inter-relações existentes que definem estes fatores (TOWNSEND *et al.*, 2011).

5.1.2 - ESCALAS ECOLÓGICAS E A SUA RELAÇÃO COM A BIODIVERSIDADE

Para realizar estudos ecológicos e desenvolver suas respectivas conclusões, faz-se necessário apontar três aspectos fundamentais, sendo eles (TOWNSEND *et al.*, 2011):

- O fato de que os fenômenos deste âmbito acontecem em uma diversidade de escalas.
- Os dados e conclusões ecológicas são advindos de uma gama de fontes diferentes.
- O campo da Ecologia apresenta conceitos e resultados com evidências realmente científicas e aplicados para a estatística.

Com isso, vale a pena ressaltar que o âmbito ecológico desenvolve-se através de diversas escalas, sendo as principais a temporal, espacial e “biológica”, tornando-se de suma importância definir a inter-relação existente entre elas e os seus respectivos alcances. Para isso, torna-se necessário definir certos conceitos e as suas posições na hierarquia biológica existente, abrangendo desde pequenas células até ecossistemas inteiros. As referidas definições são exemplificadas por (TOWNSEND *et al.*, 2011):

- Organismos individuais
- Populações, as quais referem-se a organismos que pertencem à mesma espécie
- Comunidades, o qual diz respeito a uma quantidade maior ou menor de populações
- Ecossistemas, abrangendo as comunidades existentes em conjunto com o ambiente físico no qual elas estão inseridas.

No âmbito dos organismos, a ecologia objetiva descobrir os efeitos do ambiente ao seu redor sobre ele e quais as consequências que o referido indivíduo acarreta para o local em questão. Já em termos populacionais, considerando-se um dos conceitos mais importantes da Ecologia que afirma que não há população que aumente indefinidamente (CAIN *et al.*, 2018), a ciência ecológica preocupa-se com a existência ou não de certas espécies, bem como com o seu número de indivíduos, sua diversidade e as tendências relacionadas a estes aspectos. Em

termos de comunidade, a ecologia busca definir especificamente como as comunidades estudadas são formadas e, por fim, no aspecto de ecossistema, objetiva-se determinar os caminhos seguidos pela energia e matéria deslocadas pelos elementos vivos e não vivos presentes no ambiente em questão (TOWNSEND *et al.*, 2011).

Como mencionado anteriormente, os resultados e conclusões ecológicos advém de inúmeras fontes, no entanto, avanços significativos e novas descobertas seriam muito limitados se os ecólogos utilizassem apenas dos indivíduos presentes em determinado ambiente natural para realizar seus estudos, uma vez que até mesmo nestes ambientes certas manipulações experimentais são praticadas com frequência para garantir a confiabilidade e precisão dos resultados coletados. Diversos estudos nesta área necessitam de monitoramentos cautelosos acerca da alteração do número de indivíduos de uma espécie em um determinado ambiente e, a partir disso, os pesquisadores definem padrões e as respectivas explicações para os fenômenos estudados. No entanto, muitas vezes há a necessidade de trabalhar-se em ambientes laboratoriais ou então de recorrer a modelos matemáticos, os quais são de suma importância para a evolução e o desempenho da ecologia (TOWNSEND *et al.*, 2011).

5.1.3 - MODELO MATEMÁTICO LOGÍSTICO E EXPONENCIAL PARA A POPULAÇÃO DE UMA ESPÉCIE

Modelos matemáticos mais simples são utilizados para estudar populações nas quais ocorre o fenômeno da competição intraespecífica, referindo-se à competição que ocorre entre os indivíduos de uma mesma espécie por fatores como o alimento por exemplo, mas também são aplicados para aquelas em que este processo não acontece. As referidas equações matemáticas são muito valiosas para a ecologia, pois auxiliam no entendimento de características e do funcionamento das populações estudadas, sendo muito aproveitados e

eficientes na realização de previsões acerca do número de indivíduos da espécie selecionada em determinado ambiente para certo período de tempo (TOWNSEND *et al.*, 2011).

Os modelos abordados a seguir são usados como base para a elaboração de equações matemáticas de maior complexidade que consideram uma maior quantidade de variáveis, como por exemplo, a ocorrência da competição interespecífica e da predação naquele ambiente, como foi mencionado anteriormente. Com isso, um padrão definido pelos modelos em questão é de interesse da comunidade científica, exatamente por ter sido gerado de modo teórico através de um modelo matemático, na medida que existem diversas outras equações que apresentariam padrões muito semelhantes ou até mesmo idênticos a ele.

Na verdade, os modelos matemáticos são importantes para a ecologia por gerar resultados e padrões que refletem a essência de uma diversidade de fenômenos e processos ecológicos significativos que afetam a população em questão, contribuindo, portanto, para entender a base e o âmago de fenômenos ecológicos que influenciam as populações estudadas (TOWNSEND *et al.*, 2011).

Como mencionado anteriormente, há modelos que desconsideram a existência do fenômeno da competição intraespecífica ao analisar a mudança no número de indivíduos de certa população. Este é o caso da equação diferencial introduzida a seguir, a qual determina a taxa líquida de crescimento do número de indivíduos de determinada espécie em função de certo período de tempo, sendo esta variação expressa por “ dN/dt ”. O crescimento total da referida população refere-se ao somatório das cooperações individuais para o período de tempo analisado e, com isso, a taxa de crescimento fornecida por cada organismo em questão é representada pela equação 1 (TOWNSEND *et al.*, 2011):

$$\frac{dN}{dt} \cdot \left(\frac{1}{N}\right) = r \quad (1)$$

Onde:

N : número de indivíduos da espécie estudada

t : intervalo de tempo visado

r : taxa intrínseca de aumento natural

No caso em questão, onde são desconsiderados fatores que sejam responsáveis pelo crescimento da taxa de mortalidade ou decrescimento da natalidade, como a competição intraespecífica, a referida taxa é constante e assume o maior valor possível. Assim, a variável “ r ” representa a taxa intrínseca de aumento natural, a qual disponibiliza uma medida da velocidade com que a população em questão pode aumentar (CAIN *et al.*, 2018) e, com isso, o modelo matemático para a taxa de crescimento líquido total de certa população, que indica um aumento populacional exponencial durante determinado período de tempo, pode ser expresso através da equação 2 (TOWNSEND *et al.*, 2011):

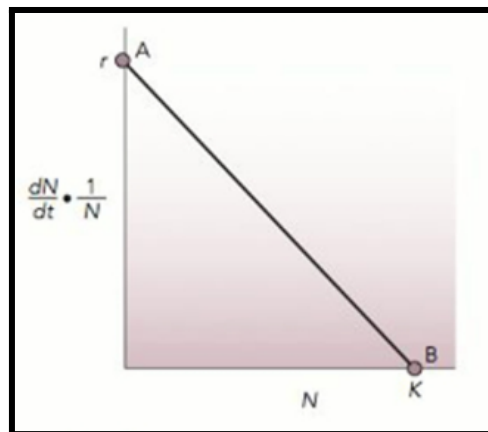
$$\frac{dN}{dt} = r \cdot N \quad (2)$$

Se a competição intraespecífica for levada em consideração, o modelo matemático logístico é desenvolvido e utilizado, fornecendo uma visão mais precisa e real da taxa de crescimento de uma população durante certo intervalo de tempo, afinal, o planeta Terra não é infinito e, com isso, seus recursos não sustentariam populações de qualquer espécie que aumentassem indefinidamente (CAIN *et al.*, 2018).

Neste caso, a taxa expressa por “ r ” não é modificada pelo fator da competição intraespecífica quando o valor de “ N ” se aproxima de 0. Desta forma, não haveria uma falta nem um aumento significativo dos recursos disponíveis. Assim, para o desenvolvimento do modelo

matemático em questão, considera-se que “r” diminui de modo linear conforme “N” aproxima-se de “K”, variável que corresponde à capacidade de suporte do ambiente estudado para o respectivo número de indivíduos. Com isso, a taxa de crescimento líquida per capita “r” é nula no momento em que o número de organismos da população escolhida atinge o seu limite para aquele ambiente (TOWNSEND *et al.*, 2011), como pode ser observado na figura 1:

Figura 1 - Decaimento linear de “r” em função do aumento de “N”.



Fonte: TOWNSEND *et al.*, 2011

Com base na relação linear existente entre as variáveis ilustrada pela figura 1, desenvolveu-se o modelo matemático logístico para o crescimento populacional total líquido de uma determinada espécie ao longo do tempo, o qual descreve um crescimento sustentável sigmoidal que, após atingir o equilíbrio, muda bem pouco com o passar do tempo, indicando que a quantidade de organismos aumenta durante um período e posteriormente quase não varia (CAIN *et al.*, 2018). Com isso, atinge um valor de estabilidade conforme o número de indivíduos torna-se equivalente à capacidade de suporte “K” para aquele ambiente, como mostra a equação 3 (TOWNSEND *et al.*, 2011).

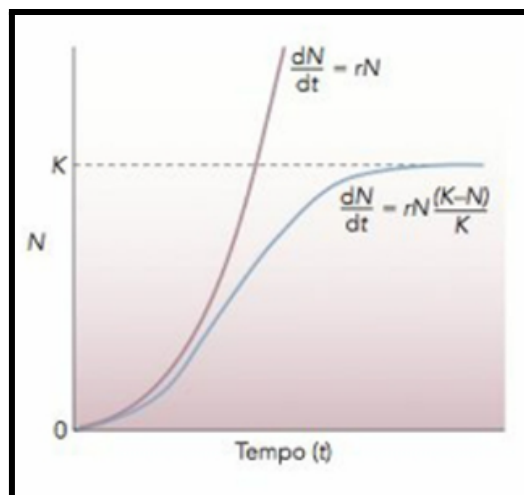
$$\frac{dN}{dt} = r \cdot N \cdot \frac{(K-N)}{K} \quad (3)$$

Onde:

K : capacidade de suporte do ambiente em questão

Por fim, é perceptível que as equações exponencial e logística possuem certas diferenças na ilustração do crescimento populacional indicado por elas, como pode ser observado na figura 2, sendo que a primeira apresenta uma curva exponencial e a segunda uma curva sigmoideal que estabiliza-se em certo momento. No entanto, ambos os modelos matemáticos apresentam certa simplicidade e possuem grande importância para os avanços da pesquisa ecológica (TOWNSEND *et al.*, 2011).

Figura 2: Crescimento populacional indicado pelos modelos exponencial (vermelho) e logístico (azul).



Fonte: TOWNSEND *et al.*, 2011.

5.2- APLICAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS PARA A ÁREA FORENSE

5.2.1- DEFINIÇÃO E IMPORTÂNCIA

A ciência forense pode ser definida como um campo de estudo multidisciplinar, abrangendo e abordando conceitos de diversas outras áreas como a Química e a Biologia. É amplamente utilizada para auxiliar na investigação de crimes e de outros tipos de ações civis relacionadas ao campo da justiça (SEBASTIANY *et al.*, 2013) e do Direito. Dentre os principais objetivos de sua utilização, está a descoberta e a confirmação dos responsáveis pelo crime ou acidente abordado (SEBASTIANY *et al.*, 2013), através de informações importantes que serão utilizadas no decorrer da investigação, como o momento aproximado em que o ato foi consumado, a temperatura do cadáver e as digitais presentes no mesmo e no ambiente em questão. Para isso, existem diversos métodos que são utilizados na investigação, como a técnica do iodo, da ninidrina e do nitrato de prata. (SEBASTIANY *et al.*, 2013).

Nesta ciência, os seus principais representantes são os membros da perícia oficial, e, portanto, são de suma importância para a descoberta de resultados precisos que transmitam credibilidade, fazendo com que o laudo desenvolvido seja considerado a base do processo, desde a análise policial até a decisão judicial (FACHONE e VELHO, 2007). Com isso, pode-se observar o quão relacionada a ciência forense está com a justiça criminal, sendo fundamental para o cumprimento dessa, e assim contribuindo com o bom funcionamento e aumento da segurança pública, através da descoberta de provas que indiquem a autoria do crime praticado e auxiliando na garantia de que o referido indivíduo seja julgado e responsabilizado de acordo com as leis e penas pré-estabelecidas pelo país para o ato praticado (FACHONE e VELHO, 2007).

5.2.2- MATERIAL E TÉCNICAS UTILIZADAS PARA REALIZAÇÃO DA PERÍCIA

Para a coleta de provas e posterior realização do laudo pericial, diversas técnicas são utilizadas a fim de formular conclusões que ajudarão na investigação, como coleta de DNA presente no ambiente investigado, a temperatura do cadáver analisado e diversos outros fatores determinantes para o procedimento investigativo. Nos casos de coleta de material biológico e físico, é necessário que o processo seja feito de modo adequado, bem como as etapas de documentação e armazenamento, caso contrário as coletas serão consideradas inválidas e não serão tidas como provas, já que não fornecem resultados que transmitem credibilidade (FRUEHWIRTH e DELAI, 2015).

Para que este processo seja feito corretamente, o profissional responsável pela perícia deve sempre estar equipado com uma mala contendo os materiais necessários para a realização desta atividade, como suaves, luvas descartáveis, recipiente térmico para armazenar e transportar o material coletado, sacos plásticos, película adesiva e diversos outros como mostrado na figura 3 (FRUEHWIRTH e DELAI, 2015).

Figura 3: Mala carregada por um perito criminal.



Fonte: MEIRELES, 2022

Por fim, para realizar a escolha da técnica que será utilizada para a coleta do material em questão, as condições do mesmo são de suma importância, sendo necessário ainda recolher uma determinada quantidade suficiente da amostra visando a possibilidade de aplicação de todos os testes necessários que a envolvem (FRUEHWIRTH e DELAI, 2015).

Com isso, segundo SEBASTIANY (2013), alguns dos métodos utilizados para a coleta de provas e posterior elaboração do laudo pericial são:

- Técnica do pó: este método é o mais visado entre os peritos, sendo utilizado quando as digitais estão presentes em planos lisos e não adsorventes que proporcionam a sua impressão. Esta técnica envolve triturar uma amostra de carvão, gerando um pó fino que posteriormente é espalhado sobre o plano no qual as digitais estão presentes e, após o carvão em pó em excesso ser removido, a impressão é coletada e colada com material adesivo sob um papel. Por fim, a amostra será equiparada com as digitais dos indivíduos de interesse.
- Técnica do iodo: a substância em questão tem a capacidade de realizar sublimação, transformando-se de sólido para vapor através do consumo de calor. O iodo no referido estado possui tom castanho que, em interação com a digital, produz uma substância marrom com tons amarelados. Por fim, esta técnica é utilizada quando a digital está localizada em objetos de pequeno porte e envolve o armazenamento da amostra juntamente com os cristais de iodo em um recipiente plástico fechado, que posteriormente é agitado, provocando o processo de sublimação do iodo sólido, como pode ser observado na figura 4.

Figura 4: Impressão digital encontrada através da técnica do iodo.



Fonte: SEBASTIANY, 2013

- Técnica da ninidrina: este procedimento utiliza a ninidrina, a qual sofre reação ao entrar em contato com aminoácidos e tem como produto uma substância arroxeadada. A técnica em questão é recomendada para planos porosos e leva cerca de 10 dias para revelar as digitais visadas, considerando-se que este período pode variar a depender de fatores como a aplicação de calor na amostra, por exemplo. A realização do referido procedimento envolve a dissolução da ninidrina em etanol anidro através de um erlenmeyer e, posteriormente, o referido produto é borrifado na superfície visada e após certo período de tempo o solvente sofre evaporação, como ilustrado na figura 5.

Figura 5: Impressão digital encontrada através da ninidrina.



Fonte: SEBASTIANY, 2013

5.2.3 - A LEI DE RESFRIAMENTO DE NEWTON E SUA IMPORTÂNCIA PARA O ESTUDO FORENSE

A lei de resfriamento de Newton corresponde à uma possível solução, que utiliza-se de EDOs, para problemáticas e questões que envolvem variação de temperatura, sendo baseada tanto em conceitos físicos, como em conceitos matemáticos, e abordando principalmente temáticas como as leis de temperatura (PEREIRA e BARBOSA, 2018). A referida solução pode ser aplicada para situações desde as mais simples presentes no cotidiano, como o resfriamento de uma bebida quente, até ocasiões mais complexas, como uma ferramenta a ser amplamente utilizada nos mais diversos tipos de engenharia (PEREIRA e BARBOSA, 2018), por exemplo, ou até mesmo na investigação de um crime através da análise da temperatura de um cadáver.

A lei em questão baseia-se amplamente no conceito de que a transferência de calor refere-se à passagem desta forma de energia de um determinado corpo com temperatura maior para outro que tenha característica térmica menos elevada (DE SOUZA TAVARES e LEITE, 2018). Isaac Newton inferiu que a quantidade calorífica removida de um corpo com alta temperatura é carregada pelo vento e que, depois de aumentar a característica térmica do objeto em questão e liberá-lo inerte em um local isolado, a sua temperatura decresce com o decorrer do tempo e, portanto, o único modo de seu calor ser removido é através do seu contato com o ambiente e, com isso, a lei de resfriamento de Newton infere que, para divergências térmicas de pequena escala, o índice de resfriamento é proporcional à diferença térmica entre o corpo e o ambiente analisados (DE SOUZA TAVARES e LEITE, 2018).

O modelo matemático elaborado por Newton afirma que o índice de variação térmica em função do tempo “ $\frac{dT}{dt}$ ” do objeto analisado que está perdendo calor é diretamente proporcional à divergência de temperatura do referido corpo “T” e à temperatura que se

mantém constante do ambiente “ T_m ” no qual o objeto está inserido (PEREIRA e BARBOSA, 2018). Com isso, utilizando-se de uma constante de proporcionalidade ilustrada por “ k ”, o referido conceito traduz-se através da equação 4.

$$\frac{dT}{dt} = -k \cdot (T - T_m) \quad (4)$$

Onde:

T : temperatura do corpo

t : intervalo de tempo

T_m : temperatura do ambiente em questão

k : constante de proporcionalidade

A referida fórmula matemática possui solução indicada pela equação 5. A constante “ c ” é originada após a resolução da equação diferencial em questão (LEÃO BARROS *et al.*, 2017) que representa um algarismo real, e a constante de proporcionalidade “ k ” assume um valor menor do que 0, pois infere que a temperatura do corpo analisado decresce com o passar do tempo (PEREIRA e BARBOSA, 2018).

$$T(t) = T_m + c \cdot e^{-k \cdot t} \quad (5)$$

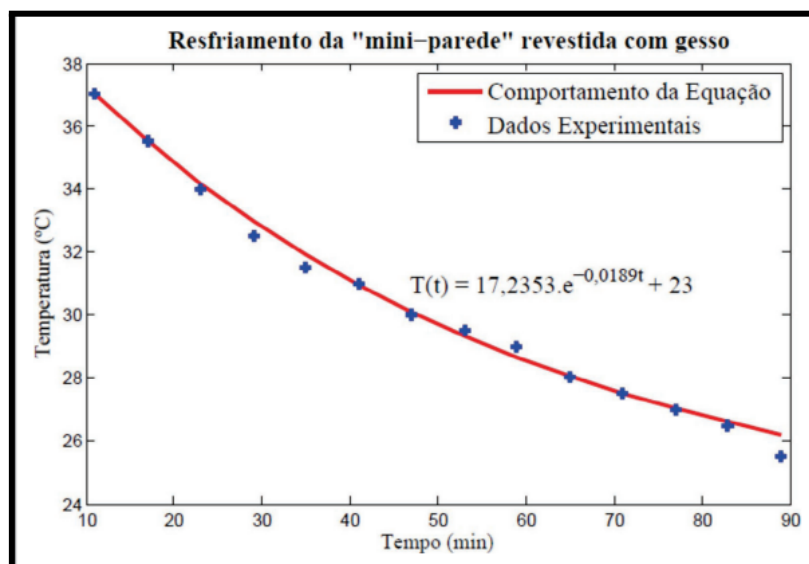
Onde:

e : número de Euler

c : constante gerada pela resolução da equação 4

Observando-se o modelo matemático citado, pode-se concluir que quando esse é ilustrado graficamente, ele apresenta um comportamento exponencial de decaimento, evidenciando que a temperatura do corpo analisado diminui com o aumento da variável de tempo. Segundo LEÃO BARROS *et al.* (2017), a equação 5 pode ser exemplificada de acordo com a figura 6, na qual pode-se observar o comportamento exponencial citado anteriormente, sendo a linha vermelha representante dos valores teóricos calculados utilizando-se a equação 5, e os pontos em azul que foram determinado experimentalmente durante a realização do estudo realizado por LEÃO BARROS *et al.* (2017) “*APLICAÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS NO ESTUDO DO RESFRIAMENTO DE BLOCOS CERÂMICOS: ANÁLISE DO CONFORTO TÉRMICO*”:

Figura 6: Gráfico de comparação entre os valores teóricos e reais de experimento que aborda a lei de resfriamento de Newton.



Fonte: LEÃO BARROS *et al.*, 2017

Analisando-se o modelo matemático abordado, percebe-se que ele pode ser de grande importância para o estudo forense, de modo que através de sua aplicação seja possível analisar fatores como a temperatura do cadáver e, com isso, o período de tempo desde o momento em que o crime foi cometido, até a chegada dos profissionais responsáveis pela realização da perícia, pode ser determinado utilizando-se a equação de resfriamento abordada. Com isso, é possível verificar quais indivíduos estiveram presentes no local durante o intervalo de tempo calculado e, assim, elaborar uma lista de suspeitos, sendo viável até mesmo chegar a uma conclusão considerada amplamente decisiva, caso digitais sejam encontradas na vítima ou no ambiente através das técnicas mencionadas anteriormente, fazendo com que essas impressões sejam comparadas com os nomes da lista de indivíduos que devem ser investigados, a fim de encontrar o responsável pelo ato criminoso.

Por fim, pode-se observar a importância do modelo matemático da lei de resfriamento de Newton para a área forense, auxiliando de modo preciso nas conclusões formuladas a partir do laudo pericial, e ajudando a determinar o autor de tais atividades.

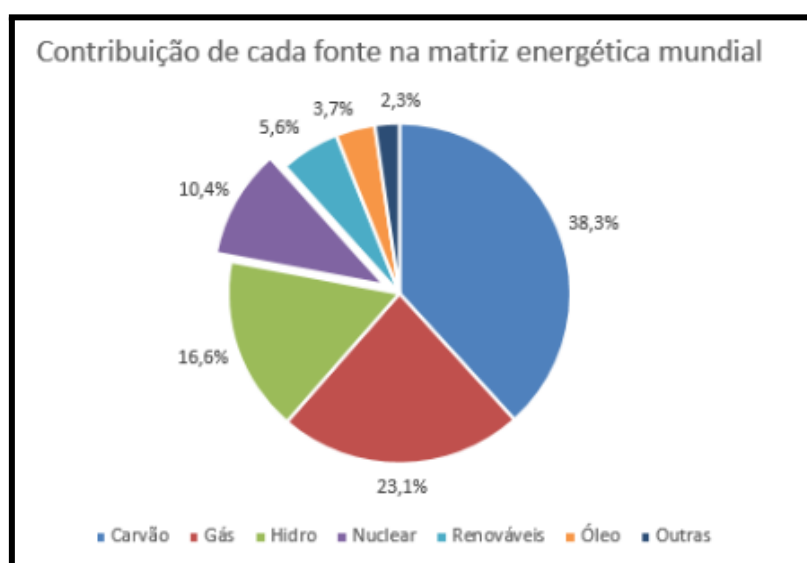
5.3 - APLICAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS PARA A QUÍMICA NUCLEAR

5.3.1 - IMPORTÂNCIA E ÁREAS DA QUÍMICA NUCLEAR

A química possui diversos âmbitos específicos de estudo, como a química ambiental, forense e petroquímica, sendo a química nuclear uma das áreas mais visadas e abordadas atualmente. Este campo refere-se ao estudo comportamental do núcleo atômico de uma espécie radioativa e os processos e atividades realizados por esses, sendo que as etapas que envolvem a mudança de seus núcleos são denominadas reações nucleares (AZEVEDO e SILVA, 2012). A química nuclear é um âmbito amplamente visado, principalmente por conta da utilização em

grande escala da energia nuclear em países como Estados Unidos, França e China. A referida área faz-se de suma importância, dentre outros motivos, por possuir conceitos que servem de base para o manejo e produção da forma energética citada, afinal, a energia nuclear corresponde a cerca de 10,4% da matriz energética mundial segundo estudo desenvolvido em 2018 pela International Energy Agency (IEA), como ilustrado na figura 7.

Figura 7: Composição da matriz energética mundial em 2018.



Fonte: International Energy Agency (IEA), 2018

O potencial e a grande utilização da forma de energia em questão, bem como os benefícios trazidos por ela, incentivam o estudo e a pesquisa para os campos da química e engenharia nuclear, fazendo-se necessário investimentos e incentivos que fomentem o desenvolvimento destas áreas (SOUZA *et al.*, 2014). No entanto, diversas usinas nucleares não recebem a manutenção e a atenção devidas, o que prejudica profundamente a evolução e o crescimento científico tecnológico da referida área, desmotivando, por exemplo, os profissionais que poderiam se especializar nos estudos de química nuclear (SOUZA *et al.*, 2014). Estes fatores, dentre diversos outros, acabam gerando socialmente e economicamente uma desvalorização

deste campo e dos processos que abordam as alterações nucleares, ocasionando o pensamento de que esta área não teria grande importância para o país (AZEVEDO e SILVA, 2012). Com isso, o Brasil torna-se limitado neste âmbito de pesquisa e depende muito do auxílio de outros países para a realização de seu desenvolvimento nuclear (SOUZA *et al.*, 2014).

A fim de conseguir incentivos financeiros para a evolução da pesquisa abordada, faz-se importante evidenciar especificamente quais as áreas dentro da química nuclear e os seus respectivos objetivos. Segundo SOUZA (2014), a radioquímica e a química nuclear podem ser desmembradas em quatro frentes de estudo principais:

- Química de radioisótopos: os isótopos radioativos artificiais passaram a ser produzidos em 1937 após a criação dos aceleradores de partículas, e, com isso, as espécies radioativas começaram a ser amplamente utilizadas em diversas áreas, sendo a medicina, uma das principais, na qual os referidos elementos auxiliam no diagnóstico de inúmeras doenças (SILVA *et al.*, 1987). Com isso, conclui-se que este âmbito de pesquisa refere-se à prática de processos químicos, envolvendo o uso de espécies classificadas como isótopos radioativos e não radioativos, visando a criação de objetos e pesquisas acerca de sistemas industriais, biológicos, medicinais e diversos outros.
- Química analítica: o campo de estudo em questão aborda o uso de métodos técnico analíticos para o manejo e manutenção voltados para a amostragem, identificação e contagem de espécies químicas amplamente visadas, tanto para o campo da pesquisa científica, quanto para os aspectos ambientais e econômicos. Além disso, também tem como objetivo criar novas técnicas e melhorar as já aplicadas para o manejo mineral, através do método de hidrometalurgia extrativa voltado para minérios presentes em resíduos.

- Resíduos nucleares e tóxicos: utilização de métodos que objetivam o decrescimento, retirada ou reutilização, através da criação de espécies radioativas, visando a descontaminação de resíduos, superfícies e corpos efluentes que entraram em contato com espécies nocivas consideradas radioativas.
- Quimiometria e métodos computacionais: refere-se à aplicação de métodos estatísticos para a coleta e análise de informações, desenvolvimento de pesquisas, softwares e modelos voltados para sistemas químicos.

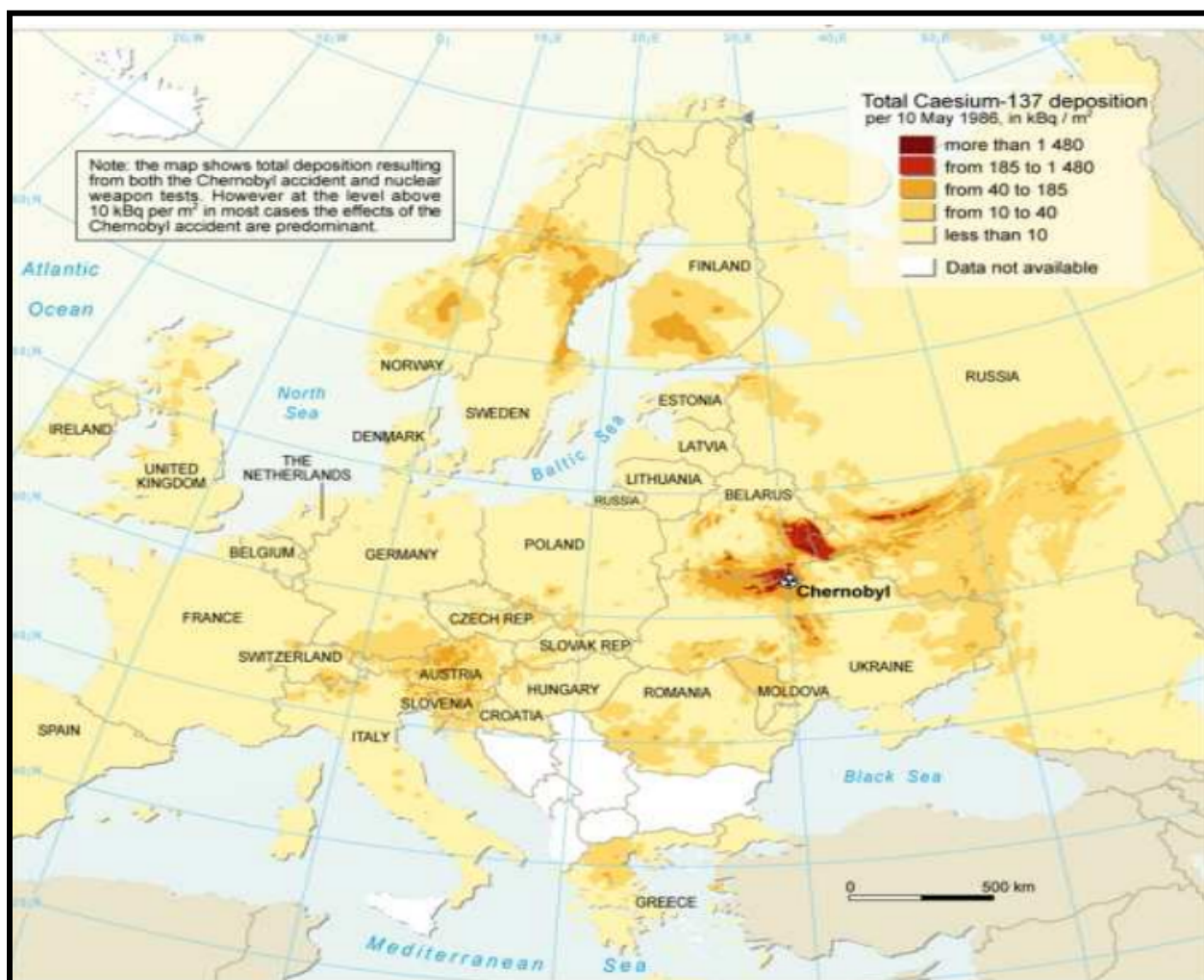
5.3.2 - IMPACTOS NEGATIVOS E DESASTRE NUCLEAR DE CHERNOBYL

Como apontado anteriormente, o desenvolvimento de pesquisas acerca do âmbito da química nuclear pode gerar diversos benefícios para a sociedade, se estes conhecimentos forem utilizados de modo correto e para objetivos positivos. No entanto, a humanidade já se deparou diversas vezes com desastres e acidentes ocasionados através da utilização incorreta, ou por conta de objetivos errôneos, de espécies radioativas, fazendo com que a química nuclear seja tida como uma área de estudo que gera somente consequências ruins para a humanidade e que seus benefícios sejam esquecidos (AZEVEDO e SILVA, 2012).

Dentre os inúmeros desastres nucleares que impactaram a humanidade, está o colapso da usina nuclear Vladimir Lênin, popularmente conhecida como usina de Chernobyl, ocorrido em 26 de abril de 1986. A referida infraestrutura tinha como objetivo gerar benefícios para a já dissolvida URSS, e atender parte da demanda energética de cidades industriais e residências, porém também ocorria na usina o desenvolvimento de bombas nucleares, principalmente por conta da rivalidade existente entre os Estados Unidos e a União Soviética na época (CASTILHO *et al.*, 2014). A instalação deveria, de acordo com o comitê estatal, realizar uma manutenção comum em sua infraestrutura, mais especificamente no reator de

número quatro, e, juntamente com o referido manejo, o sistema de refrigeração em caso de escassez energética da usina também seria testado, já que em ocasiões como essa, o modo de segurança da instalação nuclear é ativado (CASTILHO *et al.*, 2014). No entanto, os referidos procedimentos não deveriam ter sido praticados neste momento por conta de diversos fatores que levariam ao colapso da usina, sendo alguns deles: os modos de segurança foram desativados, a quantidade de combustível presente era muito inferior e a escassez do modo de resfriamento tornou-se preocupante por conta da geração de elevada quantidade de calor como consequência de uma fissão, ocasionando o crescimento da probabilidade de vazamento (CASTILHO *et al.*, 2014). Após o colapso da referida usina, cerca de quatro mil mortes foram contabilizadas, 120 mil moradores precisaram ser removidos da área, e outros 270 mil indivíduos que habitavam locais mais próximos foram atingidos pela radiação, além de milhares de pessoas que não foram oficialmente contabilizadas e que foram afetadas indiretamente pelo desastre nuclear (DUPUY, 2007). Com isso, as áreas europeias prejudicadas pelo referido desastre e as suas respectivas concentrações de Césio-137 presentes em cada uma delas pode ser ilustrada através da figura 8.

Figura 8: Deposição de Césio-137 por diversas regiões da Europa.



Fonte: GRID ARENDAL, 2007.

5.3.3 - A LEI DE DECAIMENTO RADIOATIVO

A lei de decaimento radioativo refere-se ao processo de deterioração de espécies radioativas, o qual ocorre com uma taxa de variação diretamente proporcional à quantidade atômica que se desintegra ao decorrer do tempo existente no material instável (ALVES, 2014). O núcleo que está em processo de decaimento é denominado núcleo pai, e aquele que é produto da referida transformação, é chamado de núcleo filho, sendo que não há a possibilidade de prever qual dos núcleos irá sofrer o processo de decaimento, porém, há como calcular a

possibilidade de decaimento em função do tempo de uma espécie, a qual denomina-se taxa de decaimento (ALVES, 2014).

Com isso, a lei de decaimento radioativo pode ser expressa matematicamente inicialmente através da equação 6 e, após resolução dessa, pode ser ilustrada pela solução indicada pela equação 7 (DOS SANTOS, 2017).

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt \quad (6)$$

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad (7)$$

Onde:

N : número de núcleos radioativos final da espécie

N_0 : número de núcleos radioativos inicial da espécie

t : intervalo de tempo

λ : constante de decaimento radioativo da espécie visada

e : número de Euler

Observando a equação 7 e aplicando os valores conhecidos, pode-se determinar a quantidade de núcleos radioativos da espécie “ $N(t)$ ” no momento “ t ”, através do número inicial desses “ N_0 ” e do valor da constante de decaimento radioativo “ λ ”, a qual assume um valor específico para cada espécie radioativa e é independente de fatores como a referida concentração inicial (DOS SANTOS, 2017). Por fim, também há a possibilidade de determinar o período de tempo “ $t_{1/2}$ ” (equação 8) necessário para que a quantidade de

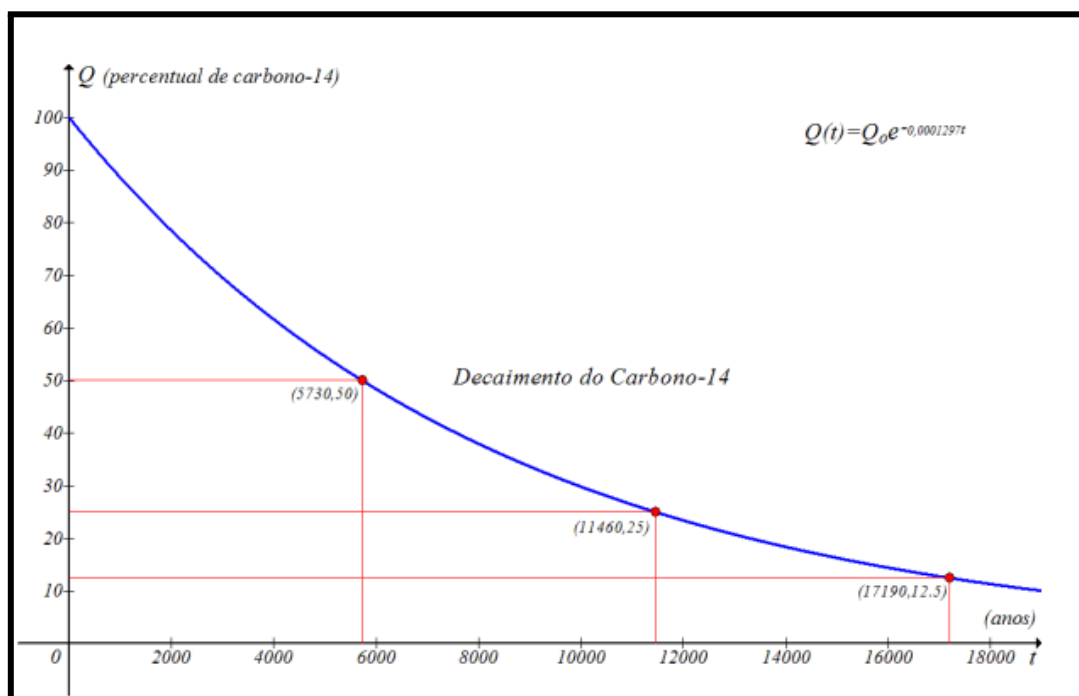
núcleos radioativos seja correspondente à metade da inicial, ou seja, é possível calcular o tempo de meia-vida, através da equação 8 (DOS SANTOS, 2017).

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot t_{1/2}} \quad (8)$$

Onde:

$t_{1/2}$: tempo de meia vida

Figura 9: Taxa de decaimento radioativo do carbono 14, sendo “Q” a porcentagem de carbono-14 e “t” o tempo em anos.



Fonte: ALVES, 2014

Através da figura 9, observamos que o decaimento radioativo das espécies estudadas apresenta um comportamento exponencial. Assim, conclui-se como as EDOs são úteis para a

química nuclear, auxiliando na previsão de fatores fundamentais como a meia-vida de uma espécie radioativa, e auxiliando na determinação de, por exemplo, quando certas regiões alvo de desastres como o de Chernobyl poderão ser ocupadas novamente, pois estarão com níveis de radiação aceitáveis para a ocorrência de diferentes formas de vida. E, como mencionado anteriormente, é necessário e justificável, o aumento de investimentos e incentivos para o desenvolvimento de pesquisas na área em questão, sendo essa de grande potencial e importância para a humanidade.

5.4 - APLICAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS PARA A ÁREA DA SAÚDE

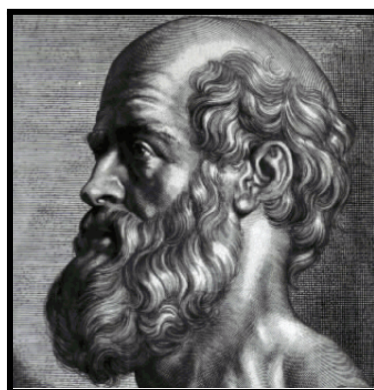
5.4.1 - HISTÓRICO DA MEDICINA

A medicina é um dos principais fatores que auxiliam na manutenção da existência humana e que serve de base para a sobrevivência e evolução dessa, através do desenvolvimento e aplicação de técnicas muito eficazes que são responsáveis por impedir grande número de óbitos e por realizar o crescimento da expectativa de vida humana, como a vacinação por exemplo (MIZUTA *et al.*, 2018). Com isso, é de suma importância o conhecimento acerca do histórico da referida área e tê-lo como forma de orientação, afinal, sua história é responsável por apontar a origem da raça humana, o quão avançadas estão as técnicas medicinais atualmente e como a humanidade irá desenvolver os métodos da referida área para auxiliar em sua evolução (GUSMÃO, 2004).

Segundo estudos paleopatológicos, área essa que refere-se à pesquisa de doenças que geram registros em resíduos de corpos humanos provindos de períodos antigos, as primeiras evidências de enfermidades e de métodos utilizados para a cura dessas referem-se ao período Paleolítico e correspondem a uma forma de medicina considerada altamente primordial e

rudimentar, referindo-se a técnicas como a trepanação craniana por exemplo (GUSMÃO, 2004). Além disso, pesquisas também identificaram registros de técnicas arcaicas consideradas na época de fonte mágica e empírica, provenientes das regiões mesopotâmica e egípcia, sendo que os métodos medicinais já entendidos como científicos, praticados e desenvolvidos através do estudo da enfermidade em si, apareceram pela primeira vez no período de V a.C por conta de Hipócrates, considerado o pai da medicina por diversos profissionais, e responsável por uma obra de grande influência na área, denominada “*Da medicina antiga*” (GUSMÃO, 2004). Por fim, um retrato do referido estudioso é ilustrado na figura 10.

Figura 10: Desenho que retrata Hipócrates.



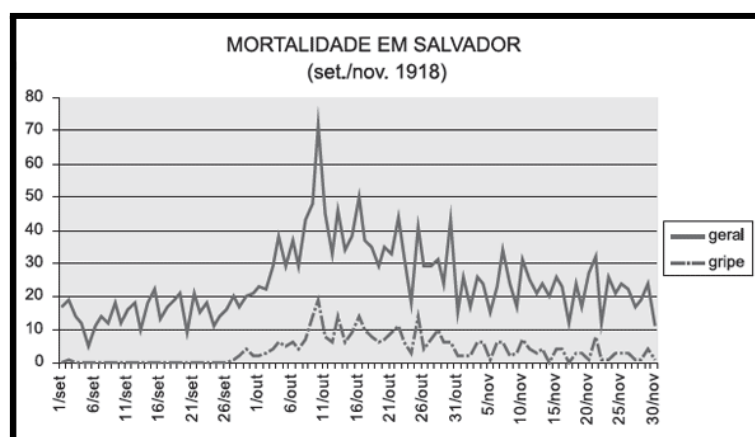
Fonte: FUGESP, 2011.

5.4.2 - PANDEMIAS E EPIDEMIAS

Ao longo da história a humanidade deparou-se com inúmeras situações que levaram à morte em massa de sua população, dentre elas estão as pandemias e as epidemias. Problemas como esses evidenciam ainda mais a importância da medicina, pois graças a métodos desenvolvidos pela referida área, como a vacinação, é possível impedir a propagação de determinadas enfermidades, a ocorrência de sintomas graves e o óbito ocasionado por elas.

Dentre as diversas tragédias biológicas citadas anteriormente, está a pandemia da gripe espanhola, a qual demorou para ser reconhecida como tal mundialmente, principalmente por conta do cenário político da época, fazendo com que a letalidade da referida doença fosse identificada de modo tardio, e provocando uma quantidade de óbitos maior do que a ocasionada pela primeira guerra mundial em um período inferior a 5 meses (SCHWARCZ e STARLING, 2020). Com isso, a enfermidade alcançou grande velocidade de propagação e se alastrou em três ondas de contaminação, sendo a segunda considerada de alto nível de letalidade e complexidade, pois espalhava-se inicialmente por regiões litorâneas e infectava os indivíduos embarcados, os quais perpetuavam a doença após voltarem para terra firme, atingindo diversos países como Índia, Japão, China e Brasil, sendo a sua chegada neste último em setembro de 1918 na região de Recife (SCHWARCZ e STARLING, 2020). Por fim, observou-se que a gripe espanhola atacava o sistema imunológico dos indivíduos infectados, aumentando de certo modo a mortalidade ocasionada por outras doenças, como pode ser observado na figura 11.

Figura 11: Taxas de mortalidade da gripe espanhola e geral em Salvador no ano de 1918.



Fonte: MONIZ, 1921

Já em períodos mais atuais, a humanidade deparou-se com a pandemia da COVID-19, a qual foi amplamente comparada com a catástrofe gerada pela gripe espanhola (HOCHMAN e BIRN, 2021). A enfermidade em questão propagou-se mundialmente com grande velocidade, ocasionando mais de 200 mil casos de infecção na referida escala somente até o período de março de 2020, gerando grande comoção e preocupação, já que sua velocidade de contágio e sua grande letalidade não forneceram muito tempo para que os países se preparassem para enfrentá-la (FREITAS *et al.*, 2020). Pouco tempo depois, até o período de outubro de 2021, cerca de 5 milhões de óbitos e mais de 200 milhões de registros de contágio por conta da doença foram identificados (HOCHMAN e BIRN, 2021), evidenciando a dificuldade que inúmeras nações tiveram em combater a referida enfermidade e adaptar-se a ela, o que gerou uma catástrofe socioeconômica mundial de ampla escala e explicitou a importância da credibilidade da ciência para o desenvolvimento de vacinas (MIZUTA *et al.*, 2018) e, conseqüentemente, para a manutenção da vida humana na Terra.

5.4.3 - MODELO MATEMÁTICO PARA DETERMINAR O NÚMERO DE INFECTADOS POR UMA DOENÇA

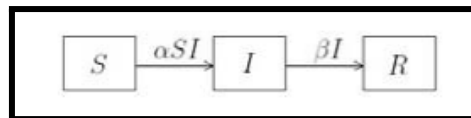
Como visto anteriormente, diversas enfermidades que surgiram inesperadamente surpreenderam inúmeros países por conta de sua velocidade de propagação e grande letalidade, fazendo com que esses precisassem estudá-las e entendê-las o mais rápido possível. Dentre as medidas tomadas para este viés, está a previsão estatística do número de indivíduos que seriam contaminados por determinada doença em um certo período de tempo, sendo este valor de suma importância para mensurar com que velocidade a doença se espalharia e os impactos socioeconômicos que essa teria sobre a região afetada.

Com isso, diversos modelos matemáticos foram desenvolvidos para este fim e, dentre eles, está o modelo SIR, criado por Kermack e McKendrick no ano de 1927, e esse considera o comportamento da sociedade distribuída em 3 grupos (DE BARROS, 2007):

- O primeiro (“S”) refere-se às pessoas suscetíveis, ou seja, os indivíduos que não sofreram a infecção pela enfermidade.
- O segundo (“I”) corresponde às pessoas que foram contaminadas pela doença.
- Já a terceira (“R”) refere-se ao grupo de indivíduos considerados removidos e, portanto, aqueles que foram curados ou que não sobreviveram aos sintomas da enfermidade.

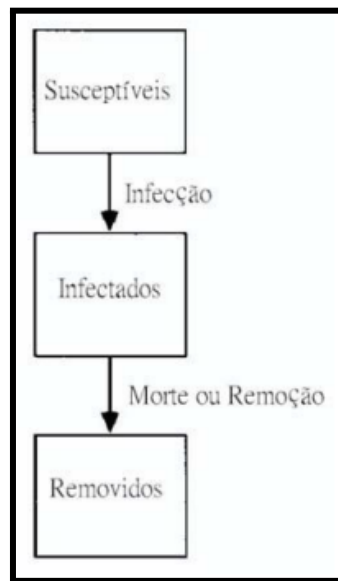
Os grupos em questão e como eles são entendidos pelo modelo SIR podem ser observados através das figuras 12 e 13:

Figura 12: Esquema 1 que ilustra o modelo SIR.



Fonte: LUIZ, 2012.

Figura 13: Esquema 2 que ilustra o modelo SIR.



Fonte: DE BARROS, 2007

As taxas de variação para cada um dos grupos são expressas como $\frac{dS}{dt}$, $\frac{dI}{dt}$ e $\frac{dR}{dt}$, e o número total de indivíduos de uma população (“N”) é descrito da forma $N = S + I + R = constante$ (DE BARROS, 2007). Além disso, o modelo matemático SIR tem como base 2 conceitos: a taxa de variação de S é diretamente proporcional à quantidade de encontros ocorridos entre os grupos S e I e a taxa de variação de R é diretamente proporcional ao grupo de indivíduos infectados (DE BARROS, 2007). Utilizando-se dos referidos preceitos, e considerando-se a taxa de infecção como sendo equivalente a “ αSI ”, defini-se as equações 9 à 12 (LUIZ, 2012):

$$\frac{dS}{dt} = -\alpha SI \quad (9)$$

$$\frac{dI}{dt} = \alpha SI - \beta I \quad (10)$$

$$\frac{dR}{dt} = \beta I \quad (11)$$

$$\frac{dS}{dt} + \frac{dI}{dt} + \frac{dR}{dt} = 0 \quad (12)$$

Onde:

S : pessoas suscetíveis

I : pessoas contaminadas pela doença

R : indivíduos curados ou que não sobreviveram aos sintomas da doença

t : intervalo de tempo

α : taxa de propagação da doença

β : taxa de cura da doença

Considerando-se “ α ” como sendo a taxa de propagação da enfermidade, “ β ” a taxa de cura da doença em questão e “ S_0 ” o número inicial de indivíduos tidos como suscetíveis, pode-se determinar o número de infectados I através equação 13 (LUIZ, 2012):

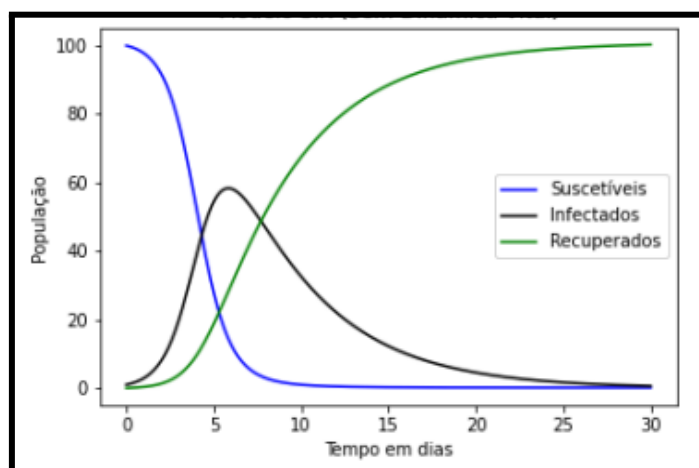
$$I = N - S + \frac{\beta}{\alpha} \cdot \ln \frac{S}{S_0} \quad (13)$$

Onde:

S_0 : quantidade inicial de pessoas suscetíveis

N : número total de indivíduos da população analisada

Figura 14: Gráfico do modelo matemático SIR.



Fonte: LIMA, 2021.

Através da figura 14, pode-se verificar o comportamento gráfico para cada um dos três grupos citados, evidenciando como cada linha possui formato diferente. Além disso, é de suma importância que este tipo de gráfico seja produzido durante a ocorrência de uma pandemia ou epidemia, a fim de informar a população acerca do número de indivíduos infectados naquele momento e fazer com que elas e o governo implementem e pratiquem cuidados mais expressivos, como a aplicação do distanciamento social por exemplo.

6 - CONCLUSÃO

Após observar e analisar os modelos matemáticos apresentados e como eles são aplicados para as mais diversas áreas, pode-se concluir como o conteúdo relacionado às EDOs é amplamente versátil e importante para a sociedade, fazendo com que os investimentos e incentivos voltados para o estudo deste conceito em escolas e universidades seja necessário. Para a área da medicina observou-se que para o enfrentamento de uma pandemia como a da COVID-19 e gripe espanhola os modelos matemáticos são de grande ajuda para a previsão do

número de infectados e, com base neste dado, a decidir as medidas de proteção que serão aplicadas. Já para a ecologia, dado o contexto atual no qual atividades humanas ambientalmente nocivas são cada vez mais praticadas, é necessário e de grande ajuda buscar prever o número de indivíduos de uma espécie presentes em determinado local através de EDOs desenvolvidas para tal, servindo como auxílio para a tentativa de mensurar o dano causado aos indivíduos e ao habitat em questão. Considerando-se o grande potencial da química nuclear, tanto construtivo, referindo-se à forma de energia nuclear, como destrutivo, em relação aos desastres como o de Chernobyl, vê-se a importância de utilizar modelos matemáticos nesta área, visando mensurar o dano ou o impacto positivo que os compostos radioativos terão na sociedade. Por fim, as EDOs podem ser determinantes para a ciência forense, pois conseguem auxiliar na obtenção de provas fundamentais para a conclusão da investigação de diversos atos criminais. Com isso, fica evidente como o referido conteúdo matemático e seus conceitos interligam diversas áreas do conhecimento, e como a pesquisa realizada sob as equações diferenciais ordinárias é fundamental para solucionar questões e problemas reais acerca dos mais diversos âmbitos.

7 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALVES, Wendel Botelho. Sobre a datação por decaimento radioativo. CONNECTION LINE - REVISTA ELETRÔNICA DO UNIVAG. Mato Grosso, 2014. Disponível em: <http://periodicos.univag.com.br/index.php/CONNECTIONLINE/article/viewFile/122/373>. Acesso em: 10 nov. 2022.
- ARANTES DO AMARAL, João Alberto. Pesquisa em Educação: Uma abordagem prática. São Paulo, 2021. Disponível em:

https://www.amazon.com/dp/B091NTMYT5/ref=sr_1_20?dchild=1&keywords=pesquisa+em+educa%C3%A7%C3%A3o+pr%C3%A1tica&qid=1617751558&sr=8-20.

Acesso em: 17 nov. 2022.

- AZEVEDO, Andeson Lisboa de Oliveira; SILVA, Kleyfton Soares da. Incentivo ao estudo e ensino da química nuclear no ensino médio. VII CONNEPI-Congresso Norte Nordeste de Pesquisa e Inovação. Tocantins, 2012. Disponível em: <https://propi.ifto.edu.br/ocs/index.php/connepi/vii/paper/view/5201>. Acesso em: 5 nov. 2022.
- BRANNAN, James R.; BOYCE, William E. Equações Diferenciais uma Introdução a Métodos Modernos e suas Aplicações. São Paulo: Grupo GEN, 2008. 978-85-216-2337-3. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2337-3/>. Acesso em: 28 dez. 2021.
- BRONSON, Richard; COSTA, Gabriel. B. Equações Diferenciais. São Paulo: Grupo A, 2008. 9788577802982. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788577802982/>. Acesso em: 29 dez. 2021.
- CAIN, Michael L. *et al.* Ecologia. São Paulo: Grupo A, 2018. 9788582714690. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788582714690/>. Acesso em: 29 jun. 2022.
- CASTILHO, Maria Augusta; DE LIMA SUGUIMOTO, Djmes Yoshikazu. Chernobyl - a catástrofe. Revista da Universidade Vale do Rio Verde. Minas Gerais, 2014. Disponível em: <http://periodicos.unincor.br/index.php/revistaunincor/article/view/1506>. Acesso em: 7 nov. 2022.

- ÇENGEL, Yunus A.; PALM III, William J. Equações Diferenciais. São Paulo: Grupo A, 2014. 9788580553499. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788580553499/>. Acesso em: 29 dez. 2021.
- DE BARROS, Aline Mide Romano. Modelos matemáticos de equações diferenciais ordinárias aplicados à epidemiologia. Revista de Ciências Exatas e Tecnologia. Minas Gerais, 2007. Disponível em: <https://revista.pgskroton.com/index.php/rcext/article/view/2382>. Acesso em: 19 nov. 2022.
- DE SOUZA TAVARES, Elcio Correia; LEITE, Raphael Bender Chagas. A lei do resfriamento de Newton: aliando teoria e prática. Congresso Nacional de Educação. Pernambuco, 2018. Disponível em: http://www.editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2018/TRABALHO_EV117_M D1_SA16_ID5729_16092018104836.pdf. Acesso em: 10 out. 2022.
- DOS SANTOS, William Alves. Introdução às técnicas de datação por decaimento radioativo. Departamento de Física da Universidade Estadual de Maringá. 2017. Disponível em: <http://www.dfi.uem.br/fisicaold/site.dfi.uem.br/wp-content/uploads/2018/01/010William-Alves-dos-santos-Bacharelado-2017.pdf>. Acesso em: 10 nov. 2022.
- DUPUY, Jean-Pierre. A catástrofe de Chernobyl vinte anos depois. Estudos Avançados. São Paulo, 2007. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0103-40142007000100019>. Acesso em: 10 nov. 2022.
- FACHONE, Patrícia; VELHO, Léa. Ciência forense: interseção justiça, ciência e tecnologia. Revista Tecnologia e Sociedade, v. 3, n. 4. Paraná, 2007. Disponível em: <https://revistas.utfpr.edu.br/rts/article/view/2498>. Acesso em: 23 set. 2022.

- FREITAS, André Ricardo Ribas *et al.* Análise da gravidade da pandemia de Covid-19. Epidemiologia e serviços de saúde. Brasília, 2020. Disponível em: <https://www.scielo.org/pdf/ress/2020.v29n2/e2020119/pt>. Acesso em: 17 nov. 2022.
- FRUEHWIRTH, Marcelo *et al.* Técnicas de Biologia Molecular Aplicadas a Perícia e Ciência Forense. Derecho y Cambio Social. Lima, 2015. Disponível em: https://www.derechoycambiosocial.com/revista042/TECNICAS_DE_BIOLOGIA_MOLECULAR.pdf. Acesso em: 28 set. 2022.
- FUGESP. Juramento de Hipócrates. 2011. Disponível em: http://www.fugesp.org.br/medicina_cultura_juramento_Hipocrates.asp. Acesso em: 17 nov. 2022.
- GRID ARENDAL. The continental scale of the Chernobyl accident. 2007. Disponível em: http://www.grida.no/graphicslib/detail/thecontinental-scale-of-the-chernobylaccident_12e3. Acesso em: 10 nov. 2022.
- GUSMÃO, Sebastião. História da Medicina: evolução e importância. JBNC - Jornal Brasileiro de Neurocirurgia. Paraná, 2004. Disponível em: https://scholar.google.com.br/scholar?cluster=11068374788638546334&hl=pt-BR&as_sdt=0.5. Acesso em: 17 nov. 2022.
- HOCHMAN, Gilberto; BIRN, Anne-Emanuelle. Pandemias e epidemias em perspectiva histórica: uma introdução. Revista Topoi. Rio de Janeiro, 2021. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/topoi/a/5CBkgzdhNysd9DGCCrfjN3J/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 17 nov. 2022.

- International Energy Agency. Electricity Information. 2018. Disponível em: <https://www.iea.org/data-and-statistics/data-product/electricity-information>. Acesso em: 5 nov. 2022.
- J. SANTOS, Reginaldo. Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias. Matemática UFMG. 2011. Disponível em: http://www.dma.ufv.br/downloads/MAT%20147/2015-I/listas/Apostila_EDO%20-%20MAT%20147%20-%202015-I.pdf. Acesso em: 17 nov. 2022.
- LEÃO BARROS, José Lucas *et al.* Aplicação das equações diferenciais no estudo do resfriamento de blocos cerâmicos: análise do conforto térmico. Revista FENEC. Paraíba, 2017. Disponível em: <https://www.revista.fenec.com.br/wp-content/uploads/2020/12/20-APLICACAO-DA-S-EQUACOES-DIFERENCIAIS-NO-ESTUDO-DO-RESFRIAMENTO.pdf>. Acesso em: 10 out. 2022.
- LIMA, João Paulo De Oliveira. Sistemas Complexos aplicados a modelos epidemiológicos. Physicae Organum. Brasília, 2021. Disponível em: <https://go.gale.com/ps/i.do?id=GALE%7CA662494720&sid=googleScholar&v=2.1&it=r&linkaccess=abs&issn=2446564X&p=AONE&sw=w&userGroupName=unifesp.br>. Acesso em: 22 nov. 2022.
- LUIZ, Mônica Helena Ribeiro. Modelos matemáticos em epidemiologia. Biblioteca da UNESP. São Paulo, 2012. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/94348/luiz_mhr_me_rcla.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 19 nov. 2022.
- MEIRELES, Victória. O que um perito criminal leva em sua maleta?. Polícia Civil do Espírito Santo. 2022. Disponível em:

<https://pc.es.gov.br/Not%C3%ADcia/o-que-um-perito-criminal-leva-em-sua-maleta>.

Acesso em: 29 set. 2022.

- MIZUTA, Amanda Hayashida *et al.* Percepções acerca da importância das vacinas e da recusa vacinal numa escola de medicina. Revista Paulista de Pediatria. São Paulo, 2018. Disponível em:

<https://www.scielo.br/j/rpp/a/t8T6KKsDzP5GM6vc5rvPjrR/?format=pdf&lang=pt>.

Acesso em: 17 nov. 2022.

- MONIZ, Gonçalo. Relatório. Bahia: Imprensa Oficial do Estado. 1921. Disponível em: <https://www.obrasraras.fiocruz.br/media.details.php?mediaID=239>. Acesso em: 19 nov. 2022.

- PEREIRA, Ivaneide Magali; BARBOSA, Claudemir Miranda. Teoria e prática na lei de resfriamento de Newton. Ensino da Matemática em Debate, v. 5, n. 1, p. 45-53. São Paulo, 2018. Disponível em:

<https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/36689/25614>. Acesso em: 10 out.

2022.

- SCHWARCZ, Lilia Moritz; STARLING, Heloisa Murgel. A bailarina da morte: a gripe espanhola no Brasil. Companhia das Letras. São Paulo, 2020. Disponível em:

<https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=dkn8DwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PT4&dq=gripe+espanhola+pandemia&ots=J7zZIBoT19&sig=IcsCTGsNcXaNDF3xA0opcZjVaWk#v=onepage&q=gripe%20espanhola%20pandemia&f=false>.

Acesso em: 17 nov. 2022.

- SEBASTIANY, Ana Paula *et al.* A utilização da Ciência Forense e da Investigação Criminal como estratégia didática na compreensão de conceitos científicos. Educ. quím. Cidade do México, v. 24, n. 1, p. 49-56, 2013. Disponível em:

<http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0187-893X2013000100009&lng=es&nrm=iso>. Acesso em: 23 set. 2022.

- SILVA, CPG *et al.* Produção de radioisótopos. Comissão Nacional de Energia Nuclear. Rio de Janeiro, 1987. Disponível em: <http://repositorio.ipen.br/bitstream/handle/123456789/12946/017560001.pdf?sequence=1>. Acesso em: 5 nov. 2022.
- SOUZA, Alvaro Serafim Ferreira de *et al.* Radioquímica e Química Nuclear. Instituto de Engenharia Nuclear. Rio de Janeiro, 2014. Disponível em: <http://carpedien.ien.gov.br/bitstream/ien/604/1/RADIOQUIMICA%20E%20QU%20C%20MICA%20NUCLEAR.pdf>. Acesso em: 5 nov. 2022.
- TOWNSEND, Colin R. *et al.* Fundamentos em Ecologia. São Paulo: Grupo A, 2011. 9788536321684. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788536321684/>. Acesso em: 26 jun. 2022.