

<https://doi.org/10.47370/2072-0920-2022-18-1-115-121>

УДК 338.45

© 2022

Поступила 01.02.2022

Received 01.02.2022



Принята в печать 03.03.2022

Accepted 03.03.2022

*Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов / The author declare no conflict of interests*

ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ / ORIGINAL ARTICLE

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИСТЕМ ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ И БИЗНЕС-ГРУПП

Николай А. Яровой

*ФГБОУ ВО «Майкопский государственный технологический университет»;  
ул. Первомайская, д. 191, г. Майкоп, 385000, Российская Федерация*

**Аннотация.** Рассматривается система промышленных предприятий, представляющих собой бизнес-группу, совместно производящую некоторый итоговый продукт, поставляя в него свою частную продукцию. Так как мощности предприятий различны, то продукция ими выпускается не в пропорциональных объемах, что ведет одновременно как к затовариванию, так и к образованию дефицита отдельных составляющих итогового продукта. Это ведет к снижению общей эффективности деятельности бизнес-группы и к нестабильности работы ее отдельных предприятий. В исследовании поставлена задача, используя базовые понятия теории активных систем, разработать математическую модель и механизм согласованной и справедливо оцениваемой деятельности предприятий. В основе предлагаемой модельной конструкции лежат следующие требования: частная продукция должна поставляться предприятиями в необходимых пропорциях, а штрафные санкции к ним за невыполнение заданий должны характеризоваться единым штрафным коэффициентом. В частности, в развитие известных подходов согласования противоречивых интересов двух различных хозяйствующих субъектов предложено:

- уточнить область согласованных решений за счет ее расширения, учитывающего не только возможность превышения оптимального задания предприятию, но и его занижения;
- сформировать критерий назначения штрафных коэффициентов, как равенство нижнего значения области допустимых решений более сильного предприятия и верхнего значения области допустимых решений более слабого предприятия.

Осуществлено обобщение решения задачи на случай произвольного числа предприятий. Разработан общий алгоритм решения задачи, включающий определение двух критических предприятий, расчет для них допустимого (согласованного) объема выпуска продукта, расчет соответствующего штрафного коэффициента и значений выпуска индивидуальной продукции для каждого предприятия. Приведен иллюстративный пример.

**Ключевые слова:** бизнес-группы промышленных предприятий, теория активных систем, коэффициент штрафных санкций, область согласованных решений

Для цитирования: Яровой Н.А. Моделирование взаимодействия производственных систем промышленных предприятий и бизнес-групп // Новые технологии. 2022. Т. 18, № 1. С. 115-121. <https://doi.org/10.47370/2072-0920-2022-18-1-115-121>

## SIMULATION OF INTERACTION OF PRODUCTION SYSTEMS OF INDUSTRIAL ENTERPRISES AND BUSINESS GROUPS

Nikolai A. Yarovoy

FSBEI HE «Maikop State Technological University»;  
191 Pervomaiskaya str., Maikop, 385000, the Russian Federation

**Abstract.** The article considers the system of industrial enterprises constituting a business group, jointly producing some final product, supplying it with their private products. Since, in general, the capacities of enterprises are different, their products are not produced in proportional volumes, which simultaneously leads to both overstocking and the formation of a shortage of individual components of the final product. This leads to a decrease in the overall efficiency of the business group and to the instability of its individual enterprises. In the study, the task has been set to develop a mathematical model and a mechanism for a coordinated and fairly evaluated activity of enterprises using the basic concepts of the theory of active systems. The proposed model design is based on the requirements: private products must be supplied by enterprises in the required proportions, and penalties for failure to complete tasks must be characterized by a single penalty coefficient. In particular, in the development of well-known approaches to reconcile the conflicting interests of two different economic entities, it is proposed:

- to clarify the area of agreed decisions by expanding it, taking into account not only the possibility of exceeding the optimal task for the enterprise, but also its underestimation;
- to form a criterion for assigning penalty coefficients, as the equality of the lower value of the region of feasible solutions of a stronger enterprise and the upper value of the region of feasible solutions of a weaker enterprise.

The solution of the problem is generalized to the case of an arbitrary number of enterprises. A general algorithm for solving the problem has been developed, including determining two critical enterprises, calculating the allowable (agreed) volume of product output for them, calculating the corresponding penalty coefficient and the values of output of individual products for each enterprise. An illustrative example has been given.

**Keywords:** business groups of industrial enterprises, active systems theory, penalty coefficient, area of agreed decisions

**For citation:** Yarovoy N.A. Simulation of interaction of production systems of industrial enterprises and business groups. *New technologies*. 2022;18(1):115-121. <https://doi.org/10.47370/2072-0920-2022-18-1-115-121>

### Постановка задачи

Имеется  $n$  различных предприятий, совместно производящих некоторый продукт, распределяя между собой задания, дополняющие друг друга в процессе изготовления этого продукта. Например, для выпуска автомобиля нужны детали кузова, ходовой части, мотор, шины,

стекла и т.д. То есть, предприятия изготавливают отдельные составляющие данного продукта.

Организационная форма этой совокупности промышленных предприятий (ПП) может быть различной: кластер, консорциум, концерн и пр. Пусть на единицу общего продукта необходимо

продукции частных предприятий в объемах, задаваемых вектором:

$$(w_1, w_2, \dots, w_n). \quad (1)$$

Например: для выпуска одного автомобиля необходим один стартер, одно лобовое стекло, две фары, пять шин, один руль и т.д. То есть, вектор (1) в данном примере приобретает вид: (1, 1, 2, 5, 1, ...).

Естественно, что все предприятия имеют различные мощности и условия функционирования. Поэтому исходя из своих конкретных условий они будут выпускать несбалансированные между собой объемы своей продукции. Для бизнес-группы важно, чтобы эти предприятия работали согласованно. Оптимальный вариант выпуска частной продукции этими предприятиями

$$(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2)$$

будет достигнут при условии:

$$x_i/w_i = v - \text{const} \text{ (относительно } i). \quad (3)$$

Это главный критерий совместной работы группы предприятий. В (3) показатель  $v$  характеризует объем продукции, выпущенной всей группой предприятий. При этом некоторым предприятиям придется работать с повышенным напряжением, другие же будут недогружены (не полностью используют свои производственные мощности).

И в том и в другом случае предприятия недополучат свою выгоду. «Принудить» их к согласованной работе должны назначаемые штрафы за невыполнение

запланированных работ. Так как предприятия работают в рамках одной бизнес-группы, то штрафные коэффициенты должны быть для них равными:

$$k_i = k. \quad (4)$$

Анализ базового алгоритма теории активных систем для согласования противоречивых интересов хозяйствующих субъектов.

Предприятие, стабильно работающее в стационарной среде погружения, характеризуется значением загрузки, которое обеспечивает ему получение максимальной выручки. Это точка оптимума зависимости выручки от нагрузки. В [1] показано, что в окрестности этой точки исследуемая зависимость может быть описана параболой. Действительно, пусть затраты  $i$ -го предприятия на выпуск продукции в объеме  $x_i$  имеет квадратичную зависимость [1]:

$$z_i = a_i x_i^2. \quad (5)$$

Тогда выручка этого предприятия при выпуске продукции в объеме  $x_i$  при цене реализации единицы продукции равной  $c_i$ , будет задана соотношением:

$$y_i = c_i x_i - a_i x_i^2. \quad (6)$$

Зависимость (6) на рис. 1 представлена внешней параболой. Здесь и далее для упрощения рассуждений там, где это возможно, нижний индекс  $i$  будет опущен. Очевидно, что любое предприятие стремится максимизировать свою прибыль  $y$ . В условиях сделанных

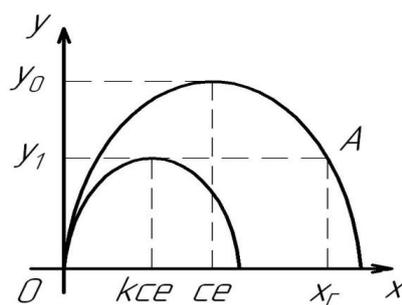


Рис. 1. Геометрическая иллюстрация зависимости выручки предприятия от объема произведенной продукции (заимствован в [1])

Fig. 1. Geometric illustration of the dependence of a company's revenue on the volume of manufactured products (borrowed in [1])

предположений она достигается в точке  $(x_0, y_0)$  с абсциссой:

$$x_0 = \frac{c}{2a} = c \cdot e \quad (7)$$

В соотношении (7) обозначено  $\dot{a} = \frac{1}{2a}$ .

В [1] этот коэффициент называется показателем эффективности деятельности предприятия. При этом ордината исследуемой точки равна:

$$y_0 = y(x_0) = 0.5 \cdot c^2 \cdot e \quad (8)$$

Она соответствует максимальной выручке предприятия.

В [1] описанная модельная постановка используется для развития так называемого «метода согласования интересов хозяйствующих субъектов (ХС) различного уровня управления». В нашем случае в качестве таких ХС на нижнем уровне управления выступают выше описанные взаимодействующие предприятия, а на верхнем уровне управления – общий центр управления бизнес-группой (кластером) ПП.

Как правило, на практике интересы верхнего уровня управления и конкретных предприятий нижнего уровня не совпадают. В [1], например, рассмотрен случай, когда предприятию необходимо выполнить работу в объеме  $x_z > x_0$ . В этом случае предприятие естественно не «желает» выполнить установленный ему план. Действительно, для этого ему необходимо привлечь дополнительные ресурсы: производственные мощности, совершенствовать организацию производства (усложнять его структуру, усиливать систему мотивации). Но при этом предприятие получает меньшую прибыль, так как, очевидно, что  $y(x_z) < y_0$ .

В [1] управление таким предприятием предлагается осуществить за счет введения штрафов за невыполнение им плана. Штраф состоит в уменьшении цены за произведенную продукцию. Осуществляется эта процедура за счет введения штрафного коэффициента  $k$ , где  $0 < k < 1$ .

То есть, при невыполнении плана назначается новая цена равная  $\tilde{p}_1 = k \cdot c$ .

В сформулированных условиях целевую функцию предприятия (его экономический интерес) можно записать посредством системы из двух аналитических выражений. Это:

$$y(x, k) = cx - ax^2, \text{ если } x \geq x_z \text{ и } y(x, k) = kcx - ax^2, \text{ если } x < x_z. \quad (9)$$

Вторая зависимость системы соотношений (9) графически также представлена на рис. 1. Это внутренняя (меньшая) парабола, которая имеет максимум в точке:

$$x_1 = k \cdot e \cdot c. \quad (10)$$

Это наибольшая выручка предприятия при невыполнении им плана. При этом значение выручки равно

$$y_1 = \frac{1}{2} \cdot k^2 \cdot c^2 \cdot e. \quad (11)$$

На оси ОХ выделяют точку  $x_{g2}$ . Это абсцисса точки А. В ней большая парабола пересекается с горизонтальной прямой, имеющей ординату  $y_1$  (11), см. рис. 1. Таким образом, точка  $x_{g2}$  определяется из уравнения:

$$cx - ax^2 = k^2 c^2 / 4a. \quad (12)$$

Если верхний уровень управления задает предприятию план  $x_z$ , для которого выполняется условие  $ce \leq x_z \leq x_{g2}$ , то предприятию выгодно его выполнить. В этом случае его выручка будет меньше значения, заданного выражением (8), но она будет больше значения (11) – максимально возможного при невыполнении плана. Если устанавливаемый план  $x_z \geq x_{g2}$ , то предприятию его выгодно не выполнять, а гарантировать себе выручку в объеме (11), выполнив нагрузку в объеме  $x_1$  (см. (10)).

Неизвестное значение  $x_{g2}$  легко находится из соотношения (12). Очевидно, что это наибольший корень квадратного уравнения (12):

$$x_{g2} = ce(1 + (1 - k)^{0.5}). \quad (13)$$

Основываясь на выше приведенных рассуждениях, отрезок

$$[ce; x_{g2}] \quad (14)$$

называется в [1] областью согласованных решений.

Представленный механизм регулирует взаимодействие указанных двух уровней управления. Верхний задает план в границах отрезка (14), а нижний выполняет его. Чтобы увеличить область согласованных решений, верхний уровень должен уменьшить значение коэффициента  $k$ .

### Развитие метода

Развитие данного метода осуществлялось в научных исследованиях в различных направлениях. В работе [2] сняты ограничения на вид функции затрат (5) и функции дохода (6). Функцию дохода предлагается найти регрессионным способом по результатам экспериментального наблюдения за процессом производства продукции. Это позволило ввести реальные показатели эффективности предприятия и выразить через них и штрафные коэффициенты, и границы области допустимых значений.

В работе [3] рассмотрены три иные различные практические постановки задачи:

1. Определение компромиссного задания для системы ХС нижнего уровня управления, соединенных последовательно (то есть, последовательно выполняющих один объем работы).

2. Определение справедливого распределение нагрузки, параллельно работающих ХС, с условием выполнения ими общего плана работ.

3. Для совместно работающих в оптимальном режиме ХС рассмотрен вариант увеличения общей нагрузки. Необходимо определить для каждого ХС параметры управления  $k$  и  $x_r$ .

*Дальнейшее развитие метода в настоящем исследовании осуществляется для указанной выше постановки и состоит в следующих аспектах:*

а) Уточнение области согласованных решений.

Согласно нашей постановке задачи от предприятия могут потребовать не только увеличения объема выпуска продукции, но и ее уменьшения. Поэтому у нас область согласованных решений имеет вид:  $[x_{g1}; x_{g2}]$ . Здесь  $x_{g1}$  меньший корень квадратного уравнения (9):

$$x_{g1} = ce(1 - (1 - k)^{0.5}). \quad (15)$$

б) Формирование критерия назначения штрафных коэффициентов.

Рассмотрим случай двух предприятий с различными параметрами, соответственно:  $x_{01} = c_1e_1$ ,  $[x_{g11}; x_{g12}]$  и  $x_{02} = c_2e_2$ ,  $[x_{g21}; x_{g22}]$ .

Переменные  $x_i$  разномасштабные, поэтому переходим по формулам (3) от  $x_i$  к  $v$ . Теперь для параметров рассматриваемых ХС (ПП) будем иметь:

$$v_{01} = (c_1e_1)/w_1, v_{02} = (c_2e_2)/w_2, \quad (16)$$

$$v_{g1j} = (c_1e_1)(1 \pm (1 - k)^{0.5})/w_1, v_{g2j} = (c_2e_2)(1 \pm (1 - k)^{0.5})/w_2. \quad (17)$$

Расположение этих параметров по оси  $0v$  см на рис. 2.

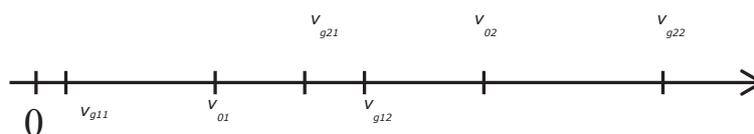
Очевидно, что согласованное решение должно находиться между  $v_{01}$  и  $v_{02}$ . При этом необходимо установить такие штрафные коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$ , чтобы пересечение областей  $[v_{g11}; v_{g12}]$  и  $[v_{g21}; v_{g22}]$  не было пустым. Другое требование к штрафным коэффициентам вытекает из принципа справедливости: штрафные коэффициенты должны быть равны между собой (4).

Если границы будут расположены так, как на рисунке 2, то существует целая область допустимых решений. Для получения единственного решения и минимизации штрафных санкций следует потребовать, чтобы:

$$v_{g12} = v_{g21}. \quad (18)$$

*То есть, условия (4) и (18) дают искомое решение.*

в) *Обобщение решения на случай  $n$  предприятий.*



**Рис. 2.** Пересечение областей согласованных решений двух предприятий, выраженных через общий параметр  $v$

**Fig. 2.** The intersection of the areas of agreed decisions of two enterprises, expressed in terms of a common  $v$  parameter

Расширим рис. 2, включив в него данные обо всех  $n$  предприятиях. Очевидно, что критическими являются два крайних предприятия: если их интересы будут соблюдены, то автоматически решаются проблемы остальных предприятий бизнес-группы.

Таким образом, алгоритм решения задачи будет следующим:

1. Определяются два критических предприятия.

2. Для них совместно решаем уравнения (4) и (18). Получаем допустимое (согласованное) для всех предприятий значение  $v$ .

3. По  $v$  с помощью (1) и (3) находим искомые значения  $x_i$ .

#### Иллюстративный пример

Имеем три предприятия, совместно производящие некоторую продукцию. Пусть первое предприятие характеризуется параметрами  $c_1 = 6$  и  $a_1 = 0,15$ . Легко рассчитать:  $x_{01} = 20$ ;  $y_{01}(20) = 60$ . Аналогично получаем для второго и третьего предприятия:

$$c_2 = 10; a_2 = 0,02; x_{02} = 250; y_{02}(250) = 1250.$$

$$c_3 = 12; a_3 = 0,10; x_{03} = 60; y_{03}(60) = 360.$$

Пусть также вектор (1) в нашем примере имеет вид: (1, 10, 4). Тогда

оптимальные значения для наших предприятий согласно (16) будут соответственно равны:  $v_{01} = 20$ ,  $v_{02} = 25$ ,  $v_{03} = 15$ .

Из предыдущих расчетов следует, что критическими являются предприятия 3 и 2. Уравнение (18) для них имеет вид:  $15(1 + (1 - k)^{0,5}) = 25(1 - (1 - k)^{0,5})$ . Откуда легко следует:  $k = 0,9375$ , и согласованно выпускаемый объем продукции равен  $v = 18,75$ . При этом первое предприятие выпустит продукции  $x = 18,75$  (вместо желаемой загрузки производства в объеме 20 усл. ед.), второе  $x = 187,5$  (вместо 250), а третье – 75 (вместо 60). Их реальная прибыль составит соответственно:  $y_1(18,75) = 59,77$  (вместо 60),  $y_2(187,5) = 1175,88$  (вместо 1250),  $y_3(75) = 337,5$  (вместо 360).

#### Выводы

1. Формализована постановка задачи справедливого распределения нагрузки на совместно работающие предприятия, производящие различную продукцию для выпуска одного продукта (выявлен согласованный объем конечного продукта, выпускаемого с одинаковым штрафным коэффициентом).

2. Развита метод согласования противоречивых интересов предприятий указанной бизнес-группы.

3. Приведен иллюстративный пример.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

- Новиков Д.А. Теория управления организационными системами. М.: МПСИ, 2005. 584 с.
- Лябах Н.Н., Колесников М.В., Бакалов М.В. Моделирование деятельности транспортных предприятий // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. 2018. № 1 (69). С. 72–77.
- Шаповалова Ю.В. Повышение эффективности и безопасности функционирования транспортно-технологических систем на основе процессной организации производства:

05.22.01 «Транспортные транспортно-технологические системы страны, ее регионов и городов, организация производства на транспорте» (от 17.01.2022).

**REFERENCES:**

1. Novikov D.A. Theory of management of organizational systems. Moscow: MPSI; 2005. (In Russ.)
2. Lyabakh N.N., Kolesnikov M.V., Bakalov M.V. Modeling of activities of transport enterprises. Bulletin of the Rostov State University of Communications. 2018;1(69):72–77. (In Russ.)
3. Shapovalova Yu.V. Improving the efficiency and safety of the functioning of transport and technological systems based on the process organization of production: 05.22.01 «Transport transportation and technological systems of a state, its regions and cities, organization of production in transport» (dated 17.01.2022). (In Russ.)

***Информация об авторе / Information about the author***

---

**Николай Алексеевич Яровой**, младший научный сотрудник НИЦ Цифровых, интеллектуальных и инновационных технологий ФГБОУ ВО «Майкопский государственный технологический университет»  
тел.: 8 (952) 544 87 20

**Nikolai A. Yarovoy**, a junior researcher of the SRC for Digital, Intelligent and Innovative Technologies, FSBEI HE «Maikop State Technological University»  
tel.: 8 (952) 544 87 20