

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
CURSO DE ENGENHARIA NAVAL

MAX TEIXEIRA JUNIOR

DESENVOLVIMENTO DE UMA FERRAMENTA PARA DIMENSIONAMENTO DE
LINHAS DE ANCORAGEM EM CATENÁRIA PARA ESTRUTURAS FLUTUANTES

Joinville

2019

MAX TEIXEIRA JUNIOR

DESENVOLVIMENTO DE UMA FERRAMENTA PARA DIMENSIONAMENTO DE
LINHAS DE ANCORAGEM EM CATENÁRIA PARA ESTRUTURAS FLUTUANTES

Trabalho apresentado como requisito para
obtenção do título de bacharel no Curso de
Graduação em Engenharia Naval do Centro
Tecnológico de Joinville da Universidade
Federal de Santa Catarina.

Orientador: Dr. Thiago Pontin Tancredi

MAX TEIXEIRA JUNIOR

**DESENVOLVIMENTO DE UMA FERRAMENTA PARA DIMENSIONAMENTO DE
LINHAS DE ANCORAGEM EM CATENÁRIA PARA ESTRUTURAS FLUTUANTES**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de bacharel em Engenharia Naval, na Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Joinville, 19 de novembro de 2019.

Prof. Luís Fernando Peres Calil, Dr. Eng.
Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Thiago Pontin Tancredi, Dr. Eng.
Orientador

Prof. Luís Fernando Peres Calil, Dr. Eng.
Membro

Prof. Marcos Alves Rabelo, Dr. Eng.
Membro

Prof. Leonardo Moreto Elias
Membro

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu pai por ter acreditado em mim em momentos em que eu mesmo estava com dúvidas. Sem o apoio dele eu não teria chegado ao final da graduação.

Agradeço a Milena pelo amor em forma de tolerância que me deu um porto seguro em algumas tempestades vividas por esses dias.

Agradeço a minha família que agiu como tal, me auxiliando em certos momentos e puxando minha orelha em outros.

Agradeço ao professor Thiago Pontin por ter ensinado não apenas o conteúdo, mas por ter ensinado também a pensar, a agir, e a amar minha profissão. O mundo precisa de mais pessoas como ele!

Agradeço aos meus amigos, que são a família longe de casa. Cito alguns aqui: Ladeira, Duarte, Marcel, Renan, Matheus, Farah, Bandil, Fifo, Kamienski e Azevedo, sem vocês eu também não teria chegado até aqui.

Por fim agradeço a ciência que apesar de não ter o interesse de revelar a verdade, revela de fato a verdade a aqueles que a buscam incessantemente.

Ela pensou que não fosse segurar a onda. Mas lembrou que ela é o próprio mar.

(Daniel Araújo).

RESUMO

Apresenta-se neste trabalho um estudo referente ao comportamento estático de um sistema de ancoragem constituído por linhas homogêneas dispostas em catenária inelástica. O trabalho inicia-se com uma revisão bibliográfica acerca da modelagem e solução do problema da catenária inelástica, além de descrever os principais materiais e critérios utilizados no projeto de sistemas de ancoragem de plataformas de petróleo. A seguir, enuncia-se o problema de projeto associado a ancoragem de plataformas utilizando-se múltiplas linhas espalhadas (spread mooring), o qual analisa o equilíbrio do sistema no plano de linha água quando este é sujeito a múltiplas forças ambientais. O desenvolvimento realizado utiliza-se de modelagem analítica e ferramentas computacionais do tipo MatLab para a implementação do modelo de otimização cuja resolução permite obter a posição de equilíbrio do sistema, dado um conjunto de linhas homogêneas e um força ambiental externa. Por fim, apresenta-se a modelagem, resolução e análise paramétrica de um sistema de ancoragem composto de duas linhas homogêneas diametralmente opostas dispostas em catenária inelástica. Os resultados obtidos são consistentes com o comportamento descrito na literatura e permitem que a pesquisa prossiga para a análise de sistemas compostos de n linhas.

Palavras chave: Ancoragem. Otimização. Catenária. Sistemas Flutuantes.

ABSTRACT

This paper presents a study concerning the static behavior of an anchorage system consisting of homogeneous lines arranged in inelastic catenary. The work begins with a literature review about the modeling and solution of the inelastic catenary problem, and describes the main materials and criteria used in the design of oil rig mooring systems. The following is the design problem associated with platform anchoring using multiple spread mooring lines, which analyzes the system equilibrium in the waterline plane when it is subjected to multiple environmental forces. The developed development uses analytical modeling and MatLab computational tools to implement the optimization model whose resolution allows to obtain the equilibrium position of the system, given a set of homogeneous lines and an external environmental force. Finally, we present the modeling, resolution and parametric analysis of an anchor system composed of two diametrically opposed homogeneous lines arranged in inelastic catenary. The results obtained are consistent with the behavior described in the literature and allow the research to proceed for the analysis of systems composed of n lines.

Keywords: Anchoring. Optimization Catenary. Floating systems.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Plataforma Deepwater Horizon em chamas após o acidente.	14
Figura 2 - Pelicano marrom tentando abrir as asas ao chegar na costa após ter sido coberto de óleo do derramamento da <i>Deepwater Horizon</i>	15
Figura 3 - Distribuição <i>Capex</i> e <i>Opex</i> por região geográfica.	16
Figura 4 - Porcentagem dos custos de <i>Copex</i> para sistemas em águas ultraprofundas.	16
Figura 5 - Vista de perspectiva de um sistema de ancoragem com 18 linhas.	19
Figura 6 - Segmento de catenária suspenso pelas extremidades.	21
Figura 7 - Configuração geométrica de uma linha de amarração.	22
Figura 8 - Ancoragem com linhas retesadas (à esquerda), e com linhas em catenária (à direita).	23
Figura 9 - Gráfico de cargas de ruptura conforme qualidade.	25
Figura 10 - Amarras.	26
Figura 11 - Exemplos de configuração de cabos de aço.	27
Figura 12 - Âncora de arrasto: não suporta cargas verticais.	29
Figura 13 - Sequência de instalação de um âncora de sucção.	29
Figura 14 - Definições geométricas e do sistema de coordenadas.	30
Figura 15 - Representação do conceito de duas linhas no plano	36
Figura 16 - Relações geométricas no plano quando a plataforma é deslocada.	38
Figura 17 - Representação gráfica do método iterativo para solução unidirecional.	40
Figura 18 - Descrição do passeio sofrido pela plataforma ao longo do tempo.	42
Figura 19 - Representação gráfica do procedimento para escolha da composição ótima de uma linha de ancoragem.	43
Figura 20 - Representação gráfica do procedimento para otimização do arranjo de ancoragem da plataforma.	44
Figura 21 - Exemplo de operador de cruzamento (à esquerda) e operador de mutação (à direita).	46
Figura 22 - Fluxograma do processo	47
Figura 23 - Comportamento das linhas quando variando a força horizontal.	49
Figura 24 - Comportamento do raio de ancoragem quando variado a força horizontal.	50
Figura 25 - Comportamento das linhas quando variado a densidade linear w	51
Figura 26- Comportamento das linhas quando variado a profundidade y	52
Figura 27 - Rigidez do sistema quando submetido a variação da força ambiental	54

Figura 28 - Representação de duas linhas em equilíbrio variando a força ambiental.	55
Figura 29 - Rigidez do sistema de duas linhas no plano	56
Figura 30 - Sobreposição dos casos de equilíbrio solucionados pelas funções <i>fmincon</i> e <i>ga</i> ..	56
Figura 31 - Rigidezes variando a densidade linear.....	58
Figura 32 - Variação do raio de ancoragem com a densidade linear.....	59
Figura 33 - Relação de compromisso entre raio de ancoragem e densidade linear.....	60
Figura 34 - Massa estimada do sistema	60
Figura 35 - Tensão de tração para cada caso de variação das linhas.....	61

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Valores de referência para %LDA.	18
Tabela 2 - Categorias de amarras para ancoragem offshore.....	24
Tabela 3 - Comparação de MBL para três tipos de linhas.....	28
Tabela 4 - Parâmetros de entrada para variação da força horizontal.....	49
Tabela 5 - Parâmetros de entrada para variação da densidade linear w	50
Tabela 6 - Parâmetros de entrada para variação da profundidade y	52
Tabela 7 - Parâmetros de entrada	54
Tabela 8 - Força ambiental imposta e respectivo passeio do sistema	54
Tabela 9 - Entradas para o código que soluciona o equilíbrio de duas linhas.....	55
Tabela 10 - Valores das forças ambientais aplicadas e seus respectivos passeios	55
Tabela 11 - Comparativo dos passeios sofridos mediante as diferentes funções utilizadas.....	57
Tabela 12 - Parâmetros de entrada para variação da densidade linear w	57

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

%LDA	Porcentagem da Lâmina D'água
AG	Algoritmos Genéticos
DNV	Det Norske Veritas
FPSO	Floating Production Storage and Offloading
MBL	Minimum Breaking Load
NSGA2	Algoritmo Genético de Ordenação não Dominado
TDP	Touch Down Point
GA	Genetic Algorithm

LISTA DE SÍMBOLOS

- F_x – força na direção do eixo X
- F_y – força na direção do eixo Y
- Δs – comprimento do elemento infinitesimal
- H_n – força horizontal n
- V_n – força vertical n
- T_n – tração da linha na direção n
- w – peso da linha por metro
- θ_n – ângulo com relação à horizontal na posição n
- Δx - comprimento do elemento infinitesimal na direção de x
- Δy – comprimento do elemento infinitesimal na direção de y
- $\{F\}$ – vetor das cargas ambientais
- $[k]$ – matriz de rigidez do sistema de ancoragem
- $\{d\}$ – vetor dos deslocamentos da unidade no plano
- M_{xy} – momento sobre a unidade devido às forças ambientais
- X – deslocamento linear da unidade nas direções x
- Y – deslocamento linear da unidade na direção y
- Ψ – rotação de unidade (variação do aproamento) em torno do eixo vertical
- $F(\theta)$ – força estática total na direção θ
- ρ – massa específica do fluido
- $c(\theta)$ – coeficiente de arrasto na direção θ
- $A(\theta)$ – área exposta na direção θ
- $v(\theta)$ – velocidade incidente na direção θ
- $F_t(\theta)$ – força em função do ângulo de incidência
- N_{linhas} – número de linhas no entorno da unidade
- E – energia incidente entre as linhas de ancoragem adjacentes
- β_i – ângulo entre linhas adjacentes
- S – comprimento da linha suspensa
- S_t – comprimento total da linha

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
1.1 OBJETIVOS	17
1.1.1 Objetivo geral.....	17
1.1.2 Objetivos específicos.....	17
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA: ANCORAGEM DE ESTRUTURAS FLUTUANTES	18
2.1. LINHAS DE AMARRAÇÃO	20
2.1.1 Linhas em catenária	20
2.1.2 Linhas retesadas (<i>Taut leg</i>)	22
2.2 MATERIAIS	23
2.2.1 Amarras.....	24
2.2.2 Cabos de aço.....	26
2.2.3 Cabos de poliéster.....	27
2.2.4 Comparativo entre as três matérias mais recorrentes	28
2.3 ÂNCORAS.....	28
2.4 EQUACIONAMENTO CARACTERÍSTICO DA CATENÁRIA	30
2.4.1 Modelos de resolução da catenária	35
2.5 EQUILÍBRIO DA ESTRUTURA FLUTUANTE	35
2.5.1 EQUILÍBRIO DA ESTRUTURA FLUTUANTE PARA DUAS LINHAS.....	35
2.5.2 EQUILÍBRIO DA ESTRUTURA FLUTUANTE PARA N LINHAS.....	37
2.6 FORÇAS AMBIENTAIS ATUANDO NO SISTEMA FLUTUANTE.....	40
2.7 TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO APLICADAS AO PROJETO DE SISTEMAS DE ANCORAGEM	42
2.7.1 ALGORITMOS GENÉTICOS	45
3 METODOLOGIA.....	47
4 DESENVOLVIMENTO.....	48
4.1 ESTUDO PARAMÉTRICO CONSIDERANDO UMA LINHA HOMOGÊNEA.....	48
4.2 ESTUDO DA INTERAÇÃO DE DUAS LINHAS.....	53
4.2.1 MODELO NUMÉRICO BASEADO EM OTIMIZAÇÃO	53
4.2.2 ANÁLISE DA VARIAÇÃO DA DENSIDADE LINEAR NO PASSEIO DO SISTEMA	57
5 CONCLUSÃO.....	62

REFERÊNCIAS	64
APÊNDICE 1	66
APÊNDICE 2	67
ANEXO 1.....	68
ANEXO 2.....	72
ANEXO 3.....	78

1 INTRODUÇÃO

O descobrimento de novos e importantes campos de petróleo em 2006¹, levou a indústria naval e oceânica² a um novo propósito: o desenvolvimento de tecnologias para a exploração de reservas localizadas em águas profundas(300-1500m) e ultra profundas (>1500 m).

Segundo Andrade (1995), a descoberta de campos mais profundos dividiu as estruturas responsáveis pela exploração de petróleo offshore em duas categorias: plataformas fixas (ou auto elevatórias) e as plataformas flutuantes. A primeira categoria destina-se a explorar reservas localizadas a profundidades de até 150 metros, deixando à segunda, a tarefa de viabilizar a exploração de reservas localizadas em águas profundas e ultra profundas.

Já as plataformas flutuantes dividem-se ainda em diversas categorias, dependendo da relação entre área de linha d'água e deslocamento. Entre os principais tipos de plataformas flutuantes, destacam-se no Brasil as unidades do tipo flutuante de produção, armazenamento e transferência (FPSO)³ (com baixo deslocamento em relação a área de linha d'água) e as plataformas semissubmersíveis (com alto deslocamento em relação a área de linha d'água).

As atividades de exploração de petróleo *offshore* se dividem em perfuração e extração, as quais diferem quanto ao tempo de operação da plataforma no sítio. Pois o tempo de perfuração de um poço é consideravelmente menor do que o tempo necessário para a extração das reservas, que pode chegar há 20 anos.

No entanto, ambas as atividades têm algo em comum, isto é, a ligação da plataforma com elementos submersos (*risers*, umbilicais, etc.) que exigem uma baixa movimentação mesmo quando a plataforma sofre excitações provenientes das forças ambientais de vento, onda e/ou correnteza.

Observa-se que tais forças excitam a plataforma flutuante, promovendo movimentos que deformam e tensionam *risers* e umbilicais, eventualmente, levando-os ao colapso. O colapso de *risers*, por sua vez, ocasiona vazamentos de petróleo que, além de poluírem a vida

¹ Tais campos ficaram conhecidos como pré sal, pois localizavam-se antes de uma espessa camada de sal presente no leito marinho. Essa nomenclatura considera que a origem do sistema de coordenadas está localizada no centro da Terra, e portanto, o petróleo está mais próximo do centro da Terra do que a camada de sal.

² Em geral é utilizado o termo em inglês *Offshore* como sinônimo de engenharia oceânica.

³ A sigla FPSO refere-se a tradução para o inglês *floating production storage and offloading*, como tradicionalmente utilizado na indústria do petróleo. Ressalta-se ainda que existe uma confusão muito recorrente nessa nomenclatura, a qual, por usos e costumes, costuma ser associada à plataformas do tipo navio. A rigor, qualquer plataforma que armazene e produza petróleo é chamada de FPSO, mesmo que não possua forma de navio.

marinha, ainda podem resultar em explosões (Figura 1) levando risco aos trabalhadores e grandes prejuízos financeiros às empresas.

Logo um dos requisitos mais importante no projeto de plataformas flutuantes é justamente o desenvolvimento de sistemas para contrabalancear as excitações causadas pelas forças ambientais, tendo em vista não apenas a operação de extração, mas também a segurança humana e a preservação do eco sistema marinho.

Figura 1 - Plataforma Deepwater Horizon em chamas após o acidente.



Fonte: (BOB GRAHAM, 2011)

De acordo com Bai e Bai (2010) vazamentos de óleo podem afetar inúmeras espécies marinhas. As espécies mais vulneráveis são os pássaros, mamíferos marinhos e tartarugas marinhas que podem entrar em contato direto com os hidrocarbonetos liberados na água. O contato desses animais com o óleo vazado depende do tempo que eles passam na superfície da água, sendo difícil estimar o quanto esses animais podem ser afetados.

Segundo Kaushik (2019) o desastre da *Deepwater Horizon* em 2010 é considerado o pior desastre com derramamento de óleo da história da indústria petrolífera. Foi conhecido como o derramamento de óleo do Golfo do México, no qual 11 homens morreram. O derramamento foi estimado em 53000 barris/dia, sendo que o vazamento durou por um período

de três meses. De acordo com o *Center for Biological Diversity*, o derramamento de óleo matou por volta de 82000 pássaros, 25900 mamíferos marinhos e 6000 tartarugas marinhas além de milhares de peixes e outros animais. Na Figura 2 é mostrado o triste efeito que o óleo provoca em um pelicano.

Figura 2 - Pelicano marrom tentando abrir as asas ao chegar na costa após ter sido coberto de óleo do derramamento da *Deepwater Horizon*.



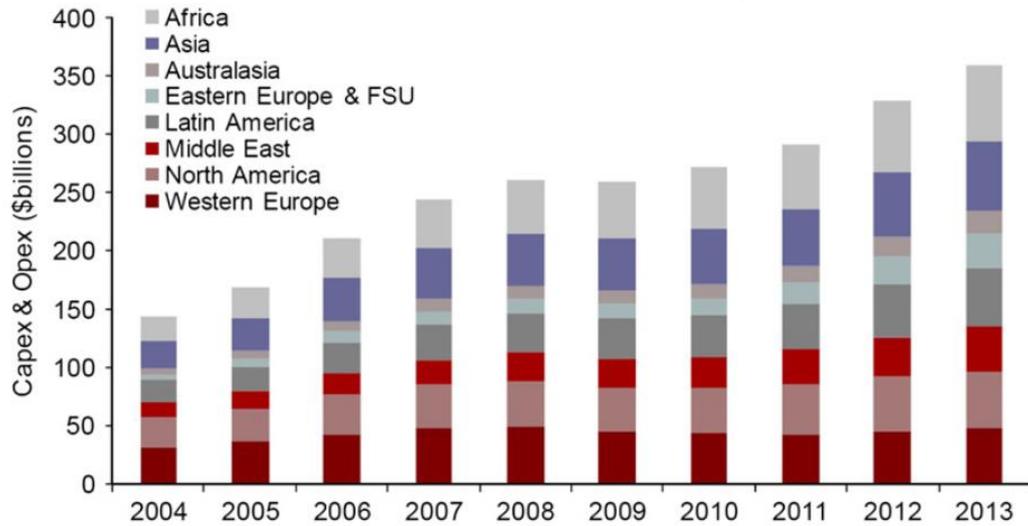
Fonte: (PITTMAN, 2017)

Os prejuízos financeiros e ambientais, além do risco à vida humana tornam evidente a necessidade de se desenvolver um sistema de posicionamento robusto e confiável que minimize os movimentos de plataformas flutuantes diante das diferentes ações ambientais.

É interessante observar que, embora a dinâmica de uma linha de ancoragem seja assunto bastante discutido na literatura (Ferrari (1993), Andrade et al. (1995), Bai e Bai (2010)), o problema ganha complexidade interessante ao se utilizar sistemas com múltiplas linhas compostas de trechos de múltiplos materiais. Neste caso, a solução do problema não é trivial, e a busca da posição de equilíbrio do sistema exige um processo de otimização capaz de minimizar a diferença entre a ação das forças ambientais consideradas e a restauração proveniente de cada uma das linhas.

Os elevados custos de um sistema de amarração para exploração oceânica em águas profundas remetem, quase que imediatamente, a viabilidade do sistema em geral, pois representam parte considerável do investimento.

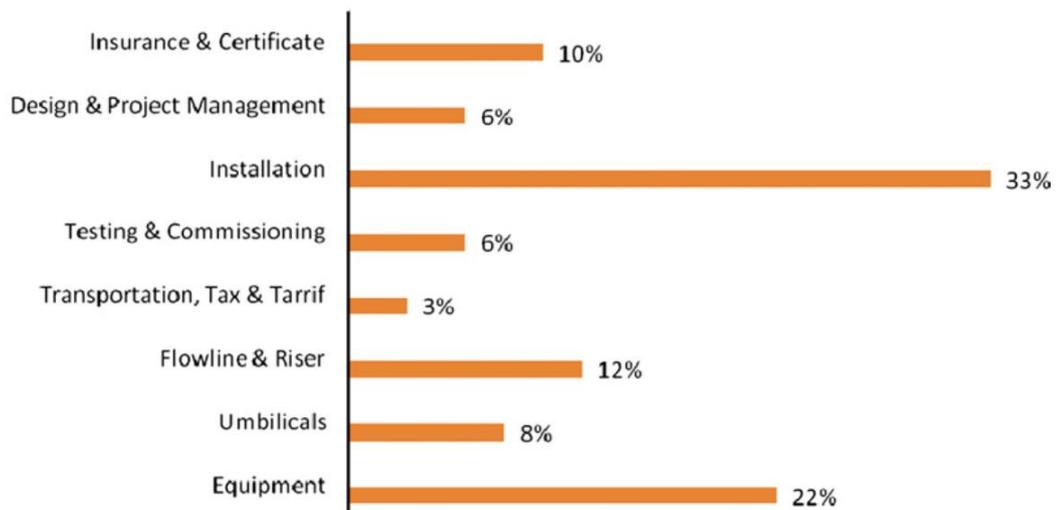
Figura 3 - Distribuição *Capex* e *Opex* por região geográfica.



Fonte: Westwood (2008)

De acordo com Westwood (2008) o custo total dos sistemas submersos⁴ em 2009 foi de 250 bilhões de dólares. Na Figura 3 é mostrada a distribuição geográfica dos custos ao redor do globo. Já na Figura 4 é mostrada a porcentagem que cada subsistema representa no custo de instalação de uma plataforma destinada a operar em águas profundas. Como pode ser observado na Figura 4, o montante formado pelos itens *riser*, umbilicais e instalação chegam à mais de 50% do custo total. Isto reforça o compromisso existente com o passeio seguro da plataforma, já que esses equipamentos possuem as maiores restrições quanto ao máximo afastamento horizontal permitido.

Figura 4 - Porcentagem dos custos de *Copex* para sistemas em águas ultraprofundas.



Fonte: Bai e Bai (2010)

⁴ Na literatura o custo total é dado em termos da instalação (que contém a fabricação) e da operação, que em inglês são respectivamente COPEX e OPEX.

A constatação de que o projeto de tais sistemas é uma tarefa complexa e de alto valor agregado, motivam o desenvolvimento de metodologias baseadas em técnicas de otimização para a realização desses projetos.

1.1 OBJETIVOS

Inserido no contexto apresentado na introdução, este trabalho objetiva desenvolver uma ferramenta capaz de otimizar tanto o dimensionamento quanto o arranjo de um sistema de ancoragem de estruturas flutuantes para extração de petróleo em águas profundas, o qual é composto por linhas dispostas em catenária inelástica.

A consideração da catenária inelástica visa simplificar o modelo matemático utilizado, viabilizando o processo de otimização, conforme será detalhado na fundamentação teórica.

1.1.1 Objetivo geral

O objetivo do trabalho consiste em desenvolver uma ferramenta de otimização para o dimensionamento das linhas de ancoragem dispostas em catenária inelástica para um sistema flutuante que utiliza técnicas de otimização capazes de reduzir o elevado custo do sistema.

1.1.2 Objetivos específicos

Para a realização do objetivo geral, os seguintes objetivos específicos deverão ser alcançados:

- Implementar um modelo que defina a força de restauração de uma linha em catenária;
- Implementar um modelo que defina a força de restauração resultante de duas linhas em catenária dispostas diametralmente no entorno de um sistema flutuante;
- Implementar uma rotina de otimização que, dada uma força ambiental em F_x , determine o passeio do sistema X , cuja resultante das forças seja nula.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA: ANCORAGEM DE ESTRUTURAS FLUTUANTES

Basicamente é possível conceber dois tipos de sistemas de posicionamento. O primeiro é um sistema ativo denominado posicionamento dinâmico, o qual utiliza propulsores azimutais para compensar o efeito das forças ambientais. Enquanto o segundo, passivo, utiliza linhas de ancoragem⁵ posicionadas entre a plataforma e o leito marinho, e cuja rigidez geométrica limita o passeio do sistema flutuante.

O uso de propulsores azimutais para o posicionamento dinâmico não é justificado para plataformas de extração de petróleo devido ao alto uso de combustível exigido para a manutenção da posição ao longo da vida operacional do sistema.

A norma da *Det Norske Veritas (DNV) Position Mooring* de julho de 1989 define três critérios básicos para o projeto do sistema de posicionamento de plataformas flutuantes que utilizam linhas de amarração.

O primeiro critério refere-se ao passeio máximo da unidade flutuante, ou seja, o máximo afastamento horizontal da plataforma em torno de sua posição inicial de equilíbrio. Esse valor usualmente é expresso como uma porcentagem da lâmina d'água (%LDA). A Tabela 1 traz valores de referência para %LDA tipicamente usados em projetos.

Já o segundo critério corresponde a tensão máxima a qual as linhas de ancoragem são submetidas, as quais em geral, são descritas como uma porcentagem da tensão de ruptura do material que constitui cada segmento da linha.

Por fim, o terceiro critério refere-se ao mínimo comprimento permissível da linha no leito marinho necessário para evitar a ocorrência de forças verticais na âncora.

Tabela 1 - Valores de referência para %LDA.

%LDA	Condição
5-6	Operação intacto
8-10	Sobrevivência intacto
10-12	Operação avariado (equilíbrio)
15-17	Sobrevivência avariado

Fonte: Andrade et al. (1995).

⁵ O nome linhas de amarração ou linhas de ancoragem é comumente utilizado para descrever as ligações físicas entre a plataforma e o leito marinho. Em geral uma plataforma é ancorada por múltiplas linhas, distribuídas em diferentes azimutes; resultando em uma configuração tradicionalmente denominada de *spread mooring system*.

No entanto, o último critério vem perdendo importância em razão do desenvolvimento recente de ancoras torpedo que, uma vez cravadas no leito marinho, permitem certo grau de força vertical.

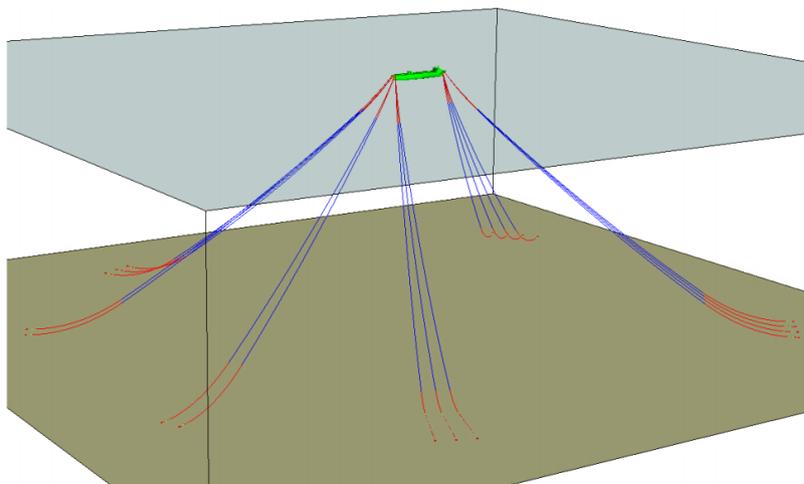
Conforme discutido na introdução, as estruturas flutuantes são continuamente sujeitas aos esforços ambientais causados pela ação dos ventos, das ondas e das correntes. Esses esforços tendem a levar a estrutura a se afastar da posição de equilíbrio, o que coloca em risco não somente a segurança da operação de extração de petróleo bem como as vidas daqueles que trabalham na estrutura, além é claro, dos animais marinhos da região.

Entre as estratégias para posicionamento descritas anteriormente, este projeto analisa os sistemas de ancoragem por linhas de amarração dispostas em catenária inelástica, cujas rigidezes geométricas atuam na restrição do passeio⁶ da unidade.

Como os esforços ambientais têm características estocásticas, tanto em termos de intensidade quanto de direção e sentido, o sistema de ancoragem deve ser capaz de absorver esses esforços restringindo o passeio no plano horizontal. Para tal, o sistema deve ser composto por várias linhas distribuídas (Figura 5) conforme as características do local.

Esse arranjo no qual o passeio do sistema é restrito por um conjunto de linhas recebe o nome de ancoragem por múltiplos pontos ou sistema de ancoragem por linhas espalhadas. É importante observar que, como as forças ambientais não possuem simetria axial, um sistema de ancoragem eficiente também deve possuir diferentes valores de rigidez para diferentes direções de passeio.

Figura 5 - Vista de perspectiva de um sistema de ancoragem com 18 linhas.



Fonte: (CARBONO; MENEZES; MARTHA, 2005)

⁶ Em geral utiliza-se o termo *Offset* para designar o passeio de uma unidade flutuante no plano da linha d'água.

Conforme descrito por Andrade et al. (1995), um sistema de ancoragem é composto pelas linhas propriamente ditas, além de âncoras e conectores. No entanto, para reduzir o peso do sistema e atender à diferentes critérios de projeto⁷, é comum que linhas de ancoragem possuam segmentos de diferentes comprimentos e diferentes materiais. A interligação desses componentes entre si, bem como a ligação da linha com a unidade e da âncora com o solo marinho, forma o vínculo físico que constitui o sistema de ancoragem.

2.1. LINHAS DE AMARRAÇÃO

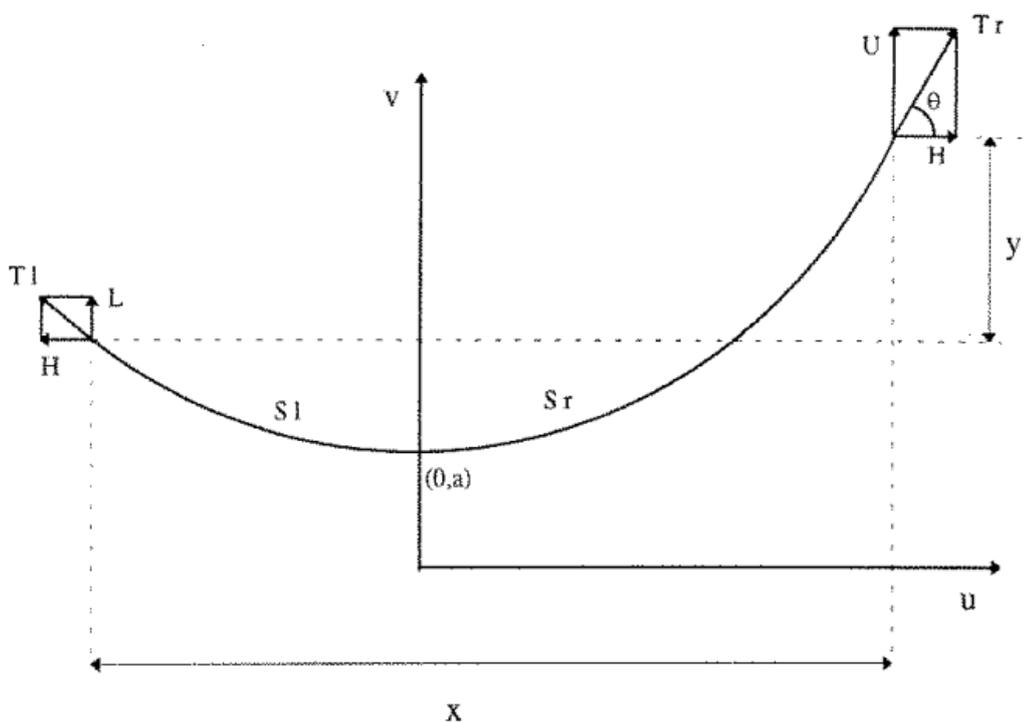
As linhas representam grande parte do sistema e podem ser compostas por diferentes materiais tais como: amarras, cabos de aço, cabos de poliéster, entre outros. A exigência principal quanto aos materiais (e/ou geometria utilizada) é que esses apresentem boa flexibilidade, ou seja, possuam uma rigidez a flexão desprezível.

2.1.1 Linhas em catenária

Dadas as características de boa flexibilidade existente em uma linha de amarração, essas assumem a forma de uma curva conhecida como catenária. Nessa configuração a linha alcança a posição de equilíbrio se deformando pela ação do peso próprio, como pode ser visto na Figura 6, a qual mostra uma linha em catenária suspensa no ar sustentada pelos pontos extremos.

⁷ Em geral, conforme descrito por Andrade et al. (1995), linhas de ancoragem possuem trechos de aço para atender a critérios de fadiga e trechos de poliéster para minimização do peso total do sistema.

Figura 6 - Segmento de catenária suspenso pelas extremidades.



Fonte: Ferrari (1993)

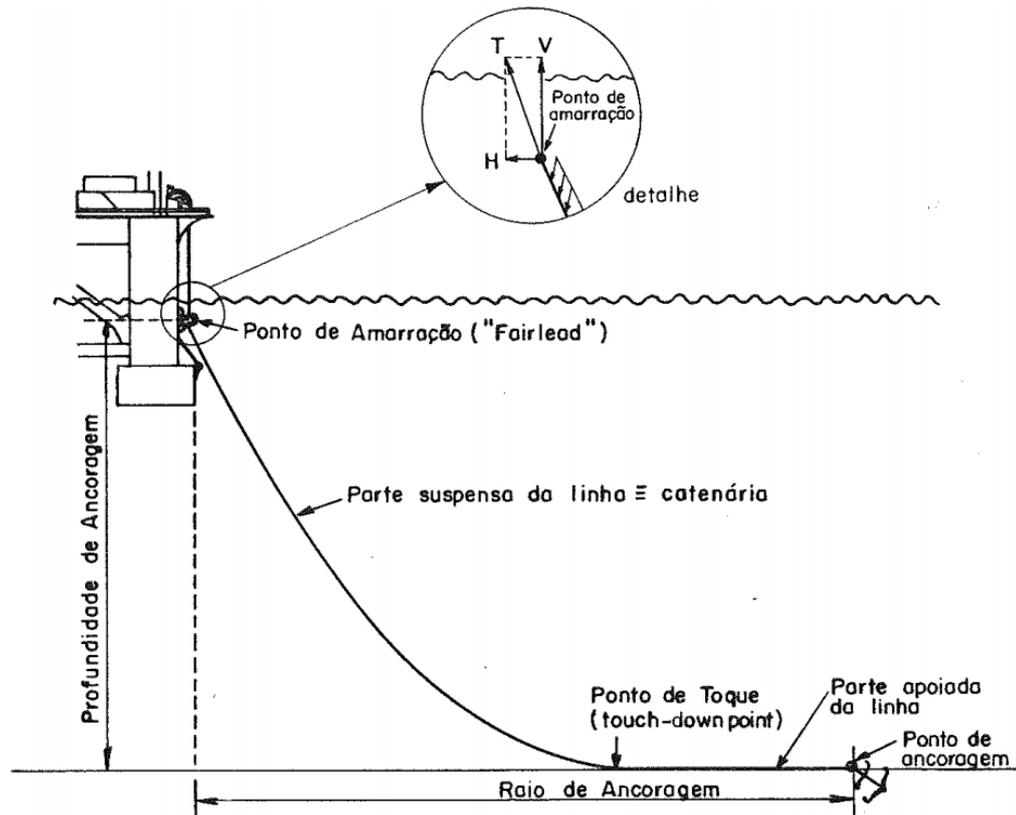
É importante observar que a forma deformada de uma linha sujeita ao peso próprio considera a deformação elástica da própria linha. No entanto, para a maior parte dos materiais usados em linha de ancoragem, em uma primeira aproximação, essa deformação elástica pode ser desconsiderada.

Segundo Medeiros (2009), a ancoragem em catenária é a configuração mais comumente utilizada, pois apesar de permitir maiores passeios da unidade, essa configuração não exige âncoras com alto poder de penetração e garra. Isto se deve ao fato de que o trecho apoiado no solo gera atrito, absorvendo parte dos carregamentos ambientais e diminuindo a solicitação atuante nas âncoras.

A configuração em catenária decorre da atuação do peso próprio da linha, a qual é contrabalanceada pelas reações existentes nos extremos da linha (Figura 7). Assim, para que a configuração seja mantida, uma força de tração deve surgir no ponto de conexão com a estrutura, o qual é conhecido como *fair lead*. Como consequência as linhas reagem exercendo uma força igual, mas de sentido contrário agindo sempre no plano vertical determinado pelos pontos de amarração e pela âncora, o qual é denominado plano da linha. Tal força pode ser decomposta em uma parcela horizontal (H), paralela à linha d'água e outra parcela vertical (V), a qual atua no sentido de afundar a unidade.

Na Figura 7 é mostrada a ligação da estrutura com o solo marinho, bem como dos termos usuais utilizados na modelagem de uma linha de ancoragem disposta em catenária.

Figura 7 - Configuração geométrica de uma linha de amarração.



Fonte: Andrade et al (1995).

Em termos estáticos, a força exercida por cada linha sobre a unidade pode ser calculada utilizando-se as clássicas equações de equilíbrio de uma catenária, e cuja modelagem será apresentada na secção 2.4 deste texto.

2.1.2 Linhas retesadas (*Taut leg*)

Em condições de águas profundas o uso de linhas em catenária resulta em sistemas com um elevado raio de ancoragem, devido ao comprimento das linhas e à baixa rigidez flexional. Consequentemente, o sistema terá um alto custo e, eventualmente, passeios excessivos no plano.

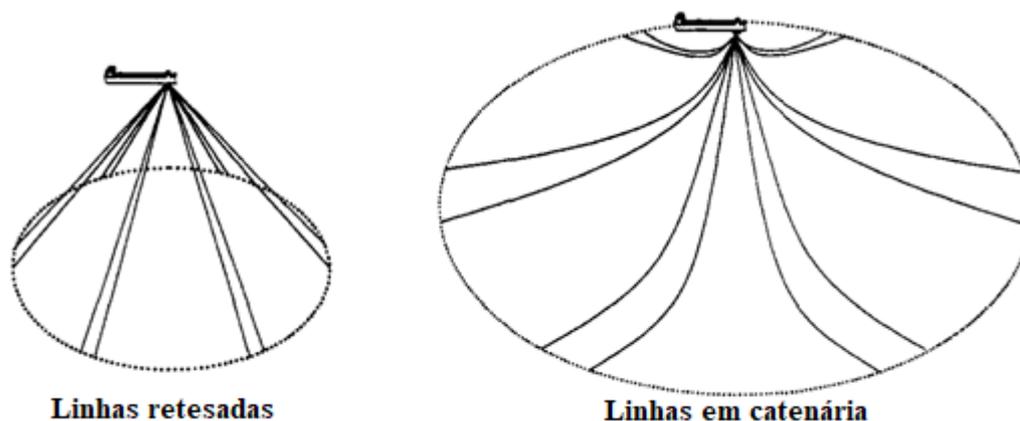
Além de aumentar o custo, grandes raios de ancoragem dificultam a instalação do sistema e prejudicam o arranjo interferindo em poços próximos. Tais fatos motivaram o uso de linhas retesadas para lâminas d'água profundas e ultra profundas. Os sistemas com essa

configuração têm sido chamados de Sistemas *Taut Leg*⁸ e utilizam tração elevada para manter a linha de ancoragem esticada de forma que operem quase que verticalmente, reduzindo consideravelmente o raio de ancoragem. Embora pareça eficiente, tal solução aumenta a tensão inicial⁹ nas linhas e requer o uso de ancoras com maior capacidade de carga vertical.

O uso de linhas retesadas requer linhas mais leves e elásticas que as usuais amarras de ferro. Nessa configuração, o conceito de restauração muda de mola de gravidade (geométrica) como no caso da catenária, para mola basicamente elástica, respondendo aos movimentos devido à deformação elástica axial.

Na Figura 8 são mostrados exemplos de plataformas ancoradas na configuração em catenária (a direita) e na configuração *Taut Leg* (a esquerda).

Figura 8 - Ancoragem com linhas retesadas (à esquerda), e com linhas em catenária (à direita).



Fonte: Traduzido de Chakrabarti (2005)

2.2 MATERIAIS

Existem inúmeras combinações de materiais que podem ser utilizadas ao longo das linhas de modo a satisfazer os requisitos do projeto.

Segundo Nazário (2015), para se obter melhores propriedades mecânicas (boa resistência à fadiga e baixa massa específica), usualmente as linhas de ancoragem são montadas com trechos fabricados de diferentes materiais

⁸ A rigor o termo *Taut Leg* só deve ser usado quando 100% do comprimento da linha encontrasse retesada. No entanto, em alguns projetos, pode-se usar uma solução de compromisso, ou seja, a tração inicial na linha não é capaz de retesar toda a linha, mas provoca o retesamento do trecho final, reduzindo o raio de ancoragem ao custo da aplicação de carga vertical na âncora.

⁹ O termo 'inicial' será sempre usado neste texto para caracterizar a configuração do sistema sem que esse esteja sofrendo ação ambiental.

2.2.1 Amarras

As amarras (Figura 10) são formadas pela ligação consecutiva de elos fabricados a partir de barras de aço de seção circular laminadas ou forjadas. O tamanho da amarra é definido pelo diâmetro nominal da barra de aço a partir da qual o elo é fabricado.

Quanto a resistência, as amarras destinadas a compor um sistema de ancoragem offshore são geralmente separadas em 6 categorias ou graus, que variam de acordo com a tração suportadas até a ruptura da amarra, conforme pode ser visto na Tabela 2 e Figura 9. As diferentes resistências se devem ao grau de tratamento ao qual o aço é submetido na etapa de fabricação.

Tabela 2 - Categorias de amarras para ancoragem offshore

Categorias
Grau 2
Grau 3
Grau ORQ (Oil Rig Quality)
Grau ORQ + 10%
Grau ORQ + 20%
Grau 4

Fonte: O autor

Figura 9 - Gráfico de cargas de ruptura conforme qualidade.

Grau de referência: 4

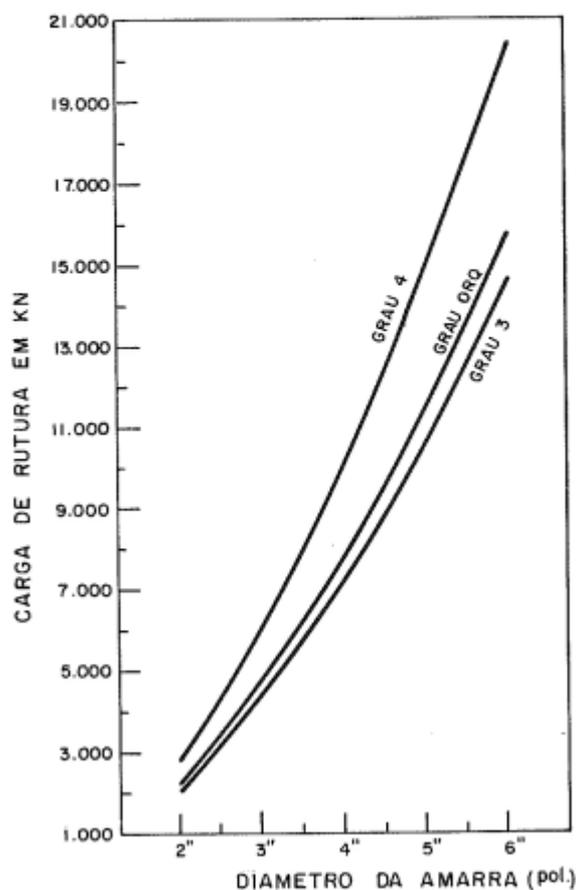
$$Tbr(\text{grau } 2) = Tbr(\text{grau } 4)/2,000$$

$$Tbr(\text{grau } 3) = Tbr(\text{grau } 4)/1,398$$

$$Tbr(\text{grau ORQ}) = Tbr(\text{grau } 4)/1,300$$

$$Tbr(\text{grau ORQ} + 10\%) = Tbr(\text{grau } 4)/1,1818$$

$$Tbr(\text{grau ORQ} + 20\%) = Tbr(\text{grau } 4)/1,0833$$



Fonte: Andrade et al. (1995)

Os fabricantes de amarras fornecem, as características para cada grau fabricado: diâmetro nominal, comprimento do elo, peso linear no ar, coeficiente de elasticidade e a tração de ruptura da amarra. Tais dados formam catálogos que podem ser utilizados no projeto de novos sistemas e que podem ser encontrados, por exemplo em Andrade et al. (1995).

Figura 10 - Amarras.



Fonte: Kawasaki (2010)

É importante observar que, em relação aos outros tipos de materiais empregados nas linhas, as amarras são as que apresentam a maior relação peso/resistência¹⁰, ou seja, para uma dada tração de ruptura, o peso linear correspondente é superior ao do cabo de aço ou sintético equivalente.

No entanto, tal material possui ótima resistência á fadiga, em especial a fadiga de contato, resultante do contato entre a linha de ancoragem e o solo marinho ou ainda do contato entre a linha de ancoragem e a plataforma flutuante.

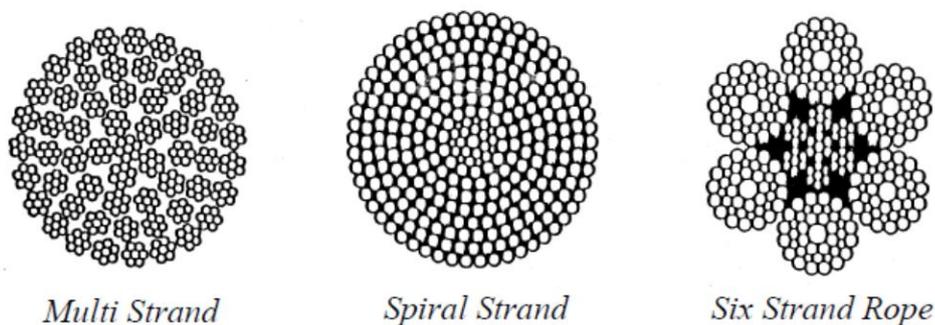
2.2.2 Cabos de aço

Os cabos de aço são constituídos de fios de aço que são enrolados formando pernas. Essas pernas são então enroladas em espiral em torno do elemento central, denominado de núcleo ou alma, o qual pode ser de aço ou outro material.

De acordo com Kawasaki (2010) a classificação dos cabos de aço pode ser feita pela forma em que os cabos são entrelaçados, sendo classificados por dois números, por exemplo 6x9. O primeiro número indica a quantidade de pernas torcidas e o segundo indica a quantidade de fios em cada perna.

¹⁰ É importante observar que a comparação direta da tensão de ruptura não faz sentido, visto que cabos sintéticos e/ou de aço podem ter a mesma tensão de ruptura, a depender do diâmetro dos cabos e das amarras.

Figura 11 - Exemplos de configuração de cabos de aço.



Fonte: Kawasaki (2010)

Os cabos de aço podem ser classificados quanto à resistência dos fios de aço que o compõe, sendo: *plow steel* (aço de média resistência para cabo); *improved plow steel* (aço de alta resistência para cabo); *extra improved plow steel*. Na Figura 11 são mostrados três tipos de cabos de aço usados em linhas de ancoragem.

2.2.3 Cabos de poliéster

Os cabos sintéticos são materiais formados pela associação de fios trançados, formando cordas agrupadas que dão origem aos núcleos, os quais são dispostos em configurações específicas, formando o cabo propriamente dito.

Em virtude da baixa resistência a fadiga de contato, geralmente o cabo sintético é revestido por uma camada protetora externa, cuja função é promover a resistência a abrasão e preservar a integridade estrutural do cabo.

Segundo Kawasaki (2010), dentre os materiais sintéticos existentes para sistemas de ancoragem destacam-se o poliéster, a aramida, o polietileno de alto módulo e a poliamida¹¹.

Segundo Lacerda (2005), os cabos sintéticos compostos por aramida apresentam flexibilidade axial similar ao cabo de aço. Para um mesmo diâmetro, o cabo de aramida é mais resistente que o cabo de poliéster. Sua densidade baixa faz com que seja quase auto flutuante. Já o cabo de poliéster apresenta flexibilidade axial bem maior que a dos cabos de aço ou amarras e um peso submerso por unidade de comprimento bem maior para a mesma carga de ruptura nominal.

¹¹ A área de estudo para materiais de aplicação em sistemas de ancoragem de estruturas oceânicas tem se desenvolvido muito nos últimos anos. Sendo assim, variações desses materiais são possíveis. No entanto, o processo de validação de novos materiais é relativamente lento, dificultando a inclusão de novos materiais no projeto de sistemas de ancoragem.

É interessante observar que o Brasil foi pioneiro na utilização de cabos de poliéster em águas profundas e ultra profundas, onde a ancoragem por outros materiais se torna inviável devido ao peso desses sistemas (LACERDA, 2005).

2.2.4 Comparativo entre as três matérias mais recorrentes

Na Tabela 3 são comparados três materiais com valores próximos de tensão de ruptura, os quais são detalhados a seguir.

Tabela 3 - Comparação de MBL para três tipos de linhas.

Material	Diâmetro [mm]	W [kN/m]	MBL [kN]
Amarra	84	1,3832	7997
Poliéster	170	0,0539	7850
Cabo de aço	92	0,3889	7856

Fontes: Nazário apud Bico (2015).

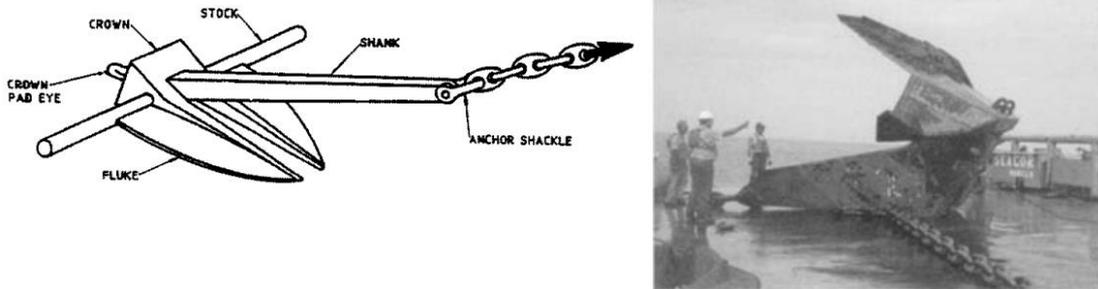
Embora seja difícil obter referências sobre o custo desses materiais, sabe-se que para os cabos de poliéster, quanto maior sua carga de ruptura, mais caro ele é. A amarra apresenta o maior peso por metro de linha, sendo seu uso feito com cautela em apenas alguns segmentos já que pode acarretar um elevado aumento do deslocamento do sistema flutuante.

2.3 ÂNCORAS

Segundo Chakrabarti (2005) as âncoras atualmente utilizadas podem ser divididas em dois tipos: arrastadas e cravadas. As âncoras de arrasto (Figura 12) não são projetadas para suportar componentes verticais de força. Por outro lado, as âncoras cravadas suportam

componentes verticais de força e, por isso, são usadas para fixação de sistemas com linhas retesadas.

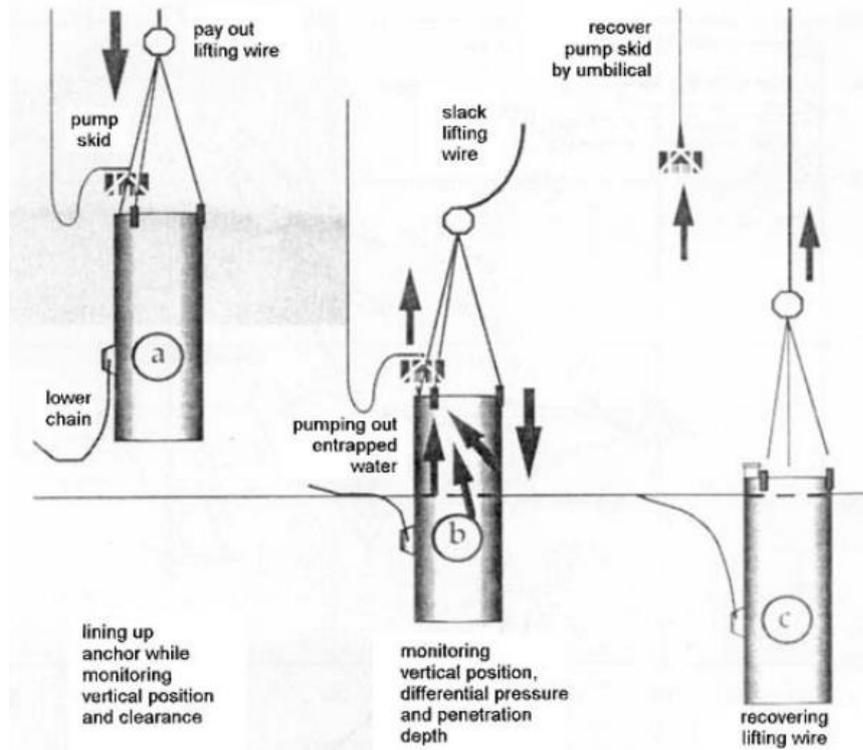
Figura 12 - Âncora de arrasto: não suporta cargas verticais.



Fonte: Chakrabarti (2005)

Por fim, observa-se que o processo de instalação de uma âncora cravada pode ocorrer de diferentes formas: pelo peso próprio, por sucção (Figura 13) ou por detonação explosiva. A descrição, bem como as características de cada um desses processos foge ao escopo deste trabalho. No entanto, o leitor interessado poderá encontrar mais informações em Chakrabarti (2005).

Figura 13 - Sequência de instalação de um âncora de sucção.



Fonte: Chakrabarti (2005)

2.4 EQUACIONAMENTO CARACTERÍSTICO DA CATENÁRIA

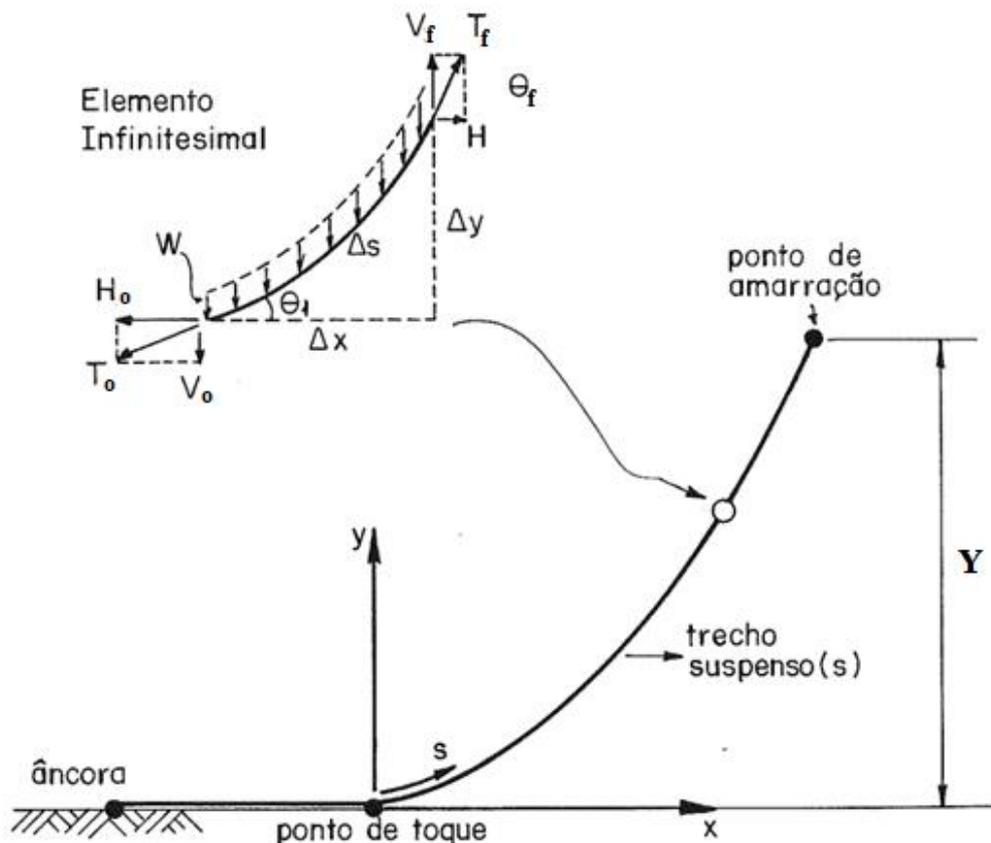
Nesta secção é apresentado o modelamento da equação da catenária, a qual é vital para o desenvolvimento deste trabalho. Com o intuito de melhor compreender o comportamento da catenária, a solução das equações analíticas é desenvolvida para o caso de linhas homogêneas inelásticas.

No entanto, a consideração da elasticidade ou de linhas mistas (não homogêneas) pode ser entendida como uma generalização do equacionamento aqui apresentado.

É importante observar que o efeito da elasticidade introduz correções no equacionamento, mas não invalida as conclusões gerais obtidas a partir da modelagem do sistema considerando o comportamento inelástico.

Na Figura 14 é mostrada uma linha que se origina no ponto de toque ou *touch down point* (TDP) e tem comprimento total St , a qual está instalada em uma profundidade de ancoragem D .

Figura 14 - Definições geométricas e do sistema de coordenadas.



Fonte: Adaptado de Andrade et al. (1995).

Ainda analisando a Figura 14, observa-se um elemento infinitesimal de comprimento Δs , em cuja aplicação das equações de equilíbrio fornecem as seguintes relações:

A catenária estática deve assumir o somatório das forças horizontais igual a zero, portanto:

$$\sum F_H = 0 = H_f - H_o \quad (1)$$

Onde as forças podem ser escritas como:

$$H_o = T_o \cdot \cos(\theta_1) \quad (2)$$

$$H_f = T_f \cdot \cos(\theta_2) \quad (3)$$

Da mesma forma os somatórios das forças verticais devem igualar a zero, portanto:

$$\sum F_V = 0 = V_f - V_o - (w \cdot \Delta s) \quad (4)$$

Onde:

$$V_o = T_o \cdot \sin(\theta_1) \quad (5)$$

$$V_f = T_f \cdot \sin(\theta_2) \quad (6)$$

Resultando em:

$$H \cdot \Delta[\tan(\theta)] = w \cdot \Delta s \quad (7)$$

Onde:

V é a força vertical

T é a tração na linha

H é a força horizontal

w é o peso linear submerso da linha;

Δs é o comprimento do elemento infinitesimal.

Então, pode-se definir o comprimento do elemento infinitesimal Δs a partir das seguintes relações trigonométricas:

$$\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 \quad (8)$$

$$\Delta s = \Delta x \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2} \quad (9)$$

Sabendo que da relação trigonométrica:

$$\tan(\theta) = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (10)$$

Aplicando a Equação 9 e 10 na Equação 7, obtém-se:

$$H \cdot \Delta \cdot \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) = w \cdot \Delta x \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2} \quad (11)$$

No limite quando $\Delta s \rightarrow 0$ obtêm-se:

$$H \cdot \Delta \cdot \left(\frac{d^2 y}{dx^2}\right) = w \cdot \Delta x \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \quad (12)$$

Essa é a equação diferencial da catenária. Quando integrada fornece as equações de equilíbrio estático. Utilizando de alguns artifícios matemáticos tem-se:

$$\eta = \frac{dy}{dx} \quad (13)$$

Aplicando a Equação 13 em 12, vale lembrar que $\frac{d^2 y}{dx^2}$ pode ser escrito como $\left(\frac{d}{dx} \cdot \frac{dy}{dx}\right)$:

$$\frac{H}{W} \frac{d\eta}{dx} = \sqrt{1 + \eta^2} \quad (14)$$

$$\int dx = \frac{H}{W} \cdot \int \frac{d\eta}{\sqrt{1 + \eta^2}} \quad (15)$$

Lembrando que a integral do segundo termo resulta em uma função de seno hiperbólico inverso:

$$\int \frac{d\eta}{\sqrt{1 + \eta^2}} = \sinh^{-1}(\eta) + c1 \quad (16)$$

Chega se em:

$$x = \frac{H}{W} \sinh^{-1}(\eta) + c1 = \quad (17)$$

Pondo η em evidência:

$$\eta = \sinh \left[\frac{W}{H} \cdot (x - c1) \right] \quad (18)$$

Assumindo que no caso da catenária o TDP inicia com ângulo zero: $\eta = \frac{dy}{dx} = 0$, para $x = 0$,

$$\sinh \left[\frac{W}{H} \cdot (-c1) \right] = 0 \quad (19)$$

Para a igualdade ser verdadeira o termo entre colchetes deve ser zero, como assume-se que “H” e “w” são diferentes de zero para uma linha real:

$$\left[\frac{W}{H} \cdot (-c1) \right] = 0 \therefore c1 = 0 \quad (20)$$

Retomando a Equação 18 com o resultado obtido pela Equação 20:

$$\eta = \frac{dy}{dx} = \sinh \left(\frac{W \cdot x}{H} \right) \quad (21)$$

$$\int dy = \int \sinh \left(\frac{W \cdot x}{H} \right) dx \quad (22)$$

$$y = \frac{H}{W} \cdot \cosh \left(\frac{W \cdot x}{H} \right) + c2 \quad (23)$$

Para aplicar a condição de contorno analisa-se a linha na origem (TDP), $y = 0$ e $\cosh \left(\frac{W \cdot x}{H} \right) = 1$, para $x = 0$, conclui-se que:

$$c2 = -\frac{H}{W} \quad (24)$$

Chega-se na formulação da catenária inelástica:

$$y = \frac{H}{w} \cdot [\cosh(\frac{w \cdot x}{H}) - 1] \quad (25)$$

Mais uma equação ainda é necessária para a caracterização do problema, sendo assim, o equacionamento do comprimento da linha segue.

Assumindo a Equação 9 de forma diferencial:

$$\int ds = \int \sqrt{1 + (\frac{dy}{dx})^2} \cdot dx \quad (26)$$

Da Equação 21 aplicada em 26 temos:

$$\int ds = \int \sqrt{1 + \sinh^2(\frac{W \cdot x}{H})} \cdot dx \quad (27)$$

Da trigonometria temos que:

$$1 + \sinh^2(\frac{W \cdot x}{H}) = \cosh^2(\frac{W \cdot x}{H}) \quad (28)$$

E,

$$S = \int \cosh(\frac{W \cdot x}{H}) \cdot dx = \frac{H}{W} \sinh(\frac{W \cdot x}{H}) + c3 \quad (29)$$

$S = 0$ para $x = 0$, portanto $c3 = 0$

$$S = \frac{H}{W} \sinh(\frac{W \cdot x}{H}) \quad (30)$$

A Equação 30 representa o comprimento da linha em função da posição x assumindo valores constantes de W e H .

Segundo Nazário (2015), quando as linhas são tracionadas, a consideração da deformação elástica acaba induzindo menores tensões nas linhas quando comparado ao caso inextensível. Dessa forma, o autor conclui que o modelo inextensível pode ser adotado em fases iniciais do projeto, pois essa abordagem vai a favor da segurança em relação a modelagem real, mais complexa.

2.4.1 Modelos de resolução da catenária

O problema da catenária possui infinitas soluções dentro dos limites de seus parâmetros. Um conjunto de parâmetros usuais são o raio de ancoragem, a força horizontal de equilíbrio inicial e o comprimento total da linha. Quando dois desses são fixos, temos um terceiro que fica definido. Sendo assim, mediante as infinitas combinações, a diretriz é então buscar o menor peso do sistema que represente um custo menor.

2.5 EQUILÍBRIO DA ESTRUTURA FLUTUANTE

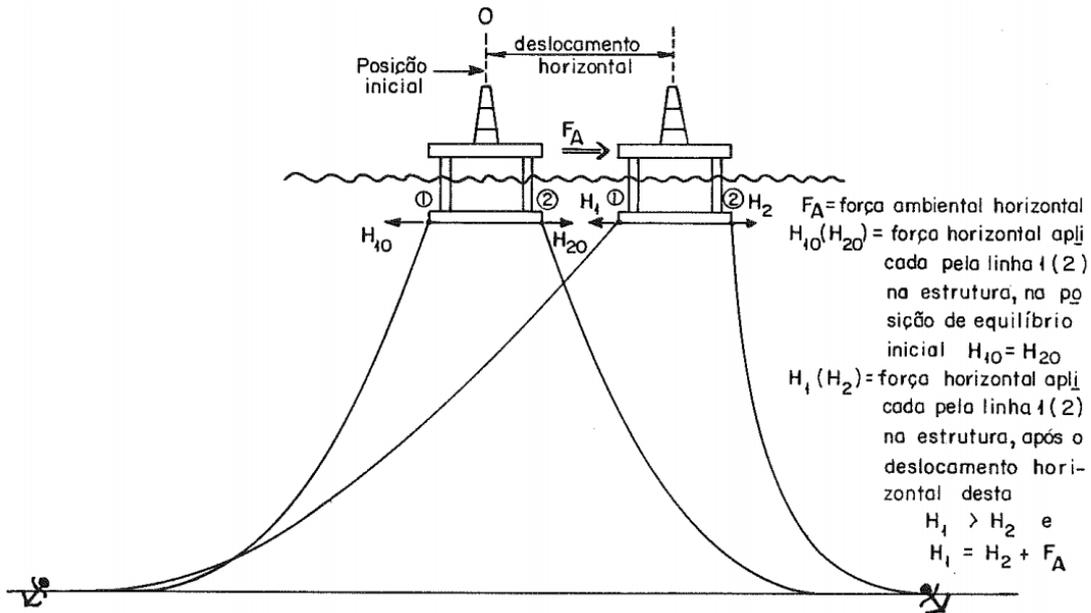
Conforme descrito anteriormente, as ações ambientais causam forças que tendem a deslocar a plataforma no plano horizontal¹². Assim como qualquer sistema massa mola, a amplitude de tal movimento é definida pela intensidade da força excitatória e pela rigidez do sistema de ancoragem.

2.5.1 Equilíbrio da estrutura flutuante para duas linhas

Avançando para a modelagem mais realista de um sistema de ancoragem, é modelado nesta seção um sistema de duas linhas no plano conforme mostrado na Figura 15.

¹² A rigor, forças ambientais causam movimento nos 6 graus de liberdade. No entanto, para o contexto deste trabalho, o movimento é sempre tomado no plano horizontal definido pela linha d'água.

Figura 15 - Representação do conceito de duas linhas no plano



Fonte: Andrade et al (1995)

A plataforma irá sofrer um passeio horizontal causado pela resultante da força ambiental e cuja amplitude dependerá da rigidez do sistema.

Considerando ainda a parcela da força ambiental constante e o equilíbrio estático do sistema, o somatório de forças deve possuir valor nulo nas seguintes condições:

- Posição inicial

No equilíbrio estático do sistema assume-se que não há força ambiental atuando, e logo as forças atuando nas duas linhas se anulam, logo:

$$H_{o(1)} = -H_{o(2)} \quad (31)$$

A força aplicada à linha nesse caso é definida apenas pelo posicionamento da plataforma.

- Posição final

Ao sofrer um passeio devido a ação das forças ambientais, o equilíbrio é alcançado da seguinte forma:

$$H_1 = -H_2 + F_A \quad (32)$$

$$\Delta x_{r1} = -\Delta x_{r2} \quad (33)$$

A segunda igualdade representa a variação do raio de ancoragem de ambas as linhas. Na prática o passeio horizontal da linha da direita no sentido a retesá-la será absorvido pela linha da esquerda que irá ficar mais frouxa.

2.5.2 Equilíbrio da estrutura flutuante para n linhas

Segundo Andrade (1995), a resposta de cada linha aos esforços é não linear, pois a rigidez depende da configuração geométrica da catenária, a qual muda a cada nova posição da plataforma.

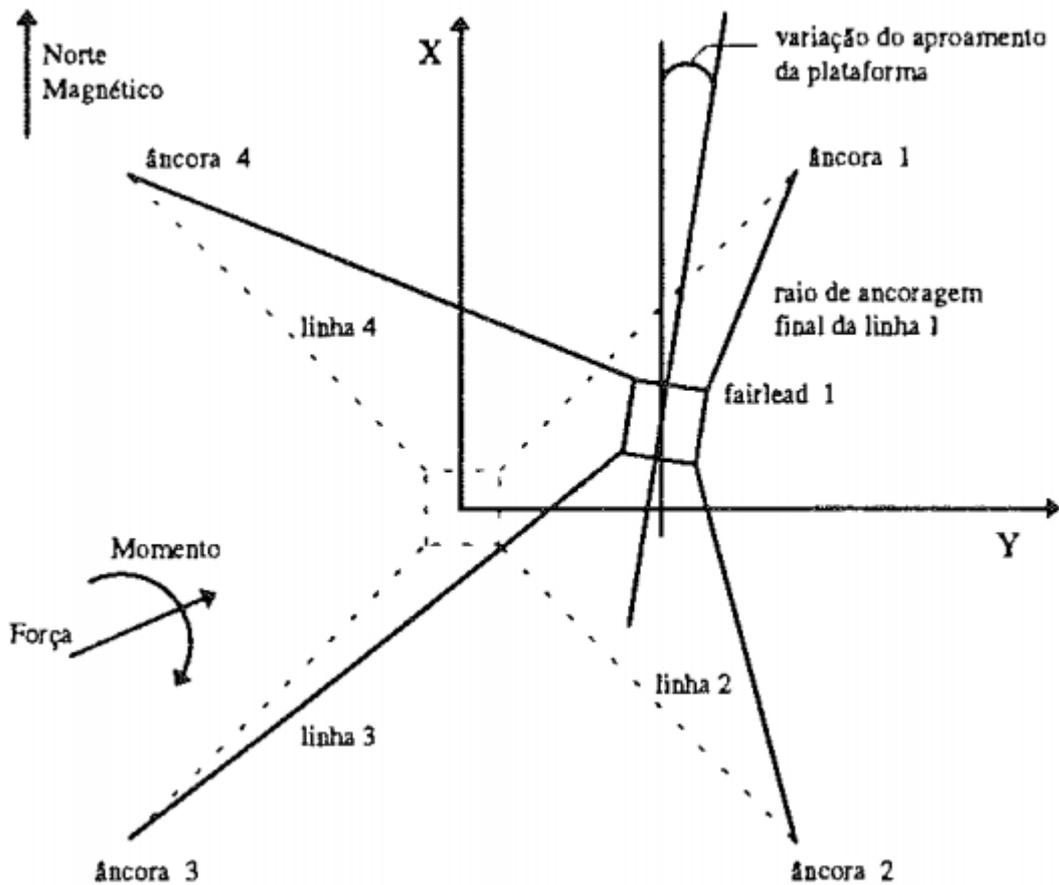
Uma vez que a rigidez de uma linha é não linear, é intuitivo que a resposta do sistema constituído por diversas linhas também seja não linear. Dessa forma, a força de restauração do sistema varia de forma não linear com o passeio.

Uma vez que a rigidez do sistema de ancoragem é finita, a ação das forças ambientais resulta no passeio em três graus de liberdade: dois deslocamentos lineares no plano e um de rotação em torno do eixo vertical que passa pelo centro de gravidade do sistema (Figura 16). O conjunto dos deslocamentos de um sistema compõe o vetor $\{d\}$ tal como visto na Equação 14:

$$\{d\} = (x, \ y, \ z) \quad (34)$$

Como, em geral, a distribuição das linhas não é uniforme, os deslocamentos lineares no plano não ocorrerão necessariamente na direção de incidência das forças ambientais. Dessa forma, a rigidez local do sistema de ancoragem deve ser representada por uma matriz 3x3 (15), onde cada termo k_{ij} representa a força necessária no grau de liberdade i para causar um deslocamento unitário no grau de liberdade j .

Figura 16 - Relações geométricas no plano quando a plataforma é deslocada.



Fonte: Ferrari (1993)

Nesse modelo, considera-se que a estrutura flutuante inicialmente encontra-se em equilíbrio sem a incidência de forças ambientais, podendo ser aplicada a condição de equilíbrio matricial descrita pela equação:

$$[k]\{d\} = 0 \quad (35)$$

Na ocorrência de uma força ambiental ocorre o passeio da unidade até uma nova posição de equilíbrio, na qual a resultante das forças e momentos, incluindo as ações ambientais, são novamente nulas. Dessa forma o problema de determinação da nova posição de equilíbrio pode ser equacionado como (36):

$$[k]\{d\} = \{F\} \quad (36)$$

Onde:

$\{F\}$ = vetor das cargas ambientais

$[k]$ = matriz de rigidez do sistema de ancoragem

$\{d\}$ = vetor dos deslocamentos da unidade no plano

A equação matricial descrita em (36) pode ser também apresentada na forma indicial descrita na equação (37):

$$\begin{bmatrix} k_{uu} & k_{uv} & k_{uy} \\ k_{vu} & k_{vv} & k_{vy} \\ k_{yu} & k_{yv} & k_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x \\ y \\ \Psi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum F_x \\ \sum F_y \\ \sum M_{xy} \end{Bmatrix} \quad (37)$$

Onde:

F_x, F_y = componentes das forças ambientais x e y;

M_{xy} = momento sobre a unidade devido às forças ambientais;

X, Y = deslocamentos lineares da unidade nas direções x e y;

Ψ = rotação de unidade (variação do aproamento) em torno do eixo vertical.

Segundo Junior (1993), os valores dos termos da matriz de rigidez do sistema dependem da posição da plataforma em relação ao sistema de referência global, o que torna o sistema não linear.

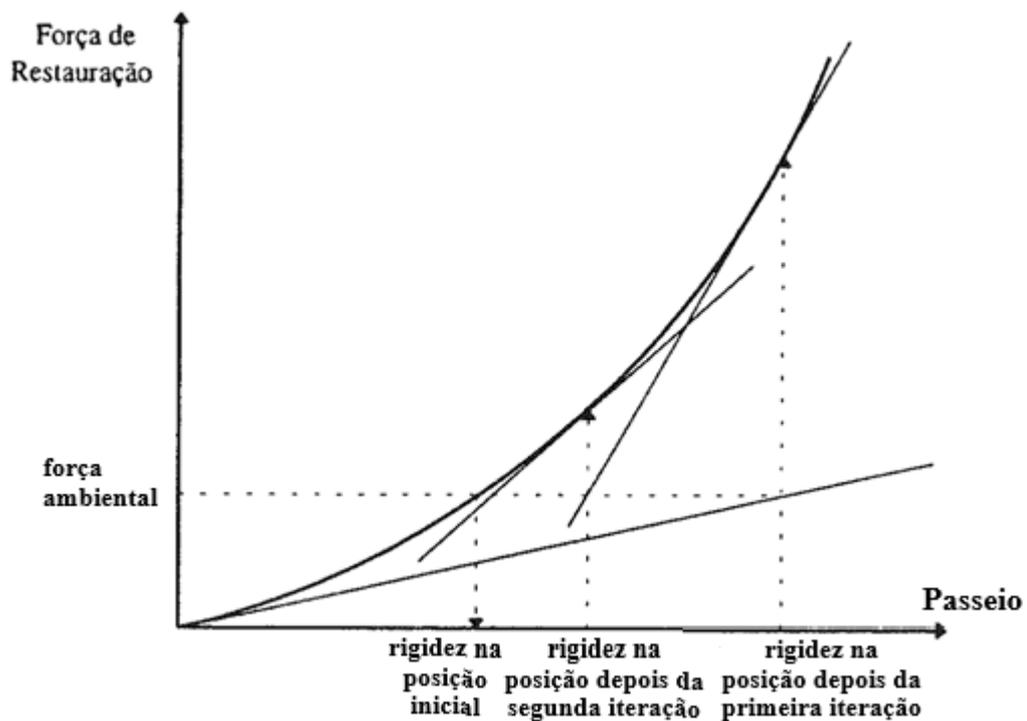
Sendo assim, a solução para tal sistema é iterativa, e pode ser obtida a partir da linearização da matriz de rigidez do sistema, conforme procedimento proposto por Andrade (1995), o qual é mostrado na Figura 17. A cada passo do processo iterativo uma reavaliação do equilíbrio do conjunto (sistema de ancoragem mais forças ambientais) deve ser realizada.

De forma geral, o seguinte procedimento pode ser adotado para a determinação da nova posição de equilíbrio da unidade:

- 1) Cálculo da matriz de rigidez na posição de equilíbrio inicial.
- 2) Aplicação das forças ambientais na unidade e cálculo através da Equação 37 dos deslocamentos resultantes, considerando-se a rigidez constante.

- 3) Cálculo da nova configuração geométrica das linhas e por conseguinte das componentes F_x e F_y e M_{xy} causados pelas forças horizontais das linhas. Caso as forças de restauração e momento sejam diferentes das forças e momentos ambientais, realiza-se nova iteração.
- 4) Esta nova iteração começa com o cálculo da matriz de rigidez na nova posição de equilíbrio definida no passo anterior. Então aplica-se novamente a Equação (37) sendo que o vetor das forças passa a ser dado pela soma das forças ambientais com a forças e momentos de restauração calculados no passo anterior. Como resultado obtém-se um novo vetor de deslocamento e o processo continua retornando-se ao passo 2) até que as forças e momentos de restauração se igualem aos valores da ação ambiental.

Figura 17 - Representação gráfica do método iterativo para solução unidirecional.



Fonte: Adaptada de Andrade et al. (1995).

2.6 FORÇAS AMBIENTAIS ATUANDO NO SISTEMA FLUTUANTE

Os carregamentos que atuam no sistema são basicamente de origem estática e dinâmica. As forças atuantes devido a ação dos ventos, das ondas e das correntezas geram, cada uma, um termo permanente, os quais provocam um deslocamento estático médio da plataforma em relação a sua posição de equilíbrio inicial.

Além dos termos estáticos, a ação dos ventos e das ondas geram também uma parcela dinâmica de carregamento que resulta em um segundo deslocamento que deve ser acrescentado ao deslocamento estático médio.

Embora o cálculo das forças ambientais atuantes em um sistema flutuante não faça parte do escopo deste trabalho, a seguir apresenta-se uma breve introdução sobre o assunto. O leitor interessado poderá encontrar farta documentação sobre o assunto, como, por exemplo, em Chakrabarti (2005).

Para o cálculo das forças ambientais de origem viscosa, é necessário estimar os coeficientes de arrasto da unidade decorrentes da ação do vento e da corrente. Usualmente esses coeficientes são obtidos através de ensaios com modelo em escala reduzida em túnel de vento ou tanque de provas. Nesses casos, a equação básica para a determinação das forças causadas pela ação de ventos e correntes é dada por:

$$F(\theta) = 0.5 * \rho * c(\theta) * A(\theta) * v^2(\theta) \quad (38)$$

Onde:

$F(\theta)$ é a força estática total na direção θ .

ρ é a massa específica do fluido

$c(\theta)$ é o coeficiente de arrasto na direção θ

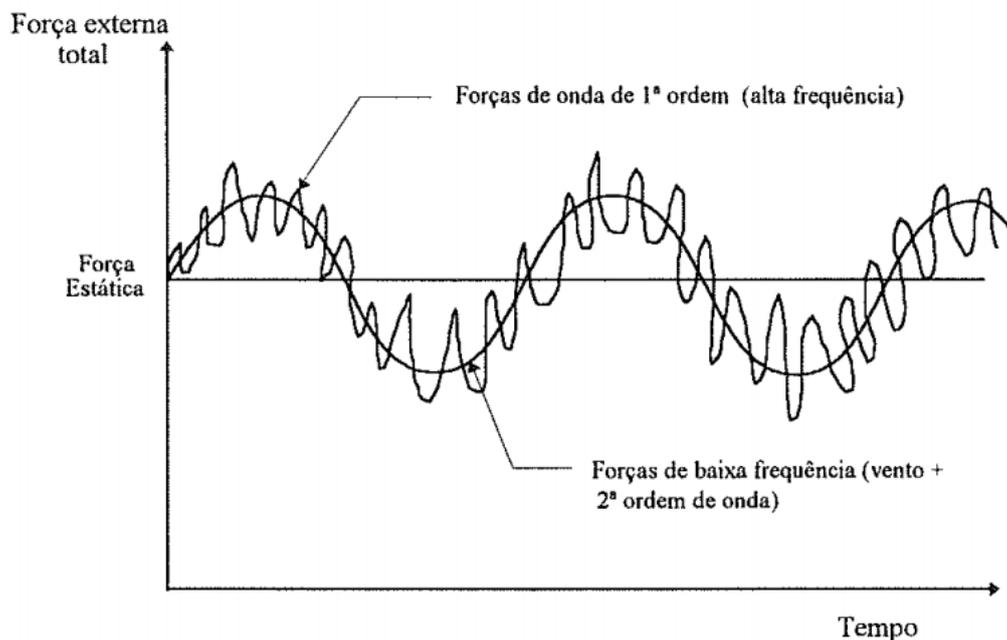
$A(\theta)$ é a área exposta na direção θ

$v(\theta)$ é a velocidade incidente na direção θ

Segundo Andrade (1995), no caso da ação das ondas, as forças podem ser divididas em três categorias: 1) Forças de primeira ordem que oscilam na frequência da onda incidente e geram os movimentos de primeira ordem; 2) Forças de segunda ordem com frequências abaixo da frequência da onda e que induzem os movimentos de baixa frequência; 3) Componente permanente das forças de segunda ordem a qual é conhecida como força de deriva média.

Na Figura 18 é mostrado o registro das forças causadas pela ação das ondas agindo em um sistema flutuante ao longo do tempo.

Figura 18 - Descrição do passeio sofrido pela plataforma ao longo do tempo.



Fonte: Andrade et al (1995)

Apenas a título de exemplo, no Anexo 3 são mostrados exemplos de valores para velocidade do vento, velocidade de correnteza e altura significativa de onda para algumas áreas ao redor do mundo.

2.7 TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO APLICADAS AO PROJETO DE SISTEMAS DE ANCORAGEM

O projeto de plataformas flutuantes demanda do projetista uma série de iterações utilizando ferramentas computacionais. Sabendo a profundidade da locação e as forças ambientais atuantes, o projetista deve definir as características do sistema de ancoragem tendo como restrições a máxima tensão nas linhas e o máximo passeio da unidade.

Segundo Ferrari (1993), a iteratividade do procedimento é necessária pois as entradas (composição, distribuição e pré-tensão das linhas de ancoragem) utilizadas em cada análise dependem dos resultados de deslocamentos definidos na iteração anterior.

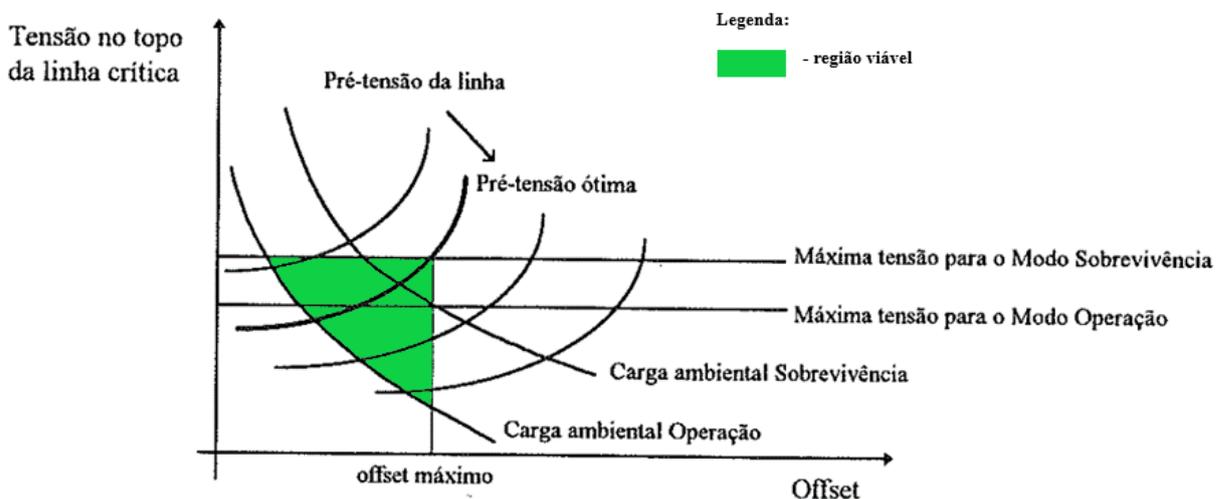
Por fim, admite-se que a solução ótima é aquela que resulta no menor custo global do sistema de ancoragem dimensionado e que atenda aos requisitos estabelecidos para o projeto, os quais foram apresentados na secção 2.3.1. A seguir são discutidas as principais aplicações

de técnicas de otimização associadas ao projeto de sistemas de ancoragem do tipo *spread mooring*.

Nesse modelo, busca-se o valor da tração inicial das linhas tal que o sistema projetado obedeça aos requisitos normativos necessários. Na Figura 19 é apresentado graficamente o procedimento para determinação da tensão inicial de uma linha de ancoragem, cujo comprimento e material estão definidos.

Essa modelo objetiva minimizar o comprimento das linhas de ancoragem repousadas no solo (trecho entre o TDP e a âncora), os quais representam um custo extra e perda de material.

Figura 19 - Representação gráfica do procedimento para escolha da composição ótima de uma linha de ancoragem.



Fonte: Adaptado de Ferrari (1993)

Conforme já discutido, o padrão assimétrico da distribuição das forças ambientais tende a resultar em um padrão de linhas de ancoragem também assimétrico.

Segundo Ferrari (1993), para o caso de otimização do arranjo das linhas no entorno da unidade flutuante deve-se contrabalançar as forças ambientais com a capacidade de restauração do sistema de ancoragem de forma que cada linha absorva a mesma quantidade de energia incidente.

A energia incidente entre as linhas de ancoragem adjacentes (Figura 20) deve ser determinada como o quociente da integral da distribuição polar das forças ambientais pelo número de linhas, conforme Equação 39:

$$E = \frac{\int_0^{2\pi} F_t(\theta) d\theta}{N_{linhas}} \quad (39)$$

Sendo que:

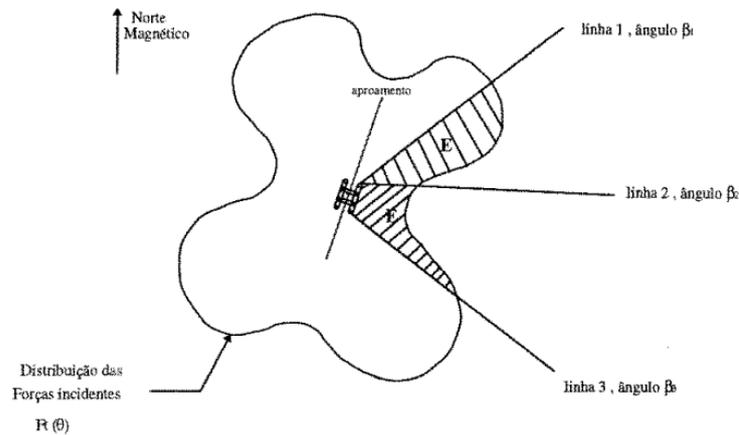
$F_t(\theta)$ é a força em função do ângulo de incidência

N_{linhas} é o número de linhas no entorno da unidade

E então o ângulo entre as linhas de ancoragem adjacentes β_i e β_{i+1} deve obedecer à seguinte relação (Equação 40):

$$\int_{\beta_i}^{\beta_{i+1}} F_t(\theta) d\theta = E \quad (40)$$

Figura 20 - Representação gráfica do procedimento para otimização do arranjo de ancoragem da plataforma.



Fonte: Ferrari (1993)

Conclui-se que a capacidade de restauração do sistema de ancoragem dependerá do espalhamento no plano das forças ambientais incidentes, e, portanto, uma distribuição mais homogênea das tensões estáticas ¹³ nas linhas de ancoragem será atingida. A partir dessa premissa é possível generalizar o modelo; incluindo se linhas compostas de segmentos de diferentes tamanhos e diferentes materiais, bem como diferentes raios de ancoragem.

¹³ Neste trabalho a análise dos esforços nas linhas de ancoragem decorrentes da excitação da plataforma seguem a abordagem quase estática proposta por Andrade et al. (1995). Nessa abordagem consideram-se apenas as tensões decorrentes da configuração da catenária e das condições de contorno a qual a linha está submetida (tração inicial e comprimento total), ignorando-se tensões inerciais decorrentes de movimentos ou vibração.

2.7.1 Algoritmos genéticos

A utilização de técnicas de otimização requer a aplicação de algoritmos racionais e automáticos capazes de direcionar a solução em direção a um ótimo capaz de melhorar o desempenho do projeto.

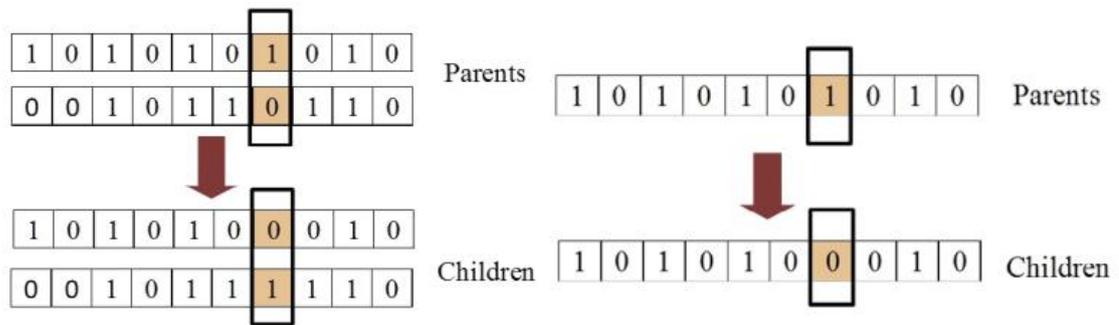
Entre os diferentes algoritmos destinados a otimização, destacam-se os algoritmos baseados em princípios genéticos.

Conforme discutido por Tancredi (2008), os princípios nos quais algoritmos genéticos (AG) se baseiam são simples. De acordo com a teoria de Darwin, o princípio da seleção natural privilegia os indivíduos mais aptos que, por possuírem uma maior chance de sobreviver, possuem uma maior chance de se reproduzirem.

Ainda segundo Tancredi (2008), os algoritmos genéticos têm se mostrado ferramentas versáteis para a solução de problemas complexos de otimização, e cujo procedimento geral é descrito por Yeh (1999):

1. Geração de uma população inicial composta por N soluções aleatórias.
2. Classificação da população – cada solução tem sua aptidão avaliada segundo uma função de mérito baseada nos objetivos do projeto.
3. Reprodução – de uma população existente de indivíduos um novo é criado, de acordo com a aptidão de cada solução.
4. Recombinação – para a criação de uma nova população, cruzamentos e operadores de mutação são aplicados em indivíduos escolhidos entre os indivíduos mais aptos. O cruzamento é um operador responsável pela propagação das características do indivíduo mais apto através da troca de informações genéticas. Já a mutação, por sua vez, é um operador de reprodução que cria um cromossomo através de uma modificação aleatória nos valores de uma solução inicial (Figura 21).
5. Substituição – a população existente é trocada pela nova população gerada após a aplicação dos operadores de cruzamento e mutação. O processo de substituição da geração anterior pela subsequente caracteriza uma geração em processo evolucionário. Finalmente, se algum critério de convergência o procedimento é encerrado; caso contrário, volta-se a aplicação da etapa 2.

Figura 21 - Exemplo de operador de cruzamento (à esquerda) e operador de mutação (à direita).



Fonte: (BAI et al., 2018)

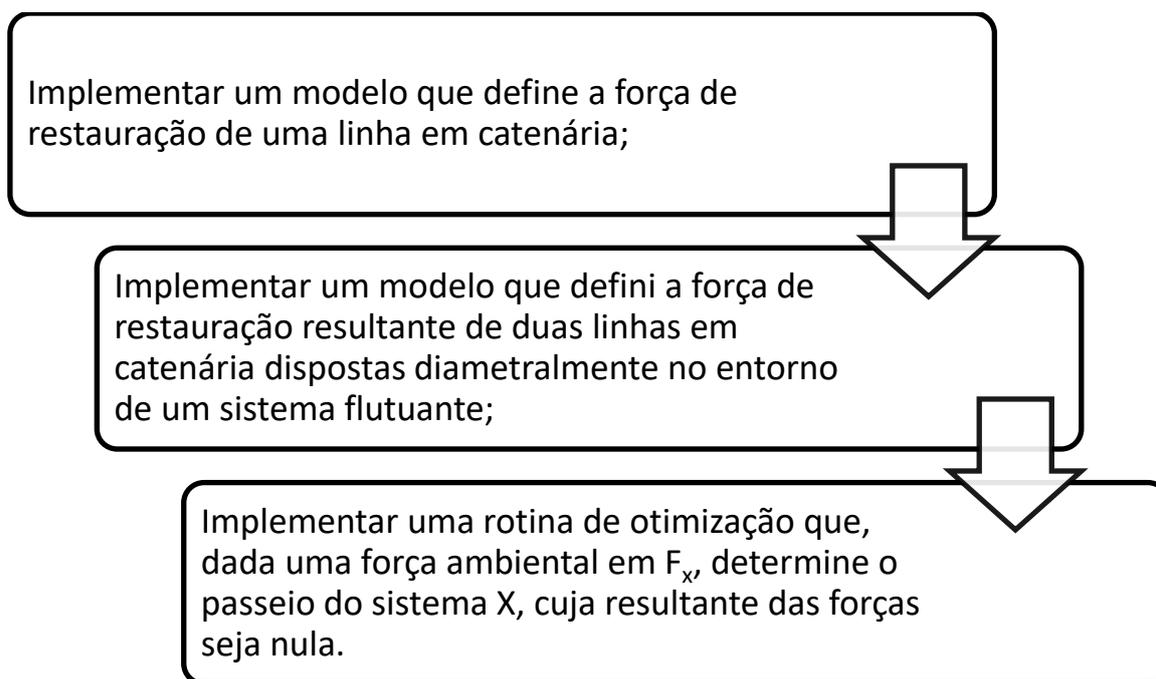
De acordo com Carbone et al (2005) algoritmos genéticos diferem de outras técnicas computacionais mais comuns em diversos aspectos, tais como: 1) Usam uma população de indivíduos ou soluções ao invés de um único ponto inicial; 2) Trabalham com uma codificação binária de possíveis soluções ao invés dos valores decimais que descrevem a solução; 3) Usam regras de transição probabilísticas ao invés de operadores determinísticos, evitando que o algoritmo fique preso em mínimos locais; 4) São aptos, com pequenas modificações, a serem usados em casos contínuos, discretos ou uma combinação desses; 5) Não demandam outras informações, como por exemplo, o gradiente da função objetivo.

3 METODOLOGIA

Este capítulo apresenta a metodologia estabelecida para o desenvolvimento proposto e cujos fundamentos foram discutidos no capítulo anterior.

No fluxograma da Figura 22 são mostradas as etapas elaboradas para o desenvolvimento proposto, as quais representam o processo de tralhado.

Figura 22 - Fluxograma do processo



Fonte: O autor.

As técnicas utilizadas para a realização do procedimento proposto podem ser divididas em duas categorias. Em relação a determinação das forças de restauração do sistema, serão utilizados modelos analíticos referentes ao cálculo da catenária inelástica, conforme formulação apresentada na fundamentação teórica.

Por fim, os modelos de otimização estabelecidos no procedimento serão resolvidos com base em algoritmos genéticos, cuja aplicação é considerada robusta e eficiente para problemas contínuos não lineares.

Tendo em vista que o modelo com n linhas é melhor representado na forma matricial, propõem-se que todo o desenvolvimento seja feito utilizando-se a ferramenta MATLAB, que dispõe inclusive do pacote Global Optimization Toolbox, que permitirá a fácil aplicação das técnicas de otimização essenciais a esse desenvolvimento. Destaca-se que tal ferramenta se encontra disponível no terminal acadêmico da Universidade Federal de Santa Catarina.

4 DESENVOLVIMENTO

Neste capítulo são apresentados os principais desenvolvimentos realizados neste trabalho. Inicialmente é apresentado um estudo paramétrico associado a configuração de 1 linha homogenia disposta na configuração de catenária inelástica, e cujas equações foram discutidas no capítulo 2.3.

A seguir é apresentado o modelo para o projeto de um sistema de ancoragem composto por 2 linhas homogenias dispostas diametralmente. O modelo é então analisado para alguns casos utilizando-se duas abordagens diferentes: uma equação transcendental e um modelo de otimização numérica.

4.1 ESTUDO PARAMÉTRICO CONSIDERANDO UMA LINHA HOMOGÊNEA

Conforme visto anteriormente, a Equação 12 fornece de forma direta a profundidade (y) em função da distância horizontal do ponto de toque ao ponto de amarração (xf), conforme mostrado na Figura 14.

Como, tipicamente a profundidade é um parâmetro de entrada deste problema, uma manipulação algébrica foi feita de modo à expressar xf em função de y chegando então na Equação 41.

$$xf = (H/W) * \operatorname{acosh}((W/H) * y + 1) \quad (41)$$

Conforme pode ser visto, a distância xf dependerá da força horizontal no topo da linha (H), do peso linear da linha (w) e da profundidade y medida do solo marinho até a plataforma. Uma vez calculado xf , pode-se utilizar a Equação 13 para calcular o comprimento da linha suspenso (S).

Alguns outros termos são necessários de modo a definir totalmente as variáveis do sistema. O trecho de linha apoiado no solo marinho (xt) pode ser obtido pela subtração do comprimento total da linha St pelo comprimento da linha suspenso S , conforme mostrado na Equação 42:

$$xt = St - S \quad (42)$$

Por fim, o raio de ancoragem é definido como a soma de xt e xf (Equação 43).

$$xr = xt + xf \quad (43)$$

A seguir é apresentada uma análise paramétrica da Equação 43 na qual cada um dos parâmetros é variado independentemente.

- Caso 1: Variação da força horizontal inicial (H).

De maneira a observar a influência da variação da força horizontal H_n na linha os seguintes parâmetros foram utilizados conforme Tabela 4.

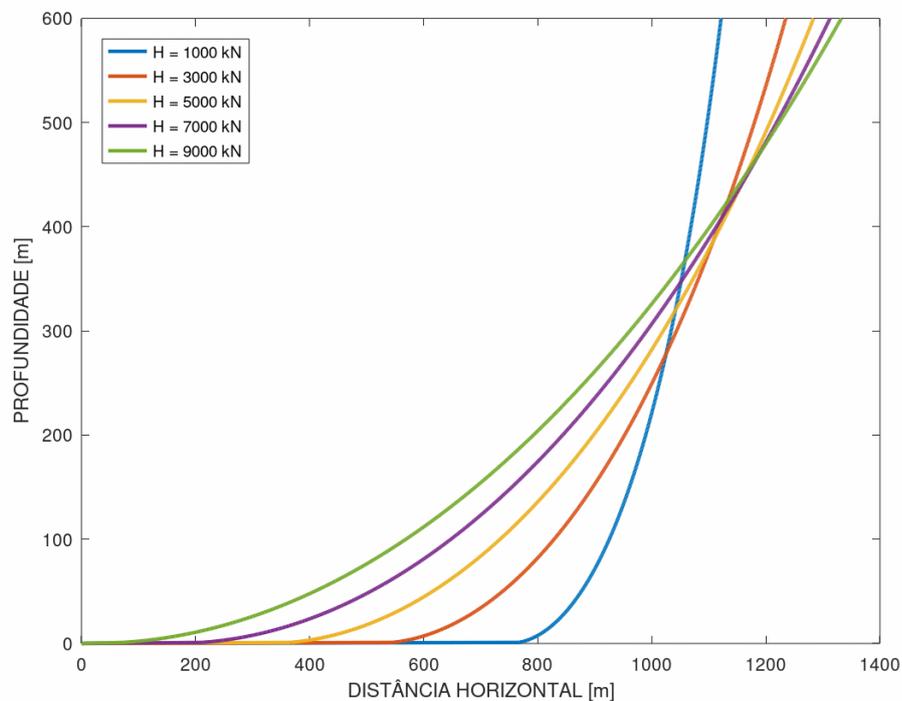
Tabela 4 - Parâmetros de entrada para variação da força horizontal

Parâmetro	Valor
Profundidade [m]	600
Densidade linear [kg/m]	600
Comprimento total da linha [m]	1500
Força horizontal [kN]	1000-9000

Fonte: O autor

A Figura 23 mostra as linhas sobrepostas.

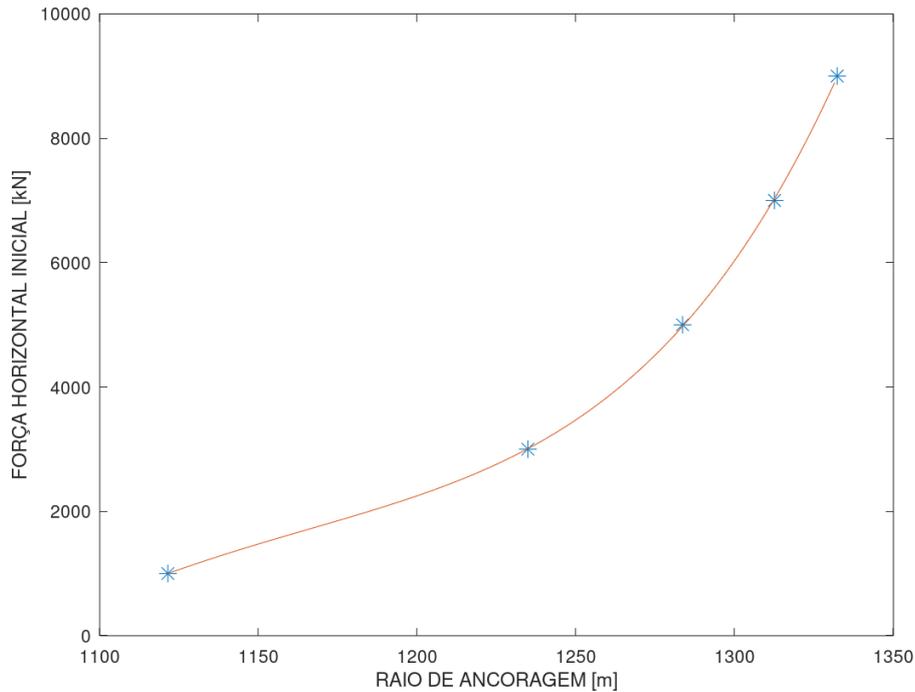
Figura 23 - Comportamento das linhas quando variando a força horizontal.



Fonte: O autor

Como se pode observar, a variação da força não provoca um aumento linear do raio de ancoragem x_r . De modo a tornar mais fácil essa visualização o gráfico da rigidez do sistema pode ser visto na Figura 24.

Figura 24 - Comportamento do raio de ancoragem quando variado a força horizontal



Fonte: O autor

Sendo assim, observa-se o comportamento não linear do raio de ancoragem do sistema quando sob o efeito da variação exclusiva da força horizontal.

- Caso 2: Variação da densidade linear da linha (w).

De maneira a observar a influência da variação da densidade linear w na linha os seguintes parâmetros foram utilizados conforme Tabela 5.

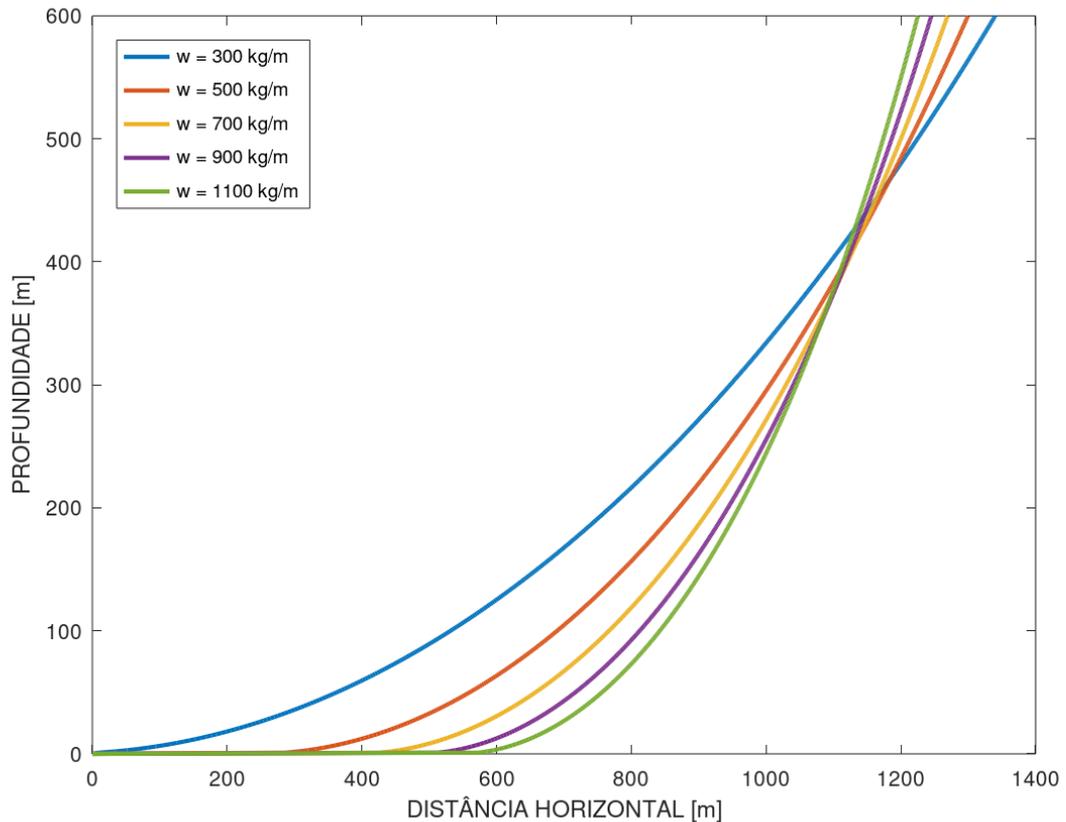
Tabela 5 - Parâmetros de entrada para variação da densidade linear w

Parâmetro	Valor
Profundidade [m]	600
Densidade linear [kg/m]	300-1100
Comprimento total da linha [m]	1500
Força horizontal [kN]	5000

Fonte: O autor

A Figura 25 mostra as linhas sobrepostas.

Figura 25 - Comportamento das linhas quando variado a densidade linear w



Fonte: O autor

Como pode ser observado o aumento de w faz com que a linha fique menos retesada, aumentando o comprimento do trecho no leito marinho, mas também aumentando a tensão inicial nas linhas.

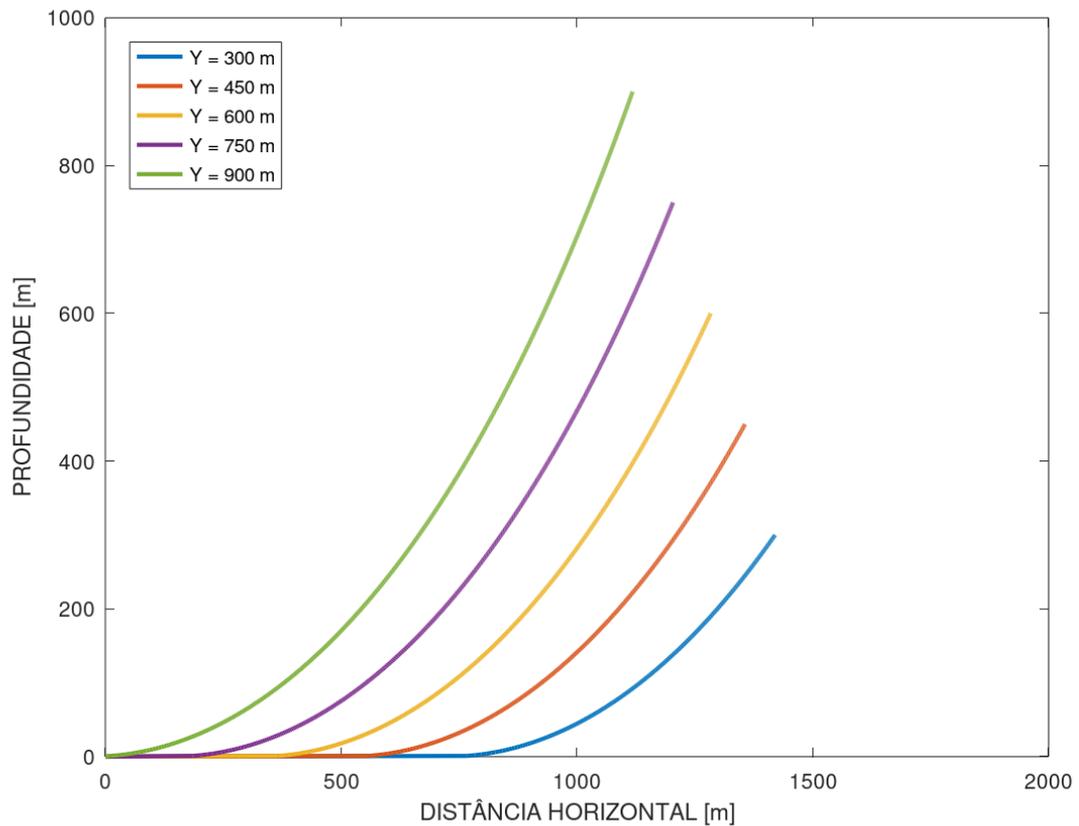
- Caso 3: Variação da profundidade y , referente a lâmina d'água do sistema

De maneira a observar a influência da variação da profundidade y na linha os seguintes parâmetros foram utilizados conforme Tabela 6.

Tabela 6 - Parâmetros de entrada para variação da profundidade y

Parâmetro	Valor
Profundidade [m]	300-900
Densidade linear [kg/m]	600
Comprimento total da linha [m]	1500
Força horizontal [kN]	5000

Fonte: O autor

Figura 26- Comportamento das linhas quando variado a profundidade y 

Fonte: O autor

A variação paramétrica da profundidade mostra que com seu aumento existe uma tendência a um maior trecho suspenso da linha. Além disso, o ângulo no ponto de amarração também tende a aumentar.

4.2 ESTUDO DA INTERAÇÃO DE DUAS LINHAS

Após o estudo paramétrico com uma linha, avançando para a modelagem mais realista de um sistema de ancoragem, é analisado nesta seção um sistema de duas linhas no plano.

4.2.1 Modelo numérico baseado em otimização

Nesta seção é apresentado uma estratégia para a solução do problema de projeto de um sistema composto por 2 linhas homogenias e que utiliza técnicas de otimização para a minimização do resíduo entre o deslocamento da linha da esquerda e da direita.

É importante observar que não se trata ainda do processo de otimização para o projeto do sistema de ancoragem descrito no final da seção anterior, mas sim da aplicação da técnica de otimização para a definição da configuração do sistema após a aplicação de uma força ambiental.

Após a aplicação de uma força ambiental qualquer, o sistema de duas linhas antes em equilíbrio devido a força horizontal nas linhas na condição de equilíbrio inicial H_o , passa a tomar outra configuração, conforme já discutido anteriormente.

Considerando-se que a força horizontal nas linhas na condição de equilíbrio inicial irá produzir um raio de ancoragem x_{r0} , e que o raio de ancoragem total de ambas as linhas será o dobro disso, a seguinte equação (Equação 26) foi tomada como a função objetivo implementada no código em Matlab (Apêndice 1).

$$(f_{obj})_{min} = xr_1 + xr_2 - 2 * xr_o \quad (26)$$

As seguintes restrições foram aplicadas (Eq. 27-29) a rotina programada. Através da função *genetic algorithm* (ga) ¹⁴ foi encontrado a força horizontal nas linhas na condição de equilíbrio inicial e as forças finais em ambas as linhas para uma força ambiental dada.

$$H_2 - H_1 \leq 0 \quad (27)$$

$$H_1 - (H_o + H_2) \leq 0 \quad (28)$$

$$H_1 - (H_2 + F_A) = 0 \quad (29)$$

¹⁴ Mais informações a respeito do funcionamento da função estão contidas no Anexo 2.

Dessa forma foi fixado um valor para a força horizontal nas linhas na condição de equilíbrio (Tabela 7) e este valor acrescido da parcela de força ambiental. O passeio do sistema mediante a força ambiental pode ser visto na Tabela 8.

Tabela 7 - Parâmetros de entrada

Y [m]	W [kg/m]	H _o [kN]
600	600	4000

Fonte: O autor

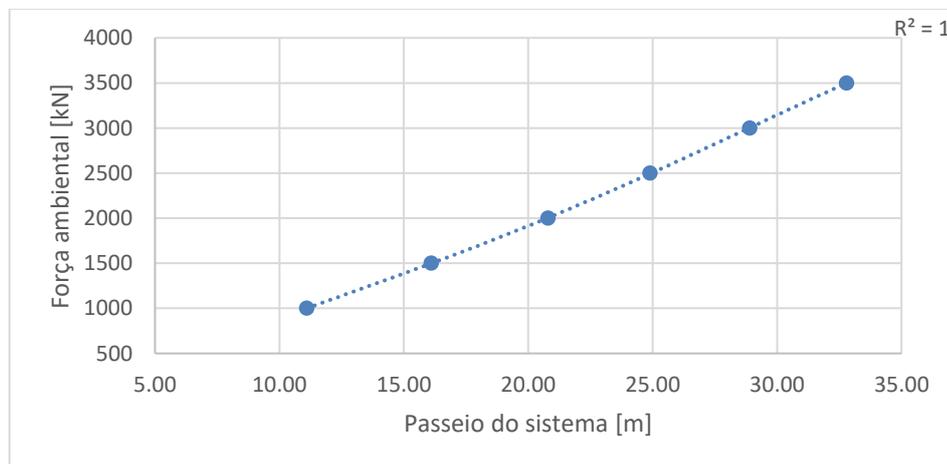
Tabela 8 - Força ambiental imposta e respectivo passeio do sistema

Fa [kN]	passeio [m]
3500	32.8
3000	28.9
2500	24.9
2000	20.8
1500	16.1
1000	11.1

Fonte: O autor

Com isso o gráfico (Figura 34) da variação da força ambiental pelo passeio do sistema revela a rigidez do sistema.

Figura 27 - Rigidez do sistema quando submetido a variação da força ambiental



Fonte: O autor

Tendo como objetivo fazer um comparativo da função utilizada anteriormente (*ga*) para a solução do problema, um segundo código (Apêndice 2) foi elaborado. Entretanto, dessa vez foi utilizado a função *fmincon*¹⁵. Esse código é similar ao código anterior e utiliza a mesma função objetivo (Equação 26) porém apenas a restrição da Equação 29.

¹⁵ Mais informações a respeito do funcionamento da função são mostradas no Anexo 1.

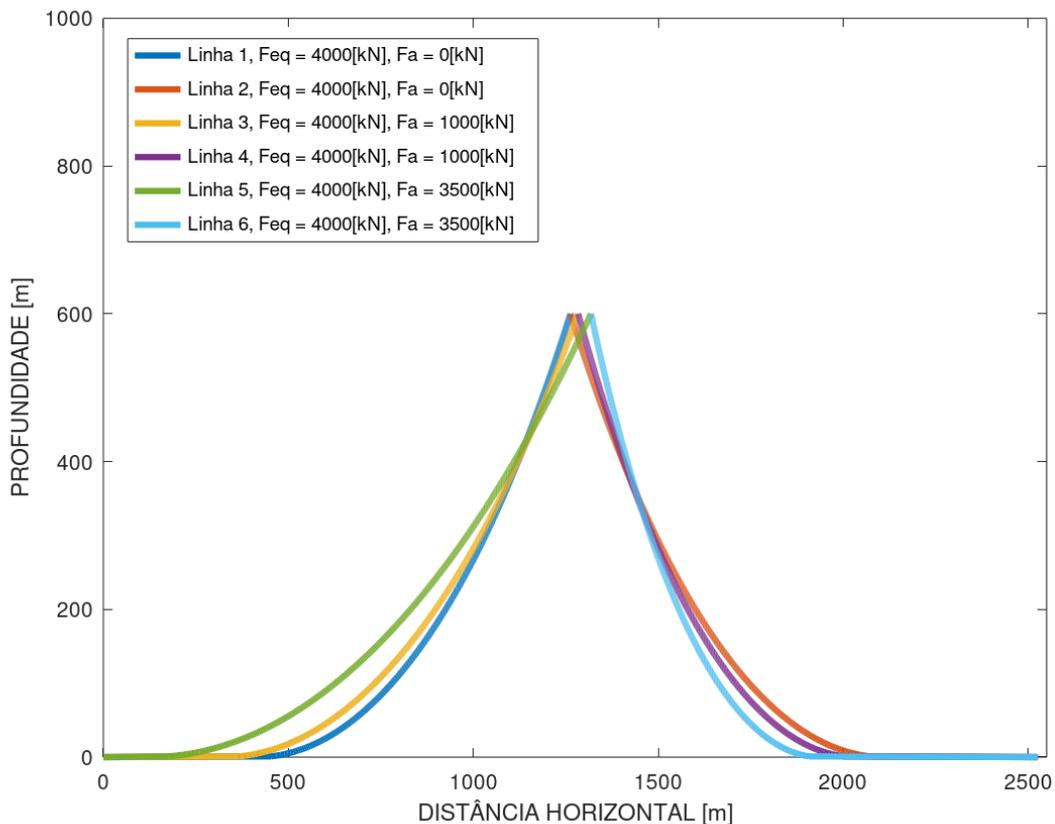
As entradas do programa podem ser vistas na Tabela 9, enquanto na Figura 28 é mostrada a saída do processamento de duas linhas em equilíbrio quando variado a força ambiental.

Tabela 9 - Entradas para o código que soluciona o equilíbrio de duas linhas

Y [m]	w [kg/m]	S [m]
600	600	1500

Fonte: O autor

Figura 28 - Representação de duas linhas em equilíbrio variando a força ambiental.



Fonte: O autor

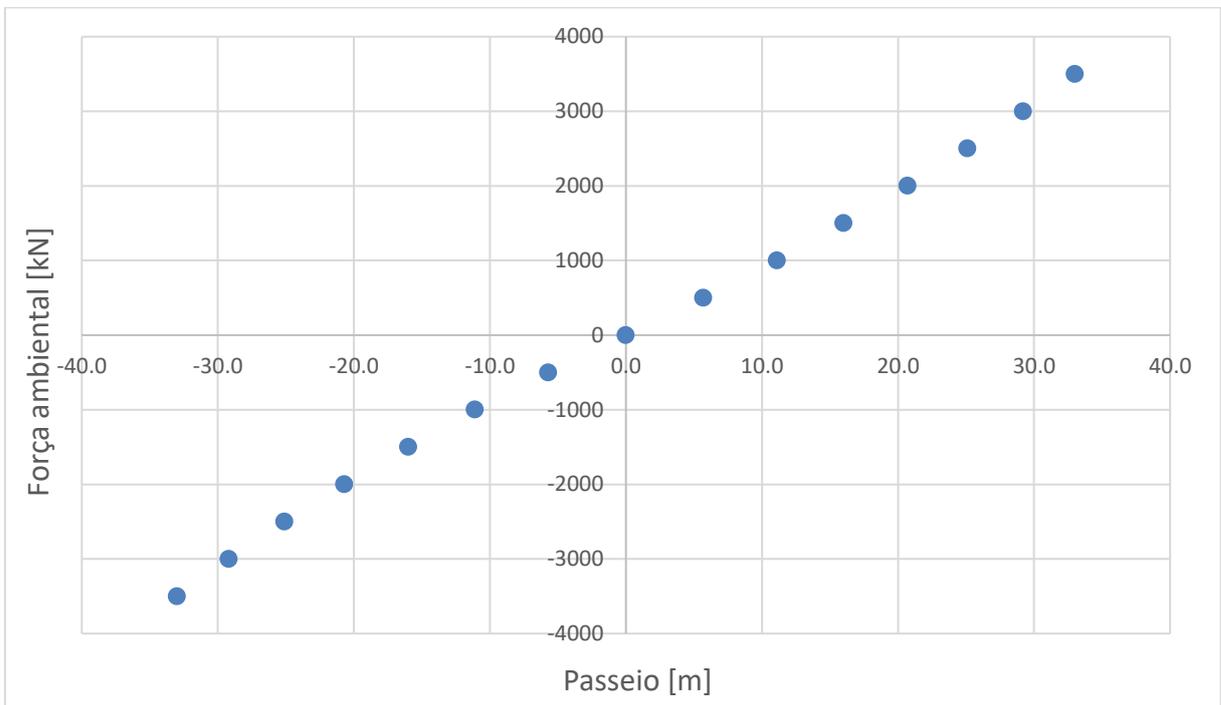
A rigidez do sistema de duas linhas no plano pode ser vista na Figura 29. A Tabela 10 traz os valores das forças ambientais e dos respectivos passeios sofridos.

Tabela 10 - Valores das forças ambientais aplicadas e seus respectivos passeios

Força Ambiental [kN]	Passeio [m]	Força Ambiental [kN]	Passeio [m]
1000	11,10	- 1000	- 11,10
1500	16,00	- 1500	- 16,00
2000	20,70	- 2000	- 20,70
2500	25,10	- 2500	- 25,10
3000	29,20	- 3000	- 29,20
3500	33,00	- 3500	- 33,00

Fonte: O autor

Figura 29 - Rigidez do sistema de duas linhas no plano

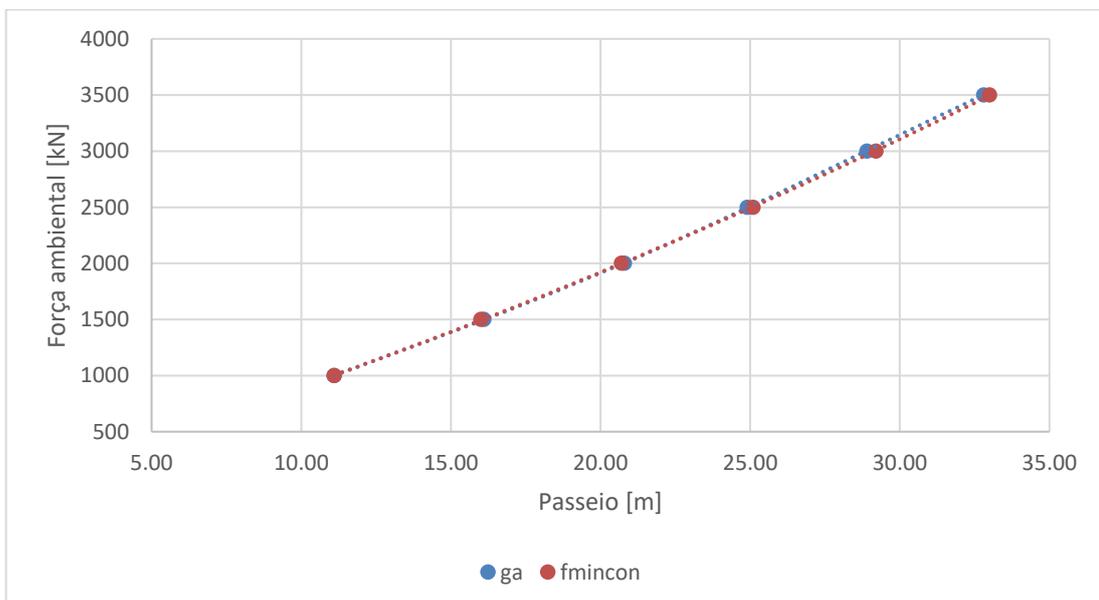


Fonte: O autor

É importante observar que, conforme previsto na fundamentação teórica, a rigidez do sistema de ancoragem mostrada na Figura 29 apresenta um comportamento não linear.

Sendo assim, através das soluções obtidas através da função *ga* e *fmincon* foi gerado um gráfico com os valores sobrepostos (Figura 35).

Figura 30 - Sobreposição dos casos de equilíbrio solucionados pelas funções *fmincon* e *ga*



Fonte: O autor

Observando a Figura 35 é evidente que houve uma convergência nos valores de passeio do sistema obtidos pelas duas funções, levando em conta que os parâmetros de entrada utilizados serem os mesmos. A Tabela 11 resume os valores de ambos os casos com a diferença entre eles.

Tabela 11 - Comparativo dos passeios sofridos mediante as diferentes funções utilizadas

Fa [kN]	Passeio [m]		
	GA	FMINCON	Δ [m]
1000	11,10	11,10	0,0
1500	16,10	16,00	0,1
2000	20,80	20,70	0,1
2500	24,90	25,10	-0,2
3000	28,90	29,20	-0,3
3500	32,80	33,00	-0,2

Fonte: O autor

Podemos observar que a diferença entre os métodos é de alguns décimos, o que pode ser considerada nula levando em conta as dimensões do sistema como um todo.

4.2.2 Análise da variação da densidade linear no passeio do sistema

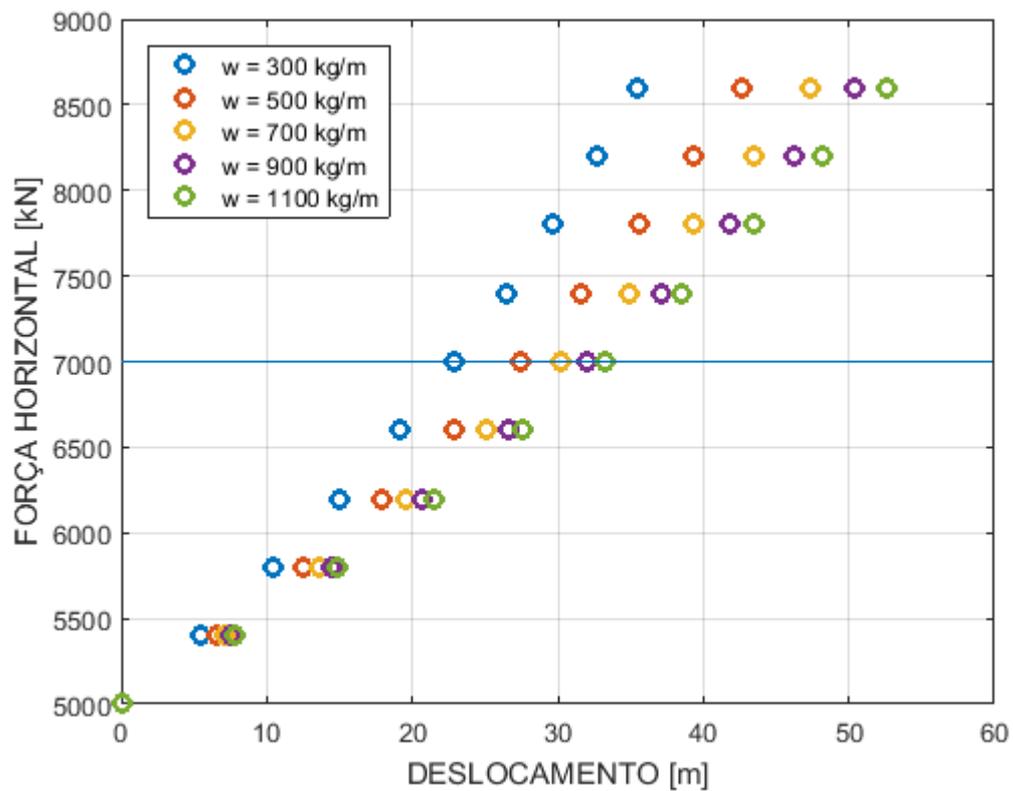
Buscando reduzir custo, uma segunda análise pode ser feita variando a densidade linear. Para isso, os gráficos da rigidez do sistema para cinco valores de w foram sobrepostos (Figura 31) tendo como parâmetros fixos os valores descritos na Tabela 12.

Tabela 12 - Parâmetros de entrada para variação da densidade linear w

Parâmetros	Valores
Profundidade	600
Força de equilíbrio inicial nas linhas	5000
Força ambiental	0-4000
Comprimento total da linha	1500
Densidade linear	300-1100

Fonte: O autor

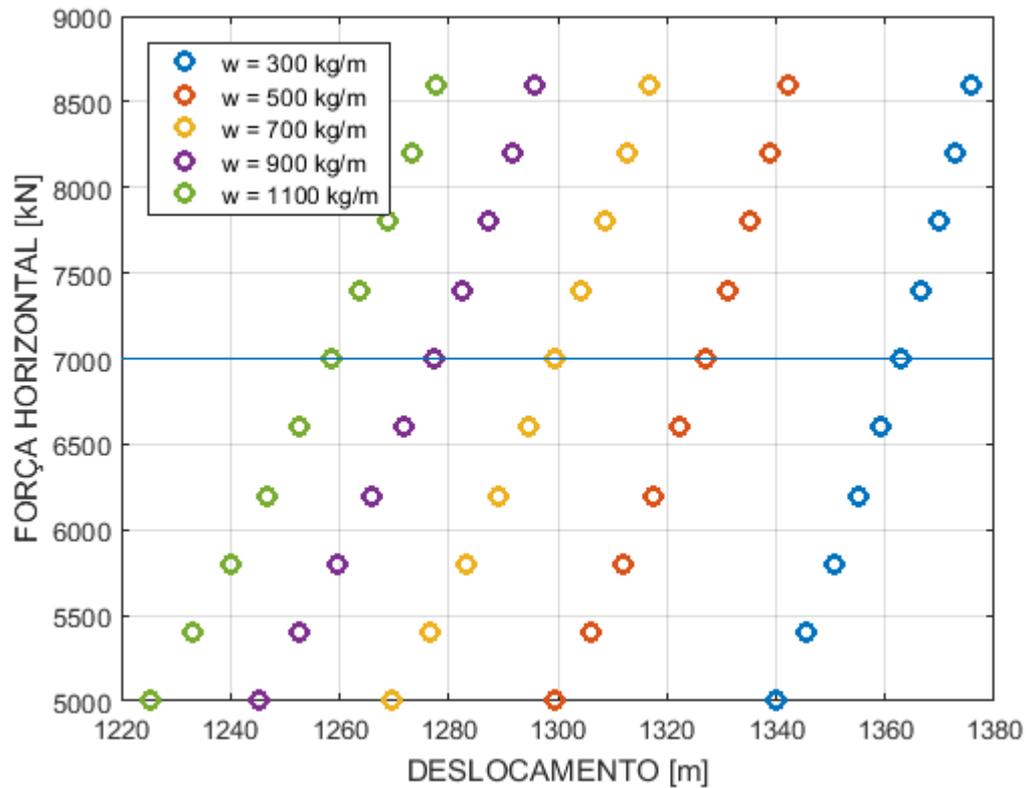
Figura 31 - Rigidezes variando a densidade linear



Fonte: O autor

Era esperado que o deslocamento ou passeio do sistema diminuísse com o aumento da densidade linear da linha. A explicação para isso pode ser observada na Figura 32. O que acontece é que com o aumento de w , o raio de ancoragem diminui, porém a diferença entre o raio de ancoragem inicial e após o atuar da força ambiental aumenta.

Figura 32 - Variação do raio de ancoragem com a densidade linear

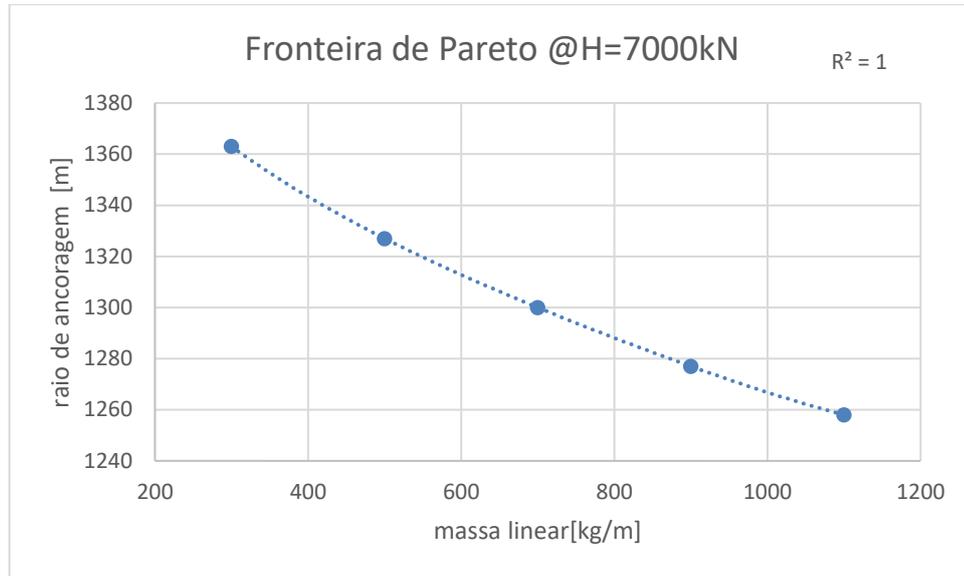


Fonte: O autor

Analisando os resultados até agora apresentados, observa-se que a diminuição da massa linear das linhas produz uma diminuição do raio de ancoragem o que conseqüentemente pode representar uma diminuição também no comprimento total da linha necessária para o sistema. No entanto, a rigidez do sistema diminui, aumentando o passeio da plataforma para uma mesma força ambiental.

Assim, ao se considerar uma força horizontal total de 7000 kN, é possível traçar uma curva (Figura 33) que mostra a relação de compromisso entre o raio de ancoragem e a densidade linear das linhas de ancoragem. Tal curva também é conhecida como Fronteira de Pareto e representa soluções de compromisso para o problema de projeto do sistema de ancoragem composto de 2 linhas homogêneas dispostas em catenária inelástica.

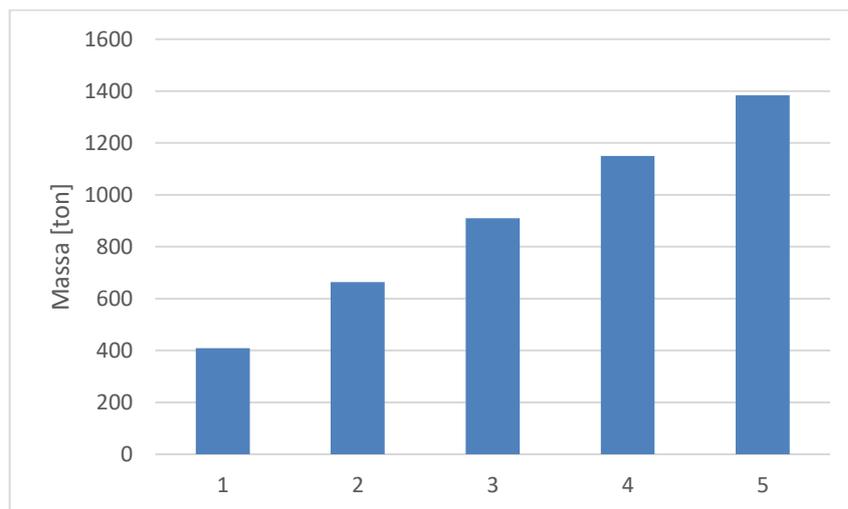
Figura 33 - Relação de compromisso entre raio de ancoragem e densidade linear



Fonte: O autor

A partir do comportamento do sistema descrito na Figura 33 é necessário então buscar o valor ótimo que reflete o menor custo do sistema e que atende aos critérios definidos para o projeto. Na Figura 34 podemos ver valores estimados de massa total do sistema, sendo esses valores provenientes do produto da massa linear pelo raio de ancoragem.

Figura 34 - Massa estimada do sistema

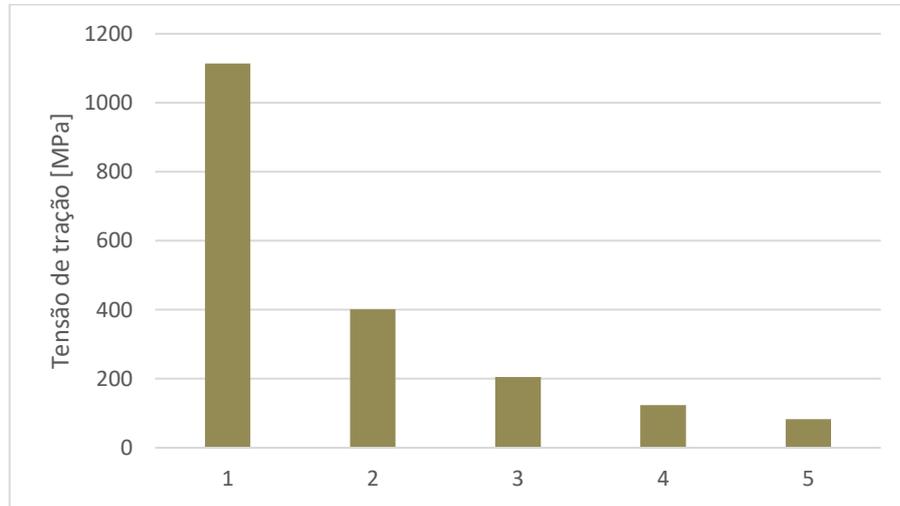


Fonte: O autor

A primeira impressão é de que devemos buscar o menor valor de massa, já que essa representa implicitamente custo do sistema. Porém, observando a Figura 35, com valores

estimados de tensão de tração nas linhas podemos que essa impressão não pode estar plenamente correta.

Figura 35 - Tensão de tração para cada caso de variação das linhas



Fonte: O autor

O conjunto número 1 que tem o menor custo tem também a maior tensão de tração e sendo assim pode não ser um ponto ótimo. Entretanto, observando o conjunto 2, que é o segundo menor custo e possui tensão de tração máxima $1/3$ do valor do conjunto 1. Assim, para o projeto do sistema pode-se recorrer novamente a um processo de otimização mono objetivo.

5 CONCLUSÃO

No decorrer deste trabalho foi apresentado conceitos e definições sobre os sistemas de ancoragem de estruturas flutuantes utilizando uma modelagem de linhas homogêneas dispostas em catenária inelástica. Além disso, foi apresentado os principais materiais usados na fabricação de tais linhas.

O estudo inicial visou estudar a influência que os parâmetros de projeto da linha possuem no comportamento da configuração geométrica resultante.

Observou-se que o problema da catenária pode ser resolvido de diferentes maneiras, sempre fixando 2 das 3 características fundamentais que descrevem a linha de ancoragem¹⁶: comprimento total, raio de ancoragem e força horizontal inicial.

A seguir um estudo paramétrico foi realizado visando compreender a influência de cada parâmetro no desempenho de uma única linha de ancoragem. Nessa etapa foram variados: a força ambiental, a profundidade e a densidade linear. Observou-se que a força ambiental apresentou um comportamento não linear, o aumento da profundidade apresentou um decréscimo no raio de ancoragem para um comprimento de linha constante e, por fim, o aumento da densidade linear causou uma diminuição raio de ancoragem, porém aumentou o passeio do sistema.

Compreendido o comportamento de uma única linha, o estudo passou a analisar as características de um sistema de ancoragem composto por duas linhas opostas. Primeiramente um código foi desenvolvido em Matlab implementando uma solução numérica do problema através de otimização buscando minimizar uma função objetivo utilizando a função *ga*. Depois um segundo código foi desenvolvido, sendo ele também de otimização, porém, dessa vez, utilizando a função *fmincon*. Ambos os resultados foram comparados; e foi observado a convergência destes.

Por fim uma análise da variação da densidade linear das linhas foi feita buscando entender a influência de tal parâmetro no passeio do sistema. Foi observado que fixando-se os demais parâmetros, o aumento da densidade linear provoca uma diminuição da rigidez do sistema, ou seja, acontece um aumento do passeio. Além disso, foi observado que a diminuição do raio de ancoragem do sistema. Com isso, um gráfico de relação de compromisso foi gerado dando subsídio para uma possível otimização em busca da diminuição do peso do sistema e conseqüentemente de seu custo.

¹⁶ Outros autores adotam outros parâmetros, tais como: tração no topo e ângulo no topo, mas que em essência refletem o mesmo conjunto de parâmetros aqui descritos.

Fica como sugestão para trabalhos futuros, a inclusão de um modelo para otimização do equilíbrio para n linhas, bem como a consideração de linhas mistas, compostas de trechos de materiais diferentes.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, Bernardo Luis R. de; BRINATI, Hernani Luiz; MORISHITA, Helio Mitio. **Sistema de ancoragem e posicionamento: VOLUME 1**. 1995. 124 f. Monografia (Especialização) - Curso de Engenharia Naval e Oceânica, Engenharia Naval e Oceânica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995.
- BAI, Prof. Young; BAI, Dr. Qiang. **Subsea engineering handbook**. Houston, Usa: Elsevier, 2010. 911 p
- BAI, Weiwei; JUNSHENG; LI, Tieshan. MODIFIED GENETIC OPTIMIZATION-BASED LOCALLY WEIGHTED LEARNING IDENTIFICATION MODELING OF SHIP MANEUVERING WITH FULL SCALE TRIAL. **Future Generation Computer Systems: The International Journal of eScience**. Dalian, p. 1-10. 7 abr. 2018.
- BOB GRAHAM (Estados Unidos da América). National Commission on The Bp Deepwater Horizon Oil Spill and Offshore Drilling (Comp.). **Deep water: THE GULF WATER DISASTER AND THE FUTURE OF OFFSHORE DRILLING**. Us: Gpo, 2011. 381 p.
- CARBONO, Alonso J Juvinao; MENEZES, Ivan F M; MARTHA, Luiz Fernando. MOORING PATTERN OPTIMIZATION USING GENETIC ALGORITHMS. In: WORLD CONGRESSES OF STRUCTURAL AND MULTIDISCIPLINARY OPTIMIZATION, 6., 2005, Rio de Janeiro. **Artigo**. Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2005. p. 1 - 9.
- CHAKRABARTI, Subrata K.. **Handbook of offshore engineering: VOLUME 2**. Plainfield: Elsevier, 2005. 1268 p.
- CHANDRASEKARAN, Srinivasan. **Dynamic analysis and design of offshore structures**. 2. ed. Chennai: Springer, 2018. 422 p.
- FERRARI JÚNIOR, José Alfredo. **Otimização e automatização do projeto de sistemas de ancoragem de plataformas semissubmersíveis**. 1993. 87 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Petróleo, Engenharia de Petróleo, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1993.
- KAUSHIK, Mohit. **11 major oil spills of the maritime world: Marine Environment**. 2019. Disponível em: <<https://www.marineinsight.com/environment/11-major-oil-spills-of-the-maritime-world/>>. Acesso em: 15 fev. 2019.
- KAWASAKI, Pedro Yuji. **Análise de linhas de ancoragem de plataformas oceânicas considerando diversos tramos e o trecho enterrado da linha**. 2010. 73 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.
- LACERDA, Thiago Ângelo Gonçalves de. **Análise de sistemas de ancoragem de estruturas flutuantes**. 2005. 63 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Mecânica Aplicada e Estruturas, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Cidade Universitária, 2005.

MEDEIROS, Antonio Roberto de. **Ancoragem e fundação offshore**. 2009. 74 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

NAZÁRIO, Vitor de Carvalho. **Modelagem de sistemas de ancoragem utilizando catenária inelástica**. 2015. 73 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Naval, Engenharia Naval, Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, 2015.

PITTMAN, Craig. **Deepwater Horizon: Seven years after explosion and oil spill, study finds cleanup workers got sicker**. 2017. Disponível em: <<https://www.tampabay.com/news/environment/deepwater-horizon-seven-years-after-explosion-and-oil-spill-study-finds/2320962>>. Acesso em: 20 abr. 2017.

TANCREDI, Thiago Pontin. **Otimização multidisciplinar distribuída aplicada a projetos de engenharia**. 2008. 187 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Naval e Oceânica, Engenharia Naval e Oceânica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

WESTWOOD, Douglas. **The global offshore report**. Canterbury, Uk: Douglas Westwood Ltd, 2008.

YEH, I-Cheng. Hybrid Genetic Algorithms for Optimization of Truss Structures. **Computer-aided Civil and Infrastructure Engineering**, [s.l.], v. 14, n. 3, p.199-206, maio 1999. Wiley. <http://dx.doi.org/10.1111/0885-9507.00141>.

APÊNDICE 1

Código implementado no Matlab para resolver o equilíbrio de duas linhas no plano através da função `fmincon`.

```

%% myFitness: Resolvendo o problema do equilibrio
function k = myFitness9(H)

Feq = 4E6; %forca de equilibrio inicial [N]
Fa = 0.5E6; %forca ambiental [N]
Y = 600; %profundidade[m]
w = 600; %densidadelinear[kg/m]
W = w*9.81; %[N]

k = [(1500 - abs(H(1)/W)*(sinh(acosh((W/abs(H(1)))*Y+1)) -
acosh((W/abs(H(1)))*Y+1))) + ...
+ (1500 - abs(H(2)/W)*(sinh(acosh((W/abs(H(2)))*Y+1)) -
acosh((W/abs(H(2)))*Y+1))) + ...
- 2*(1500 - abs(Feq/W)*(sinh(acosh((W/abs(Feq))*Y+1)) -
acosh((W/abs(Feq))*Y+1)))] ;

end

```

Função restrição:

```

%% Constraint function: Restricoes impostas
function [c, ceq] = myConstraint9(H)

Feq = 4E6;
Fa = 0.5E6; %forca ambiental

c = [];
ceq = H(1) - H(2) - Fa;

end

```

Principal:

```

%main3: main code for the optimization of objective function
fitness = @myFitness9;
chute = [1E6, -1E6] ;
cons = @myConstraint9;

[H, fval] = fmincon(fitness, chute, [], [], [], [], [], [], [], cons);

```

APÊNDICE 2

Código implementado no Matlab para resolver o equilíbrio de duas linhas no plano através da função ga.

Função objetivo:

```
% myFitness: Resolvendo o problema do equilibrio
function k = myFitness8(H)

Feq=4E6; %forca de equilibrio inicial [N]
Fa = 1E6; %forca ambiental [N]
Y = 600; %profundidade[m]
w = 600; %densidadelinear[kg/m]
W = w*9.81; %[N]

k(1) = (1500 - abs(H(1)/W) * (sinh(acosh((W/abs(H(1))))*Y+1)) -
acosh((W/abs(H(1))))*Y+1)) + ...
+ (1500 - abs(H(2)/W) * (sinh(acosh((W/abs(H(2))))*Y+1)) -
acosh((W/abs(H(2))))*Y+1)) + ...
- 2*(1500 - abs(Feq/W) * (sinh(acosh((W/abs(Feq))))*Y+1)) -
acosh((W/abs(Feq))*Y+1));

end
```

Função restrição:

```
% Constraint function: Restricoes impostas
function [c, ceq] = myConstraint8(H)

Feq=4E6;
Fa = 1E6; %forca ambiental

c = [-H(1) + H(2), H(1)-Feq-H(2)];
ceq = [H(1) - H(2)- Fa];

end
```

Principal:

```
%main3: main code for the optimization of multiobjective function
fitness = @myFitness8;
nvar=2;
cons = @myConstraint8;

[H, fval] = ga(fitness, nvar, [], [], [], [], [],
```

ANEXO 1

Definições provenientes do comando “help fmincon” do software Matlab:

fmincon finds a constrained minimum of a function of several variables.

fmincon attempts to solve problems of the form:

$\min F(X)$ subject to: $A*X \leq B$, $Aeq*X = Beq$ (linear constraints)

X $C(X) \leq 0$, $Ceq(X) = 0$ (nonlinear constraints)

$LB \leq X \leq UB$ (bounds)

fmincon implements four different algorithms: interior point, SQP,

active set, and trust region reflective. Choose one via the option

Algorithm: for instance, to choose SQP, set `OPTIONS =`

`optimoptions('fmincon','Algorithm','sqp')`, and then pass `OPTIONS` to

`fmincon`.

`X = fmincon(FUN,X0,A,B)` starts at `X0` and finds a minimum `X` to the function `FUN`, subject to the linear inequalities $A*X \leq B$. `FUN` accepts input `X` and returns a scalar function value `F` evaluated at `X`. `X0` may be a scalar, vector, or matrix.

`X = fmincon(FUN,X0,A,B,Aeq,Beq)` minimizes `FUN` subject to the linear equalities $Aeq*X = Beq$ as well as $A*X \leq B$. (Set `A=[]` and `B=[]` if no inequalities exist.)

`X = fmincon(FUN,X0,A,B,Aeq,Beq,LB,UB)` defines a set of lower and upper bounds on the design variables, `X`, so that a solution is found in the range $LB \leq X \leq UB$. Use empty matrices for `LB` and `UB` if no bounds exist. Set `LB(i) = -Inf` if `X(i)` is unbounded below; set `UB(i) = Inf` if `X(i)` is unbounded above.

`X = fmincon(FUN,X0,A,B,Aeq,Beq,LB,UB,NONLCON)` subjects the minimization to the constraints defined in `NONLCON`. The function `NONLCON` accepts `X` and returns the vectors `C` and `Ceq`, representing the nonlinear

inequalities and equalities respectively. `fmincon` minimizes `FUN` such that $C(X) \leq 0$ and $C_{eq}(X) = 0$. (Set `LB = []` and/or `UB = []` if no bounds exist.)

`X = fmincon(FUN,X0,A,B,Aeq,Beq,LB,UB,NONLCON,OPTIONS)` minimizes with the default optimization parameters replaced by values in `OPTIONS`, an argument created with the `OPTIMOPTIONS` function. See `OPTIMOPTIONS` for details. For a list of options accepted by `fmincon` refer to the documentation.

`X = fmincon(PROBLEM)` finds the minimum for `PROBLEM`. `PROBLEM` is a structure with the function `FUN` in `PROBLEM.objective`, the start point in `PROBLEM.x0`, the linear inequality constraints in `PROBLEM.Aineq` and `PROBLEM.bineq`, the linear equality constraints in `PROBLEM.Aeq` and `PROBLEM.beq`, the lower bounds in `PROBLEM.lb`, the upper bounds in `PROBLEM.ub`, the nonlinear constraint function in `PROBLEM.nonlcon`, the options structure in `PROBLEM.options`, and solver name 'fmincon' in `PROBLEM.solver`. Use this syntax to solve at the command line a problem exported from `OPTIMTOOL`.

`[X,FVAL] = fmincon(FUN,X0,...)` returns the value of the objective function `FUN` at the solution `X`.

`[X,FVAL,EXITFLAG] = fmincon(FUN,X0,...)` returns an `EXITFLAG` that describes the exit condition. Possible values of `EXITFLAG` and the corresponding exit conditions are listed below. See the documentation for a complete description.

All algorithms:

- 1 First order optimality conditions satisfied.
- 0 Too many function evaluations or iterations.
- 1 Stopped by output/plot function.
- 2 No feasible point found.

Trust-region-reflective, interior-point, and sqp:

2 Change in X too small.

Trust-region-reflective:

3 Change in objective function too small.

Active-set only:

4 Computed search direction too small.

5 Predicted change in objective function too small.

Interior-point and sqp:

-3 Problem seems unbounded.

`[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT] = fmincon(FUN,X0,...)` returns a structure `OUTPUT` with information such as total number of iterations, and final objective function value. See the documentation for a complete list.

`[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT,LAMBDA] = fmincon(FUN,X0,...)` returns the Lagrange multipliers at the solution `X`: `LAMBDA.lower` for LB, `LAMBDA.upper` for UB, `LAMBDA.ineqlin` is for the linear inequalities, `LAMBDA.eqnlin` is for the linear equalities, `LAMBDA.ineqnonlin` is for the nonlinear inequalities, and `LAMBDA.eqnonlin` is for the nonlinear equalities.

`[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT,LAMBDA,GRAD] = fmincon(FUN,X0,...)` returns the value of the gradient of `FUN` at the solution `X`.

`[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT,LAMBDA,GRAD,HESSIAN] = fmincon(FUN,X0,...)` returns the value of the exact or approximate Hessian of the Lagrangian at `X`.

Examples

`FUN` can be specified using `@`:

`X = fmincon(@humps,...)`

In this case, `F = humps(X)` returns the scalar function value `F` of the `HUMPS` function evaluated at `X`.

`FUN` can also be an anonymous function:

```
X = fmincon(@(x) 3*sin(x(1))+exp(x(2)),[1;1],[[],[],[],[],[0 0])
returns X = [0;0].
```

If FUN or NONLCON are parameterized, you can use anonymous functions to capture the problem-dependent parameters. Suppose you want to minimize the objective given in the function myfun, subject to the nonlinear constraint mycon, where these two functions are parameterized by their second argument a1 and a2, respectively. Here myfun and mycon are MATLAB file functions such as

```
function f = myfun(x,a1)
f = x(1)^2 + a1*x(2)^2;

function [c,ceq] = mycon(x,a2)
c = a2/x(1) - x(2);
ceq = [];
```

To optimize for specific values of a1 and a2, first assign the values to these two parameters. Then create two one-argument anonymous functions that capture the values of a1 and a2, and call myfun and mycon with two arguments. Finally, pass these anonymous functions to fmincon:

```
a1 = 2; a2 = 1.5; % define parameters first
options = optimoptions('fmincon','Algorithm','interior-point'); % run interior-point
algorithm
x = fmincon(@(x) myfun(x,a1),[1;2],[[],[],[],[],[],[],[],@(x) mycon(x,a2),options)
```

ANEXO 2

Definições provenientes do comando “help ga” do software Matlab:

ga Constrained optimization using genetic algorithm.

ga attempts to solve problems of the following forms:

$\min F(X)$ subject to: $A*X \leq B$, $Aeq*X = Beq$ (linear constraints)

X $C(X) \leq 0$, $Ceq(X) = 0$ (nonlinear constraints)

$LB \leq X \leq UB$

$X(i)$ integer, where i is in the index

vector INTCON (integer constraints)

Note: If INTCON is not empty, then no equality constraints are allowed.

That is:-

* Aeq and Beq must be empty

* Ceq returned from NONLCON must be empty

$X = \text{ga}(\text{FITNESSFCN}, \text{NVAR})$ finds a local unconstrained minimum X to the FITNESSFCN using ga. NVARS is the dimension (number of design variables) of the FITNESSFCN. FITNESSFCN accepts a vector X of size 1-by-NVAR, and returns a scalar evaluated at X .

$X = \text{ga}(\text{FITNESSFCN}, \text{NVAR}, A, b)$ finds a local minimum X to the function FITNESSFCN, subject to the linear inequalities $A*X \leq B$. Linear constraints are not satisfied when the PopulationType option is set to 'bitString' or 'custom'. See the documentation for details.

$X = \text{ga}(\text{FITNESSFCN}, \text{NVAR}, A, b, Aeq, beq)$ finds a local minimum X to the function FITNESSFCN, subject to the linear equalities $Aeq*X = beq$ as well as $A*X \leq B$. (Set $A=[]$ and $B=[]$ if no inequalities exist.) Linear constraints are not satisfied when the PopulationType option is set to 'bitString' or 'custom'. See the documentation for details.

$X = \text{ga}(\text{FITNESSFCN}, \text{NVAR}, A, b, Aeq, beq, lb, ub)$ defines a set of lower and

upper bounds on the design variables, X , so that a solution is found in the range $lb \leq X \leq ub$. Use empty matrices for lb and ub if no bounds exist. Set $lb(i) = -Inf$ if $X(i)$ is unbounded below; set $ub(i) = Inf$ if $X(i)$ is unbounded above. Linear constraints are not satisfied when the `PopulationType` option is set to 'bitString' or 'custom'. See the documentation for details.

$X = ga(FITNESSFCN, NVAR, A, b, Aeq, beq, lb, ub, NONLCON)$ subjects the minimization to the constraints defined in `NONLCON`. The function `NONLCON` accepts X and returns the vectors C and Ceq , representing the nonlinear inequalities and equalities respectively. `ga` minimizes `FITNESSFCN` such that $C(X) \leq 0$ and $Ceq(X) = 0$. (Set $lb=[]$ and/or $ub=[]$ if no bounds exist.) Nonlinear constraints are not satisfied when the `PopulationType` option is set to 'bitString' or 'custom'. See the documentation for details.

$X = ga(FITNESSFCN, NVAR, A, b, Aeq, beq, lb, ub, NONLCON, options)$ minimizes with the default optimization parameters replaced by values in `OPTIONS`. `OPTIONS` can be created with the `OPTIMOPTIONS` function. See `OPTIMOPTIONS` for details. For a list of options accepted by `ga` refer to the documentation.

$X = ga(FITNESSFCN, NVAR, A, b, [], [], lb, ub, NONLCON, INTCON)$ requires that the variables listed in `INTCON` take integer values. Note that `ga` does not solve problems with integer and equality constraints. Pass empty matrices for the `Aeq` and `beq` inputs if `INTCON` is not empty.

$X = ga(FITNESSFCN, NVAR, A, b, [], [], lb, ub, NONLCON, INTCON, options)$ minimizes with integer constraints and the default optimization parameters replaced by values in `OPTIONS`. `OPTIONS` can be created with the `OPTIMOPTIONS` function. See `OPTIMOPTIONS` for details.

$X = ga(PROBLEM)$ finds the minimum for `PROBLEM`. `PROBLEM` is a structure that has the following fields:

fitnessfcn: <Fitness function>
 nvars: <Number of design variables>
 Aineq: <A matrix for inequality constraints>
 bineq: <b vector for inequality constraints>
 Aeq: <Aeq matrix for equality constraints>
 beq: <beq vector for equality constraints>
 lb: <Lower bound on X>
 ub: <Upper bound on X>
 nonlcon: <Nonlinear constraint function>
 intcon: <Index vector for integer variables>
 options: <Options created with optimoptions('ga',...)>
 rngstate: <State of the random number generator>

[X,FVAL] = ga(FITNESSFCN, ...) returns FVAL, the value of the fitness function FITNESSFCN at the solution X.

[X,FVAL,EXITFLAG] = ga(FITNESSFCN, ...) returns EXITFLAG which describes the exit condition of ga. Possible values of EXITFLAG and the corresponding exit conditions are

- 1 Average change in value of the fitness function over options.MaxStallGenerations generations less than options.FunctionTolerance and constraint violation less than options.ConstraintTolerance.
- 3 The value of the fitness function did not change in options.MaxStallGenerations generations and constraint violation less than options.ConstraintTolerance.
- 4 Magnitude of step smaller than machine precision and constraint violation less than options.ConstraintTolerance. This exit condition applies only to nonlinear constraints.
- 5 Fitness limit reached and constraint violation less than options.ConstraintTolerance.
- 0 Maximum number of generations exceeded.
- 1 Optimization terminated by the output or plot function.

- 2 No feasible point found.
- 4 Stall time limit exceeded.
- 5 Time limit exceeded.

`[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT] = ga(FITNESSFCN, ...)` returns a structure `OUTPUT` with the following information:

- `rngstate`: <State of the random number generator before `ga` started>
- `generations`: <Total generations, excluding `HybridFcn` iterations>
- `funccount`: <Total function evaluations>
- `maxconstraint`: <Maximum constraint violation>, if any
- `message`: <`ga` termination message>

`[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT,POPULATION] = ga(FITNESSFCN, ...)` returns the final `POPULATION` at termination.

`[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT,POPULATION,SCORES] = ga(FITNESSFCN, ...)`
returns
the `SCORES` of the final `POPULATION`.

Example:

```
Unconstrained minimization of 'rastriginsfcn' fitness function of
numberOfVariables = 2
x = ga(@rastriginsfcn,2)
```

Display plotting functions while `ga` minimizes

```
options = optimoptions('ga','PlotFcn',...
    {@gaplotbestf,@gaplotbestindiv,@gaplotexpectation,@gaplotstopping});
[x,fval,exitflag,output] = ga(@rastriginsfcn,2,[],[],[],[],[],[],[],options)
```

An example with inequality constraints and lower bounds

```
A = [1 1; -1 2; 2 1]; b = [2; 2; 3]; lb = zeros(2,1);
% Use mutation function which can handle constraints
options = optimoptions('ga','MutationFcn',@mutationadaptfeasible);
```

```
[x,fval,exitflag] = ga(@lincontest6,2,A,b,[],[],lb,[],[],options);
```

FITNESSFCN can also be an anonymous function:

```
x = ga(@(x) 3*sin(x(1))+exp(x(2)),2)
```

If FITNESSFCN or NONLCON are parameterized, you can use anonymous functions to capture the problem-dependent parameters. Suppose you want to minimize the fitness given in the function myfit, subject to the nonlinear constraint myconstr, where these two functions are parameterized by their second argument a1 and a2, respectively. Here myfit and myconstr are MATLAB file functions such as

```
function f = myfit(x,a1)
f = exp(x(1))*(4*x(1)^2 + 2*x(2)^2 + 4*x(1)*x(2) + 2*x(2) + a1);
```

and

```
function [c,ceq] = myconstr(x,a2)
c = [1.5 + x(1)*x(2) - x(1) - x(2);
     -x(1)*x(2) - a2];
% No nonlinear equality constraints:
ceq = [];
```

To optimize for specific values of a1 and a2, first assign the values to these two parameters. Then create two one-argument anonymous functions that capture the values of a1 and a2, and call myfit and myconstr with two arguments. Finally, pass these anonymous functions to ga:

```
a1 = 1; a2 = 10; % define parameters first
% Mutation function for constrained minimization
options = optimoptions('ga','MutationFcn',@mutationadaptfeasible);
x = ga(@(x)myfit(x,a1),2,[],[],[],[],[],[],@myconstr(x,a2),options)
```

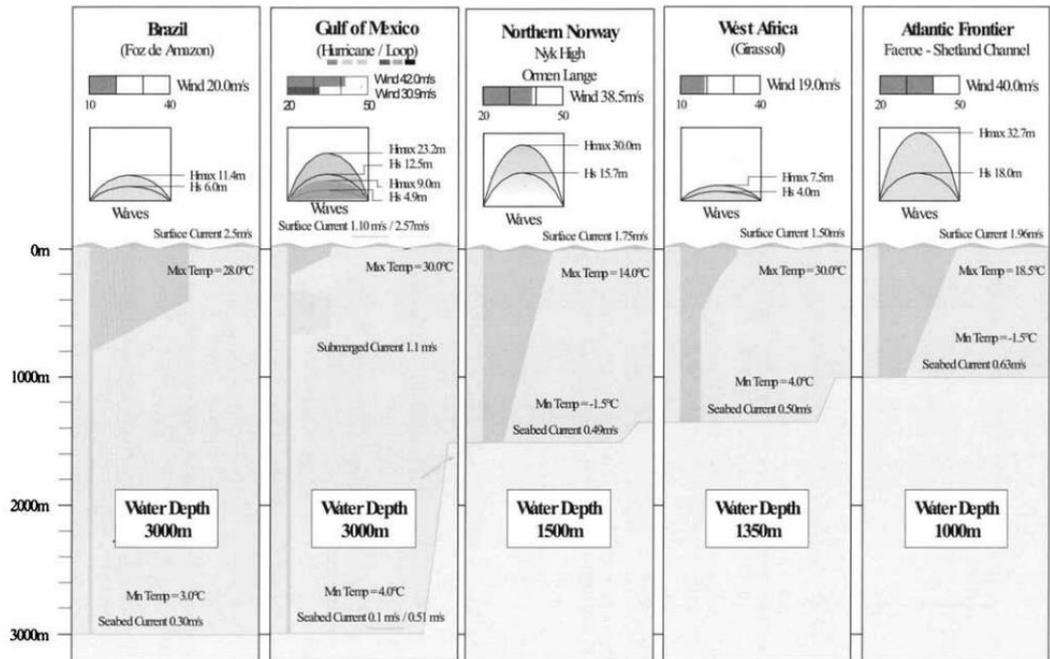
Example: Solving a mixed-integer optimization problem

An example of optimizing a function where a subset of the variables are required to be integers:

```
% Define the objective and call ga. Here variables x(2) and x(3) will
% be integer.
fun = @(x) (x(1) - 0.2)^2 + (x(2) - 1.7)^2 + (x(3) - 5.1)^2;
x = ga(fun,3,[],[],[],[],[],[],[],[2 3])
```

ANEXO 3

Condições ambientais para algumas localidades em água profunda.



Fonte: (CHAKRABARTI, 2005)